

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета РТЭ \_\_\_\_\_ Небольсин В.А.  
2017 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
дисциплины  
«Математические методы моделирования физических процессов»

**Направление подготовки** 14.03.01 Ядерная энергетика и теплофизика

**Профиль** Техника и физика низких температур

**Квалификация выпускника** Бакалавр

**Нормативный период обучения** 4 года

**Форма обучения** очная

**Год начала подготовки** 2017

Автор программы

 /Шунин Г.Е./

Заведующий кафедрой  
Высшей математики и физико-  
математического моделирования

 /Батаронов И.Л./

Руководитель ОПОП

 /Калядин О.В./

Воронеж 2017

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

**1.1. Цели дисциплины** состоят в освоении принципов построения основных физико-математических моделей и методов математической физики, используемых при их исследовании, а также в овладении практическими навыками применения стандартных аналитических и численных методов математической физики для формулировки и решения конкретных физико-технических задач.

### 1.2. Задачи освоения дисциплины

- 1.2.1 получить представление о физико-математическом моделировании как особом способе исследования и описания физических явлений и процессов, общности ее понятий и представлений; об основных физико-математических моделях и методах математической физики, используемых при их исследовании.
- 1.2.2 научиться использовать основные приёмы и методы математической физики для исследования основных физико-математических моделей.
- 1.2.3 научиться применять системы компьютерной математики и конечно-элементного анализа при решении вычислительных задач математической физики.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Математические методы моделирования физических процессов» относится к дисциплинам базовой части блока Б1.

## 3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины «Математические методы моделирования физических процессов» направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-2 способностью демонстрировать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин и готовностью использовать основные законы в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования

ПК-1 способностью к участию в разработке методов прогнозирования количественных характеристик процессов, протекающих в конкретных технических системах на основе существующих методик

ПКВ-4 способностью участвовать в разработке теплофизических, математических и компьютерных моделей, предназначенных для выполнения исследований и решения научно-технических задач

| Компетенция | Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции |
|-------------|---|
|-------------|---|

|       |   |
|-------|---|
| ОПК-2 | <b>знать</b> основные физико-математические модели, используемые в профессиональной деятельности; основные положения и методы математической физики, образующих фундаментальную основу физико-математического моделирования объектов, явлений и процессов ; |
| ПК-1  | <b>уметь</b> решать краевые задачи математической физики аналитическими и численными методами с использованием систем компьютерной математики, моделировать реальные физические процессы как краевые задачи для уравнений в частных производных;            |
| ПКВ-4 | <b>владеть</b> современными методами физико-математического моделирования позволяющими выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.  |

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Математические методы моделирования физических процессов» составляет 3 з.е.

Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий

##### очная форма обучения

| Виды учебной работы                        | Всего часов | Семестры |
|--|-------------|----------|
|  |             | 5        |
| <b>Аудиторные занятия (всего)</b>          | 50          | 50       |
| В том числе:                               |             |          |
| Лекции                                     | 18          | 18       |
| Практические занятия                       | 36          | 36       |
| Лабораторные работы (ЛР)                   | 18          | 18       |
| <b>Самостоятельная работа (СРС)</b>        | 36          | 36       |
| Виды промежуточной аттестации — зачёт      | +           | +        |
| Общая трудоемкость академические часы з.е. | 108<br>3    | 108<br>3 |

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 5.1. Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий

#### очная форма обучения

| № п/п | Наименование темы   | Содержание раздела   | Лекции | Пр. | Лаб. зан. | СРС | Всего, час |
|-------|---|--|--------|-----|-----------|-----|------------|
| 1     | Введение в физико-математическое моделирование.                 | Эволюция основных идей, понятий и методов математической физики. Основные этапы физико-математического моделирования объектов. Вычислительный эксперимент. Возможности систем компьютерной математики.   | 2      | 2   | -         | 4   | 8          |
| 2     | Дифференциальные и интегральные операции математической физики. | Понятие тензора и его ранга. Действия с тензорами. Симметричные, антисимметричные и инвариантные тензоры второго ранга. Их геометрическая интерпретация. Скалярные, векторные и тензорные поля. Основные дифференциальные операции математической физики. Виды векторных полей. Теорема Гельмгольца. Криволинейные, поверхностные и объёмные интегралы от тензорных полей. Основные интегральные тождества. Криволинейные системы координат. Оператор Лапласа в цилиндрической и сферической системах координат. | 4      | 10  | 2         | 8   | 24         |
| 3     | Основные физико-математические модели.                          | Пространственно-временной континуум. Основные динамические уравнения. Законы сохранения. Дифференциальная и интегральная формы уравнений Максвелла. Законы сохранения. Граничные условия. Стационарные уравнения. Скалярные и векторные уравнения Лапласа и Пуассона. Нестационарные уравнения. Векторные и скалярные уравнения Даламбера и Гельмгольца. Векторные и скалярные уравнения диффузии. Вывод уравнений упругих колебаний струны, мембраны и теплопроводности.  | 4      | 8   | 2         | 8   | 22         |
| 4     | Постановка краевых задач математической                         | Понятие о дифференциальных уравнениях в частных производных. Клас-   | 2      | 4   | -         | 4   | 10         |

|              |  |  |           |           |           |           |            |
|--------------|--|--|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|
|              | физики.  | сификация квазилинейных уравнений в частных производных второго порядка. Основные типы краевых задач. Задача Коши для уравнений гиперболического и параболического типов. Краевая задача для эллиптических уравнений. Смешанная краевая задача. Корректность постановки краевых задач.   |           |           |           |           |            |
| 5            | Аналитические методы решения краевых задач.            | Линейные однородные уравнения. Принцип суперпозиции. Метод разделения переменных Фурье. Метод разложения по собственным функциям. Задачи на собственные значения дифференциальных операторов. Задача Штурма-Лиувилля. Специальные функции. Линейные неоднородные уравнения математической физики. Общая схема метода разложения по собственным функциям. | 4         | 8         | -         | 8         | 20         |
| 6            | Приближённые и численные методы решения краевых задач. | Понятие функционала и его вариации. Экстремум функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа. Методы Рунге и Галёркина. Сущность метода конечных элементов.  | 2         | 4         | 14        | 4         | 24         |
| <b>Итого</b> |  |  | <b>18</b> | <b>36</b> | <b>18</b> | <b>36</b> | <b>108</b> |

## 5.2. Перечень лабораторных работ

1. Выполнение дифференциальных и интегральных операций векторного анализа с использованием универсальных систем компьютерной математики (2 часа).
2. Анализ и решение динамических уравнений. Задача Коши. (2 часа)
3. Аппроксимация функций (2 часа).
4. Решение одномерных краевых задач методом конечных разностей (2 часа).
5. Решение одномерных краевых задач методом Рунге (2 часа).
6. Решение одномерных краевых задач методом Галёркина (2 часа).
7. Решение одномерных краевых задач методом конечных элементов (2 часа).
8. Решение двумерных краевых задач с помощью конечно-элементных комплексов программ (4 часа).

## 6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Освоение дисциплины предусматривает выполнение контрольной работы по разделу «Аналитические методы решения краевых задач» и индивидуального домашнего задания (ИДЗ) по теме : «Решение краевых задач математической физики с помощью конечно-элементных комплексов программ».

ИДЗ включает в себя теоретическую и расчётную части. В теоретической части рассматриваются возможности конечно-элементных комплексов программ. В расчётной части рассматривается физико-математическая модель, формулиру-

ется соответствующая краевая задача и находится её решение в заданной области с помощью выбранного подходящего конечно-элементного комплекса программ.

Примерные варианты индивидуальных заданий:

1. Двухмерные краевые задачи электростатики.
2. Трёхмерные краевые задачи электростатики.
3. Двухмерные краевые задачи стационарной теплопередачи.
4. Двухмерные краевые задачи нестационарной теплопередачи.
5. Трёхмерные краевые задачи стационарной теплопередачи.

Задачи, решаемые при выполнении ИДЗ:

- а) Осуществить поиск необходимой информации по теме работы;
- б) Систематизировать найденную информацию;
- в) Осуществить обзор литературных источников по заданной теме;
- г) Выработать умения решать прикладные задачи

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

#### 7.1.1. Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

- «аттестован»;
- «неаттестован».

| Компетенция | Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции   | Критерии оценивания   | Аттестован  | Неаттестован  |
|-------------|---|---|---|---|
| ОПК-2       | <b>знать</b> основные физико-математические модели, используемые в профессиональной деятельности; основные положения и методы математической физики, образующих фундаментальную основу физико-математического моделирования объектов, явлений и процессов ; | Защита лабораторных работ, отчёт, опрос                     | Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах | Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах |
| ПК-1        | <b>уметь</b> решать краевые задачи математической физики аналитическими и численными методами с использованием систем компьютерной математики;  | Защита лабораторных работ, контрольная работа, отчёт, опрос | Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах | Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах |
| ПКВ-4       | <b>владеть</b> методологией вычислительного эксперимента, позволяющей выявлять естественнонаучную сущность проблем,   | Защита лабораторных работ,                                  | Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах | Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах |

|  |  |              |            |                          |
|--|--|--------------|------------|--------------------------|
|  | возникающих в ходе профессиональной деятельности, методами решения уравнений в частных производных для теоретических и практических задач. | отчёт, опрос | программах | ный в рабочих программах |
|--|--|--------------|------------|--------------------------|

### 7.1.2. Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 5 семестре для очной формы обучения по двухбалльной системе:

«зачтено»

«не зачтено»

| Компетенция | Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции  | Критерии оценивания                                      | Зачтено  | Не зачтено           |
|-------------|--|--|--|----------------------|
| ОПК-2       | <b>знать</b> основные физико-математические модели, используемые в профессиональной деятельности; основные положения и методы математической физики, образующих фундаментальную основу физико-математического моделирования объектов, явлений и процессов ;    | Тест-билет   | Выполнение теста на 70-100%                              | Выполнение менее 70% |
| ПК-1        | <b>уметь</b> решать краевые задачи математической физики аналитическими и численными методами с использованием систем компьютерной математики,;  | Решение стандартных задач                                | Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач | Задачи не решены     |
| ПКВ-4       | <b>владеть</b> методологией вычислительного эксперимента, позволяющей выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, методами решения уравнений в частных производных для теоретических и практических задач. | Решение прикладных задач в конкретной предметной области | Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач | Задачи не решены     |

**7.2. Примерный перечень оценочных средств ( типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навы-**

## ков и (или) опыта деятельности)

### 7.2.1. Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию

1. Какое из уравнений Максвелла является дифференциальной формой закона электромагнитной индукции Фарадея?

а)  $\operatorname{div} \mathbf{E} = \rho$ , б)  $\operatorname{div} \mathbf{E} = 0$ , в)  $\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ , г)  $\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ .

2. При выводе уравнения колебаний струны используется:

а) закон сохранения энергии, б) закон сохранения заряда, в) второй закон Ньютона, г) закон сохранения массы.

3. Стационарная теплопередача при наличии внутренних источников тепла описывается уравнением

а)  $\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \Delta T$ , б)  $\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = a^2 \Delta T$ , в)  $\Delta T = -f$ , г)  $\Delta T = 0$ .

4. Дифференциальное уравнение  $a(x, y) \frac{\partial u}{\partial x} + b(x, y) \frac{\partial u}{\partial y} + c(x, y, u)u = f(x, y)$  является:

а) линейным обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка,  
б) линейным дифференциальным уравнением в частных производных первого порядка,  
в) квазилинейным дифференциальным уравнением в частных производных первого порядка,  
г) нелинейным дифференциальным уравнением в частных производных первого порядка.

5. Определите тип уравнения  $a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2b \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + c \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y, u)$ , если  $b^2 - ac > 0$ .

а) смешанный, б) эллиптический, в) параболический, г) гиперболический.

6. Определить тип линейного дифференциального уравнения в частных производных

$$x \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - 2\sqrt{xy} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + y \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial U}{\partial y} = 0.$$

а) смешанный, б) эллиптический, в) параболический, г) гиперболический.

7. Определить тип уравнения и тип краевой задачи

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, \\ u(x, 0) = \mu(x), u(x, l) = \nu(x), \\ u_x(x, 0) = u_x(x, l) = 0 \end{cases}$$

а) эллиптический, краевая задача второго рода, б) параболический, смешанная краевая задача, в) гиперболический, задача Коши, г) гиперболический, смешанная краевая задача.

8. Решением задачи Коши для волнового уравнения  $u_{tt} = 4u_{xx}$  с начальными условиями  $u(x, 0) = 2 \sin(x), u_t(x, 0) = 0$  будет

а)  $u(x, t) = (\sin(x - 2t) + \sin(x + 2t))$ , б)  $u(x, t) = (\sin(x - 2t) - \sin(x + 2t))$ ,

в)  $u(x, t) = (\cos(x - 2t) + \cos(x + 2t))$ , г)  $u(x, t) = (\cos(x - 2t) - \sin(x + 2t))$ ,

9. Решение краевой задачи для уравнения  $y'' + y = 0$  с граничными условиями  $y(0) = y(\pi) = 0$  будет

а)  $\sin(3x)$ , б)  $\cos(3x)$ , в)  $\sin(x)$ , г)  $\cos(x)$ .

10. Собственными значениями и собственными функциями задачи Штурма-Лиувилля  $y'' + \lambda y = 0, y(0) = y(\pi) = 0$  являются

а)  $\lambda_n = n, y_n = \cos(nx)$ , б)  $\lambda_n = n^2, y_n = \cos(nx)$ , в)  $\lambda_n = n, y_n = \sin(nx)$ , г)  $\lambda_n = n^2, y_n = \sin(nx)$ .

11. Решение смешанной краевой задачи для волнового уравнения  $u_{tt} = u_{xx}$  с граничными условиями  $u(0, t) = u(1, t) = 0$  и начальными условиями  $u(x, 0) = x(1-x), u_t(x, 0) = 0$  имеет вид

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(\pi n x) \cos(\pi n t)$ , б)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(\pi n x) \sin(\pi n t)$ ,

в)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\pi n x) \cos(\pi n t)$ , г)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\pi n x) \sin(\pi n t)$ .

## 7.2.2. Примерный перечень заданий для решения стандартных задач

1. Найти эквипотенциальные поверхности и семейство линий наибыстрейшего возрастания скалярного поля

$$u = x^2 + y^2 - z^2.$$

2. Найти производную скалярного поля  $u(x,y,z) = x^2 - \arctg(y+z)$  в точке  $M(2,1,1)$  по направлению вектора  $l = 3j - 4k$ .

3. Найти поток векторного поля  $a = (2y - 5x)i + (x - 1)j + (2xy + 2z)k$  через замкнутую поверхность  $S$ :  $2x + 2y - z = 4$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  (нормаль внешняя), используя формулу Остроградско-го-Гаусса.

4. Найти потенциал векторного поля  $a = 2xyi + (x^2 - 2yz)j - y^2k$ .

5. Определить вид векторного поля  $a = (yz - xy)i + (xz - x^2/2 + yz^2)j + (xy + yz)^2k$ .

6. Найти общее решение дифференциального уравнения в частных производных:

$$3 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} = 0.$$

7. Найти фундаментальное решение уравнения Лапласа:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

8. Найти общее решение уравнения Пуассона:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = x^2 + y^2.$$

9. Решить методом Даламбера задачу Коши для волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad -\infty < x < \infty, t > 0,$$

с начальными условиями

$$u(0) = \sin(x), \quad u_t(0) = 0.$$

10. Определить тип и привести к каноническому виду дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + 4 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} = 0$$

11. Найти собственные значения и собственные функции краевой задачи с периодическими граничными условиями

$$y'' + \lambda y = 0, \quad y(0) = y(1), \quad y'(0) = y'(1), \quad x \in [0, 1].$$

12. Решить краевую задачу методом конечных разностей. Сравнить с точным решением. Провести анализ сходимости аппроксимации

$$e^x \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + e^x \frac{d\varphi}{dx} = -2x; \quad \frac{d\varphi}{dx}(0) = 0, \quad \varphi(1) = 4.$$

## 7.2.3. Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

1. Магнитное поле, создаваемое электрическим током силы  $I$ , текущим по бесконечному проводу, определяется формулой  $H(P) = 2I \frac{-y\mathbf{i} + x\mathbf{j}}{x^2 + y^2}$ . Вычислить  $\operatorname{div} H(P)$  и  $\operatorname{rot} H(P)$ . Определить вид этого поля.

2. Определить суммарный электрический заряд, распределенный по поверхности пластины  $|x| \leq a, |y| \leq b, |z| \leq c$  если поверхностная плотность заряда в точке  $P(x, y, z)$  равна  $k \sqrt[3]{|xyz|}$ , где  $k > 0$  – коэффициент пропорциональности.

3. Бесконечная плоская пластина толщиной  $h$  равномерно заряжена по объёму с плотностью  $\rho$ . Пользуясь формулой Остроградского-Гаусса найти напряжённость  $\mathbf{E}$  электрического поля вне пластины.

4. Пользуясь формулой Стокса найти напряжённость  $\mathbf{H}$  магнитного поля создаваемого бесконечно длинным тонким проводником с током  $I$ .

5. Найти траекторию движения частицы с зарядом  $q$  и начальной скоростью  $\mathbf{v}_0$  в однородном постоянном электрическом поле с напряжённостью  $\mathbf{E}$ .

6. Вывести из уравнений Максвелла закон сохранения заряда.

7. Сформулировать краевую задачу о проникновении переменного магнитного поля в правое полупространство с проводимостью  $\sigma$ , если начиная с момента времени  $t=0$  на поверхности  $x=0$  поддерживается напряжённость  $H=H_0 \sin(\omega t)$ ,  $\omega$ -частота поля.

8. Один конец стержня  $x=0$  теплоизолирован, а другой  $x=l$  поддерживается при температуре равной нулю. В начальный момент времени  $t=0$  температура во всех точках стержня равна  $T_0$ . Найти распределение температуры при  $t > 0$ .

9. Решите одномерную задачу стационарной теплопроводности в полом цилиндре с внутренним и внешним радиусами, равными соответственно 0.5 и 2. Температуру на внутренней и внешней поверхностях задайте равными 100 и 200 соответственно. Покажите, что полученное решение одномерно. Сравните численное решение с точным решением.

10. Найти стационарное распределение температуры  $u$  в прямоугольной пластине  $0 \leq x \leq l, 0 \leq y \leq 2$  которая нагревается от источников тепла с мощностью  $Q(x, y)$ , если

$$u(0, y) = u(l, y) = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{y=0} = -1, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{y=2} = 1; \quad Q(x, y) = 3.$$

11. Рассчитайте распределение температуры в поперечном сечении длинного цилиндра. Теплопроводность равна 2.2. Граничные условия следующие: одна половина внешней поверхности цилиндра теплоизолирована, в то время как другая омывается жидкостью с температурой 500, коэффициент теплоотдачи равен 22. В половине сечения с теплоизолированной границей происходит выделение тепло с  $S=2000$ , в другой половине источниковый член  $S$  равен 0.

#### 7.2.4. Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету

1. Основные этапы физико-математического моделирования объектов.
2. Понятие тензора и его ранга.
3. Действия с тензорами.
4. Симметричные, антисимметричные и инвариантные тензоры второго ранга.
5. Скалярные, векторные и тензорные поля.
6. Геометрические характеристики скалярных и векторных полей.
7. Основные дифференциальные операции математической физики.
8. Виды векторных полей. Теорема Гельмгольца.
9. Криволинейные интегралы от тензорных полей.
10. Поверхностные интегралы от тензорных полей.
11. Объёмные интегралы от тензорных полей.
12. Формула Остроградского-Гаусса.
13. Формулы Грина.
14. Формула Стокса.
15. Основные динамические уравнения и законы сохранения.
16. Задача Коши для динамического уравнения.
17. Тензор напряжений и уравнение механики сплошной среды.
18. Уравнения течения идеальной жидкости, непрерывности и теплопроводности.

19. Дифференциальная форма уравнений Максвелла. Граничные условия.
20. Стационарные уравнения Максвелла-Лоренца. Скалярные и векторные уравнения Лапласа, Пуассона.
21. Электромагнитные волны. Скалярные и векторные волновые уравнения.
22. Гармонические электромагнитные поля. Скалярные и векторные уравнения Гельмгольца.
23. Квазистационарные уравнения Максвелла-Лоренца. Скалярные и векторные уравнения диффузии.
24. Основные уравнения математической физики: Лапласа, Пуассона, волновое и теплопроводности.
25. Классификация квазилинейных уравнений в частных производных второго порядка.
26. Задача Коши для уравнений гиперболического и параболического типов.
27. Краевая задача для эллиптических уравнений.
28. Смешанная краевая задача.
29. Корректность постановки краевых задач.
30. Линейные уравнения. Принцип суперпозиции.
31. Уравнения с разделяющимися переменными. Метод Фурье.
32. Задачи на собственные значения дифференциальных операторов.
33. Задача Штурма-Лиувилля. Понятие о специальных функциях.
34. Метод разложения по собственным функциям.
35. Линейные неоднородные уравнения. Общая схема метода собственных функций.
36. Решение уравнения колебаний бесконечной струны методом Даламбера.
37. Задача Дирихле для круга.
38. Задача об охлаждении бесконечной пластины конечной толщины.
39. Решение уравнения свободных колебаний закреплённой струны.
40. Функциональные пространства. Понятие функционала. Экстремум.
41. Вариация функционала. Необходимое условие экстремума.
42. Уравнение Эйлера.
43. Метод Ритца.
44. Метод Галеркина.
45. Сущность метода конечных элементов.

### 7.2.5 Паспорт оценочных материалов

| №п/п | Контролируемые разделы (темы) дисциплины                        | Код контролируемой компетенции | Наименование оценочного средства  |
|------|---|--------------------------------|---|
| 1    | Введение в физико-математическое моделирование.                 | ОПК-2<br>ПКВ-4                 | Тест-билет, отчёт, опрос.   |
| 2    | Дифференциальные и интегральные операции математической физики. | ОПК-2<br>ПК-1                  | Тест-билет, коллоквиум, защита лабораторных работ, отчёт, опрос.              |
| 3    | Основные физико-математические модели.                          | ОПК-2<br>ПКВ-4                 | Тест-билет, ИДЗ, коллоквиум, защита лабораторных работ, отчёт, опрос.         |
| 4    | Постановка краевых задач математической физики.                 | ОПК-2<br>ПК-1<br>ПКВ-4         | Тест-билет, ИДЗ, контрольная работа, защита лабораторных работ, отчёт, опрос. |
| 5    | Аналитические методы решения краевых задач.                     | ПК-1<br>ПКВ-4                  | Тест-билет, контрольная работа, защита лабораторных работ, отчёт, опрос.      |

|   |  |               |   |
|---|--|---------------|---|
| 6 | Приближённые и численные методы решения краевых задач. | ПК-1<br>ПКВ-4 | Тест-билет, ИДЗ, защита лабораторных работ, отчёт, опрос. |
|---|--|---------------|---|

### 7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

При выполнении заданий допускается использование систем компьютерной математики и конечно-элементных комплексов программ.

## 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 8.1. Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | Мартинсон Л.К., Малов Ю.Н.                            | Дифференциальные уравнения математической физики: учебник. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2006. -368 с.                           |
| 2 | Шунин Г.Е., Кострюков С.А., Пешков В.В., Кудряш А.А.  | Введение в конечно-элементный анализ: учеб. пособие. Воронеж, ВГТУ. 2017. – 204 с.; электронный ресурс кафедры ВМФММ.         |
| 3 | Кострюков С.А., Пешков В.В., Шунин Г.Е., Шулгина В.А. | Компьютерный практикум по методам вычислений: учеб. пособие. Воронеж: ВГТУ. 2018. – 179 с.; электронный ресурс кафедры ВМФММ. |
| 4 | Кострюков С.А., Пешков В.В., Шунин Г.Е.               | Основы вариационного исчисления: учеб. пособие. Воронеж, ВГТУ. 2011. -165 с.; электронный ресурс кафедры ВМФММ.               |
| 5 | Нечаев В.Н., Шуба А.В.                                | Методы математической физики: учеб. пособие. Воронеж, ВГТУ. Ч.1.2009. – 110 с.; электронный ресурс кафедры ВМФММ.             |
| 6 | Нечаев В.Н., Шуба А.В.                                | Методы математической физики: учеб. пособие. Воронеж, ВГТУ. Ч.2. 2009. – 177 с.; электронный ресурс кафедры ВМФММ.            |

|    |  |  |
|----|--|--|
| 7  | Под общ. ред. А.В. Ефимова, А.С. Поспелова               | Сборник задач по математике для вузов. В 4 частях. Ч. 3. 2002.   |
| 8  | Пичугин Б. Ю., Пичугина А. Н.                            | Уравнения математической физики: учеб. пособие. Омск : Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского. 2016. –180 с. – 978-5-7779-1976-2. – Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/59669.html">http://www.iprbookshop.ru/59669.html</a> |
| 9  | Киреев И. В., Кнауб Л. В., Левчук Д. В., Нужин Я. Н.     | Тензорный анализ и дифференциальная геометрия: учеб. пособие. Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2017. –102 с. – 978-5-7638-3622-6. – Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/84148.html">http://www.iprbookshop.ru/84148.html</a>    |
| 10 | Кострюков С.А., Пешков В.В., Шунин Г.Е.                  | Решение задач математической физики с помощью комплекса программ конечно-элементного анализа FEMPDESolver: методические указания для лабораторных работ. Воронеж: ВГТУ. 2007. № 534. – 46 с.; электронный ресурс кафедры ВМФММ.                              |
| 11 | Батаронова М.И., Кострюков С.А., Пешков В.В., Шунин Г.Е. | Комплекс программ конечно-элементного анализа FEMPDESolver: методические указания для самостоятельной работы студентов. Воронеж: ВГТУ. 2007. № 535. – 50 с.; электронный ресурс кафедры ВМФММ.   |
| 12 | Кострюков С.А., Пешков В.В., Шунин Г.Е.                  | Векторный анализ и элементы теории поля: методические указания для самостоятельной работы студентов. Воронеж: ВГТУ. 2008. № 514.-59 с.; электронный ресурс кафедры ВМФММ.  |
| 13 | Кудряш С.А., Шунин Г.Е.                                  | Моделирование динамики шестимерного осциллятора в системе компьютерной математики Scilab: методические указания к выполнению лабораторных работ. Воронеж: ВГТУ. 2016. Электронный ресурс.  |
| 14 | Кудряш С.А., Шунин Г.Е.                                  | Возможности мультифизических систем конечно-элементного анализа: методические указания к самостоятельной работе студентов. Воронеж: ВГТУ. 2016. Электронный ресурс.  |

**8.2. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:**

|   |   |  |
|---|---|--|
| 1 | Операционные системы, средства просмотра Web, поисковые системы, средства работы с текстовой, графической и | <i>Лицензионные:</i> Windows XP и выше;<br><i>свободно распространяемые:</i> Internet Explorer 7 и выше, Chrome, Google, Yandex, Open Office, Acrobat Reader |
|---|---|--|

|   |  |  |
|---|--|--|
|   | видео информацией  |  |
| 2 | Системы компьютерной математики  | <i>Лицензионные:</i> Maple 14;<br><i>свободно распространяемые:</i> демонстрационная версия Maple 5.4, Maxima, Scilab, MathStudio  |
|   | Конечно-элементные комплексы программ  | <i>Свободно распространяемые:</i> Femppdesolver, Femm, студенческие версии Flexpde, Elcut  |
| 3 | Сайт библиотеки ВГТУ и ИОС ВГТУ  | <a href="http://catalog.vorstu.ru">http://catalog.vorstu.ru</a><br><a href="http://eios.vorstu.ru">http://eios.vorstu.ru</a>   |
| 4 | Электронные библиотеки, профессиональные базы данных и информационные справочные системы | <a href="http://www.elabory.ru">http://www.elabory.ru</a><br><a href="http://www.iprbookshop.ru">http://www.iprbookshop.ru</a><br><a href="http://eqworld.ipmnet.ru">http://eqworld.ipmnet.ru</a><br><a href="http://dic.academic.ru">http://dic.academic.ru</a> |

## 9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

|     |   |
|-----|---|
| 9.1 | <i>Лекции:</i> Специализированное помещение для проведения лекций, оборудованное компьютером с видеопроектором.                                   |
| 9.2 | <i>Лабораторные работы и практические занятия:</i> специализированная лаборатория, оборудованная персональными компьютерами с выходом в Интернет. |

## 10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

По дисциплине «Математические методы моделирования физических процессов»

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков применения математического аппарата для решения стандартных и прикладных задач. Занятия проводятся путем решения конкретных задач в аудитории.

Лабораторные работы выполняются на персональных компьютерах в соответствии с методическими указаниями к выполнению работ.

Контроль усвоения материала дисциплины производится устным опросом, проверкой отчётов, ИДЗ, контрольной работы, защитой лабораторных работ.

| Вид учебных занятий | Деятельность студента   |
|---------------------|---|
| Лекция              | Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не уда- |

|                                       |   |
|---------------------------------------|---|
|                                       | ется разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.  |
| Практическое занятие                  | Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму.   |
| Лабораторная работа                   | Лабораторные работы позволяют научиться применять теоретические знания, полученные на лекции при решении конкретных задач. Чтобы наиболее рационально и полно использовать все возможности лабораторных работ для подготовки к ним необходимо: следует разобрать лекцию по соответствующей теме, ознакомиться с соответствующим разделом учебника, проработать дополнительную литературу и источники, решить задачи и выполнить другие письменные задания.  |
| Самостоятельная работа                | Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоению учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие:<br>- работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций;<br>- выполнение домашних заданий и расчетов;<br>- работа над темами для самостоятельного изучения;<br>- участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад;<br>- подготовка к промежуточной аттестации. |
| Подготовка к промежуточной аттестации | Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед зачётом два-три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.   |