

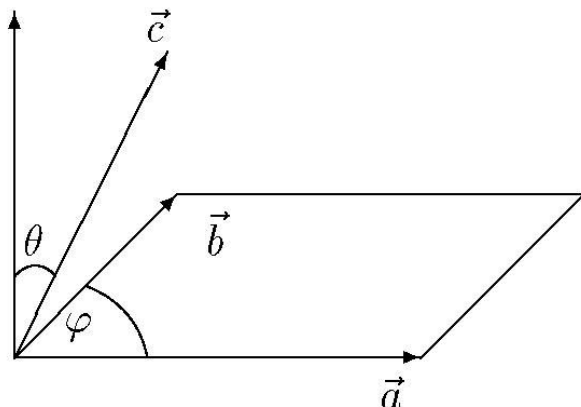
ФГБОУ ВО "Воронежский государственный
технический университет"

Кафедра высшей математики и
физико-математического моделирования

**ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ
К РАЗДЕЛУ «ЭЛЕМЕНТЫ ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ»**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для индивидуальной самостоятельной работы по разделу
«Элементы векторной алгебры»
курса «Математика» для студентов для студентов
направления 11.03.01 «Радиотехника»



Воронеж 2021

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ К РАЗДЕЛУ «ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА»

Задача 1. Найти координаты, модуль и направляющие косинусы вектора \overline{AB} . Записать разложение вектора \overline{AB} по осям декартовой системы координат.

1.1. $A(1, 3, 6), B(2, 2, 1)$.

1.2. $A(-4, 2, 6), B(2, -3, 0)$.

1.3. $A(7, 2, 4), B(7, -1, -2)$.

1.4. $A(2, 1, 4), B(-1, 5, -2)$.

1.5. $A(-1, -5, 2), B(-6, 0, -3)$.

1.6. $A(0, -1, -1), B(-2, 3, 5)$.

1.7. $A(5, 2, 0), B(2, 5, 0)$.

1.8. $A(2, -1, -2), B(1, 2, 1)$.

1.9. $A(-2, 0, -4), B(-1, 7, 1)$.

1.10. $A(14, 4, 5), B(-5, -3, 2)$.

1.11. $A(1, 2, 0), B(3, 0, -3)$.

1.12. $A(2, -1, 2), B(1, 2, -1)$.

1.13. $A(1, 1, 2), B(-1, 1, 3)$.

1.14. $A(2, 3, 1), B(4, 1, -2)$.

1.15. $A(1, 1, -1), B(2, 3, 1)$.

1.16. $A(1, 5, -7), B(-3, 6, 3)$.

- 1.17. $A(-3, 4, -7)$, $B(1, 5, -4)$.
1.18. $A(-1, 2, -3)$, $B(4, -1, 0)$.
1.19. $A(4, -1, 3)$, $B(-2, 1, 0)$.
1.20. $A(1, -1, 1)$, $B(-2, 0, 3)$.
1.21. $A(1, 2, 0)$, $B(1, -1, 2)$.
1.22. $A(1, 0, 2)$, $B(1, 2, -1)$.
1.23. $A(1, 2, -3)$, $B(1, 0, 1)$.
1.24. $A(3, 10, -1)$, $B(-2, 3, -5)$.
1.25. $A(-1, 2, 4)$, $B(-1, -2, -4)$.
1.26. $A(0, -3, 1)$, $B(-4, 1, 2)$.
1.27. $A(1, 3, 0)$, $B(4, -1, 2)$.
1.28. $A(-2, -1, -1)$, $B(0, 3, 2)$.
1.29. $A(-3, -5, 6)$, $B(2, 1, -4)$.
1.30. $A(2, -4, -3)$, $B(5, -6, 0)$.

Задача 2. Доказать, что векторы \mathbf{p} , \mathbf{q} , \mathbf{r} образуют базис и найти координаты вектора \mathbf{x} в этом базисе.

2.1.
$$\mathbf{x} = \{-2, 4, 7\},$$
$$\mathbf{p} = \{0, 1, 2\}, \quad \mathbf{q} = \{1, 0, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 2, 4\}.$$

$$2.2. \quad \mathbf{x} = \{6, 12, -1\},$$
$$\mathbf{p} = \{1, 3, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{2, -1, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{0, -1, 2\}.$$

$$2.3. \quad \mathbf{x} = \{1, -4, 4\},$$
$$\mathbf{p} = \{2, 1, -1\}, \quad \mathbf{q} = \{0, 3, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{1, -1, 1\}.$$

$$2.4. \quad \mathbf{x} = \{-9, 5, 5\},$$
$$\mathbf{p} = \{4, 1, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{2, 0, -3\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 2, 1\}.$$

$$2.5. \quad \mathbf{x} = \{-5, -5, 5\},$$
$$\mathbf{p} = \{-2, 0, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{1, 3, -1\}, \quad \mathbf{r} = \{0, 4, 1\}.$$

$$2.6. \quad \mathbf{x} = \{13, 2, 7\},$$
$$\mathbf{p} = \{5, 1, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{2, -1, 3\}, \quad \mathbf{r} = \{1, 0, -1\}.$$

$$2.7. \quad \mathbf{x} = \{-19, -1, 7\},$$
$$\mathbf{p} = \{0, 1, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{-2, 0, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{3, 1, 0\}.$$

$$2.8. \quad \mathbf{x} = \{3, -3, 4\},$$
$$\mathbf{p} = \{1, 0, 2\}, \quad \mathbf{q} = \{0, 1, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{2, -1, 4\}.$$

$$2.9. \quad \mathbf{x} = \{3, 3, -1\},$$
$$\mathbf{p} = \{3, 1, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{-1, 2, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 0, 2\}.$$

$$\begin{aligned} 2.10. \quad & \mathbf{x} = \{-1, 7, -4\}, \\ & \mathbf{p} = \{-1, 2, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{2, 0, 3\}, \quad \mathbf{r} = \{1, 1, -1\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.11. \quad & \mathbf{x} = \{6, 5, -14\}, \\ & \mathbf{p} = \{1, 1, 4\}, \quad \mathbf{q} = \{0, -3, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{2, 1, -1\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.12. \quad & \mathbf{x} = \{6, -1, 7\}, \\ & \mathbf{p} = \{1, -2, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{-1, 1, 3\}, \quad \mathbf{r} = \{1, 0, 4\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.13. \quad & \mathbf{x} = \{5, 15, 0\}, \\ & \mathbf{p} = \{1, 0, 5\}, \quad \mathbf{q} = \{-1, 3, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{0, -1, 1\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.14. \quad & \mathbf{x} = \{2, -1, 11\}, \\ & \mathbf{p} = \{1, 1, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{0, 1, -2\}, \quad \mathbf{r} = \{1, 0, 3\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.15. \quad & \mathbf{x} = \{11, 5, -3\}, \\ & \mathbf{p} = \{1, 0, 2\}, \quad \mathbf{q} = \{-1, 0, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{2, 5, -3\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.16. \quad & \mathbf{x} = \{8, 0, 5\}, \\ & \mathbf{p} = \{2, 0, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{1, 1, 0\}, \quad \mathbf{r} = \{4, 1, 2\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.17. \quad & \mathbf{x} = \{3, 1, 8\}, \\ & \mathbf{p} = \{0, 1, 3\}, \quad \mathbf{q} = \{1, 2, -1\}, \quad \mathbf{r} = \{2, 0, -1\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{x} = \{8, 1, 12\}, \\ 2.18. & \quad \mathbf{p} = \{1, 2, -1\}, \quad \mathbf{q} = \{3, 0, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 1, 1\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{x} = \{-9, -8, -3\}, \\ 2.19. & \quad \mathbf{p} = \{1, 4, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{-3, 2, 0\}, \quad \mathbf{r} = \{1, -1, 2\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{x} = \{-5, 9, -13\}, \\ 2.20. & \quad \mathbf{p} = \{0, 1, -2\}, \quad \mathbf{q} = \{3, -1, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{4, 1, 0\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{x} = \{-15, 5, 6\}, \\ 2.21. & \quad \mathbf{p} = \{0, 5, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{3, 2, -1\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 1, 0\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{x} = \{8, 9, 4\}, \\ 2.22. & \quad \mathbf{p} = \{1, 0, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{0, -2, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{1, 3, 0\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{x} = \{23, -14, -30\}, \\ 2.23. & \quad \mathbf{p} = \{2, 1, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{1, -1, 0\}, \quad \mathbf{r} = \{-3, 2, 5\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{x} = \{3, 1, 3\}, \\ 2.24. & \quad \mathbf{p} = \{2, 1, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{1, 0, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{4, 2, 1\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{x} = \{-1, 7, 0\}, \\ 2.25. & \quad \mathbf{p} = \{0, 3, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{1, -1, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{2, -1, 0\}. \end{aligned}$$

$$2.26. \quad \mathbf{x} = \{11, -1, 4\}, \\ \mathbf{p} = \{1, -1, 2\}, \quad \mathbf{q} = \{3, 2, 0\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 1, 1\}.$$

$$2.27. \quad \mathbf{x} = \{-13, 2, 18\}, \\ \mathbf{p} = \{1, 1, 4\}, \quad \mathbf{q} = \{-3, 0, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{1, 2, -1\}.$$

$$2.28. \quad \mathbf{x} = \{0, -8, 9\}, \\ \mathbf{p} = \{0, -2, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{3, 1, -1\}, \quad \mathbf{r} = \{4, 0, 1\}.$$

$$2.29. \quad \mathbf{x} = \{8, -7, -13\}, \\ \mathbf{p} = \{0, 1, 5\}, \quad \mathbf{q} = \{3, -1, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 0, 1\}.$$

$$2.30. \quad \mathbf{x} = \{2, 7, 5\}, \\ \mathbf{p} = \{1, 0, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{1, -2, 0\}, \quad \mathbf{r} = \{0, 3, 1\}.$$

Задача 3. Вычислить скалярное и векторное произведение векторов \mathbf{c} и \mathbf{d} .

$$3.1 \\ \mathbf{a} = \{1, -2, 3\}, \quad \mathbf{b} = \{3, 0, -1\}, \quad \mathbf{c} = 3\mathbf{a} + 4\mathbf{b}, \quad \mathbf{d} = 3\mathbf{b} - \mathbf{a}.$$

$$3.2. \\ \mathbf{a} = \{1, 0, 1\}, \quad \mathbf{b} = \{-2, 3, 5\}, \quad \mathbf{c} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}, \quad \mathbf{d} = 3\mathbf{a} - \mathbf{b}.$$

$$3.3. \\ \mathbf{a} = \{-2, 4, 1\}, \quad \mathbf{b} = \{1, -2, 7\}, \quad \mathbf{c} = 2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}, \quad \mathbf{d} = 2\mathbf{a} - 4\mathbf{b}.$$

3.4.

$$\mathbf{a} = \{1, 2, -3\}, \mathbf{b} = \{2, -1, -1\}, \mathbf{c} = 4\mathbf{a} + 5\mathbf{b}, \mathbf{d} = 9\mathbf{a} - \mathbf{b}.$$

3.5.

$$\mathbf{a} = \{3, 5, 4\}, \mathbf{b} = \{5, 9, 7\}, \mathbf{c} = -2\mathbf{a} + 4\mathbf{b}, \mathbf{d} = \mathbf{a} - 2\mathbf{b}.$$

3.6.

$$\mathbf{a} = \{1, 4, -2\}, \mathbf{b} = \{1, 1, -1\}, \mathbf{c} = \mathbf{a} + 4\mathbf{b}, \mathbf{d} = \mathbf{a} + 2\mathbf{b}.$$

3.7.

$$\mathbf{a} = \{1, -2, 5\}, \mathbf{b} = \{3, -1, 0\}, \mathbf{c} = 4\mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{d} = 5\mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$$

3.8.

$$\mathbf{a} = \{3, 4, -1\}, \mathbf{b} = \{2, -1, 3\}, \mathbf{c} = 6\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{d} = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$$

3.9.

$$\mathbf{a} = \{-2, 3, -2\}, \mathbf{b} = \{1, 1, 5\}, \mathbf{c} = 3\mathbf{a} + 9\mathbf{b}, \mathbf{d} = -\mathbf{a} - 3\mathbf{b}.$$

3.10.

$$\mathbf{a} = \{-1, 4, 2\}, \mathbf{b} = \{2, -2, 6\}, \mathbf{c} = 2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{d} = 3\mathbf{b} - \mathbf{a}.$$

3.11.

$$\mathbf{a} = \{5, 0, -1\}, \mathbf{b} = \{7, 3, 3\}, \mathbf{c} = 2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{d} = \mathbf{b} - 6\mathbf{a}.$$

3.12.

$$\mathbf{a} = \{1, 3, -2\}, \mathbf{b} = \{1, -2, 1\}, \mathbf{c} = 5\mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{d} = 3\mathbf{a} + 5\mathbf{b}.$$

3.13.

$$\mathbf{a} = \{-2, 7, 1\}, \mathbf{b} = \{-3, 5, 2\}, \mathbf{c} = 2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}, \mathbf{d} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}.$$

3.14.

$$\mathbf{a} = \{3, 7, 0\}, \mathbf{b} = \{1, -3, 4\}, \mathbf{c} = 4\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, \mathbf{d} = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$$

3.15.

$$\mathbf{a} = \{-1, 2, 1\}, \mathbf{b} = \{2, -7, 2\}, \mathbf{c} = 6\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, \mathbf{d} = \mathbf{b} - 3\mathbf{a}.$$

3.16.

$$\mathbf{a} = \{7, 5, -2\}, \mathbf{b} = \{5, 4, 3\}, \mathbf{c} = 4\mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{d} = 4\mathbf{b} - \mathbf{a}.$$

3.17.

$$\mathbf{a} = \{5, 1, -2\}, \mathbf{b} = \{6, 4, 3\}, \mathbf{c} = 5\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{d} = 6\mathbf{b} - \mathbf{a}.$$

3.18.

$$\mathbf{a} = \{2, 3, -1\}, \mathbf{b} = \{4, 1, 3\}, \mathbf{c} = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{d} = \mathbf{b} - 4\mathbf{a}.$$

3.19.

$$\mathbf{a} = \{3, -1, 6\}, \mathbf{b} = \{5, 7, 1\}, \mathbf{c} = 4\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, \mathbf{d} = 3\mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$$

3.20.

$$\mathbf{a} = \{1, -2, 4\}, \mathbf{b} = \{7, 3, 1\}, \mathbf{c} = 6\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{d} = 3\mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$$

3.21.

$$\mathbf{a} = \{3, 7, 0\}, \mathbf{b} = \{4, 6, 1\}, \mathbf{c} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}, \mathbf{d} = 5\mathbf{a} - \mathbf{b}.$$

3.22.

$$\mathbf{a} = \{2, -1, 4\}, \mathbf{b} = \{3, 7, -6\}, \mathbf{c} = \mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{d} = 3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}.$$

3.23.

$$\mathbf{a} = \{5, -1, 2\}, \mathbf{b} = \{6, 0, 7\}, \mathbf{c} = 3\mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{d} = 4\mathbf{b} - 6\mathbf{a}.$$

3.24.

$$\mathbf{a} = \{-3, 5, 3\}, \mathbf{b} = \{7, 1, -2\}, \mathbf{c} = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{d} = 2\mathbf{a} + 5\mathbf{b}.$$

3.25.

$$\mathbf{a} = \{4, 1, 9\}, \mathbf{b} = \{0, -1, 3\}, \mathbf{c} = 4\mathbf{b} - 3\mathbf{a}, \mathbf{d} = \mathbf{a} - 3\mathbf{b}.$$

3.26.

$$\mathbf{a} = \{2, -1, 6\}, \mathbf{b} = \{1, 3, 8\}, \mathbf{c} = 5\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{d} = 2\mathbf{a} - 5\mathbf{b}.$$

3.27.

$$\mathbf{a} = \{5, 1, 8\}, \mathbf{b} = \{-3, 1, 7\}, \mathbf{c} = \mathbf{a} - 4\mathbf{b}, \mathbf{d} = 12\mathbf{b} - 9\mathbf{a}.$$

3.28.

$$\mathbf{a} = \{1, 3, 4\}, \mathbf{b} = \{2, -1, 0\}, \mathbf{c} = 6\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{d} = \mathbf{b} - 3\mathbf{a}.$$

3.29.

$$\mathbf{a} = \{4, 2, -7\}, \mathbf{b} = \{5, 1, -3\}, \mathbf{c} = \mathbf{a} + 3\mathbf{b}, \mathbf{d} = 6\mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$$

3.30.

$$\mathbf{a} = \{2, 3, -5\}, \mathbf{b} = \{1, -3, 4\}, \mathbf{c} = \mathbf{a} - 5\mathbf{b}, \mathbf{d} = 5\mathbf{a} - 2\mathbf{b}.$$

Задача 4. Даны три точки – A, B и C . Найти:

1) $\text{пр}_{\overline{BC}} \vec{AB}$,

2) площадь треугольника ABC и косинус угла между векторами \vec{AB} и \vec{AC} .

- 4.1. $A(1, -2, 3)$, $B(0, -1, 2)$, $C(3, -4, 5)$.
- 4.2. $A(0, -3, 6)$, $B(-12, -3, -3)$, $C(-9, -3, -6)$.
- 4.3. $A(3, 3, -1)$, $B(5, 5, -2)$, $C(4, 1, 1)$.
- 4.4. $A(-1, 2, -3)$, $B(3, 4, -6)$, $C(1, 1, -1)$.
- 4.5. $A(-4, -2, 0)$, $B(-1, -2, 4)$, $C(3, -2, 1)$.
- 4.6. $A(5, 3, -1)$, $B(5, 2, 0)$, $C(6, 4, -1)$.
- 4.7. $A(-3, -7, -5)$, $B(0, -1, -2)$, $C(2, 3, 0)$.
- 4.8. $A(2, -4, 6)$, $B(0, -2, 4)$, $C(6, -8, 10)$.
- 4.9. $A(0, 1, -2)$, $B(3, 1, 2)$, $C(4, 1, 1)$.
- 4.10. $A(3, 3, -1)$, $B(1, 5, -2)$, $C(4, 1, 1)$.
- 4.11. $A(2, 1, -1)$, $B(6, -1, -4)$, $C(4, 2, 1)$.
- 4.12. $A(-1, -2, 1)$, $B(-4, -2, 5)$, $C(-8, -2, 2)$.
- 4.13. $A(6, 2, -3)$, $B(6, 3, -2)$, $C(7, 3, -3)$.
- 4.14. $A(0, 0, 4)$, $B(-3, -6, 1)$, $C(-5, -10, -1)$.
- 4.15. $A(2, -8, -1)$, $B(4, -6, 0)$, $C(-2, -5, -1)$.
- 4.16. $A(3, -6, 9)$, $B(0, -3, 6)$, $C(9, -12, 15)$.
- 4.17. $A(0, 2, -4)$, $B(8, 2, 2)$, $C(6, 2, 4)$.
- 4.18. $A(3, 3, -1)$, $B(5, 1, -2)$, $C(4, 1, 1)$.
- 4.19. $A(-4, 3, 0)$, $B(0, 1, 3)$, $C(-2, 4, -2)$.
- 4.20. $A(1, -1, 0)$, $B(-2, -1, 4)$, $C(8, -1, -1)$.

- 4.21. $A(7, 0, 2)$, $B(7, 1, 3)$, $C(8, -1, 2)$.
- 4.22. $A(2, 3, 2)$, $B(-1, -3, -1)$, $C(-3, -7, -3)$.
- 4.23. $A(2, 2, 7)$, $B(0, 0, 6)$, $C(-2, 5, 7)$.
- 4.24. $A(-1, 2, -3)$, $B(0, 1, -2)$, $C(-3, 4, -5)$.
- 4.25. $A(0, 3, -6)$, $B(9, 3, 6)$, $C(12, 3, 3)$.
- 4.26. $A(3, 3, -1)$, $B(5, 1, -2)$, $C(4, 1, -3)$.
- 4.27. $A(-2, 1, 1)$, $B(2, 3, -2)$, $C(0, 0, 3)$.
- 4.28. $A(1, 4, -1)$, $B(-2, 4, -5)$, $C(8, 4, 0)$.
- 4.29. $A(0, 1, 0)$, $B(0, 2, 1)$, $C(1, 2, 0)$.
- 4.30. $A(-4, 0, 4)$, $B(-1, 6, 7)$, $C(1, 10, 9)$.

Задача 5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах \mathbf{a} и \mathbf{b} .

5.1. $\mathbf{a} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{p} - \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 1$, $|\mathbf{q}| = 2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/6$.

5.2. $\mathbf{a} = 3\mathbf{p} + \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 4$, $|\mathbf{q}| = 1$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4$.

5.3. $\mathbf{a} = \mathbf{p} - 3\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 1/5$, $|\mathbf{q}| = 1$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/2$.

5.4. $\mathbf{a} = 3\mathbf{p} - 2\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 5\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 4$, $|\mathbf{q}| = 1/2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/6$.

5.5. $\mathbf{a} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{p} + \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 2$, $|\mathbf{q}| = 3$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = 3\pi/4$.

$$5.6. \mathbf{a} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}; \quad |\mathbf{p}| = 2, \quad |\mathbf{q}| = 3, \quad (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3.$$

$$5.7. \mathbf{a} = 2\mathbf{p} - \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}; \quad |\mathbf{p}| = 3, \quad |\mathbf{q}| = 2, \quad (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/2.$$

$$5.8. \mathbf{a} = 4\mathbf{p} + \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} - \mathbf{q}; \quad |\mathbf{p}| = 7, \quad |\mathbf{q}| = 2, \quad (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4.$$

$$5.9. \mathbf{a} = \mathbf{p} - 4\mathbf{q}, \mathbf{b} = 3\mathbf{p} + \mathbf{q}; \quad |\mathbf{p}| = 1, \quad |\mathbf{q}| = 2, \quad (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/6.$$

$$5.10. \mathbf{a} = \mathbf{p} + 4\mathbf{q}, \mathbf{b} = 2\mathbf{p} - \mathbf{q}; \quad |\mathbf{p}| = 7, \quad |\mathbf{q}| = 2, \quad (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3.$$

$$5.11. \mathbf{a} = 3\mathbf{p} + 2\mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} - \mathbf{q}; \quad |\mathbf{p}| = 10, \quad |\mathbf{q}| = 1, \quad (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/2.$$

$$5.12. \mathbf{a} = 4\mathbf{p} - \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}; \quad |\mathbf{p}| = 5, \quad |\mathbf{q}| = 4, \quad (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4.$$

$$5.13. \mathbf{a} = 2\mathbf{p} + 3\mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}; \quad |\mathbf{p}| = 6, \quad |\mathbf{q}| = 7, \quad (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3.$$

$$5.14. \mathbf{a} = 3\mathbf{p} - \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}; \quad |\mathbf{p}| = 3, \quad |\mathbf{q}| = 4, \quad (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3.$$

$$5.15. \mathbf{a} = 2\mathbf{p} + 3\mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}; \quad |\mathbf{p}| = 2, \quad |\mathbf{q}| = 3, \quad (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4.$$

$$5.16. \mathbf{a} = 2\mathbf{p} - 3\mathbf{q}, \mathbf{b} = 3\mathbf{p} + \mathbf{q}; \quad |\mathbf{p}| = 4, \quad |\mathbf{q}| = 1, \quad (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/6.$$

$$5.17. \mathbf{a} = 5\mathbf{p} + \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} - 3\mathbf{q}; \quad |\mathbf{p}| = 1, \quad |\mathbf{q}| = 2, \quad (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3.$$

$$5.18. \mathbf{a} = 7\mathbf{p} - 2\mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}; \quad |\mathbf{p}| = 1/2, \quad |\mathbf{q}| = 2, \quad (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/2.$$

$$5.19. \mathbf{a} = 6\mathbf{p} - \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} + \mathbf{q}; \quad |\mathbf{p}| = 3, \quad |\mathbf{q}| = 4, \quad (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4.$$

$$5.20. \mathbf{a} = 10\mathbf{p} + \mathbf{q}, \mathbf{b} = 3\mathbf{p} - 2\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 4, |\mathbf{q}| = 1, (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/6.$$

$$5.21. \mathbf{a} = 6\mathbf{p} - \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 8, |\mathbf{q}| = 1/2, (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3.$$

$$5.22. \mathbf{a} = 3\mathbf{p} + 4\mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{q} - \mathbf{p}; |\mathbf{p}| = 2,5, |\mathbf{q}| = 2, (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/2.$$

$$5.23. \mathbf{a} = 7\mathbf{p} + \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} - 3\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 3, |\mathbf{q}| = 1, (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = 3\pi/4.$$

$$5.24. \mathbf{a} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}, \mathbf{b} = 3\mathbf{p} - \mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 3, |\mathbf{q}| = 5, (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = 2\pi/3.$$

$$5.25. \mathbf{a} = 3\mathbf{p} + \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} - 3\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 7, |\mathbf{q}| = 2, (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4.$$

$$5.26. \mathbf{a} = 5\mathbf{p} - \mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} + \mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 5, |\mathbf{q}| = 3, (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = 5\pi/6.$$

$$5.27. \mathbf{a} = 3\mathbf{p} - 4\mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 2, |\mathbf{q}| = 3, (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4.$$

$$5.28. \mathbf{a} = 6\mathbf{p} - \mathbf{q}, \mathbf{b} = 5\mathbf{q} + \mathbf{p}; |\mathbf{p}| = 1/2, |\mathbf{q}| = 4, (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/6.$$

$$5.29. \mathbf{a} = 2\mathbf{p} + 3\mathbf{q}, \mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 2, |\mathbf{q}| = 1, (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3.$$

$$5.30. \mathbf{a} = 2\mathbf{p} - 3\mathbf{q}, \mathbf{b} = 5\mathbf{p} + \mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 2, |\mathbf{q}| = 3, (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/2.$$

Задача 6. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 и его высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

6.1. $A_1(1, 3, 6), A_2(2, 2, 1), A_3(-1, 0, 1),$
 $A_4(-4, 6, -3).$

6.2. $A_1(-4, 2, 6), A_2(2, -3, 0), A_3(-10, 5, 8),$
 $A_4(-5, 2, -4).$

6.3. $A_1(7, 2, 4), A_2(7, -1, -2), A_3(3, 3, 1),$
 $A_4(-4, 2, 1).$

6.4. $A_1(2, 1, 4), A_2(-1, 5, -2), A_3(-7, -3, 2),$
 $A_4(-6, -3, 6).$

6.5. $A_1(-1, -5, 2), A_2(-6, 0, -3), A_3(3, 6, -3),$
 $A_4(-10, 6, 7).$

6.6. $A_1(0, -1, -1), A_2(-2, 3, 5), A_3(1, -5, -9),$
 $A_4(-1, -6, 3).$

6.7. $A_1(5, 2, 0), A_2(2, 5, 0), A_3(1, 2, 4),$
 $A_4(-1, 1, 1).$

6.8. $A_1(2, -1, -2), A_2(1, 2, 1), A_3(5, 0, -6),$
 $A_4(-10, 9, -7).$

6.9. $A_1(-2, 0, -4), A_2(-1, 7, 1), A_3(4, -8, -4),$
 $A_4(1, -4, 6).$

6.10. $A_1(14, 4, 5), A_2(-5, -3, 2), A_3(-2, -6, -3),$
 $A_4(-2, 2, -1).$

6.11. $A_1(1, 2, 0), A_2(3, 0, -3), A_3(5, 2, 6),$
 $A_4(8, 4, -9).$

6.12. $A_1(2, -1, 2), A_2(1, 2, -1), A_3(3, 2, 1),$
 $A_4(-4, 2, 5).$

6.13. $A_1(1, 1, 2), A_2(-1, 1, 3), A_3(2, -2, 4),$
 $A_4(-1, 0, -2).$

6.14. $A_1(2, 3, 1), A_2(4, 1, -2), A_3(6, 3, 7),$
 $A_4(7, 5, -3).$

6.15. $A_1(1, 1, -1), A_2(2, 3, 1), A_3(3, 2, 1),$
 $A_4(5, 9, -8).$

6.16. $A_1(1, 5, -7), A_2(-3, 6, 3), A_3(-2, 7, 3),$
 $A_4(-4, 8, -12).$

6.17. $A_1(-3, 4, -7), A_2(1, 5, -4), A_3(-5, -2, 0),$
 $A_4(2, 5, 4).$

6.18. $A_1(-1, 2, -3), A_2(4, -1, 0), A_3(2, 1, -2),$
 $A_4(3, 4, 5).$

6.19. $A_1(4, -1, 3), A_2(-2, 1, 0), A_3(0, -5, 1),$
 $A_4(3, 2, -6).$

6.20. $A_1(1, -1, 1), A_2(-2, 0, 3), A_3(2, 1, -1),$
 $A_4(2, -2, -4).$

6.21. $A_1(1, 2, 0), A_2(1, -1, 2), A_3(0, 1, -1),$
 $A_4(-3, 0, 1).$

6.22. $A_1(1, 0, 2), A_2(1, 2, -1), A_3(2, -2, 1),$
 $A_4(2, 1, 0).$

6.23. $A_1(1, 2, -3), A_2(1, 0, 1), A_3(-2, -1, 6),$
 $A_4(0, -5, -4).$

$$6.24. \quad A_1(3, 10, -1), A_2(-2, 3, -5), A_3(-6, 0, -3), \\ A_4(1, -1, 2).$$

$$6.25. \quad A_1(-1, 2, 4), A_2(-1, -2, -4), A_3(3, 0, -1), \\ A_4(7, -3, 1).$$

$$6.26. \quad A_1(0, -3, 1), A_2(-4, 1, 2), A_3(2, -1, 5), \\ A_4(3, 1, -4).$$

$$6.27. \quad A_1(1, 3, 0), A_2(4, -1, 2), A_3(3, 0, 1), \\ A_4(-4, 3, 5).$$

$$6.28. \quad A_1(-2, -1, -1), A_2(0, 3, 2), A_3(3, 1, -4), \\ A_4(-4, 7, 3).$$

$$6.29. \quad A_1(-3, -5, 6), A_2(2, 1, -4), A_3(0, -3, -1), \\ A_4(-5, 2, -8).$$

$$6.30. \quad A_1(2, -4, -3), A_2(5, -6, 0), A_3(-1, 3, -3), \\ A_4(-10, -8, 7).$$

Задача 7. Установить, лежат ли точки M_1 , M_2 , M_3 в одной плоскости.

7.1. $M_1(-3, 4, -7)$, $M_2(1, 5, -4)$, $M_3(-5, -2, 0)$.

7.2. $M_1(-1, 2, -3)$, $M_2(4, -1, 0)$, $M_3(1, -6, -5)$.

7.3. $M_1(-3, -1, 1)$, $M_2(-9, 1, -2)$, $M_3(3, -5, 4)$.

7.4. $M_1(1, -1, 1)$, $M_2(-2, 0, 3)$, $M_3(2, 1, -1)$.

7.5. $M_1(1, 2, 0)$, $M_2(1, -1, 2)$, $M_3(2, -1, 4)$.

7.6. $M_1(1, 0, 2)$, $M_2(1, 2, -1)$, $M_3(2, -2, 1)$.

7.7. $M_1(1, 2, -3)$, $M_2(1, 0, 1)$, $M_3(-2, -1, 6)$.

7.8. $M_1(3, 10, -1)$, $M_2(-2, 3, -5)$, $M_3(-6, 0, -3)$.

7.9. $M_1(-1, 2, 4)$, $M_2(-1, -2, -4)$, $M_3(-2, 3, 5)$.

7.10. $M_1(0, -3, 1)$, $M_2(-4, 1, 2)$, $M_3(2, -1, 5)$.

7.11. $M_1(1, 3, 0)$, $M_2(4, -1, 2)$, $M_3(4, 3, 0)$.

7.12. $M_1(-2, -1, -1)$, $M_2(0, 3, 2)$, $M_3(3, 1, -4)$.

7.13. $M_1(-3, -5, 6)$, $M_2(2, 1, -4)$, $M_3(0, -3, -1)$.

7.14. $M_1(2, -4, -3)$, $M_2(5, -6, 0)$, $M_3(-1, 3, -3)$.

- 7.15. $M_1(1, -1, 2)$, $M_2(2, 1, 2)$, $M_3(-3, 2, 7)$.
- 7.16. $M_1(1, 3, 6)$, $M_2(2, 2, 1)$, $M_3(-1, 0, 1)$.
- 7.17. $M_1(-4, 2, 6)$, $M_2(2, -3, 0)$, $M_3(-10, 5, 8)$.
- 7.18. $M_1(7, 2, 4)$, $M_2(7, -1, -2)$, $M_3(-5, -2, -1)$.
- 7.19. $M_1(2, 1, 4)$, $M_2(3, 5, -2)$, $M_3(-3, 1, 8)$.
- 7.20. $M_1(-1, -5, 2)$, $M_2(-6, 0, -3)$, $M_3(3, 6, -3)$.
- 7.21. $M_1(0, -1, -1)$, $M_2(-2, 3, 5)$, $M_3(1, -5, -9)$.
- 7.22. $M_1(5, 2, 0)$, $M_2(2, 5, 0)$, $M_3(1, 2, 4)$.
- 7.23. $M_1(2, -1, -2)$, $M_2(1, 2, 1)$, $M_3(5, 0, -6)$.
- 7.24. $M_1(-2, 0, -4)$, $M_2(-1, 7, 1)$, $M_3(4, -8, -4)$.
- 7.25. $M_1(14, 4, 5)$, $M_2(-5, -3, 2)$, $M_3(-2, -6, -3)$.
- 7.26. $M_1(1, 2, 0)$, $M_2(3, 0, -3)$, $M_3(5, 2, 6)$.
- 7.27. $M_1(2, -1, 2)$, $M_2(1, 2, -1)$, $M_3(3, 2, 1)$.
- 7.28. $M_1(1, 1, 2)$, $M_2(-1, 1, 3)$, $M_3(2, -2, 4)$.
- 7.29. $M_1(2, 3, 1)$, $M_2(4, 1, -2)$, $M_3(-5, -4, 8)$.
- 7.30. $M_1(1, 1, -1)$, $M_2(2, 3, 1)$, $M_3(3, 2, 1)$.

Задача 8. Решить задачу.

8.1. Даны два вектора: $\vec{a} = \{3, -1, 5\}$ и $\vec{b} = \{1, 2, -3\}$. Найти вектор \vec{x} , если $\vec{x} \perp Oz$, $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \cdot \vec{b} = 4$.

8.2. Даны векторы $\vec{a} = \{3, 2, 1\}$, $\vec{b} = \{2, -3, 0\}$. Найти вектор \vec{x} , если $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $|\vec{x}| = \sqrt{14}$.

8.3. Даны векторы $\vec{m} = \{0, 2, 1\}$, $\vec{n} = \{1, 0, 2\}$, $\vec{p} = \{1, 1, 1\}$. Найти вектор \vec{x} , если $\vec{x} \perp \vec{m}$, $\vec{x} \perp \vec{n}$, $\vec{x} \cdot \vec{p} = 3$.

8.4. Вектор \vec{x} , перпендикулярный к векторам $\vec{a} = \{3, 2, 2\}$ и $\vec{b} = \{18, -22, 5\}$, образует с осью Oy тупой угол. Найти его координаты, зная, что $|\vec{x}| = 14$.

8.5. Найти вектор \vec{x} , зная, что он перпендикулярен к векторам $\vec{a} = \{2, -3, 1\}$ и $\vec{b} = \{1, -2, 3\}$ и удовлетворяет условию $\vec{x} \cdot \{1, 2, -7\} = 10$.

8.6. Вектор \vec{p} , перпендикулярен к оси Oz и вектору $\vec{a} = \{8, 15, 3\}$, образует с осью Ox острый угол, $|\vec{p}| = 51$. Найти вектор \vec{p} .

8.7. Найти вектор \vec{m} , зная, что $\vec{m} \perp Oz$, $\vec{m} \perp \vec{a}$, $|\vec{m}| = |\vec{a}|$, где $\vec{a} = \{-5, 3, -4\}$.

8.8. Найти вектор \vec{x} , зная, что $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $|\vec{x}| = 6$, где $\vec{a} = \{2, -3, -1\}$, $\vec{b} = \{1, 6, -2\}$.

8.9. Найти вектор \vec{x} , зная, что $\vec{x} \perp O$, $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \cdot \vec{b} = 4$, где $\vec{a} = \{2, -1, 1\}$, $\vec{b} = \{1, 1, -1\}$.

8.10. Найти вектор \vec{m} , зная, что $|\vec{m}| = 52$, $\vec{m} \perp Ox$, $\vec{m} \perp \vec{a}$, где $\vec{a} = \{7, -12, 5\}$ и вектор \vec{m} образует острый угол с осью Oy .

8.11. Найти вектор \vec{x} , зная, что он перпендикулярен к векторам $\vec{a}=\{0, 2, 1\}$ и $\vec{b}=\{1, 0, 2\}$, образует с осью Oy тупой угол и $|\vec{x}|=4$.

8.12. Найти вектор \vec{x} , если известно, что $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $|\vec{x}|=|\vec{a}|$, $\vec{a}=\{2, -1, 1\}$, $\vec{b}=\{1, 1, -1\}$.

8.13. Найти вектор \vec{x} , зная, что он перпендикулярен векторам $\vec{a}=\{2, 3, 1\}$ и $\vec{b}=\{1, -2, 3\}$ и удовлетворяет условию $\vec{x} \cdot \{2, -1, 1\} = -6$.

8.14. Найти вектор \vec{x} , который перпендикулярен к векторам $\vec{a}=\{4, -2, -3\}$ и $\vec{b}=\{0, 1, 3\}$ и образует с осью Oy тупой угол, $|\vec{x}|=26$.

8.15. Найти вектор \vec{x} , зная, что он перпендикулярен векторам $\vec{a}=\{4, -6, 2\}$, $\vec{b}=\{1, -2, 3\}$ и удовлетворяет условию $\vec{x} \cdot (\vec{i} + 7\vec{j} + 21\vec{k}) = 42$.

8.16. Найти вектор \vec{x} , зная, что $\vec{x} \perp Ox$, $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \cdot \vec{b} = 2$, где $\vec{b}=\{6, 3, 1\}$, $\vec{a}=\{1, 1, 1\}$.

8.17. Найти вектор \vec{x} , зная, что $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $|\vec{x}|=4$, если $\vec{a}=\{2, -1, 1\}$, $\vec{b}=\{0, 3, 1\}$.

8.18. Найти вектор \vec{m} , зная, что он перпендикулярен к $\vec{a}=\{2, 3, -1\}$ и $\vec{b}=\{1, -2, 3\}$ и удовлетворяет условию $\vec{m} \cdot \{1, 1, 1\} = -18$.

8.19. Вектор \vec{x} перпендикулярный к оси Oz и вектору $\vec{a}=\{8, -15, 3\}$, образует острый угол с осью Ox . Найти \vec{x} , если $|\vec{x}|=51$.

8.20. Найти вектор \vec{x} , перпендикулярный к векторам $\vec{a}=\{2, 3, -1\}$ и $\vec{b}=\{1, -2, 3\}$ и удовлетворяющий условию $\vec{x} \cdot \vec{c}=12$, где $\vec{c}=\{2, -1, 1\}$.

8.21. Найти вектор \vec{c} , если известно, что $\vec{c} \perp \vec{a}$, $\vec{c} \perp \vec{b}$, $|\vec{c}|=1$, где $\vec{a}=\{5, 7, 1\}$, $\vec{b}=\{4, 2, -1\}$.

8.22. Найти вектор \vec{p} , зная, что $\vec{p} \perp Oу$, $\vec{p} \perp \vec{a}$, $\vec{p} \cdot \vec{b}=-3$, где $\vec{a}=\{2, 3, -1\}$, $\vec{b}=\{1, 1, 1\}$.

8.23. Даны два вектора $\vec{a}=\{2, -4, 3\}$ и $\vec{b}=\{-2, 3, 1\}$. Найти вектор \vec{x} , если $\vec{x} \perp Oz$, $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \cdot \vec{b}=6$.

8.24. Найти вектор \vec{x} , зная, что $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $|\vec{x}|=4$, где $\vec{a}=\{3, -2, 1\}$, $\vec{b}=\{4, 6, -1\}$.

8.25. Даны два вектора $\vec{a}=\{1, 3, -5\}$ и $\vec{b}=\{-2, 1, 2\}$. Найти вектор \vec{c} , зная, что он перпендикулярен векторам \vec{a} и \vec{b} и удовлетворяет условию $\vec{c} \cdot (3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 5\vec{e}_3)=12$.

8.26. Найти вектор \vec{p} , зная, что он перпендикулярен к $\vec{a}=\{2, -1, 3\}$ и $\vec{b}=\{3, -2, 1\}$, образует с осью Ox острый угол, $|\vec{p}|=16$.

8.27. Найти вектор \vec{x} , зная, что $\vec{x} \perp Oz$, $\vec{x} \perp \vec{a}$, $|\vec{x}|=|\vec{a}|$, где $\vec{a}=\{-3, 5, 4\}$.

8.28. Даны векторы $\vec{a}=\{0, 2, 1\}$, $\vec{b}=\{1, 0, 2\}$, $\vec{c}=\{1, 1, 1\}$. Найти вектор \vec{x} , если $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\vec{x} \cdot \vec{c}=3$.

8.29. Найти вектор \vec{p} , зная, что он перпендикулярен к векторам $\vec{m}=\{2, -1, 0\}$ и $\vec{n}=\{2, -2, 1\}$, образует с осью $Oу$ тупой угол и $|\vec{p}|=5$.

8.30. Найти вектор \vec{x} , зная, что $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\vec{x} \cdot \{1, 1, 1\} = -18$, где $\vec{a} = \{2, -3, 1\}$, $\vec{b} = \{-2, 1, 1\}$.

Задача 9. Решить задачу.

9.1. Даны вершины четырехугольника $A(1, -2, 2)$, $B(1, 4, 0)$, $C(-4, 1, 1)$, $D(-5, -5, 3)$. Доказать, что его диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны.

9.2. Проверить, что векторы $\vec{a} = \{7, 6, -6\}$ и $\vec{b} = \{6, 2, 9\}$ могут являться ребрами куба. Найти третье ребро.

9.2 Дан треугольник ABC с вершинами в точках $A(3, 5, 4)$, $B(5, 8, 3)$, $C(1, 9, 9)$. Найти длину высоты, опущенной из вершины C .

9.3 Точки $A(1, 2)$ и $C(3, 6)$ – противоположные вершины квадрата. Найти координаты двух других его вершин.

9.4. Зная векторы $\vec{AB} = \{1, 2, -1\}$ и $\vec{BC} = \{2, 0, -4\}$, совпадающие с двумя сторонами треугольника, найти угол при вершине A и площадь треугольника.

9.5. Доказать, что векторы \vec{OA} и \vec{OB} , где $O(0, 0, 0)$, $A(3, 6, -2)$, $B(6, -2, 3)$ могут являться ребрами куба. Найти конец C третьего ребра.

9.6. Даны вершины четырехугольника $A(1, 2, 3)$, $B(7, 3, 2)$, $C(-3, 0, 6)$ и $D(9, 2, 4)$. Доказать, что его диагонали взаимно перпендикулярны.

9.7. Даны вершины треугольника $A(4, 1, 0)$, $B(2, 2, 1)$ и $C(6, 3, 1)$. Найти длину высоты опущенной из вершины B .

9.8. Проверить, что векторы $\vec{a} = \{12, -3, -3\}$ и $\vec{b} = \{4, 5, 11\}$ могут быть ребрами куба. Найти третье ребро.

9.9. Зная векторы $\overrightarrow{AB} = \{2, -2, -3\}$ и $\overrightarrow{BC} = \{2, 2, 9\}$, совпадающие с двумя сторонами треугольника, найти угол при вершине C и площадь треугольника.

9.10. Даны три последовательные вершины параллелограмма: $A(-3, -2, 0)$, $B(3, -3, 1)$ и $C(5, 0, 2)$. Найти его четвертую вершину и угол между диагоналями.

9.11. Проверить, что точки $A(3, -1, 2)$, $B(1, 2, -1)$, $C(-1, 1, -3)$, $D(3, -5, 3)$ служат вершинами трапеции. Найти длины ее параллельных сторон.

9.12. Зная векторы $\overrightarrow{AB} = \{2, -2, 1\}$ и $\overrightarrow{BC} = \{-4, 1, -3\}$, совпадающие с двумя сторонами треугольника, найти угол при вершине A и высоту BD .

9.13. Доказать, что четырехугольник с вершинами $A(2, 1, -4)$, $B(1, 3, 5)$, $C(7, 2, 3)$, $D(8, 0, -6)$ есть параллелограмм. Найти длины его сторон.

9.14. Даны три последовательные вершины параллелограмма: $A(1, 1, 4)$, $B(2, 3, -1)$, $C(-2, -2, 0)$. Найти его четвертую вершину и угол между диагоналями.

9.15. Проверить, что векторы $\vec{a} = \{-4; 4; 2\}$, $\vec{b} = \{4; 2; 4\}$ могут быть взяты за ребра куба. Найти третье ребро.

9.16. Зная векторы $\overrightarrow{AB} = \{6; 2; -4\}$ и $\overrightarrow{BC} = \{-7; 2; -8\}$, совпадающие со сторонами треугольника, найти угол при вершине A и площадь треугольника.

9.17. Дан треугольник ABC с вершинам в точках $A(-1, -2, 4)$, $B(-4, -2, 0)$ и $C(3, -2, 1)$. Найти длину высоты, опущенной из вершины C .

9.18. Даны вершины четырехугольника $A(1, -2, 2)$, $B(1, 4, 0)$, $C(-4, 1, 1)$, $D(-5, -5, 3)$. Доказать, что его диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны.

9.19. Даны 3 последовательные вершины параллелограмма: $A(1, -2, 3)$, $B(3, 2, 1)$, $C(6, 4, 4)$. Найти его четвертую вершину и угол между диагоналями.

9.20. Зная векторы $\overline{AB} = \{-3; 0; -4\}$, $\overline{BC} = \{7; 0; 1\}$, совпадающие с двумя сторонами треугольника, найти угол при вершине A и высоту BD .

9.21. Доказать, что векторы $\bar{a} = \{6; 2; 9\}$, $\bar{b} = \{7; 6; -6\}$ могут быть взяты за ребра куба. Найти третье ребро.

9.22. Дан треугольник ABC с вершинами в точках $A(3, 2, -3)$, $B(5, 1, -1)$, $C(1, -2, 1)$. Найти внутренние углы этого треугольника.

9.23. Даны вершины четырехугольника $A(7, 3, 2)$, $B(-3, 0, 6)$, $C(9, 2, 4)$, $D(1, 2, 3)$. Доказать, что его диагонали взаимно перпендикулярны.

9.24. Проверить, что точки $A(3, -1, 2)$, $B(1, 2, -1)$, $C(-1, 1, -3)$, $D(3, -5, 3)$ служат вершинами трапеции. Найти длины ее параллельных сторон.

9.25. Векторы $\overline{AB} = \{1; 2; -1\}$ и $\overline{BC} = \{2; 0; -4\}$ совпадают с двумя сторонами треугольника. Найти высоту, опущенную из вершины C .

9.26. Доказать, что векторы $\overline{AB} = \{4; 5; 11\}$ и $\overline{BC} = \{12; -3; -3\}$ могут быть взяты за ребра куба. Найти третье ребро.

9.27. Даны вершины треугольника $A(4, 1, 0)$, $B(2, 2, 1)$ и $C(6, 3, 1)$. Найти длину высоты, опущенной из вершины A .

9.28. Даны три последовательные вершины параллелограмма $A(-3, -2, 0)$, $B(3, -3, 1)$, $C(5, 0, 2)$. Найти его четвертую вершину и угол между диагоналями.

9.29. Зная векторы $\overrightarrow{AB} = \{1; 2; -1\}$ и $\overrightarrow{BC} = \{2; 0; -4\}$, совпадающие с двумя сторонами треугольника, найти угол при вершине C и площадь треугольника.

9.30. Зная векторы $\overrightarrow{AB} = \{4; 2; -4\}$, $\overrightarrow{BC} = \{5; 1; -2\}$, совпадающие с двумя сторонами треугольника, найти угол при вершине A и высоту CD .

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике / Л. А. Кузнецов М., 2007.
2. Рябушко А.П. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике. Часть 1 / А.П. Рябушко, В.В. Бархатов, В.В. Державец, И.Е. Юреть. Минск, Вышэйшая школа, 1990.

Составитель
Борщ Надежда Алексеевна