ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

на правах рукописи

БОРОДКИН Станислав Владимирович

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В СВЕРХКРИТИЧЕСКИХ ТЕПЛООБМЕННИКАХ НА ОСНОВЕ СЕТОЧНЫХ МЕТОДОВ

Специальность **1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ**

Диссертация
на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор
Батаронов Игорь Леонидович

Воронеж – 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 4
Глава 1 АНАЛИЗ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАДАЧ ПЕРЕНОСА В СЛОЖНЫХ СРЕДАХ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ 9
1.1 Моделирование задач переноса и задач со свободной границей 9
1.2 Аналитические модели турбулентного теплообмена в СКФ 15
1.3 Численное моделирование теплопереноса в СКФ-потоке 25
1.4 Моделирование и оптимизация сверхкритических теплообменников-газификаторов 31
1.5 Выводы по первой главе 35
Глава 2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛООБМЕНА В СВЕРХКРИТИЧЕСКОМ ТЕПЛООБМЕННИКЕ [112–114] 36
2.1 Постановка задачи 36
2.2 Формулировка математической модели 37
2.3 Анализ теплофизических условий теплопереноса в СКТ 49
2.4 Метод бигиперболической аппроксимации табличных данных теплофизических свойств СКФ 54
2.5 Общая структура модели переноса с обменом на свободной границе 66
2.6 Апробация математической модели в околокритической области 67
2.7 Выводы по второй главе 69
Глава 3 РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ МОДЕЛИ ПЕРЕНОСА С ОБМЕНОМ НА СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕ [115, 116] 70
3.1 Алгоритм конечно-элементного моделирования для определения критериальных уравнений в СКФ 70
3.2 Применение метода сглаживания особенности и разработка алгоритма решения квазистационарной задачи Стефана 81
3.3 Разработка алгоритмов решения задачи переноса с обменом в нестационарном и квазистационарном режимах 87
3.4 Алгоритм параметрической идентификации модели по опорным измерениям 101
3.5 Методика оптимизации функционирования теплообменной установки на основе модели теплопереноса с подвижной границей 111
3.6 Выводы по третьей главе 118

Глава 4 РАЗРАБОТКА КОМПЛЕКСА ПРОГРАММ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В СВЕРХКРИТИЧЕСКИХ ТЕПЛООБМЕННИКАХ [118–124] 119
4.1 Комплекс программ SCFHeatEx для моделирования переноса тепла с обменом на свободной границе в СКТ 119
4.2 Обоснование полезности использования ресивера в газификационной установке СГУ-7КМ-У 123
4.3 Теплофизический анализ режима работы насосной группы 125
4.4 Методика расчета параметров ресивера без докачки в изотермических условиях 128
4.5 Методика расчета параметров ресивера с докачкой в изотермических условиях 132
4.6 Выходные параметры ресивера при массопереносе в адиабатических условиях 134
4.7 Выводы по четвертой главе 137
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 138
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 139
ПРИЛОЖЕНИЕ А Акты реализации результатов диссертационной работы 148
ПРИЛОЖЕНИЕ Б Патенты РФ на изобретения 150

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Задачи переноса являются важными содержательными компонентами математических моделей физических процессов в различных отраслях производства, таких как энергетика, металлургия, машиностроение, авиация, ракетно-космическая техника, атомная и химическая промышленность и др., а также в рамках многочисленных естественно-научных приложений. В связи с этим в настоящее время разработано и исследовано большое число моделей переноса и алгоритмов их численной реализации применительно к специфике различных научных и технических приложений.

Следует отметить, что одной из наиболее сложных и мало исследованных является задача моделирования процесса тепломассопереноса в потоках сред со специальными свойствами, таких как сверхкритические флюиды (СКФ). Это обусловлено несколькими причинами.

Так, СКФ в псевдокритической области претерпевает превращение, которое можно интерпретировать как размытый фазовый переход без образования границы, что приводит к существенному немонотонному изменению свойств среды по сечению потока и, соответственно, требует формулировки адекватной математической модели переноса подобной уравнениям газовой динамики.

Затем, в силу указанных причин кинетические соотношения для одномерного уравнения переноса в СКФ не удается сформулировать в общем виде, и для их получения для конкретного вида СКФ и условий переноса требуется привлечение конечно-элементного моделирования, которое, тем самым, становится компонентом разрабатываемой математической модели.

Наконец, теплообмен с СКФ происходит в широком интервале температур и сопровождается кристаллизацией теплоносителя с образованием свободной границы раздела, что приводит к необходимости включать в рассмотрение также и задачу Стефана для моделирования обмена между потоками. Сопряженность задач переноса в двух обменивающихся потоках и задачи Стефана для свободной границы обмена требует разработки и исследования соответствующих алгоритмов численной реализации такой модели, как в нестационарном, так и в квазистационарном режимах.

Формируемая при этом модель тепломассопереноса не может полностью учитывать всех конструктивных особенностей конкретной установки, поэтому должна включать в себя средства идентификации, а следовательно, необходима разработка средств параметрической идентификации модели, позволяющей осуществлять эту процедуру по имеющимся в штатном исполнении контролируемым параметрам процесса.

Моделированию задачи переноса, в том числе в газодинамической постановке, посвящено большое число работ отечественных и зарубежных авторов (С.К.Годунов, А.А.Самарский, Г.И.Марчук, К.М.Магомедов, А.С.Холодов, Н.Н.Яненко, Л.А.Чудов, Т.Р.Курант, П.Д.Лакс, Б.Вендорф, Дж.П.Борис, Ф.Х.Харлоу и другие). Основы теории теплопереноса в сверхкритических потоках заложены в трудах С.С. Кутателадзе, Б.С. Петухова, В.Н. Попова, Е.А. Краснощекова, В.С. Протопопова, Н.Е. Петрова, Дж. Д. Джексона и других. Большое внимание также уделяется численным методам решения задачи Стефана (А.А.Самарский, Б.М.Будак, П.Н.Вабишевич, В.П.Маслов, Н.А.Рубцов, А.Фридман и другие). Однако совместное моделирование задач сопряженного переноса с обменом на свободной границе с участием сверхкритических потоков практически не исследовалось. Имеющиеся модели являются упрощенными и сформулированы в стационарном варианте с аппроксимацией лишь первого порядка точности, их сходимость не исследовалась и алгоритмы решения не разработаны.

Таким образом, актуальность тематики диссертационного исследования продиктована необходимостью дальнейшего развития средств математического моделирования и анализа процессов тепломассопереноса с обменом в нескольких потоках, учитывающих особенности теплопередачи в сверхкритических флюидах, обеспечивающих высокое качество расчета и повышение эффективности функционирования теплообменных устройств в соответствии с требуемыми теплоэнергетическими характеристиками.

Диссертационная работа выполнена в рамках одного из основных научных направлений Воронежского государственного технического университета: «Теоретическая и прикладная теплотехника»

Цель диссертационного исследования заключается в разработке математических моделей и алгоритмов их численной реализации применительно к условиям процессов тепломассообмена в сверхкритических теплообменных установках, а также создание на их основе алгоритмов расчета выходных и управляющих параметров теплообменных установок закрытого типа.

Для достижения данной цели необходимо решение следующих **задач:**

1. Анализ проблематики математического моделирования процессов тепломассопереноса с теплообменом в условиях неоднородности распределения свойств носителей и обледенения обменной поверхности.

2. Разработка средств формального описания комплекса задач переноса с обменом в условиях неоднородности распределения свойств носителей и обледенения обменной поверхности.

3. Разработка алгоритмов конечно-разностного решения комплекса задач переноса и задачи Стефана, а также конечно-элементного моделирования кинетических коэффициентов обмена.

4. Разработка и экспериментальная апробация алгоритмов параметрической идентификации на основе данных наблюдений контролируемых параметрам работы установки в штатном исполнении и расчета теплообменных сверхкритических установок закрытого типа в различных режимах работы.

5. Создание программного комплекса, реализующего разработанные вычислительные алгоритмы моделирования и расчета сверхкритических теплообменных установок закрытого типа.

Методы исследования. При решении поставленных задач использованы методы математического моделирования тепломассопереноса в потоке с переменными свойствами, математического моделирования квазистационарной задачи Стефана, аппроксимации эмпирических зависимостей, законы явлений переноса в неоднородных потоках, методы конечно-элементного моделирования турбулентного тепломассопереноса, методы параметрической идентификации, статистические методы обработки экспериментальных данных.

Тематика работы соответствует следующим пунктам паспорта научной специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»: 2. *Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей* 3. *Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий*; 4. *Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.*

В работе получены следующие результаты, отличающиеся научной новизной:

- формальные средства математического моделирования процесса переноса в двух потоках, обменивающихся через свободную границу, отличающиеся использованием комбинации конечно-элементного моделирования, бигиперболической аппроксимации табличных данных и задачи тепломассопереноса в сверхкритическом потоке и позволяющие описывать процесс в различных схемах потоков и режимах переноса.

- алгоритмы численного решения комплекса задач тепломассопереноса с обменом на свободной границе, отличающиеся реализацией методов сквозного счета повышенной точности и метода сглаживания особенности для свободной границы.

- алгоритм параметрической идентификации модели сверхкритического теплообменника, отличающийся использованием модифицированного метода стрельбы по экспериментам с предельными значениями управляющих параметров с последующей верификацией по промежуточным экспериментам на основе данных опорных экспериментов на штатном оборудовании установки.

- алгоритмы определения рабочей области управляющих параметров для заданного диапазона выходных характеристик, отличающиеся использованием многомерной параболической аппроксимации функции отклика дифференциальной системы и позволяющие осуществлять расчет рабочей области для стационарного и нестационарного режима функционирования.

5. Предложена структура программного комплекса моделирования процессов тепломассопереноса в сверхкритическом теплообменнике, отличающаяся реализацией механизмов организации полного цикла расчетов, включающего моделирование процесса тепломассопереноса в различных режимах и схемах переноса, параметрическую идентификацию модели, расчет входных и управляющих параметров установки.

Положения, выносимые на защиту

1. Математические модели переноса в двух потоках, обменивающихся через свободную границу, использующие комбинацию конечноэлементного моделирования, бигиперболической аппроксимации табличных данных и задачи переноса в сверхкритическом потоке, позволяют моделировать процесс сверхкритического тепломассопереноса в различных схемах потоков и режимах переноса.

2. Алгоритмы решения системы задач переноса с обменом на свободной границе с использованием метода сглаживания особенности обеспечивают решение системы методами сквозного счета.

3. Алгоритм параметрической идентификации модели сверхкритического теплообменника с использованием модифицированного метода стрельбы обеспечивает идентификацию на основе данных опорных экспериментов на штатном оборудовании установки.

4. Алгоритм определения рабочей области управляющих параметров для заданного диапазона выходных характеристик на основе многомерной параболической аппроксимации функции отклика дифференциальной системы обеспечивает определение рабочей области как для стационарного, так и для нестационарного режима функционирования.

Практическая значимость.

Практическая значимость работы заключается в разработке формальных средств, позволяющих осуществлять формирование математических моделей и алгоритмов их численной реализации для сложных процессов, сопровождающихся переносом в нескольких потоках с обменом и фазовым переходом на границе обмена.

Разработанный пакет прикладных программ позволяет производить расчет, параметрическую идентификацию и моделирование теплообменных устройств закрытого типа, использующих сверхкритические потоки, в различном конструктивном исполнении потоков (противоточные, скрещенные, смешанные) как в стационарном, так и в нестационарном режиме.

Полученные результаты могут быть использованы в качестве инструментария в научно-исследовательских организациях, ориентированных на проектирование промышленных установок, использующих процессы переноса с обменом через свободную границу, а так же в образовательном процессе инженерных факультетов вузов, включающем в себя вопросы моделирования процессов тепломассопереноса.

Реализация и внедрение научных результатов.

1. Предложены технические решения, подтвержденные актами реализации результатов диссертационной работы, позволяющие повысить эффективность работы газификационных установок и снизить их энергопотребление.

2. Предложено техническое решение, по включению ресивера в состав специального оборудования газификатора, позволяющее повысить стабильность работы и производительность газификационной установки.

Результаты диссертационного исследования использованы в практической деятельности заводов ОАО «НПО «ГЕЛИЙМАШ» г. Москва и АО «УКЗ» г. Екатеринбург.

Программный комплекс прошел государственную регистрацию в реестре Федеральной службы по интеллектуальной собственности, получено свидетельства о государственной регистрации.

Результаты используются в учебном процессе кафедры прикладной математики и механики в ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет» в рамках курса «Математическое моделирование процессов тепломассопереноса».

Апробация. Основные результаты диссертационного исследования доложены и обсуждены на: всероссийской научно-технической конференции «Приоритетные направления и актуальные проблемы развития средств наземного обслуживания общего применения» (г. Воронеж, 2019); XXI Международной научно-технической конференции и школы молодых ученых, аспирантов, студентов «Авиакосмические технологии» (АКТ-2020) (г. Воронеж, 2020); Международных семинарах «Физико-математическое моделирование систем» (г. Воронеж, 2019, 2020, 2021); III Международной конференции MIP: Engineering III: Передовые технологии в материаловедении, машиностроении и автоматизации (г. Красноярск, 2021); II Международной научно-практической конференции «Альтернативная и интеллектуальная энергетика» (г. Воронеж, 2020), а также на научных семинарах кафедры высшей математики и физико-математического моделирования ВГТУ (г. Воронеж, 2019-2022гг.)

Публикации. Основное содержание диссертации опубликовано в 11 печатных работах, из них: 3 статьи в журналах, рекомендованных ВАК Минобрнауки России; 2 статьи в журналах, индексируемых в библиографической базе РИНЦ; 4 – материалы в сборниках трудов Всероссийских и Международных научно-практических конференций; получены 2 патента РФ и 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

В работах, опубликованных в соавторстве, лично соискателю принадлежат следующие результаты: [113, 117, 119] – разработка модели и методик, [120, 114-116] – проведение численных экспериментов и обработка результатов, [124] – разработка структуры комплекса и программного кода.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложений. Работа содержит 153 страницы, 84 рисунка и 2 приложения. Библиографический список содержит 124 наименования.

Глава 1 АНАЛИЗ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАДАЧ ПЕРЕНОСА В СЛОЖНЫХ СРЕДАХ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ

1.1 Моделирование задач переноса и задач со свободной границей

Задачи переноса и задачи со свободной границей широко встречаются в различных технических приложениях и активно исследовались как в отношении их свойств, так и в плане развития методов моделирования [1-47].

В зависимости от свойств среды, одномерное уравнение переноса используется в линейной

$$\frac{\partial u}{\partial t}+c\frac{\partial u}{\partial x}=f \tag{1.1.1}$$

или квазилинейной

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial w}{\partial x}=f \tag{1.1.2}$$

формах. Здесь c – скорость переноса, которая может быть функцией координаты x и времени t, $w(u, x, t)$ – поток переносимой величины u, f – линейная плотность источников и стоков величины u. В автономных уравнениях зависимость величин c, w, f от координат и времени отсутствует. Простейшими шаблонами для составления разностных уравнений к (1.1.1), (1.1.2) являются уголки и квадрат (рис. 1.1).

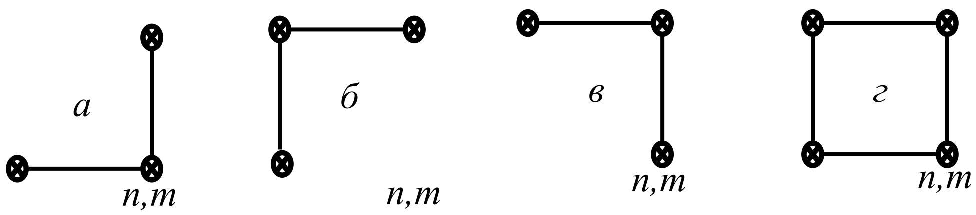


Рис. 1.1. Шаблоны разностных схем уравнения переноса.

Так, аппроксимация на шаблоне рис. 1.1*а* (схема Куранта-Изаксона-Риса, КИР [25]) для линейного и квазилинейного уравнений имеет вид

$$\Delta_\tau u_n+\sigma\Delta u_n=\tau f_n,\quad \Delta_\tau u_n+\frac{\tau}{\xi}\Delta w_n=\tau f_n, \tag{1.1.3}$$

а схема на шаблоне рис. 1.1*б* есть

$$\Delta_\tau u_{n-1}+\sigma\Delta\hat{u}_n=\tau f_n,\quad \Delta_\tau u_{n-1}+\frac{\tau}{\xi}\Delta\hat{w}_n=\tau f_n, \tag{1.1.4}$$

где обозначены разности $\Delta_\tau u_n=\hat{u}_n-u_n$, $\Delta u_n=u_n-u_{n-1}$, $\sigma\equiv\mathrm{Cur}=c\tau/h$ – число Куранта, τ, ξ – шаги по времени и координате, шляпкой обозначено значение на верхнем слое, без шляпки – на нижнем. Если плотность стоков не зависит от u, то аппроксимация f_n может выбираться любым способом по ячейке, но не ниже порядка точности аппроксимации левой части, в противном случае для обеспечения корректности и устойчивости схемы необходимо в этой аппроксимации использовать значение, зависящее от $\hat{u}_n$ [111].

Аналогично для шаблона рис. 1.1*г* имеем схемы

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2}\left(\Delta_\tau u_n + \Delta_\tau u_{n-1}\right) + \frac{\sigma}{2}\left(\Delta\hat{u}_n + \Delta u_n\right) = \tau f_n, \\ &\left(\Delta_\tau u_n + \Delta_\tau u_{n-1}\right) + \frac{\tau}{\xi}\left(\Delta\hat{w}_n + \Delta w_n\right) = 2\tau f_n \end{aligned}, \tag{1.1.5}$$

Схема КИР (1.1.3) является монотонной, первого порядка точности и условно устойчивой при Cur ≤ 1, а схема на шаблоне рис. 1.2*б* – при Cur ≥ 1. Аналогичная схема на шаблоне рис. 1.1.*в* безусловно устойчива, но менее точна, чем схемы (1.1.3-4) (рис. 1.2*а*). Схемы (1.1.3) и (1.1.4) можно объединить в одну явно-неявную схему [9, 111], в которой при локальном числе Куранта, меньшем единицы, используется уравнение (1.1.3), в противном случае – уравнение (1.1.4). Эта схема абсолютно устойчива и более точна, чем чисто неявная схема на шаблоне рис. 1.1*в*.

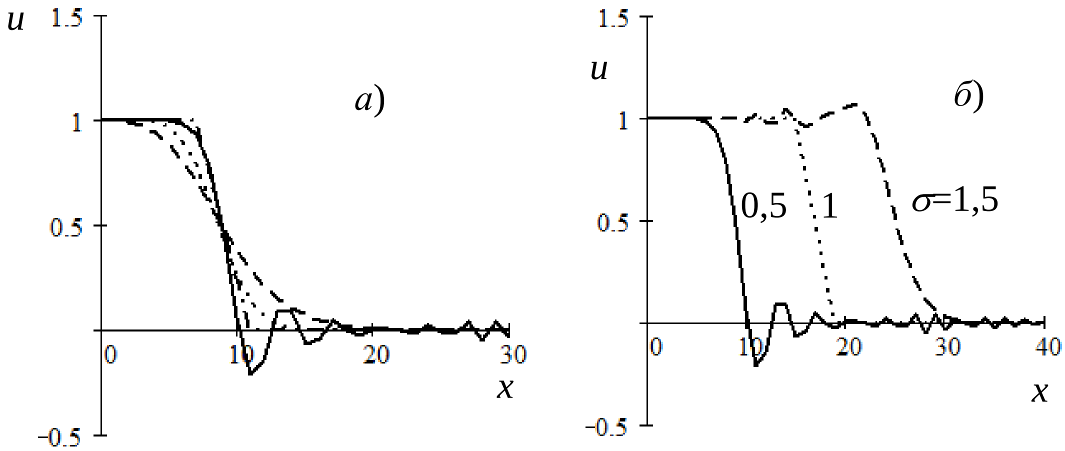


Рис. 1.2. (*а*): вид решения для профиля с изломами (штрих-пунктирная линия) в схеме КИР (точечная линия), схеме (1.1.5) (сплошная линия) и схеме шаблона рис. 1.1*в* (штриховая линия);
(*б*): влияние числа Куранта на характер разболтки.

Симметричная схема (1.1.5) консервативна, имеет второй порядок точности по обоим шагам, безусловно устойчива, но немонотонна (по теореме Годунова линейная монотонная схема для уравнения переноса не может иметь порядок точности выше первого). Немонотонность приводит к осцилляциям («разболтке») решения в области резкого изменения или негладкости профиля (рис. 1.2*а*) [14]. Характер разболтки зависит от числа Куранта (рис. 1.2*б*), а при Cur = 1 разболтка вовсе отсутствует даже на разрывных решениях. В общем случае разболтка не наблюдается [111], если начальное и граничное условия дважды дифференцируемы, согласованы в точке стыка, а шаг по координате ограничен сверху:

$$\xi \frac{u''_{xx}}{u'_x} \le 1, \quad \left. \frac{\partial^r u(0,t)}{\partial t^r} \right|_{t=0} = (-c)^r \left. \frac{\partial^r u(x,0)}{\partial x^r} \right|_{x=0}, \tag{1.1.6}$$

Для повышения порядка аппроксимации «уголковых» схем используются четырехточечный (для явной схемы) и шеститочечный (для неявной схемы) шаблоны (рис. 1.3).

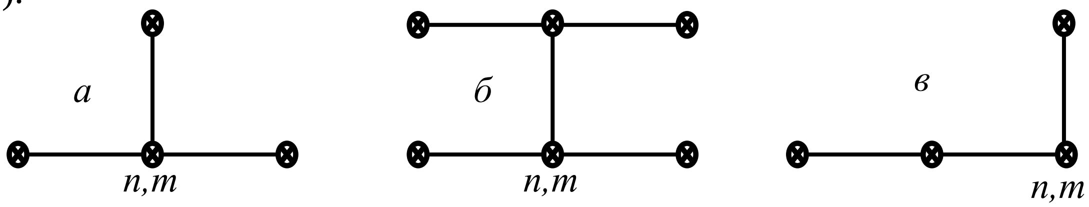


Рис. 1.3. Четырехточечный и шеститочечный шаблоны разностных схем уравнения переноса.

При использовании для пространственной производной центральной разности получается абсолютно неустойчивая схема, поэтому для ее стабилизации, а также повышения точности, в правую часть разностного уравнения вводится член со второй разностью, имеющей второй порядок аппроксимации. В общем виде такие уравнения на шаблонах рис. 1.3*а,б* могут быть записаны в виде

$$\Delta_\tau u_n + \frac{\sigma}{2}\left(\alpha \Delta_2 \hat{u}_n + (1-\alpha)\Delta_2 u_n\right) = \frac{\beta}{2}\left(\alpha \Delta^2 \hat{u}_n + (1-\alpha)\Delta^2 u_n\right) + \tau f_n, \tag{1.1.7}$$

Здесь введены обозначения для центральной разности $\Delta_2 u_n = \Delta u_n + \Delta u_{n-1} = u_{n+1} - u_{n-1}$ и второй разности $\Delta^2 u_n = \Delta u_{n+1} - \Delta u_n = u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n$, α, β – параметры схемы.

При $\alpha = 0$ получаются явные условно устойчивые схемы:

– схема П.Лакса [9] ($\beta = 1$), имеющая порядок аппроксимации $O(\tau + \xi^2 + \xi^2/\tau)$, при обычно используемом соотношении $\tau \approx \xi$ фактически имеющая первый порядок точности;

– схема Лакса-Вендроффа [26] ($\beta = \sigma^2$), в которой поправочный оператор выбран из условия компенсации главного члена невязки (первое дифференциальное приближение [18]), в результате порядок аппроксимации составляет $O(\tau^2 + \xi^2)$.

Пример решения этих схем для профиля с изломами при тех же параметрах, что и на рис. 1.2*а*, приведен на рис. 1.4, из которого видно, что схема Лакса диссипативна, но менее точна, чем КИР, а Лакса-Вендроффа показывает разболтку, но меньше, чем симметричная схема, вследствие диссипативного влияния добавленного члена.

Неявные шеститочечные схемы, безусловно устойчивые при $\alpha \ge 0{,}5$, различают следующие:

– центральная неявная схема ($\beta = 0$), имеющая порядок аппроксимации $O(\tau^2 + \xi^2)$ при $\alpha = 0{,}5$ и $O(\tau + \xi^2)$ при $\alpha = 1$ [20];

– схема Ландау-Меймана-Халатникова ($\beta = \sigma \cdot \mathrm{sign}\,c$, $\alpha = 0{,}5$), порядок аппроксимации $O(\tau^2 + \xi^2)$;

– схема Карлсона ($\beta = \sigma \cdot \mathrm{sign}\,c$, $\alpha = 1$), порядок аппроксимации $O(\tau + \xi)$.

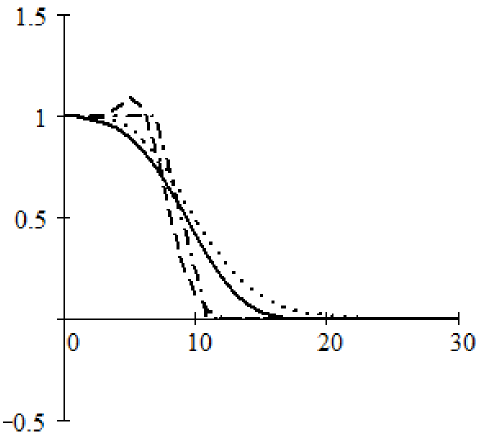


Рис. 1.4. Вид решения в схеме Лакса (сплошная линия)
Лакса-Вендроффа (пунктирная линия) и Бима-Уорминга (точечная линия).

Недостаток этих схем состоит в невозможности использовать алгоритм сквозного счета и необходимости введения граничного условия в конечной точке.

Избежать этого недостатка можно при использовании схем типа «предиктор-корректор», этот подход представлен схемами:

– схема Мак-Кормака не использует вспомогательных слоев и имеет второй порядок аппроксимации по ξ и τ, а для линейных уравнений совпадает со схемой Лакса-Вендроффа;

– схема Бима-Уорминга, являющаяся модификацией схемы Мак-Кормака на шаблоне рис. 1.3*в* с поправочным членом с коэффициентом $\sigma(1-\sigma)$, пример расчета приведен на рис. 1.4;

– обобщенная схема Лакса-Вендроффа «чехарда» [20], использующая полуцелые слои;

– схема Русанова и схема Уорминга-Кутлера-Ломакса третьего порядка точности, использующие два промежуточных слоя с дробными индексами [23].

Несмотря на использование схемы «предиктор-корректор», все эти схемы являются условно устойчивыми при выполнении условия Куранта. Также в применении к системам уравнений переноса, которые должны рассматриваться на одной сетке, использование промежуточных слоев оказывается затруднительным.

Рассмотренные схемы имеют аналоги для квазилинейного уравнения (1.1.2), например, неявная схема Бима-Уорминга, сводящаяся к решению трехдиагональной системы уравнений.

Наличие «разболтки» в схемах повышенной точности привело к разработке методов их регуляризации с целью подавления осцилляций [20]:

– метод Л.А.Чудова, основанный на методе скользящего средневзвешенного по трем точка (пример этой регуляризации приведен на рис. 1.5);

– метод аппроксимационной вязкости, основанный на введении в разностное уравнение члена в рамках первого дифференциального приближения, который обладает диссипативным эффектом, например, схема (1.1.7) с $\beta=\sigma(1-\sigma)$;

– метод искусственной вязкости, предложенный фон Нейманом и Рихтмайером и использующий аналогичный прием с введением диссипативного члена, не понижающего порядок аппроксимации, например, для линейного уравнения это схемы П.Лакса и Лакса-Вендроффа;

– методы коррекции потоков Бориса-Брука [19], использующие сглаживающий оператор специального вида.

– гибридные схемы (метод Р.П.Федоренко) [27], применяющие разностное уравнение повышенной точности в области гладкого решения и диссипативные разностные схемы первого порядка в области разрывов или изломов решения, либо больших градиентов решения. Современным развитием этой темы являются TVD- и ENO-схемы [5, 21, 28, 38].

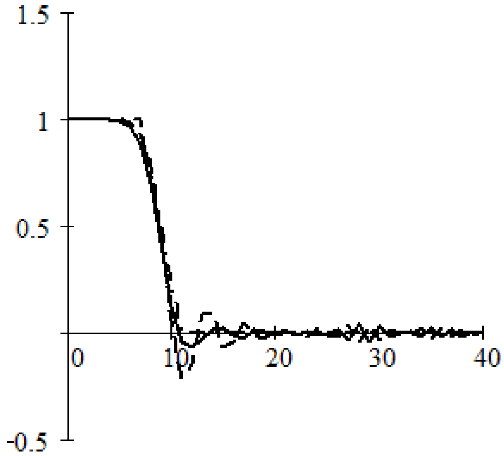


Рис. 1.5. Пример регуляризации решения в схеме (1.1.5) по Л.А.Чудову.

Избежать применения этих методов можно при использовании условий (1.1.6) и сглаживании коэффициентов уравнения.

Особое место в численном решении уравнения переноса занимают сеточно-характеристические методы [5], в которых решение в узлах нового слоя находится решением уравнения переноса вдоль характеристики, на которой это уравнение переходит в обыкновенное дифференциальное. Этот метод не имеет ограничений по устойчивости, не обладает разболткой и легко реализуется любого порядка точности. В общем случае характеристика не проходит через узлы сетки, поэтому для попадания в заданный узел на новом слое необходимо смещение начального узла на исходном слое (рис. 1.6). При числе Куранта Cur < 1 (рис. 1.6*а*) это достигается интерполяцией нужного порядка по узлам исходного слоя, но при Cur > 1 (рис. 1.6*б*) необходимо интерполировать также и по узлам граничного условия, что представляет определенную сложность.

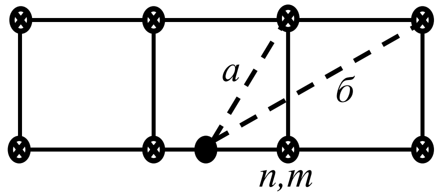


Рис. 1.6. Построение решения в сеточно-характеристических методах.

В применении к системам задач переноса данный метод имеет дополнительные трудности, поскольку системы характеристик разных задач не совпадают и требуют смещения в разные начальные точки.

Более сложной задачей переноса является система уравнений газовой динамики, которая в дивергентной форме имеет вид [37, 11]

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0 \\ &\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v^2 + p) = 0 \\ &\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\left(h - \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial x}\left[\rho v\left(h + \frac{v^2}{2}\right)\right] = 0 \end{aligned} \tag{1.1.8}$$

Здесь ρ – плотность массы среды, v – ее скорость, p – давление, h – удельная энтальпия среды. Первое уравнение в системе (1.1.8) представляет собой уравнение переноса массы, второе – переноса импульса, а последнее – переноса энергии. Система (1.1.8) замыкается уравнением состояния $F(\rho, h, p) = 0$.

Для решения системы (1.1.8) разработаны схемы на основе методов и Лакса-Вендроффа и Мак-Кормака [21], сеточно-характеристические методы (М.-К.М.Магомедова-А.С.Холодова) [5], разностная схема И.М.Гельфанда [9] для уравнений, записанных в лагранжевых координатах, метод частиц в ячейках Харлоу (PIC-метод) [22], метод С.К.Годунова [2, 21], а также имеется ряд других подходов [39].

Система (1.1.8) применима не только к газам, но и к средам с сильной зависимостью свойств от температуры, таким как сверхкритические флюиды (СКФ). В этом случае система (1.1.8) может быть упрощена с учетом различия в скоростях переноса импульса (скорость звука) и энергии (скорость среды v), а также требует обоснования с учетом существенной неоднородности свойств СКФ по поперечному сечению потока.

Для решения задач со свободной границей (типа Стефана) используются три основных подхода.

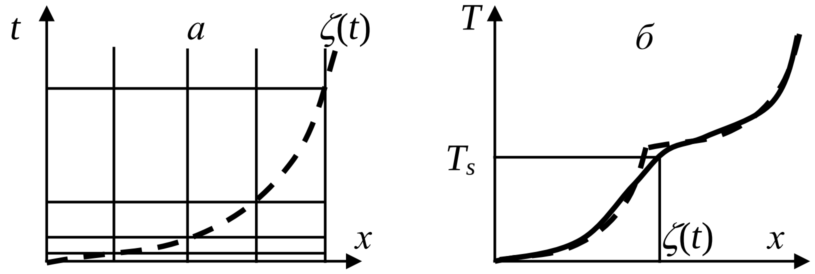


Рис. 1.7. Метод ловли в узел сетки (а) и метод сглаживания (б) для решения задачи Стефана

В методе ловли фронта в узел сетки (метод динамического построения сетки) [3, 4, 40, 41, 42], являющемся динамическим вариантом метода выделения особенности, сетка в процессе решения перестраивается так, чтобы линия особенности (координата свободной границы $\zeta(t)$) проходила через узлы сетки (рис. 1.7*а*). В методе выпрямления фронта [4, 40, 42] неортогональным преобразованием координат совмещают координатную линию в новой системе с положением фронта, при этом функция $\zeta(t)$ входит в коэффициенты уравнения. Эти методы дают высокоточное решение задачи, но требуют индивидуального подхода в каждой задаче. Кроме того, решение получается с изломом, что отрицательно сказывается на устойчивости решения задачи переноса.

В методе сглаживания особенности [43, 44, 3, 40, 47] задача переформулируется так, что координата свободной границы не входит явно в уравнения, а связанная с ней точечная особенность заменяется «размытой» гладкой функцией. В результате к задаче становятся применимы методы сквозного счета, решение становится гладким (рис. 1.7*б*), а положение свободной границы находится уже из решения как точка со значением T_s (температура фазового перехода). Хотя в задачу при этом вносится некоторая погрешность, связанная с размытием, но при этом гладкость решения позволяет использовать методы решения задачи переноса повышенной точности. Этот метод требует адаптации к границе, формируемой при обмене между потоками в задаче переноса.

Третья группа методов основана на преобразовании зависимых переменных к такой форме, в которой уравнение не будет содержать разрывов неизвестной функции или ее производных [45, 46, 4, 40]. Однако здесь остаются дополнительные условия на свободной границе, а задача становится не сопряженной задаче переноса.

Таким образом, наиболее подходящим методом для задачи переноса с обменом на свободной границе представляется метод сглаживания особенности.

1.2 Аналитические модели турбулентного теплообмена в СКФ

Особенность теплообмена в СКФ заключается в том, что теплофизические свойства существенно зависят от температуры и давления. К настоящему времени накоплены обширные данные о теплофизических свойствах веществ в сверхкритической области [48, 49], позволяющие проводить теплоэнергетические расчеты процессов с участием СКФ. Зависимость физических свойств от температуры иллюстрируется на рис. 1.8.

На рисунке можно видеть, что удельная теплоемкость c_P показывает сильно выраженный максимум, а коэффициенты вязкости и теплопроводности имеют точки минимума, очень сильно изменяется плотность. При низких температурах теплофизические свойства СКФ похожи на свойства жидкости, при высоких – подобны газу. В промежуточной области происходит плавный переход от жидкости к газу, похожий на размытый фазовый переход первого рода. Об этом, в частности, свидетельствует пик теплоемкости, соответствующий теплоте фазового превращения. Природа и механизм этого перехода в настоящее время еще остаются невыясненными. В последнее время выдвинуто предположение, что такой переход связан с потерей поперечной жесткости СКФ на гиперзвуковых частотах [50, 51]. Соответствующую линию предложено называть линией Френкеля. Однако практически эту линию установить сложно, поэтому в технических приложениях используется в качестве точки перехода псевдокритическая температура T_{pc}, определяемая как точка максимума удельной теплоемкости СКФ (рис. 1.8). Однако этот максимум хорошо выражен только в околокритической области, при удалении от нее точка максимума исчезает (рис. 1.8).

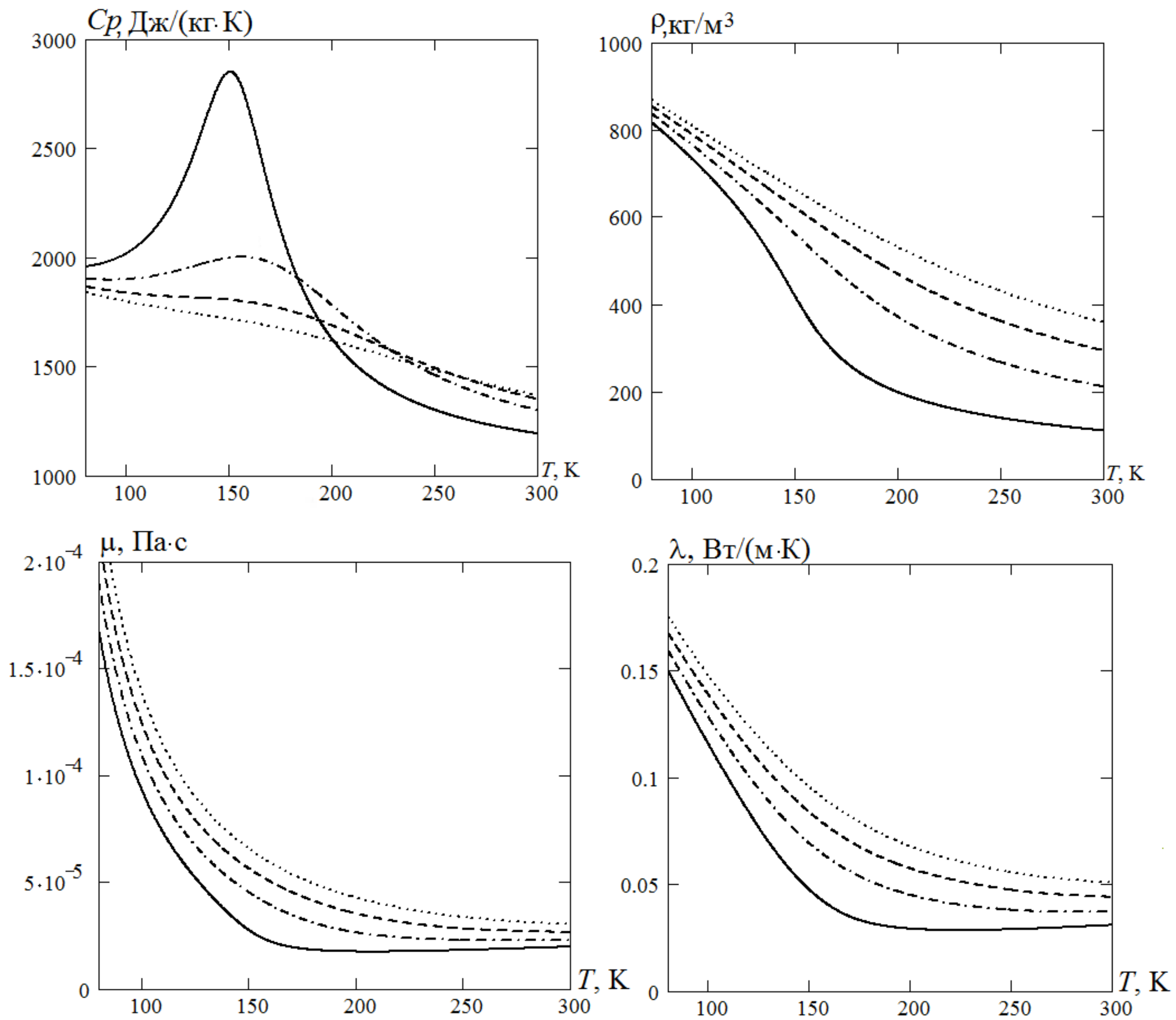


Рис. 1.8. Температурные зависимости теплофизических свойств сверхкритического азота при давлениях 10(—), 20(-··-), 30(--) и 40(····) МПа

Ширина переходной области с удалением от критической точки быстро возрастает. Например, кислород при давлении 25 МПа находится в переходной области даже при комнатной температуре и становится газом только при 100°С. Одновременно сглаживаются температурные зависимости других свойств и псевдокритический переход в поперечном сечении потока исчезает. Это приводит к стабилизации процесса теплообмена в СКФ [8].

Иная ситуация в околокритической области, в которой при незначительных разностях температур в сечении потока физические свойства будут сильно изменяться. Например, если средняя температура потока близка к псевдокритической, то при отдалении от стенки c_p быстро нарастает, проходит через максимум, а затем убывает. При нагревании СКФ плотность быстро возрастает по направлению к центру трубы.

Эти изменения особенно выражены при больших температурных факторах и высоких тепловых потоках.

В результате уравнения энергии и импульса в СКФ следует использовать в форме, учитывающей переменность теплофизических свойств, с использованием температурной зависимости данных свойств. При этом в уравнениях процесса теплофизические параметры должны находиться под знаком дифференциального оператора. Тогда требуемые уравнения должны быть использованы в общей дивергентной форме [6, 8]:

$$\left.\begin{aligned}
&\mathrm{div}\left(\lambda gradT\right) = c\rho DT / dt;\\
&2\mathrm{div}\left(\mu\dot{S}\right) - \mathrm{grad}\left(P + \frac{2}{3}\mu\mathrm{div}\mathbf{w}\right) = \rho D\mathbf{w} / dt;\\
&\partial\rho / \partial t + \mathrm{div}\left(\rho\mathbf{w}\right) = 0;\\
&\lambda = \lambda(T);\ \mu = \mu\left(T\right);\ c = c\left(T\right);\ \rho = \rho\left(T\right).
\end{aligned}\right\} \qquad (1.2.1)$$

Здесь $D\bullet/dt$ означает субстациональную производную.

Эта задача характеризуется следующими особенностями:

– гидродинамическая задача не отделяется от тепловой, как в случае среды с постоянными свойствами, поэтому имеет место сопряженность задач гидродинамики и теплопереноса, в частности, тепловые потоки влияют на распределение и величину скорости потока СКФ;

– как следствие имеет место неавтомодельность профиля скорости, исключающая возможность построения универсального критериального уравнения для теплоотдачи, а также зависимость между теплоотдачей на последовательных участках потока [8], что делает уравнение теплоотдачи нелокальным;

– в околокритической области могут реализовываться режимы с ухудшенной теплоотдачей, особенно при больших тепловых потоках [8], что приводит к нестабильности процесса теплообмена;

– в силу указанных особенностей невозможно ввести интегральный коэффициент теплоотдачи в СКФ, поэтому необходимо использовать дифференциальные уравнения теплообмена;

– по указанным причинам для каждого типа СКФ и условий теплообмена нужно разрабатывать отдельное критериальное уравнение для локального коэффициента теплоотдачи [8].

Для квазистационарного турбулентного потока, полагая СКФ несжимаемым, а его физические свойства сильно зависящими от температуры, анализ характера движения и теплообмена можно провести лишь приближенно. Для этого Б.С. Петухов и В.Н. Попов [8] предложили теоретическую модель, использующую следующие допущения:

1) скорость жидкости мала, поэтому диссипацией энергии пренебрегается;

2) гравитационными эффектами пренебрегается;

3) теплофизические свойства жидкости в данной точке берутся при усредненном значении температуры в этой точке;

4) изменение плотности теплового потока вдоль СКФ-потока мало по сравнению с изменением в поперечном направлении;

5) вариация нормальных напряжений мало по сравнению с вариацией касательных напряжений, вариацией последних которыми вдоль СКФ-потока пренебрегается;

6) осевая составляющая массовой скорости СКФ-потока слабо меняется вдоль потока.

Тогда уравнения (1.2.1) принимают вид:

$$\rho w_x \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rq), \qquad \frac{\partial}{\partial x}(p+\rho w_x^2) = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\sigma),$$

где

$$q = \left(\lambda + \rho c_p \varepsilon_q\right)\frac{\partial T}{\partial r}, \qquad \sigma = -\left(\mu + \rho \varepsilon_\sigma\right)\frac{\partial w_x}{\partial r}.$$

Эта система при дополнительных предположениях сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, для которой можно получить общий интеграл [8]. Однако нахождение явного решения требует использования итерационной процедуры и не получается в аналитическом виде. Кроме того, использование для турбулентного СКФ-потока однопараметрической модели пути перемешивания может оказаться недостаточным.

В связи с отсутствием удобного аналитического описания потока среды с переменными свойствами учет последних производился с использованием теории подобия.

Для приведения системы уравнений (1.2.1) к безразмерному виду нужны не только масштабы зависимых и независимых переменных, но и используемых теплофизических свойств. Обычно принимаются значения, взятые при какой-нибудь характерной температуре в сечении потока. Так, при использовании среднемассовой температуры потока будем иметь [6]:

$$\left.\begin{aligned}
&\operatorname{div}\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\operatorname{grad}\vartheta\right) = \frac{c\rho}{c_0\rho_0}\left[\frac{\partial\vartheta}{\partial \mathrm{F}_0} + \mathrm{Pe}(\boldsymbol{\omega}, \operatorname{grad}\vartheta)\right];\\
&\frac{1}{\mathrm{Re}}\operatorname{div}\left(\frac{\mu}{\mu_0}\dot{S}(\boldsymbol{\omega})\right) - \operatorname{grad}\left(\mathrm{Eu} + \frac{2}{3\mathrm{Re}}\operatorname{div}\boldsymbol{\omega}\right) = \frac{\rho}{\rho_0}\frac{\partial\boldsymbol{\omega}}{\partial \mathrm{Ho}} + (\boldsymbol{\omega}, \operatorname{grad})\boldsymbol{\omega};\\
&\partial\frac{\rho}{\rho_0}\Big/\partial\mathrm{Ho} + \operatorname{div}\left(\frac{\rho}{\rho_0}\boldsymbol{\omega}\right) = 0;\\
&\lambda/\lambda_0 = f_1(\vartheta);\ \mu/\mu_0 = f_2(\vartheta);\ c/c_0 = f_3(\vartheta);\ \rho/\rho_0 = f_3(\vartheta).
\end{aligned}\right\} \qquad (1.2.2)$$

где $\boldsymbol{\omega}$, θ – безразмерные скорость и температура, и использованы общепринятые обозначения для критериев подобия.

Используются два подхода для анализа решений системы (1.2.1).

В первом подходе применяются некоторые универсальные зависимости вязкости и теплопроводности среды от температуры (например, аррениусовская для жидкостей и формула Сазерленда для газов). В этом направлении получены приемлемые для практики выражения для числа Нуссельта и коэффициента гидродинамического сопротивления [6–11]. Однако этот подход неприменим для потока СКФ, поскольку для него отсутствуют такие универсальные зависимости, а кроме того, помимо вязкости и теплопроводности существенно изменяются также теплоемкость и плотность.

В другом подходе делаются попытки учесть неоднородность теплофизических свойств по сечению потока с помощью характерных значений этих свойств в двух точках, обычно на стенке и в среднем по сечению потока. К настоящему времени выполнено значительное число расчетно-теоретических и экспериментальных исследований теплообмена в однофазной околокритической области [6–8, 52–56]. Опыты проводились главным образом с водой и двуокисью углерода и в меньшей степени с другими теплоносителями. Теплоотдача изучалась в основном при течении в круглых трубах, часто в условиях нагревания при постоянной плотности внешнего теплового потока. Эти исследования позволили выявить ряд интересных особенностей теплообмена и установить некоторые зависимости. Однако сложность вопроса и отсутствие сведений о закономерностях турбулентного переноса при сильном изменении свойств жидкости пока не позволили выработать достаточно точных и общих методов расчета теплообмена [6–8].

Для однофазных теплоносителей при околокритических параметрах состояния особенно важно различать вязкостно-инерционный и вязкостно-инерционно-гравитационный режимы течения и теплообмена. Гравитационные эффекты проявляются достаточно часто из-за сильной зависимости $\rho(T)$. Кроме того, по практическим соображениям следует различать нормальные режимы теплообмена и режимы с ухудшенной теплоотдачей. Первые характеризуются монотонным изменением температуры вдоль стенки, вторые имеют максимумы. И те и другие встречаются как при вязкостно-инерционном, так и при вязкостно-инерционно-гравитационном течении жидкости.

Проявление гравитационных эффектов (effects of buoyancy) в потоке СКФ обычно происходит в вертикальных трубах или длинных горизонтальных трубах [8, 57-66]. В коротких или витых теплообменниках эти эффекты незначительны [8, 67-79], и ими обычно пренебрегают. Разработаны критерии и номограммы для определения значимости гравитационных эффектов в конкретном потоке. Для потоков СКФ обычно используется условие, полученное Дж. Д. Джексоном [63]:

$$\frac{\mathrm{Gr}}{\mathrm{Re}^{2,7}} < 10^{-5} \tag{1.2.3}$$

где Gr – число Грасгофа. Если неравенство (1.2.3) выполняется, то гравитационные эффекты можно игнорировать.

Также существенную роль может играть эффект ускорения, обусловленный резким (до 10 раз) уменьшением плотности СКФ при нагреве. При определенных условиях ускорение приводит к уменьшению турбулентности и даже ламинаризации потока, что сопровождается уменьшением эффективности теплопередачи [6, 8, 11, 63].

Относительно полно исследован теплообмен при нормальных режимах в случае вязкостно-инерционного течения, реализующийся, например, в закритической области. Рассмотрим некоторые результаты, относящиеся к таким режимам течения и теплообмена.

Определение числа Нуссельта в СКФ вследствие сильной зависимости свойств от температуры является сложной и до конца нерешенной к настоящему времени задачей. Для моделирования критериального уравнения для критерия Нуссельта в СКФ используется два подхода.

В первом подходе производится обобщение критериальных уравнений, полученных для среды с постоянными свойствами. В качестве таковых используются простая эмпирическая формула Нуссельта в форме соотношения Диттуса-Болтера [6]:

$$\mathrm{Nu0} = 0{,}023\mathrm{Re}^{0,4}\,\mathrm{Pr}^{0,8}, \tag{1.2.4}$$

либо теоретически обоснованные уравнения С. Гниелинского [11]

$$\mathrm{Nu0} = \frac{(\xi/8)(\mathrm{Re}-1000)\mathrm{Pr}}{1+12{,}7\sqrt{\xi/8}\left(\mathrm{Pr}^{2/3}-1\right)}, \tag{1.2.5}$$

либо Б.С. Петухова и В.В. Кириллова [80]

$$\mathrm{Nu0} = \frac{(\xi/8)\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}{1+3{,}4\xi+\left(11{,}7+1{,}8\mathrm{Pr}^{-1/3}\right)\sqrt{\xi/8}\left(\mathrm{Pr}^{2/3}-1\right)} \tag{1.2.6}$$

для теплоотдачи при турбулентном течении в трубах. Соотношение (1.2.4), являясь чисто эмпирическим, имеет погрешность до 40% при больших числах Рейнольдса и в газах [8]. Несмотря на это, вследствие простоты построения уравнения по экспериментальным данным аппроксимации в форме (1.2.4) широко используются, но для конкретных веществ имеются отличия в численных коэффициентах. Уравнение (1.2.5) имеет погрешность 6–8%, а (1.2.6) около 1–2% [8], однако ввиду сложности их обобщения они применяются значительно реже.

Из анализа в рамках теории подобия следует, что число Нуссельта должно зависеть не только от средней температуры потока СКФ, но и от температуры стенки $T_{\text{ст}}$, что обычно учитывается критериальным соотношением, обобщающим (1.2.4) [6, 8]

$$\mathrm{Nu}(T,P) = A\mathrm{Pr}^{n}(T,P)\,\mathrm{Re}^{m}(T,P)\left(\frac{\mu}{\mu_{\text{ст}}}\right)^{n_\mu}\left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{ст}}}\right)^{n_\lambda}\left(\frac{c_P}{c_{P.\text{ст}}}\right)^{n_c}\left(\frac{\rho}{\rho_{\text{ст}}}\right)^{n_\lambda},$$

причем входящие в эту формулу числовые параметры зависят от природы СКФ и температурного интервала.

В соответствии с требованием предельного соответствия среде с постоянными свойствами число Нуссельта в среде с переменными свойствами записывается в виде

$$\mathrm{Nu}(T,P) = \mathrm{Nu0}(T,P)\varphi(T,T_{\text{ст}}), \tag{1.2.7}$$

где $T_{\text{ст}}$ – температура стенки трубки.

Так, Е.А. Краснощеков и В.С. Протопопов [81–83] предложили эмпирическую зависимость вида (1.2.7) с функцией

$$\varphi(T,T_{\text{ст}}) = \left(\frac{\mu}{\mu_{\text{ст}}}\right)^{0,11}\left(\frac{\lambda_{\text{ст}}}{\lambda}\right)^{0,33}\left(\frac{\overline{c}_P}{c_P}\right)^{0,35}. \quad (1.2.8)$$

Здесь $\overline{c}_P = \dfrac{h_{\text{ст}} - h}{T_{\text{ст}} - T}$ – средняя интегральная теплоемкость СКФ между предельными температурами в сечении потока.

Дж. Джексон и У. Холл [84] на основе полуэмпирических моделей предложили критериальное уравнение с переменным показателем степени

$$\mathrm{Nu} = 0,0183\,\mathrm{Re}^{0,82}\,\mathrm{Pr}^{0,5}\left(\frac{\rho_{\text{ст}}}{\rho}\right)^{0,3}\left(\frac{\overline{c}_P}{c_P}\right)^{n},$$

$$n = \begin{cases} 0,4 + 0,2\left(\dfrac{T_{\text{ст}}}{T_{pc}} - 1\right), & T < T_{pc} < T_{\text{ст}}; \\ 0,4 + 0,2\left(\dfrac{T_{\text{ст}}}{T_{pc}} - 1\right)\left[1 - 5\left(\dfrac{T}{T_{pc}} - 1\right)\right], & T_{pc} < T < 1,2T_{pc}; \\ 0,4, \quad \left[\begin{array}{l} T < T_{\text{ст}} < T_{pc} \\ 1,2T_{pc} < T < T_{\text{ст}}. \end{array}\right. \end{cases} \quad (1.2.9)$$

Соотношения типа (1.2.7), хорошо зарекомендовавшие себя в потоке газа с постоянной теплоемкостью, обычно плохо выполняются в псевдокритической области. Более того, критериальные соотношения различаются для режимов нагрева и охлаждения СКФ [8].

Более обоснованным представляется вместо формулы (1.2.4) использовать формулы С. Гниелинского (1.2.5) или Б.С. Петухова и В.В. Кириллова (1.2.6) для теплоотдачи при турбулентном течении в трубах.

Н.Е. Петров и В.Н. Попов [85] на основе численных исследований предложили модификацию формулы Б.С. Петухова и В.В. Кириллова в виде

$$\mathrm{Nu} = \frac{(\xi/8)\mathrm{Re}\,\overline{\mathrm{Pr}}}{1,07 + 12,7\sqrt{\dfrac{\xi}{8}}\left[\overline{\mathrm{Pr}}^{2/3}\sqrt{\dfrac{\rho_{\text{ст}}}{\rho}}\left(1 - 0,9\sqrt{\dfrac{|\xi_i|}{\xi}}\right) - \left(1 - \sqrt{\dfrac{|\xi_i|}{\xi}}\right)\right]}, \quad (1.2.10)$$

где

$$\frac{\xi}{\xi_0} = \left(\frac{\mu_{\text{ст}}}{\mu}\right)^{1/4} + 0,17\left(\frac{\rho_{\text{ст}}}{\rho}\right)^{1/3}\frac{|\xi_i|}{\xi}, \quad \xi_i = -\frac{4D}{\rho}\frac{d\rho}{dx}, \quad \overline{\mathrm{Pr}} = \frac{\mu\overline{c}_P}{\lambda},$$

а ξ_0 определяется формулой Г.К. Филоненко. Формула (1.2.10) удовлетворяет условию предельного согласования, но включает в себя продольный градиент плотности, который не определяется локальным состоянием среды.

Варианты модификации формулы С. Гниелинского, не содержащие нелокальных параметров, были предложены С.Х. Юном с соавторами [86] для диаметра трубы 8 мм и давления 7,5–9 МПа

$$\mathrm{Nu}=1{,}38\left(\frac{\rho_{\text{ст}}}{\rho}\right)^{0{,}33}\left(\frac{\bar{c}_P}{c_P}\right)^{0{,}86}\frac{\left(\xi_{\text{ст}}/8\right)\left(\mathrm{Re}_{\text{ст}}-1000\right)\mathrm{Pr}_{\text{ст}}}{1{,}07+12{,}7\sqrt{\xi_{\text{ст}}/8}\left(\mathrm{Pr}_{\text{ст}}^{2/3}-1\right)} \qquad (1.2.11)$$

и С. Дангом и Е. Хихарой [87] для диаметров трубы 1–6 мм и давления 8–10 МПа

$$\mathrm{Nu}=\frac{\left(\xi_{\text{ст}}/8\right)\left(\mathrm{Re}-1000\right)\mathrm{Pr}}{1{,}07+12{,}7\sqrt{\xi_{\text{ст}}/8}\left(\mathrm{Pr}^{2/3}-1\right)}, \qquad (1.2.12)$$

где

$$\mathrm{Pr}=\begin{cases}\mathrm{Pr}, & \dfrac{\bar{c}_P}{c_P}\le 1;\\[2mm] \dfrac{\mu\bar{c}_P}{\lambda}, & \dfrac{\bar{c}_P}{c_P}>1, \quad \dfrac{\mu}{\mu_{\text{ст}}}\dfrac{\lambda_{\text{ст}}}{\lambda}\ge 1;\\[2mm] \dfrac{\mu_{\text{ст}}\bar{c}_P}{\lambda_{\text{ст}}}, & \dfrac{\bar{c}_P}{c_P}>1, \quad \dfrac{\mu}{\mu_{\text{ст}}}\dfrac{\lambda_{\text{ст}}}{\lambda}<1.\end{cases}$$

Эти формулы отличаются от модификации (1.2.7–1.2.9), но также удовлетворяют предельному согласованию.

Несмотря на предельную согласованность этих формул, расчет по ним обнаруживает заметное расхождение с конкретными экспериментальными результатами, что побудило различных авторов к использованию другого подхода – разработке частных формул, применимых в ограниченной области изменения параметров для конкретных СКФ.

Так, С.Х. Юном с соавт. [86] предложена формула для CO_2-СКФ в около критической области вида

$$\mathrm{Nu}=\begin{cases}0{,}013\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}^{-0{,}05}\left(\dfrac{\rho_{\text{ст}}}{\rho}\right)^{1{,}6}, & T<T_{pc};\\[2mm] 0{,}14\,\mathrm{Re}^{0{,}69}\,\mathrm{Pr}^{0{,}66}, & T>T_{pc}.\end{cases} \qquad (1.2.13)$$

З. Лиу с соавт. [66] для CO_2-СКФ, охлаждаемого в большой трубе, получили уравнение

$$\mathrm{Nu}=0{,}01\,\mathrm{Re}_{\text{ст}}^{0{,}9}\,\mathrm{Pr}_{\text{ст}}^{0{,}5}\left(\frac{\rho_{\text{ст}}}{\rho}\right)^{0{,}906}\left(\frac{c_P}{c_{P.\text{ст}}}\right)^{0{,}585}. \qquad (1.2.14)$$

С.М. Лиао и Т.С. Жао [67] для CO_2-СКФ в мини-трубах нашли зависимость, учитывающую гравитационные эффекты

$$\mathrm{Nu} = 0{,}124\,\mathrm{Re}^{0{,}8}\,\mathrm{Pr}^{0{,}4}\left(\frac{\rho_{\text{ст}}}{\rho}\right)^{0{,}842}\left(\frac{\mathrm{Gr}^*}{\mathrm{Re}^2}\right)^{0{,}203}\left(\frac{\bar{c}_P}{c_P}\right)^{0{,}384},$$
$$\mathrm{Gr}^* = \frac{gD^3\rho\left(\rho-\rho_{\text{ст}}\right)}{\mu^2}. \tag{1.2.15}$$

Дж.Д. Джексон и Дж. Фьюстер [88] на основе теоретического анализа предложили формулу

$$\mathrm{Nu} = 0{,}0183\,\mathrm{Re}^{0{,}82}\left(\frac{\rho_{\text{ст}}}{\rho}\right)^{0{,}3}\left(\frac{\bar{c}_P\mu}{\lambda}\right)^{0{,}5}. \tag{1.2.16}$$

С. Ванг и Х. Ли [62] для широкого интервала изменения теплоемкости разработали корреляцию

$$\mathrm{Nu} = 0{,}0064\,\mathrm{Re}^{0{,}89765}\left(\frac{\bar{c}_P\mu}{\lambda}\right)^{0{,}68625}\left(\frac{\rho_{\text{ст}}}{\rho}\right)^{0{,}31142}\left(\frac{\lambda_{\text{ст}}}{\lambda}\right)^{0{,}26185}. \tag{1.2.17}$$

Х. Ченг с соавт. [57] для N_2-СКФ получили выражение:

$$\mathrm{Nu} = 0{,}023\,\mathrm{Re}^{0{,}9306}\,\mathrm{Pr}^{1{,}3873}\left(\frac{\mu_{\text{ст}}}{\mu}\right)^{0{,}8709}. \tag{1.2.18}$$

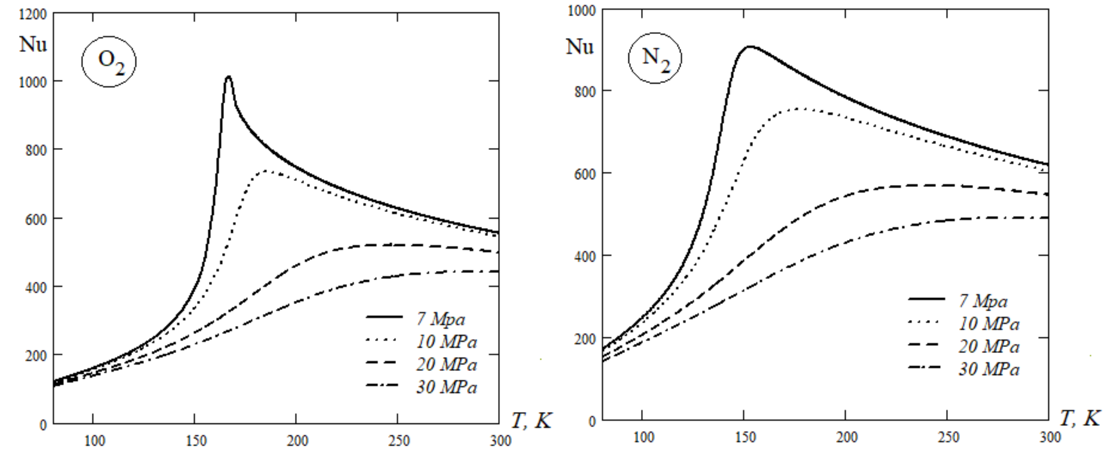
В качестве сравнения при анализе экспериментальных данных также часто привлекается корреляция С.Х. Сона и С.Дж. Парка [79]

$$\mathrm{Nu} = \begin{cases} \mathrm{Re}^{0{,}35}\,\mathrm{Pr}^{1{,}9}\left(\dfrac{\rho_{\text{ст}}}{\rho}\right)^{1{,}6}\left(\dfrac{c_{P.\text{ст}}}{c_P}\right)^{3{,}4}, & T < T_{pc}; \\ \mathrm{Re}^{0{,}55}\,\mathrm{Pr}^{0{,}23}\left(\dfrac{c_P}{c_{P.\text{ст}}}\right)^{0{,}15}, & T > T_{pc}. \end{cases} \tag{1.2.19}$$

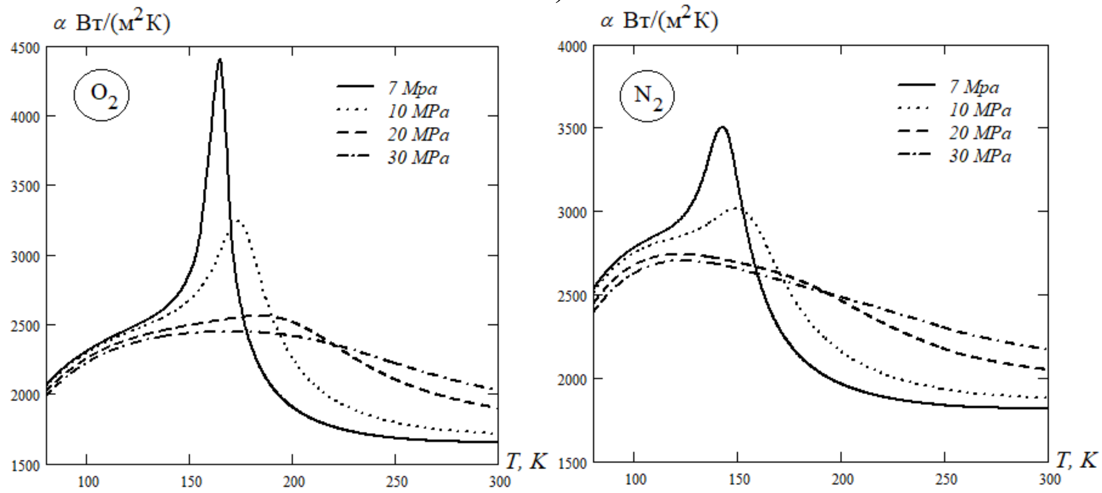
Число таких соотношений весьма велико даже для одного типа СКФ [52–55].

С другой стороны, в монографиях [6–11] отмечается, что в аномальном режиме не существует универсальной зависимости, и расчетное выражение для числа Нуссельта или коэффициента теплоотдачи должно строится на основе опытных данных для конкретного СКФ.

На рис. 1.9а приведены температурные зависимости числа Нуссельта для СКФ – кислорода и азота, рассчитанные по соотношению (1.2.4), а на рис. 1.9б – температурные зависимости соответствующего коэффициента теплоотдачи. Температурная зависимость коэффициента теплоотдачи даже при использовании формулы (1.2.4) (рис. 1.9б) обнаруживает характерный максимум, обусловленный максимумом теплоемкости, но уровень значений коэффициента теплоотдачи занижен по сравнению с наблюдаемым в эксперименте.



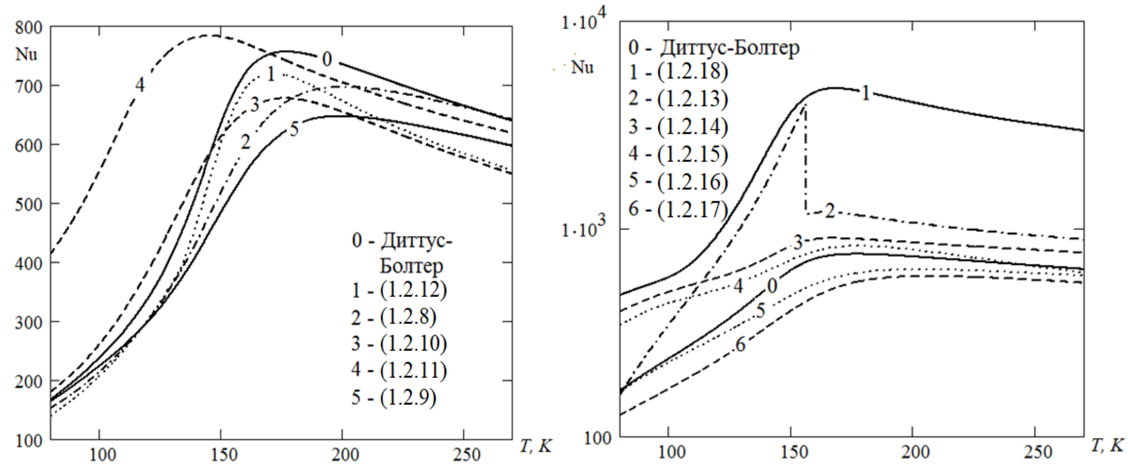
а)



б)

Рис. 1.9. Температурная зависимость числа Нуссельта (а) и коэффициента теплоотдачи (б) для СКФ по формуле Диттуса-Болтера

Температурные зависимости числа Нуссельта по критериальным уравнениям (1.2.7–18) в сравнении с формулой (1.2.4) при одинаковых параметрах приведены на рис. 1.10.



а) б)

Рис. 1.10. Температурные зависимости числа Нуссельта в СКФ-азоте при давлении 8 МПа для температурного фактора 50 К и различных аппроксимаций критериального отношения, предлагаемых в литературе

На рис. 1.10а приведены зависимости, согласующиеся с асимптотическими формулами (1.2.4–6). Большинство зависимостей, за исключением корреляции Юна (1.2.11), сходятся в низкотемпературной области. Их разброс в высокотемпературном пределе связан с отмечавшейся неточностью формулы Диттуса-Болтера (1.2.4) при больших числах Рейнольдса. В переходной области формулы дают заметный разброс предсказываемых значений числа Нуссельта.

На рис. 10б изображены критериальные зависимости частного характера без привязки к асимптотическому поведению, полученные для конкретных веществ и экспериментальных условий. Как видно, здесь разброс значений намного больше и не является регулярным.

Отдельно следует рассмотреть вопрос о скачке давления в СКФ. Помимо гидродинамического сопротивления, обусловленного вязким торможением, в него дают вклад скачок давления, необходимый для разгона СКФ при уменьшении его плотности, а в вертикальных трубах – преодоление силы тяжести. Экспериментально гидродинамическое трение выделяется путем вычитания из наблюдаемого падения давления двух последних эффектов, определяемых расчетно, и сравнивается с формулой Г.К. Филоненко [66, 79, 85, 86, 89]. В результате установлено следующее:

– получаемая величина скачка может согласовываться с формулой Филоненко, либо отличаться от нее до двух раз. Однако этот результат не очень надежен ввиду сложности регистрации малых изменений давления в потоке СКФ.

– абсолютная величина скачка (около нескольких килопаскалей) в тысячу раз меньше рабочего давления в СКФ (измеряемого мегапаскалями). Поэтому имеющаяся неоднородность давления практически не влияет ни на какие физические свойства СКФ-потока.

1.3 Численное моделирование теплопереноса в СКФ-потоке

К настоящему времени разработано большое число моделей турбулентности различной степени сложности, апробированных на большом числе задач [90, 91]. Однако их надежное использование в случае СКФ-потока не является очевидным, и в настоящее время активно исследуется различными научными группами, последние результаты работы которых приведены в [59, 64, 65, 68, 69, 78, 92–104].

В простейших моделях не используется дополнительных уравнений, а эффект турбулентности учитывается использованием эффективной вязкости и теплопроводности. Такие модели применяются к СКФ для многофазных сред [94], для которых другие модели мало приспособлены.

Следующими по сложности являются модели с дополнительным алгебраическим уравнением, описывающим турбулентную вязкость. Их недостатком является использование явной зависимости от координаты до стенки в алгебраическом уравнении и зависимость последнего от типа потока. Вместе с тем, удачный подбор этой зависимости в работе [92] позволил получить лучшее согласие с конкретным экспериментом [93], чем результат использования низкоренольдсовской k-ε модели. Однако этот результат не может быть непосредственно обобщен на другие экспериментальные условия.

Модели с одним дополнительным дифференциальным уравнением относительно «высокорейнольдсовой» турбулентной вязкости (например, Спаларта-Аллмареса) содержат в качестве линейного масштаба турбулентности расстояние до стенки и являются одними из наиболее широко используемых моделей турбулентности. Однако для СКФ-потоков они практически не используются.

В *k-ε* модели турбулентности записываются два дополнительных уравнения для расчета кинетической энергии турбулентности *k* и скорости диссипации кинетической энергии *ε*. Стандартная модель не приспособлена к расчету течения вблизи стенки, где локальное число Рейнольдса мало, поэтому для расчета скорости у стенки в RNG-модели используются специальные предустановленные пристеночные функции (EWF). Благодаря быстрой сходимости и относительно низким требованиям к объему памяти *k-ε* модель очень популярна при решении промышленных задач. Она не очень точна при моделировании течений с положительным градиентом давления, струйных течений и течений в области с сильно искривленной геометрией. В работе [104] для течения в оребренной трубе сравнивалась RNG-модель с моделями Realizable и SST (рис. 1.11) и найдено, что эта модель обладает лучшей точностью.

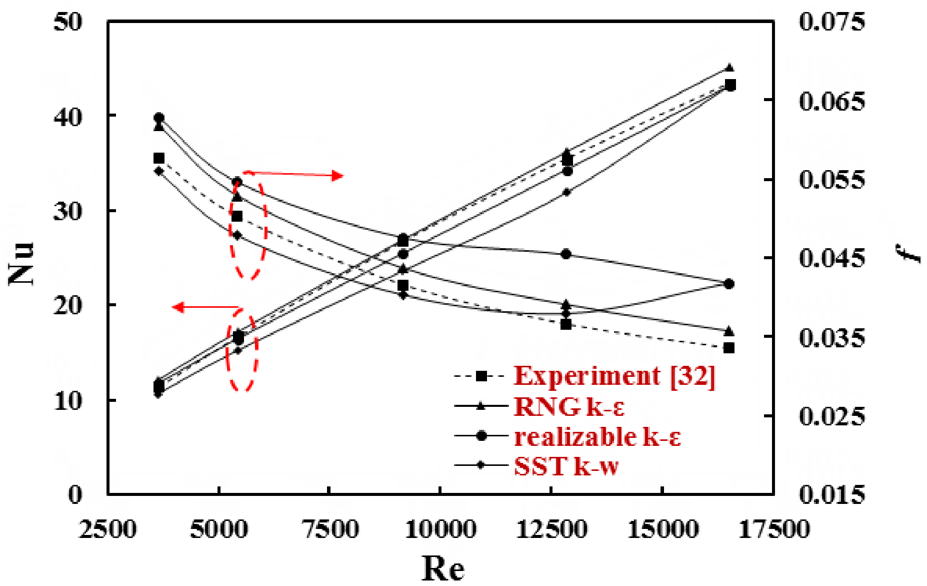


Рис. 1.11. Тестирование различных моделей в работе [104]

В [65] использовалась RNG-модель для расчета различия теплообмена на верхней и нижней поверхностях горизонтальной трубы. Число ячеек составило 1,4 млн при длине трубы 2 м. Было установлено, что при малом гравитационном эффекте численные результаты хорошо согласуются с экспериментом, но при увеличении гравиинерциального эффекта наблюдается существенное расхождение на верхней поверхности трубы.

В работе [102] использовалась модель со стандартными пристеночными функциями пакета ANSYS FLUENT для СКФ-CO_2-потока. Число узлов составило около 2 млн при длине трубы 1 м. При сравнении с экспериментом наблюдалось качественное согласие по коэффициенту теплоотдачи, но в количественном отношении имелись заметные различия.

В продвинутом варианте этого подхода используется пристеночная обработка (EWT), приближающая модель к результатам использования *k*-*ω* модели. При этом требования к плотности расчетной сетки вне пристеночной области остаются такими же, что и у стандартной модели. По этой причине EWT *k*-*ε* модели широко применяются при расчете СКФ-потоков и хорошо апробированы для этой задачи [68, 96]. Так, в работе [96] эта модель использована для описания противоточного теплообмена между СКФ-метаном и морской водой. Число ячеек сетки составило 1,4 млн при длине трубы 7 м, структура сетки показана на рис. 1.12.

Результаты расчета по модели сравнивались в [96] с различными парами корреляций для СКФ и теплоносителя (рис. 1.13) и показали хорошее соответствие по распределению температуры для корреляции сверхкритического метана с корреляцией (1.2.4) для воды.

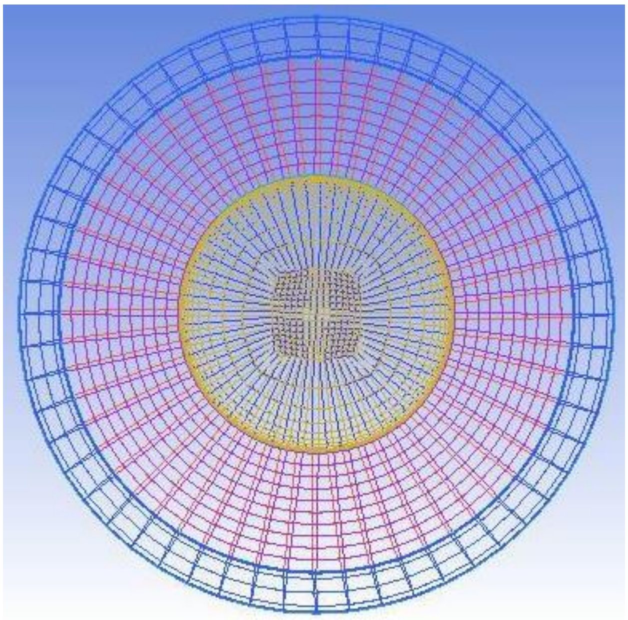


Рис. 1.12. Расчетная сетка для EWT-модели из работы [96]

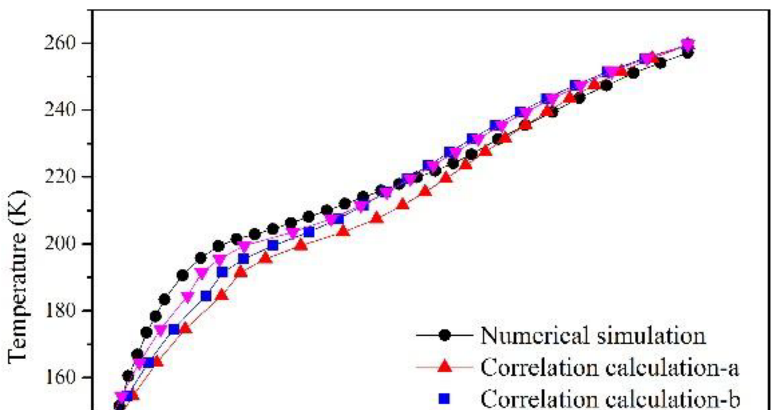


Рис. 1.13. Тестирование EWT- *k*-*ε* модели в работе [96]

В отличие от стандартной k-ε модели в низкорейнольдсовой модификации (LRN) этой модели пристеночные функции не используются, а применяются специальные демпфирующие функции (аналоги функции Ван-Дриста); при этом модель применима ко всей области течения. Данная модель является логическим продолжением стандартной k-ε модели и сохраняет многие ее преимущества, однако для ее реализации, как правило, требуется более плотная расчетная сетка, причем не только в пристеночной области, но везде, где низкорейнольдсовые свойства играют роль и подавляют турбулентность. Наиболее употребительны варианты этой модели – Лаундера и Сарма (LS) и Чьена (CH), которые использовались в работах С. Хе [78] для СКФ-течения в вертикальных мини-трубах. Основной недостаток этих моделей в том, что получается жесткая система уравнений.

Realizable k-ε модель. Данная модель турбулентности имеет следующие существенные отличия по сравнению со стандартной k-ε моделью:

1. введен улучшенный способ расчета турбулентной вязкости;
2. уравнение скорости турбулентной диссипации ε получено из точного уравнения переноса среднеквадратичного пульсационного вихря.

Эта модель удовлетворяет некоторым математическим ограничениям Рейнольдсовых напряжений, которые имеют место в турбулентных течениях.

Непосредственное преимущество Realizable k-ε модели состоит в том, что она более точно предсказывает распределение диссипации плоских и круглых струй. Это также, вероятно, обеспечит более лучшее предсказание вращающихся потоков, пограничных слоев, подверженных сильным градиентам давления, отрывных течений и рециркуляционных потоков.

У Realizable k-ε модели турбулентности существует недостаток, который заключается в том, что она завышает или занижает турбулентную вязкость потока, когда вычислительная область содержит одновременно вращающиеся и неподвижные области (т.е. при использовании множественных систем координат или скользящих сеток).

Данная модель применялась З. Денгом [95] для моделирования теплообмена в СКФ-потоках по двум каналам сложной геометрии. Схема сетки показана на рис. 1.14, число узлов составило 1,7 млн на длине 40 см.

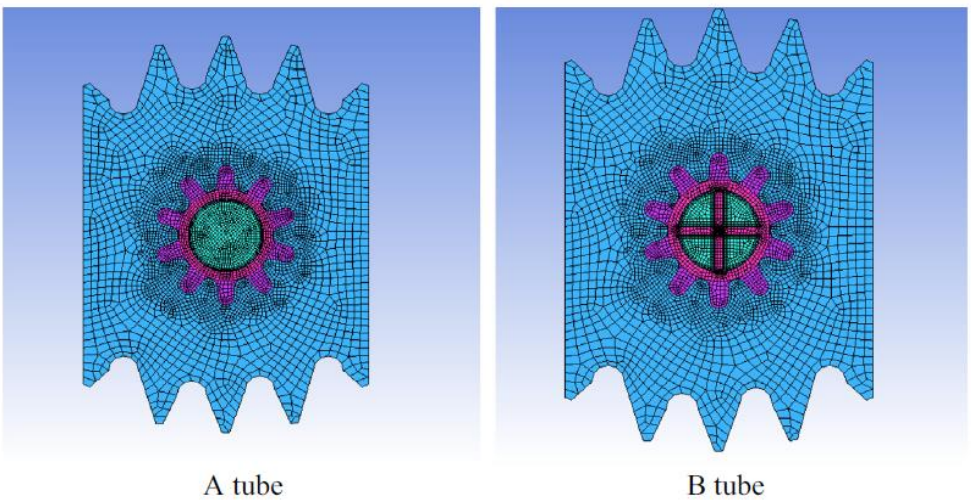


Рис. 1.14. Сетка Realizable k-ε, использованная в работе [95]

Сравнение с экспериментом (рис. 1.15) показало качественное согласие по температуре стенки и коэффициенту теплоотдачи, но количественно результаты заметно отличаются.

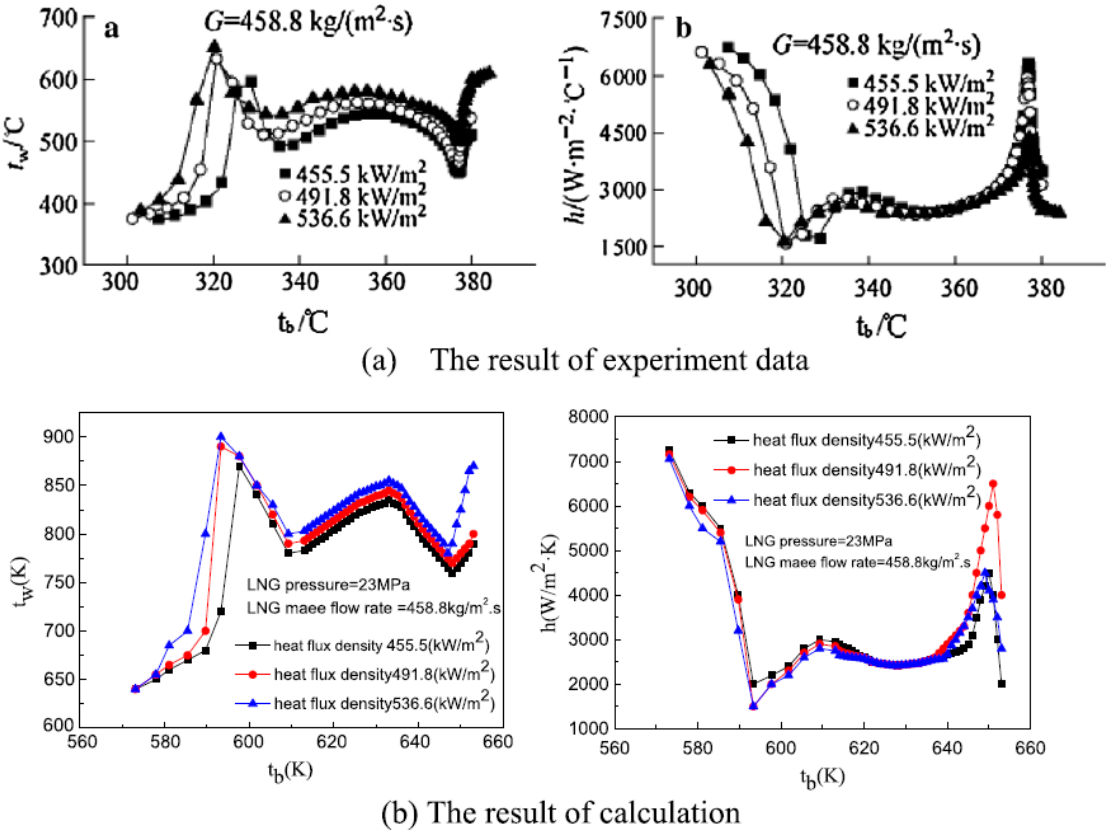


Рис. 1.15. Тестирование Realizable k-ε модели в работе [95]

Модель k-ω похожа на k-ε, только в ней решается уравнение для удельной скорости диссипации кинетической энергии ω. Эта модель относится к низкорейнольдсовым, но она также может быть использована совместно с пристеночными функциями. Она отличается более высокой степенью нелинейности, а потому хуже сходится, чем стандартная k-ε модель, а кроме того, достаточно чувствительна к начальному приближению. Использование k-ω модели дает хорошие результаты в тех задачах, где k-ε модель недостаточно точна, например, при моделировании внутренних течений, течений по сильно искривленным каналам, отрывных и струйных течений. Кроме того, эта модель требует очень подробной сетки в ламинарном подслое и переходном слое, что ограничивает вычислительные возможности модели. В итоге данная модель практически не используется для СКФ-потоков.

SST-модель представляет собой комбинацию k-ε и k-ω моделей турбулентности: для расчета течения в свободном потоке используются уравнения k-ε модели, а в области вблизи стенок — уравнения k-ω модели. Это низкорейнольдсовая модель, которая стала своего рода стандартом для инженерных приложений. Требования к плотности сетки здесь те же, что и у k-ω модели и низкорейнольдсовой k-ε модели, однако эта модель лишена некоторых недостатков исходных k-ω и k-ε моделей. Исследования показывают [99, 100], что эта модель может быть полезной для оребренных труб, и достаточно широко используется для расчета теплоотдачи в СКФ-потоках [59, 69, 98–101].

З. Янг с соавт. [99] использовали SST-модель для моделирования теплообмена в СКФ-CO_2-потоке в оребренной трубе при постоянном потоке тепла через поверхность теплообмена. Сетка на длине 0,5 м содержала 10÷15 млн узлов, схема сетки показана на рис. 1.16. Моделирование осуществлялось по секциям с общей длиной 2 м, выходное распределение температуры и скорости предыдущей секции служило граничным условием в следующей секции.

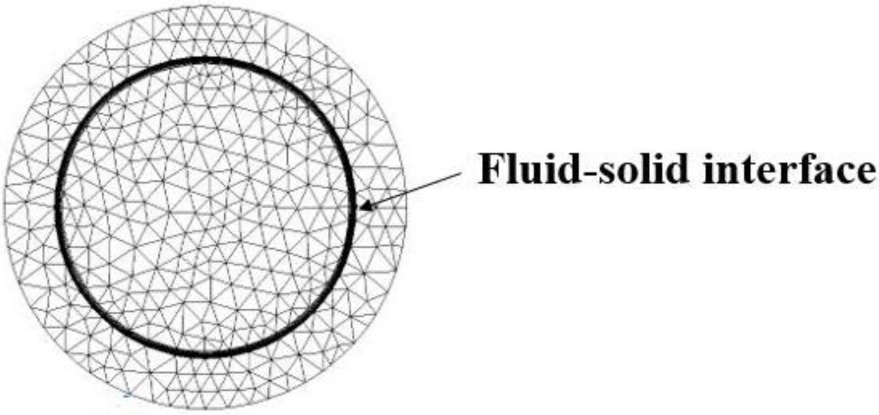


Рис. 1.16. Сетка в SST-модели из работы [99]

Результаты тестирования (рис. 1.17) обнаружили чувствительность к числу узлов, и в средней части имелось заметное расхождение с экспериментом, которое авторы связывали с влиянием гравитационных эффектов.

В работе [69] использовался аксиально-симметричный вариант SST-модели, на длине 0,28 м сетка содержала 150 тыс. узлов (что эквивалентно 4,5 млн узлов в трехмерной задаче). Сравнение с экспериментом по коэффициенту теплоотдачи показало разброс ±35%.

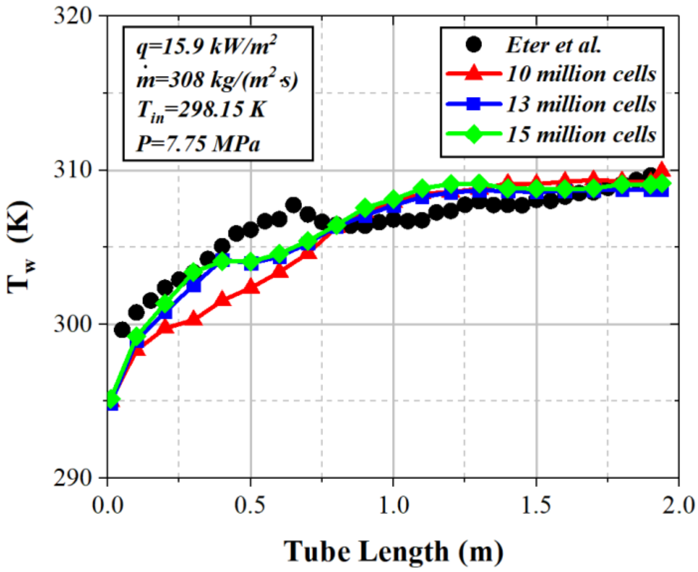


Рис. 1.17. Тестирование SST-модели в работе [99]

В работе [59] в рамках SST-модели исследовалась теплоотдача от СКФ-воды в вертикальной трубе при однородном и неоднородном нагреве. Сетка содержала 4,6 млн ячеек на длине 2 м. Один цикл расчета требовал 8000 итераций и на 25-ядерном процессоре с 128 ГБ памяти расчет продолжался 15 часов. Сравнение результатов с экспериментом показало плохое соответствие в области с ухудшенной теплоотдачей.

В работе [101] модель SST- k-ω применялась с EWT-обработкой у стенки, моделировался СКФ-азот в микроканалах, на длине 0,52 м число ячеек сетки составило 2,6 млн. Результаты согласуются с экспериментом с точностью ±10%.

На основе проведенного анализа можно сделать вывод, что ряд моделей турбулентности показывают приемлемую с практической точки зрения точность расчета теплообмена в СКФ-потоке, но для расчета в протяженных теплообменниках наиболее подходит k-ε модель с EWT-обработкой, которая наименее критична к плотности сетки (соответственно, экономична по времени счета) и характеризуется хорошей точностью.

1.4 Моделирование и оптимизация сверхкритических теплообменников-газификаторов

Реальные промышленные конструкции газификаторов имеют достаточно длинные теплообменники и сложную геометрию, поэтому их расчет в рамках рассмотренных выше моделей практически неосуществим. Для этой задачи целесообразно использование упрощенных одномерных моделей теплообмена. Моделирование теплообмена в газификаторах в рамках одномерного уравнения переноса и на его основе оптимизация и дизайн конструкции и режимов работы газификаторов в настоящее время активно исследуется [29–33, 71, 76, 95, 96, 103–109].

Система одномерных уравнений стационарного переноса в газификаторах открытого типа, использующих нагрев СКФ внешней средой (морской водой) с учетом обледенения, была сформулирована в работах [29–33, 95]. Рассматривался теплообмен между тремя потоками, схема которых представлена на рис. 1.18.

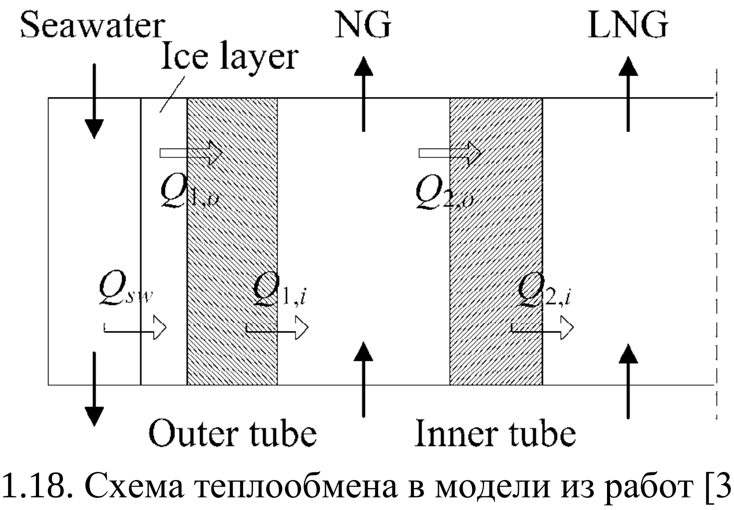


Рис. 1.18. Схема теплообмена в модели из работ [31, 32]

Предложенная модель состоит из дискретизированных уравнений, полученных из энергетического баланса теплоотдачи в трубе, включающего в себя: (1) повышение энтальпии воды, равное конвективной передаче тепла от воды к наружной поверхности слоя льда, передача тепла теплопроводностью через слой льда, конвективная теплоотдача от внутренней поверхности наружной трубы к g-СКФ в кольцевом канале; (2) изменения энтальпий g-СКФ и l-СКФ, протекающих в кольцевом канале и внутри внутренней трубки соответственно равны сумме скоростей теплопередачи через его границы; (3) тепловой поток, передаваемый от g-СКФ к стенке внутренней трубы, равен тепловому потоку от стенки внутренней трубы к l-СКФ. Предлагаемые дискретизированные уравнения выражаются следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{m}_{sw}\dfrac{h_{sw}^2-h_{sw}^1}{\Delta z}=\pi\left(d_{1,o}+2b\right)\alpha_{sw}^1\left(T_{sw}^1-T_0^1\right) \\ \pi\left(d_{1,o}+2b\right)\alpha_{sw}^1\left(T_{sw}^1-T_0^1\right)=\dfrac{2\pi k\left(T_0^1-T_1^1\right)}{\ln\left(1+2b/d_{1,o}\right)} \\ \pi\left(d_{1,o}+2b\right)\alpha_{sw}^1\left(T_{sw}^1-T_0^1\right)=\pi d_{1,i}\alpha_{1,i}^1\left(T_1^1-T_g^1\right) \\ \dot{m}_g\dfrac{h_g^2-h_g^1}{\Delta z}=\pi d_{1,i}\alpha_{1,i}^1\left(T_1^1-T_g^1\right)-\pi d_{2,o}\alpha_{2,o}^1\left(T_g^1-T_2^1\right) \\ \pi d_{2,o}\alpha_{2,o}^1\left(T_g^1-T_2^1\right)=\pi d_{2,i}\alpha_{2,i}^1\left(T_2^1-T_l^1\right) \\ \dot{m}_l\dfrac{h_l^2-h_l^1}{\Delta z}=\pi d_{2,i}\alpha_{2,i}^1\left(T_2^1-T_l^1\right) \end{cases} \qquad (1.4.1)$$

Здесь h_{sw} – удельная энтальпия морской воды, $h_{g,l}$ – удельные энтальпии потоков СКФ, $\dot{m}_x$ – массовые расходы потоков, α_x – коэффициенты теплоотдачи, T_x – температуры потоков и стенок, b – толщина слоя обледенения, d_x – диаметры труб, k – теплопроводность льда.

Следует отметить, что при записи уравнений (1.4.1) использована аппроксимация производной первого порядка точности, в результате система (1.4.1) в целом имеет такой же порядок точности, что требует для расчета малого шага дискретизации Δz.

Также при записи уравнений теплопереноса пренебрегалось тепловым сопротивлением стенок трубок. Это приближение, возможно, допустимо для алюминиевых труб с высокой теплопроводностью, но в общем случае является некорректным.

Выражения для коэффициентов теплоотдачи выбирались на основе критериальных уравнений, взятых из литературных источников по экспериментальному изучению теплоотдачи в потоках соответствующих веществ. Такой подход нельзя считать вполне удовлетворительным, поскольку:

– экспериментальные условия могут существенно отличаться от условий промышленной установки;

– даже в одном эксперименте с одним веществом ошибка критериального уравнения достигает 20%;

– температуры, измеряемые в эксперименте, могут не совпадать с температурами, на которых определена система (1.4.1).

Также, граничные условия для системы уравнений (1.4.1) ставятся на разных концах трубы, а сама система нелинейная, так как от температур потоков и стенок зависят коэффициенты теплоотдачи и энтальпии потоков. Поэтому решение системы не может быть получено прогонкой и требует применения соответствующих методов решения.

Наконец, система уравнений (1.4.1) является стационарной и ориентирована на газификаторы открытого типа, тогда как в газификаторах закрытого типа часто имеют место нестационарные условия теплообмена, и схема тепломассопереноса отличается от представленной на рис. 1.18.

Исследование системы (1.4.1) в сравнении с опытными данными проводилось в работах [31–33, 95]. На рис. 1.19 приведен пример такого сравнения из работы [33]. Согласие, в рамках указанных выше недостатков, можно считать удовлетворительным.

На рис. 1.20 приведен пример расчета толщины обледенения для двух типов установок на основе модели (1.4.1) из работы [31]. Полученный результат также качественно согласуется с наблюдениями, количественное сопоставление провести сложно ввиду трудности измерения толщины слоя обледенения.

Для корректного построения рабочей модели необходимо использование критериальных уравнений, достоверно учитывающих влияние факторов процесса теплообмена, а также введение корректирующих коэффициентов, позволяющих на основе опорных экспериментов настроить модель под конкретную установку методом параметрической идентификации [110] с использованием соответствующих численных алгоритмов [111].

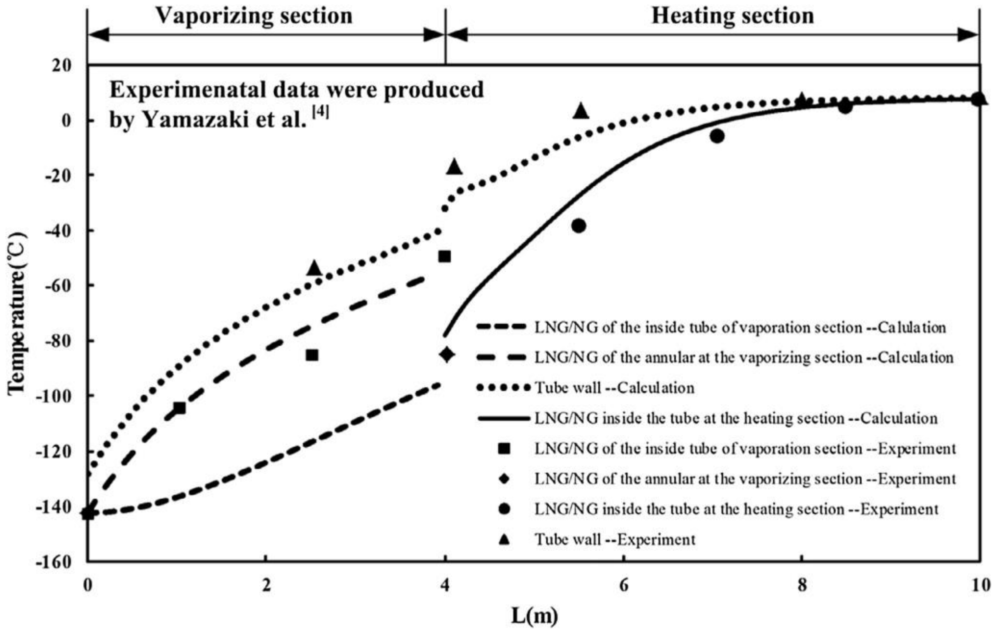


Рис. 1.19. Рассчитанные температурные профили в сравнении с опытными данными по работе [33]

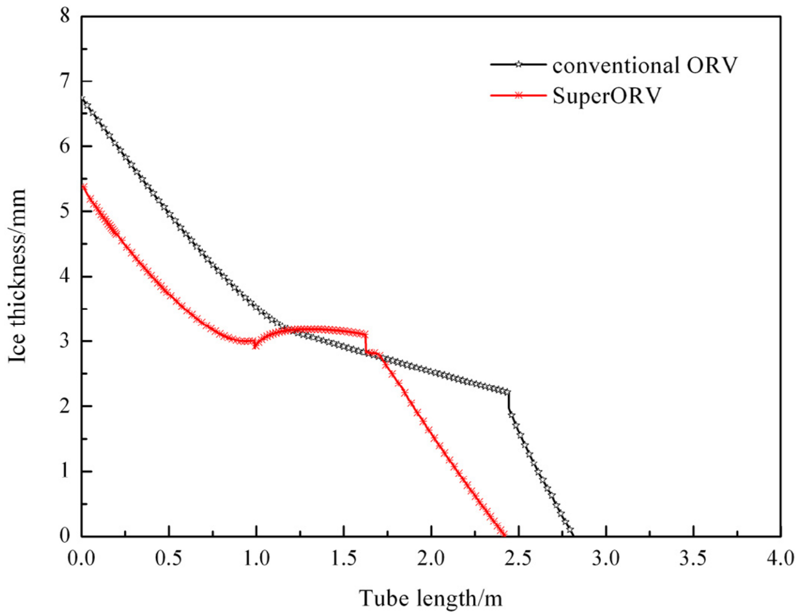


Рис. 1.20. Рассчитанная толщина обледенения по модели (1.4.1) из данных работы [31]

Оптимизация и дизайн газификационных установок по их конструкции и режиму работы проводились в многочисленных направления: на основе эксергического анализа [71, 103, 104], оптимизации термодинамического цикла [108], площади теплообмена [107], закручивания потока [95], форм оребрения трубы теплообменника [99], повышения тепловой эффективности [96, 105], определения оптимальных условий функционирования [29, 106] и других.

Так, в работе [29] на основе анализа степени оледенения газификатора открытого типа предлагается методика выбора оптимальных параметров его функционирования (рис. 1.21).

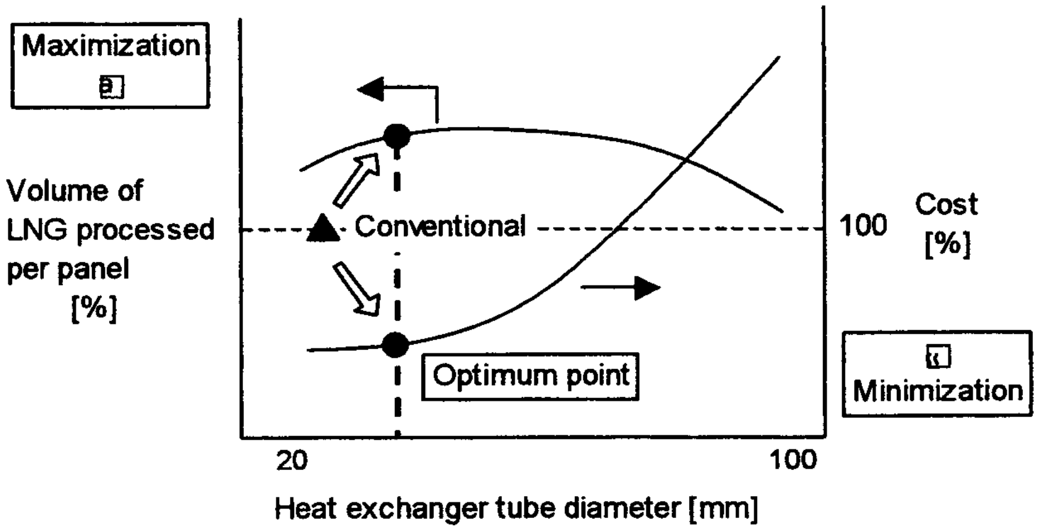


Рис. 1.21. Оптимизация параметров работы теплообменика в работе [29]

Для осуществления этих процедур необходимо, во-первых, иметь корректно идентифицированную модель теплообмена в газификаторе, а во-вторых, определить задачи оптимизации, на основе которых разрабатываются соответствующие методики.

1.5 Выводы по первой главе

1.Проведенное рассмотрение показывает, что имеющиеся модели переноса нуждаются в модификации и обосновании применительно к системе задач переноса с обменом в условиях неоднородности распределения свойств носителей и обледенения обменной поверхности.

2.Необходима разработка средств формального описания комплекса задач переноса с обменом в условиях неоднородности распределения свойств носителей и обледенения обменной поверхности.

3.Имеющиеся алгоритмы конечно-разностного решения комплекса задач переноса и задачи Стефана, а также конечно-элементного моделирования кинетических коэффициентов обмена нуждаются в адаптации при совместном использовании в сопряженной задаче.

4.Применение модели к конкретной теплообменной установке требует разработки и апробации метода ее параметрической идентификации на основе результатов опорных экспериментов. Оптимизация функционирования установки по выходным параметрам нуждается в разработке методики, позволяющей проводить оптимизацию на основе идентифицированной модели.

5. Для реализации разработанных вычислительных алгоритмов моделирования и расчета сверхкритических теплообменных установок закрытого типа, необходимо разработать и создать программный комплекс.

Глава 2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛООБМЕНА В СВЕРХКРИТИЧЕСКОМ ТЕПЛООБМЕННИКЕ [112–114]

2.1 Постановка задачи

Задачу о переносе в двух обменивающихся потоках рассмотрим на примере моделирования теплообмена в сверхкритической теплообменной установке (СКТ). Рассматривается теплофизическая модель СКТ, состоящая из емкости с теплоносителем (ТН), находящейся в окружающей среде (воздух), и трубки с потоком хладагента, находящегося в сверхкритическом состоянии (сверхкритичекий флюид – СКФ) (рис. 2.1). Насосной группой (НГ) создается давление, обеспечивающее требуемый массовый расход СКФ (входной управляемый параметр). На выходе СКФ накапливается в ресивере (Р), поддерживающем сверхкритическое давление в системе (выходной управляемый параметр).

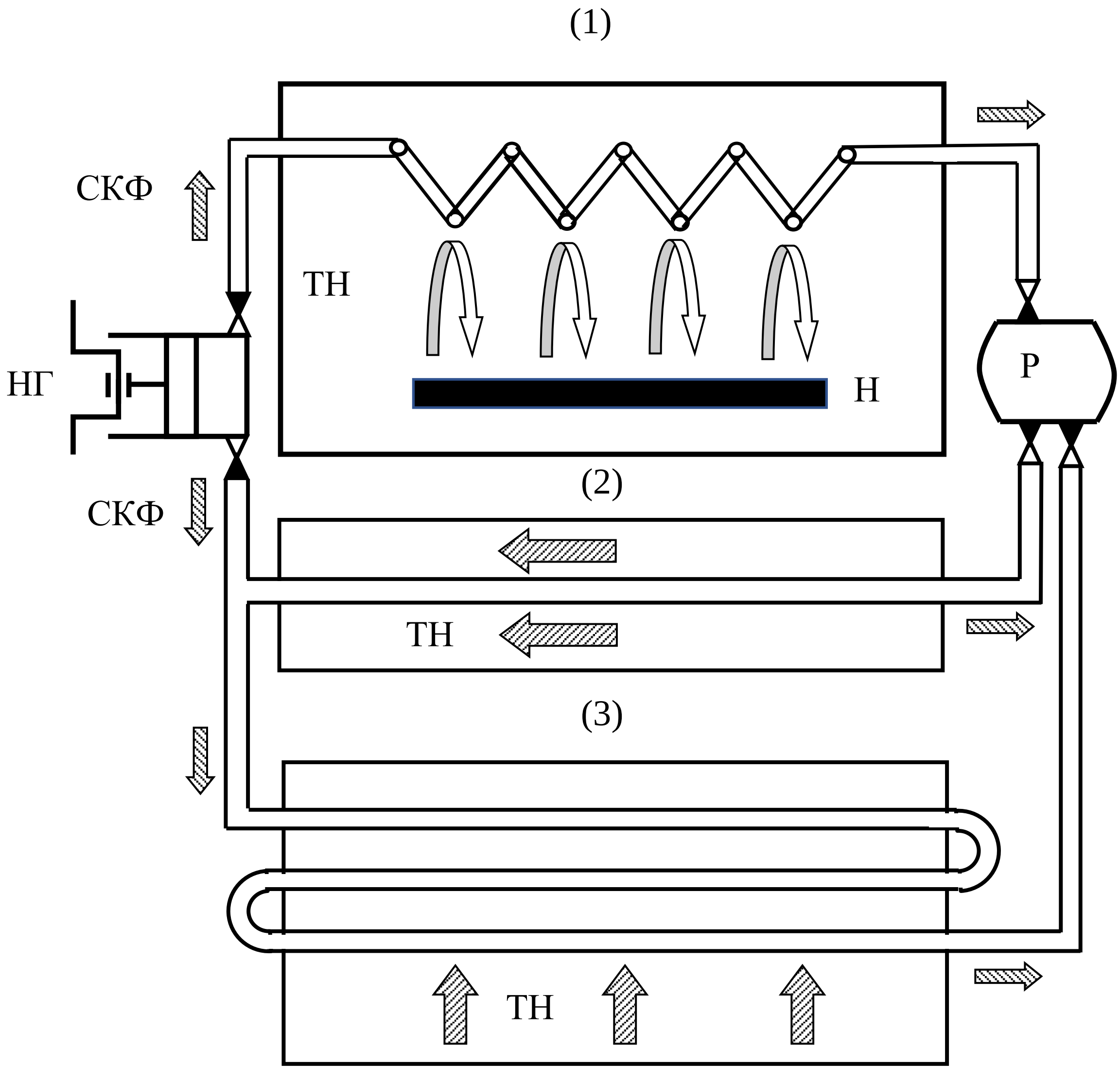


Рис. 2.1. Схемы теплообменника

Рассматриваются три схемы потоков СКФ и ТН (рис. 2.1):

1) Скрещенные потоки СКФ и ТН. Теплоноситель находится в замкнутом объеме и получает тепло от нагревателя (Н). Нагреватель работает в авторегулируемом режиме, в котором рабочая температура теплоносителя поддерживается на постоянном уровне (1а), либо нагреватель работает на максимальной мощности (1б). Поток СКФ – вынужденный, ТН – свободно-конвективный.

2) Противопотоки СКФ и ТН. Теплоноситель прокачивается через теплообменник по противоточной схеме. Если теплоноситель циркулирует в замкнутом цикле, то вне теплообменника имеется нагреватель, возвращающий температуру ТН после теплообмена к исходному значению.

3) Смешанные потоки СКФ и ТН. В этой геометрии потоки СКФ и ТН скрещенные и вынужденные, а теплообмен происходит по противоточной схеме.

Теплофизическая модель включает три процесса теплопереноса:

– теплоперенос в теплоносителе, осуществляемый в свободно-конвективном режиме в замкнутом объеме (схема 1) или в режиме вынужденной конвекции с заданным расходом (схема 2, 3);

– теплоперенос в СКФ, в режиме проточного теплообменника;

– теплоотдача в окружающую среду через стенки емкости, происходящая в свободно-конвективном режиме в неограниченной среде.

Особенностями процесса тепломассопереноса в данной модели являются:

– наличие больших температурных напоров и температурных градиентов в СКФ, вследствие чего пространственно-однородная модель будет неадекватной и необходимо учитывать температурную зависимость теплофизических свойств СКФ;

– сильная зависимость всех теплофизических свойств СКФ (теплоемкости, плотности, теплопроводности, вязкости) от температуры;

– наличие в теплообменнике температур ниже температуры кристаллизации теплоносителя, что приводит к необходимости учета возможности обледенения.

2.2 Формулировка математической модели

Ввиду сложности описания пространственно-неоднородной свободной конвекции и теплопередачи в турбулентном потоке ограничимся для этих процессов приближением коэффициента теплоотдачи, сохранив учет неоднородности в распределении теплофизических характеристик вдоль потока СКФ. Также ввиду высокой скорости потока СКФ будем пренебрегать кондуктивным переносом тепла вдоль потока.

Будем отсчитывать координату x вдоль оси потока СКФ, начиная от входа потока в теплообменник. Обозначим:

$h(x, t)$ – среднемассовая энтальпия СКФ вдоль трубки теплообменника;

$T(x, t)$ – среднемассовая температура СКФ вдоль трубки теплообменника;

T_{ex} – выходная температура СКФ;

T_{in} – входная температура СКФ;

T_w – рабочая температура теплоносителя, предполагаемая фиксированной за счет регулирующей функции нагревателя в режиме 1а, зависящая от времени $T_w(t)$ в режиме 1б, и дополнительно зависящая от координаты $T_w(x, t)$ в режиме 2;

T_g – температура среды, в которой находится теплообменник,

P_{in} – давление СКФ на входе в теплообменник,

P_{ex} – давление СКФ на выходе из теплообменника.

Основные предположения, используемые при формулировке модели:

– пренебрегаем кондуктивным переносом тепла вдоль трубки;

– пренебрегаем разогревом СКФ за счет диссипативных процессов, обусловленных вязкостью;

– в задаче теплопереноса пренебрегаем изменением давления в СКФ-потоке ввиду малости этого изменения и вызываемого им изменения физических свойств по сравнению с абсолютной величиной давления в СКФ.

Для получения консервативной разностной схемы решения рассматриваемой задачи переноса необходимо сформулировать уравнения переноса в дивергентной форме. С этой целью для записи уравнения теплопереноса вдоль потока СКФ рассмотрим осредненное уравнение энергии, которое при сделанных допущениях имеет вид:

$$\frac{\partial(\rho h_л)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho v_x h_л)}{\partial x}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\rho v_r h_л\right)=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda^*\frac{\partial T_л}{\partial r}\right), \qquad (2.2.1)$$

где ρ – зависящая от температуры плотность СКФ,

(v_x, v_r) – локальная скорость СКФ,

λ^* – эффективный коэффициент теплопроводности в турбулентном потоке,

$h_л$ – локальная удельная энтальпия СКФ,

$T_л$ – локальная осредненная температура потока.

Для простоты уравнение (2.2.1) записано в цилиндрической системе координат.

Интегрируя уравнение (2.2.1) по поперечному сечению потока и используя определение кондуктивного теплового потока и условие прилипания, будем иметь

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_{S_1}\rho h_л dS+\frac{\partial}{\partial x}\int\limits_{S_1}\rho v_x h_л dS=q\,. \qquad (2.2.2)$$

Здесь S_1 – площадь поперечного сечения потока СКФ,

q – линейная плотность полного потока тепла через периметр стенки трубки.

Далее, рассмотрим уравнение непрерывности

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\rho v_r\right)=0\,. \qquad (2.2.3)$$

Также интегрируя его по поперечному сечению с использованием условия прилипания, получим

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_{S_1}\rho dS+\frac{\partial}{\partial x}\int\limits_{S_1}\rho v_x dS=0\,. \qquad (2.2.4)$$

Учтем здесь, что в неразветвляющемся потоке величина

$$M_1 = \int_{S_1} \rho v_x dS \tag{2.2.5}$$

представляет собой массовый расход в данном сечении потока, а

$$\bar{\rho} = \frac{1}{S_1} \int_{S_1} \rho dS \tag{2.2.6}$$

– среднюю по сечению плотность СКФ, так что одномерное уравнение непрерывности (2.2.4) примет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(S_1 \bar{\rho}) + \frac{\partial}{\partial x} M_1 = 0\,. \tag{2.2.7}$$

Используем далее определение среднемассовой и средней удельных энтальпий потока:

$$h = \frac{1}{M_1} \int_{S_1} \rho v_x h_{\text{л}} dS; \quad \tilde{h} = \frac{1}{\bar{\rho} S_1} \int_{S_1} \rho h_{\text{л}} dS\,. \tag{2.2.8}$$

Первая из них, при использовании термодинамической зависимости энтальпии от температуры $h_{\text{т}}(T)$, определяет среднемассовую температуру потока *T*, применяемую при описании СКФ-потоков. Вторая аналогичным образом определяет среднюю температуру сечения потока T_m. Тогда с учетом (2.2.8) одномерное уравнение переноса энергии (2.2.4) примет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(S_1 \bar{\rho} \tilde{h}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(M_1 h\right) = q\,. \tag{2.2.9}$$

Таким образом, имеем два уравнения (2.2.7), (2.2.9) для четырех переменных $h, \tilde{h}, \bar{\rho}, M_1$. Дополнительные два уравнения не могут быть получены в общем виде и должны формулироваться для конкретных условий течения в виде критериальных уравнений. Для получения таких уравнений необходимо исследование течения в рамках трехмерной модели, каковым является расчет в рамках МКЭ.

Как будет показано далее в такой модели, в закритической области с практически значимой точностью выполняются соотношения

$$\tilde{h} = h, \quad \bar{\rho} = \rho_{\text{т}}(T)\,. \tag{2.2.10}$$

Также, с использованием термодинамических соотношений $h = h_{\text{т}}(T)$, $\rho = \rho_{\text{т}}(T)$, величину ρ можно считать параметрически заданной функцией энтальпии *h*. В результате с учетом (2.2.10) остается только две переменных h, M_1 и два связывающих их уравнения в дивергентной форме:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial t}\left(S_1 \rho(h) h\right) + \dfrac{\partial}{\partial x}\left(M_1 h\right) = q \\ \dfrac{\partial}{\partial t}(S_1 \rho(h)) + \dfrac{\partial}{\partial x} M_1 = 0 \end{cases}. \tag{2.2.11}$$

Дальнейшее упрощение может быть сделано при условии постоянства средней плотности $\bar{\rho}$ в потоке. В этом случае из второго уравнения в (2.2.11) следует постоянство массового расхода M_1 вдоль потока (но остается возможность его изменения во времени). Тогда получим только одно уравнение переноса, записанное в требуемой дивергентной форме:

$$\bar{\rho}\frac{\partial}{\partial t}\left(S_1 h\right)+M_1(t)\frac{\partial h}{\partial x}=q. \tag{2.2.12}$$

Следует отметить, что условие независимости плотности от температуры для СКФ не выполняется, поэтому уравнение (2.2.12) в этом случае неприменимо, и следует использовать систему уравнений (2.2.11). Однако в теплоносителе это условие выполняется с хорошей точностью, так что для описания переноса в теплоносителе достаточно уравнения (2.2.12).

В квазистационарном приближении пренебрегается влиянием зависимости плотности и энтальпии от времени, то есть производными по времени в уравнениях (2.2.11), (2.2.12). Тогда в обоих случаях будем иметь одно стационарное уравнение переноса, параметрически зависящее от времени:

$$M_1\frac{dh}{dx}=q. \tag{2.2.13}$$

Используем далее соотношение Ньютона-Рихмана для потока теплообмена с теплоносителем:

$$q=\frac{T_w-T}{R_t(T,P(t),x)}, \tag{2.2.14}$$

где R_t – термическое сопротивление между теплоносителем и СКФ,

$P(t)$ – зависящее от времени давление в СКФ-потоке, выражение для которого считается заданным.

Здесь зависимость коэффициента R_t от координаты x обусловлена эффектом обледенения, приводящим к увеличению термического сопротивления и делающим теплообмен между потоками задачей со свободной границей (задачей Стефана). Для описания этой задачи будем использовать дополнительную зависимую переменную – толщину $d(x)$ слоя обледенения. Функция $d(x)$, также как и точка ее обращения в нуль, неизвестны заранее и должны определяться самосогласованным образом из решения задачи теплообмена между потоками с учетом условий термодинамического равновесия на свободной границе.

В результате стационарное уравнение переноса энергии в СКФ (2.2.13) с использованием (2.2.14) будет иметь вид

$$M_1\frac{dh}{dx}=\frac{T_w-T}{R_t(T,P,d(x))}, \tag{2.2.15}$$

Уравнение энергии в таком виде используется для несовершенных жидкостей [11], а также в некоторых моделях теплообмена в СКФ [29–33]. Его неудобство в последнем случае состоит в том, что обычно коэффициенты теплоотдачи, определяющие тепловое сопротивление, относятся к температуре, а не энтальпии. Поскольку СКФ является совершенной жидкостью, то, используя формулу полной производной, запишем:

$$M_1\left(\left.\frac{\partial h}{\partial T}\right|_P \frac{dT}{dx}+\left.\frac{\partial h}{\partial P}\right|_T \frac{dP}{dx}\right)=\frac{T_w-T}{R_t(T,P,d(x))}. \tag{2.2.16}$$

Воспользуемся термодинамическими соотношениями:

$$\left.\frac{\partial h}{\partial T}\right|_P=c_P,\quad \left.\frac{\partial h}{\partial P}\right|_T=\upsilon, \tag{2.2.17}$$

где c_P – удельная изобарная теплоемкость СКФ,

υ – удельный объем СКФ.

Тогда уравнение переноса (2.2.15) преобразуется к виду [11]

$$M_1\left(c_P\frac{dT}{dx}+\upsilon\frac{dP}{dx}\right)=\frac{T_w-T}{R_t(T,P,d(x))}, \tag{2.2.18}$$

Для потока СКФ изменение давления незначительно по сравнению с абсолютным давлением, поэтому вторым слагаемым в круглых скобках в левой части написанного уравнения обычно пренебрегают.

В результате одномерное уравнение теплопереноса запишется в виде

$$M_1c_P(T,P)\frac{dT}{dx}=\frac{T_w-T}{R_t(T,P,d(x))}. \tag{2.2.19}$$

Это обыкновенное дифференциальное уравнение образует с соответствующими начальными условиями задачу Коши, решаемую высокопроизводительными методами Рунге-Кутта, поэтому его представление в дивергентной форме не требуется.

Для оценки степени нестационарности потока, то есть возможности использования уравнения переноса (2.2.19), преобразуем первое уравнение в (2.2.11) с использованием второго уравнения:

$$S_1\rho(h)\frac{\partial h}{\partial t}+M_1\frac{\partial h}{\partial x}=q.$$

Заменяя здесь производные, как было выполнено в формулах (2.2.16)-(2.2.17), получим:

$$S_1\rho(h)c_P(T)\frac{\partial T}{\partial t}+M_1c_P(T)\frac{\partial T}{\partial x}=q. \tag{2.2.20}$$

Перейдем здесь к безразмерным независимым переменным

$$t=t_{\text{р}}\zeta,\quad x=L\xi, \tag{2.2.21}$$

где $t_{\text{р}}$ – время решения задачи, L – длина области решения. Тогда уравнение (2.2.20) можно переписать в виде

$$K_0 \frac{\partial T}{\partial \zeta} + \frac{\partial T}{\partial \xi} = \tilde{q}, \quad \tilde{q} = \frac{Lq}{M_1 c_P(T)}, \quad K_0 = \frac{L S_1 \rho(T)}{t_{\text{р}} M_1}. \tag{2.2.22}$$

Критерий K_0, представляющий собой обратную приведенную скорость распространения волны возмущения в потоке, определяет степень запаздывания нестационарного решения по отношению к квазистационарному. Малость этого критерия означает возможность пренебрежения нестационарностью переноса. При такой оценке в качестве $t_{\text{р}}$ следует использовать характерное время изменения возмущения, например, характерное время изменения функции $P(t)$.

С использованием соотношения (2.2.15) также представим уравнения (2.2.11)-(2.2.12) в виде:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial t}\left(S_1 \rho(h) h\right) + \dfrac{\partial}{\partial x}\left(M_1 h\right) = \dfrac{T_w - T}{R_t(T, P(t), d(x,t))} \\ \dfrac{\partial}{\partial t}(S_1 \rho(h)) + \dfrac{\partial}{\partial x} M_1 = 0 \end{cases}; \quad T = T_{\text{т}}(h \,|\, P). \tag{2.2.23}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(S_1 \rho(h) h\right) + M_1 \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{T_w - T}{R_t(T, P(t), d(x,t))}; \quad T = T_{\text{т}}(h \,|\, P). \tag{2.2.24}$$

Здесь переход к температуре в форме (2.2.16)-(2.2.17) будет нарушать дивергентную форму уравнения, поэтому нецелесообразен. Отметим также, что уравнения (2.2.23)-(2.2.24) справедливы и для потока с переменной, в том числе во времени, площадью сечения. В дальнейшем эта зависимость не учитывается, и величина S_1 считается постоянной.

Теплообмен через свободную границу определяется тепловым сопротивлением R_t, которое складывается из:

– теплового сопротивления в теплоносителе $R_w(T_w, d)$,

– теплового сопротивления в СКФ $R_a(T, P)$,

– теплового сопротивления стенки трубки $R_{\text{т}}$ и

– теплового сопротивления $R_s(d)$ слоя кристаллизованного теплоносителя:

$$R_t(T, T_w, P, d) = R_a(T, P) + R_w(T_w, d) + R_{\text{т}} + R_s(d);$$

$$R_w(T_w, d) = \frac{k_w}{p_0(d)\alpha_0(T_w)}, \quad R_a(T, P) = \frac{k_a}{p_1 \alpha_1(T, P)},. \tag{2.2.25}$$

$$R_{\text{т}} = \frac{k_t}{\lambda_t}, \quad R_s(d) = \frac{k_s[d(x)]}{\lambda_s}.$$

Здесь α_0 – коэффициент теплоотдачи от трубки в теплоноситель,

α_1 – коэффициент теплоотдачи от СКФ в стенку трубки,

λ_t – коэффициент теплопроводности материала трубки, принимаемый для рассматриваемых температурных условий постоянным,

λ_s – коэффициент теплопроводности кристаллизованной формы теплоносителя, также принимаемый постоянным, так как эта форма фактически находится в узком диапазоне температур,

k_t – геометрический коэффициент стенки трубки,

k_s – геометрический коэффициент слоя кристаллизованной формы,

k_a, k_w – параметры идентификации модели по опытным данным,

p_1 – длина периметра теплообмена трубки с СКФ,

p_0 – длина периметра теплообмена трубки с теплоносителем, для круглой трубки

$$p_0 = \pi(D_2 + 2d). \tag{2.2.26}$$

Геометрические коэффициенты определяются формой сечения теплопередающего слоя. Так, для сечения трубки в форме кольца с внутренним и внешним диаметрами D_1 и D_2:

$$k_t = \frac{1}{2\pi}\ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right) = \frac{1}{2\pi}\ln\left(1 + \frac{2h}{D_1}\right), \tag{2.2.27}$$

а для слоя кристаллизованного теплоносителя

$$k_s = \frac{1}{2\pi}\ln\left(1 + \frac{2d}{D_2}\right), \tag{2.2.28}$$

где h и d – геометрические толщины слоев.

Зависимость $d(x)$ определяется равенством температуры на границе между жидкой и кристаллической формами теплоносителя температуре кристаллизации T_s. Вторым уравнением, необходимым для определения подвижной границы, является условие непрерывности теплового потока теплообмена. В этом условии, вообще говоря, должна учитываться теплота кристаллизации ТН, что приводит к нестационарности задачи Стефана. Для оценки величины эффекта нестационарности составим критериальное отношение теплового потока, расходуемого на кристаллизацию, к общему тепловому потоку:

$$K_1 = \frac{\pi\Lambda_s \rho_s L_s d(D_2 + d)}{t_\text{р} M_1(h_\text{т}(T_{ex}) - h_\text{т}(T_{in}))}. \tag{2.2.29}$$

Вторым критерием является отношение теплового времени в слое кристаллизованного ТН к характерному времени задачи:

$$K_2 = \frac{d^2 C_s}{t_\text{р}\lambda_s}, \tag{2.2.30}$$

где C_s, ρ_s – объемная теплоемкость и плотность кристаллизованной формы,

Λ_s – теплота кристаллизации,

L_s – длина кристаллизованного слоя вдоль трубки.

Оценка критериев K_1, K_2 по формулам (2.2.29)-(2.2.30) для условий рассматриваемой задачи дает значения менее 0,01, что позволяет использовать в дальнейшем квазистационарное приближение для задачи Стефана.

В этом приближении распределение разностей температур между слоями теплопереноса пропорционально их термическим сопротивлениям, что дает пять уравнений для температур T_w, T и температур $T_{ст0}, T_{ст1}$ стенок трубки со слоем льда, но только два из этих уравнений независимы. Выберем такие уравнения, которые обеспечат устойчивый численный алгоритм их решения:

$$\frac{T_w - T}{R_t(T, T_w, T_{ст0}, T_{ст1}, P, d)} = \frac{T_{ст0} - T}{R_a(T, T_{ст0}, P)} = \frac{T_w - T_{ст1}}{R_w(T_w, T_{ст1}, d)}. \tag{2.2.31}$$

Здесь явно учтена зависимость коэффициентов теплоотдачи от температур стенок.

Использование в (2.2.31) полного теплового сопротивления R_t, являющегося суммой нескольких слагаемых и поэтому слабо зависящего от отдельных слагаемых, и определяет устойчивость решения системы (2.2.31).

В системе (2.2.31) переменные T_w, T считаются заданными, а $T_{ст0}, T_{ст1}, d$ подлежат определению. Дополнительным уравнением для системы (2.2.31) является уравнение равновесия на свободной границе, выражающееся в равенстве температуры наружной стенки в зоне обледенения температуре кристаллизации. В результате получаем следующую квазистационарную задачу Стефана:

$$\begin{gathered} \frac{T_w - T}{R_t(T, T_w, T_{ст0}, T_{ст1}, P, d)} = \frac{T_{ст0} - T}{R_a(T, T_{ст0}, P)} = \frac{T_w - T_{ст1}}{R_w(T_w, T_{ст1}, d)} \\ \left[\begin{array}{ll} T_{ст1} = T_s, & d > 0 \\ d = 0, & T_{ст1} > T_s \end{array}\right. \end{gathered}. \tag{2.2.32}$$

Эта задача содержит условие переключения в точке, положение которой неизвестно и определяется в ходе решения задачи переноса в целом. Наличие переключения приводит к негладкому (с изломом) характеру изменения искомых переменных, что не дает возможности полноценно использовать схемы повышенной точности.

Для вычисления критериев теплообмена необходима средняя скорость потока СКФ в данном сечении, которую определим выражением:

$$V(T, P) = \frac{1}{S_1 \rho(T, P)} \int\limits_{S_1} \rho v_x dS, \tag{2.2.33}$$

где значение $\rho(T,P)$ вычисляется для среднемассовой температуры. Такое определение позволяет найти среднюю скорость непосредственно через температуру, функцией которой она становится. Заменяя в (2.2.33) интеграл согласно определению (2.2.5), получим выражение:

$$V(T, P) = \frac{M_1}{S_1 \rho(T, P)}, \tag{2.2.34}$$

которое обычно используется в критериях СКФ-потока, в частности, для определения числа Рейнольдса.

Далее, одномерное уравнение баланса импульса в СКФ запишем в приближении локального коэффициента гидродинамического сопротивления:

$$\frac{\partial m_1}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(P+\frac{m_1^{\,2}}{\rho}\right)=-\xi(T,P)\frac{m_1^{\,2}}{2D_t\rho(T,P)}. \qquad (2.2.35)$$

Здесь ξ – коэффициент гидродинамического сопротивления в трубке, зависящий от локальных значений температуры и давления, D_t – эквивалентный гидродинамический диаметр трубки теплообменника, $m_1 = M_1/S_1$. Отметим, что второе слагаемое в скобках в левой части уравнения (2.2.35) определяет градиент давления, необходимый для разгона потока СКФ вследствие увеличения объема СКФ при уменьшении его плотности. Уравнение (2.2.35) используется в качестве третьего уравнения переноса системы уравнений газовой динамики.

Используя определения коэффициента сжимаемости β_P и коэффициента объемного расширения β_T [6]

$$\beta_P=\frac{1}{\rho}\left(\frac{d\rho}{dP}\right)_T,\quad \beta_T=\frac{1}{\rho}\left(\frac{d\rho}{dT}\right)_P,$$

перепишем квазистационарный вариант уравнения (2.2.35) в виде

$$\left(\frac{\rho}{m_1^{\,2}}+\beta_P\right)\frac{dP}{dx}=-\frac{\xi(T,P)}{2D_t}+\beta_T\frac{dT}{dx}. \qquad (2.2.36)$$

Как показывают многочисленные экспериментальные исследования и модельные расчеты [66, 79, 85, 86, 89], падение давления в СКФ составляет не больше несколько килопаскалей, что в тысячу раз меньше рабочего давления в СКФ. Поэтому влиянием давления на теплообмен, как и предполагалось, можно пренебречь. Тогда система (2.2.11) становится независимой от (2.2.35), а ее решение входит в уравнение (2.2.36) как заданная функция. В этом же приближении можно пренебречь влиянием изменения давления на параметры уравнений (2.2.35), (2.2.36). Тогда удобнее использовать уравнение (2.2.35), которое при заданном распределении температуры может быть проинтегрировано непосредственно:

$$P(x)=P_{in}+\frac{m_1^{\,2}}{\rho(T(0),P_{in})}-\frac{m_1^{\,2}}{\rho(T(x),P_{in})}-\frac{m_1^{\,2}}{2D_t}\int_0^x\frac{\xi(T(x'),P_{in})}{\rho(T(x'),P_{in})}dx'. \qquad (2.2.37)$$

Рассмотрим далее уравнение переноса тепла в ТН. Оно зависит от схемы СКТ и режима его работы.

Схема 1. В этой схеме поток теплоносителя замкнут (рис. 2.1), поэтому достаточно интегрального уравнения баланса энергии.

Режим 1а. В этом режиме температура теплоносителя T_w задана, поэтому уравнение баланса определяет действующую мощность нагревателя:

$$P_w(t)=\left[h(T_{ex}(t),P_{ex}(t))-h(T_{in}(t),P_{ex}(t))\right]M_1+\frac{T_w-T_g}{R_g(T_w,T_g)}, \qquad (2.2.38)$$

где $h(T_{in},P_{ex})$, $h(T_{ex},P_{ex})$ – удельная энтальпия СКФ на входе и выходе СКТ,

R_g – тепловое сопротивление между ТН и окружающей средой:

$$R_g=\frac{k_g}{S_g\alpha_g}, \qquad (2.2.39)$$

α_g – коэффициент теплоотдачи от теплоносителя в окружающую среду,

S_g – площадь поверхности теплообмена с окружающей средой,

k_g – параметр идентификации теплообмена с окружающей средой,

P_w – мощность нагревателя.

Режим 1б. В этом режиме равенство (2.2.38) не выполняется, и его невязка расходуется на охлаждение теплоносителя. Ввиду медленности этого процесса будем считать теплообмен с СКФ происходящим в квазистационарном режиме относительно изменения температуры теплоносителя. Тогда уравнение интегрального баланса энергии в теплоносителе будет иметь вид:

$$C_0\frac{dT_w}{dt}=P_w-\left[h(T_{ex}(t),P_{ex}(t))-h(T_{in}(t),P_{ex}(t))\right]M_1-\frac{T_w-T_g}{R_g(T_w,T_g)}, \qquad (2.2.40)$$

где C_0 – теплоемкость теплоносителя. Поскольку здесь теплоноситель циркулирует в замкнутом объеме, то в качестве температуры T_w следует взять среднеобъемную температуру. Тогда C_0 будет термодинамической теплоемкостью теплоносителя.

В уравнение (2.2.40) входит температура СКФ $T_{\text{ex}}(t)$ на выходе из теплообменника, определяемая решением задачи переноса в СКФ, поэтому данное уравнение входит в общую систему уравнений модели. При этом величина P_w равна максимальной мощности нагревателя.

Уравнения (2.2.38) и (2.2.40) можно объединить в одно уравнение с переключением:

$$C_0\frac{dT_w}{dt}=P_w-\left[h(T_{ex}(t),P_{ex}(t))-h(T_{in}(t),P_{ex}(t))\right]M_1-\frac{T_w-T_g}{R_g(T_w,T_g)},$$

$$P_w=\begin{cases}0, & T_w>T_{w.\max}\\ \left[h(T_{ex}(t),P_{ex}(t))-h(T_{in}(t),P_{ex}(t))\right]M_1+\dfrac{T_w-T_g}{R_g(T_w,T_g)}, & T_w=T_{w.\max}\\ P_{w.\max}, & T_w<T_{w.\max}\end{cases}, \qquad (2.2.41)$$

Соотношения (2.2.23) или (2.2.24) и (2.2.41) совместно с (2.2.32) образуют систему связанных уравнений для определения распределений температуры и толщины слоя оледенения по длине трубки. Решение этой системы нужно искать при граничных условиях:

– в нестационарном режиме (уравнения (2.2.23), (2.2.32) и (2.2.41)):

- заданная температура $T_{in}(t)$ на входе в СКТ;

- заданный массовый расход $M_{1.in}(t)$ на входе в СКТ;
- заданное давление $P_{ex}(t)$ на выходе;
- заданное начальное распределение температуры в СКФ;
- заданное начальное распределение массового расхода в СКФ;
- заданная начальная температура ТН:

$$\begin{aligned} &T(0,t)=T_{in}(t), \quad P(t)=P_{ex}(t), \quad T(x,0)=T_0(x), \quad T_w(0)=T_{w0}, \\ &M_1(x,0)=M_{1.0}(x), \quad M_1(0,t)=M_{1.in}(t), \quad d_s(x_0)=0 \end{aligned}. \tag{2.2.42}$$

Здесь x_0 – координата границы зоны обледенения. Последнее условие в (2.2.42) служит для определения координаты x_0. Для уравнения (2.2.24) два предпоследних условия не требуются. Следует отметить, что граничные условия по температуре и массовому расходу должны быть согласованы.

– в квазистационарном режиме (уравнения (2.2.19), (2.2.32) и (2.2.41)):

- заданная температура $T_{in}(t)$ на входе в СКТ;
- заданное давление $P_{ex}(t)$ на выходе;
- заданная начальная температура ТН:

$$\begin{aligned} &T(0,t)=T_{in}(t), \quad P(t)=P_{ex}(t), \quad T_w(0)=T_{w0}, \\ &d_s(x_0)=0 \end{aligned}. \tag{2.2.43}$$

Таким образом, в этом случае имеем задачу Коши для переноса в СКФ, нагруженную уравнением баланса (2.2.41) в теплоносителе и задачей Стефана (2.2.32).

<u>Схема 2.</u> В этом режиме необходимо добавить уравнение теплопереноса в теплоносителе, которое, с учетом противоточной схемы, имеет вид:

– в нестационарном режиме согласно (2.2.24)

$$S_0\rho_0 c_{P0}\frac{\partial T_w}{\partial t}-M_0 c_{P0}\frac{\partial T_w}{\partial x}=-\left(\frac{T_w-T}{R_t(T,T_w,T_{\text{ст}0},T_{\text{ст}1},P,d)}-\frac{T_w-T_g}{R_g(T_w,T_g)}\right). \tag{2.2.44}$$

Здесь M_0 – массовый расход теплоносителя,

S_0 – площадь сечения потока теплоносителя

c_{P0} , ρ_0 – удельная теплоемкость и плотность теплоносителя,

R_g – термосопротивление между теплоносителем и окружающей средой:

$$R_g=\frac{k_g}{p_2\alpha_g}, \tag{2.2.45}$$

p_2 – длина периметра теплообмена теплоносителя с окружающей средой.

Ввиду предполагаемой независимости теплоемкости и плотности теплоносителя от температуры величина T_w может быть здесь определена как среднерасходное значение температуры в поперечном сечении потока теплоносителя. Дифференциальный оператор в левой части уравнения (2.2.44) описывает распространение волны тепла с постоянной скоростью движения теплоносителя, определяемой по формуле, аналогичной (2.2.34). Во избежание недоразумений отметим, что перенос в уравнении (2.2.44) производится в отрицательном направлении оси Ox.

Критерий квазистационарности к уравнению (2.2.45) аналогичен K_0 (2.2.22).

Начально-краевые условия к задаче (2.2.23), (2.2.32) и (2.2.44) аналогично (2.2.42) имеют вид:

$$\begin{aligned} &T(0,t)=T_{in}(t), \quad P(t)=P_{ex}(t), \quad T(x,0)=T_0(x),\\ &M_1(x,0)=M_{1.0}(x), \quad M_1(0,t)=M_{1.in}(t), \qquad .\\ &T_w(x,0)=T_{w0}(x), \quad T_w(l,t)=T_{w.in}(t), \quad d_s(x_0)=0 \end{aligned} \tag{2.2.46}$$

Здесь l – длина трубки теплообменника, то есть длина промежутка на оси Ox, на котором ищется решение задачи переноса.

Таким образом, в этой схеме система уравнений (2.2.23), (2.2.32) и (2.2.44) с начально-граничными условиями (2.2.46) образует смешанную двухточечную задачу типа Стефана.

– в квазистационарном приближении уравнение (2.2.44) преобразуется к виду

$$M_0 c_{P0}\frac{dT_w}{dx}=\frac{T_w-T}{R_t(T,T_w,T_{\text{ст}0},T_{\text{ст}1},P,d)}-\frac{T_w-T_g}{R_g(T_w,T_g)}. \tag{2.2.47}$$

и решается с граничными условиями

$$T(0\,|\,t)=T_{in}(t), \quad P(t)=P_{ex}(t), \quad T_w(l\,|\,t)=T_{w.in}(t), \quad d_s(x_0)=0. \tag{2.2.48}$$

В этом случае система уравнений (2.2.19), (2.2.32) и (2.2.47) с граничными условиями (2.2.48) также образует двухточечную краевую задачу типа Стефана. При этом зависимость от времени является параметрической.

Схема 3. В этом случае температура теплоносителя в пределах одного k-участка (рис. 2.1) теплообмена с СКФ считается заданной, но изменяется при переходе от одного участка к предыдущему, так что уравнение переноса с начальными и граничными условиями имеет вид:

$$\begin{aligned} &T_w^{(k-1)}(2L+L_0-x,t+t_s)=T_w^{(k)}(x,t)-\frac{Lq^{(k)}(x,t)}{M_0c_{P0}}-\frac{T_w^{(k)}(x,t)-T_g}{R_g(T_w,T_g)},\\ &T_w^{(k)}(x,t')=T_{w.in}, \ 0<t'<t_s; \quad T_w^{(K)}(x,t)=T_{w.in}, \quad 0\le x\le L \end{aligned}. \tag{2.2.49}$$

где $q^{(k)}$ – плотность теплового потока на k-участке, определяемая формулой (2.2.14), t_s – время перемещения теплоносителя от одного участка к другому, L – длина участка, L_0 – длина перемычки между участками, K – число участков. Таким образом, на каждом участке имеем задачу переноса с обменом только в СКФ, но между участками имеется связь с переменным опережением по координате и фиксированным запаздыванием по времени, описываемая уравнением (2.2.49).

Полная формулировка модели должна включать в себя выражения для коэффициентов (2.2.25), (2.2.39), (2.2.45), определяемых теплофизическими условиями в потоках. Эти выражения также важны для разработки алгоритма решения задачи Стефана (2.2.32).

2.3 Анализ теплофизических условий теплопереноса в СКТ

Для выбора соотношений, определяющих коэффициенты теплоотдачи, необходим анализ критериев подобия рассматриваемой модели.

Характер течения СКФ в трубке определяется числом Рейнольдса

$$\mathrm{Re}_t(T,P) = \frac{D_t \cdot V(T,P)}{\nu(T,P)}, \tag{2.3.1}$$

где Re – число Рейнольдса для течения СКФ в трубке,

ν – кинематическая вязкость СКФ, зависящая от его температуры и давления.

Учитывая здесь выражение (2.2.34) для скорости потока СКФ, получим критерий Рейнольдса (2.3.1) в виде, обычно используемом для СКФ [8]:

$$\mathrm{Re}_1(T,P) = \frac{4M_1}{\pi D_t \mu(T,P)}. \tag{2.3.2}$$

Здесь μ – динамическая вязкость СКФ. Отметим, что критерий Рейнольдса (2.3.2) рассчитывается для среднемассового значения температуры.

Используя характерные значения массовой производительности 0,06 кг/с, гидродинамического диаметра 10 мм и динамической вязкости $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ Па·с, получим значение числа Рейнольдса 30000.

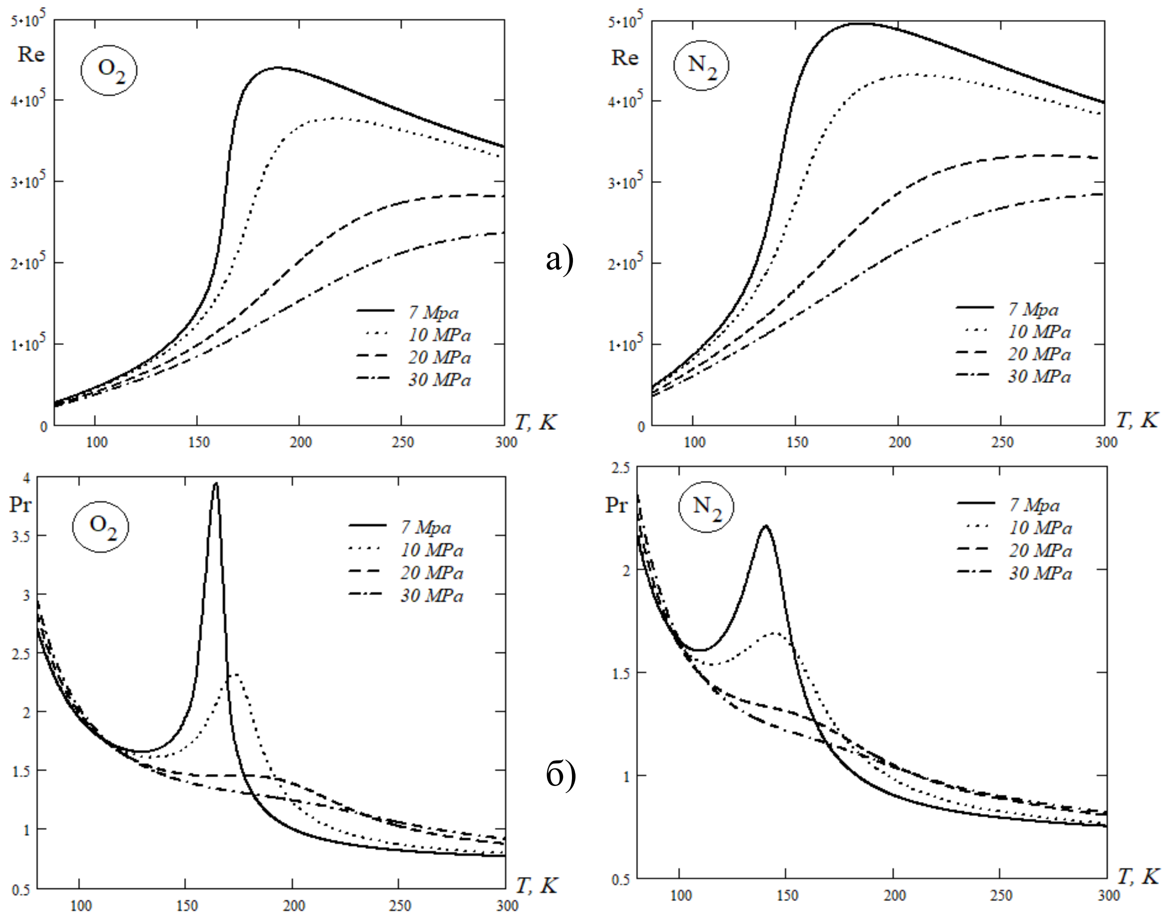


Рис. 2.2. Зависимость чисел Рейнольдса (а) и Прандтля (б) в СКФ

Следовательно, течение СКФ по трубке происходит в развитом турбулентном режиме. Рассчитанные температурные зависимости числа Рейнольдса для различных значений давления приведены на рис. 2.2а для СКФ – кислорода и азота, из которой следует, что его величина изменяется более чем на порядок.

Анализ экспериментальных данных показывает [66, 79, 85, 86, 89], что переменность свойств СКФ слабо влияет на гидродинамическое сопротивление, поэтому большинство авторов используют формулу Филоненко для коэффициента гидродинамического сопротивления

$$\xi = \frac{1}{(1{,}82 \cdot \lg \mathrm{Re} - 1{,}64)^2}, \qquad (2.3.3)$$

что полностью определяет параметры уравнения (2.2.35).

Длина участка гидродинамической стабилизации [6]

$$l_{\text{ст}} = 0{,}6 D_t \cdot \mathrm{Re}^{0{,}25},$$

составляет 8 см, то есть этот участок расположен на отрезке трубопровода от насоса до теплообменника, поэтому в уравнении (2.2.35) он не учитывается.

Численное решение уравнения (2.2.35) с зависимостью (2.3.3) подтверждает, что полная величина гидродинамического напора в теплообменнике с длиной трубки 15 м составляет около 5 кПа, что в тысячу раз меньше рабочего давления в СКФ. Поэтому влиянием изменения давления СКФ вдоль теплообменника можно пренебречь и считать давление постоянным вдоль трубки, равным P_{ex}, что использовано при записи уравнений теплопереноса.

Коэффициент теплоотдачи в СКФ определяется по формуле [6, 8]

$$\alpha_1(T,P) = \mathrm{Nu}_1(T,P)\frac{\lambda_1(T,P)}{D_t}, \qquad (2.3.4)$$

где λ_1 – коэффициент теплопроводности СКФ,

Nu – число Нуссельта, зависящее от числа Рейнольдса (2.3.2) и числа Прандтля в СКФ

$$\mathrm{Pr}_1(T,P) = \frac{\nu(T,P)C_P(T,P)}{\lambda_1(T,P)}, \qquad (2.3.5)$$

а также симплексов χ физических свойств в объеме и на стенке СКФ:

$$\mathrm{Nu}_1 = \varphi\left(\mathrm{Re}_1, \mathrm{Pr}_1, \chi_\mu, \chi_\lambda, \chi_{c_p}, \chi_\rho, \ldots\right), \qquad (2.3.6)$$

На рис. 2.2б приведены температурные зависимости числа Прандтля для различных значений давления для СКФ – кислорода и азота, из которой следует, что его величина изменяется от характерных для капельной жидкости (Pr > 1) до газовых (Pr < 1).

Отметим, что в силу соотношений (2.2.25) и (2.3.4) тепловое сопротивление в СКФ не зависит явно от диаметра потока D_t.

Как отмечалось в Главе 1, определение числа Нуссельта для теплоотдачи от СКФ является задачей, не имеющей на сегодняшний день однозначного решения.

В общем случае критериальное уравнение для этого числа зависит не только от объемной температуры, но и от температуры стенки $T_{ст}$, типа СКФ, условий массо- и теплопереноса и обмена, поэтому его определение должно являться компонентом модели переноса и может быть реализовано в рамках расчетов по методу конечных элементов на основе апробированной модели турбулентности.

Определение коэффициентов теплоотдачи в теплоносителе рассмотрим по схемам СКТ.

Схема 1. Для выяснения режима свободноконвективного теплообмена определим число Релея для теплоносителя

$$\mathrm{Ra}(\Delta T) = \mathrm{Gr}(\Delta T)\,\mathrm{Pr}_0, \tag{2.3.7}$$

где Ra – число Релея,

Gr – число Грасгофа, определяемое формулой

$$\mathrm{Gr}(\Delta T) = \frac{gL_0^3\beta\,\Delta T}{\nu_0^2}, \tag{2.3.8}$$

Pr_0 – число Прандтля для теплоносителя

$$\mathrm{Pr}_0 = \frac{\mu_0 \cdot c_{P0}}{\lambda_0}. \tag{2.3.9}$$

Здесь g – ускорение свободного падения,

μ_0 – кинематическая вязкость теплоносителя,

β – коэффициент объемного расширения теплоносителя,

λ_0 – коэффициент теплопроводности теплоносителя,

L_0 – характерный размер зоны свободноконвективного движения,

ΔT – характерная разность температур в теплоносителе, обуславливающая свободную конвекцию.

Оценка по формулам (2.3.7)–(2.3.9) дает значения Pr0 ~ 6,15, $\mathrm{Gr} \sim 1{,}4\cdot10^{11}$, $\mathrm{Ra} \sim 8{,}5\cdot10^{11}$ при ΔT=30 K. Таким образом, в теплообменнике реализуется турбулентная термогравитационная свободная конвекция. В этом случае число Нуссельта Nu_0 для теплоносителя определяется формулой [12]

$$\mathrm{Nu}_0(\Delta T) = 0{,}15\,\mathrm{Ra}^{1/3}(\Delta T), \tag{2.3.10}$$

что для тех же условий составляет величину порядка $1{,}4\cdot10^3$.

С помощью числа (2.3.10) далее определяется тепловое сопротивление между теплоносителем и трубкой:

$$R_w\left(T_w, T_{ст1}, d\right) = \frac{k_w L_0}{p_0(d)\mathrm{Nu}_0\left(T_w - T_{ст1}\right)\lambda_0\left(\overline{T_w}\right)}, \tag{2.3.11}$$

Отметим, что температурно-зависимые физические параметры в формулах (2.3.8), (2.3.9) вычисляются для средней температуры $\overline{T_w} = \frac{1}{2}\left(T_w + T_{ст1}\right)$ теплоносителя, как это показано в выражении (2.3.11). При этом в качестве температуры стенки трубки в формуле (2.3.11) используется средняя температура по длине трубки, что делает задачу в целом интегро-дифференциальной. Однако это обстоятельство упрощает решение нелинейной системы уравнений (2.2.34), как будет показано в следующей главе.

Также, в силу особенностей свободноконвективного теплообмена, выражение (2.3.11) оказалось явно зависящим от толщины слоя оледенения, что позволяет организовать эффективный алгоритм решения задачи Стефана (2.2.34).

Наконец, для формул (2.2.39), (2.2.45) необходимо определить коэффициент теплообмена с окружающей средой, который выражается в виде:

$$\alpha_g = \left(\frac{1}{\alpha_m} + \frac{h_k}{\lambda_k} \right)^{-1}. \qquad (2.3.12)$$

Здесь α_m – коэффициент теплоотдачи в окружающую среду,

h_k – толщина стенки кожуха теплообменника.

Расчет критериев для коэффициента теплоотдачи α_m осуществляется по формулам, аналогичным (2.3.7)–(2.3.9), но с использованием теплофизических параметров воздуха, а в качестве характеристической длины используется высота H_k боковой стенки кожуха.

Оценка параметров дает $\mathrm{Pr_g} \sim 0{,}73$, $\mathrm{Gr_g} \sim 5\cdot10^9$, $\mathrm{Ra_g} \sim 4\cdot10^9$ при ΔT=30 К. Эти значения соответствуют режиму свободной конвекции с ламинарным пограничным слоем, для которого [12]

$$\mathrm{Nu}_m(\Delta T) = 0{,}55\,\mathrm{Ra}_m^{1/4}(\Delta T). \qquad (2.3.13)$$

Тогда для коэффициента теплоотдачи (2.3.12) имеем

$$\alpha_g = \left(\frac{H_k}{\mathrm{Nu}_m(T_w - T_g)\lambda_g} + \frac{h_k}{\lambda_k} \right)^{-1}. \qquad (2.3.14)$$

Зависимости (2.3.13), (2.3.14) определяют вид формул (2.2.39), (2.2.45).

Схема 2. Теплоноситель можно считать жидкостью со слабой температурной зависимостью теплофизических свойств, тогда при вынужденной конвекции для коэффициента теплоотдачи в турбулентном режиме течения можно использовать известные уравнения и подходы для кольцевого канала [6].

Так, для потока некруговой формы вводится эквивалентный внешний диаметр кругового потока

$$D_3 = \sqrt{\frac{4S_0}{\pi} + D_2^2}\,, \qquad (2.3.15)$$

где S_0 – площадь сечения потока. С использованием величины (2.3.15) задача сводится к потоку в форме кругового кольца с заданным внешним диаметром. Затем, для такого потока вводится эффективный диаметр

$$D_{ef} = D_3 - D_2, \qquad (2.3.16)$$

с помощью которого вычисляются критерии для кольцевого потока по формулам кругового потока:

$$\mathrm{Re}_0 = \frac{D_{ef} V_0}{\nu_0} = \frac{4M_0}{\pi\left(D_3 + D_2\right)\eta_0}, \quad \mathrm{Nu}_0 = \frac{\alpha_0 D_{ef}}{\lambda_0}. \qquad (2.3.17)$$

Здесь M_0 – массовый расход теплоносителя, V_0 – его средняя скорость.

Критериальное уравнение для числа Нуссельта в круговом кольцевом канале с использованием формулы Диттуса-Болтера имеет вид [6]

$$\mathrm{Nu}_0 = 0{,}023\mathrm{Pr}_0^{\;0,4}\,\mathrm{Re}_0^{\;0,8}\left(1 - \frac{0,45}{2,4 + \mathrm{Pr}_0}\right)\left(\frac{D_3}{D_2}\right)^{\frac{0,16}{\mathrm{Pr}_0^{0,15}}}, \qquad (2.3.18)$$

где критерий Прандтля вычисляется по формуле (2.3.9).

В результате тепловое сопротивление в теплоносителе при противоточной схеме в отсутствие обледенения с учетом формул (2.3.17), (2.2.25), (2.2.26) будет равно

$$R_w = \frac{k_w}{\pi \mathrm{Nu}_0 \lambda_0} \frac{D_{ef}}{D_2}. \qquad (2.3.19)$$

Переход к тепловому сопротивлению с обледенелой трубкой производится заменой $D_{ef} \to D_{ef} - 2d,\, D_2 \to D_2 + 2d$ в формуле (2.3.19), что окончательно дает выражение:

$$R_w\left(T_w, T_{\text{ст}1}, d\right) = \frac{k_w}{\pi \mathrm{Nu}_0\left(\overline{T_w}\right)\lambda_0\left(\overline{T_w}\right)} \frac{D_{ef} - 2d}{D_2 + 2d}. \qquad (2.3.20)$$

Здесь уже, в отличие от формулы (2.3.11), используется локальная температура стенки, что убирает в данной схеме интегральное нагружение задачи переноса. Также, выражение (2.3.20) показывает дробно-линейную зависимость теплового сопротивления от толщины стоя обледенения, что будет использовано для построения алгоритма решения уравнений (2.2.34).

Для теплообмена с окружающей средой в данной схеме также используется формула (2.3.14), но с локальной температурой теплоносителя в данном сечении.

Схема 3. В этой схеме реализуется теплообмен в пучке труб, для которого с использованием известных критериальных уравнений [6] аналогично (2.3.20) нетрудно получить:

$$R_w\left(T_w, T_{\text{ст}1}, d\right) = \frac{k_w}{\pi C_j \mathrm{Nu}_0\left(\overline{T_w}\right)\lambda_0\left(\overline{T_w}\right)} \left(\frac{1 - 2d / h_{ef}}{1 + 2d / D_2}\right)^{0,63}, \qquad (2.3.21)$$

где h_{ef} – ширина наименьшего просвета в потоке ТН без обледенения,

C_j – коэффициент коррекции теплоотдачи j-участка в пучке труб [6].

Использованные в данном разделе критериальные уравнения были получены на основе усреднения результатов эксперимента, поставленного в специальных условиях для геометрии течения простейшей формы. В реальной установке коэффициенты этих уравнений могут отличаться и должны быть идентифицированы на основе опорных измерений, выполненных на конкретной установке. С этой целью в выражения (2.2.25), (2.2.39), (2.3.11) для коэффициентов, существенных для задачи переноса, введены параметры идентификации k_a, k_w, k_g а процедура идентификации является необходимым компонентом построения модели.

2.4 Метод бигиперболической аппроксимации табличных данных теплофизических свойств СКФ

Для проведения численного расчета и обработки экспериментальных данных необходимо записать аналитические зависимости теплофизических параметров СКФ, чтобы фактически задать уравнения модели. Это также позволит сделать комплекс программ автономным и устойчивым к повреждению файлов табличных данных. Для сверхкритического и предкритического состояний задача аппроксимации не является тривиальной, поскольку параметры изменяются от типичных для жидкого до типичных для газообразного состояний и характеризуются наличием аномального поведения в критической области. Например, имеющиеся дробно-рациональные аппроксимации [37–49] содержат до 190 коэффициентов для каждого свойства, что делает их проблемными для введения в программный код и неэффективными по скорости вычислений.

Для оптимизации числового выражения коэффициентов аппроксимации применяется нормировка физических величин. В качестве нормировочных значений для сверхкритического состояния обычно используются критические параметры вещества. Для теплофизических характеристик, неопределенных в критической точке, возьмем идеально-газовые значения характеристик. Примеры нормировочных значений для кислорода и азота приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Критические и нормировочные значения переменных

Параметр	Единица измерения	Значение для кислорода	Значение для азота
Газовая постоянная R	Дж/(кг·К)	259,835	296,8
Критическая температура $T_к$	К	154,581	126,2
Критическое давление $P_к$	МПа	5,043	3,400
Критическая плотность $\rho_к$	кг/м^3	436,2	313,1
Температура кипения $T_ж$ при 0,1 МПа	К	90,188	77,35
Изобарная теплоемкость C_{p0}	кДж/(кг·К)	3,5 R	3,5 R
Удельная энтальпия H	кДж/кг	313,3	313,3
Теплопроводность $\lambda 0$	мВт/(м·К)	27	27
Динамическая вязкость μ_0	10^{-7} Па·с	200	200

Основное неудобство дробно-рационально аппроксимации состоит в том, что она имеет одинаковые асимптотики слева и справа, тогда как физические параметры обычно имеют различное асимптотическое поведение. Простейший и эффективный по скорости вычисления способ получить различные асимптотики заключается в использовании квадратных корней в аппроксимирующей формуле. Наиболее простой и универсальной формулой такого вида является гиперболическая зависимость общего вида, которая и предлагается в качестве базовой в разрабатываемом методе.

Интересующие нас физические зависимости являются функциями двух переменных – температуры и давления. При этом температурная зависимость рассматривается в широком интервале изменения переменной и является существенно более сложной, чем барическая, рассматриваемая в сравнительно узком интервале значений. Поэтому используется следующий общий алгоритм построения аппроксимирующей формулы:

1. Для заданного набора значений давления строятся одинакового вида изобарические аппроксимации температурной зависимости физического параметра.

2. Полученные коэффициенты аппроксимации для различных давлений далее аппроксимируются своими формулами (обычно достаточно полиномиальной зависимости не выше второй степени).

Температурную зависимость параметра будем строить в виде алгебраической функции общего вида:

$$F(x,y) \equiv \sum_{i,j=0}^{n} a_{i,j} x^i y^j = 0. \tag{2.4.1}$$

В общем случае такая зависимость не разрешается в явном виде, поэтому используем частный случай ее представления в виде комбинации гиперболических зависимостей. Базовая гиперболическая зависимость представляется алгебраической функцией второго порядка вида

$$\big(y - y_0 - k_1(x - x_0)\big)\big(y - y_0 - k_2(x - x_0)\big) = \varepsilon_1. \tag{2.4.2}$$

Здесь (y_0, x_0) – точка пересечения асимптот гипербол, (k_1, k_2) – угловые коэффициенты асимптот, ε_1 – параметр гиперболы. Пусть $y_1(x)$ – решение уравнения (2.4.2):

$$y_1(x) = \left(y_0 + \frac{k_1 + k_2}{2}(x - x_0) \right) \pm \sqrt{\left(\frac{k_1 - k_2}{2}(x - x_0) \right)^2 + \varepsilon_1}\ . \tag{2.4.3}$$

В этом выражении знак выбирается в соответствии с требуемой ветвью гиперболы. Подставив его в асимптоту другой зависимости вида (2.4.3), получим бигиперболическую зависимость

$$y_2(x) = \frac{b_0 + k_3 x + y_1(x)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b_0 + k_3 x - y_1(x)}{2} \right)^2 + \varepsilon_2}\ , \tag{2.4.4}$$

где $y=b_0+k_3x$ – третья асимптота зависимости (одна из асимптот у обоих гипербол здесь совпадает), ε_2 – параметр второй гиперболы.

Зависимость (2.4.4) является алгебраической зависимостью четвертого порядка, а ее схематический вид представлен на рис. 2.3.

Данную процедуру можно продолжать необходимое число раз, получая полигиперболические формулы. Коэффициенты выбранной зависимости могут быть найдены из ее представления в виде (2.4.1) и применении к нему линейного метода наименьших квадратов. Например, выделив слагаемое $a_{0,n}x^0y^n$, представим формулу (2.4.1) в виде

$$y^n = \sum_{i=1, j=0}^{n} \alpha_{i,j} x^i y^j + \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_{0,j} y^j \tag{2.4.5}$$

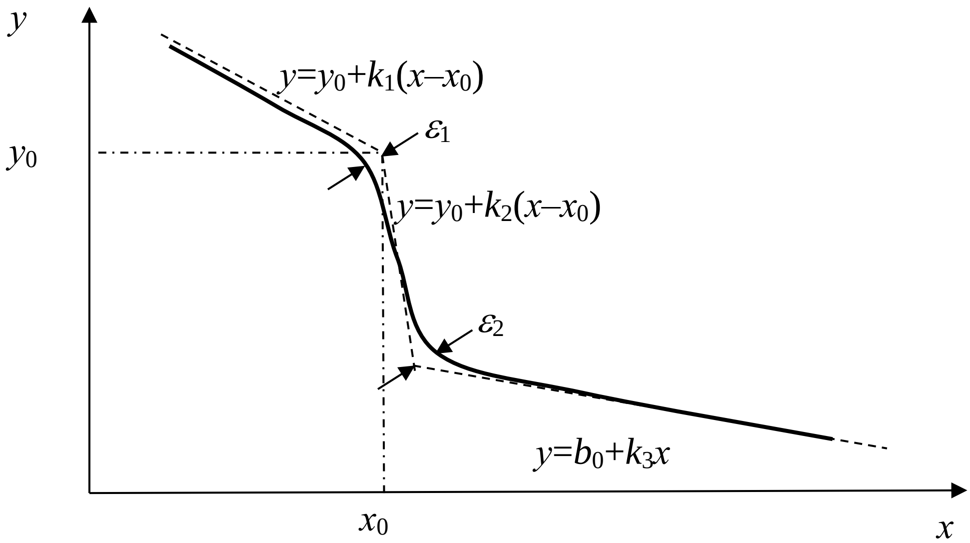


Рис. 2.3. Схематическое изображение бигиперболической зависимости.

Теперь коэффициенты $\alpha_{I,j}$ могут быть найдены как коэффициенты множественной полиномиальной регрессии функции y^n на факторы x, y.

Более общего вида зависимость из двух гипербол с несовпадающими асимптотами можно получить, подставив выражения вида (2.4.3) непосредственно в формулу (2.4.2):

$$\left(y - y_1(x)\right)\left(y - y_2(x)\right) = \varepsilon_3. \tag{2.4.6}$$

Аналогично (2.4.4) ее решение будет выражаться в виде

$$y_3(x) = \frac{y_1(x) + y_2(x)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{y_1(x) - y_2(x)}{2}\right)^2 + \varepsilon_2}\,, \tag{2.4.7}$$

Схематический вид такой зависимости представлен на рис. 2.4.

Знаки перед корнями в формулах (2.4.3), (2.4.4), (2.4.6) выбираются в соответствии с требуемой ветвью гиперболы. Пусть, например, $k_1 > k_2$, тогда при выборе знака «плюс» в формуле (2.4.3) правосторонней асимптотой гиперболы будет $y = y_0 + k_1(x - x_0)$, а левосторонней, соответственно, $y = y_0 + k_2(x - x_0)$. При другом знаке эти асимптоты меняются местами. Аналогичные соображения применимы и к зависимости (2.4.7) по соотношению знаков функций $y_1(x)$, $y_2(x)$ в правосторонней области (рис. 2.4, показан выбор знака «плюс»).

В бигиперболической зависимости (2.4.4) аналогичные правила применяются к соотношению знаков функций $y=y_1(x)$ и $y=b_0+k_3x$: при выборе знака «плюс» справа будет та функция, значения которой в этой области больше (рис. 2.5).

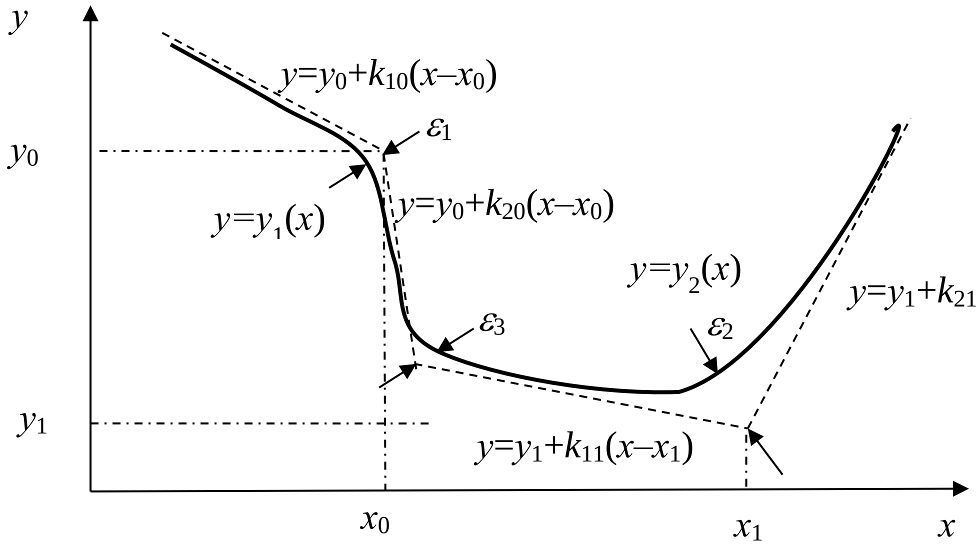


Рис. 2.4. Схематическое изображение бигиперболической зависимости общего вида.

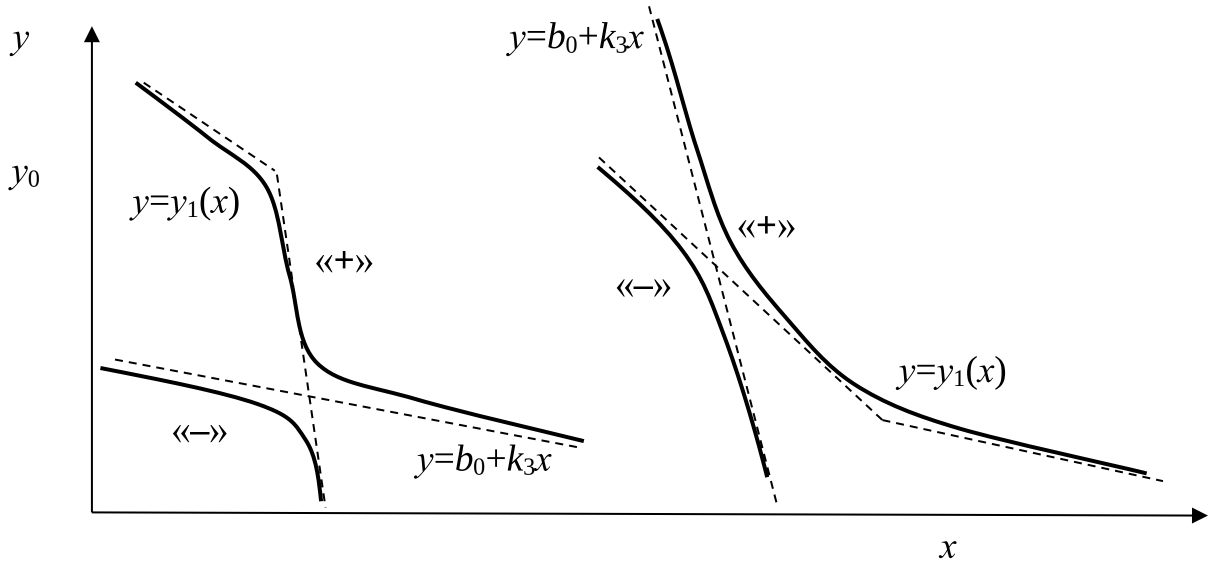


Рис. 2.5. К выбору знаков в бигиперболической зависимости

Рассмотрим построение конкретных зависимостей (2.4.3)-(2.4.7) на примерах.

Гиперболическая зависимость (2.4.3). На рис. 2.6 представлены графики зависимости изобарной теплопроводности азота $\lambda_1(T, P)$ от температуры и давления в двух видах – аксонометрической проекции и линий уровня. Нетрудно заметить, что температурные зависимости имеют характерный гиперболический вид. Это обстоятельство позволяет использовать здесь аппроксимирующую зависимость (2.4.3).

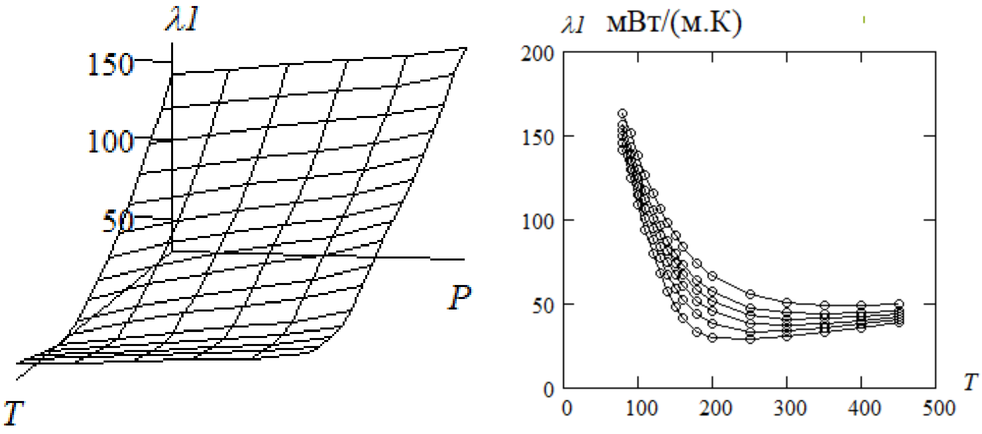


Рис. 2.6. Температурная зависимость теплопроводности азота при давлениях, МПа (снизу вверх справа): 10, 15, 20, 25, 30, 40.

Раскрывая скобки в выражении (2.4.3), запишем его в виде:

$$y^2 = c_1 x^2 + c_2 xy + c_3 x + c_4 y + c_5, \tag{2.4.8}$$

где обозначено

$$\begin{aligned} &c_1 = -k_1 k_2, \quad c_2 = k_1 + k_2, \\ &c_3 = 2k_1 k_2 x_0 - (k_1 + k_2) y_0, \quad c_4 = 2y_0 - (k_1 + k_2) x_0, \\ &c_5 = \varepsilon_1 + (k_1 + k_2) x_0 y_0 - k_1 k_2 x_0^2 \end{aligned} \tag{2.4.9}$$

Коэффициенты регрессионного уравнения (2.4.8) легко определяются методом множественной регрессии. Затем из первых двух соотношений в (2.4.9) решением квадратного уравнения находятся коэффициенты k_1, k_2, после чего вторые два соотношения в (2.4.9) образуют линейную систему уравнений для определения x_0, y_0, затем последнее соотношение в (2.4.9) выражает значение ε_1.

Обработка данных рис. 2.6 по зависимости (2.4.8) дала следующую таблицу коэффициентов множественной регрессии.

Таблица 2.2. Значения регрессионных коэффициентов

P, МПа	15	20	25	30	40
c_1	4,0281	4,0488	4,0220	3,8604	3,2545
c_2	-9,8791	-10,0728	-10,2624	-10,2922	-10,0185
c_3	-1,8006	-1,5788	-1,1266	-0,3104	2,2304
c_4	10,2387	10,1814	10,1438	10,1068	10,1420
c_5	1,2897	2,8849	4,3058	5,1060	4,6551

Результаты расчета параметров гиперболических зависимостей по формулам (2.4.9) на основе данных таблицы 2.2 приведены в таблице 2.3.

Таблица 2.3. Параметры гиперболических зависимостей

P, МПа	15	20	25	30	40
k_1	0,3922	0,3871	0,378	0,3623	0,315
k_2	-10,27	-10,46	-10,64	-10,65	-10,33
x_0	0,9212	0,8985	0,876	0,8622	0,8568
y_0	0,569	0,5656	0,5769	0,6166	0,7793
ε	3,0493	4,7348	6,4055	7,708	8,9549

Для определения степени аппроксимирующего полинома по давлению на рис. 2.7 приведены графики зависимостей из табл. 2.3.

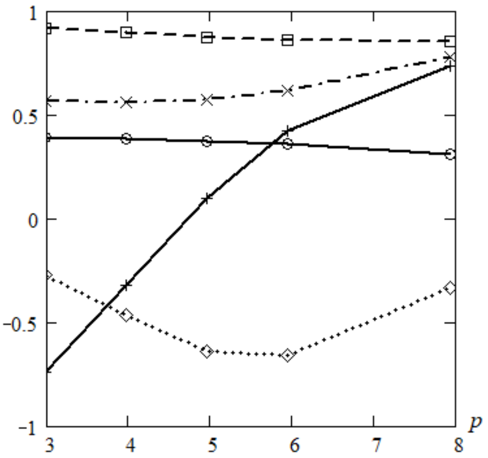


Рис. 2.7. Графики барических зависимостей гиперболических коэффициентов: k_1 (O), k_2 + 10 (◊), x_0 (□), y_0 (×), (ε – 6)/4 (+)

Как следует из рис. 2.7, для их аппроксимации могут быть использованы полиномы нулевой, первой и второй степени. Следует отметить, что находимые коэффициенты сильно коррелированы, поэтому после их аппроксимации, подстановки полученных выражений в формулу (2.4.3) и упрощения выражений была исследована значимость различных слагаемых по их вкладу в остаточную сумму квадратов окончательной аппроксимации. После отсева незначимых членов окончательно получено выражение:

$$\Lambda(t,p) = 5,21 - 4,27t - 0,0261p + \\ + \sqrt{20,2 + 0,71p - 42,75t + 0,331pt + 20,85t^2}. \tag{2.4.10}$$

Графики зависимости (2.4.10) в сравнении с экспериментальными данными представлены на рис. 2.8 в нормированных переменных.

Расчет средней ошибки полученной аппроксимации дал значение абсолютной ошибки 0,008, а относительной ошибки 0,08%, что вполне приемлемо для практических расчетов переноса СКФ.

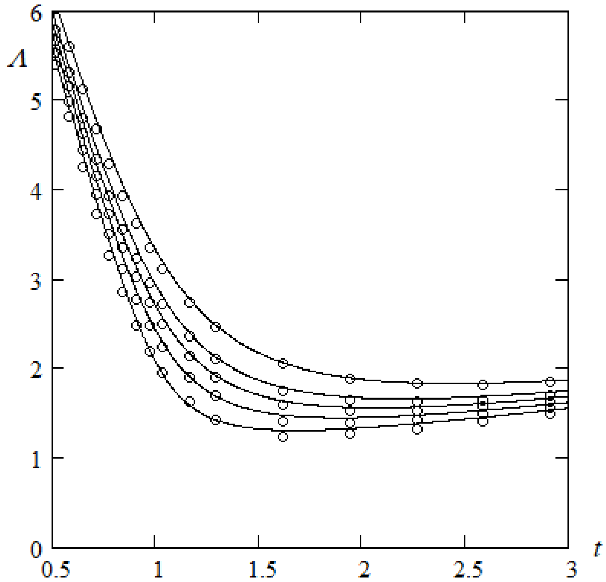


Рис. 2.8. Гиперболическая аппроксимация температурной зависимости изобарной теплоемкости азота при давлениях, МПа (снизу вверх): 15, 20, 25, 30, 40.

Бигиперболическая зависимость (2.4.4) *с вертикальной или горизонтальной асимптотой*. На рис. 2.9 представлены графики зависимости динамической вязкости кислорода $\mu_1(T,P)$ от температуры и давления также в двух видах. Здесь видно, что зависимости имеют характерный бигиперболический вид с общей асимптотой. Тогда применим зависимости (2.4.3), (2.4.4) для построения аппроксимирующей формулы.

Особенность данного случая состоит в том, что одна из асимптот является вертикальной, поэтому соотношение (2.4.3) модифицируется в виде:

$$y_1(x) = y_0 + k_1(x - x_0) + \frac{\varepsilon_1}{x - x_0}. \tag{2.4.11}$$

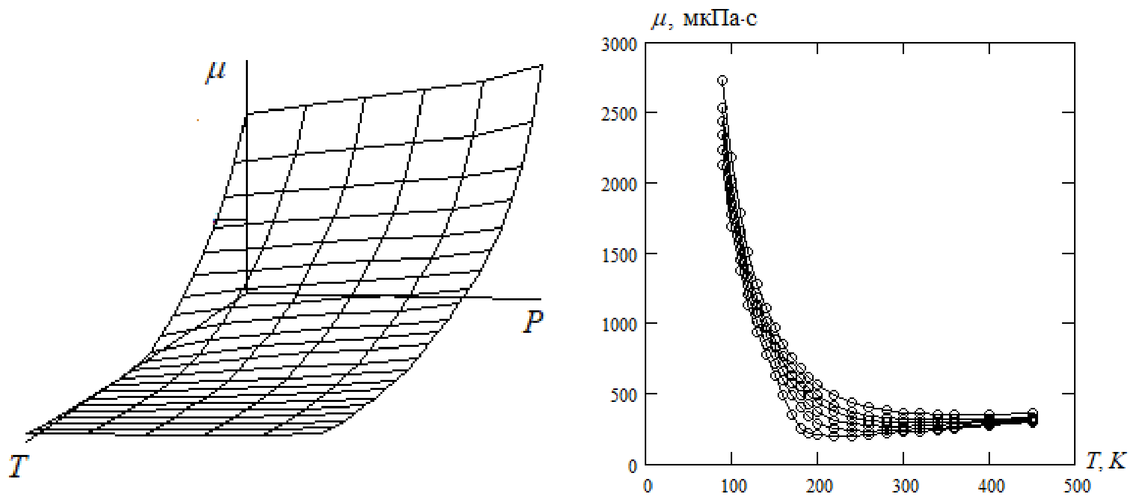


Рис. 2.9. Температурная зависимость динамической вязкости СКФ- кислорода при давлениях, МПа (снизу вверх справа): 10, 15, 20, 25, 30, 40.

Соответственно зависимости (2.4.4) можно придать явный вид:

$$y_2(x)=\frac{1}{2}\left(b_0+k_2x+y_0+k_1(x-x_0)+\frac{\varepsilon_1}{x-x_0}\right)+$$
$$+\frac{1}{2}\sqrt{\left(b_0+k_2x-\left(y_0+k_1(x-x_0)+\frac{\varepsilon_1}{x-x_0}\right)\right)^2+4\varepsilon_2}. \qquad (2.4.12)$$

Поскольку это уравнение содержит только два неизвестных угловых коэффициента, то для их определения из параметров линеаризованной модели получаем квадратное уравнение, как в предыдущем случае. Однако для остальных коэффициентов получается переопределенная система уравнений, поэтому необходимо учитывать связи между коэффициентами линеаризованной модели. Кроме того, как видно из рис. 2.7, линеаризация приводит к небольшой систематической ошибке регрессионной модели, что является общим недостатком метода линеаризации. Поэтому используем нелинейный вариант регрессионного метода, для чего запишем формулу (2.4.12) в виде

$$y_2(x)=a_0+a_2x+\frac{a_5}{x-a_4}+\sqrt{\left(a_1+a_3x+\frac{a_5}{x-a_4}\right)^2+a_6} \qquad (2.4.13)$$

Это выражение легко дифференцируется по параметрам для процедуры нелинейного МНК. Полученная в результате зависимость коэффициентов от давления представлена на рис. 2.10.

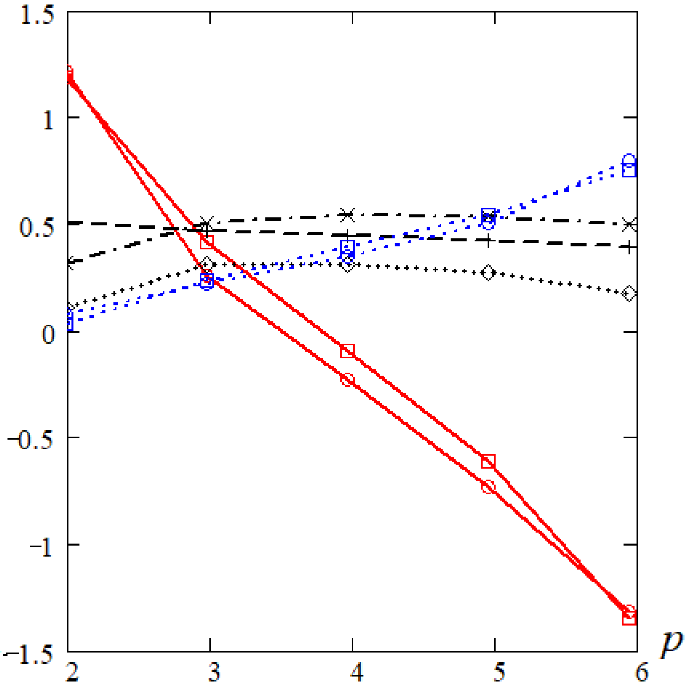


Рис. 2.10. Графики барических зависимостей бигиперболических коэффициентов: a_0 – 8 (О красн.), a_1 – 9 (□ красн.), a_2 + 10 (◊), a_3 + 11 (×), a_4 (+), a_5 (О син.), (a_6 – 12)/35 (□ син.)

Как следует из рис. 2.10, здесь достаточно линейной аппроксимации по давлению. В результате, после отсева незначимых членов и упрощения формулы, получена зависимость нормированной динамической вязкости в виде бигиперболической формулы:

$$\mu^*(t, p) = 0{,} - \ , \ p - 8 \ 7 \ t + \frac{0{,} \ 3 \ 1t + 4p}{t - 0{,} - 0 \ 8p} + 2{,}3 \ 0 \ 5,$$

$$+\sqrt{\left(0{,} + 8 \ 0p - 3 \ t - 0{,} \ tp + \frac{0 \ 4 \ 3 \ 7 \ 6}{t - 0{,} - 0 \ 8p}\right)^2 + 3 \ 3 \ p - 0{,} \ 0 \ 0,}$$

(2.4.14)

Температурные графики зависимости (2.4.14) в сравнении с экспериментальными значениями приведены на рис. 2.10.

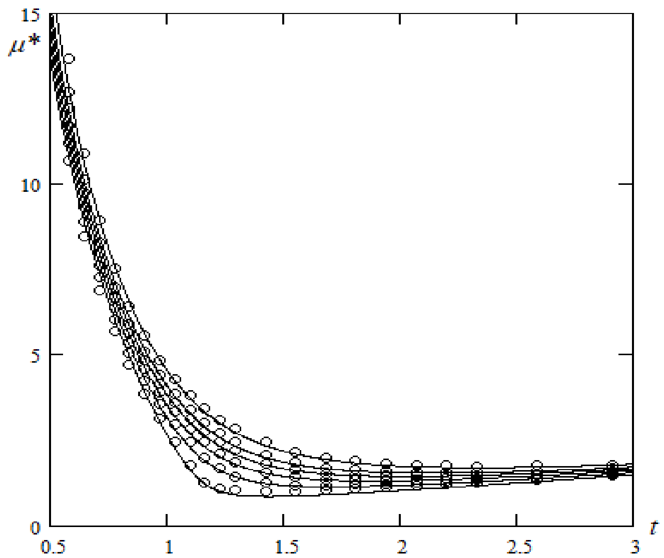


Рис. 2.11. Аппроксимация температурной зависимости динамической вязкости кислорода при давлениях, МПа (снизу вверх): 10, 15, 20, 25, 30, 40.

Расчет средней ошибки полученной аппроксимации дал значение абсолютной ошибки 0,005, а относительной ошибки 0,05%. Отметим, что использование обобщенного вириального разложения [49] дает ошибки 0,067 и 0,205% соответственно.

Бигиперболическая зависимость (2.4.4) *общего вида*. На рис. 2.12 представлены графики зависимости удельной энтальпии кислорода $h_1(T, P)$ от температуры и давления. Как видно из характера зависимости, здесь следует использовать формулу общего вида (2.4.4) с общей средней асимптотой гипербол. В этом случае также необходимо применять нелинейный МНК для нахождения коэффициентов бигиперболической формулы. С учетом сформулированного выше правила знаков запишем эту формулу в виде:

$$y_2(x) = a_0 + a_1 x + y_1(x) - \sqrt{\left(a_2 + a_3 x + y_1(x)\right)^2 + a_4}$$
$$y_1(x) = \sqrt{\left(a_5 + a_6 x\right)^2 + a_7} \qquad (2.4.15)$$

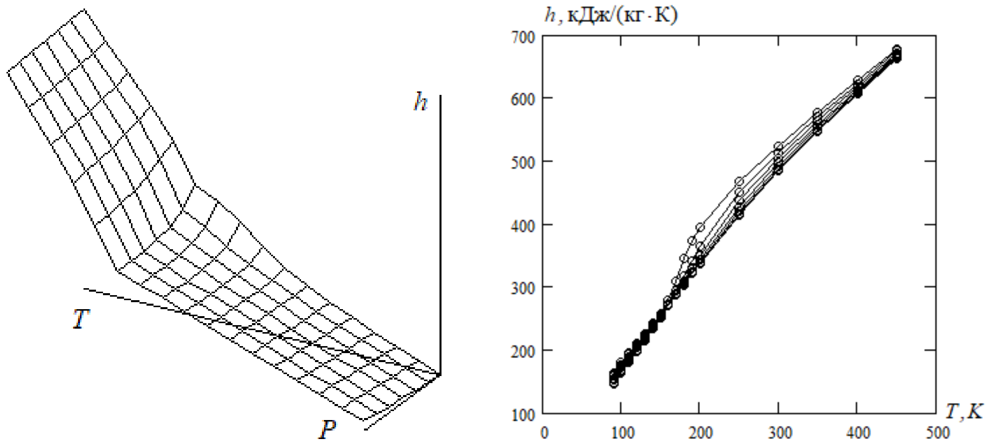


Рис. 2.12. Температурная зависимость удельной энтальпии СКФ-кислорода при давлениях, МПа (снизу вверх справа): 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40.

В результате обработки данных по формуле (2.4.15) получено решение:

$$h^*(t,p) = 0{,}9415t - 0{,}0325 + 0{,}064p + 0{,}00195tp + \varphi(t) +$$

$$+\sqrt{\left(0{,}7825 - 0{,}4585t - 0{,}064p + 0{,}00195tp - \varphi(t)\right)^2 + 0{,}059p - 0{,}084} \quad (2.4.16)$$

$$\varphi(t) = 0{,}3\sqrt{(t-1)^2 + 0{,}033}$$

Графики температурных зависимостей аппроксимации (2.4.16) в сравнении с опытными данными представлены на рис. 2.13.

Средние ошибки полученной аппроксимации составили 0,0001 и 0,015%.

Бигиперболическая формула общего вида (2.4.7) использована для аппроксимации зависимостей более сложной формы – плотности и теплоемкости, показывающих аномальное поведение в критической области.

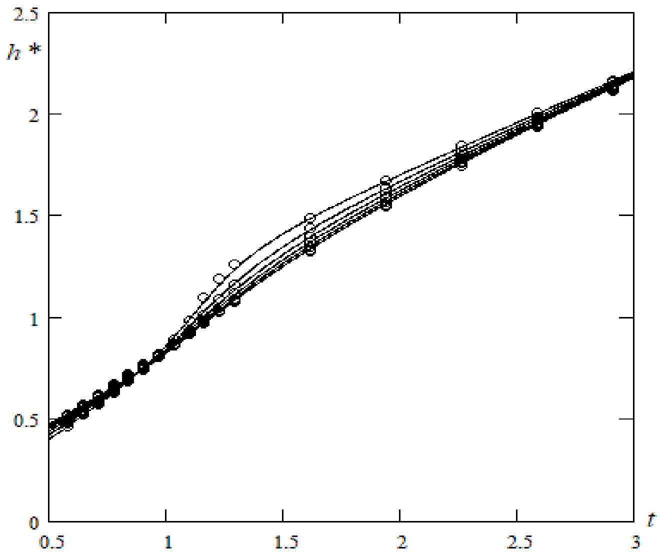


Рис. 2.13. Аппроксимация температурной зависимости удельной энтальпии кислорода при давлениях, МПа (снизу вверх): 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40.

Для проведения расчетов в пакетах мультифизического моделирования желательно иметь рациональные выражения для аппроксимации теплофизических параметров. При этом зависимость от давления в расчете несущественна, поскольку изменение давления в пределах системы мало. Тогда достаточно построить температурные зависимости для опорных значений давлений, важных в практическом плане.

Наиболее удобной и употребительной в этом отношении является дробно-рациональная аппроксимация:

$$y(t) = \frac{a_0 + \sum_{k=1}^{n} a_k t^k}{1 + \sum_{m=1}^{n} b_m t^m}. \tag{2.4.17}$$

Для определения коэффициентов аппроксимации соотношение (2.4.26) переписывается в виде:

$$y(t, y) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} a_k t^k - \sum_{m=1}^{n} b_m t^m y. \tag{2.4.18}$$

В результате задача определения коэффициентов аппроксимирующей зависимости сводится к построению полиномиальной множественной регрессии, которая легко решается, например средствами анализа данных пакета EXCEL.

При построении зависимости (2.4.17) были опробованы многочлены третьей и четвертой степени (n = 3 и n = 4). Формулы четвертого порядка показали высокую точность аппроксимации (относительная ошибка не превышала сотых долей процента). Формулы третьего порядка имели существенно меньшую точность, но вполне пригодную для расчета процесса тепломассопереноса. Поэтому окончательно были выбраны многочлены третьей степени, дающие менее громоздкую формулу. Исключением является аппроксимация коэффициента теплоотдачи. Для него при использовании третьей и четвертой степени знаменатель имеет нули, попадающие в область аппроксимации, что приводит к неадекватной формуле. Поэтому для данного коэффициента использованы многочлены второй степени, дающие хорошие результаты.

Для удобства нормировка температуры t в формуле (2.4.17) осуществлялась на одно значение 150 К, характерное как для азота, так и для кислорода.

Результаты расчета коэффициентов основных теплофизических параметров представлены в таблице 2.4 для кислорода и таблице 2.5 для азота. Зависимости построены для температурного интервала 90÷400 К в случае кислорода и 75÷400 К для азота. В таблице для кислорода для каждой аппроксимации также приведены среднеквадратичная абсолютная ошибка σ и максимальная относительная ошибка δ.

Таблица 2.4 Коэффициенты аппроксимации для кислорода

$a,b,$ σ,δ	C_p, кДж/(кг·К)			λ, мВт/(м·К)		
	20 МПа	30 МПа	40 МПа	20 МПа	30 МПа	40 МПа
a_0	1,5835	1,9087	2,1613	191,04	216,53	225,62
a_1	-2,231	-0,979	0,688	-199,87	-192,31	-178,39
a_2	0,9518	-0,673	-2,203	74,552	70,7105	66,881
a_3	-0,083	0,5116	1,0062	0	0	0
b_1	-1,391	0,0713	1,6205	-1,2656	-0,9476	-0,7991
b_2	0,5297	-1,183	-2,607	0,97355	0,852431	0,79253
b_3	-0,015	0,5784	1,0346	0	0	0
σ	0,016	0,0009	0,0002	1,32	0,31	0,54
δ, %	2,38	0,13	0,056	2,5	0,91	0,44
$a,b,$ σ,δ	ρ, кг/м^3			μ, мкПа/с		
	20 МПа	30 МПа	40 МПа	20 МПа	30 МПа	40 МПа
a_0	1888,8	1695,7	1612,2	99,617	58,006	51,0096
a_1	-2476	-1884	-1538	-320,7	-347,4	-384,46
a_2	1133,2	806,37	625,8	293,11	321,13	329,496
a_3	-114,5	-71,89	-51,59	-97,76	-116,3	-124,03
b_1	-0,205	-0,404	-0,432	-3,565	-3,621	-3,5225
b_2	-0,996	-0,362	-0,108	4,335	3,9947	3,6262
b_3	0,6807	0,343	0,1984	-2,1	-2,316	-2,3696
σ	1,68	0,41	0,13	3,96	0,33	0,24
δ, %	0,72	0,12	0,03	4,31	0,53	0,36

Таблица 2.5 Коэффициенты аппроксимации для азота

a,b	C_p, кДж/(кг·К)			λ, мВт/(м·К)		
	20 МПа	30 МПа	40 МПа	20 МПа	30 МПа	40 МПа
a_0	2,0262	2,294	2,2081	201,56	230,86	241,16
a_1	-2,33	-1,16	-1,055	-224,53	-212,076	-191,61
a_2	0,5396	-0,68	-0,312	103,11	99,059	93,553
a_3	0,2321	0,732	0,4593	0	0	0
b_1	-0,915	0,218	0,0728	-1,3961	-0,98765	-0,78982
b_2	-0,172	-1,34	-0,809	1,548914	1,3900	1,28524
b_3	0,3226	0,778	0,4915	0	0	0
a,b	ρ, кг/м^3			μ, мкПа/с		
	20 МПа	30 МПа	40 МПа	20 МПа	30 МПа	40 МПа
a_0	1438,1	1212,2	1153	53,41	-137,8	-202,62
a_1	-1867	-1208	-902	-273	58,58	169,87
a_2	1003,6	634,28	466,3	291	22,821	-67,579
a_3	-48,05	-29,64	-21,6	-119	-28,89	7,9664
b_1	0,3317	-0,168	-0,2	-3,96	-3,692	-3,6067
b_2	-1,94	-0,472	-0,07	5,118	2,2663	1,4205
b_3	1,5469	0,6177	0,323	-3,19	-1,085	-0,218

Нетрудно видеть, что заметная ошибка наблюдается, в основном, при «пониженном» давлении 20 МПа. Следует отметить, что указанные максимальные отклонения имели место лишь в одной точке вблизи псевдокритической температуры, что для практического использования вполне допустимо.

Наконец, для вычисления среднемассовой температуры (2.2.8) требуется аппроксимация функции, обратной к $h(T)$, соответствующие коэффициенты приведены в таблице 2.6.

При построении этой аппроксимации учтено, что данная зависимость является возрастающей, близкой к линейной, поэтому степень многочлена числителя на единицу больше, чем знаменателя. Также для получения повышенной точности использованы многочлены четвертой степени.

Таблица 2.6 Коэффициенты рациональной аппроксимации зависимости $T_h(h$[кДж/кг]/200) для азота и кислорода

a,b	Кислород			Азот		
	20 МПа	30 МПа	40 МПа	20 МПа	30 МПа	40 МПа
a_0	90	90,007	90,008	89,987	89,994	89,997
a_1	33,956	61,15	87,217	44,455	62,742	67,882
a_2	-79,2	-58,0689	-34,74	-33,874	-23,192	-21,793
a_3	45,359	28,2807	13,144	35,736	27,837	24,094
a_4	9,3287	13,401	17,116	16,304	11,672	8,0598
b_1	-0,98713	-0,70378	-0,428	-0,67638	-0,50337	-0,46725
b_2	0,46	0,28641	0,1388	0,40006	0,29177	0,24906
b_3	0,021577	0,05648	0,0863	0,067694	0,050877	0,033496

2.5 Общая структура модели переноса с обменом на свободной границе

В результате проведенного анализа формируется следующая структура модели переноса в СКТ, представленная на рис. 2.14.

Общий вид уравнений переноса и обмена, полученных выше для нестационарного и стационарного режимов в различных схемах потоков, составляют ядро модели совместно с алгоритмами решения задач переноса, рассматриваемыми в следующей Главе.

Функциональная зависимость коэффициентов обмена не может быть получена в рамках основных уравнений и определяется в рамках конечно-элементного моделирования на базе апробированных моделей турбулентного переноса.

Для настройки модели на конкретную конструкцию установки введены корректирующие коэффициенты, позволяющие провести параметрическую идентификацию модели по опорным измерениям на штатном оборудовании СКТ.

Для постановки граничных условий к уравнениям переноса требуется расчет входных и выходных параметров на базе имеющегося комплектного оборудования.

Получаемая в результате идентифицированная модель используется для оптимизации функционирования СКТ с целью получения регламентных параметров работы системы.

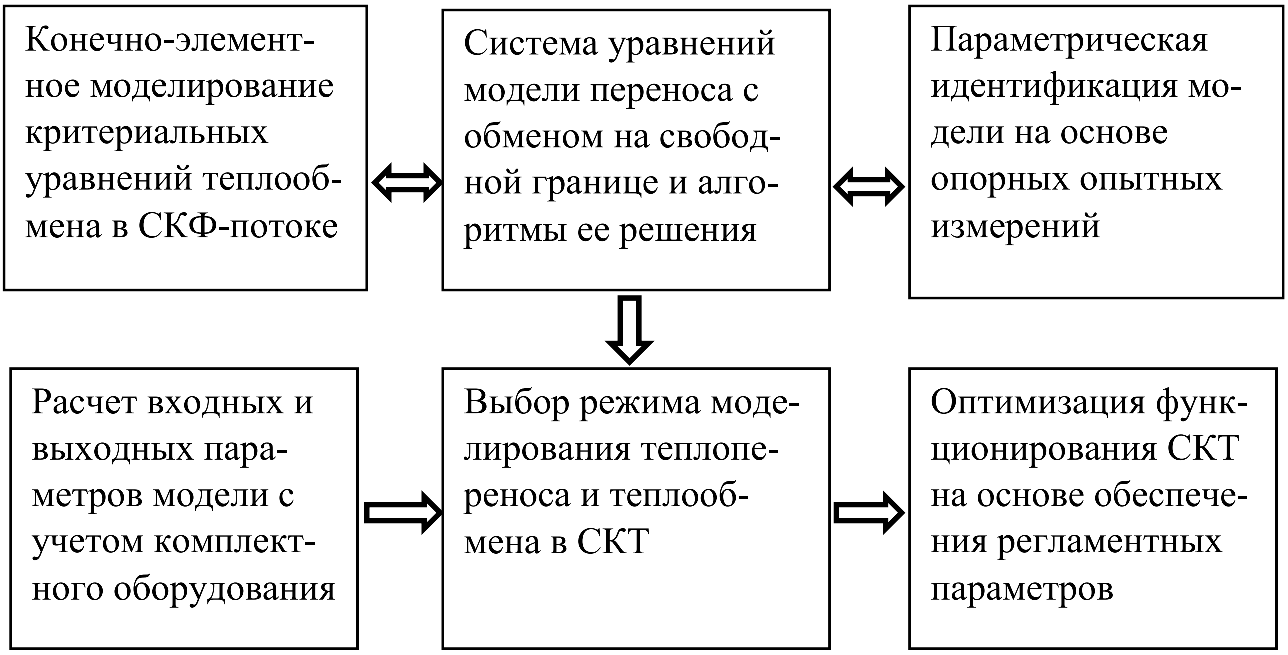


Рис. 2.14. Общая структура модели переноса в СКТ

Разработка алгоритмов конечно-элементного моделирования, решения уравнений модели, алгоритма идентификации и алгоритмов оптимизации функционирования рассматриваются в следующей главе.

В четвертой главе рассматриваются вопросы расчета входных и выходных задаваемых параметров модели, определяемых составом и режимом работы комплектного оборудования – насосной группы и ресивера.

2.6 Апробация математической модели в околокритической области

Для апробации одномерной модели воспользуемся экспериментальными данными работы [68] для газификатора азота с интенсификаторами теплообмена и низкими значениями массового расхода СКФ. Полученное в [68] критериальное уравнение согласуется с данными авторов в пределах ±20%-разброса и фактически не отражает влияние факторов, которое также укладывается в этот разброс. Ввиду отсутствия удовлетворительного критериального уравнения используем прямую аппроксимацию коэффициента теплоотдачи на основе характерного вида температурной зависимости в околокритической области, которую примем в форме

$$\alpha(T,P)=k_{\text{и}}\frac{\lambda_1(T_w,P)}{D_t}\mathrm{Nu}_0(T,P)\left[1+\frac{A}{(P-P_c)^a}\exp\left(-\frac{\left|T-T_{pc}(P)\right|}{b(T_{pc}(P)-T_c)}\right)\right], \quad (2.6.1)$$

где $k_{\text{и}}$ – коэффициент интенсификации теплообмена, P_c – критическое давление, T_c – критическая температура, T_{pc}–псевдокритическая температура, соответствующая рабочему давлению P, A, a, b – эмпирические константы, подбираемые методом параметрической идентификации для температурного профиля данного эксперимента, $\mathrm{Nu}_0(T,P)$ – критериальное уравнение для числа Нуссельта без учета псевдокритической области.

Выбор зависимости (2.6.1) обусловлен тем, что максимум коэффициента теплоотдачи приходится на псевдокритическую температуру, а его ширина и высота зависят от близости к критической точке данного вещества.

Ввиду ограниченности данных, приведенных в работе [68], будем относить коэффициент теплоотдачи к температуре теплоносителя, как это использовано в формуле (2.6.1). Построена аппроксимация барической зависимости псевдокритической температуры азота в области давлений 7-10 МПа:

$$T_{pc}(P) = T_c + 18{,}02\left(\frac{P - P_c}{P_c}\right)^{0{,}587}. \tag{2.6.2}$$

С использованием этой зависимости из температурных профилей, приведенных в работе [68], была получена аппроксимация коэффициента теплоотдачи в рассматриваемой околокритической области в соответствии с условиями эксперимента [68], которая имеет вид:

$$\alpha(T,P) = 3\frac{\lambda_1(T,P)}{D_t}\mathrm{Nu}_0(T,P)\left[1 + 13{,}5\left(\frac{P_c}{P - P_c}\right)^{3{,}3} e^{-\frac{|T - T_{pc}(P)|}{2{,}2(T_{pc}(P) - T_c)}}\right], \tag{2.6.3}$$

где $\mathrm{Nu}_0(T, P)$ – критериальное уравнение Петухова и Кириллова (1.2.6).

В пренебрежении изменением ΔT в схеме 1а может быть использован простой интегральный алгоритм сквозного счета, основанный на разделении переменных в уравнении (2.2.19) с учетом того, что в силу (2.2.24) толщина обледенения зависит явно только от температур СКФ и теплоносителя:

$$\int_{T_{in}}^{T} \frac{M_1 c_P(T', P) R_t(T', P, d(T'))}{T_w - T'} dT' = x, \tag{2.6.4}$$

Это решение дает простой пошаговый алгоритм расчета:

$$x_{i+1} = x_i + \int_{T_i}^{T_{i+1}} \frac{M_1 c_P(T', P) R_t(T', P, d(T'))}{T_w - T'} dT', \tag{2.6.5}$$

в котором на каждом шаге температура стенки и толщина обледенения находятся совместным итерационным решением уравнений (2.2.24). Решение в результате получается в виде обратной функции $x(T)$, поэтому алгоритм не подходит для описания совместного переноса с обменом в двух потоках. Кроме того, схема (2.6.5) фактически явная, поэтому ее устойчивость не гарантирована.

В данном разделе алгоритм применим, поскольку соотношение (2.6.3) построено без явного выделения второго потока. При этом тепловое сопротивление в формуле (2.6.5) фиксировано и определяется как

$$R_t = \frac{1}{\pi D_t \alpha}, \tag{2.6.6}$$

С использованием этого выражения и алгоритма (2.6.5) получено распределение температур, показанное на рис. 2.15 в сравнении с экспериментальными данными работы [68].

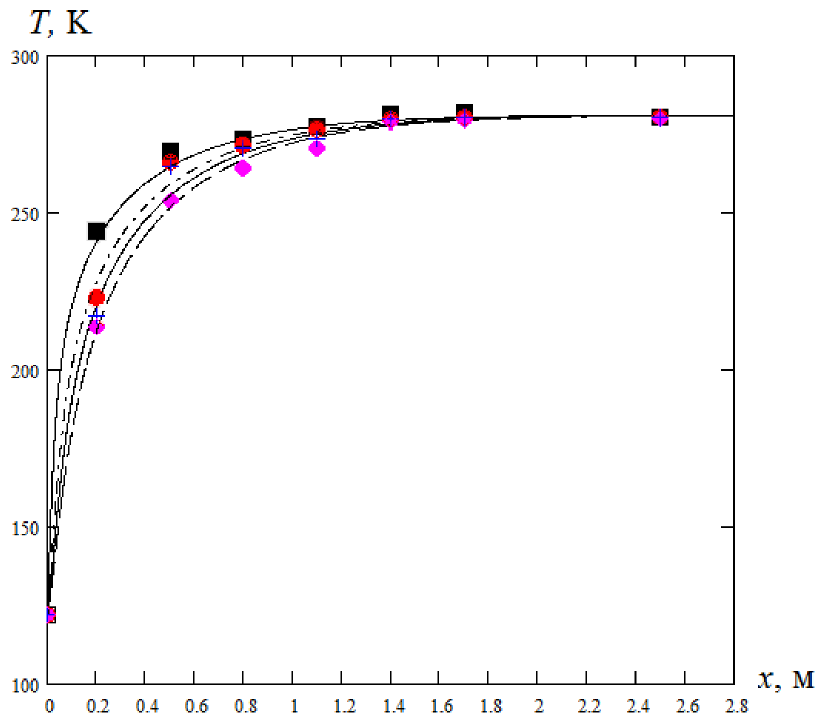


Рис. 2.15. Апробация одномерной модели в околокритической области

Полученное согласие можно считать вполне удовлетворительным.

2.7 Выводы по второй главе

Исследования, проведенные во второй главе, определяют следующие основные результаты:

1. На основе уравнений Рейнольдса в дивергентной форме получена система уравнений переноса тепла с обменом через свободную границу для скрещивающихся и противо- потоков как в нестационарном режиме, так и в квазистационарном приближении.

2. Сформулированы критерии квазистационарности для задачи переноса и задачи обмена через свободную границу, позволяющие обоснованно выбирать модель переноса для конкретных условий функционирования системы.

3. Разработан метод бигиперболической аппроксимации табличных зависимостей теплофизических свойств, позволяющий корректно учитывать асимптотику зависимостей и отличающийся вычислительной экономичностью.

4. Разработана структура модели переноса, отличающаяся использованием комбинации конечноэлементного моделирования, бигиперболической аппроксимации табличных данных и дивергентной постановки задачи, позволяющей использовать консервативные схемы решения повышенной точности.

Глава 3 РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ МОДЕЛИ ПЕРЕНОСА С ОБМЕНОМ НА СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕ [115, 116]

3.1 Алгоритм конечно-элементного моделирования для определения критериальных уравнений в СКФ

Постановка задачи

Для решения инженерных задач по расчету сопряженного переноса в турбулентном течении в настоящее время наиболее широко применяются k-ε модели турбулентности [90, 91], основанные на осредненных по Рейнольдсу уравнениях переноса (RANS), в том числе и для СКФ [68, 96, 99].

Для упрощения вычислительной задачи будем пренебрегать гравиинерциальными эффектами и закручиванием потока в змеевике. Учет этих эффектов может быть осуществлен соответствующими поправочными множителями [6, 7]. Тогда задача становится аксиально-симметричной, что позволяет существенно снизить число степеней свободы и вести расчет на протяженном участке теплообмена. Непрерывность пространственного расчета потока важна для получения надежных критериальных уравнений.

В настоящее время разработано большое число моделей турбулентного переноса (например, ANSYS предлагает выбор из 16 различных моделей). Современные модели имеют комбинированный характер, использующий различное описание в пристеночной области и в объеме потока, встроены в «тяжелые» пакеты конечно-элементного моделирования (ANSYS Fluent, Comsol Multiphysics и другие) и доступны к применению в готовом интерфейсе пользователя. Поэтому аналитическое описание уравнений модели здесь нецелесообразно, и ограничимся описанием алгоритма моделирования в таком пакете.

Область решения задачи выбирается в виде продольного сечения трубки заданного радиуса R_1 и длины L_1 (рис. 3.1).

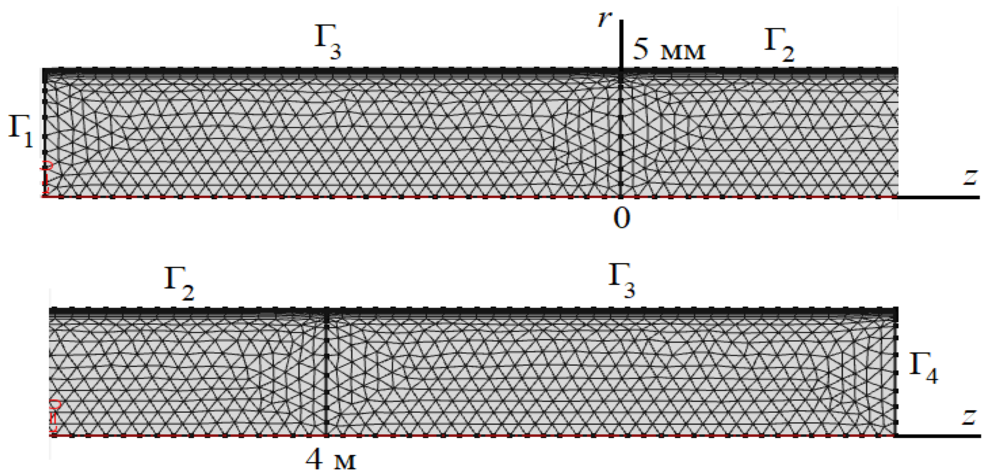


Рис. 3.1. Входной и выходной концы области решения задачи

Для используемого здесь радиуса R_1 = 5 мм удовлетворительные результаты по плотности сетки и времени счета получаются при длине L_1 = 4 м, достаточной для получения критериальных уравнений. Для исключения влияния граничных эффектов на входе и выходе трубки на концах добавляются буферные области длиной 20 мм с условием теплоизолированности поверхности трубки (рис. 3.1).

В соответствии с выбранной геометрией были заданы следующие граничные условия на линиях Γ_i (рис. 3.1):

1) на линии Γ_1 входного потока СКФ:

– однородное распределение температуры

$$T(r) = T_{in}, \tag{3.1.1}$$

– автомодельное распределение скорости турбулентного потока:

$$v_r(r) = 0, \quad v_z(r) = V_0 \sqrt[n]{1 - \left(\frac{r}{R_1}\right)^2}, \tag{3.1.2}$$

значение нормировочного множителя V_0 определялось условием непрерывности потока (2.2.5):

$$2\pi\rho(T_{in}) \int_0^{R_1} v_r r dr = M_1,$$

откуда получено

$$V_0 = \frac{n}{n-1} \frac{m_1}{\rho(T_{in})},$$

в расчетах использовано значение $n = 7$.

Использование автомодельного профиля (3.1.2) позволяет сократить размер входной буферной зоны, необходимой для релаксации входных распределений переменных.

2) на линии Γ_4 выходного потока СКФ:

– отсутствие кондуктивного переноса тепла:

$$\lambda^* \frac{\partial T}{\partial z}(r) = 0, \tag{3.1.3}$$

– однородное распределение давления:

$$p(r) = P_{out}, \tag{3.1.4}$$

– отсутствие вязких напряжений на линии Γ_4:

$$\begin{gathered} 2(\mu + \mu_{\text{т}}) \left[\frac{\partial v_z}{\partial z} \right] - \frac{2}{3}(\mu + \mu_{\text{т}}) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r v_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - \frac{2}{3}\rho k = 0, \\ \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = 0, \end{gathered} \tag{3.1.5}$$

– отсутствие кондуктивного переноса турбулентной энергии и диссипации турбулентной энергии:

$$\frac{\partial k}{\partial z}(r)=0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial z}(r)=0, \tag{3.1.6}$$

Точные условия на выходе из зоны теплообмена заранее неизвестны, поэтому обычно вводится буферная зона без теплообмена с теплоносителем такой длины, чтобы на выходе из нее поток можно считать стабилизированным, то есть таким, для которого выполняются условия (3.1.3)–(3.1.6). Тогда на реальной границе выхода из зоны теплообмена автоматически будут получаться естественные граничные условия. Длина требуемой буферной зоны определяется подбором в вычислительном эксперименте.

3) на линии Γ_2 теплообмена с теплоносителем используется условие Ньютона-Рихмана с заданным коэффициентом теплоотдачи α:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r}(z)=\alpha \cdot \left(T_w - T(z)\right). \tag{3.1.7}$$

Обычно теоретический расчет конвективной теплоотдачи производится для одного из двух режимов: постоянного теплового потока через стенку и постоянной температуры стенки. Однако в реальном техническом устройстве ни одно из этих условий не выполняется, и физические условия теплообмена более близки к общему условию баланса тепла (3.1.7). Для практических целей достаточно исследовать задачу с постоянным по длине коэффициентом теплоотдачи, который, тем самым, становится дополнительным варьируемым параметром модели.

4) на линиях Γ_3 буферных зон применяется условие тепловой изоляции:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r}(z)=0, \tag{3.1.8}$$

для обеспечения стабилизации входного и выходного потоков СКФ.

5) на линиях Γ_2, Γ_3 стенки трубки для корректного описания гидродинамического течения использована расширенная пристеночная обработка EWT.

Начальное распределение зависимых переменных, влияющее на скорость сходимости и устойчивость расчета, задавалось в виде, согласованном с граничными условиями (3.1.2), (3.1.3), (3.1.4):

$$\begin{gathered} v_r(r,z)=0, \quad v_z(r,z)=V_0\sqrt[n]{1-\left(\frac{r}{R_1}\right)^2}, \\ T(r,z)=T_{in}, \quad p(r,z)=P_{out}. \end{gathered} \tag{3.1.9}$$

Функции температурной зависимости теплофизических параметров использовались в форме зависимости (2.4.17) с коэффициентами, взятыми из таблиц 2.4-2.5.

Для корректного решения задачи вблизи стенки использовалась приграничная сетка, составленная из 8 слоев тонких прямоугольных элементов с уменьшающейся толщиной, формируемой в автоматическом режиме (рис. 3.1). Остальная область решения покрывалась треугольными элементами с максимальным размером 0,5 мм.

Расчет проводился в рамках k-ε модели турбулентности с использованием расширенной пристеночной обработки (EWT), показавшей хорошие результаты применительно к теплопереносу в СКФ [68, 96, 99]. Для численного решения уравнений использован пакет ANSYS CFD FLUENT.

Построенная сетка содержала около 200000 конечных элементов, число степеней свободы – около 820000, время решения одной задачи на 6-ядерном процессоре с частотой 3,6 ГГц составило 25 мин.

Вычислительный эксперимент по расчету теплоотдачи в одномерном потоке СКФ-кислорода

Вычислительный эксперимент проводился для следующих значений параметров, покрывающих рабочие режимы функционирования газификатора:

– Давление P_{out} 20, 30, 40 МПа.

– Расход СКФ 0,03, 0,06 и 0,12 кг/с.

– Коэффициент теплоотдачи 500, 1000, 2000 Вт/(м^{2}с).

– Входная температура T_{in} = 90 К.

– Температура теплоносителя T_w = 333 К.

Анализ распределения температуры вдоль оси потока показал, что длина участка тепловой стабилизации составляет около 30 см. Поэтому в дальнейшем в качестве расчетной длины по осевой координате выбран промежуток 0,5÷3,9 м.

Алгоритм расчета среднемассовой температуры предлагается на основе интегрального уравнения баланса энергии:

$$\Delta h(z) = \frac{\pi D_t \alpha}{M_1} \int_0^z \left(T_w - T_{\text{ст}}(z')\right) dz' . \qquad (3.1.10)$$

Затем по аппроксимирующей зависимости из таблицы 2.6 рассчитывается значение температуры T, соответствующее величине (3.1.10):

$$T(z) = T_h\left(\Delta h(z)\right). \qquad (3.1.11)$$

Таблица 2.6 рассчитана для приращения энтальпии относительно входной температуры 90 К. При использовании другой опорной температуры необходимо к величине (3.1.10) перед подстановкой в формулу (3.1.11) добавить соответствующую константу.

Также контрольный расчет среднемассовой температуры производился путем вычисления приращения среднемассовой удельной энтальпии в заданном сечении потока по отношению к значению на входе в зону теплообмена по формуле:

$$\Delta h_i = \frac{2\pi}{M_1} \int_0^{R_1} (\rho v_x h)\big|_{z=z_i} r dr - h_0 . \qquad (3.1.12)$$

Затем по формуле (3.1.11) рассчитывалось значение температуры T_i, соответствующее величине (3.1.12).

В пределах ошибки вычислительного эксперимента и погрешности физической модели оба рассчитанных значения объемной температуры совпадали между собой с точностью до величины вязкой диссипации, влияние которой в данном эксперименте было незначительным. Это также обосновывает пренебрежение вязкой диссипацией при определении объемной температуры, обычно используемое при моделировании СКФ-потока [29–33].

С использованием соотношений (3.1.10), (3.1.11), из решения задачи для заданного набора значений параметров M_1, α, P_{out} были рассчитаны распределения среднемассовой температуры и температуры стенки по длине потока, выборочно представленные на рис. 3.2–3.4.

\

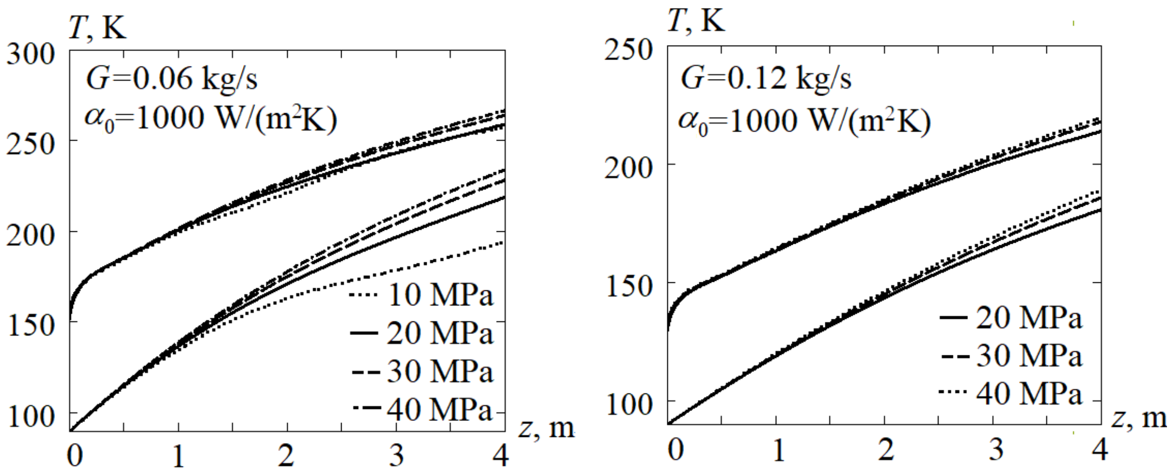


Рис. 3.2. Зависимость распределения среднемассовой температуры (нижние кривые) и температуры стенки (верхние кривые) от рабочего давления СКФ-кислорода при различном расходе $G = M_1$

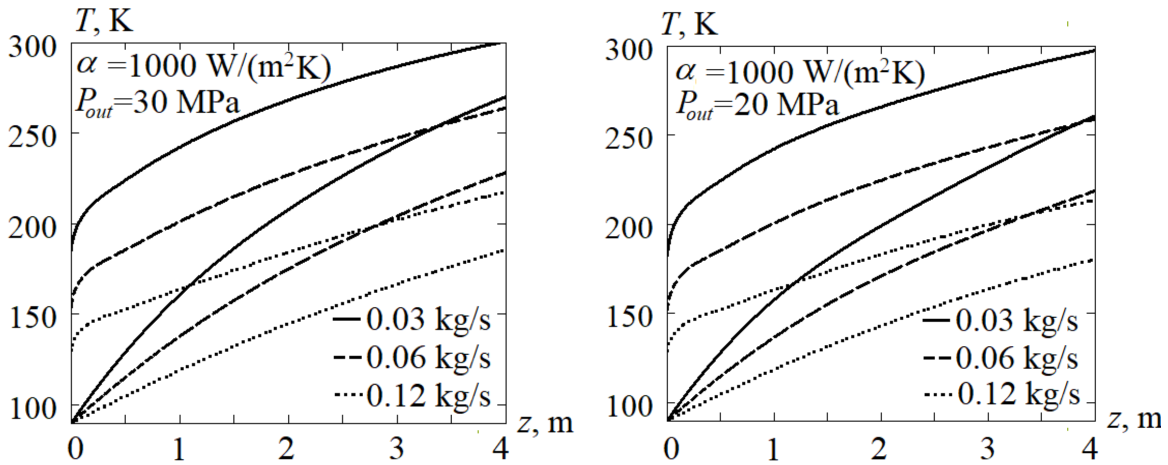


Рис. 3.3. Зависимость распределения среднемассовой температуры (нижние кривые) и температуры стенки (верхние кривые) от массового расхода СКФ-кислорода при различном давлении

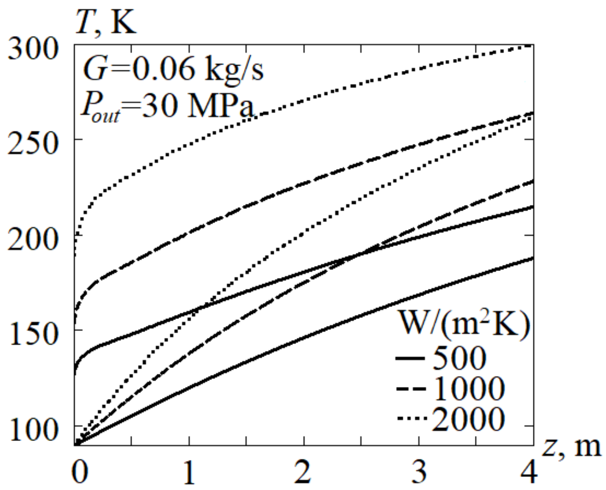


Рис. 3.4. Зависимость распределения среднемассовой температуры кислорода (нижние кривые) и температуры стенки (верхние кривые) от коэффициента теплоотдачи

Для каждого набора параметров графики температуры представлены кривыми одного типа штриха: нижняя кривая – среднемассовая температура, верхняя кривая – температура стенки.

Для сравнения также был произведен расчет с давлением P_{out} = 10 МПа из околокритической области, результат которого представлен на рис. 3.2 точечной линией. Как видно, в этой области наблюдается существенное снижение интенсивности теплообмена и значительное нарастание температурного фактора.

Как видно из рисунков 3.2-3.4 изменение давления СКФ незначительно влияет на разницу между среднемассовой температурой и температурой стенки, а также на характер изменения этих температур вдоль трубки. Однако увеличение коэффициента теплоотдачи приводит к значительному изменению температурного профиля и росту выходной температуры. В свою очередь изменение массового расхода СКФ имеет схожий, но обратный характер влияния на температурный профиль.

Методика расчета критериального уравнения СКФ

Для расчета локального коэффициента теплоотдачи используется плотность теплового потока, определяемая граничным условием (3.1.7):

$$q(z) = \alpha\left(T_w - T_{\text{ст}}(z)\right). \qquad (3.1.13)$$

Затем локальный коэффициент теплоотдачи в СКФ, соответствующий температуре $T(z)$, определяется как

$$\alpha_1(z) = \frac{q(z)}{T_{\text{ст}}(z) - T(z)} = \alpha \frac{T_w - T_{\text{ст}}(z)}{T_{\text{ст}}(z) - T(z)}. \qquad (3.3.14)$$

Отметим, что здесь коэффициент теплоотдачи определяется относительно среднемассовой температуры, поэтому, вообще говоря, может не совпадать со значениями, находимыми из других критериальных уравнений. Кроме того, по формуле (3.3.14) коэффициент теплоотдачи непосредственно рассчитывается по среднемассовой температуре и температуре стенки, полученных в предыдущем разделе.

Локальное число Нуссельта определяется на основании значения (3.3.2) по формуле

$$\mathrm{Nu}_{1.i} = \frac{D_t \alpha_{1.i}}{\lambda_1 (T_i)}. \tag{3.3.15}$$

Это значение также определяется для коэффициента теплопроводности, взятого при среднемассовой температуре.

В результате для каждой комбинации параметров находится таблица ($\mathrm{Nu}_{1.\mathrm{i}}$, T_{i}, $T_{\mathrm{CT.i}}$, P_{j}, α_k) зависимости числа Нуссельта от температур потока СКФ и стенки трубки, давления СКФ и коэффициента теплоотдачи в теплоносителе.

Некоторые результаты расчетов по формулам (3.1.13–15) представлены на рис. 3.5–7.

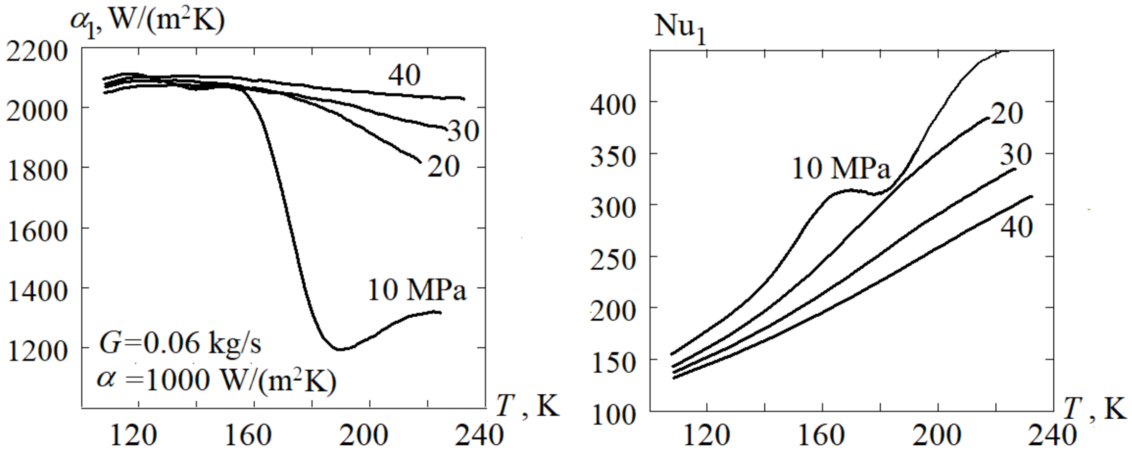


Рис. 3.5. Температурная зависимость коэффициента теплоотдачи и числа Нуссельта в СКФ-кислороде при закритическом давлении СКФ и сравнение с данными для околокритического давления (10 МПа)

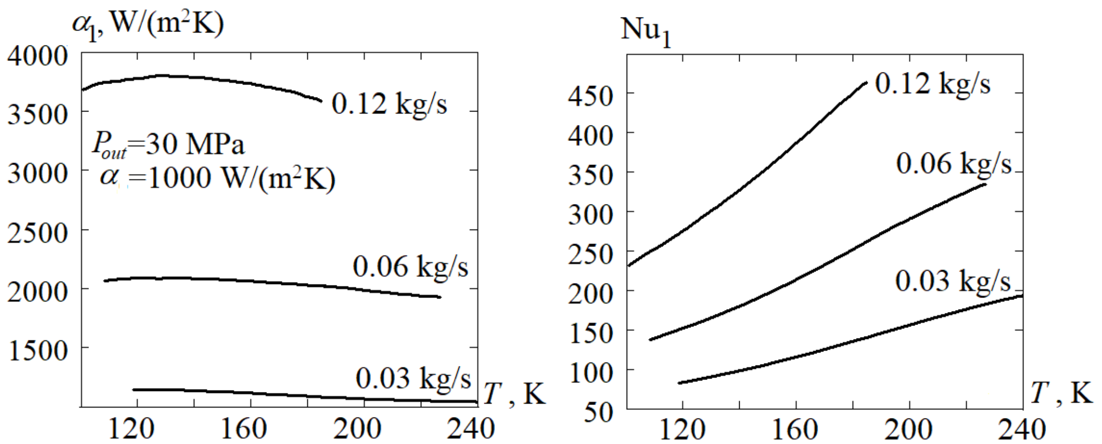


Рис. 3.6. Температурная зависимость коэффициента теплоотдачи и числа Нуссельта в СКФ-кислороде при различном массовом расходе СКФ

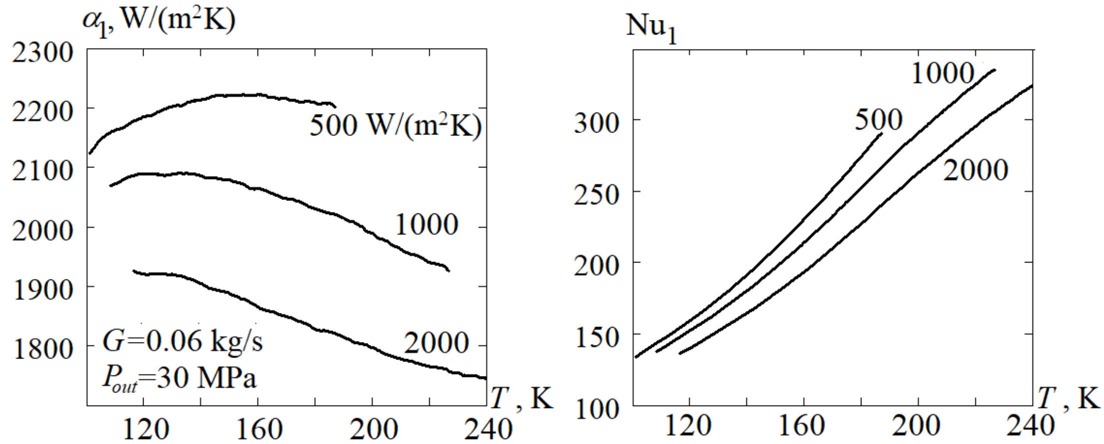


Рис. 3.7. Температурная зависимость коэффициента теплоотдачи и числа Нуссельта в СКФ-кислороде при различном коэффициенте α

Проведено также сравнение с расчетом теплоотдачи в околокритической области (рис. 3.5, кривая для 10 МПа). Как видно из сравнения, выход в околокритическую область приводит к значительному немонотонному снижению коэффициента теплоотдачи. Поэтому режим работы СКТ следует выбирать таким образом, чтобы рабочая зона оставалась в закритической области давлений: $P \geq 3P_c$.

Для получения критериального уравнения используется мультипликативная модель (1.2.7)–(1.2.8), в которую включаются все обычно используемые факторы:

$$\mathrm{Nu} = a_0 \,\mathrm{Pr}^{a_1}\,\mathrm{Re}^{a_2}\left(\frac{\mu_1}{\mu_{1.\text{ст}}}\right)^{a_3}\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_{1.\text{ст}}}\right)^{a_4}\left(\frac{c_P}{c_{P.\text{ст}}}\right)^{a_5}\left(\frac{\rho_1}{\rho_{1.\text{ст}}}\right)^{a_6}\left(\frac{\bar{c}_P}{c_P}\right)^{a_7}\left(\frac{D_t\alpha}{\lambda_1}\right)^{a_8}\overline{\mathrm{Pr}}^{a_9}, \quad (3.1.16)$$

где $\bar{c}_P = \dfrac{h_{\text{ст}} - h}{T_{\text{ст}} - T}$ – средняя интегральная теплоемкость СКФ, $\overline{\mathrm{Pr}} = \dfrac{\mu_1 \bar{c}_P}{\lambda_1}$ – среднее по теплоемкости число Прандтля, часто используемое (раздел 1.2) при построении критериального уравнения для СКФ.

Коэффициенты a_i находятся регрессионным анализом линеаризованной модели, полученной логарифмированием равенства (3.1.16). Анализ для данного СКФ показал, что коэффициенты a_1 и a_9 сильно коррелированы, причем коэффициент a_1 обладает меньшей значимостью в модели. Также коэффициенты a_3 и a_4 оказались существенно незначимыми. В результате отсеивания этих коэффициентов модель сократилась до вида

$$\mathrm{Nu}(T,P) = a_0 \overline{\mathrm{Pr}}^{a_1}\,\mathrm{Re}^{a_2}\left(\frac{\rho}{\rho_{\text{ст}}}\right)^{a_3}\left(\frac{\bar{c}_P}{c_P}\right)^{a_4}\left(\frac{c_P}{c_{P.\text{ст}}}\right)^{a_5}. \quad (3.1.17)$$

В данной модели все коэффициенты показали высокий уровень значимости, относительная ошибка определения натуральных (не логарифмированных) значений числа Нуссельта составила: максимальное значение 3%, среднее значение 1%. Окончательное полученное выражение числа Нуссельта для СКФ-кислорода имеет вид:

$$\mathrm{Nu}(T,P)=0.0292\overline{\mathrm{Pr}}^{0.542}\,\mathrm{Re}^{0.773}\left(\frac{\rho_{1.\text{ст}}}{\rho_1}\right)^{0,464}\left(\frac{\bar{c}_P}{c_P}\right)^{0.663}\left(\frac{c_P}{c_{P.\text{ст}}}\right)^{0.357}. \qquad (3.1.18)$$

Корреляция полученных в вычислительном эксперименте и рассчитанных по формуле (3.1.18) значений числа Нуссельта показана на рис. 3.8. Как видно, полученные данные показывают очень хорошую корреляцию с уравнением (3.1.18).

Отметим, что в высокотемпературном пределе последние три сомножителя в левой части равенства (3.1.18) стремятся к единице, а $\overline{\mathrm{Pr}} \to \mathrm{Pr}$, в результате уравнение (3.1.18) показывает хорошее согласие с классической формулой Диттуса-Болтера, что важно для расчета СКТ, функционирующего в широкой области температур. Это также подтверждает достоверность формулы (3.1.18). Отличие в числовом коэффициенте связано с тем, что для рассматриваемых чисел Рейнольдса сама формула Диттуса-Болтера неточна, а также наша формула построена для диапазона высоких давлений.

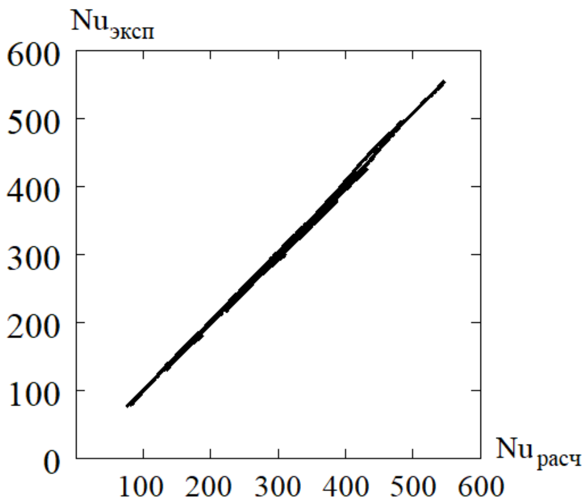


Рис. 3.8. Сравнение чисел Нуссельта для СКФ-кислорода, полученных в вычислительном эксперименте и по формуле (3.1.18)

Вторая серия расчетов проводилась для СКФ-азота при том же наборе параметров, что и для кислорода.

Для аппроксимации зависимости числа Нуссельта в азоте также использовалась модель (3.1.16), но потребовалось учесть зависимость коэффициентов модели от давления, как в уравнении Краснощекова и Протопопова [3]. Использовалась линейная зависимость от давления. В рамках регрессионного анализа установлены те же незначимые коэффициенты, что и в случае кислорода, и дополнительно коэффициент a_5. Также значимую зависимость от давления показал только коэффициент a_7. Результирующее критериальное уравнение для азота имеет вид:

$$\mathrm{Nu}(T,P)=0,0393\overline{\mathrm{Pr}}^{0,487}\,\mathrm{Re}^{0,749}\left(\frac{\rho}{\rho_{\text{ст}}}\right)^{0,438}\left(\frac{\bar{c}_P}{c_P}\right)^{0,233\frac{P}{P_c}-1,407}. \qquad (3.1.19)$$

Здесь относительная ошибка определения натуральных значений числа Нуссельта составила максимальное значение 4%, среднее значение 1,5%.

Рис. 3.9 свидетельствует, что полученные данные показывают очень хорошую корреляцию с уравнением (3.1.19). Это уравнение также показывает хорошее соответствие с высокотемпературным пределом в форме уравнения Диттуса-Болтера.

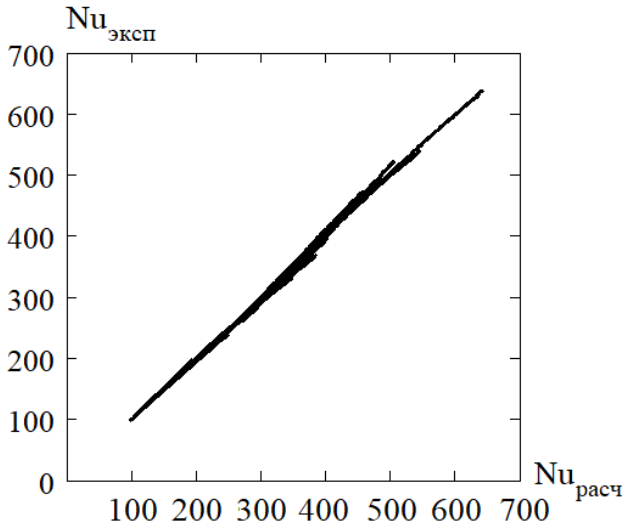


Рис. 3.9. Сравнение чисел Нуссельта для СКФ-азота, полученных в вычислительном эксперименте и по формуле (3.3.8)

Отметим, что специфические коэффициенты в уравнении (3.1.19) для азота оказались существенно другими, чем для кислорода в уравнении (3.1.18). Поскольку данные уравнения получены в одном вычислительном эксперименте и отличались только теплофизическими зависимостями свойств от температуры, то это различие можно считать достоверным. Данное различие подтверждает мнение, что критериальное уравнение в псевдокритической области температур существенно зависит от природы и типа вещества, и обосновывает необходимость использования конечно-элементного моделирования при построении рассматриваемой модели переноса.

Апробация критериальных уравнений в одномерной модели

Полученные критериальные уравнения были апробированы в одномерной модели, разработанной в Главе 2. Рассматриваемому вычислительному эксперименту соответствует модель (2.2.19) без обледенения. Для решения модели был использован интегральный алгоритм (2.6.5), температура стенки на каждом шаге находилась по итерационной схеме, вытекающей из уравнения (3.1.14):

$$T_{\text{ст}} = \frac{\alpha T_w + \alpha_1(T, T_{\text{ст}})T}{\alpha + \alpha_1(T, T_{\text{ст}})}.$$

Число Нуссельта вычислялось по формулам (3.1.18), (3.1.19), для термодинамических функций использованы бигиперболические аппроксимации (2.4.10), (2.4.14), (2.4.16) из Главы 2 и аналогичные им.

Результаты решения для различных значений параметров представлены на рис. 3.10 для кислорода и азота и показывают хорошее соответствие с данными вычислительного эксперимента.

Также на рис. 3.10 приведен пример расчета распределения среднемассовой температуры при давлении 10 МПа, которое находится в околокритической области и не попадает в интервал давлений, для которых построены уравнения (3.1.18-19). Тем не менее, и в этом случае получается хорошее согласие с результатом вычислительного эксперимента. Однако использование данного факта нуждается в опытном подтверждении.

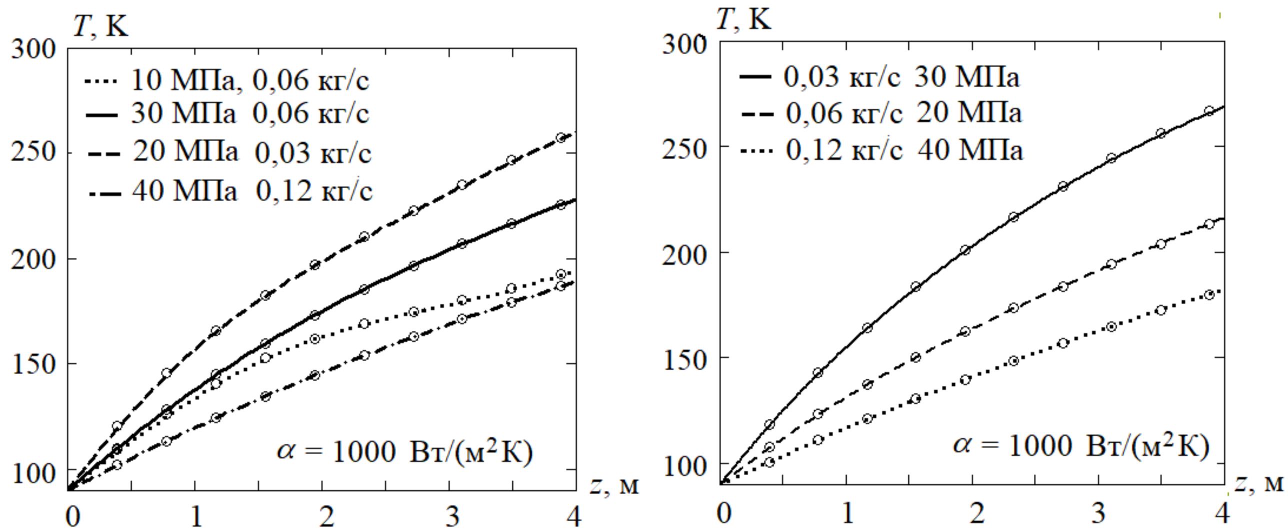


Рис. 3.10. Результаты решения одномерной модели для СКФ-кислорода (слева) и азота (справа) в сравнении с данными вычислительного эксперимента

Из результатов этой апробации можно сделать следующие выводы:

1. Одномерная модель использовала число Нуссельта (3.1.18-19) для термостабилизированной зоны, тогда как результат вычислительного эксперимента автоматически учитывает начальную зону тепловой стабилизации. Тем не менее, результаты обоих расчетов совпали и на начальном участке. Это означает, что одномерная модель, построенная на основе среднемассовой температуры, корректно учитывает влияние начального участка и не требует его отдельного рассмотрения.

2. Полученные критериальные уравнения корректно отражают влияние массового расхода СКФ на теплоотдачу между СКФ и теплоносителем, в отличие от многих эмпирических зависимостей.

3. В критериальные уравнения (3.1.18-19) не вошел в явном виде фактор коэффициента теплоотдачи с теплоносителем, его влияние автоматически учитывается через самосогласованное формирование температуры стенки в процессе теплопереноса. Это означает, что в рассматриваемой закритической области формируется автомодельный режим теплоотдачи из СКФ-СКФ, позволяющий использовать универсальные зависимости вида (3.1.18-19) для широкого диапазона давлений и массовых расходов СКФ.

Методика определения критериальных уравнений для средней температуры и плотности потока

В рамках проведенного конечно-элементного моделирования также проверяются критериальные уравнения (2.2.10). Для этого рассчитываем среднюю энтальпию и среднюю плотность в выбранных сечениях потока:

$$\bar{\rho}_i = \frac{2}{R_1^2}\int_0^{R_1} \rho\big|_{z=z_i} rdr, \quad \Delta\tilde{h}_i = \frac{2}{\bar{\rho}R_1^2}\int_0^{R_1} (\rho h)\big|_{z=z_i} rdr - h_0, \tag{3.1.20}$$

затем по найденным ранее значениям среднемассовой температуры рассчитываем термодинамическую плотность и строим отношения полученных величин. Результаты расчета для двух конечно-элементных моделирований, охватывающих большой диапазон температур, приведены на рис. 3.11.

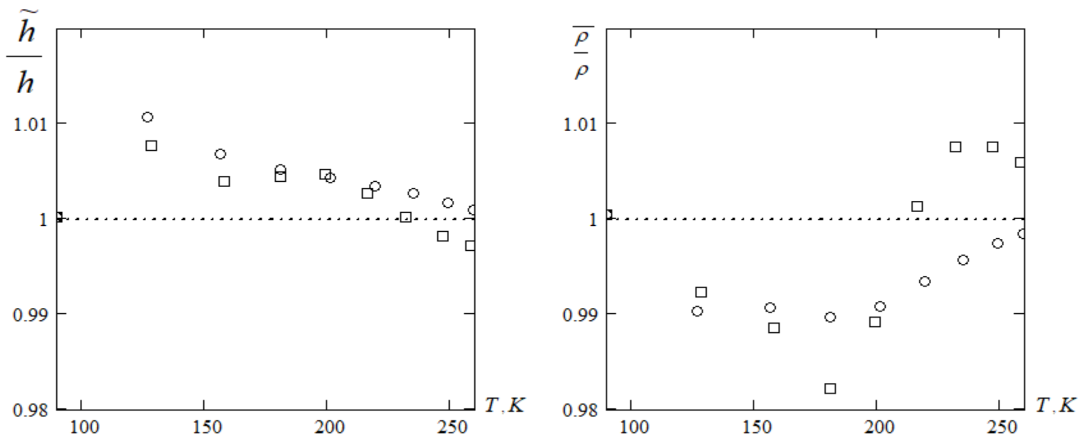


Рис. 3.11. Результаты моделирования критериальных уравнений (2.2.10).

Как следует из полученных результатов, уравнения (2.2.10) выполняются с хорошей точностью, относительная погрешность в абсолютном большинстве случаев не превышает 1%.

3.2 Применение метода сглаживания особенности и разработка алгоритма решения квазистационарной задачи Стефана

Как отмечалось в Главе 1, применение метода сглаживания особенности позволяет построить эффективные методы сквозного счета для задач типа Стефана. Для применения сглаживания к задаче (2.2.32) необходимо выделить переменную, по которой будет происходить переключение условия при выходе из зоны обледенения. С этой целью несколько изменим интерпретацию уравнений (2.2.32). Введем координату z, отсчитываемую от внешней поверхности трубки теплообмена и поставим задачу определения координаты z_d изотермической поверхности с температурой кристаллизации T_s. Для этой координаты на основе второго уравнения из (2.2.32) получим уравнение:

$$\frac{T_{\text{ст}0}-T}{R_a(T,T_{\text{ст}0},P)}=\frac{T_w-T_s}{R_w(T_w,T_{\text{ст}1},z_d)}. \tag{3.2.1}$$

Если координата z_d из решения уравнения (3.2.1) положительна, то ее значение совпадает с толщиной d слоя обледенения. Если же она отрицательна, то поверхность температуры кристаллизации находится под поверхностью трубки, и обледенение отсутствует. Таким образом, переключение в задаче (2.2.32) происходит при прохождении координаты z_d через нуль. В таком случае легко ввести сглаживание для функции $d(x)$ с помощью, например, сигмоиды:

$$d=z_d\sigma(z_d),\quad \sigma(z_d)=\frac{1}{1+e^{-z_d/\delta}}, \tag{3.2.2}$$

где δ – ширина размытия ступеньки, подбираемая эмпирически. Слишком большие значения δ будут приводить к увеличению ошибки, вносимой сглаживанием, а малые значения вызывать рост старших производных, определяющих погрешность методов решения дифференциальных задач повышенного порядка точности. Как показывает численная практика и приведенные ниже оценки, хорошие результаты дает значение δ = 0,1 мм.

В результате задача (2.2.32) принимает вид, не содержащий условия переключения и связанной с ним координаты:

$$\begin{cases}\dfrac{T_w-T}{R_t(T,T_w,T_{\text{ст}0},T_{\text{ст}1},P,z_d\sigma(z_d))}=\dfrac{T_{\text{ст}0}-T}{R_a(T,T_{\text{ст}0},P)}=\dfrac{T_w-T_{\text{ст}1}}{R_w(T_w,T_{\text{ст}1},z_d\sigma(z_d))}\\ \dfrac{T_{\text{ст}0}-T}{R_a(T,T_{\text{ст}0},P)}=\dfrac{T_w-T_s}{R_w(T_w,T_{\text{ст}1},z_d)}\end{cases}. \tag{3.2.3}$$

При положительных значениях z_d система (3.2.3) определяет толщину слоя обледенения, при этом температура стенки $T_{\text{ст}1}$ автоматически получается равной T_s. При отрицательных значениях z_d толщина обледенения согласно (3.2.2) асимптотически обнуляется, а система (3.2.3) определяет фактическую температуру стенки $T_{\text{ст}1}$ в зоне без обледенения. В результате условия задачи (2.2.32) автоматически выполняются. При этом вносится некоторая ошибка в области $|z_d|<3\delta$, присущая методу сглаживания в принципе, но незначительная в силу малости слоя обледенения в этой зоне.

Структура выражения для теплового сопротивления R_w зависит от схемы теплообмена, поэтому алгоритм решения задачи (3.2.3) сформулируем по схемам.

<u>Схема 1</u>. В этом случае, согласно выражениям (2.3.11) и (2.2.26), тепловое сопротивление обратно пропорционально толщине d, и уравнение (3.2.1) легко решается. Учтем также, что в этой схеме в задаче (2.2.32) фигурирует средняя температура стенки $\overline{T_{\text{ст}1}}$, считающаяся для этой задачи заданной величиной. В таком случае решение уравнения (3.2.1) будет

$$z_d=\frac{D_2}{2}\left(\frac{T_{\text{ст}0}-T}{T_w-T_s}\frac{R_w(T_w,\overline{T_{\text{ст}1}},0)}{R_a(T,T_{\text{ст}0},P)}-1\right), \tag{3.2.4}$$

а система (3.2.3) принимает вид:

$$\frac{T_w - T}{R_t(T, T_w, T_{\text{ст}0}, \overline{T_{\text{ст}1}}, P, z_d\sigma(z_d))} = \frac{T_{\text{ст}0} - T}{R_a(T, T_{\text{ст}0}, P)} = \frac{T_w - T_{\text{ст}1}}{R_w(T_w, \overline{T_{\text{ст}1}}, z_d\sigma(z_d))}. \qquad (3.2.5)$$

Нетрудно видеть, что в этой системе уравнение для определения $T_{\text{ст}0}$ отделяется, а $T_{\text{ст}1}$ сразу находится из решения для $T_{\text{ст}0}$. В итоге имеем алгебраическое уравнение для одной переменной:

$$\begin{cases} \dfrac{T_{\text{ст}0} - T}{T_w - T} - \dfrac{R_a(T, T_{\text{ст}0}, P)}{R_t(T, T_w, T_{\text{ст}0}, \overline{T_{\text{ст}1}}, P, z_d\sigma(z_d))} = 0 \\ z_d = \dfrac{D_2}{2}\left(\dfrac{T_{\text{ст}0} - T}{T_w - T_s}\dfrac{R_w(T_w, \overline{T_{\text{ст}1}}, 0)}{R_a(T, T_{\text{ст}0}, P)} - 1\right) \end{cases}$$

$$d = z_d\sigma(z_d) \qquad . \qquad (3.2.6)$$

$$T_{\text{ст}1} = T_w - \left(T_{\text{ст}0} - T\right)\frac{R_w(T_w, \overline{T_{\text{ст}1}}, d)}{R_a(T, T_{\text{ст}0}, P)}$$

Формулы (3.2.6) и определяют сглаженное решение задачи Стефана (2.2.32) без явного выделения подвижной границы.

Для выбора метода решения уравнения (3.2.6) рассмотрим зависимость левой части уравнения $F(T_{\text{ст}0})$ от переменной $T_{\text{ст}0}$. Характерный вид этой функции показан на рис. 3.12.

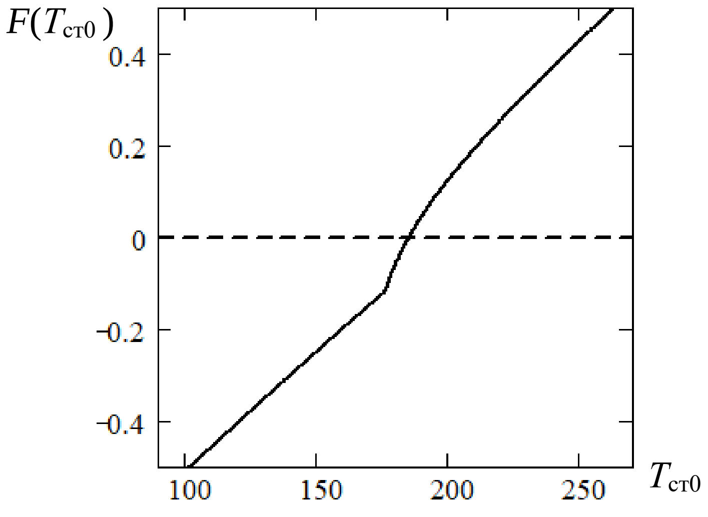


Рис. 3.12. К обоснованию применимости метода Ньютона к уравнению (3.2.6).

Как следует из рис. 3.12, уравнение (3.2.6) имеет единственное решение, причем в некоторой окрестности решения выполняются условия применимости метода Ньютона. Также нетрудно видеть, что из начального приближения вне этой окрестности за одну итерацию мы в нее попадем. Поэтому для решения задачи (3.2.6) был выбран метод Ньютона с численным расчетом производной:

$$T_{\text{ст}0}^{(s+1)} = T_{\text{ст}0}^{(s)} - \frac{\delta T \cdot F\left(T_{\text{ст}0}^{(s)}\right)}{F\left(T_{\text{ст}0}^{(s)} + \delta T\right) - F\left(T_{\text{ст}0}^{(s)}\right)}. \qquad (3.2.7)$$

Пример исследования скорости сходимости итерационного процесса (3.2.7) для толщины d и температуры стенки $T_{\text{ст}0}$ при начальном приближении, отстоящем на 20 и 60 К от решения, показан на рис. 3.13, из которого следует, что за пять итераций достигается точность 10^{-6} и имеется устойчивая сходимость алгоритма. В практическом расчете такая точность не требуется, поэтому достаточно трех итераций.

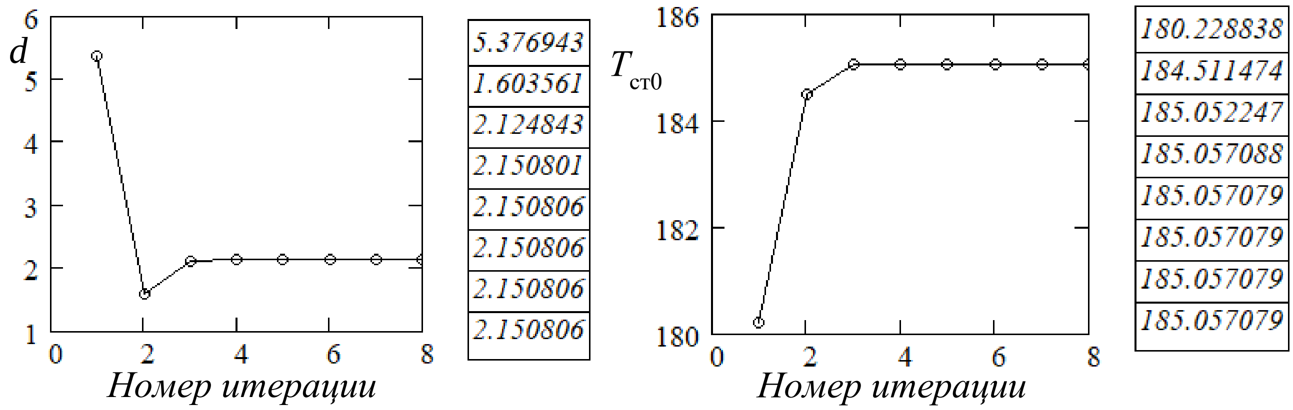


Рис. 3.13. Сходимость метода Ньютона для уравнения (3.2.6).

Для оценки ошибки, вносимой сглаживанием особенности, заметим, что в уравнении (3.2.6) решение при $z_d = 0$ будет точным, так как точно соответствует решению $d = 0$ (это также означает, что граница зоны оледенения по уравнению (3.2.6) находится без ошибки). При отклонении от этой точки ошибка нарастает, но имеет разные знаки с разных сторон от точки, а при $|z_d| > 3\delta$ асимптотически экспоненциально убывает. Поэтому возьмем для контроля точку с $|z_d| = \delta$. Затем, при $\delta \to 0$ уравнение (3.2.6) переходит в точное уравнение (2.2.32), что позволяет в том же алгоритме (3.2.7) найти и точное решение для сравнения. Результаты расчета для трех значений δ с оценкой величины ошибки приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1. Оценка ошибки метода сглаживания

δ, мм	1	0,1	0,01
T, К	195	222,5	224,95
$T_{\text{ст}0}(\delta)$, К	228,985	255,777	258,0536
$T_{\text{ст}0}(0)$, К	228,234	255,694	258,0452
ΔT, К	0,751	0,083	0,0083

Как следует из табл. 3.1, ошибка пропорциональна δ и по величине того же порядка. Следовательно, значение $\delta = 0{,}1$ мм приемлемо по величине вносимой ошибки. Следует отметить, что эти ошибки имеют разные знаки по координате переноса, поэтому в выходной температуре в первом порядке сокращаются. Отметим, что при уменьшении величины δ до 0,01 мм наблюдалось нарушение устойчивости итерационной схемы (3.2.7) для большого отклонения начального значения $T_{ст0}$.

Для оценки величины размытия по координате рассчитаем по уравнению (3.2.6) температурную длину интервала сглаживания $z_d = \pm 3\delta$, которая составила 18 К. Принимая тогда, по расчетам модели переноса, температурный градиент в этом интервале 0,023 К/мм, получим пространственную длину интервала размытия 780 мм. Это значение ограничивает сверху шаг расчетной сетки по координате, что также более чем приемлемо.

Следовательно, предложенный метод сглаживания, не внося заметной ошибки в решение задачи со свободной границей, позволяет использовать схемы повышенной точности для решения дифференциальных задач.

Аналогичным образом в рассматриваемой схеме может быть введено сглаживание условия переключения в задаче (2.2.41), (2.2.42). Нетрудно заметить, что это условие точно соответствует зависимости-ступеньке $P_w(T_w)$, локализованной в точке $T_{w.\max}$. Тогда достаточно ввести сглаживание ступеньки сигмоидой:

$$C_0\frac{dT_w}{dt}=\frac{P_{w.\max}}{1+\exp\left(\dfrac{T_w-T_{w.\max}}{\delta T}\right)}-\left[h(T_{ex}(t),P_{ex}(t))-h(T_{in}(t),P_{ex}(t))\right]M_1-\frac{T_w-T_g}{R_g(T_w,T_g)}. \quad (2.3.8)$$

Здесь δT – ширина размытия ступеньки по температуре. Для ее выбора заметим, что реальная схема управления работает не на одной температуре, а в диапазоне температур включения-отключения нагревателя. Тогда величина размытия ступеньки должна иметь то же значение, то есть δT должна быть в пять раз меньше, что для рассматриваемых далее условий составляет 1 К. Также, при использовании сглаживания значение $T_{w.\max}$ следует выбирать в середине диапазона температур включения-отключения

<u>Схема 2</u>. В этой схеме, согласно формуле (2.3.20), зависимость теплового сопротивления R_w от толщины обледенения дробно-линейная, что также позволяет легко разрешить второе уравнение в (3.2.6). Заметим, что в этой схеме используется локальная температура стенки $T_{ст1}$, поэтому в уравнении для z_d вместо нее следует подставлять температуру T_s для получения корректного уравнения в области обледенения. Тогда из равенства (2.3.20) имеем

$$z_d=\frac{D_{eff}}{2}\frac{\dfrac{R_w(T_w,T_s,0)}{R_w(T_w,T_s,z_d)}-1}{\dfrac{R_w(T_w,T_s,0)}{R_w(T_w,T_s,z_d)}+\dfrac{D_{eff}}{D_2}}. \quad (3.2.9)$$

С другой стороны, из второго уравнения в (3.2.3) имеем

$$R_w(T_w,T_{ст1},z_d)=\frac{T_w-T_s}{T_{ст0}-T}R_a(T,T_{ст0},P).$$

Подставляя это выражение в (3.2.9), окончательно получим для координаты z_d:

$$z_d = \frac{D_{eff}}{2} \frac{\dfrac{T_{\text{ст}0} - T}{T_w - T_s} \dfrac{R_w(T_w, T_s, 0)}{R_a(T, T_{\text{ст}0}, P)} - 1}{\dfrac{T_{\text{ст}0} - T}{T_w - T_s} \dfrac{R_w(T_w, T_s, 0)}{R_a(T, T_{\text{ст}0}, P)} + \dfrac{D_{eff}}{D_2}}. \tag{3.2.10}$$

В первом уравнении в (3.2.3) теперь две взаимосвязанных переменных $T_{\text{ст}0}$ и $T_{\text{ст}1}$, поэтому имеем систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{T_{\text{ст}0} - T}{T_w - T} - \dfrac{R_a(T, T_{\text{ст}0}, P)}{R_t(T, T_w, T_{\text{ст}0}, T_{\text{ст}1}, P, z_d\sigma(z_d))} = 0 \\ \dfrac{T_w - T_{\text{ст}1}}{T_w - T} - \dfrac{R_w(T_w, T_{\text{ст}1}, z_d\sigma(z_d))}{R_t(T, T_w, T_{\text{ст}0}, T_{\text{ст}1}, P, z_d\sigma(z_d))} = 0 \\ z_d = \dfrac{D_{eff} D_2}{2} \dfrac{\zeta - 1}{\zeta D_2 + D_{eff}}, \quad \zeta = \dfrac{T_{\text{ст}0} - T}{T_w - T_s} \dfrac{R_w(T_w, T_s, 0)}{R_a(T, T_{\text{ст}0}, P)} \end{cases} . \tag{3.2.11}$$

$$d = z_d\sigma(z_d)$$

Исследование, аналогичное проведенному выше, показало, что система (3.2.11) устойчиво решается методом Ньютона для систем уравнений [111]:

$$\begin{pmatrix} T_{\text{ст}0}^{(s+1)} \\ T_{\text{ст}1}^{(s+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{\text{ст}0}^{(s)} \\ T_{\text{ст}1}^{(s)} \end{pmatrix} - \left(\frac{\partial(F, G)}{\partial\left(T_{\text{ст}0}^{(s)}, T_{\text{ст}1}^{(s)}\right)} \right)^{-1} \begin{pmatrix} F\left(T_{\text{ст}0}^{(s)}, T_{\text{ст}1}^{(s)}\right) \\ G\left(T_{\text{ст}0}^{(s)}, T_{\text{ст}1}^{(s)}\right) \end{pmatrix}, \tag{3.2.12}$$

где $F\left(T_{\text{ст}0}, T_{\text{ст}1}\right), G\left(T_{\text{ст}0}, T_{\text{ст}1}\right)$ – левые части уравнений (3.2.11), и частные производные также находятся численно, например

$$\frac{\partial F}{\partial T_{\text{ст}0}^{(s)}} = \frac{F\left(T_{\text{ст}0}^{(s)} + \delta T, T_{\text{ст}1}^{(s)}\right) - F\left(T_{\text{ст}0}^{(s)}, T_{\text{ст}1}^{(s)}\right)}{\delta T}.$$

<u>Схема 3</u>. Формула (2.3.21) отличается от (2.3.20) только наличием степени у дробно-линейной зависимости, поэтому вместо (3.2.9) будем иметь

$$z_d = \frac{h_{eff} D_2}{2} \frac{\zeta - 1}{D_2\zeta + h_{eff}}, \quad \zeta = \left(\frac{R_w(T_w, T_s, 0)}{R_w(T_w, T_s, z_d)} \right)^{1{,}59}. \tag{3.2.13}$$

Это выражение заменяет аналогичное в системе (3.2.11), а во втором уравнении используется теперь формула (2.3.21). Исследование полученной задачи также показало ее устойчивое решение методом Ньютона, но с несколько меньшей скоростью сходимости, однако установлено, что пяти итераций для практического использования достаточно.

В результате применения метода сглаживания все имевшиеся в модели неаналитические коэффициенты заменены гладкими функциями.

3.3 Разработка алгоритмов решения задачи переноса с обменом в нестационарном и квазистационарном режимах

Стационарная и нестационарная задачи по типу дифференциальных уравнений существенно различаются, поэтому алгоритмы их решения будем рассматривать отдельно. Вначале рассмотрим алгоритмы решения задачи для отдельного потока.

Нестационарная задача. Решение этой задачи не зависит от схемы, поэтому рассмотрим наиболее общую постановку (2.2.23).

Выберем прямоугольную равномерную сетку в плоскости xOy с шагами ξ и τ по координате и времени. Для получения разностной схемы повышенной точности возьмем □-шаблон по границам ячейки и проинтегрируем уравнения в дивергентной форме (2.2.23) по ячейке для получения консервативной схемы. После преобразования интегралов от производных будем иметь:

$$
\begin{gathered}
\int\limits_{x_n}^{x_n+\xi}\left(S_1\rho(\hat{h})\hat{h}-S_1\rho(h)h\right)dx+\int\limits_{t_m}^{t_m+\tau}\left(M_{1.n+1}h_{n+1}-M_{1.n}h_n\right)dt=\int\limits_{x_n}^{x_n+\xi}\int\limits_{t_m}^{t_m+\tau}\frac{T_w-T}{R_t(T)}dtdx \\
\int\limits_{x_n}^{x_n+\xi}\left(S_1\rho(\hat{h})-S_1\rho(h)\right)dx+\int\limits_{t_m}^{t_m+\tau}\left(M_{1.n+1}-M_{1.n}\right)dt=0
\end{gathered}
\qquad (3.3.1)
$$

Аппроксимируем полученные интегралы по формуле трапеций. Так как правая часть первого уравнения в (2.2.23) явно зависит от неизвестной функции, то в ней для получения устойчивой схемы нужно выделять искомое значение переменной [111], для чего аппроксимируем интеграл в правой части (3.3.1) по узлам ячейки:

$$
\begin{gathered}
\frac{\xi S_1}{2}\left(\rho(\hat{h}_{n+1})\hat{h}_{n+1}+\rho(\hat{h}_n)\hat{h}_n-\rho(h_{n+1})h_{n+1}-\rho(h_n)h_n\right)+ \\
+\frac{\tau}{2}\left(\hat{M}_{1.n+1}\hat{h}_{n+1}+M_{1.n+1}h_{n+1}-\hat{M}_{1.n}\hat{h}_n-M_{1.n}h_n\right)= \\
=\frac{\xi\tau}{4}\left(\frac{T_w-T_n}{R_t(T_n,M_{1.n})}+\frac{T_w-\hat{T}_n}{R_t(\hat{T}_n,\hat{M}_{1.n})}+\frac{T_w-T_{n+1}}{R_t(T_{n+1},M_{1.n+1})}+\frac{T_w-\hat{T}_{n+1}}{R_t(\hat{T}_{n+1},\hat{M}_{1.n+1})}\right), \qquad (3.3.2) \\
\frac{\xi S_1}{2}\left(\rho(\hat{h}_{n+1})+\rho(\hat{h}_n)-\rho(h_{n+1})-\rho(h_n)\right)+\frac{\tau}{2}\left(\hat{M}_{1.n+1}+M_{1.n+1}-\hat{M}_{1.n}-M_{1.n}\right)=0, \\
T=h_{\text{т}}^{-1}(h).
\end{gathered}
$$

Здесь использованы общепринятые обозначения со шляпкой для переменной на новом слое по времени. Также в тепловом сопротивлении оставлена только явная зависимость от искомых переменных, остальные определяются решением задачи (3.2.6) или (3.2.11), рассмотренным в предыдущем разделе.

В схеме бегущего счета неизвестными переменными в системе уравнений

(3.3.2) являются $\hat{h}_{n+1}$ (или $\hat{T}_{n+1}$) и $\hat{M}_{1.n+1}$, остальные определены из расчета на предыдущих шагах. По этим переменным система уравнений является нелинейной, но может быть записана в явном виде:

$$\begin{cases} Q_2\hat{h}_{n+1} - \dfrac{\tau}{2S_1}\dfrac{T_{w.n+1} - h_{\text{т}}^{-1}(\hat{h}_{n+1})}{R_t(h_{\text{т}}^{-1}(\hat{h}_{n+1}), \hat{M}_{1.n+1})} = Q_1 \\ \rho(\hat{h}_{n+1}) + \dfrac{\tau}{\xi S_1}\hat{M}_{1.n+1} = Q_2 \end{cases} \tag{3.3.3}$$

$$Q_1 = \frac{\tau}{\xi S_1}\left(\hat{M}_{1.n}\hat{h}_n + M_{1.n}h_n - M_{1.n+1}h_{n+1}\right) + \frac{\tau}{2S_1}\left(\frac{T_{w.n} - T_n}{R_{t.n}} + \frac{T_{w.n} - \hat{T}_n}{\hat{R}_{t.n}} + \frac{T_{w.n+1} - T_{n+1}}{R_{t.n+1}}\right) +$$

$$+\rho(h_{n+1})h_{n+1} + \rho(h_n)h_n - \rho(\hat{h}_n)\hat{h}_n,$$

$$Q_2 = \rho(h_{n+1}) + \rho(h_n) - \rho(\hat{h}_n) + \frac{\tau}{\xi S_1}\left(\hat{M}_{1.n} + M_{1.n} - M_{1.n+1}\right).$$

Можно предложить два итерационных метода решения задачи (3.3.3) [111].

1) Линейный метод. В этом варианте нелинейные функции $\rho(\hat{h}_{n+1})$, $h_{\text{т}}^{-1}(\hat{h}_{n+1})$ и $R_t(h_{\text{т}}^{-1}(\hat{h}_{n+1}))$ вычисляются по значению $\hat{h}_{n+1}$ с предыдущей итерации, тогда система (3.3.3) на каждой итерации становится линейной по $\hat{h}_{n+1}, \hat{M}_{1.n+1}$.

2) Нелинейный метод. В этом случае итерации строятся по методу Ньютона аналогично формуле (3.2.12).

Локальное число Куранта для системы (3.3.3) составляет

$$\mathrm{Cur}_1 = \frac{\tau\hat{M}_{1.n+1}}{\xi S_1\rho(\hat{h}_{n+1})}, \tag{3.3.4}$$

Изменение числа Куранта с температурой для характерных значений шагов ξ = 10 см, τ = 1 с, рассчитанное по формуле (3.3.4), показано на рис. 3.14.

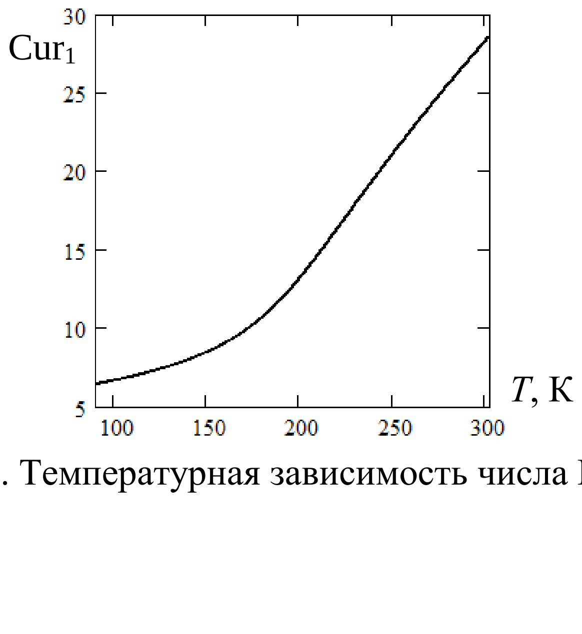


Рис. 3.14. Температурная зависимость числа Куранта.

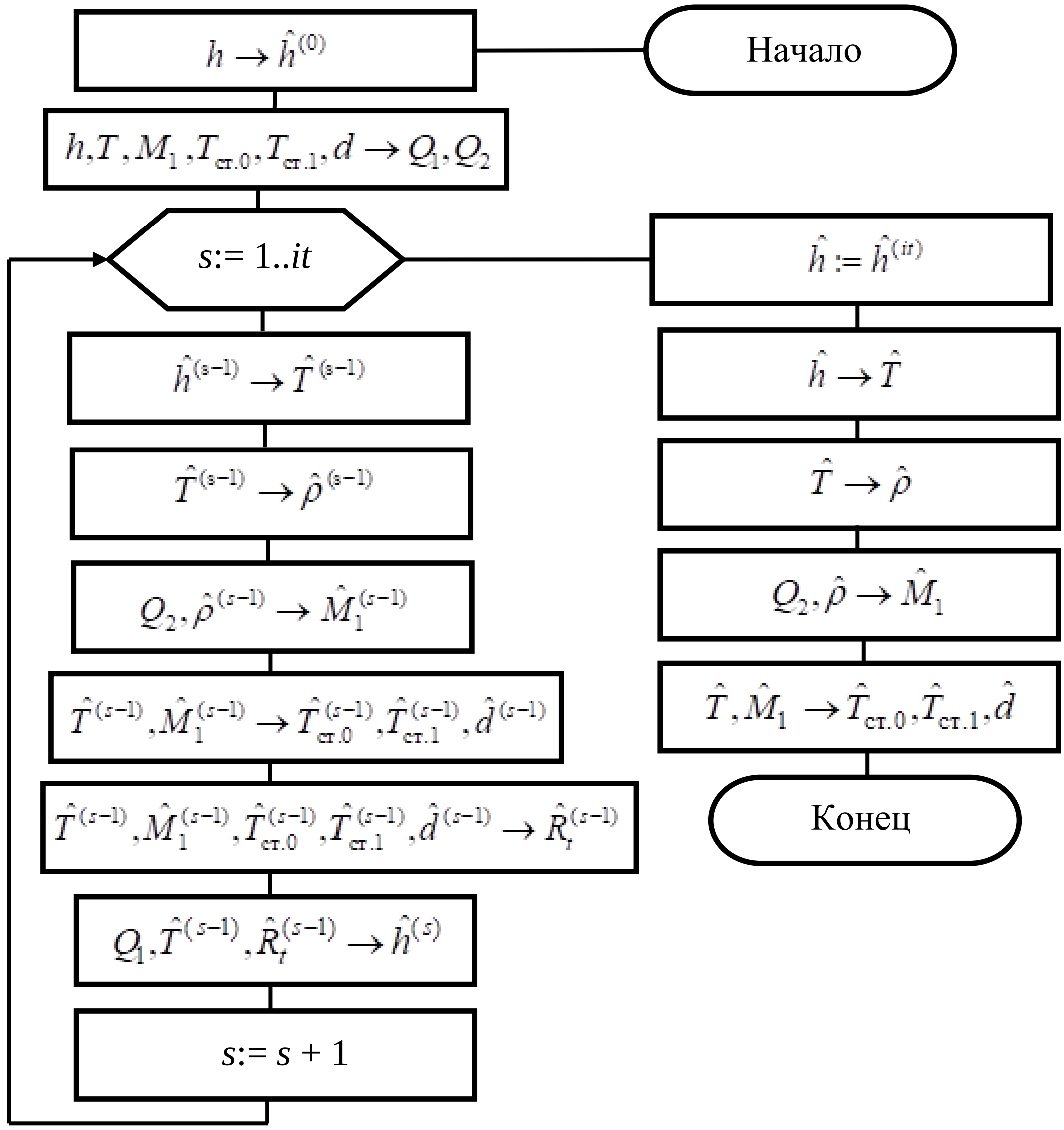


Рис. 3.15. Блок-схема итерационного алгоритма линейного метода.

Как видно, число Куранта значительно превышает единицу. В таких условиях предпочтительно использование линейного метода [111], блок-схема алгоритма которого для решения системы (3.3.3) показана на рис. 3.15. для следующей итерационной схемы:

$$\hat{h}_{n+1}^{(s+1)} = \frac{\tau}{2S_1Q_2} \frac{T_{w.n+1} - h_{\text{т}}^{-1}\left(\hat{h}_{n+1}^{(s)}\right)}{R_t\left[h_{\text{т}}^{-1}\left(\hat{h}_{n+1}^{(s)}\right), \frac{\xi S_1}{\tau}\left(Q_2 - \rho\left(\hat{h}_{n+1}^{(s)}\right)\right)\right]} + \frac{Q_1}{Q_2}, \quad . \tag{3.3.5}$$

$$\hat{h}_{n+1}^{(0)} = \hat{h}_n + h_{n+1} - h_n$$

В блок-схеме рис. 3.16 известные значения по трем узлам ячейки изображены без шляпки, а искомые в четвертом узле – со шляпкой. При записи алгоритма использовано то обстоятельство, что все параметры уравнений имеют явную зависимость от температуры, которая и применяется как промежуточная переменная для их вычисления. Для убыстрения сходимости и устойчивости решения начальное приближение вычисляется линейной экстраполяцией по известным значениям.

График на рис. 3.14 также показывает зависимость скорости переноса от искомой переменной, при которой могут появляться слабые и сильные разрывы решения [111]. Поскольку в рассматриваемой задаче начальное распределение температуры является неубывающей функцией, а зависимость входной температуры от времени – невозрастающей функцией, то указанные разрывы наблюдаться не будут [111].

В табл. 3.2 приведены результаты исследования сходимости построенного итерационного алгоритма, которые показывают его устойчивую сходимость за три итерации в широком диапазоне чисел Куранта и градиентов потока

Таблица 3.2. Исследование сходимости алгоритма (3.3.5)

T_n = 150 К, $M_{0.n}$ = 0,04 кг/с, $M_{0.n+1}$ = 0,03 кг/с, $\hat{M}_{1.n}$ = 0,05 кг/с							
Cur_1	5,68	1,0	0,28	1,14	5,68	5,68	62,47
T_{n+1}, К	155	155	155	175	155	175	175
$\hat{T}_n$, К	145	145	145	145	125	125	125
$s = 0$	150.098	150.098	150.098	170.437	130.358	152.086	152.086
1	152.676	155.123	157.786	154.55	140.626	131.941	125.037
2	152.662	155.104	157.772	154.62	140.573	132.052	125.197
3	152.662	155.104	157.772	154.62	140.573	132.052	125.197
4	152.662	155.104	157.772	154.62	140.573	132.052	125.197
5	152.662	155.104	157.772	154.62	140.573	132.052	125.197

С использованием разработанного алгоритма решение системы (3.3.2) осуществляется по методу бегущего счета в каждом слое по времени. Так как построенная консервативная схема не является монотонной, то во избежание разболтки численного решения начально-граничные условия должны быть гладкими и согласованными. Для построения таких условий будем рассматривать входящий поток движущимся с постоянной скоростью V_0, задаваемой производительностью НГ $M_{1.\text{н}}$ при температуре $T_\text{н}$ по формуле (2.2.34), а температурный профиль этого потока определим гладкой функцией с характеристической длиной изменения l_0:

$$T_{in}(x,t)=\varphi\left(\frac{x-V_0t}{l_0}\right),\quad V_0=\frac{M_{1.\text{н}}}{S_1\rho(T_\text{н})},\quad x<0. \tag{3.3.6}$$

Тогда из второго уравнения в (2.2.11) получаем

$$M_{1.in}(x,t)=V_0S_1\rho\left[\varphi\left(\frac{x-V_0t}{l_0}\right)\right],\quad x<0. \tag{3.3.7}$$

Из формул (3.3.6) и (3.3.7) имеем следующие согласованные краевые условия

$$T_{in}(t)=\varphi\left(-\frac{V_0 t}{l_0}\right),\, M_{1.in}(t)=V_0 S_1 \rho\left(T_{in}(t)\right),\, T_0(0)=T_{in}(0),\, M_{1.0}(x)=V_0 S_1 \rho\left(T_0(x)\right). \quad (3.3.8)$$

Пример расчета с использованием условий (3.3.8) приведен на рис. 3.16 в виде распределений в последовательные моменты времени, разделенные шагом в 1 с. В качестве φ использована гауссова функция, а начальное распределение температуры принято однородным, массовый расход 0,11 кг/с, $\mathrm{Cur}_{0.\max}$ = 2,7.

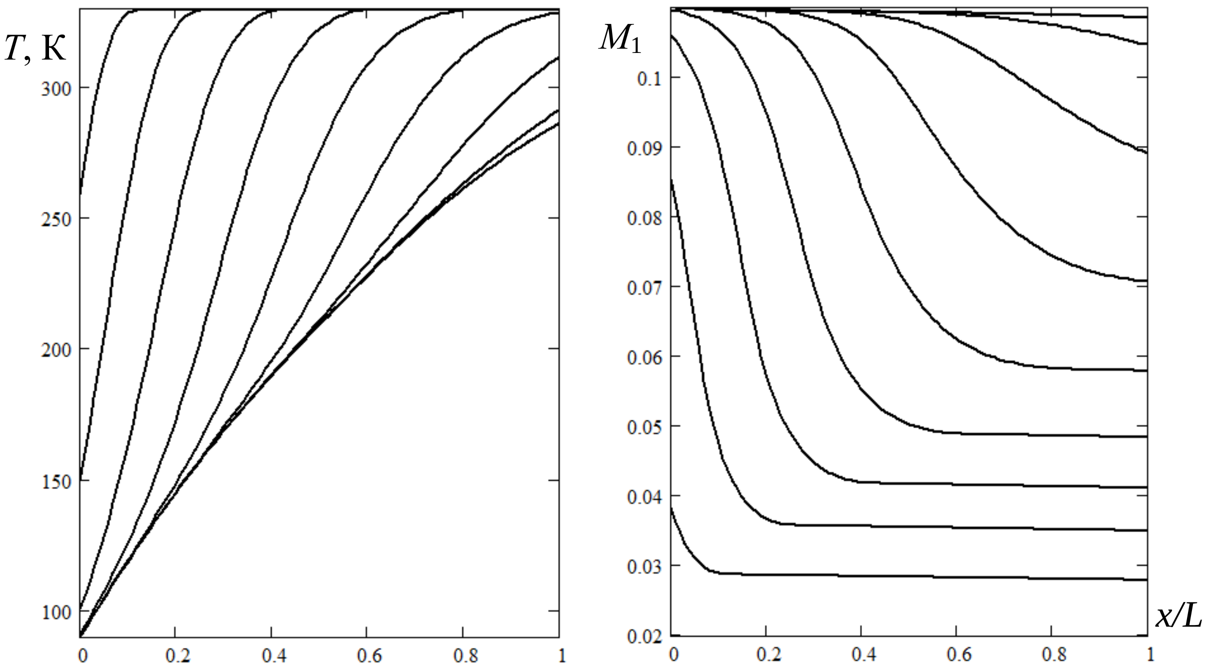


Рис. 3.16. Пример решения схемы (3.3.2).

Как видно из решения, за время, оцениваемое величиной

$$t_{st}=\frac{S_1 L_\mathrm{p} \rho_{\max}}{M_{1.in}}, \quad (3.3.9)$$

процесс переноса переходит в стационарный режим, не зависящий от начальных условий. В расчете на рис. 3.16 это время составило 10 с.

Отметим, что при превышении числом Куранта значения 3 в решении для массового расхода появлялась разболтка, решение для энтальпии сохраняло монотонность. Следовательно, условием отсутствия разболтки в решении по схеме (3.3.2) является

$$\mathrm{Cur}_{0.\max}<3. \quad (3.3.10)$$

Для исследования скорости сходимости и ошибки численной модели (3.3.2) использован расчет на сгущающихся сетках и метод Рунге-Ромберга [111], позволяющий определить главную часть ошибки:

$$\Delta = A\tau^n. \quad (3.3.11)$$

С этой целью произведем расчет с шагами по времени τ, 2τ, 4τ и обозначим полученные решения на одном временном слое как Z_1, Z_2, Z_4. Далее в некоторой норме вектора $\|\bullet\|$ определим разности полученных решений $\Delta_{xy} = \|Z_x - Z_y\|$, из которых найдем параметры выражения (3.3.11):

$$n = \log_2 \frac{\Delta_{42}}{\Delta_{21}}, \quad A = \frac{\Delta_{21}}{\tau^n \left(2^n - 1\right)}. \tag{3.3.12}$$

Для расчета использованы евклидова норма $\|\bullet\|_2$, равномерная (чебышевская) норма $\|\bullet\|_C$, модуль среднего значения компонент вектора $\|\bullet\|_{mean}$ и модуль значения в средней точке $\|\bullet\|_{m.p.}$. Строго говоря, последние две являются лишь полунормами, но удобны в некоторых вопросах. Например, если ошибки вдоль решения имеют разные знаки, то в конечной точке они сокращаются, что учитывается величиной $\|\bullet\|_{mean}$. Ошибка (3.3.11) при переходе между слоями по времени вначале нарастает, а по мере приближения к стационарному решению асимптотически убывает. Поэтому для оценки сверху возьмем средний слой, который, согласно рис. 3.17, соответствует времени 5 с, минимальный шаг выберем равным $\tau = 0{,}05$ с. Результаты расчета по формулам (3.3.12) приведены в табл. 3.3, где также рассчитана абсолютная ошибка (3.3.11) для минимального шага и относительная ошибка δ для минимального и максимального шагов.

Таблица 3.3. Исследование ошибки схемы (3.3.2)

	$\|\Delta T\|_2$	$\|\Delta T\|_C$	$\|\Delta T\|_{mean}$	$\|\Delta T\|_{m.p.}$	$\|\Delta M\|_2$	$\|\Delta M\|_C$	$\|\Delta M\|_{mean}$	$\|\Delta M\|_{m.p.}$
$\Delta_{42}\cdot 10^3$	442	1035	80,2	926	1,0	1,75	0,88	0,506
$\Delta_{21}\cdot 10^3$	102	251	20,4	216	0,24	0,437	0,204	0,125
n	2,113	2,044	2,0	2,1	2,06	2,0	2,108	2.019
A	17,24	36,66	2,588	35.46	0,036	0,058	0,034	0,017
$\Delta_\tau\cdot 10^3$	31	80	7	66	0,076	0,146	0,062	0,041
δ_τ, %	0,013	0,033	0,003	0,027	0,096	0,18	0,078	0,052
$\delta_{4\tau}$, %	0,23	0,557	0,044	0,493	1,663	2,952	1,451	0,850

Как следует из табл. 3.3, во всех случаях показатель n близок к двум, что соответствует порядку аппроксимации схемы (3.3.2), а относительная ошибка на минимальном шаге составляет сотые доли процента. Максимальная абсолютная ошибка по температуре составила менее 1 К, что вполне приемлемо для технических расчетов.

Аналогичный анализ на сгущающихся сетках по координате x дал следующие выражения для ошибки расчета температуры от шага ξ в разных нормах:

$$\Delta_2 = 16{,}7\xi^2, \quad \Delta_C = 55{,}2\xi^2. \tag{3.3.13}$$

В количественном выражении эти оценки близки к результатам табл. 3.3, что позволяет записать оптимальное соотношение шагов для расчета с одинаковой точностью по координате и времени. Для этого заметим, что шаг по времени должен соотноситься с временем переходного режима (3.3.9), а шаг по координате – с длиной расчетной области, в результате получаем:

$$\frac{\tau}{t_{st}} \approx \frac{\xi}{L_{\text{p}}}. \tag{3.3.14}$$

Это условие, как нетрудно убедиться из формул (3.3.9) и (3.3.4), соответствует минимальному значению числа Куранта, равному единице.

Аналогичным образом может быть построена разностная схема для уравнения переноса (2.2.44). Левая часть этого уравнения представляет собой линейный оператор с постоянными коэффициентами, поэтому симметричная разностная схема строится стандартным образом [111], а в правой части явно выделяется температура в новом узле аналогично выполненному в (3.3.2) для обеспечения устойчивости решения схемы бегущего счета [111], в результате аналогично (3.3.5) имеем итерационную схему решения разностного уравнения на одном шаге:

$$\begin{gathered}
\hat{T}_{w.n}^{(s+1)} = \frac{Q + \alpha\left(\hat{T}_n, \hat{T}_{w.n}^{(s)}\right)\hat{T}_n}{1 + \mathrm{Cur}_0 + \alpha\left(\hat{T}_n, \hat{T}_{w.n}^{(s)}\right)}, \quad \hat{T}_{w.n}^{(0)} = \hat{T}_{w.n+1} + T_{w.n} - T_{w.n+1}, \\
Q = T_{w.n+1} + T_{w.n} - \hat{T}_{w.n+1} + \mathrm{Cur}_0 \cdot \left(\hat{T}_{w.n+1} + T_{w.n+1} - T_{w.n}\right) + \alpha_n\left(T_n - T_{w.n}\right) + \\
+\alpha_{n+1}\left(T_{n+1} - T_{w.n+1}\right) + \hat{\alpha}_{n+1}\left(\hat{T}_{n+1} - \hat{T}_{w.n+1}\right), \\
\alpha\left(T, T_w\right) = \frac{\tau}{2S_0\rho_0 c_{P0} R_t\left(T, T_w\right)}, \qquad \mathrm{Cur}_0 = \frac{\tau M_0}{\xi S_0 \rho_0}
\end{gathered} \tag{3.3.15}$$

Здесь для простоты не учитывается вклад от теплоотдачи в окружающую среду, который обычно мал и поэтому может быть учтен добавлением в Q по явной схеме. Также учтено, что бегущий счет здесь производится по убыванию n.

Схема (3.3.15) является частным случаем схемы (3.3.5) и поэтому наследует ее свойства, так что специального ее исследования не требуется.

В общей задаче схемы (3.3.5) и (3.3.15) решаются на одной сетке, поэтому необходимо сформулировать критерии ее выбора. Как показало численное исследование схемы (3.3.15), проведенное до чисел Куранта $\mathrm{Cur}_0 = 20$, эта схема характеризуется устойчивым счетом без разболтки, то есть нечувствительна к параметрам сетки. Таким образом, при выборе общей сетки остаются только рекомендации (3.3.10), (3.3.14).

Для решения уравнения (2.2.44) также может быть использован метод расчета на характеристиках. Уравнение переноса по характеристике для задачи (2.2.44) не интегрируется в квадратурах и должно решаться численно, например, по схеме Рунге-Кутта второго порядка, не нуждающегося в итерационном процессе. Однако, при числах Куранта, отличных от единицы, характеристики не соединяют узлы сетки, поэтому необходимо смещение начального узла для попадания в нужный узел на новом временном слое. В результате схема бегущего счета в этом методе для уравнения (2.2.44) будет иметь вид (для случая $\mathrm{Cur}_0<1$):

$$\hat{T}_{w.n} = T^*_{w.n} + \frac{h^*}{2}\left[Q + \frac{T^*_{w.n} + h^* Q - \hat{T}_n}{2M_1 c_{P0} R_t\left(\hat{T}_n, T^*_{w.n} + h^* Q\right)}\right], Q = \frac{T^*_{w.n} - T^*_n}{2M_1 c_{P0} R_t\left(T^*_n, T^*_{w.n}\right)}, h^* = -2\mathrm{Cur}_0\xi,$$

$$Z^*_n = Z_n + \frac{\mathrm{Cur}_0}{2}\left(Z_{n+1} - Z_{n-1}\right) + \frac{\mathrm{Cur}_0^2}{2}\left(Z_{n+1} + Z_{n-1} - 2Z_n\right), \quad Z = \{T, T_w\}. \qquad (3.3.16)$$

При $\mathrm{Cur}_0>1$ этот алгоритм требует довольно громоздкого учета граничного условия, поэтому в дальнейшем он не используется.

Квазистационарная задача. В этом случае имеем задачу Коши (2.2.19), (2.2.47), (2.2.48), нагруженную задачей Стефана (2.2.32). Для решения задачи Коши целесообразно использовать высокоэффективный и высокоточный алгоритм Рунге-Кутта четвертого порядка, в котором, для сохранения точности алгоритма, на каждом шаге нужно решать задачу (2.2.34) по алгоритмам раздела 3.2. Результирующий модифицированный алгоритм решения квазистационарной задачи представлен на рис. 3.17.

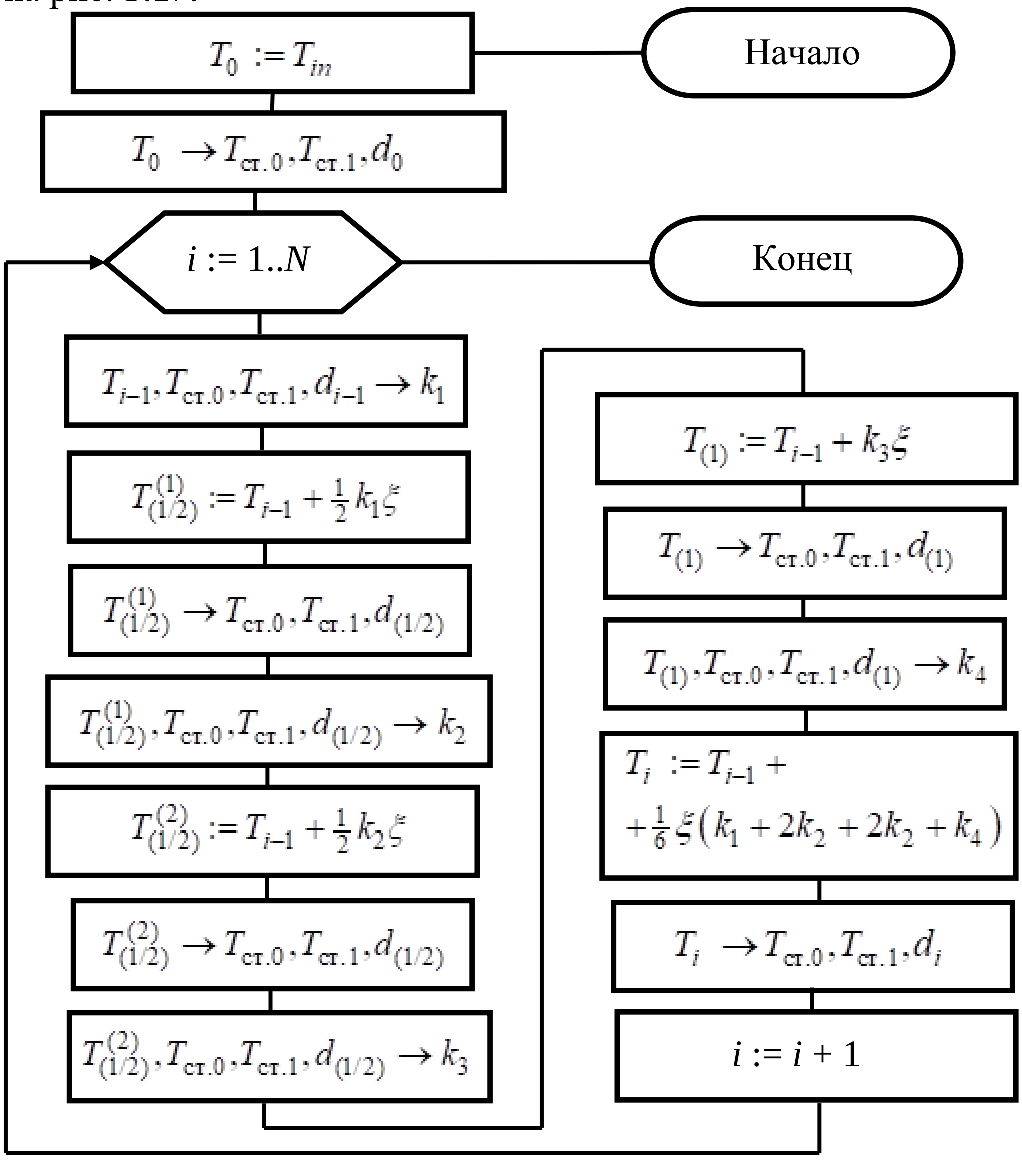


Рис. 3.17. Блок-схема алгоритма решения стационарной задачи.

Исследование сходимости алгоритма проведем по формулам (3.3.11), (3.3.12), с шагом по координате ξ. Использовано значение минимального шага 0,25 м, массовый расход 0,11 кг/с. Так как рассматривается решение задачи Коши, то в качестве четвертой нормы выбрано значение в конечной точке $\|\bullet\|_{\text{e.p.}}$. Для контроля был также произведен расчет с мелким шагом 0,025 м, результат которого был принят в качестве точного решения. С использованием этого решения была рассчитана ошибка Δ_0 решения с наибольшим шагом, приведенная для сравнения. Результаты анализа приведены в табл. 3.4.

Таблица 3.4. Исследование ошибки схемы рис. 3.17

	$\Delta_{42}\cdot 10^3$	$\Delta_{21}\cdot 10^3$	n	A	$\Delta_\xi\cdot 10^3$	$\Delta_{4\xi}\cdot 10^3$	$\Delta_0\cdot 10^3$
$\|\Delta T\|_2$	23	1,65	3,82	0,025	0,13	25	21
$\|\Delta T\|_C$	45	2,83	3,98	0,048	0,19	48	41
$\|\Delta T\|_{\text{mean}}$	15,6	1,02	3,93	0,017	0,082	17	14
$\|\Delta T\|_{\text{e.p.}}$	16	1,01	3,96	0,017	0,071	17	14

Как видно из табл. 3.4, показатель $n \approx 4$, что совпадает с порядком точности использованной схемы Рунге-Кутта. Следовательно, применение метода сглаживания в задаче Стефана позволило сохранить высокий порядок точности расчетной схемы. Также, ошибка, найденная по формуле (3.3.11), хорошо коррелирует с абсолютной величиной ошибки Δ_0, что подтверждает надежность используемого метода оценки ошибки. Отметим также, что даже на самой грубой сетке из 10 узлов величина ошибки составила сотые доли градуса, что достигалось в нестационарной задаче лишь на самой мелкой сетке.

Наконец, уравнение (2.3.8) с начальным условием (2.2.43) при заданной функции $T_{ex}(t)$ является задачей Коши без нагружения и в силу гладкости правой части стандартно решается методом Рунге-Кутта без ограничения на шаг по времени.

Системы задач переноса. В системе задач переноса граничные условия ставятся на разных концах области решения: для потока СКФ в точке $x = 0$, а для потока ТН – в точке $x = L_\text{р}$. В результате имеем двухточечную смешанную задачу, нагруженную дополнительными условиями в различных схемах теплообмена. Поэтому применение прямого метода решения двухточечной задачи на каждом слое по времени требует индивидуального подхода в каждой схеме обмена. Во избежание этого, был применен универсальный итерационный метод повторного последовательного решения задач переноса на каждом слое, укрупненный алгоритм которого приведен на рис. 3.18. Использование этого метода позволяет непосредственно применить разработанные выше алгоритмы решения задач переноса с обменом.

Данный алгоритм применяется как для нестационарной, так и для квазистационарной задачи, параметрическая зависимость которой от времени определяется медленным изменением условий переноса, например, давления СКФ или температуры теплоносителя при недостаточной мощности нагревателя. Различие этих двух задач в глобальном алгоритме проявляется в величине шага по времени: в нестационарной задаче он существенно меньше длительности переходного режима t_{st}, а в квазистационарной, наоборот, намного превышает его.

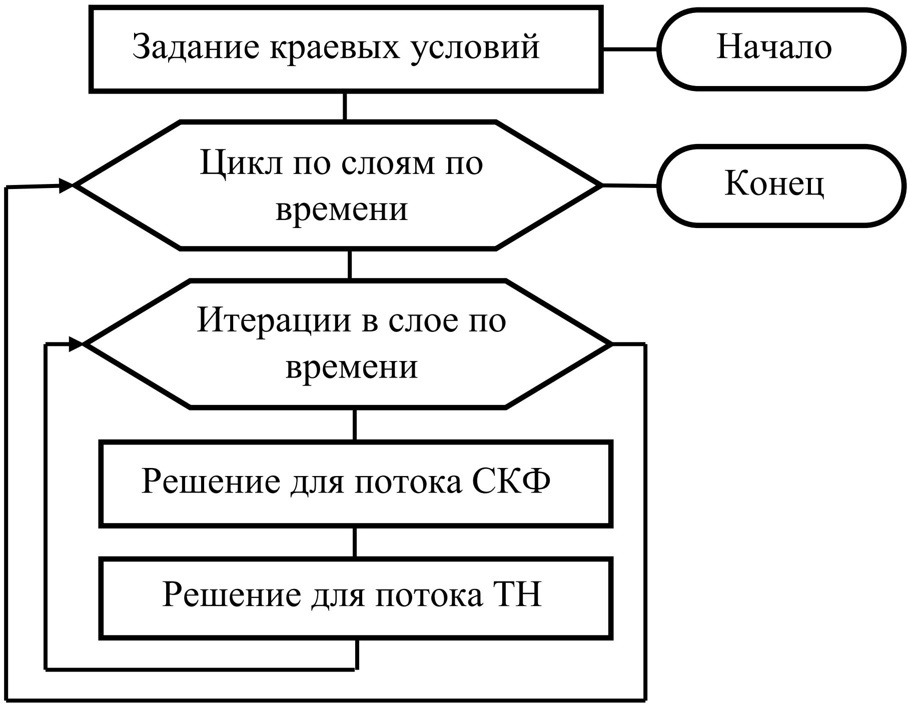


Рис. 3.18. Укрупненная блок-схема глобального алгоритма.

Алгоритм рис. 3.18 применяется без нагружения в схеме 2 теплообмена, для которой проведем исследование сходимости алгоритма. Для этого проведем расчет до середины переходного режима (которая составила 15 слоев по времени для потока СКФ и 25 слоев для потока ТН при шаге 1 с) и сравним значения в двух характерных точках 0,2 $L_р$ и 0,4 $L_р$ существенного изменения решения, полученные при различном числе итераций на временном слое. Результаты расчета приведены в табл. 3.5, из которой следует, что за 2÷3 итерации глобальный итерационный процесс практически полностью сходится.

Таблица 3.5. Исследование сходимости глобального итерационного процесса

Номер итерации	$T_{20,15}$ К	$T_{40,15}$ К	$T_{w.20,25}$ К	$T_{w.40,25}$ К
1	171,755080	260,785368	292,814090	292,901805
2	171,749964	260,785027	292,814081	292,901798
3	171,749964	260,785027	292,814081	292,901798

Исследование ошибки алгоритма, проведенное по формулам (3.3.11-12) в тех же слоях в евклидовой и чебышевской нормах, показало (табл. 3.6), что и в случае системы из двух задач переноса показатель n остается близким к двум, хотя и несколько снижается. Для сравнения абсолютных ошибок в таблицах 3.3 и 3.5 нужно относить шаг по времени к характерному масштабу t_{st}, тогда отношение использованных в расчетах относительных шагов по времени составляет 4:5. При учете этого обстоятельства ошибка алгоритма рис. 3.18 оказывается примерно в 1,5 раза больше ошибки схемы рис. 3.15.

Таблица 3.6. Исследование ошибки схемы рис. 3.18

	Δ_{42}	Δ_{21}	n	A	Δ_{τ}	$\Delta_{4\tau}$
$\|\|\Delta T\|\|_2$	0,548	0,156	1,814	0,766	0,062	0,766
$\|\|\Delta T\|\|_C$	1,86	0,516	1,85	2,574	0,198	2,57

Пример результата расчета по алгоритму рис. 3.18 в схеме 2 приведен на рис. 3.19 в виде распределений со сдвигом в 5 с.

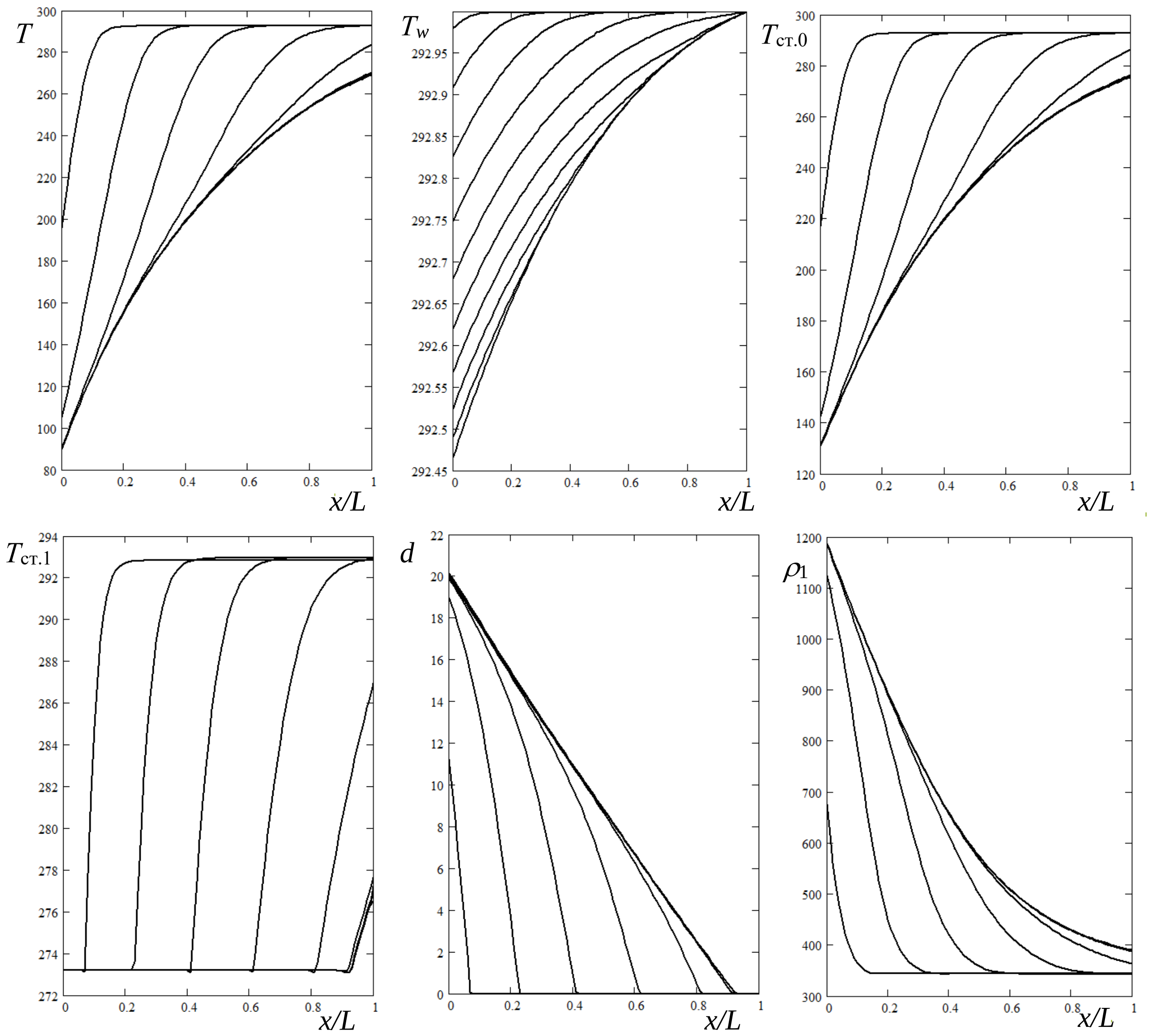


Рис. 3.19. Решение системы задач переноса в схеме 2.

Расчет проводился при максимальном значении числа Куранта $Cur_1 = 11$, и результаты показывают хорошую устойчивость предлагаемого глобального алгоритма. Также обращает на себя внимание различие (примерно в два раза) времени установления стационарного режима в СКФ и теплоносителе, что не повлияло на устойчивость счета.

Пример решения в квазистационарном режиме в схеме 2 теплообмена при возрастающем давлении и пропорционально снижающейся производительности насоса приведен на рис. 3.20.

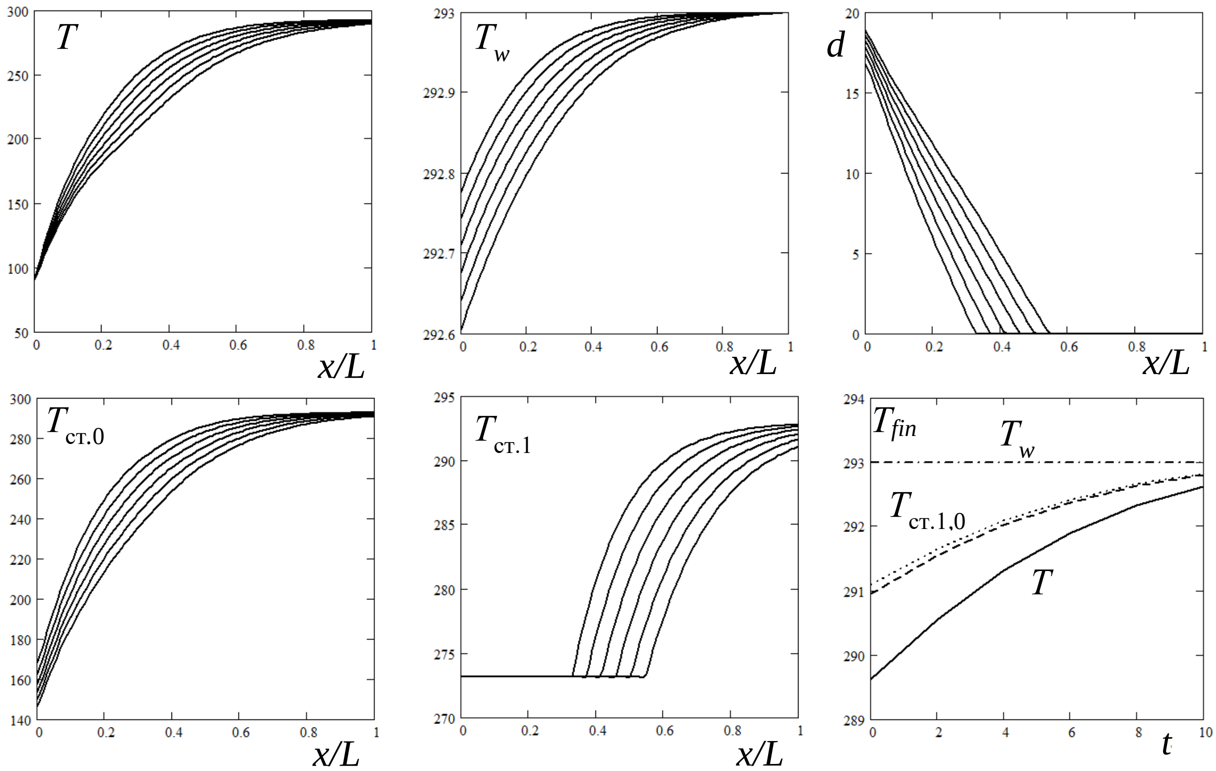


Рис. 3.20. Решение системы задач переноса в схеме 2
в квазистационарном режиме.

Исследование сходимости алгоритма в этом случае также показало хорошую корреляцию с результатами табл. 3.4.

В схеме 1 теплообмена уравнение (2.2.41) зависит только от выходной температуры потока СКФ $T_{ex}(t)$, и при использовании метода Рунге Кутта выносится из цикла итераций на слое по времени. Однако в задаче Стефана (3.2.6) для этой схемы используется средняя температура стенки $\overline{T_{ст1}}$, находимая интегрированием решения по длине области решения, что является интегральным условием нагружения уравнения переноса в СКФ. Решение такого уравнения и осуществляется итерационным процессом в алгоритме рис. 3.18, где вторым шагом процесса будет вычисление температуры $\overline{T_{ст1}}$. Также в методе Рунге Кутта на одном шаге по времени используются вспомогательные промежуточные временные слои, в которых также необходимо решение задачи переноса в СКФ для сохранения порядка точности алгоритма в целом. Примеры расчета по изложенному алгоритму будут приведены в следующем разделе.

В схеме 3 распределение температуры потока ТН определяется уравнением (2.2.49) с запаздыванием по времени от распределения температуры потока СКФ, поэтому глобальный итерационный процесс не требуется: из решения для потока СКФ да данном временном слое сразу определяется температура потока ТН на некотором следующем слое, а распределение на начальных слоях задано начальным условием в (2.2.49). Для корректного учета этого запаздывания в дискретизированных уравнениях следует шаг по времени выбирать кратным шагу запаздывания t_s, тогда уравнение (2.2.49) легко дискретизируется. Пусть, например, $t_s = j_s\tau$. Тогда имеем дискретное уравнение

$$\begin{aligned}
&T_{w.kN+i',j+j_s} = T_{w.i'',j} - \frac{L\cdot\left(T_{w.i'',j} - T_{i'',j}\right)}{M_0 c_{P0} R_t(T_{w.i'',j}, T_{i'',j})} - \frac{T_{w.i'',j} - T_g}{R_g(T_{w.i'',j}, T_g)},\\
&T_{w.kN+i',j'} = T_{w.in}, \quad T_{w.N(K-1)+i',j} = T_{w.in} \qquad\qquad . \qquad (3.3.17)\\
&i'' = (k+2)N - 1 - i', \quad i' = \overline{0..N-1}, \quad k = \overline{K-2..0}, \quad j' = \overline{0..j_s - 1}
\end{aligned}$$

где N – число узлов на участке одной трубки в пакете.

В квазистационарном режиме уравнение (3.3.17) преобразуется к виду

$$\begin{aligned}
&T_{w.kN+i'} = T_{w.i''} - \frac{L\cdot\left(T_{w.(k+2)N-1-i'} - T_{(k+2)N-1-i'}\right)}{M_0 c_{P0} R_t(T_{w.(k+2)N-1-i'}, T_{(k+2)N-1-i'})} - \frac{T_{w.(k+2)N-1-i'} - T_g}{R_g(T_{w.(k+2)N-1-i'}, T_g)}, \quad . \qquad (3.3.18)\\
&T_{w.(K-1)N+i'} = T_{w.in} \quad i' = \overline{0..N-1}, \quad k = \overline{K-2..0}
\end{aligned}$$

Уравнение (3.3.18) не имеет сдвига по времени, поэтому его решение должно включаться в глобальный итерационный процесс на рис. 3.18 в качестве второго шага процесса.

Пример решения более сложной квазистационарной задачи со схемой (3.3.18) при изменяющихся давлении и массовом расходе приведен на рис. 3.21. Наблюдающиеся в решении разрывы и изломы связаны с переходом от одной трубки пучка к следующей (рис. 2.1). Такой характер решения, при использовании сквозного счета, может привести к разболтке. Во избежание этого, применялся метод выделения разрывов, а именно, решение уравнения переноса в СКФ по алгоритму рис. 3.17 высокого порядка осуществлялось только в пределах каждой трубки, между трубками решение сшивалось по непрерывности температуры T. Температура T_w, а с ней и $T_{ст}$ и d, при переходе между трубками имеет разрыв.

Результаты исследования сходимости итераций приведены в табл. 3.7

Таблица 3.7. Исследование сходимости итерационного процесса в схеме 3

Номер итерации	$T_{10,1}$ К	$T_{19,1}$ К	$T_{40,1}$ К	$T_{100,1}$ К
1	150,203	190,232	249,486	291,879
2	147,062	185,330	244,785	291,686
3	146,775	184,937	244,317	291,663
4	146,775	184,937	244,317	291,663

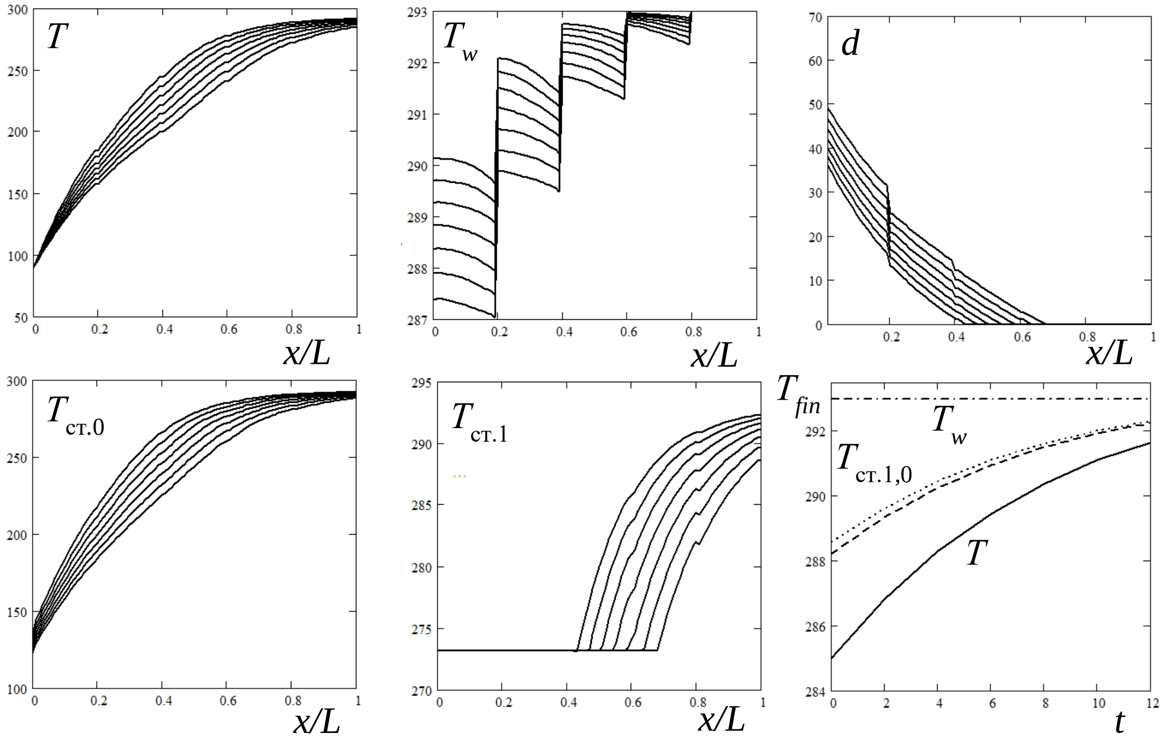


Рис. 3.21. Решение системы задач переноса в схеме 3
в квазистационарном режиме.

Для исследования выбраны точки как в середине трубки, так и на ее концах, а также конечная точка. Как видно, во всех случаях итерации сходятся очень быстро, фактически за три итерации.

Результаты исследования ошибки алгоритма и скорости сходимости по методу Рунге-Ромберга (3.3.11), (3.3.12), а также в сравнении с расчетом на мелкой сетке, показывают (табл. 3.8), что порядок точности *n* значительно снижен по сравнению со схемой 2 обмена и приближается к единице, но разболтка отсутствует (рис. 3.21).

Таблица 3.8. Исследование ошибки алгоритма рис. 3.18 в схеме 3 обмена

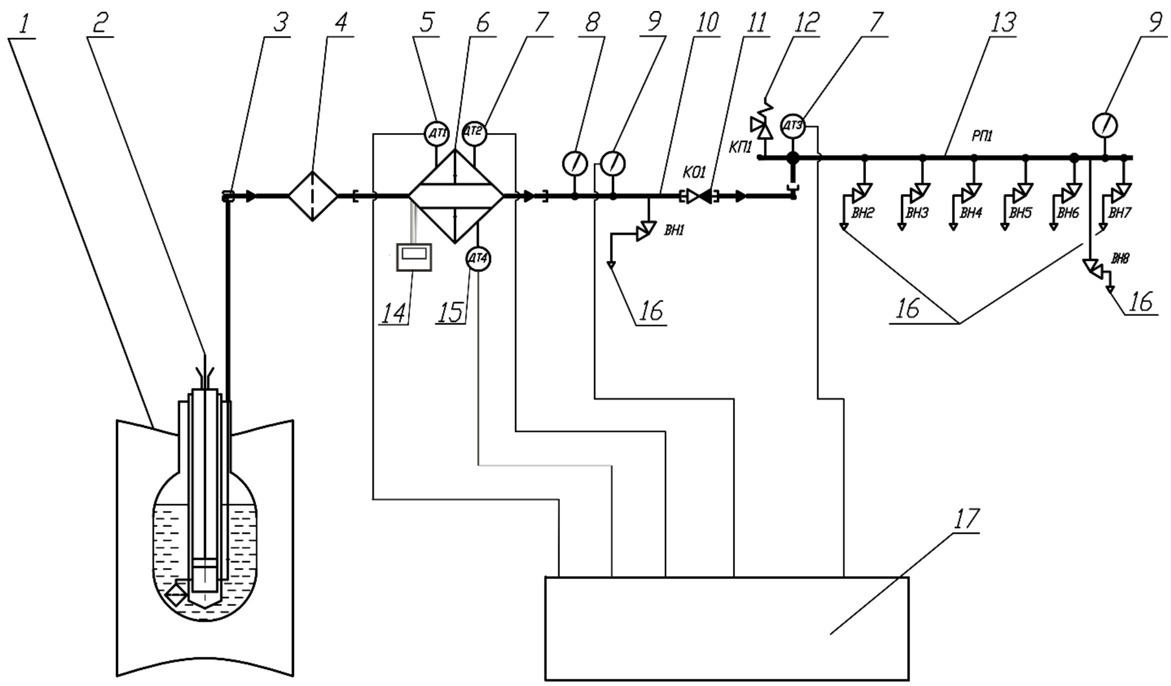
	Δ_{42}	Δ_{21}	n	A	Δ_{ξ}	$\Delta_{4\xi}$	Δ_0
$\|\Delta T\|_2$	9,202	3,828	1,265	15,757	2,727	15,757	15,730
$\|\Delta T\|_C$	16,179	7,440	1,12	29,953	6,334	29,953	29,221

Аналогичные результаты получены и в нестационарном режиме.

В результате в данном разделе получены быстросходящиеся высокоточные алгоритмы решения системы задач переноса с обменом и отдельных задач переноса с поглощением в потоке СКФ как в нестационарном, так и в стационарном режимах. В следующих разделах эти алгоритмы будут использованы для разработки процедур параметрической идентификации модели и оптимизации функционирования СКТ.

3.4 Алгоритм параметрической идентификации модели по опорным измерениям

С целью исследования процесса теплообмена и проверки адекватности математической модели, представленной во 2-ой главе, разработана экспериментальная измерительная установка на базе газификационной установки СГУ-7КМ-У схема которой представлена на рис. 3.22. Основные характеристики установки отражены в таблице 3.9



1 - резервуар транспортный вертикальный РТВ 1.8/0,25; 2 – насос поршневой погружной НЖ-80/40; 3 – трубопровод нагнетания; 4 - фильтр; 5 –датчик-реле температуры; 6 – испаритель продукционный; 7 – приемник температуры; 8 – манометр МП-4-У-600; 9 – манометр сигнализирующий; 10 – коллектор; 11 – клапан обратный; 12 – клапан предохранительный; 13 – рампа; 14 – счетчик электроэнергии; 15 - приемник температуры; 16 – вентиль запорный.

Рис. 3.22. Схема экспериментальной установки:

Установка состоит из отдельных изделий: резервуара 1, насоса 2, испарителя 6, рампы 13, щита управления 17 − соединенных между собой технологическими трубопроводами и электрическими кабелями. В качестве потребителя используется унифицированная газозарядная станция УГЗС.М-КР. Общий вид установки представлен на рис. 3.23.

Рис. 3.23. Общий вид экспериментальной установки

Таблица 3.9 Основные характеристики газификационной установки СГУ-7КМ-У

Показатель	СГУ-7КМ-У
Производительность установок по наполнению при нагнетании до 34,3 МПа (350 кгс/см^2) - по газообразному кислороду, м^3/с (м^3/ч) - по газообразному азоту, м^3/с (м^3/ч)	 0,061±0,0055 (220±20) 0,044±0,004 (160±15)
Максимальное давление газообразного продукта, МПа (кгс/см^2)	40,0 (400)
Температура выдаваемого газообразного продукта, К (°С)	333 (60)
Потребляемая мощность установки, кВт, не более	 59

К основным измерительным элементам относятся штатные манометры 8, 9 и датчики температуры 7. Дополнительно были установлены датчик температуры на стенке 15 (ТПТ-2-5-100П-В-3-100/8) и счетчик электроэнергии 14. Так же для контроля давления в баллонах потребителя использовался штатный манометр. Основные характеристики средств измерения приведены в таблице 3.10.

Основными элементами системы, определяющими производительность и параметры работы газификационной установки, являются насос, испаритель и потребитель сжатого газа.

Насос НЖ-80/40 представляет собой поршневой, одноцилиндровый агрегат с возможностью регулировки производительности за счет изменения хода поршня в диапазоне 10-40 мм. При максимальной регулировке средняя производительность насоса за цикл зарядки составляет 0,287 м^3/ч. Насос смонтирован на резервуаре, а его цилиндровая группа погружена непосредственно в рабочую жидкость.

Таблица 3.10 Основные характеристики средств измерения.

Измеряемый параметр	Тип	Диапазон измерений	Класс точности
Температура воды в испарителе, $T_в$ Температура газа, $T_г$ Температура на стенке испарителя, $T_{ст}$	Термометр платиновый, технический ТПТ-2-5-100П-В-3-100/8 Измеритель-регулятор микропроцессорный двухканальный 2ТРМ1-Щ2.У.РР	от -50 до 250 от -50 до 250	В
Давление газа после испарителя, $P_и$	Манометр кислородный МП4-У У2-60МПа	От 0 до 60 МПа	1,5
Давление газа на выдаче, $P_{вых}$	Манометр кислородный МП4-У У2-60МПа	От 0 до 60 МПа	1,5
Давление зарядки газом, $P_{потр}$	МТП-160	От 0 до 40 МПа	1,5
Расход электроэнергии	Счетчик электроэнергии ЦЭ6803В		1

Испаритель представляет собой змеевик, выполненный из нержавеющей трубы (диаметр 14 мм, толщина стенки 2 мм), заключенный в стальной кожух наполненный водой. Подогрев воды осуществляется 18 трубчатыми электронагревателями, смонтированными на боковой крышке испарителя.

Электронагреватели разбиты на три секции:

- секция 18,9 кВт – подключается при низких температурах;
- секция 28,35 кВт – управляемая;
- секция 9,45 кВт – резервная.

Секции электронагревателей включаются по сигналу термометра платинового технического ТПТ-2-5-100П-В-3-100/8. В качестве потребителя, использовалась унифицированная газозарядная станция УГЗС.М-Р

Принцип работы установки следующий:

При газификации жидкость из резервуара 1 под избыточным давлением (0,05–0,19) МПа всасывается насосом 2, сжимается до требуемого давления, и по трубопроводу 3 подается в испаритель 6. Избыточное давление в резервуаре создается для обеспечения нормальной всасывающей способности насоса и зависит от режима работы установки.

В испарителе жидкость превращается в газ в результате теплообмена с жидкостью и подается в коллектор 10, смонтированный на крышке испарителя.

Газифицированный криопродукт далее по трубопроводу подается через наполнительную рампу и рукав к газозарядной станции УГЗС.М-КР.

Методика проведения эксперимента. В ходе проведения эксперимента была произведена серия зарядок потребителя с изменением производительности насоса установки в диапазоне 25-40 мм. Так же была произведена закачка с максимальной производительностью, в условиях теплоизоляции кожуха испарителя от внешней среды.

При каждом цикле зарядки, давление в группе потребителя опускалось до 5 Мпа, зарядка заканчивалась по достижении 25 МПа. Испаритель нагревался до отключения управляемой секции электронагревателей при 63°С, повторное включение происходило автоматически при снижении температуры воды в испарителе до 57°С. Показатели давлений и температур фиксировались каждые 2-3 минуты.

Результаты эксперимента при заправке одной группы из 6 баллонов по 40 л с одной управляемой секцией нагревателей 28,35 кВт и различных значениях производительности представлены на рис. 3.25–3.28 Расход электроэнергии при нагреве теплоносителя (вода) без прокачки газа представлен на рис. 3.28

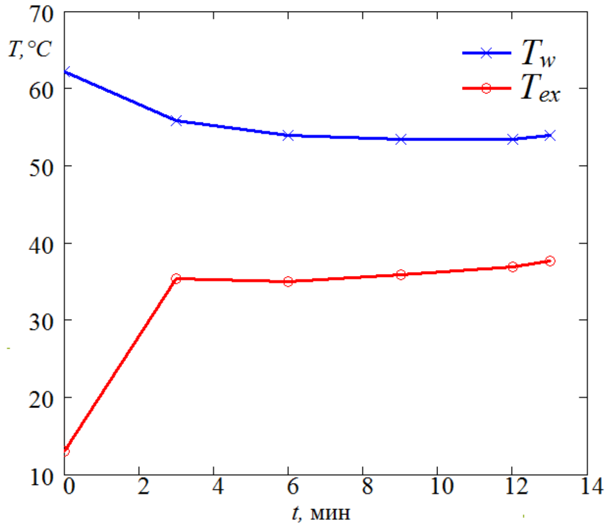


Рис. 3.25. Изменение во времени температуры СКФ кислорода и температуры теплоносителя при заправке с ходом поршня насоса 25 мм (соответствует производительности 0,08 кг/с)

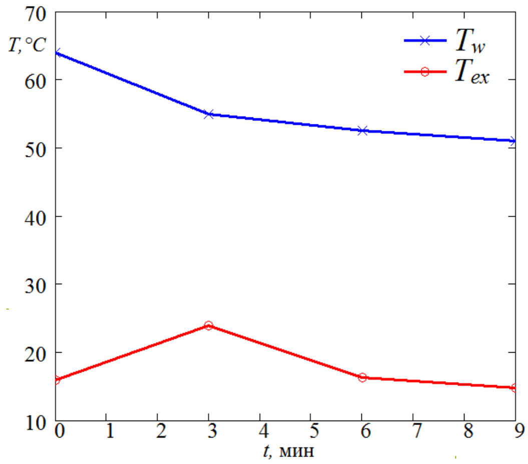


Рис. 3.26. Изменение во времени температуры СКФ кислорода и температуры теплоносителя при заправке с ходом поршня насоса 35 мм (соответствует производительности 0,105 кг/с)

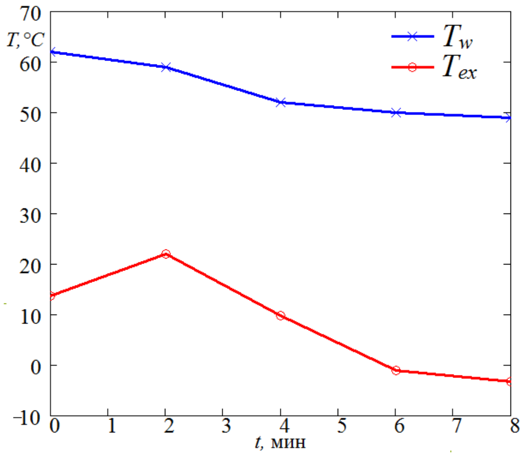


Рис. 3.27. Изменение во времени температуры СКФ кислорода и температуры теплоносителя при заправке с ходом поршня насоса 40 мм (соответствует производительности 0,13 кг/с)

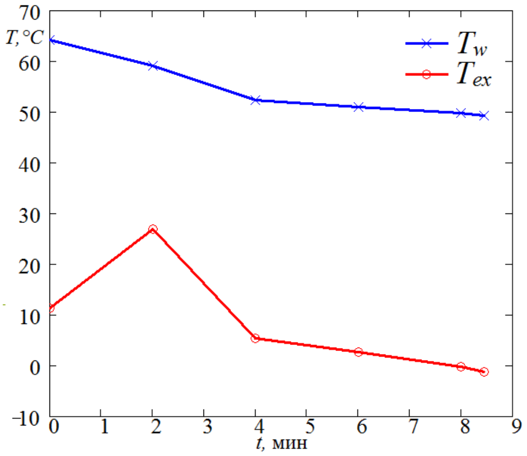


Рис. 3.28. Изменение во времени температуры СКФ кислорода и температуры теплоносителя при заправке с ходом поршня насоса 40 мм (соответствует производительности 0,13 кг/с) в условиях теплоизоляции испарителя.

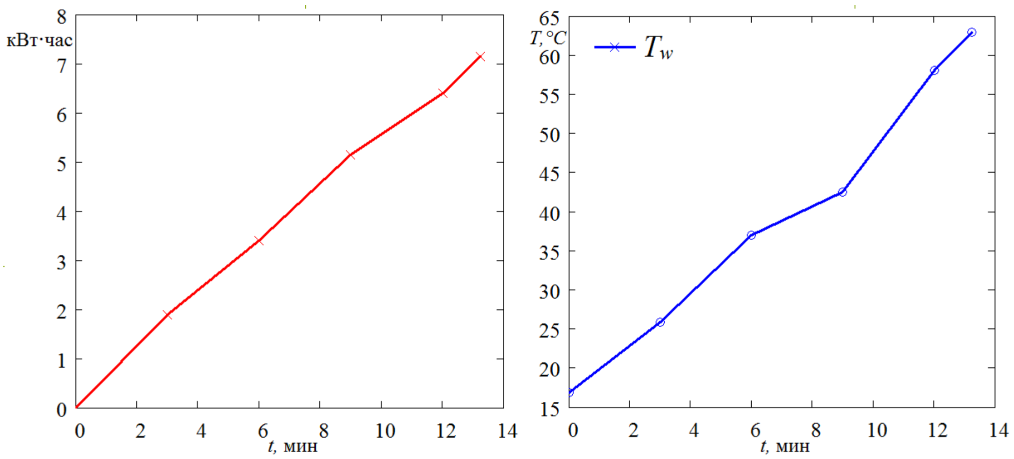


Рис. 3.29. Изменение во времени расхода электроэнергии и температуры теплоносителя при нагреве теплоносителя без прокачки СКФ с одной управляемой секцией нагревателей 28,35 кВт (по паспорту)

Сформулированные выше уравнения для определения коэффициентов теплоотдачи отражают лишь зависимость от гидродинамических и теплофизических параметров системы, но не могут точно соответствовать реальной конструкции, поскольку невозможно полностью и корректно учесть все конкретные технические факторы устройства. Например, в конструкции испарителя СГУ теплообменная трубка имеет витую форму, а верхняя ее часть не находится в контакте с теплоносителем. Также объем теплообмена с теплоносителем имеет сложную форму, которую невозможно учесть набором геометрических симплексов. Поэтому окончательное значение коэффициентов теплоотдачи в СКФ и теплоноситель должно быть скорректировано множителями k_a, k_w, k_g для конкретной конструкции на основе экспериментальных данных. Такая корректировка для правильной настройки модели должна быть осуществлена по соответствию рассчитанных результатов температур СКФ и теплоносителя с опытными данными (рис. 3.24–3.28), то есть методом параметрической идентификации [110].

Идентификации подлежат три внешних параметра и три параметра модели. Внешними параметрами являются:

– производительность насоса (расход СКФ);

– мощность нагревателя;

– теплоемкость испарителя.

Хотя первые два параметра могут определяться паспортными данными, но для конкретной установки возможны отклонения значений.

Идентифицируемыми параметрами модели являются:

– множитель k_a в термосопротивлении СКФ;

– множитель k_w в термосопротивлении теплоносителя;

– множитель k_g в коэффициенте теплоотдачи в окружающую среду.

Для идентификации модели используется смешанная стратегия [110]. Часть параметров может быть определена по результатам специально поставленных измерений (активные эксперименты), а другая часть определяется по результатам пассивного эксперимента.

Активная стратегия.

Для определения теплоемкости испарителя C_0 и мощности нагревателя P_w проводился эксперимент по нагреву испарителя в условиях тепловой изоляции корпуса и без прокачки СКФ (рис. 3.28). Тогда, согласно уравнению (2.2.40), температура теплоносителя возрастает со временем линейно, и по регистрируемой величине расхода электроэнергии J, времени нагрева Δt и достигаемого прироста температуры ΔT находятся эти параметры:

$$P_w = \frac{J}{\Delta t}, \quad C_0 = \frac{J}{\Delta T}. \tag{3.4.1}$$

Используя данные, представленные на рис. 3.28, получим P_w = 28,35 кВт, совпадающее с паспортными данными СГУ, а также C_0 = 490 кДж/К. Это значение хорошо коррелирует с теплоемкостью теплоносителя (вода объемом 117 литров), но найденное значение включает также теплоемкости элементов конструкции испарителя, которые невозможно учесть расчетным путем.

Затем, в двух экспериментах, поставленных при одинаковом расходе M_g с теплоизолированным и неизолированным корпусом (рис.3.26, 3.27), определяется увеличение δT температуры СКФ при теплоизоляции. При условии малости величины δT из уравнения (2.2.40) нетрудно получить соотношение

$$k_g = \frac{T_w - T_g}{M_g c_P(T_{ex}, P) R_g\, \delta T}. \tag{3.4.2}$$

Наконец, в некотором диапазоне параметров в установке реализуется стационарный режим с максимальной мощностью нагревателя (рис. 3.24), при котором выполняется равенство (2.2.38). При достаточно длительном функционировании установки этот режим наступает при любых параметрах, однако время его ожидания может оказаться недостижимым с практической точки зрения. Но если стационарная температура близка к максимальной температуре теплоносителя, то стационарный режим наступает почти сразу (рис. 3.24). Поэтому при постановке пассивного эксперимента с широким варьированием параметров этот режим в одном из опытов обязательно появится при некотором значении расхода СКФ M_s, следовательно, такой опыт можно рассматривать как активный эксперимент. В этом случае из уравнения (2.2.38) будем иметь

$$M_s = \frac{P_w - \left(T_{w.s} - T_g\right) / \left(k_g R_g\right)}{h(T_{ex.s}, P) - h(T_{in}, P)}. \tag{3.4.3}$$

Здесь $T_{w.s}$, $T_{ex.s}$, – температура теплоносителя и выходная температура СКФ в стационарном режиме.

Связь между производительностями M_g и M_s устанавливается отношением r ходов поршня насоса в этих экспериментах: $M_g = r\, M_s$. Тогда система уравнений (3.4.2) и (3.4.3) легко разрешается относительно параметров M и k_g, что и определяет эти параметры:

$$M_s = \frac{\dfrac{P_w}{\Delta h}}{1 + r\dfrac{c_P(T_{ex}, P)\delta T}{\Delta h}\dfrac{T_{w.s} - T_g}{T_w - T_g}\dfrac{R_g(T_w, T_g)}{R_g(T_{w.s}, T_g)}}, \quad \Delta h = h(T_{ex.s}, P) - h(T_{in}, P)$$
$$k_g = \frac{T_w - T_g}{M_g c_P(T_{ex}, P) R_g(T_w, T_g)\,\delta T}, \quad M_g = r M_s \tag{3.4.4}$$

Расчет по уравнениям (3.4.4) на основе данных, представленных на рис. 3.24, 3.26, 3.27, дал значения k_g = 0,77, M_s = 0,08 кг/с, M_g = 0,13 кг/с, использованные в подписях к рисункам. Эти расходы являлись предельными в эксперименте. Затем по отношению ходов поршня находим также промежуточную производительность M_i = 0,105 кг/с эксперимента рис. 3.25.

Пассивная стратегия.

Для установления значений параметров модели k_w, k_a использовались эксперименты, представленные на рис. 3.24–3.26. Применение в данном случае традиционного регрессионного метода [110] нецелесообразно, поскольку, с одной стороны, модель достаточно тяжелая в расчете, а нелинейный регрессионный метод потребует длительного времени расчета, а с другой стороны, модель обладает жесткостью по отношению к варьированию параметров, которые изменяются в ограниченном диапазоне, поэтому нелинейный регрессионный алгоритм будет неустойчивым.

Для получения устойчивого алгоритма определения параметров, достаточного при ограниченном наборе опытных данных, был использован метод стрельбы [111] по данным с предельными значениями производительности рис. 3.24, 3.26 с последующей верификацией по промежуточному эксперименту рис. 3.25. Поскольку стрельба сразу по двум параметрам в нелинейной дифференциальной задаче достаточно сложна [111], то предлагается метод пристрелки в два этапа.

1) На первом этапе для ряда значений параметра k_a производилась пристрелка параметра k_w к выходному значению температуры стационарного режима (рис. 3.24) путем решения задачи (2.2.24), (2.2.32), (2.2.41), (2.2.43). По полученным результатам строилась регрессионная зависимость $k_a(k_w)$. Обычно достаточно простой линейной модели:

$$k_a = b - ak_w. \tag{3.4.5}$$

Тогда значения коэффициентов b, b/a будут равны наибольшим возможным значениям параметров k_a, k_w для данной установки.

2) На следующем этапе с использованием полученной зависимости пристреливался коэффициент k_w к выходной температуре в эксперименте с максимальной производительностью (рис. 3.26), по полученному значению параметра k_w рассчитывался коэффициент k_a. При этом применение жесткой связи параметров (3.4.5) стабилизирует модель и делает расчет устойчивым.

Если полученное на втором этапе значение коэффициента попадает в область экстраполяции регрессионного уравнения, то расчет по этапам повторяется с новым диапазоном значений коэффициентов.

3) Полученная в итоге модель проверялась на соответствие результатам промежуточного эксперимента рис. 3.25.

Отметим, что идентификация модели по предельным режимам обычно обеспечивает ее хорошую согласованность и для промежуточных режимов.

Рассмотрим применение алгоритма на основе экспериментов рис. 3.24–6. Полученные в этих опытах исходные параметры для идентификации приведены в табл. 3.9.

Таблица 3.9. Исходные параметры для идентификации модели

M_1, кг/с	P_{in}, МПа	t_1,мин	$T_{wнач}$,°C	T_{ex},°C
0,08	15	10	55	37
0,105	19	6	55	14,8
0,13	19	6	59	–3,2
P_{ex} = 25 МПа				

Для построения зависимости (3.4.5) были выбраны значения k_a = 0.833; 0,91; 1,0; 1,11; 1,25.

Вначале решалась модель для k_a = 1,0 по пристрелке к значению температуры 37°C. Выбираем предельные значения k_w = 1,0; 10 и методом дихотомии сводим вилку значений выходной температуры к 10°C (табл. 3.10).

Таблица 3.10. Результаты дихотомии

k_w	1	10	3,33	2	2,5
T_{ex},°C	48,48	-8,58	35,73	44,15	41,28

Значения для 3,33 и 2,5 образуют требуемую вилку, поэтому применяем к ним линейную коррекцию по формуле:

$$k_{new} = k_1 + \frac{k_2 - k_1}{T_2 - T_1}(T_0 - T_1)\,. \tag{3.4.6}$$

Для корректировки на следующем шаге вилку выбираем с использованием полученного значения. Результат приведен в табл. 3.11.

Таблица 3.11. Результаты корректировки

k_w	3,33	2,5	3,096	3,145
T_{ex},°C	35,73	41,28	37,39	37,05

Полученную при дихотомии вилку можно использовать как исходную для решения модели при других значениях k_a. В итоге получаем следующую таблицу значений:

Таблица 3.12. Зависимость параметров

k_w	3,509	3,344	3,145	2,899	2,584
k_a	0,833	0,91	1,0	1,11	1,25

Линейная регрессия этой зависимости дает уравнение:

$$k_a = 2,415 - 0,451 k_w\,. \tag{3.4.7}$$

Качество уравнения (3.4.7) иллюстрирует рис. 3.29, показывающий очень хорошее выполнение линейности зависимости.

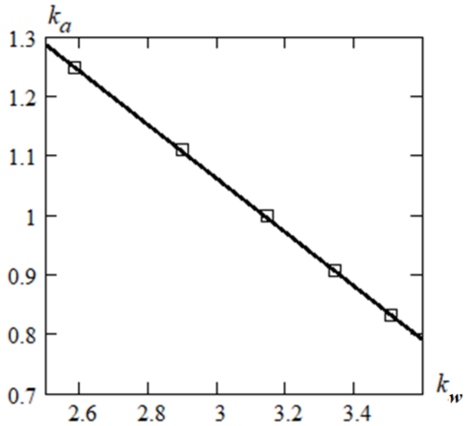


Рис. 3.29. Сравнение данных табл. 4 с уравнением (12)

Используем далее зависимость (3.4.7) для пристрелки к значению выходной температуры –3,2°С в расчете с максимальным расходом. Здесь с учетом данных таблиц 3.23–5 выбираем вилку в виде: k_h = 3,0÷3,6. Тогда, применяя корректировку (3.4.6), окончательно получаем:

$$k_a = 0{,}84; \quad k_w = 3{,}497\,.$$

Результаты расчета модели, идентифицированной этими значениями параметров, для всех расходов показаны на рис. 3.30 в сравнении с опытными данными.

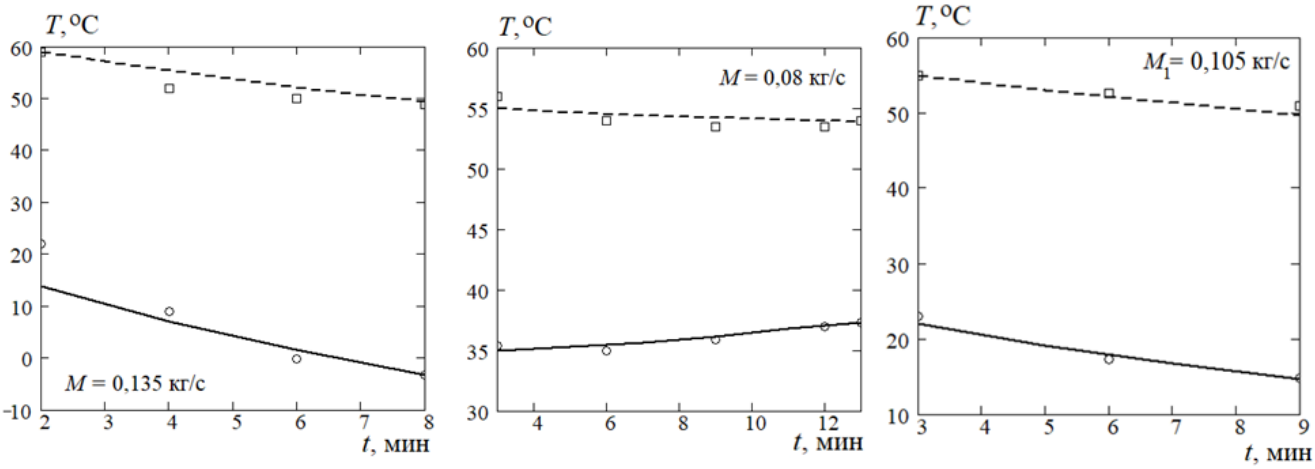


Рис. 3.30. Результаты расчета по идентифицированной модели при различных расходах СКФ: выходная температура СКФ (сплошная линия) и температура теплоносителя (штриховая линия), опытные данные нанесены точками

Верификация модели для средней производительности, а также для промежуточных значений моментов времени показывает хорошее соответствие измеренным значениям в пределах погрешности измерений и точности модели.

В результате получена идентифицированная модель, соответствующая данному варианту исполнения газификатора СГУ-7КМ-У.

3.5 Методика оптимизации функционирования теплообменной установки на основе модели теплопереноса с подвижной границей

С использованием идентифицированной модели далее организуется процедура выбора оптимальных режимов работы установки. Следует различать два типа режимов.

I) Стационарный режим.

В этом режиме должно быть обеспечено длительное функционирование установки без временного ухода ее выходных характеристик, которые должны находится в заданном допустимом интервале. Поэтому моделирование работы установки здесь должно производиться в рамках стационарного варианта модели переноса (2.2.24), (2.2.32), (2.2.41) или (2.2.47).

В схеме 1 из уравнений (2.2.24), (2.2.32), (2.2.41) имеем задачу Коши:

$$\begin{cases} M_1 c_P(T,P)\dfrac{dT}{dx} = \dfrac{T_w - T}{R_t(T, T_h, T_{\text{ст}0}, \overline{T_{\text{ст}1}}, P, \sigma(\mathrm{z}_d)\mathrm{z}_d)}, \quad T(0) = T_{in} \\ \dfrac{T_{\text{ст}0} - T}{T_w - T} - \dfrac{k_a R_a(T, T_{\text{ст}0}, P)}{R_t(T, T_w, T_{\text{ст}0}, \overline{T_{\text{ст}1}}, P, \sigma(\mathrm{z}_d)\mathrm{z}_d)} = 0 \\ z_d = \dfrac{D_2}{2}\left(\dfrac{k_h R_h(T_w, \overline{T_{\text{ст}1}}, 0)}{k_a R_a(T, T_{\text{ст}0}, P)} \cdot \dfrac{T_{\text{ст}0} - T}{T_w - T_s} - 1\right) \\ T_{w1} = T_w - \dfrac{k_h R_h(T_w, \overline{T_{\text{ст}1}}, \sigma(\mathrm{z}_d)\mathrm{z}_d)}{k_a R_a(T, T_{\text{ст}0}, P)}(T_{\text{ст}0} - T) \\ P_{w.\max}\sigma(T_w - T_{w.\max}) = \left[h(T_{ex}, P_{ex}) - h(T_{in}, P_{ex})\right]M_1 + \dfrac{T_w - T_g}{R_g(T_w, T_g)} \end{cases}. \qquad (3.5.1)$$

Аналогично в схеме 2 будем иметь двухточечную задачу:

$$\begin{cases} M_1 c_P(T,P)\dfrac{dT}{dx} = \dfrac{T_w - T}{R_t(T, T_h, T_{\text{ст}0}, T_{\text{ст}1}, P, \sigma(\mathrm{z}_d)\mathrm{z}_d)}, \quad T(0) = T_{in} \\ M_0 c_{P0}\dfrac{dT_w}{dx} = \dfrac{T_w - T}{R_t(T, T_h, T_{\text{ст}0}, T_{\text{ст}1}, P, \sigma(\mathrm{z}_d)\mathrm{z}_d)} - \dfrac{T_w - T_g}{R_g(T_w, T_g)}, \quad T_w(l) = T_{w.in} \\ \dfrac{T_{\text{ст}0} - T}{T_w - T} - \dfrac{k_a R_a(T, T_{\text{ст}0}, P)}{R_t(T, T_w, T_{\text{ст}0}, T_{\text{ст}1}, P, \sigma(\mathrm{z}_d)\mathrm{z}_d)} = 0 \\ \dfrac{T_w - T_{\text{ст}1}}{T_w - T} - \dfrac{k_w R_w(T_w, T_{\text{ст}1}, \sigma(\mathrm{z}_d)\mathrm{z}_d)}{R_t(T, T_w, T_{\text{ст}0}, T_{\text{ст}1}, P, \sigma(\mathrm{z}_d)\mathrm{z}_d)} = 0 \\ z_d = \dfrac{D_2}{2}\left(\dfrac{k_w R_w(T_w, T_{\text{ст}1}, 0)}{k_a R_a(T, T_{\text{ст}0}, P)} \cdot \dfrac{T_{\text{ст}0} - T}{T_w - T_s} - 1\right) \end{cases}. \qquad (3.5.2)$$

Задача (3.5.2) представляет собой двухточечную задачу для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, связанных системой нелинейных соотношений, обеспечивающих решение задачи Стефана. Эта задача непосредственно решается по алгоритмам из разделов 3.2, 3.3. При указанных граничных условиях решение зависит от двух параметров – давления P и массового расхода M_0.

В отличие от нее, задача (3.5.1) является одноточечной задачей, нагруженной интегральным условием и точечным условием с переключением для определения стационарной температуры теплоносителя T_w. Схематически зависимость стационарных значений параметров T_w, P_w и выходной температуры T_{ex} от массового расхода показана на рис. 3.31.

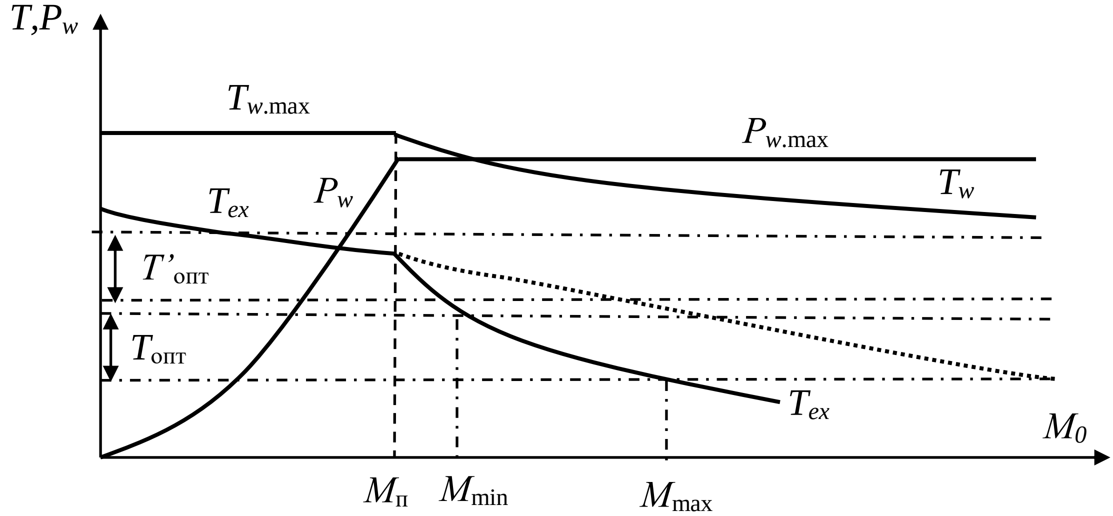


Рис. 3.31. Изменение стационарных температур и мощности источника от массового расхода потока СКФ в схеме 1 теплообмена между потоками

Как видно из рис. 3.31, имеется два разных типа решения стационарной задачи (3.5.1): с постоянной температурой теплоносителя и постоянной мощностью нагревателя. При этом предельные расходы $M_{\min}$ и $M_{\max}$ могут реализоваться в разных типах решения, как показано для области $T'_{опт}$ на рис. 3.31. Использование же в этой задаче сглаживания особенности приводит к плохой обусловленности задачи определения T_w. Поэтому предлагается следующий устойчивый и просто реализуемый алгоритм решения задачи (3.5.1) при оптимизации стационарного функционирования СКТ.

1) Решается задача с постоянной мощностью $P_{w.\max}$ без ограничения на температуру теплоносителя (решение для правой области схемы на рис. 3.31).

2) Решается задача с постоянной температурой теплоносителя $T_{w.\max}$ без ограничения по мощности нагревателя (решение для левой области схемы на рис. 3.31).

3) Для каждой задачи находятся предельные производительности $M_{\min}$ и $M_{\max}$, определяющие область оптимальных режимов функционирования.

4) Полученные области «сшиваются» по условию переключения.

В предложенной модели имеется пять параметров, определяющих работу СКТ:

– максимальная мощность нагревателя $P_{w.\max}$,

– максимальная температура теплоносителя $T_{w.\max}$,
– массовая производительность M_1,
– давление СКФ P,
– выходная температура СКФ T_{ex}.

Первый из них задан конструктивно и может регулироваться лишь ступенчато, с большим шагом. Поэтому он рассматривается как настраиваемый параметр. Этот параметр влияет на положение точки перехода $M_п$. Второй параметр также обычно не может меняться динамически и должен рассматриваться как настраиваемый. Его величина влияет на выходную температуру СКФ и через нее на точку перехода $M_п$. Следующие два параметра допускают плавную регулировку и могут рассматриваться как управляющие параметры. Последний параметр является управляемым через установки значений первых четырех параметров, но именно по его величине следует оптимизировать работу установки. Предполагается, что этот параметр должен принимать значения из заданного диапазона $T_{опт}$.

Достаточно легко управляемыми являются только два параметра:
– давление СКФ P,
– массовый расход СКФ M_1.

Поэтому в дальнейшем рассматриваем зависимость выходного параметра – температуры СКФ на выходе – только от этих переменных.

В результате получаем следующую методику определения диапазона оптимальных режимов работы установки в стационарном режиме.

1. Задаем значения настраиваемых параметров $P_{w.\max}$, $T_{w.\max}$.

2. Для предварительно заданного набора значений (P_i, M_{1j}) давления и массового расхода СКФ по идентифицированной модели рассчитываем таблицы значений ($T_{ex.i,j}$). Для схемы 1 расчеты проводим дважды:

1) для фиксированной температуры теплоносителя $T_{w.\max}$ с определением мощности ($P_{w.i,j}$),

2) для фиксированной мощности $P_{w.\max}$ с расчетом температуры ($T_{w.i,j}$).

Обычно достаточно трех значений каждой переменной. Диапазон давлений устанавливаем по предельно допустимым значениям, диапазон расходов – на основе предварительного оценочного расчета.

3. По полученным данным строим множественные параболические регрессии $M_1(P,T_{ex})$ (для схемы 1 – две регрессии для двух типов решения) и для схемы 1 – $M_1^*(P,P_w)$.

4. Определяем границы допустимой области параметров уравнениями

$$M_{\min} = M_1(P,T_{опт.\max}),\quad M_{\max} = M_1(P,T_{опт.\min}). \qquad (3.5.2)$$

5. Для схемы 1 определяем границу «сшивки» режимов:

$$M_п = M_1^*(P,P_{w.\max}). \qquad (3.5.3)$$

6. Формируем область оптимальных условий функционирования в стационарном режиме.

Рассмотрим пример расчета по предлагаемой методике в рамках полученной выше идентифицированной модели, соответствующей схеме 1.

1) Выбираем паспортные значения $P_{w.\max}$ = 28,35 кВт, $T_{w.\max}$ = 58°C.

2) Выбираем значения давления СКФ 20, 25, 30 МПа, массовый расход 0,07, 0,09, 0,11 кг/с. Проводим расчет по модели и получаем таблицу значений (Табл. 3.13).

Таблица 3.13. Рассчитанные значения мощности и выходной температуры

	$T_w = T_{w.\max}$			$P_w = P_{w.\max}$		
P	M_1	T_{ex}	P_w	M_1	T_{ex}	T_w
МПа	кг/с	°C	кВт	кг/с	°C	°C
20	0,07	46,55	26,70	0,07	65,03	74
20	0,09	38,80	33,40	0,09	-3,37	33,63
20	0,11	29,58	39,52	0,11	-41,09	27,56
25	0,07	47,22	26,01	0,07	71,67	79,64
25	0,09	39,93	32,65	0,09	4,9	35,82
25	0,11	31,32	38,65	0,11	-33,2	28,22
30	0,07	47,82	25,59	0,07	77,25	84,5
30	0,09	40,92	32,02	0,09	11,42	38,05
30	0,11	32,81	37,92	0,11	-27,2	28,76

3) Регрессионным анализом строим параболические множественные модели, рассматривая M_1 как функцию переменных (P, T_{ex}), (P, P_w). Предварительно центрируем и нормируем значения переменных для повышения качества расчета по формулам:

$$p=\frac{P-25}{5},\quad t=\frac{T_{ex}-20}{10},\quad m_1=\frac{M_1-0,09}{0,02},\quad t_w=\frac{T_w-58}{20},\quad p_w=\frac{P_w-30}{5}.\qquad(3.5.4)$$

В итоге получаем зависимости:

$$\begin{aligned}
m_{1.1}&=2,0211+0,2242p-0,754t-0,00203p^2-0,04731pt-0,1307t^2\\
m_{1.2}&=-0,3088+0,1309p-0,1875t-0,01163p^2-0,01573pt+0,01073t^2\\
m_1^*&=-0,4115+0,09785p+0,766p_w-0,0111p^2+0,0234pp_w+0,0293p_w^2
\end{aligned}.\qquad(3.5.5)$$

4) Границы оптимальной области выбираем из условия диапазона выходной температуры СКФ 10÷30°C, что соответствует значениям $t = \pm 1$:

– для решения с $T_w = T_{w.\max}$:

$$\begin{aligned}
M_{1.1+}&=0,09+0,02\cdot\left(1,1364+0,1769p-0,00203p^2\right)\\
M_{1.1-}&=0,09+0,02\cdot\left(2,6444+0,2715p-0,00203p^2\right)
\end{aligned}.\qquad(3.5.6)$$

– для решения с $P_w = P_{w.\max}$:

$$M_{1.2+} = 0{,}09 + 0{,}02 \cdot \left(-0{,}4856 + 0{,}1152p - 0{,}01163p^2\right)$$
$$M_{1.2-} = 0{,}09 + 0{,}02 \cdot \left(-0{,}1106 + 0{,}1466p - 0{,}01163p^2\right). \quad (3.5.7)$$

5) Линию переключения получаем, подставляя в третье уравнение в (3.5.5) максимальную мощность, соответствующую значению $p_w = -0{,}33$:

$$M_{п} = 0{,}09 + 0{,}02 \cdot \left(-0{,}6611 + 0{,}09013p - 0{,}0111p^2\right). \quad (3.5.8)$$

6) Наносим линии (3.5.6)-(3.5.8) на M_1–P диаграмму и проводим отбор по условию переключения (рис. 3.32а).

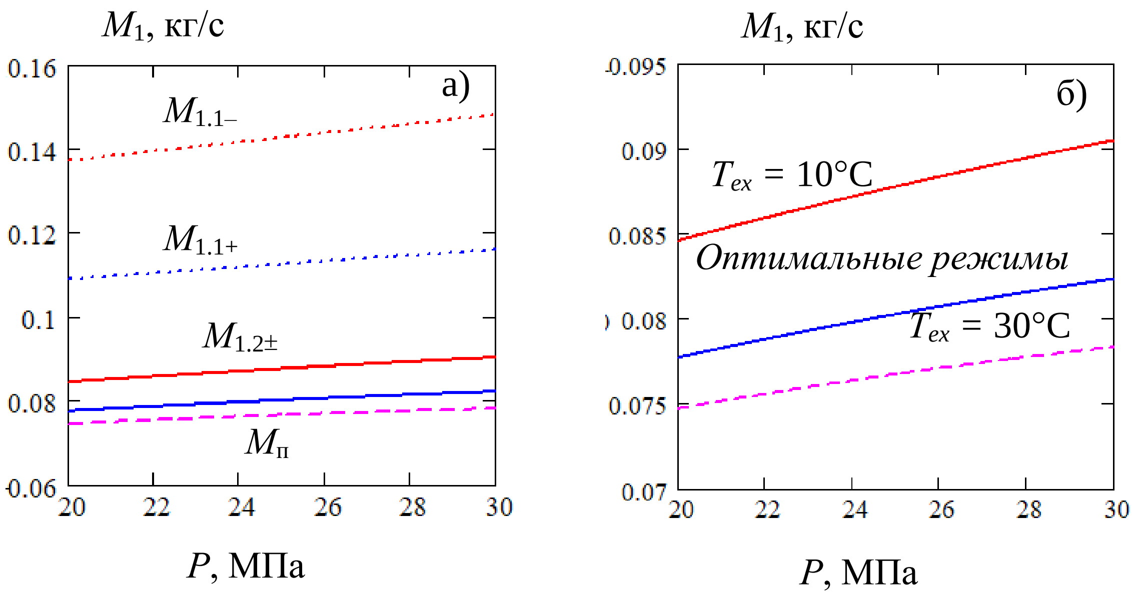


Рис. 3.32. Выбор оптимальных стационарных режимов работы СКТ–ГСГ

Как следует из рис. 3.31, из решений для $T_w = T_{w.\max}$ (точечные линии на рис. 3.32) следует оставлять линии, лежащие ниже линии переключения (пунктирная линия на рис. 3.32), а для решений $P_w = P_{w.\max}$ (сплошные линии на рис. 3.32) – соответственно, лежащие выше линии переключения. Из характера расположения соответствующих точек (рис. 3.31) следует, что всегда останутся только две линии из четырех. Согласно данному правилу, на рис. 3.32а следует оставить сплошные линии, результат приведен на рис. 3.32б. Таким образом, заданный диапазон оптимальных выходных температур на оптимизируемой установке может быть получен только в режиме с максимальной мощностью нагревателя.

Для примера реализации другого выбора рассмотрим в рамках уже полученных решений (3.5.5) другой оптимальный диапазон температур 30÷50°С. В этом случае для получения уравнений вида (3.5.6), (3.5.7) нужно подставить в (3.5.5) значения $t = +1$, $t = +3$, уравнение (3.5.8) сохраняется. Результат расчета линий диаграммы показан на рис. 3.33а. Теперь следует оставить сплошную линию выше линии переключения, и точечную – ниже этой линии. Результирующая диаграмма показана на рис. 3.33б. Отметим, что в этом случае основная область оптимальных режимов реализуется при функционировании установки с максимальной температурой теплоносителя, но имеется зона функционирования с максимальной мощностью нагревателя.

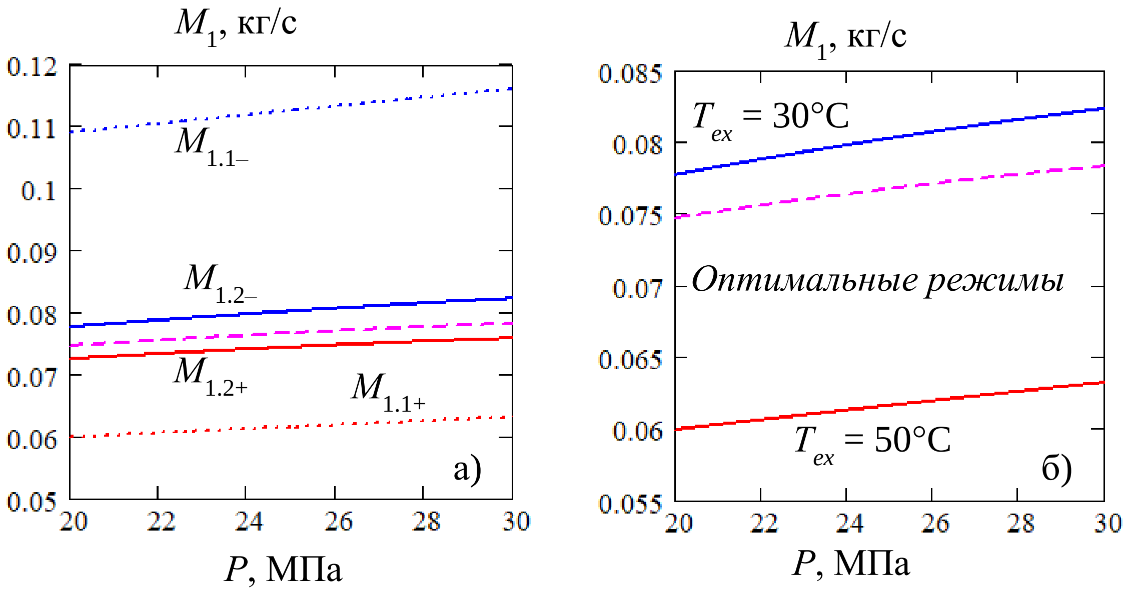


Рис. 3.33. Выбор оптимальных стационарных режимов работы СКТ–ГСГ в другом диапазоне температур

II) Нестационарный режим.

В данном режиме должно быть обеспечено заполнение заданного количества потребителей за возможно короткое время при ограничении на конечное значение выходной температуры СКФ. При этом допускается временной дрейф выходных характеристик в процессе функционирования, которые, однако, должны находится в допустимом интервале (рис. 3.32).

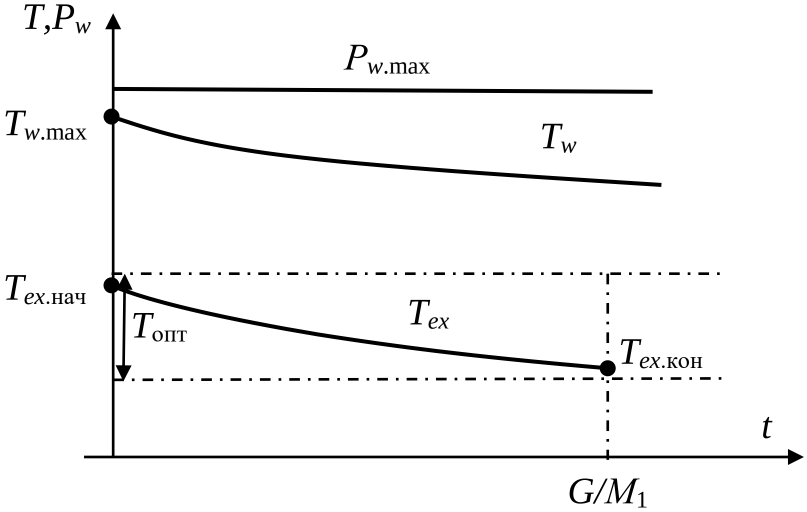


Рис. 3.34. Изменение стационарных температур и мощности источника от массового расхода потока СКФ в схеме 1 теплообмена между потоками

В результате моделирование работы установки теперь должно производиться в рамках квазистационарной модели (2.2.19), (2.2.32), (2.2.41).

В рассматриваемом режиме мощность нагревателя находится на максимальном значении, как и начальная температура теплоносителя, а управляющими параметрами являются давление и массовый расход СКФ. В силу такой постановки задачи переключение режимов теплоносителя учитывать не требуется.

Тогда имеем следующую методику определения диапазона оптимальных режимов работы установки в нестационарном режиме.

1. Для предварительно заданного набора значений (P_i, M_{1j}) давления и массового расхода СКФ по идентифицированной модели рассчитываем таблицы значений $(T_{ex.\text{нач}.i,j})$, $(T_{ex.\text{кон}.i,j})$. Диапазон давлений устанавливаем по предельно допустимым значениям, диапазон расхода – по паспортным данным насоса и на основе предварительного оценочного расчета. Время расчета определяем по формуле $t = G/M_1$, где G – требуемая масса закачки. Отметим, что время расчета здесь будет переменной величиной.

2. По полученным данным строим множественные параболические регрессии $M(P,T_{ex.\text{нач}}), M(P,T_{ex.\text{кон}})$.

3. Определяем границы допустимой области параметров уравнениями

$$M_{-} = M(P,T_{ex.\text{кон.min}}), \quad M_{+} = M(P,T_{ex.\text{нач.max}}). \qquad (3.5.9)$$

4. Формируем область оптимальных условий функционирования в нестационарном режиме.

Результат применения данной методики к СКТ-СГУ аналогично приведенному в предыдущем примере показан на рис. 3.35.

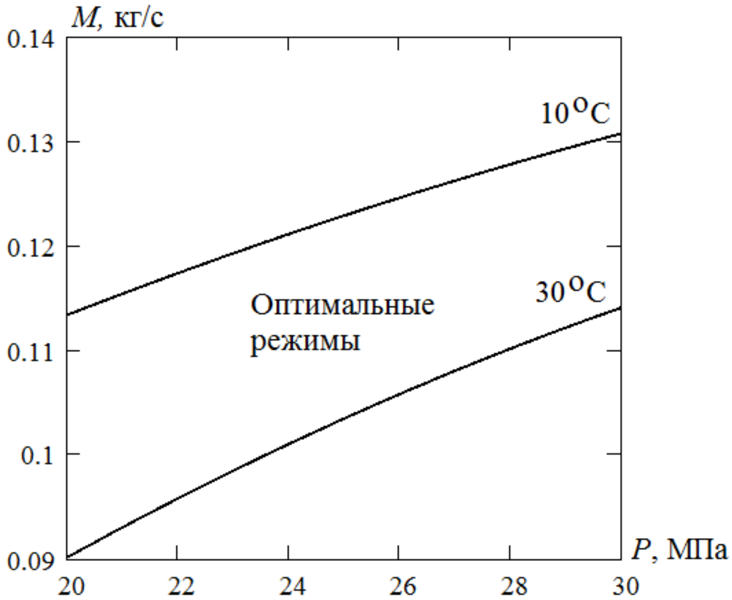


Рис. 3.35. Оптимальные условия функционирования СГУ в нестационарном режиме.

3.6 Выводы по третьей главе

Исследования, проведенные во второй главе, определяют следующие основные результаты:

1. В рамках метода конечных элементов и k-ε модели турбулентности с расширенной пристеночной обработкой EWT разработан алгоритм расчета критериального уравнения для коэффициента теплообмена СКФ в закритической области с теплоносителем, использующий граничное условие третьего рода и позволяющий обеспечить точность критериального уравнения в пределах 1%.

2. С использованием метода сглаживания особенности построен алгоритм решения квазистационарной задачи Стефана, не использующий явно точку перехода и позволяющий использовать для решения задачи переноса сквозной счет и схемы повышенной точности.

3. Разработаны алгоритмы решения задачи переноса в СКФ и системы задач переноса с обменом на свободной границе, характеризующиеся быстрой сходимостью и высокой точностью и позволяющие моделировать перенос как в квазистационарном, так и в нестационарном режиме.

4. С использованием смешанной стратегии разработан алгоритм параметрической идентификации модели переноса, отличающийся использованием модифицированного метода стрельбы и позволяющий идентифицировать модель на основе опорных измерений на штатном оборудовании установки.

5. Разработан алгоритм оптимизации функционирования установки на базе идентифицированной модели как в стационарном, так и в нестационарном режиме функционирования, позволяющий обеспечить выполнение регламентных требований.

Глава 4 РАЗРАБОТКА КОМПЛЕКСА ПРОГРАММ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В СВЕРХКРИТИЧЕСКИХ ТЕПЛООБМЕННИКАХ [118–124]

4.1 Комплекс программ SCFHeatEx для моделирования переноса тепла с обменом на свободной границе в СКТ

Разработанные модели переноса и алгоритмы их решения были реализованы в форме комплекса программ SCFHeatEx. Структура комплекса была составлена в соответствии со структурой модели и представлена на рисунке 4.1. Так как во всех методах комплекса используются общие алгоритмы решения задачи переноса, то интерфейс комплекса был размещен на одной форме со всплывающими окнами для каждого метода. Общий вид Главного меню показан на рис. 4.2.

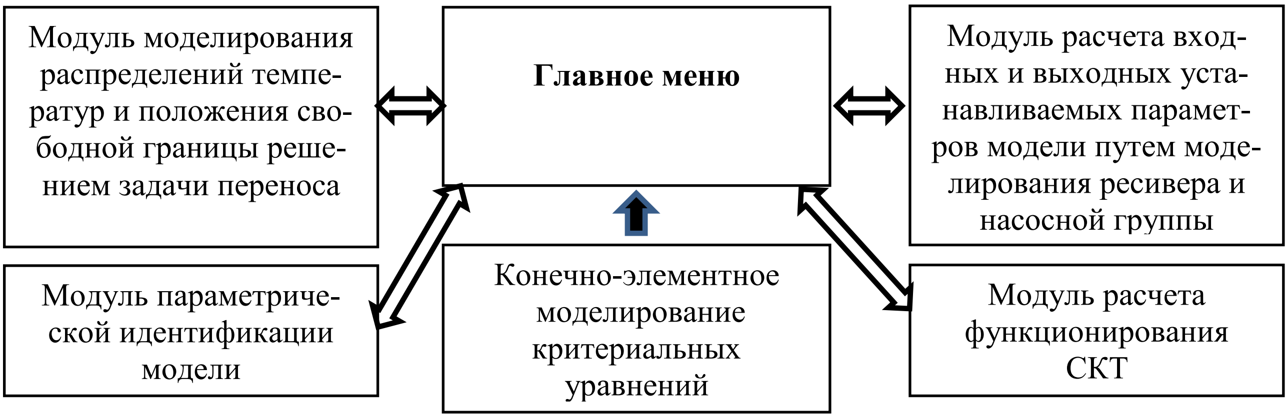


Рис. 4.1. Общая структура програмного комплекса

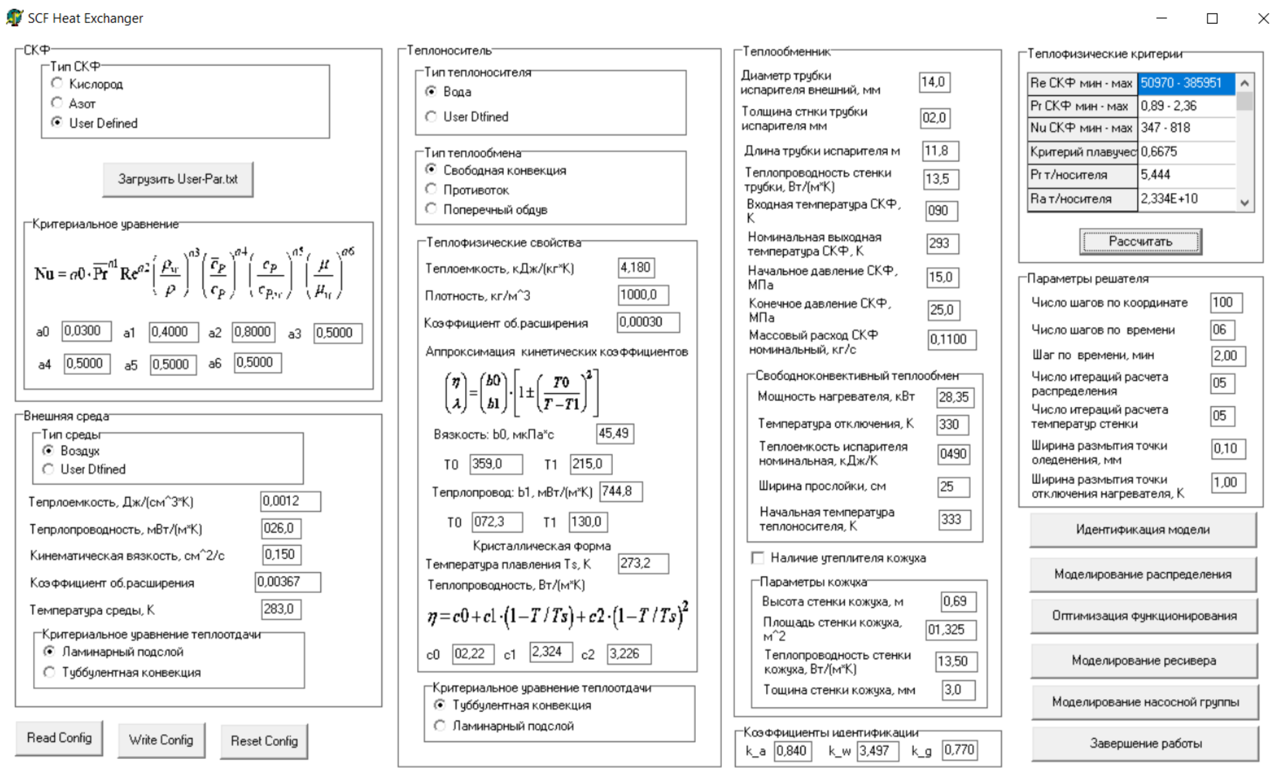


Рис. 4.2. Вид Главного меню комплекса программ.

Главное меню включает в себя:

– выбор типа СКФ, ввод коэффициентов критериального уравнения теплообмена в СКФ и загрузку табличных данных по теплофизическим свойствам СКФ. Для двух типов СКФ – кислорода и азота – предусмотрены встроенные критериальные уравнения и бигиперболические аппроксимации свойств.

– ввод данных теплоносителя, вида потоков (скрещенные, противотоковые) типа теплообмена (свободно-конвективный, вынужденная конвекция), а также тип критериального уравнения теплообмена в теплоносителе.

– ввод данных окружающей среды и ее критериального уравнения.

– ввод конструкционных параметров СКТ, влияющих на теплоперенос и теплообмен.

– отображение параметров идентификации модели.

– ввод параметров численного решателя уравнений модели.

– расчет критериальных отношений, определяющих тип модели и тип критериальных уравнений.

– запись в файл и чтение из файла Config.txt всех данных и установок Главного меню. В комплексе предусмотрен запуск без файла Config.txt с предустановленными параметрами Главного меню.

– выбор модуля моделирования.

Комплекс программ включает следующие модули моделирования:

– модуль параметрической идентификации модели (рис. 4.3).

– модуль моделирования распределений температур и положения свободной границы решением задачи переноса (рис. 4.4).

– модуль оптимизации функционирования СКТ (рис. 4.5).

– модуль расчета входных и выходных устанавливаемых параметров модели путем моделирования ресивера и насосной группы.

При выборе модуля моделирования появляется всплывающее окно модуля с элементами управления и вывода результатов моделирования. Эти элементы динамически изменяются в зависимости от выбранного типа теплообмена и по мере выполнения модуля. Для примера на рис. 4.6 показано изменение окна пассивной стратегии на трех этапах проведения идентификации, вид четвертого этапа приведен на рис. 4.3.

Из каждого модуля имеется прямой доступ к разделу Главного меню с установками СКТ и параметров решателя без закрытия окна модуля, что позволяет динамически изменять параметры моделирования непосредственно в каждом модуле. Для этого все переменные из Главного меню определены как глобальные и используются в процедурах модулей как установочные или рассчитываемые параметры, чем обеспечивается информационное взаимодействие модулей.

Таблицы данных по теплофизическим свойствам СКФ формируются независимо как текстовые файлы с именами Oxi-Par.txt, Azot-Par.txt и User-Par.txt и составлены с равномерной сеткой по температуре и произвольной сеткой по давлению. Каждый файл содержит данные по пяти свойствам – теплоемкости, плотности, динамической вязкости, теплопроводности и энтальпии – и при чтении размещается в динамическом массиве.

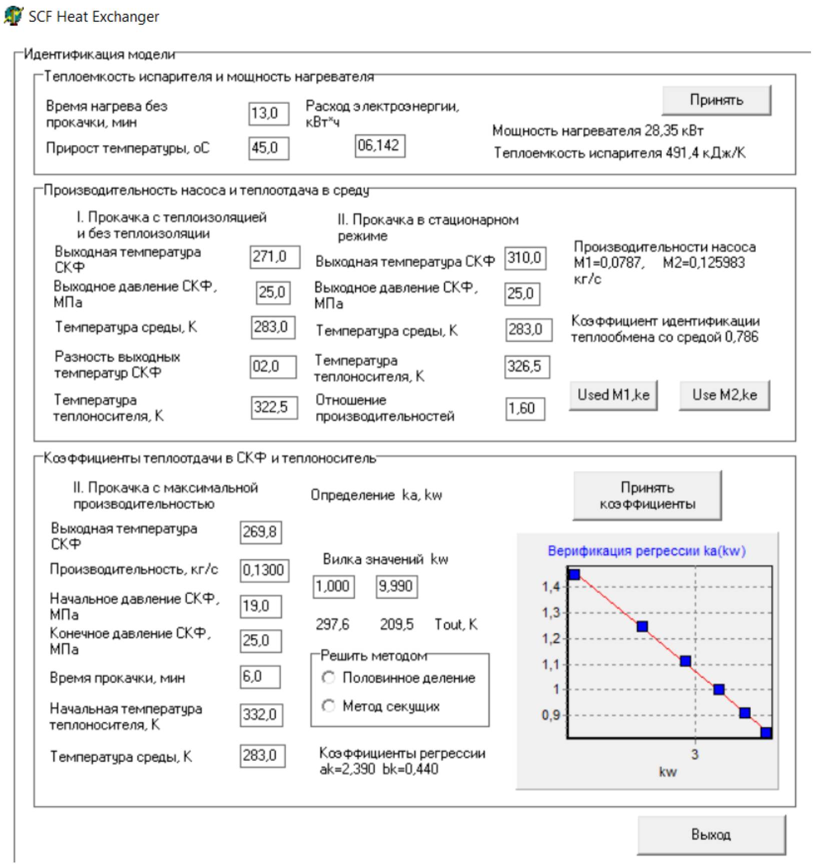


Рис. 4.3. Вид окна параметрической идентификации модели.

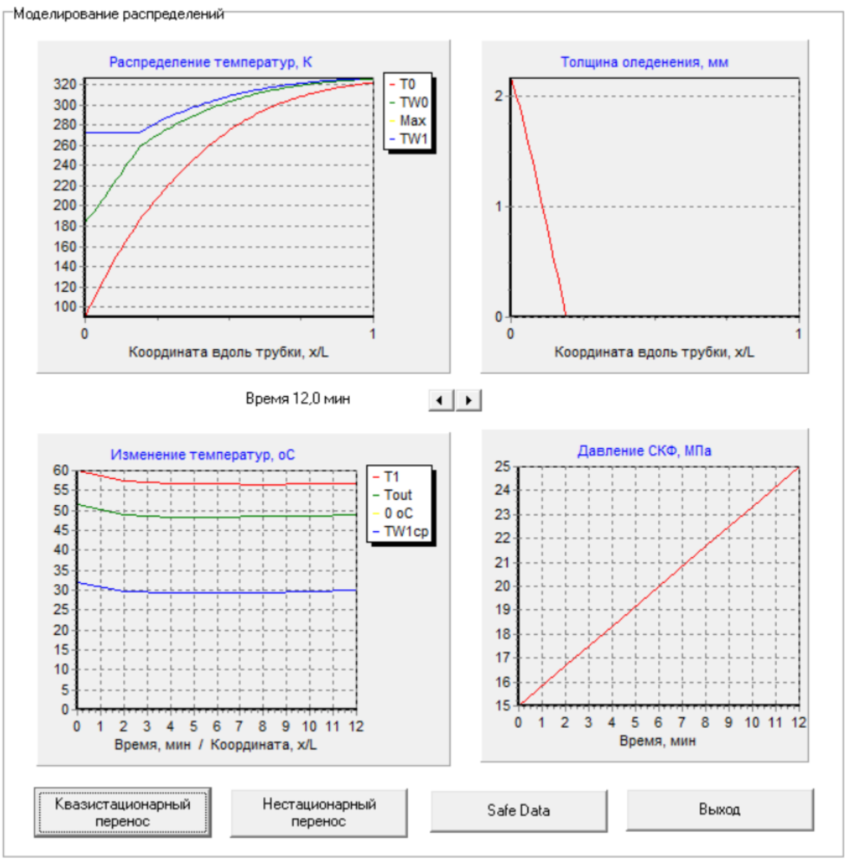


Рис. 4.4. Вид окна моделирования задачи переноса.

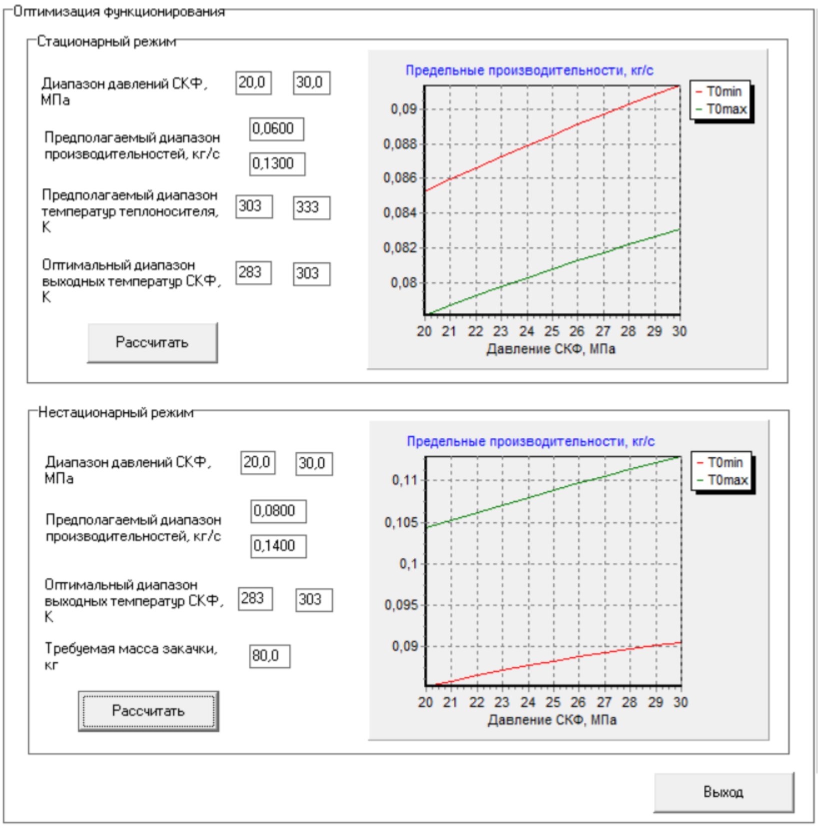


Рис. 4.5. Вид окна оптимизации функционирования СКТ.

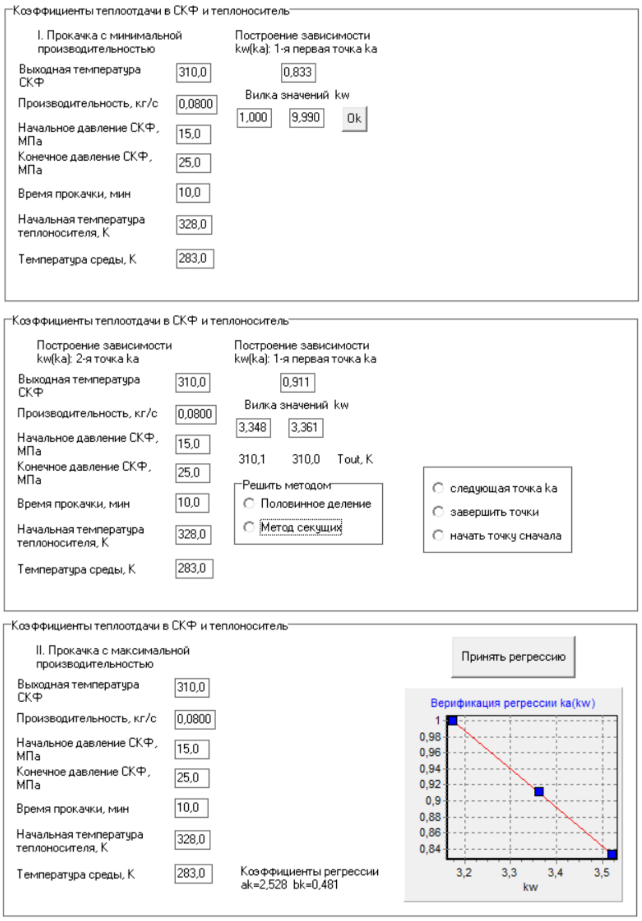


Рис. 4.6. Динамическое изменение окна пассивной стратегии
в процессе проведения идентификации

Структура файла данных:

– первый столбец, начиная со второго элемента, содержит сетку температуры;

– первая строка, начиная со второго элемента, содержит сетки давления для каждого свойства;

– данные по свойства размещаются блоками слева направо в порядке: удельная теплоемкость (в кДж/(кг·К)), динамическая вязкость (в мкПа·с), удельная энтальпия (в кДж/кг), теплопроводность (в мВт/(м·К)), плотность (в кг/м^3).

Вычисление свойств по табличным данным производится по двухмерной интерполяционной формуле Ньютона третьего порядка: вначале для четырех табличных давлений производятся интерполяции по температуре, затем полученные точки интерполируются по давлению. Предварительно выбирается блок таблицы (4×4), охватывающий точку интерполяции (по возможности, в центральной ячейке).

Если файл с данными отсутствует, то комплекс автоматически переключается на работу с аппроксимациями свойств. При этом могут использоваться как встроенные бигиперболические аппроксимации, так и построенные пользователем дробно-рациональные аппроксимации по температуре при различных давлениях (как в формуле (2.4.17) и таблицах 2.4-5).

Комплекс реализован на базе интегрированной среды программирования Delphi. Расчеты по исследованию алгоритмов проводились в комплексе в режиме отладки программы.

4.2 Обоснование полезности использования ресивера в газификационной установке СГУ-7КМ-У

Из выводов, полученных в разделе 3.3 о существенном влиянии термодинамических параметров в околокритической области на коэффициент теплоотдачи, естественно вытекает задача оптимизации режимов работы газификатора, при которых зона газификации будет лежать в закритической области. Наиболее оптимальным решением является поддержание давления в испарителе газификатора в области 20-40 МПа. Однако изменение давления в испарителе полностью зависит от давления в емкости потребителя и на начальном этапе зарядки как правило составляет порядка 5 МПа, что очень близко к критическому давлению (3,39 МПа для азота, 5,08 МПа для кислорода).

Конструктивно в газификаторах типа СГУ-7КМ-У не предусмотренны режимы, при которых в испарителе возможно поддерживать постоянное давление, а значит решить данную задачу путем параметрической оптимизации невозможно, однако существуют технические решения для схожих задач.

Одним из таких решений является использование клапана постоянного давления на выходе из системы. Для газификатора рассматриваемого типа такое решение не является удовлетворительным, поскольку не гарантирует стабильную работу системы и не предотвращает влияние скачков давления на выходе из нее.

В различных пневматических системах (как правило использующих сжатый воздух) с использованием компрессоров широко используются ресиверы, поддерживающие давление в заданных пределах. Как правило такие системы состоят из компрессора, ресивера, манометра (реле) и редуктора.

Такие системы используют обратную связь, при которой компрессор производит накачку давления в ресивере до верхнего предела, после чего по сигналу манометра происходит отключение компрессора, после чего газ из ресивера подается потребителю с постоянным давлением через редуктор. При падении давления в ресивере ниже установленного предела, автоматически происходит включение компрессора и докачка давления до верхнего предела.

Однако в следствии принципиальных различий между такими системами и криогенными газификаторами данный подход не может применяться к последним:

– потребители сжатого воздуха обычно не работают непрерывно, потребляя газ из ресивера порциями по мере включения, в следствии чего режимы включения/выключения компрессора сильно разнесены по времени. В свою очередь потребители сжатых криогенных газов заряжаются непрерывно и насосы сжиженных газов принципиально не предназначены для частых пусков и остановок;

– наличие редуктора в пневматических системах связанно с необходимостью поддержания постоянного давления в системе потребителя, давление же в ресивере изменяется в диапазоне, зависящем, как правило, от среднего расхода потребителя и производительности насоса. В случае решаемой задачи, необходимо поддержание давления обеспечивающего режим газификации СКФ в испарителе в закритической области, в то время как давление, выдаваемое потребителю, может изменятся в диапазоне от начального давления в его системе до рабочего.

Таким образом, принципиальный подход при проектировании газификатора с ресивером будет отличаться тем, что:

– роль редуктора сводится лишь к ограничению максимального давления на линии потребителя в целях безопасности, а значит редуктор не будет оказывать существенного влияния на исходящий поток газа. Если максимальное давление в ресивере соответствует номинальному давлению потребителя, то редуктор можно полностью исключить;

– в виду невозможности остановки и повторного пуска насоса сжиженных газов в процессе закачки потребителя, поддержание минимального давления в ресивере должно осуществляться балансом исходящего потока (зависящего от давления в потребителе) и входящего потока (обеспечиваемого производительностью насоса сжиженных газов);

– исходя из предыдущего пункта, остановка насоса должна производиться лишь по достижении регламентированного давления в системе потребителя (или расчетного значения давления в ресивере), вручную, или с помощью штатного манометра, сигнализирующего показывающего.

Для ресиверов воздушных пневматических систем применяется следующая формула:

$$V_R = \frac{V' \times 60 \times \left(\frac{L_B}{V'} - \left(\frac{L_B}{V'} \right)^2 \right)}{Al \times \left(P_{\max} - P_{\min} \right)}, \qquad (4.2.1)$$

где V_R – объем ресивера (в м^3), V' – эффективная производительность компрессора (м^3/мин), L_B – расход сжатого воздуха (в м^3/мин), Al – число допустимых циклов вкл/выкл двигателя, $P_{\max}$ – давление выключения (разгрузки) компрессора, $P_{\min}$ – давление включения (нагрузки) компрессора.

Помимо удержания давления газификации в испарителе в закритической области, применение ресиверов имеет ряд дополнительных положительных эффектов:

– снижение пульсаций и скачков давления, вызванных особенностью работы поршневых насосов, и приводящих к ложным срабатываниям предохранительных систем;

– в частных случаях, когда объём потребителя меньше объема ресивера, или когда остаточное давление на линии закачки близко к регламентному, ресивер может использоваться как источник сжатого газа без необходимости включения насоса;

– в связи с достаточно продолжительным пусковым периодом насоса, возможность начального подъема давления перепуском из ресивера, существенно снижает время на зарядку потребителя.

Так как применение ресиверов возможно с любыми типами испарителей, целесообразна установка ресиверов на перспективные мобильные газификаторы с возможностью зарядки непосредственно в бортовые системы ВС, где вышеперечисленные положительные факторы имеют ключевое значение.

4.3 Теплофизический анализ режима работы насосной группы

Рассмотрим насосную группу в форме схемы, представленной на рис. 4.7.

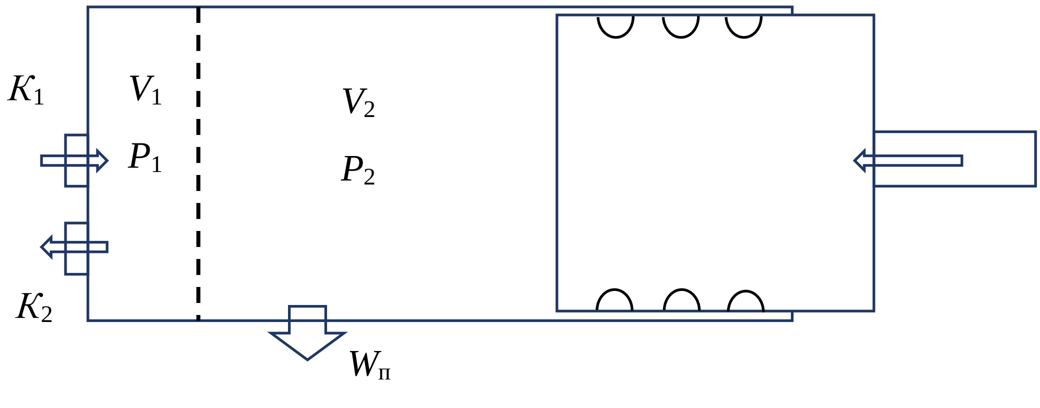


Рис. 4.7. Схема работы насоса

Здесь K_1, K_2 – впускной и выпускной клапаны V_1, V_2, P_1, P_2 – объемы и давления в крайних точках хода поршня, $W_п$ – тепловая мощность, вырабатываемая за счет энергетических потерь в насосе.

Рассмотрим величину утечки флюида через зазор между поршнем и цилиндром. Принимаем для жидкого кислорода μ = 260 мкПа·с и ρ = 1200 кг/м^3 (при давлении 40 Мпа и температуре 90 К). Предполагая ламинарный режим течения (ввиду тонкости зазора), получим для скачка давления в зазоре:

$$\Delta P = 12\mu \frac{l}{H^2} U\,, \tag{4.3.1}$$

где H – толщина зазора, l – длина зазора, U – средняя скорость течения флюида в зазоре. Из равенства (4.3.1) получаем

$$U = \frac{\Delta P \cdot H^2}{12\mu l}\,. \tag{4.3.2}$$

Принимая для оценки H = 1 мкм, l = 2 мм, ΔP = 5 МПа (поршень содержит несколько колец для распределения давления), получим скорость U = 1 м/с, тогда число Рейнольдса равно 4, что соответствует ламинарному режиму, как и предполагалось.

Затем величина массового расхода составит

$$M = \rho U \cdot H \cdot \Pi\,. \tag{4.3.3}$$

где Π – периметр сечения поршня. Полагая Π = 20 см, будем иметь массовую скорость утечки $M = 2\cdot 10^{-4}$ кг/с, что составляет пренебрежимую долю 0,3% от производительности насоса.

Аналогичный расчет по формулам (4.3.1–3) для толщины зазора 5 мкм (плохо притертый поршень) дает число Рейнольдса 450, скорость 20 м/с, долю потерь 40%. Таким образом, качество притирки поршневой группы оказывает решающее значение на производительность насоса при рассматриваемых сверхкритических давлениях.

Пусть $L_{\text{п}}$ – длина хода поршня, n – частота хода, тогда номинальная производительность

$$M_{10} = \frac{1}{4\pi} \rho L_{\text{п}} \Pi^2 n\,, \tag{4.3.4}$$

а реальная производительность с учетом (4.3.2) и (4.3.3)

$$M_{1.in}(P) = M_{10} - \tfrac{1}{2} M = \frac{1}{4\pi} \rho L_{\text{п}} \Pi^2 n - \frac{\rho H^3 \Pi P}{24 l \mu} = M_{10}\left(1 - \frac{P}{P_{\max}}\right). \tag{4.3.5}$$

Здесь множитель ½ учитывает, что утечка происходит только на прямом ходе поршня, и

$$P_{\max} = \frac{6 l L_{\text{п}} \Pi}{\pi H^3} \mu n \tag{4.3.6}$$

– максимальное давление, которое может развить насос.

Соотношение (4.3.5) представляет собой входное граничное условие для потока СКФ и было использовано в разделе 3.3 при рассмотрении квазистационарных задач. Это соотношение не учитывает возможности наличия газовой фазы в объеме насоса, которая приводит к снижению производительности вплоть до нуля.

Пусть за счет энергии тепловых потерь в объеме насоса образовалась газовая фаза. Тогда при адиабатическом сжатии в результате хода поршня давление и температура этого газа составят

$$P_1 = P_0\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}, \quad T_1 = T_0\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}. \tag{4.3.7}$$

Здесь γ – показатель адиабаты данного газа.

Если давление P_1 не превышает суммы давления в газификационной системе и перепускного давления клапана K_2, то выпуска продукта из насоса не будет, и насос будет заблокирован. Для его разблокировки необходим перевод вещества в объеме насоса из газовой фазы в жидкую, для чего необходимо отвести от насоса количество тепла

$$Q = m_0\Delta h = \frac{m_0 P_2 V_2}{RT_0}, \tag{4.3.8}$$

где m_0 – масса газа в объеме насоса, Δh – удельная энтальпия перехода вещества из жидкого в газообразное состояние. Для этого вначале газ должен быть охлажден до равновесных с жидкостью условий в изохорическом процессе

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P(T_p)}{T_p}. \tag{4.3.9}$$

Здесь T_p – равновесная температура, $P(T_p)$ – термодинамическая зависимость давления на линии двухфазного равновесия. В итоге образуется разность температур

$$\Delta T = T_p - T_0, \tag{4.3.10}$$

являющаяся движущей силой процесса теплоотдачи в криопродукт.

Затем время, необходимое для ожижения газа в насосе, определяется равенством:

$$\tau = \frac{Q}{\alpha(\Delta T) S_{\text{н}} \Delta T - W_{\text{н}}}. \tag{4.3.11}$$

Здесь $\alpha(\Delta T)$ – коэффициент конвективной теплоотдачи в криопродукт, $S_{\text{н}}$ – площадь охлаждаемой поверхности цилиндровой группы. Если знаменатель в правой части (4.3.11) отрицательный, то процесс невозможен, при этом даже при наличии жидкой фазы в насосе будет происходить ее газификация. Если он положительный, но имеет малую величину, то процесс может занимать длительное время, недопустимое по техническим условиям.

Из практических наблюдений следует, что при расположении площади $S_{\text{н}}$ в жидкой фазе криопродукта условия охлаждения выполняются, а в случае газовой фазы – нет, и образуется невыкачиваемый остаток.

Для разрешения данной проблемы, было предложено техническое решение, защищенное патентами (Приложение Б), заключающееся в добавлении к конструкции насоса рубашки охлаждения, заполняемой жидким криопродуктом за счет разницы между давлением поддавливания в емкости и атмосферным давлением.

Для определения выходного параметра потока СКФ – давления $P(t)$ – необходимо рассмотреть функционирование ресивера, осуществляющего накопление СКФ на выходе и раздачу его потребителям, что рассматривается в следующих разделах.

4.4 Методика расчета параметров ресивера без докачки в изотермических условиях

Рассматривается система перетока газа из объема V_1 (ресивер) в объем V_2 (наполняемый резервуар) (рис. 4.8).

Ресурс ресивера должен обеспечить выполнение условий:

– в резервуаре V_2 должно быть достигнуто рабочее давление $P_р$,

– время достижения давления $P_р$ не должно превышать нормативного времени $t_н$.

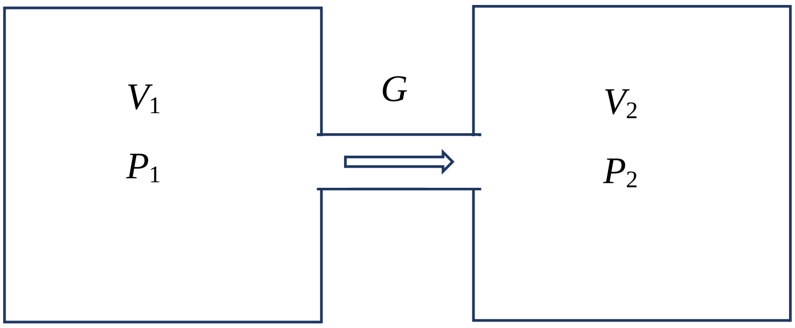


Рис. 4.8. Схема работы ресивера без докачки

Для установления требований к конструкции, при которых указанные условия выполнятся, воспользуемся уравнениями состояния газа в обоих объемах. С достаточной степенью точности газ в обоих объемах в закритическом состоянии может описываться уравнением состояния типа идеального газа:

$$\begin{cases} P_1V_1 = m_1RT \\ P_2V_2 = m_2RT \end{cases}, \tag{4.4.1}$$

где m_i – мольное количество газа в объемах,

R – универсальная газовая постоянная.

Для учета отклонения от идеальности в практических приложениях обычно изменяют величину R так, чтобы в некотором диапазоне температур и давлений приближенно выполнялись соотношения (4.4.1) (метод коэффициента сжимаемости). Тогда R становится константой для данного газа, что позволяет непосредственно обобщить все полученные результаты на реальный газ.

Предполагая вначале, что процесс перекачки протекает в изотермических условиях, из уравнений (4.4.1) получим дифференциальные уравнения для скорости изменения давления в объемах:

$$\begin{cases} \dot{P}_1 V_1 = \dot{m}_1 RT \\ \dot{P}_2 V_2 = \dot{m}_2 RT \end{cases}. \qquad (4.4.2)$$

Здесь точка обозначает дифференцирование по времени.

Уравнение баланса массы газа:

$$\dot{m}_1 = -\dot{m}_2. \qquad (4.4.3)$$

Из уравнений (4.4.2) и (4.4.3) следует, что

$$\dot{P}_1 V_1 = -\dot{P}_2 V_2. \qquad (4.4.4)$$

Интегрируя уравнение (4.4.4) с учетом начальных условий, получим:

$$\left(P_{10} - P_1\right)V_1 = \left(P_2 - P_{20}\right)V_2, \qquad (4.4.5)$$

где P_{i0} – начальные давления газа в объемах. Соотношение (4.4.5) позволяет выразить давление P_1 через P_2:

$$P_1 = \frac{P_{10}V_1 + P_{20}V_2}{V_1} - \frac{V_2}{V_1}P_2. \qquad (4.4.6)$$

Введем обозначения для среднего начального давления в объемах и начальной разности давлений:

$$\bar{P} = \frac{P_{10} + P_{20}}{2},\ \Delta P = P_{10} - P_{20}. \qquad (4.4.7)$$

Тогда формулу (4.4.6) можно переписать в виде

$$P_1 = \bar{P}\frac{V_1 + V_2}{V_1} + \frac{V_1 - V_2}{2V_1}\Delta P - \frac{V_2}{V_1}P_2. \qquad (4.4.8)$$

Для замыкания системы воспользуемся уравнением переноса газа через газотранспортную систему

$$\dot{m}_2 = \rho G, \qquad (4.4.9)$$

где ρ – средняя мольная плотность газа, изменением которой пренебрежем и будем считать ее в виде:

$$\rho = \frac{P_{10} + P_{20}}{2RT} = \frac{\bar{P}}{RT}, \qquad (4.4.10)$$

а объемную производительность газотранспортной системы в турбулентном режиме будем полагать в виде:

$$G = K \cdot \left(P_1 - P_2\right)^{\beta}. \qquad (4.4.11)$$

Здесь K – коэффициент сопротивления, определяемый геометрическими параметрами системы и кинетическими свойствами газа, а показатель степени β зависит от режима газопереноса. Например, при использовании закона Блаузиуса $\beta = 0{,}57$.

При подстановке (4.4.9–11) во второе уравнение системы (4.4.2) получим:

$$\dot{P}_2 V_2 = \bar{P} K \left(P_1 - P_2\right)^{\beta}. \qquad (4.4.12)$$

Затем, исключая здесь давление P_1 согласно (4.4.8) и вводя начальную производительность системы с учетом обозначения (4.4.7)

$$G_0 = K\left(P_{10} - P_{20}\right)^{\beta} = K\left(\Delta P\right)^{\beta},$$

запишем уравнение (4.4.12) в виде

$$\dot{P}_2 = \frac{\bar{P} G_0}{V_2 \left(\Delta P\right)^{\beta}} \left(\frac{V_1 + V_2}{V_1} \left(\bar{P} - P_2\right) + \frac{V_1 - V_2}{2V_1} \Delta P \right)^{\beta}. \qquad (4.4.13)$$

Это дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными, и его решение после несложных алгебраических преобразований можно представить в виде:

$$P_2 = \bar{P} + \frac{V_1 - V_2}{2\left(V_1 + V_2\right)} \Delta P - \frac{V_1}{V_1 + V_2} \sqrt[1-\beta]{1 - \left(1 - \beta\right) \frac{V_1 + V_2}{V_1} \frac{\bar{P}}{\Delta P} \frac{G_0 t}{V_2}}. \qquad (4.4.14)$$

Нетрудно видеть, что за конечный промежуток времени $t_{\text{пр}}$, определяемый обращением подкоренного выражения в (4.4.14) в нуль,

$$t_{пр} = \frac{1}{1-\beta} \frac{V_1}{V_1 + V_2} \frac{\Delta P}{\bar{P}} \frac{V_2}{G_0},$$

давление в объемах выравнивается и достигает предельного значения, например, для давления в резервуаре имеем:

$$P_{2мах} = \bar{P} + \frac{V_1 - V_2}{2V_1} \Delta P = \frac{P_{10} V_1 + P_{20} V_2}{V_1 + V_2}. \qquad (4.4.15)$$

Конечность времени достижения равновесного состояния обусловлено использованием модели (4.4.11), справедливой только в турбулентном режиме переноса. Однако само соотношение (4.4.15) от модели не зависит.

Соотношение, удовлетворяющее обоим поставленным вначале условиям, состоит в том, что в момент времени $t_{\text{н}}$ давление (4.4.14) или (4.4.15) будет не меньше рабочего давления $P_{\text{р}}$ в резервуаре:

$$P_2\left(t_н\right) \geq P_р.$$

Отсюда для случая $t_{\text{н}} \leq t_{\text{пр}}$ получим неравенство:

$$\frac{V_1 - V_2}{2\left(V_1 + V_2\right)} - \frac{V_1}{V_1 + V_2} \sqrt[1-\beta]{1 - \left(1 - \beta\right) \frac{V_1 + V_2}{V_1} \frac{\bar{P}}{\Delta P} \frac{G_0 t_н}{V_2}} \geq \frac{P_р - \bar{P}}{\Delta P}. \qquad (4.4.16)$$

В противоположном случае $t_{\text{н}} > t_{\text{пр}}$ имеем

$$P_{2мах} \geq P_р,$$

или с учетом (4.4.15)

$$\frac{V_1 - V_2}{2(V_1 + V_2)} \geq \frac{P_p - \bar{P}}{\Delta P}. \tag{4.4.17}$$

При отсутствии ограничения по времени процесса остается только соотношение (4.4.7).

Для решения неравенств (4.4.16), (4.4.17) была простроена номограмма, на которой изображены зависимости, получаемые при обращении соотношений (4.4.16) и (4.4.17) в равенства. Использовано значение $\beta = 0{,}57$. Эти зависимости определяют нижнее допустимое значение объема V_1 На графике (рис. 4.9) использовано обозначение:

$$A = \frac{\bar{P}}{\Delta P}\frac{G_0 t_н}{V_2}. \tag{4.4.18}$$

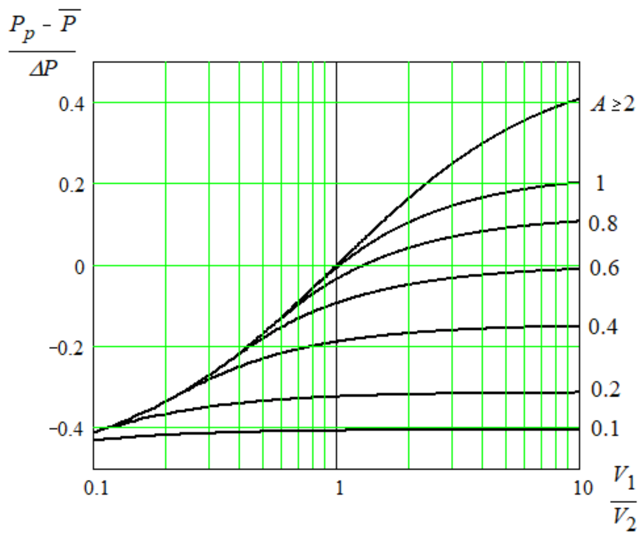


Рис. 4.9. Номограмма производительности ресивера без докачки

Верхняя предельная кривая соответствует условию (4.4.17), не зависящему от A. Остальные кривые изображают условие (4.4.16). Кривые соединяются в точках, в которых $t_н$=$t_{пр}$. Области параметров, удовлетворяющих неравенствам (4.4.16), (4.4.17), находятся под кривыми.

При отсутствии ограничения по времени остается только соотношение (4.4.17), которое можно изобразить в более удобном виде, приведенном на рис. 4.10. Здесь P_{10} – исходное давление в ресивере с объемом V_1, P_p – требуемое конечное давление в наполняемом объеме V_2, P_{20} – исходное давление в наполняемом объеме.

Если конфигуративная точка, отвечающая исходным данным, находится ниже соответствующей кривой, докачка возможна, в противном случае требуемое давление не будет достигнуто.

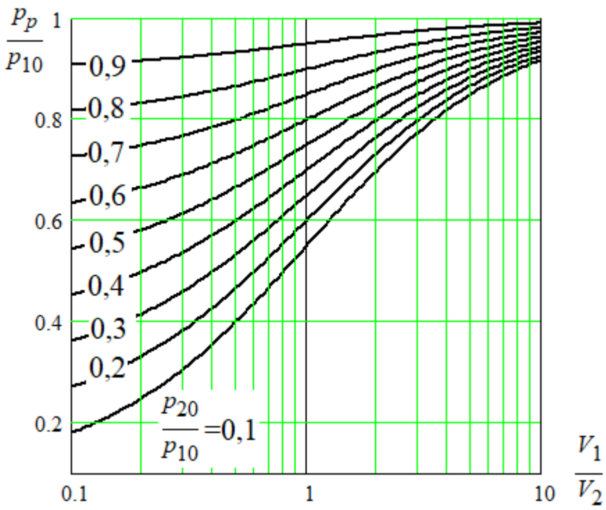


Рис. 4.10. Номограмма производительности ресивера без докачки и ограничения по времени

Таким образом, соотношения (4.4.16)–(4.4.17) определяют необходимый объем ресивера V_1, обеспечивающий выполнение поставленных условий при перекачке методом самотока.

4.5 Методика расчета параметров ресивера с докачкой в изотермических условиях

Рассмотрим теперь схему, в которой в процессе перекачки газа из ресивера он подкачивается насосом с мольной производительностью g (рис. 4.11).

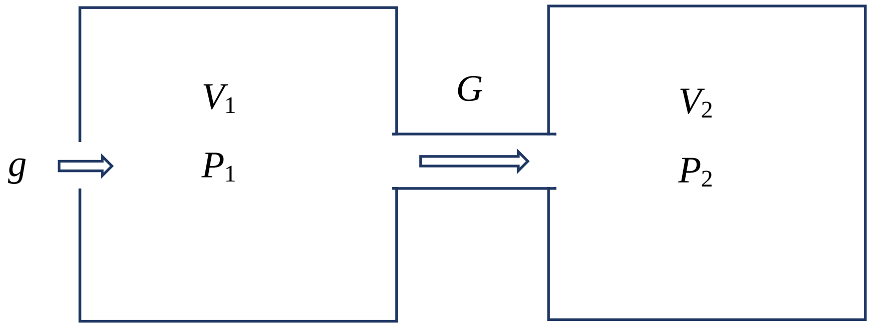


Рис. 4.11. Схема работы ресивера без докачки

Тогда уравнение баланса массы (3) модифицируется следующим образом:

$$\dot{m}_1 = g - \dot{m}_2 . \tag{4.5.1}$$

В результате вместо (4.4.5) получаем:

$$\left(P_1 - P_{10}\right)V_1 = RTgt - \left(P_2 - P_{20}\right)V_2 , \tag{4.5.2}$$

откуда имеем для давления P_1:

$$P_1 = \frac{RTgt}{V_1} + \frac{P_{10}V_1 + P_{20}V_2}{V_1} - \frac{V_2}{V_1}P_2 . \tag{4.5.3}$$

С использованием обозначений (4.4.7) отсюда получим:

$$P_1 = \frac{RTgt}{V_1} + \bar{P}\frac{V_1 + V_2}{V_1} + \frac{V_1 - V_2}{2V_1}\Delta P - \frac{V_2}{V_1}P_2 . \qquad (4.5.4)$$

Тогда основное уравнение (4.4.13) преобразуется к виду

$$\dot{P}_2 = \frac{\bar{P}G_0}{V_2\left(\Delta P\right)^{\beta}}\left(\frac{RTgt}{V_1} + \frac{V_1 + V_2}{V_1}\left(\bar{P} - P_2\right) + \frac{V_1 - V_2}{2V_1}\Delta P\right)^{\beta} . \qquad (4.5.5)$$

Введем обозначения:

$$p = \frac{P_2 - \bar{P}}{\Delta P}, \quad \tau = \frac{t}{t_н}, \quad B = \frac{RTgt_н}{V_2\Delta P}, \quad v = \frac{V_2}{V_1}, \qquad (4.5.6)$$

с помощью которых перепишем уравнение (4.5.5) в виде

$$\dot{p} = A\left(vB\tau - \left(1 + v\right)p + \frac{1 - v}{2}\right)^{\beta}, \quad p\left(0\right) = -0{,}5 , \quad 0 \le \tau \le 1 . \qquad (4.5.7)$$

Решение этого уравнения p(1; v; A; B) определяет зависимость, аналогичную представленной на номограмме (рис. 5.3), в случае режима с докачкой. Аналитическое решение, аналогичное (4.4.16), в данном случае в простом виде не получается. В отношении уравнения (4.5.7) также следует сделать замечание, что если выражение в круглых скобках в правой части становится меньше нуля, то его следует заменить нулем.

Физический смысл параметров:

A – параметр эффективности транспортной системы,

B – параметр эффективности докачки,

v – симплекс объемов резервуара и ресивера.

На номограмме ниже представлен пример расчета по уравнению (4.5.7), показывающий влияние докачки (расчет произведен для одного значения параметра *A*):

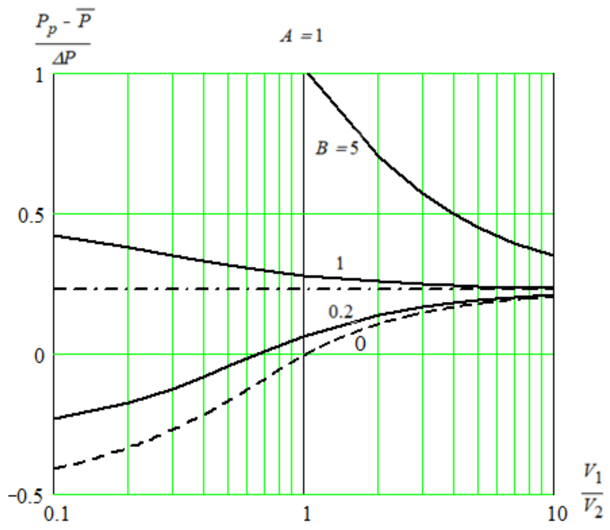


Рис. 4.12. Номограмма производительности ресивера с докачкой

Пунктирной линией показа кривая без докачки. Таким образом, докачка существенно расширяет область допустимых значений параметров. Из номограммы следует, что при высокой производительности насоса более выгодны малые объемы ресивера. Необходимо отметить, что этот результат получен без учета предельного давления в ресивере, которое будет ограничивать допустимую область сверху.

Ограничение по достижению предельного нормированного давления p_0 в ресивере может быть учтено в уравнении (4.5.7) заменой выражения в правой части уравнения на $A(p_0\text{-}p)^\beta$ при достижении в ресивере предельного давления. Результат расчета показан штрих-пунктирной линией на рис. 4.12 для наиболее типичного значения $p_0 = 0{,}5$.

Для получения уравнения, позволяющего непосредственно рассчитывать параметры, сделаем в уравнении (4.5.7) замену зависимой переменной:

$$u = vB\tau - (1+v)\,p + \frac{1-v}{2}, \quad u(0) = 1\,. \tag{4.5.8}$$

Тогда уравнение (4.457) преобразуется к виду:

$$\dot{u} = vB - (1+v)\,A\big(u\theta(u)\big)^{\beta}. \tag{4.5.9}$$

Здесь $\Theta(x)$ – единичная ступенчатая функция. Решение уравнения (4.5.9) на заданном промежутке дает интегральное уравнение:

$$\int_{1}^{vB-(1+v)C+\frac{1-v}{2}} \frac{du}{vB-(1+v)A\big(u\theta(u)\big)^{\beta}} = 1, \tag{4.5.10}$$

где обозначено

$$C = \frac{P_p - \bar{P}}{\Delta P}.$$

Уравнение (4.5.10) связывает четыре параметра *z, A, B, C* удовлетворяющие предельным условиям работы ресивера. Задавая три из этих параметров, мы можем найти значение четвертого численными методами решения уравнений. Сложность состоит в том, что не для всех комбинаций параметров существует решение уравнения (4.5.10). Это ограничивает возможности использования уравнения (4.5.10).

4.6 Выходные параметры ресивера при массопереносе в адиабатических условиях

Изотермический процесс предполагает такую медленность протекания, чтобы успевало установиться тепловое равновесие с окружающей средой. Противоположным случаем является адиабатический процесс, при котором отсутствует теплообмен с окружающей средой. Реальный процесс будет занимать промежуточное между ними положение.

Из условия сохранения внутренней энергии при адиабатическом процессе получаем соотношение между начальными и конечными давлениями объемов:

$$P_{10}V_1 + P_{20}V_2 = P_1V_1 + P_2V_2. \qquad (4.6.1)$$

Данное уравнение по форме совпадает с уравнением (4.4.5) для изотермического режима. Это означает, что конечные состояния по давлению одинаковы в обоих режимах, поэтому полученные номограммы (рис. 4.3, 4.4, 4.6) справедливы и для адиабатического режима.

Различие состоит в том, что при адиабатическом процессе происходит охлаждение объема ресивера и нагревание наполняемого объема (процесс Джоуля-Гей-Люссака), в результате плотность газа в наполняемом объеме оказывается ниже, а перекачанная масса – меньше, чем в изотермическом процессе.

Нагревание объема потребителя является нежелательным эффектом, поскольку при последующем его остывании давление в нем падает. В результате требуется перекачка по давлению, чтобы конечный результат соответствовал техническому регламенту.

Для определения предельного нагрева накачиваемого объема будем считать процесс расширения газа в ресивере при перекачке адиабатическим (в отношении массы газа, оставшейся в ресивере). Пусть из ресивера потребителю передана масса газа Δm. Тогда по уравнению адиабаты будем иметь

$$P_{10}\left(V_1\frac{m_{10}-\Delta m}{m_{10}}\right)^{\gamma} = P_1V_1^{\gamma}. \qquad (4.6.2)$$

Здесь γ – показатель адиабаты данного газа. Из уравнения (4.6.2) находим

$$P_1 = P_{10}\left(1-\frac{\Delta m}{m_{10}}\right)^{\gamma}. \qquad (4.6.3)$$

Аналогично для конечной температуры в ресивере получим

$$T_1 = T_0\left(1-\frac{\Delta m}{m_{10}}\right)^{\gamma-1}. \qquad (4.6.4)$$

Для давления у потребителя из уравнения (4.6.1) имеем

$$P_1 = P_{10} - \left(P_2 - P_{20}\right)\frac{V_2}{V_1} \qquad (4.6.5)$$

или после деления на исходное давление в ресивере и использования уравнения (4.6.3)

$$\frac{P_1}{P_{10}} = 1-\left(\frac{P_2}{P_{10}}-\frac{P_{20}}{P_{10}}\right)\frac{V_2}{V_1} = \left(1-\frac{\Delta m}{m_{10}}\right)^{\gamma}. \qquad (4.6.6)$$

Далее, разделим уравнение конечного состояния газа у потребителя

$$P_2V_2 = (m_{20}+\Delta m)RT_2, \qquad (4.6.7)$$

на уравнение исходного состояния газа в ресивере

$$P_{10}V_1 = m_{10}RT_0, \tag{4.6.8}$$

и получим

$$\frac{P_2}{P_{10}}\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{m_{20}}{m_{10}} + \frac{\Delta m}{m_{10}}\right)\frac{T_2}{T_0}. \tag{4.6.9}$$

Преобразуем здесь отношение исходных масс газа по уравнениям состояния

$$\frac{m_{20}}{m_{10}} = \frac{P_{20}V_2 / (RT_0)}{P_{10}V / (RT_0)} = \frac{P_{20}}{P_{10}}\frac{V_2}{V_1}. \tag{4.6.10}$$

Подставляя это выражение в формулу (4.3.9) и учитывая в ней равенство (4.6.6), окончательно получим

$$\frac{T_2}{T_0} = \frac{\dfrac{P_2}{P_{10}}\dfrac{V_2}{V_1}}{\dfrac{P_{20}}{P_{10}}\dfrac{V_2}{V_1} + 1 - \left[1 - \left(\dfrac{P_2}{P_{10}} - \dfrac{P_{20}}{P_{10}}\right)\dfrac{V_2}{V_1}\right]^{\gamma}}. \tag{4.6.11}$$

Аналогично из соотношений (4.6.4) и (4.6.6) получим

$$\frac{T_1}{T_0} = \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_{10}} - \frac{P_{20}}{P_{10}}\right)\frac{V_2}{V_1}\right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \tag{4.6.12}$$

Обозначим

$$z = \frac{P_2}{P_{10}}, \quad z_0 = \frac{P_{20}}{P_{10}}, \quad v = \frac{V_1}{V_2}. \tag{4.6.13}$$

Тогда выражения (5.5.12-13) можно представить в компактном виде

$$\frac{T_2}{T_0} = \frac{z}{z_0 + v - v\left[1 - \dfrac{z - z_0}{v}\right]^{\gamma}}, \quad \frac{T_1}{T_0} = \left[1 - \frac{z - z_0}{v}\right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \tag{4.6.14}$$

Соотношения (4.6.14) для требуемого конечного давления z и заданного отношения исходных давлений z_0 и отношения объемов камер v рассчитать конечные температуры газов. При этом необходимо учитывать, что по физическим причинам изменения переменных взаимно ограничены. Так, переменная z изменяется в пределах

$$z_0 \le z \le \frac{v + z_0}{1 + v}. \tag{4.6.15}$$

Остальные ограничения могут быть получены из этих неравенств.

Результат расчета по формулам (4.6.14) приведен на рис. 4.13.

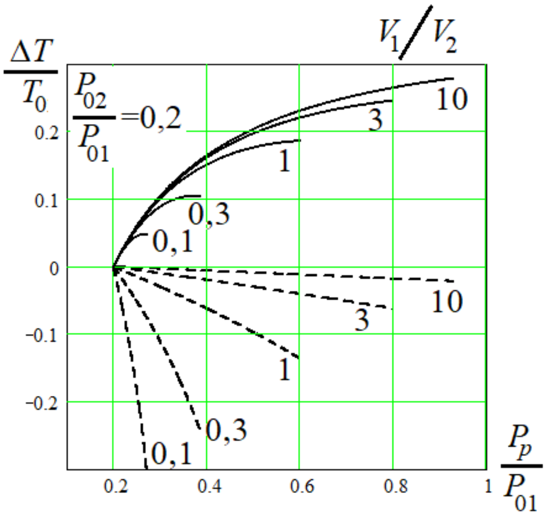


Рис. 4.13. Относительное изменение температуры в ресивере (штриховая линия) и наполняемом объеме (сплошная линия) в адиабатическом режиме

Как следует из рисунка, увеличение объема ресивера приводит к увеличению нагрева наполняемого объема до 30%. С другой стороны, уменьшение объема ресивера приводит к уменьшению достигаемого рабочего давления. Оптимальный объем ресивера должен уравновешивать эти тенденции с учетом возможности докачки.

4.7 Выводы по четвертой главе

В рамках четвертой главы были получены следующие результаты:

1. Разработаны структура и интерфейс и реализован комплекс программ для моделирования тепломассопереноса, параметрической идентификации модели и определения рабочей области функционирования сверхкритических теплообменников.

2. Проведен теплофизический анализ работы насосной группы газификатора, предложено техническое решение, обеспечивающее уменьшение невыкачиваемого остатка криопродукта, и разработан метод построения входного граничного условия для массового расхода СКФ.

3.Обосновано использование ресивера для обеспечения стабильности работы газификатора и повышения его ТТХ, построены математические модели работы ресивера в изотермических и адиабатических условиях и путем их решения получены номограммы для выбора рабочих параметров ресивера, определяющих выходное граничное условие по давлению в модели тепломассопереноса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. На основе уравнений RANS в терминах массового расхода и среднемассовой энтальпии получена нестационарная и квазистационарная системы уравнений тепломассопереноса, включающие задачу переноса в СКФ-потоке, задачу переноса в теплоносителе и задачу Стефана на границе между потоками, в различных схемах движения потоков и механизмах обмена. Сформулированы критерии квазистационарности для задач переноса и задачи Стефана, позволяющие обоснованно выбирать тип уравнений для конкретных условий расчета.

2.Разработан метод бигиперболической аппроксимации табличных зависимостей с различным лево- и право-сторонним асимптотическим поведением, с помощью которого удается снизить до четырех раз алгоритмическую сложность вычисления кинетических коэффициентов СКФ в закритической области давлений при относительной точности 0,01$\div$0,08%.

3.В рамках метода конечных элементов и EWT-k-ε модели турбулентности разработан алгоритм расчета критериальных уравнений для СКФ-потока в закритической области, имеющих корреляцию с фактическими данными в пределах 1%.

4.На основе модифицированного метода сглаживания особенности для свободной границы разработаны алгоритмы решения системы задач переноса с обменом на свободной границе, использующие методы сквозного счета повышенной точности – второго порядка для нестационарной задачи и четвертого порядка для квазистационарной задачи, позволяющие в 10 и более раз снизить число степеней свободы численной модели. На основе вычислительного эксперимента в терминах обобщенного числа Куранта установлены условия оптимальности для формирования расчетной сетки.

5.Разработан алгоритм параметрической идентификации модели сверхкритического теплообменника, использующий идентификацию модифицированным методом стрельбы по экспериментам с предельными значениями управляющих параметров с последующей верификацией по промежуточным экспериментам на основе опорных экспериментов на штатном оборудовании установки. Апробация алгоритма по опытным данным, полученным на установке СГУ-7КМ-У, показала хорошую устойчивость и точность идентификации.

6.Разработаны методики определения оптимальной области управляющих параметров на основе идентифицированной математической модели для заданного диапазона выходных характеристик, использующие многомерную параболическую аппроксимацию функции отклика дифференциальной системы и позволяющие определять оптимальную область как для стационарного, так и для нестационарного режима функционирования.

7.Проведено математическое моделирование работы внешних узлов установки для определения входных и выходных управляющих параметров системы задач переноса, с использованием которого в рамках идентифицированной математической модели предложены технические решения для обеспечения стабильности работы установки и повышения ее ТТХ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1.Гулин, А.В. Численные методы математической физики / А.В.Гулин, А.А.Самарский. – М.: Научный мир, 2003. – 316 с.
2.Годунов, С.К. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С.К. Годунов, А.В. Забродин, М.Я. Иванов, А.Н. Крайко, Г.П. Прокопов. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
3.Будак, Б.М. Разностные методы решения некоторых краевых задач типа Стефана / Б.М. Будак, Ф.П. Васильев, А.Б. Успенский // Численные методы в газовой динамике. Т. 4. – Изд-во МГУ, 1965.
4.Самарский, А.А. Вычислительная теплопередача / А.А.Самарский, П.Н. Вабищевич. – Москва: Эдиториал УРСС, 2003. – 784 с.
5.Магомедов, М.-К.М. Сеточно - характеристические численные методы / М.-К.М.Магомедов, А.С.Холодов. – М.: Наука, 1988. – 288 с.
6.Кутателадзе, С.С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление: Справочное пособие. / С.С. Кутателадзе. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 367 с.
7.Rohsenow, W.M. Handbook of Heat Transfer / W.M. Rohsenow, J.P. Hartnett, Y.I. Cho. – New–York: McGraw-Hill, 1998. – 1501 p.
8.Петухов, Б.С. Теплообмен в ядерных энергетических установках / Б.С. Петухов, Л.Г. Генин, С.А. Ковалев. – М.: Атомиздат, 1974. – 408 с.
9.Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1978. 687 с.
10. Исаченко, В.П. Теплопередача / В.П. Исаченко, В.А. Осипова, А.С. Сукомел – М.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.
11. Авдуевский, В.С. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике / В.С. Авдуевский, Б.М. Галицейский, Г.А. Глебов и др.: под ред. акад. В.С. Авдуевского и проф. В.К. Кошкина. – М.: Машиностроение, 1992. – 528 с.
12. Мартыненко, О.Г. Свободно-конвективный теплообмен / О.Г. Мартыненко, Ю.А. Соковишин. – Справочник. – Минск: Наука и техника, 1982. – 400 с.
13. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. М.: Мир, 1991. 240 с.
14. Борис Дж, Оран Э. Численное моделирование реагирующих потоков. М.: Мир, 1990. 661 с.
15. Андерсен Д., Плетчер Р, Таннехилл Дж. Вычислительная гидромеханика и теплообмен М.: Мир, 1990. т. 1, 2
16. Маслов, В.П. Математическое моделирование процессов тепломассопереноса. / В.П. Маслов, В.Г. Данилов, К.А Волосов. – М.: Наука, 1987. – 352 с.
17. Патанкар, С.В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах / С.В.Патанкар. – М.: Изд. МЭИ, 2003. – 312 с.
18. Шокин Ю.И., Яненко Н.Н. Метод дифференциального приближения. Применение к газовой динамике. Новосибирск, Наука, 1985. 364 с.
19. Борис Дж.П., Бук Д.Л. Решение уравнения непрерывности методом коррекции потоков. / В кн. Вычислительные методы в физике. Управляемый термоядерный синтез. М.: Мир, 1980. с. 92 – 141.

20. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло - и массообмена. М.: Наука, 1984. 288 с.
21. Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001. 608 с.
22. Харлоу Ф.Х. Численный метод частиц в ячейках для задач газовой динамики. Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир. 1967. 460 с.
23. Марчук Г.И. Методы расщепления. – М: Наука, 1988. 263 с.
24. Архаров, А.М. Криогенные системы. В 2 т. Т.2. Основы проектирования аппаратов, установок и систем / А.М. Архаров, И.А. Архаров, В.П. Беляков. – М.: Машиностроение, 1999. – 719 с.
25. Courant T.R., Isacson E, Rees M. On the solutions of nonlinear hyperbolic differential equations by finite differences. Commun. Pure and Appl. Math. 1952. v. 5. 1;5. PP. 243 – 254.
26. Lax P.D., Wendroff B. Difference schemes for hyperbolic equations with high orders of accuracy. Comm. Pure. Appl. Math. 1964. v. 17. 1; 3. PP. 381 – 398.
27. Белоцерковский О.М. Численное моделирование в механике сплошных сред М.: Физматлит, 1994. 442 с.
28. Лобанов А.И., Петров И.Б., Старожилова Т.К. Вычислительные методы для анализа моделей сложных динамических систем. ч. II. М.: МФТИ, 2002. 154 с.
29. Hisada, N. Design and analysis of open rack LNG vaporized / N. Hisada, M. Sekiguchi. // Design and analysis of pressure vessels, heat exchangers and pipping components – 2004. San Diego, 2004. – V. 477. – P. 2004-2602.
30. Jin, T. Simulation and performance analysis of a heat transfer tube in SuperORV / T. Jin, M. Wang, K. Tang // Cryogenics. – 2014. – V. 61. – P. 127–132.
31. Pan, J. Thermal performance calculation and analysis of heat transfer tube in super open rack vaporizer / J. Pan, R. Li, T. Lv, G. Wu, Z. Deng // Applied Thermal Engineering. – 2016. – V. 93. – P. 27–35.
32. Pan, J. Thermal performance analysis of SuperORV heat transfer tube at supercritical pressure / J. Pan, R. Li, T. Lv, G. Wu // Journal of Natural Gas Science and Engineering. – 2016. – V. 29. – P. 488–496.
33. Qi, C. Thermal performance analysis and the operation method with low temperature seawater of super open rack vaporizer for liquefied natural gas / C. Qi, C. Yi, B. Wang, W. Wang, J. Xu // Applied Thermal Engineering. – 2019. – V. 150. – P. 61–69.
34. Корольков, Ю.И. Газификационные установки: Учебное пособие Ч.I. ВВВАИУ. 1992. 123 с.
35. Установка газификационная стационарная СГУ-7КМ-У Руководство по эксплуатации. КВ 0420.00. 000РЭ. М.: ОАО «НПО Гелиймаш», 2019. – 79 с.
36. Унифицированная газозарядная станция УГЗС.М-АР (-КР, -ВР) Руководство по эксплуатации. КВО.0402.00.000-1 РЭ. Саратов: ООО «Завод специального машиностроения», 2019. – 84 с.
37. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Дрофа, 2003. 840 с.
38. Yce H.C. Construction of Explicit and Implicit Symmetric TVD Schemes and Their Applications. J. of Comp. Physics. 1987. Vol. 68. PP. 151 – 179.

39. Галанин М.А. Численное решение уравнения переноса. / В кн.: Будущее прикладной математики. Лекции для молодых исследователей. М.: Едиториал УРСС, 2005. 512 с.
40. Вабищевич, Н.Н. Численные методы решения задач со свободной границей / Н.Н. Вабищевич. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1987. – 164 с.
41. Самарский, А.А. Решение задач тепломассообмена с помощью метода динамической адаптации / А.А.Самарский, В.И.Мажукин // Тр. 4 Минского Междунар форума по тепло- и массообмену. 2000. Т.3. С. 42–52.
42. Рубцов, Н.А. Численное моделирование однофазной задачи Стефана в слое с прозрачными и полупрозрачными границами / Н.А.Рубцов, С.Д.Слепцов, Н.А.Саввинова // Прикладная механика и техническая физика. 2006. Т. 47, №3. С. 84–91.
43. Самарский, А.А. Экономичная схема сквозного счета для многомерной задачи Стефана / А.А.Самарский, Б.Д.Моисеенко // ЖВМ и МФ. 1965. Т. 5, № 5. С. 816–827.
44. Будак, Б.М. Разностный метод со сглаживанием коэффициентов для решения задачи Стефана / Б.М.Будак, Е.Н.Соловьева, А.Б.Успенский // ЖВМ и МФ. 1965. Т.5, № 5. С. 828–840.
45. Дюво, Г. Неравенства в механике и физике / Г.Дюво, Ж.-Л.Лионс. – М.: Наука, 1980. – 386 с.
46. Фридман, А. Вариационные принципы и задачи со свободной границей / А.Фридман. – М.: Наука, 1989. – 536 с.
47. White, R.E. A numerical solution of the enthalpy formulation of the Stefan problem / R.E.White // SIAM J. Numer. Anal. 1982. V. 19, N 6. P. 1158–1172.
48. NIST Standard Reference Database (REFPROP): База данных по термодинамическим и транспортным свойствам эталонных жидкостей NIST (REFPROP). URL: https://www.nist.gov/srd/refprop.
49. Вассерман, А.А., Мальчевский В.П. Банки данных и автоматизированные информационные системы по теплофизическим свойствам газов и жидкостей / А.А. Вассерман, В.П. Мальчевский // Технические газы. – 2009. – № 5. – С. 59-66.
50. Бражкин, В. В. Фазовые превращения в жидкостях и переход жидкость-газ во флюидах при сверхкритических давлениях / В. В Бражкин // УФН. – 2017. – Т. 187. – С. 1028–1032.
51. Бражкин, В. В. Где находится область сверхкритического флюида на фазовой диаграмме? / В. В. Бражкин, А. Г. Ляпин, В. Н. Рыжов, К. Траченко, Ю. Д. Фомин, Е. Н. Циок // УФН. – 2012. – Т. 182. – №11. – С. 1137–1156.
52. Pioro, I.L., Experimental heat transfer in supercritical water flowing inside channels (survey) / I.L. Pioro, R.B. Duffey // Nuclear Engineering and Design. – 2005. – V. 235. – P. 2407–2430.
53. Pioro, I.L. Heat transfer to supercritical fluids flowing in channels–empirical correlations (survey) / I.L. Pioro, H.F. Khartabil1, R.B. Duffey // Nuclear Engineering and Design. – 2004. –V. 230 –P. 69–91.
54. Huang, D.A brief review on convection heat transfer of fluids at supercritical pressures in tubes and the recent progress / D. Huang , Z. Wub, B. Sunden, W. Li // Applied Energy. – 2016. – V. 162 – P. 494–505.

55. Wang, H.A review on recent heat transfer studies to supercritical pressure water in channels / H. Wang, L.K.H. Leung, W. Wang, Q. Bi // Applied Thermal Engineering. – 2018. – V. 142. – P. 573–596.
56. Huang, D.A brief review on the buoyancy criteria for supercritical fluids / D. Huang, W. Li // Applied Thermal Engineering. – 2018. – V. 131. – P. 977-987.
57. Cheng, H. Experimental investigation on heat transfer characteristics of supercritical nitrogen in a heated vertical tube / H. Cheng, L. Yin, Y. Ju, Y. Fu // International Journal of Thermal Sciences. – 2020. – V. 152. – P. 106327.
58. Lei, X. Experimental study on the difference of heat transfer characteristics between vertical and horizontal flows of supercritical pressure water / X. Lei, H. Li, W. Zhang, N.T. Dinh, Y. Guo, Sh. Yu // Applied Thermal Engineering. – 2017. – V. 113. – P. 609–620.
59. Qu, M. Experimental and numerical investigation on heat transfer of ultra-supercritical water in vertical upward tube under uniform and non-uniform heating / M. Qu, D. Yang, Z. Liang, L. Wan, D. Liu // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2018. – V.127. – P. 769–783.
60. He, J. Experimental investigation of heat transfer to supercritical R245fa flowing vertically upward in a circular tube / J. He, C. Dang, E. Hihara // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2018. – V. 127. – P. 286–295.
61. He, J. Supercritical heat transfer characteristics of R1233zd(E) in vertically upward flow / J. He, C. Dang, E. Hihara // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2018. – V. 127. – P.497–505.
62. Wang, C. Evaluation of the heat transfer correlations for supercritical pressure water in vertical tubes / C. Wang, H. Li // Heat Transfer Engineering. – 2014. – V. 35, No.6-8. – P. 685-692.
63. Jackson, J.D. Models of heat transfer to fluids at supercritical pressure with influences of buoyancy and acceleration / J.D. Jackson // Applied Thermal Engineering. – 2017. – V. 124. – P. 1481–1491.
64. Jackson, J.D. Fluid flow and convective heat transfer to fluids at supercritical pressure / J.D. Jackson // Nuclear Engineering. Design. – 2013. – V. 264. P. 24–40.
65. Yu, S. Influence of buoyancy on heat transfer to water flowing in horizontal tubes under supercritical pressure / S. Yu, H. Li, X. Lei, Y. Feng, Y. Zhang, H. He, T. // Applied Thermal Engineering. – 2013. – V.59. – P. 380-388.
66. Liu, Z. Experimental study on heat transfer and pressure drop of supercritical CO2 cooled in a large tube / Z. Liu, Y. He, Y. Yang, J. Fei // Applied Thermal Engineering. – 2014. – V. 70, – No 1. – P. 307-315.
67. Liao, S.M. Measurements of heat transfer coefficients from supercritical carbon dioxide flowing in horizontal mini/micro channels / S.M. Liao, T.S. Zhao // J. Heat Transfer. – 2002. – V.124, – No 3. – P. 413-420.
68. Cheng, H. Experimental and simulation investigation on heat transfer characteristics of supercritical nitrogen in a new rib tube of open rack vaporizer / H. Cheng, Y. Ju, Y. Fu // International Journal of Refrigeration. 2019. V. 111. P. 103-112. DOI: 10.1016/j.ijrefrig.2019.11.029.

69. Zhang, P. Flow and heat transfer characteristics of supercritical nitrogen in a vertical mini-tube / P. Zhang, Y. Huang, B. Shen, R.Z. Wang // International Journal of Thermal Sciences. – 2011. – V. 50 – P. 287-295.
70. Xu, X. Experimental investigation on heat transfer characteristics of supercritical CO_2 cooled in horizontal helically coiled tube / X. Xu, Ch. Liu, Ch. Dang, Y. Wu, X. Liu // International Journal of Refrigeration. – 2016. – V. 67. – P. 190–201.
71. Xu, X. Experimental investigation of heat transfer of supercritical CO2 cooled in helically coiled tubes based on exergy analysis / X. Xu, Y. Zhang, Ch. Liu, Sh. Zhang, Ch. Dang // International Journal of Refrigeration. – 2018. – V. 89. – P. 177–185.
72. Huai, X.L. An experimental study of flowand heat transfer of supercritical carbon dioxide in multi-port mini channels under cooling conditions / X.L. Huai, S. Koyama, T.S. Zhao // Chemical Engineering Science. – 2005. – V. 60. – P. 3337 – 3345.
73. Yu, S. Experimental investigation on heat transfer characteristics of supercritical pressure water in a horizontal tube / S. Yu, H. Li, X. Lei, Y. Feng, Y. Zhang, H. He, T. Wang // Experimental Thermal and Fluid Science. – 2013. – V. 50. – P. 213–221.
74. Jajja, S.A. Experimental investigation of supercritical carbon dioxide in horizontal microchannels with non-uniform heat flux boundary conditions / S.A. Jajja, K.R. Zada, B.M. Fronk // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2019. – V.130. – P. 304–319.
75. Gu, H. Experimental investigation on convective heat transfer from a horizontal miniature tube to methane at supercritical pressures / H. Gu, H. Li, H. Wang, Y. Luo // Applied Thermal Engineering. – 2013. – V. 58. – P. 490–498.
76. Wang, S. Heat transfer characteristics of spiral water wall tube in a 1000 MW ultra-supercritical boiler with wide operating load mode / S. Wang, D. Yang, Y. Zhao, M. Qu // Applied Thermal Engineering. – 2018. – V. 130. – P. 501–514.
77. Wang, D. Experimental comparison of the heat transfer of supercritical R134a in a micro-fin tube and a smooth tube / D. Wang, R. Tian, Y. Zhang, L. Li, L. Shi // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2019. – V. 129. – P. 1194–1205.
78. He, S. A computational study of convection heat transfer to CO_2 at supercritical pressures in a vertical mini tube / S. He, P. Jiang, Y. Xu, R. Shi, W.S. Kim, J.D. Jackson // International Journal of Thermal Sciences. – 2005. – V. 44. – P. 521–530.
79. Son, C.H., An experimental study on heat transfer and pressure drop characteristics of carbon dioxide during gas cooling process in a horizontal tube / C.H. Son, S.J. Park // International Journal of Refrigeration. – 2006. – V. 29. – No. 4. – P. 539-546.
80. Петухов, Б.С. К вопросу о теплообмене при турбулентном течении жидкости в трубах / Б.С. Петухов, В.В. Кириллов // Теплоэнергетика. – 1958. – № 4. – С.63.
81. Краснощеков, Е.А. Теплоперенос в сверхкритической области при течении двуокиси углерода и воды в трубах / Е.А. Краснощеков, В.С. Протопопов // Теплоэнергетика. – 1959. – № 12. – С. 26–30.
82. Краснощеков, Е.А. О теплопереносе в потоке двуокиси углерода и воды в сверхкритической области параметров состояния / Е.А. Краснощеков, В.С. Протопопов // Теплоэнергетика. – 1960. – № 10. – С. 94.
83. Краснощеков, Е.А. Обобщенная зависимость для расчета теплоотдачи к двуокиси углерода при сверхкритическом давлении (π=1,02-5,25) / Е.А. Краснощеков, В.С. Протопопов // ТВТ. – 1971. – Т. 9, №6. – С. 1314.

84. Jackson, J. Forced convection heat transfer to fluids at supercritical pressure / J. Jackson, W. Hall // Turbulent Forced Convection in Channels and Bundles / Eds. S.Kakaç, , D.B.Spalding. – USA, New York: Hemisphere Publishing Corp., 1979. – Vol. 2. – P. 563–612.
85. Petrov, N.E. Heat transfer and hydraulic resistance with turbulent flow in a tube of water under supercritical parameters of state / N.E. Petrov, V.N. Popov // Thermal Engineering. – 1988. – V. 35. – P. 557-580.
86. Yoon, S.H. Heat transfer and pressure drop characteristics during the in-tube cooling process of carbon dioxide in the supercritical region / S.H. Yoon, J.H. Kim, Y.W. Hwang. M.S. Kim. K. Min. Y. Kim // International Journal of Refrigeration. – 2003. – V. 26 – No 8. – P. 857-864.
87. Dang, C. In-tube cooling heat transfer of supercritical carbon dioxide. Part 1. Experimental measurement / C. Dang, E.Hihara // International Journal of Refrigeration. – 2004. – V. 27. – No 7. – P. 736-747.
88. Jackson, J.D. Forced convection data for supercritical pressure fluids / J.D. Jackson, J. Fewster // Proc. H.T.F.S. research symposium. – 1975. – P. 21540.
89. Yoon, S.H. Heat transfer and pressure drop characteristics during the in-tube cooling process of carbon dioxide in the supercritical region / S.H. Yoon, J.H. Kim, Y.W. Hwang, M.S. Kim, K.M., Y.Kim // International Journal of Refrigeration. – 2003. – V. 26. – P. 857–864.
90. Роуч, П. Вычислительная гидродинамика / П. Роуч – М.: Мир, 1980. – 618 с.
91. Павловский, В.А. Вычислительная гидродинамика. Теоретические основы / В.А. Павловский, Д.В. Никущенко – Ст-Птб: Лань, 2018. – 368 с.
92. Валуева, Е. П., Кулагин Е. Н. Численное исследование теплообмена и турбулентного течения криогенных жидкостей в трубе при сверхкритическом давлении / Е. П. Валуева, Е. Н. Кулагин // Вестник МЭИ. – 2012. – № 2. – С. 22-29.
93. Акулов, Л.А. Результаты экспериментального исследования теплообмена при вынужденном движении азота в области закритических давлений / Л.А. Акулов // Изв. вузов. Сер. Энергетика. – 1973. – № 11. – С. 82-86.
94. Houde, S. Numerical analysis on rib-tubes of seawater open rack vaporizer with the spoiler lever / S. Houde, G. Lanpec, Y. Shurong, F. Jianling, W. Xing // Polish maritime research. Special Issue 2017. – 2017. – S2 (94) – V. 24. – P. 14-21.
95. Deng, Z. Numerical simulation analysis of the flow field and convective heat transfer in new super open rack vaporizer / Z. Deng, K.i Hui, Y. Zhang, Y.C. // Applied Thermal Engineering. – 2016. – V. 106. – P.721–730.
96. Cheng, H. Thermal performance calculation with heat transfer correlations and numerical simulation analysis for typical LNG open rack vaporizer / H. Cheng, Y. Ju, Y. Fu // Applied Thermal Engineering. – 2019. – V. 149. – P. 1069–1079.
97. Zheng, N. Numerical simulation and sensitivity analysis of heat transfer enhancement in a flat heat exchanger tube with discrete inclined ribs / N. Zheng, P. Liu, Z. Liu, W. Liu // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2017. – V. 112. – P. 509–520.
98. Pourfattah, F. The numerical investigation of angle of attack of inclined rectangular rib on the turbulent heat transfer of Water-Al_2O_3 nanofluid in a tube / F. Pourfattah, M.

Motamedian, G. Sheikhzadeh, D. Toghraie, O. A. Akbari // International Journal of Mechanical Sciences. – 2017. – V. 131–132. – P. 1106–1116.
99. Yang, Z. Numerical study on the heat transfer enhancement of supercritical CO2 in vertical ribbed tubes / Z. Yang, W. Chen, M.K. Chyu // Applied Thermal Engineering. – 2018. – V. 145. – P. 705–715.
100. Bai, W. Numerical investigation on heat transfer and pressure drop of pin-fin array under the influence of rib turbulators induced vortices / W. Bai, W. Chen, L. Yang, M.K. Chyu // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2019. – V. 129. – P. 735–745.
101. Zhao, Z. Numerical investigation on heat transfer and flow characteristics of supercritical nitrogen in a straight channel of printed circuit heat exchanger / Z. Zhao, X. Zhang, K. Zhao, P. Jiang, Y. Chen // Applied Thermal Engineering. – 2017. – V. 126. – P. 717–729.
102. Zhang, G-W. Experimental and simulation investigation on heat transfer characteristics of in-tube supercritical CO_2 cooling flow / G-W. Zhang, P. Hu, L-X. Chen, M-H. Liu // Applied Thermal Engineering. – 2018. – V. 143. – P. 1101–1113.
103. Wong, A. The synergy of supercritical CO2 and supercritical N2 in foaming of polystyrene for cell nucleation / A. Wong, L.H. Mark, M.M. Hasan, C.B. Park // J. of Supercritical Fluids. – 2014. – V. 90. – P. 35–43.
104. Sayed Ahmed, S.A.E. Heat transfer performance evaluation in circular tubes via internal repeated ribs with entropy and exergy analysis / S.A.E. Sayed Ahmed, E.Z. Ibrahim, M.M. Ibrahim, M.A. Essa, M.A. Abdelatief, M.N. El-Sayed // Applied Thermal Engineering. – 2018. – V. 144. – P. 1056–1070.
105. Wang, Z. Multi-objective optimization design and performance evaluation of a novel multi-stream intermediate fluid vaporizer with cold energy recovery / Z. Wang, W. Cai, W.i Hong, S. Shen, H. Yang, F. Hana //Energy Conversion and Management. – 2019. – V. 195. – P. 32–42.
106. Schuster, A. Efficiency optimization potential in supercritical Organic Rankine Cycles / A. Schuster, S. Karellas, R. Aumann // Energy. – 2010. – V. 35. – P. 1033–1039.
107. Karellas, S. Influence of supercritical ORC parameters on plate heat exchanger design / S. Karellas, A. Schuster, A. Leontaritis // Applied Thermal Engineering. – 2012. – V.33-34. – P. 70-76.
108. Maraver, D. Systematic optimization of subcritical and transcritical organic Rankine cycles (ORCs) constrained by technical parameters in multiple applications / D. Maraver, J. Royo, V. Lemort, S. Quoilin // Applied Energy. – 2014. – V. 117. – P. 11–29.
109. Cloete, S. Integration of chemical looping oxygen production and chemical looping combustion in integrated gasification combined cycles / S. Cloete, A. Giuffridab, M. Romano, P. Chiesa, M. Pishahang, Y. Larring // Fuel. – 2018. – V. 220. – P. 725–743.
110. Гроп Д. Методы идентификации систем: пер. с англ. – М.: Мир, 1979. – 304 с.
111. Калиткин, Н.Н. Численные методы / Н.Н. Калиткин. – М.: Наука, 1978. – 512 с.
112. Бородкин, С.В. Анализ методик расчета теплопередачи в системах термоэлектрического охлаждения теплонапряженных элементов / С.В. Бородкин, А.В. Иванов, И.Л. Батаронов, А.В. Кретинин // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2021. – Т. 17. – № 1. – С. 21-31.

113. Бородкин, С.В. Модель тепломассопереноса в криогенных газификаторах закрытого типа / С.В. Бородкин, И.Л. Батаронов, А.В. Иванов, В.И. Ряжских // Журн. Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии. – 2021. – Т. 14, №6. – С. 714–730.
114. Бородкин, С.В. Аппроксимация теплофизических параметров закритических азота и кислорода / С.В. Бородкин, И.Л. Батаронов, А.В. Иванов // Физико-математическое моделирование систем: материалы XXII Междунар. семинара. Воронеж: ВГТУ, 2021. – 2021 – С. 60-69.
115. Borodkin, S.V. Simulation of heat transfer in a flow of over-critical nitrogen and oxygen in a horizontal circular tube / S.V. Borodkin, I.L. Bataronov, A.V. Ivanov, V.I. Ryazhskikh // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2021. – V. 1155. – P. 012011.
116. Бородкин, С.В., Моделирование тепломассопереноса в потоке закритических азота и кислорода в трубе методом конечных элементов / С.В. Бородкин, И.Л. Батаронов, А.В. Иванов, В.И. Ряжских // Физико-математическое моделирование систем: материалы XXII Междунар. семинара. Воронеж: ВГТУ, 2021. – 2021 – С. 70-86.
117. Бородкин, С.В. Моделирование и оптимизация теплообмена в криогенных газификаторах на примере газификационной установки СГУ-7КМ-У / С.В. Бородкин, И.Л. Батаронов, А.В. Иванов, В.И. Ряжских // Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». – 2021. – Т. 21, №3. – С. 24–30.
118. Бородкин, С.В. Перспективы развития мобильных газификационных установок / С.В. Бородкин, А.В. Иванов // Материалы докладов IV всероссийской научно-технической конференции «Приоритетные направления и актуальные проблемы развития средств наземного обслуживания общего применения». 2020. – С. 5–7.
119. Бородкин С.В. Оптимизация работы испарителя в условиях возможных фазовых переходов. // «Авиакосмические технологии» (АКТ-2020): Материалы XXI Международной научно-технической конференции и школы молодых ученых, аспирантов и студентов (г. Воронеж 22-23 октября 2020). Воронеж ООО «Элист», 2020.– С. 310-316.
120. Бородкин, С.В. Параметрическая идентификация дифференциальной модели теплообмена в газификаторе / С.В. Бородкин, И.Л. Батаронов, А.В. Иванов, В.И. Ряжских // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2021. – Т. 17. – № 6. – С. 34–42.
121. Пат. 2727210 РФ, МПК F17C 5/06 53/04 Малогабаритная мобильная станция зарядки газами бортовых систем летательных аппаратов / Казьмин И.А., Органов С.Н., Ряжских В.И., Иванов А.В., Органов М.С., Гаршин С.А., Санникова С.М., Черниченко В.В., Грищенко Б.А., Бородкин С.В. – № 2019136562; заявл. 13.11.2019; опубл. 21.07.2020. – Бюл. № 21.
122. Заявка на изобретение № 2020111251 МПК *F04B 15/08* Криогенный насос / Бородкин С.В, Иванов А В, Ряжских В.И., Черниченко В.В, Грищенко Б.А., Батаронов И.Л., Хорват А.В., Викулин А.С. / Заявл. 17.03.2020 (Решение о выдаче патента от 17.09.2021).
123. Заявка на изобретение № 2020111252 МПК *F04B 15/08* Криогенный насос / Бородкин С.В, Иванов А В, Ряжских В.И., Черниченко В.В, Грищенко Б.А.,

Батаронов И.Л., Хорват А.В., Викулин А.С. / Заявл. 17.03.2020 (Решение о выдаче патента от 17.09.2021).

124. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022617655. Програмный комплекс для моделирования и оптимизации теплообменных аппаратов и узлов газификационных установок. / С.В. Бородкин, И.Л. Батаронов, А.В. Иванов, В.И. Ряжских; заявл. 12.04.22; опубл. 25.04.22.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Акты реализации результатов диссертационной работы

УТВЕРЖДАЮ
Первый заместитель
генерального директора
по научной и конструкторской работе
ОАО «НПО «ГЕЛИЙМАШ»

_______________ Попов О.М.

«22» февраля 2021г.
м.п.

А К Т
реализации результатов диссертационной работы
Бородкина Станислава Владимировича

Комиссия в составе:
председателя комиссии:
главного конструктора по криогенным системам и установкам Фокеева Ф.В.
(должность, фамилия и инициалы)
членов комиссии:
главного специалиста исследовательско-конструкторского отдела Волошкевич Т.А.
(должность, фамилия и инициалы)
начальника исследовательско-конструкторской группы Микаеляна Ф.А.
(должность, фамилия и инициалы)

составила настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы Бородкина С.В., представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук, использованы в практической деятельности ОАО «НПО «ГЕЛИЙМАШ» в виде:

технического решения позволяющего снизить объем невыкачиваемого остатка в газификационной установке за счет охлаждения цилиндровой группы насоса сжиженных газов;

технического решения позволяющего повысить эффективность работы газификационной установки в целом за счет поддержания давления в испарителе в закритической области.

Использование результатов диссертационной работы позволяет повысить эффективность работы газификационной установки СГУ-7КМ-У.

Председатель комиссии: _______________ Фокеев Ф.В.
(подпись) (фамилия и инициалы)

Члены комиссии: _______________ Волошкевич Т.А.
(подпись) (фамилия и инициалы)

_______________ Микаелян Ф.А.
(подпись) (фамилия и инициалы)

«22» февраля 2021г.

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель генерального директора
АО «УКЗ»
_________________Антониади В.Г.
«22» апреля 2021 г.

АКТ
Об использовании результатов диссертационной работы
Бородкина Станислава Владимировича

Настоящий акт подтверждает то, что в АО «УКЗ» при проектировании перспективной газификационной установки были использованы техническое решение по включению ресивера в состав специального оборудования установки, позволяющее повысить стабильность работы и производительность газификационной установки за счет поддержания давления в змеевике испарителя в закритической области и обеспечивающее возможность зарядки потребителей малой емкости перепуском, без необходимости включения криогенного насоса, а также методика расчета его параметров, которые являются результатом диссертационной работы Бородкина С.В.

Главный конструктор АО «УКЗ» Н.Ю. Кислицина
«22» апреля 2021 г.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Свидетельства о регистрации программ и патенты РФ на изобретения

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

RU 2022617655

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ

(12) **ГОСУДАРСТВЕННАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ**

Номер регистрации (свидетельства): 2022617655	Авторы: **Бородкин Станислав Владимирович (RU), Батаронов Игорь Леонидович (RU), Иванов Алексей Владимирович (RU), Ряжских Виктор Иванович (RU)**
Дата регистрации: **25.04.2022**	
Номер и дата поступления заявки: **2022616557 12.04.2022**	Правообладатели: **Бородкин Станислав Владимирович (RU) Батаронов Игорь Леонидович (RU) Иванов Алексей Владимирович (RU) Ряжских Виктор Иванович (RU)**
Дата публикации: **25.04.2022**	
Контактные реквизиты: **нет**	

Название программы для ЭВМ:
«ПРОГРАМНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ И УЗЛОВ ГАЗИФИКАЦИОННЫХ УСТАНОВОК»

Реферат:
Программный комплекс предназначен для моделирования и оптимизации теплообменных аппаратов и узлов (насос, ресивер) газификационных установок. Комплекс основывается на использовании одномерной дифференциальной модели теплообмена в газификаторе. Позволяет на основании моделирования процессов теплообмена в испарителе, теплофизического анализа насосной группы и расчетов параметров ресивера оптимизировать работу промышленных газификационных установок различной конфигурации. Представлен в виде проекта «Программный комплекс для моделирования и оптимизации теплообменных аппаратов и узлов газификационных установок». Тип ЭВМ: IBM PC-совмест. ПК. ОС: Windows 7/8/10.

Язык программирования: Delphi 7

Объем программы для ЭВМ: 818 КБ

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

(19) **RU** (11) **2 727 210** (13) **C1**

(51) МПК
F17C 5/06 (2006.01)
(52) СПК
F17C 5/06 (2020.02)

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ

(12) ОПИСАНИЕ ИЗОБРЕТЕНИЯ К ПАТЕНТУ

Статус: действует (последнее изменение статуса: 05.04.2022)
Пошлина: учтена за 3 год с 14.11.2021 по 13.11.2022. Установленный срок для уплаты пошлины за 4 год: с 14.11.2021 по 13.11.2022. При уплате пошлины за 4 год в дополнительный 6-месячный срок с 14.11.2022 по 13.05.2023 размер пошлины увеличивается на 50%.

(21)(22) Заявка: **2019136562, 13.11.2019**

(24) Дата начала отсчета срока действия патента:
13.11.2019

Дата регистрации:
21.07.2020

Приоритет(ы):
(22) Дата подачи заявки: **13.11.2019**

(45) Опубликовано: **21.07.2020** Бюл. № **21**

(56) Список документов, цитированных в отчете о поиске: **Авиационная наземная техника : Справочник/ В.Е. Канарчук, Г.Н. Гелетуха, В.В. Запорожец и др.; Под ред. В.Е. Канарчука. - М.: Транспорт, 1989, - 278 с. RU 118589 U1, 27.07.2012. RU 2383453 C1, 10.03.2010. RU 2624781 C1, 06.07.2017. US 4542774 A, 24.09.1985.**

Адрес для переписки:
394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, ВУНЦ ВВС "ВВА", Центр ОНР и ПНПК

(72) Автор(ы):
Казьмин Игорь Александрович (RU),
Органов Сергей Николаевич (RU),
Ряжских Виктор Иванович (RU),
Иванов Алексей Владимирович (RU),
Органов Михаил Сергеевич (RU),
Гаршин Сергей Александрович (RU),
Санникова Светлана Михайловна (RU),
Черниченко Владимир Викторович (RU),
Грищенко Борис Александрович (RU),
Бородкин Станислав Владимирович (RU)

(73) Патентообладатель(и):
Федеральное государственное казенное военное образовательное учреждение высшего образования "Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил "Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина" (г. Воронеж) (RU),
Общество с ограниченной ответственностью "Завод специального машиностроения" (RU)

(54) МАЛОГАБАРИТНАЯ МОБИЛЬНАЯ СТАНЦИЯ ЗАРЯДКИ ГАЗАМИ БОРТОВЫХ СИСТЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

(57) Реферат:

Изобретение относится к области авиации, в частности к аэродромному оборудованию для обслуживания летательных аппаратов, средствам наземного обеспечения полетов общего применения (СНО ОП). Малогабаритная мобильная станция зарядки газами бортовых систем летательных аппаратов выполнена в виде малогабаритного блок-контейнера, имеющего вид трехмерной геометрической фигуры, содержащей верхнюю крышку с устройством для подъема, нижнее основание с устройством для перемещения по поверхности и соединяющие их боковые стенки, выполненные с возможностью радиального перемещения и фиксации для обеспечения доступа к панели управления и раздачи газов, размещенной под одной из них, полость внутри блок-контейнера разделена перегородками для фиксации баллонов из термостойкого углепластика, подключенных к соответствующим коммуникациям, которые разделены на отдельные газовые магистрали для каждого газа с выводом на панель раздачи, с возможностью раздачи газов из нескольких баллонов одновременно путем их перепуска. Техническим результатом изобретения является отсутствие конструктивной связи мобильной станции зарядки газами с двигателем автомобиля и обеспечение воздушного судна

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

(19) **RU** (11) **2020 111 252** (13) **A**

(51) МПК
F04B 15/08 (2006.01)

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ

(12) **ЗАЯВКА НА ИЗОБРЕТЕНИЕ**

Состояние делопроизводства: Экспертиза по существу завершена. Учтена пошлина за регистрацию и выдачу патента (последнее изменение статуса: 09.02.2022)
Пошлина: Учтена пошлина за регистрацию и выдачу патента

(21)(22) Заявка: 2020111252, **17.03.2020**

Выдан патент № 2 756 830

Приоритет(ы):
(22) Дата подачи заявки: **17.03.2020**

(43) Дата публикации заявки: 17.09.2021 Бюл. № 26

Адрес для переписки:
394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, ВУНЦ ВВС "ВВА", Центр ОНР и ПНПК

(71) Заявитель(и):
Федеральное государственное казенное военное образовательное учреждение высшего образования "Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил "Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина" (г. Воронеж) Министерства обороны Российской Федерации (RU)

(72) Автор(ы):
Бородкин Станислав Владимирович (RU), Иванов Алексей Владимирович (RU), Ряжских Виктор Иванович (RU), Черниченко Владимир Викторович (RU), Грищенко Борис Александрович (RU), Батаронов Игорь Леонидович (RU), Хорват Алексей Владимирович (RU), Викулин Андрей Сергеевич (RU)

(54) **КРИОГЕННЫЙ НАСОС**

Формула изобретения

Криогенный насос для перекачивания криогенных жидкостей, содержащий корпус, в котором установлены поршень со штоком, впускной и выпускной клапаны, расположенные на торце корпуса, входной фильтр, полость которого открывается в полость корпуса через удлинитель и впускной клапан, выпускной трубопровод с V-образным участком, при этом полость упомянутого трубопровода открывается в полость корпуса через выпускной клапан, отличающийся тем, что корпус насоса вместе с входным трубопроводом и частью выпускного трубопровода до V-образного участка размещен в цилиндрическом кожухе, выполненном с возможностью установки в резервуаре с криогенной жидкостью, и соединен с верхней его частью при помощи фланцевого соединения, при этом полость упомянутого кожуха соединена через запорный вентиль с окружающей средой, а входной фильтр и V-образный участок выпускного трубопровода расположены на погружаемом в криогенную жидкость торце упомянутого кожуха.

Делопроизводство

Исходящая корреспонденция	Входящая корреспонденция	
	Ходатайство об освобождении от уплаты	27.01.2022

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

(19) **RU** (11) **2020 111 251** (13) **A**

(51) МПК
F04B 15/08 (2006.01)

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ

(12) ЗАЯВКА НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

Состояние делопроизводства: Экспертиза по существу завершена. Учтена пошлина за регистрацию и выдачу патента (последнее изменение статуса: 21.04.2022)

(21)(22) Заявка: 2020111251, **17.03.2020**

Выдан патент № 2 770 352

Приоритет(ы):
(22) Дата подачи заявки: **17.03.2020**

(43) Дата публикации заявки: 17.09.2021 Бюл. № 26

Адрес для переписки:
394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54А, ВУНЦ ВВС "ВВА", Центр ОНР и ПНПК

(71) Заявитель(и):
Федеральное государственное казенное военное образовательное учреждение высшего образования "Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил "Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина" (г. Воронеж) Министерства обороны Российской Федерации (RU)

(72) Автор(ы):
**Бородкин Станислав Владимирович (RU),
Иванов Алексей Владимирович (RU),
Ряжских Виктор Иванович (RU),
Черниченко Владимир Викторович (RU),
Грищенко Борис Александрович (RU),
Батаронов Игорь Леонидович (RU),
Хорват Алексей Владимирович (RU),
Викулин Андрей Сергеевич (RU)**

(54) **КРИОГЕННЫЙ НАСОС**

Формула изобретения

Криогенный насос для перекачивания криогенных жидкостей, содержащий корпус, в котором установлены поршень со штоком, впускной и выпускной клапаны, расположенные на торце корпуса, входной фильтр, полость которого открывается в полость корпуса через удлинитель и впускной клапан, выпускной трубопровод с V-образным участком, при этом полость упомянутого трубопровода открывается в полость корпуса через выпускной клапан, отличающийся тем, что корпус насоса вместе с входным трубопроводом и частью выпускного трубопровода до V-образного участка размещен в цилиндрическом кожухе, причем упомянутый кожух выполнен с возможностью установки в резервуаре с криогенной жидкостью, а его внутренняя полость соединена через запорный вентиль с окружающей средой, при этом входной фильтр и V-образный участок выпускного трубопровода расположены на погружаемом в криогенную жидкость торце упомянутого кожуха.

Делопроизводство

Исходящая корреспонденция		Входящая корреспонденция	
Уведомление о зачете пошлины	12.04.2022	Платежный документ	07.04.2022
Уведомление об удовлетворении ходатайства	12.04.2022	Ходатайство об освобождении от уплаты	07.04.2022