МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра компьютерных интеллектуальных технологий проектирования

66 - 2022

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ
для студентов направления 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» очной и заочной форм обучения

Воронеж 2022

УДК 519.854(07)
ББК 22.176я7

Составители: *О. В. Собенина, А. А. Пак*

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА: методические указания к выполнению лабораторных работ для студентов направления 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» очной и заочной форм обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: О. В. Собенина, А. А. Пак. Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2022. 24с.

Методические указания содержат практические задания и варианты заданий необходимые для выполнения лабораторных работ.

Предназначены для студентов 2 курса направления 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника».

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержится в файле МУ ЛР_ВМ (очное, заочное).pdf.

Библиогр.: 6 назв.

УДК 519.854(07)
ББК 22.176я7

Рецензент - В. В. Горбунов, канд. физ-мат. наук, доц. кафедры прикладной математики и механики ВГТУ

Издается по решению редакционно-издательского совета Воронежского государственного технического университета

ВВЕДЕНИЕ

В современных науке и технике важную роль играет математическое моделирование, заменяющее эксперименты с реальными объектами экспериментами с их математическими моделями. Возник даже термин "вычислительный эксперимент". Математическое моделирование и вычислительный эксперимент применяются не только в точных науках и технике, но и в экономических науках, социологии и многих других областях, традиционно считавшихся далекими от математики и компьютеров.

Для практических задач довольно редко удается найти аналитическое решение уравнений, составляющих математическую модель явления. Поэтому приходится применять численные методы.

Одной из основных дисциплин является вычислительная математика. Она изучает методы построения и исследования численных методов решения математических задач, которые моделируют различные процессы. С помощью математического моделирования решение научно-технической задачи сводится к решению математической задачи, являющейся ее моделью. Для решения математических задач используются следующие основные группы методов: аналитические, графические и численные.

При использовании аналитических методов решение задачи удается выразить с помощью формул. В частности, если математическая задача состоит в решении простейших алгебраических или трансцендентных уравнений, дифференциальных уравнений и т. п., то использование известных из курса математики приемов сразу приводит к цели. К сожалению, на практике это бывает достаточно редко.

Численный метод наряду с возможностью получения результата за приемлемое время должен обладать и еще одним важным качеством – не вносить в вычислительный процесс значительных погрешностей.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1
ОСНОВЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ В MATHCAD

Цель работы: изучить основы вычисления в MathCad и ознакомиться с правилами построения математических выражений.

Задание на лабораторную работу:

Задание 1.

Вычислить:

$\sqrt{100} =$, $|-10| =$, $10! =$.

Задание 2.

Определить переменные: a := 3.4, b := 6.22, c ≡ ≡ 0.149 и выражения:

$Z := \frac{2ab + \sqrt[3]{c}}{\sqrt{\left(a^2 + b^{a+c}\right) \cdot c}}$, $N := e^{\sin c} \cos \frac{a}{b}$.

Задание 3.

Вывести на экран значение системной константы π, e π, e и установить максимальный формат ее отображения локально.

Задание 4.

Выполнить следующие операции с комплексными числами:

Z:= -3 + 2i, |Z| = , Re(Z) = , Im(Z) = , arg(Z) = ,

$\sqrt{Z} =$, $\sqrt{-Z} =$, 2Z = .

Z1:= 1+2i, Z2:= 3+4i, Z1+Z2 = , Z1 - Z2 = , Z1 Z2 = , Z1/Z2 = .

Задание 5.

Выполнить следующие операции:

$i := 1 .. 10$, $\sum_i i =$, $\prod_i (i+1) =$,

$\int_0^{0.4} x^2 \cdot \lg(x+2)dx =$, $\int_{0.8}^{1.2} \frac{\operatorname{ctg} 2x}{(\sin 2x)^2} dx =$,

$x := 2$, $\frac{d}{dx} x^5 =$, $\frac{d}{dx} \sin(x) =$.

Задание 6.

Определить векторы d, S и R через дискретный аргумент i. Отобразить графически таблично заданные функции Ri(di) и Si(di), используя команду GraphicsCreate X-Y Plot.

i	d_i	S_i	R_i
0	0.5	3.3	2
1	1	5.9	3.9
2	1.5	7	4.5
3	2	6.3	3.7
4	2.5	4.2	1.2

Задание 7.

Построить декартовы (X-Y Plot) и полярные (PolarPlot) графики следующих функций:

$X(\alpha) := \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha),$

$Y(\alpha) := 1.5\cos(\alpha)^2 - 1,$

$P(\alpha) := \cos(\alpha).$

Для этого необходимо определить α как дискретный аргумент на интервале от 0 до 2 α с шагом α /30.

Определить по графику X-Y Plot координаты любой из точек пересечения графиков Y(α) и P(α).

Задание 8.

Используя команду MathMatrics создать матрицу Q размером 6 на 6, заполнить ее произвольно и отобразить графически с помощью команды GraphicsCreateSurfacePlot.

Задание 9.

Построить график поверхности (SurfacePlot) и карту линий уровня (ContourPlot) для функции двух переменных:

$X(t, \alpha) := t \cdot \cos\ \alpha \cdot \sin\ \alpha$

1) Определить функцию X(t, α);

2) Задать на осях переменных t и *a* по 41 точке (i:=0..40, j:=0..40): для переменной t_i со значениями, изменяющимися от -5 до 5 с шагом 0.25 (t_i := -5 + 0.25 i), а для переменной a_j - от 0 до 2 *a* с шагом*a* /20 (a_j := *a* /20 j).

3) Определить матрицу $M_{i,j}$:= X(t_i, a_j) и отобразить ее графически;

С помощью команды Graphics 3D PlotFormat вызвать диалоговое окно "3D PlotFormat" и изменить:

- характеристики просмотра (ViewRotation, Tilt);
- цвета и линии поверхности (Color&LinesShading);
- параметры осей (Axes);
- вид заголовка графика (Title).

Задание 10.

Используя переменную FRAME и команду AnimationCreate, создать анимационные клипы с помощью данных приведенных в таблице

Варианты задания 10

№ варианта	Переменные	Функции	FRAME	Тип графика
1	x:= 0,0.1..30	$f(x)$:=x + FRAME	от 0 до 20	полярный (**PolarPlot**)
2	i:=0..FRAME+1	g_i:=0.5 $i$cos(i) h_i:=$i$sin(i) k_i:=2 i	от 0 до 50	трехмерный точечный график (**3D ScatterPlot**) границы на осях MinMax x -50 50 y -50 50 z 0 50
3	i:=0..20 j:=0..20	$f(x,y)$:=sin(x^2+y^2+FRAME) x_i:=-1.5+0.15i y_j:=-1.5+0.15j	от 0 до 50	график поверхности (**SurfacePlot**)
4	r:= FRAME, R := 6 m:= 0..20 n:= 0..20	$x_{m,n}$:=(R+$r$cos(v_n)) cos(w_m) $y_{m,n}$:=(R+$r$cos(v_n)) sin(w_m) $z_{m,n}$:= r sin(v_n)	от 0 до 11	график параметрической поверхности (**SurfacePlot**) (границы на всех осях установить от -11 до 11)
5	r:= FRAME, R := 6 m:= 0..20 n:= 0..20	$x_{m,n}$:=(R+$r$cos(v_n))cos(w_m) $y_{m,n}$:=(R+$r$cos(v_n)) sin(w_m) $z_{m,n}$:= r sin(v_n)	от 0 до 11	график параметрической поверхности (**SurfacePlot**) (границы на всех осях установить от -11 до 11)

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2
ПОГРЕШНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЙ.
ДЕЙСТВИЯ НАД ПРИБЛИЖЕННЫМИ ЧИСЛАМИ

Цель работы: изучить методы получения погрешности вычислений и научиться различным действиям над приближенными числами.

Действия над приближенными значениями величин

Для того чтобы правильно производить действия над приближенными значениями величин, надо уметь находить погрешности этих действий.

В табл. 1 приведены формулы для оценки границ погрешностей результатов действий:

Таблица 1

Действие	Граница абсолютной погрешности	Граница относительной погрешности
$a+b$	$h_{a+b} = h_a + h_b$	$\varepsilon_{a+b} = \dfrac{h_a + h_b}{a+b}$
$a-b$	$h_{a-b} = h_a + h_b$	$\varepsilon_{a-b} = \dfrac{h_a + h_b}{a-b}$
ab	$h_{ab} = h_a \mid b \mid + h_b \mid a \mid \approx ab\varepsilon_{ab}$	$\varepsilon_{ab} = \dfrac{h_a}{a} + \dfrac{h_b}{b} = \varepsilon_a + \varepsilon_b$
$\dfrac{a}{b}$	$h_{a/b} = \dfrac{h_a \mid b \mid + h_b \mid a \mid}{b^2} \approx \dfrac{a}{b}\varepsilon_{a/b}$	$\varepsilon_{a/b} = \dfrac{h_a}{a} + \dfrac{h_b}{b} = \varepsilon_a + \varepsilon_b$
a^n	$h_{an} = na^{n-1}h_a \approx a^n\varepsilon_{an}$	$\varepsilon_{a_n} = n\dfrac{h_a}{a} = n\varepsilon_a$
$\sqrt[n]{a}$	$h_{\sqrt[n]{a}} = \dfrac{h_a}{n\sqrt[n]{a^{n-1}}} \approx \sqrt[n]{a^{\varepsilon}}\ {}_{\sqrt[n]{a}}$	$\varepsilon_{\sqrt[n]{a}} = \dfrac{h_a}{na} = \dfrac{\varepsilon_a}{n}$

Задачи

1. Найдите абсолютную погрешность приближенного равенства.

№ варианта	задание
1	11/40 ≈ 0.27
2	12/53≈0,23
3	32/45≈0,71
4	81/94≈0,86
5	28/64≈0,44
6	29/61≈0,48
7	34/91≈0,37
8	44/86≈0,51
9	71/93≈0,76
10	51/87≈0,59

2. Округлите число до единиц и найдите абсолютную и относительную погрешности округления.

№ варианта	задания	
1	10,59	0,892
2	9,62	0,352
3	7,53	0,877
4	8,84	1,299
5	3,49	5,333
6	15,61	2,454
7	27,94	0,667
8	36,85	0,811
9	41,77	5,334
10	9,17	9,462

3. Сколько верных цифр имеет число.

№ варианта	задания		
1	5,74±0,01	1,174±0,025	0,874±0,05
2	71,31±0,01	3,751±0,025	3,647±0,05
3	6,44±0,01	6,278±0,025	17,335±0,05
4	9,34±0,01	31,597±0,025	62,944±0,05
5	5,32±0,01	71,611±0,025	78,124±0,05
6	21,34±0,01	29,173±0,025	0,944±0,05
7	38,94±0,01	7,311±0,025	4,318±0,05
8	62,78±0,01	6,132±0,025	6,445±0,05
9	11,67±0,01	9,137±0,025	64,335±0,05
10	8,11±0,01	14,361±0,025	0,945±0,05

4. Вычислить сумму приближенных чисел и найти границу погрешности результата.

№ варианта	задание
1	0,3+0,16+0,891
2	0,7+0,27+0,613
3	0,4+0,81+0,134
4	0,1+0,31+0,851
5	0,5+0,74+0,641
6	0,6+0,27+0,318
7	0,2+0,47+0,523
8	0,8+0,37+0,763
9	0,9+0,14+0,114
10	0,4+0,81+0,351

5. Найти частное приближенных чисел и границу погрешности результата.

№ варианта	задание
1	0,16 и 0,891
2	0,27 и 0,613
3	0,81 и 0,134
4	0,31 и 0,851
5	0,74 и 0,641
6	0,27 и 0,318
7	0,47 и 0,523
8	0,37 и 0,763
9	0,14 и 0,114
10	0,81 и 0,351

6. Вычислить приближенное значение выражения и найти границу погрешности результата:

№ варианта	задания		
1	$\frac{437.5}{0.32\cdot 84.8}$;	$\frac{4.11\cdot 2.37^3}{\sin 15^\circ 12'}$;	$\frac{3.93 tg 48^\circ 30'}{\sqrt{5.91}}$.
2	$\frac{977.5}{6.32\cdot 71.8}$;	$\frac{17.11\cdot 6.27^3}{\cos 15^\circ 12'}$;	$\frac{13.33 tg 41^\circ 30'}{\sqrt{6.47}}$.
3	$\frac{377.34}{0.3\cdot 34.41}$;	$\frac{24.1\cdot 2.37^2}{\sin 23^\circ 22'}$;	$\frac{8.23 tg 48^\circ 40'}{\sqrt{13.1}}$.
4	$\frac{407.05}{0.12\cdot 64.8}$;	$\frac{7.11\cdot 11.27^3}{\cos 25^\circ 32'}$;	$\frac{0.23 tg 17^\circ 40'}{\sqrt{21.4}}$.
5	$\frac{77.15}{6.92\cdot 51.8}$;	$\frac{29.1\cdot 13.7^2}{\sin 42^\circ 42'}$;	$\frac{3.23 tg 18^\circ 20'}{\sqrt{0.91}}$.
6	$\frac{427.34}{0.34\cdot 37.1}$;	$\frac{17.11\cdot 6.27^2}{\cos 35^\circ 12'}$;	$\frac{12.9 tg 32^\circ 10'}{\sqrt{73.27}}$.
7	$\frac{17.35}{31.92\cdot 64.8}$;	$\frac{4.37\cdot 2.37^2}{\sin 43^\circ 12'}$;	$\frac{26.9 tg 72^\circ 30'}{\sqrt{43.7}}$.
8	$\frac{706.35}{14.92\cdot 1.8}$;	$\frac{17.11\cdot 6.27^3}{\cos 15^\circ 12'}$;	$\frac{2.9 tg 67^\circ 10'}{\sqrt{7.87}}$.
9	$\frac{48.14}{32.64\cdot 37.1}$;	$\frac{2.51\cdot 2.7^2}{\sin 27^\circ 22'}$;	$\frac{2.37 tg 64^\circ 50'}{\sqrt{3.27}}$.
10	$\frac{97.55}{0.82\cdot 44.8}$;	$\frac{1.81\cdot 6.27^3}{\cos 47^\circ 42'}$;	$\frac{2.19 tg 19^\circ 10'}{\sqrt{6.97}}$.

7. Найти относительную погрешность при вычислении определителя

№ варианта	задание
1	$d = \begin{vmatrix} 0.19 & -0.27 \\ 1.4 & 2.3 \end{vmatrix}$
2	$d = \begin{vmatrix} 17.5 & 10.4 \\ 10.4 & 6.18 \end{vmatrix}$
3	$d = \begin{vmatrix} 24.5 & 17.4 \\ 10.6 & 2.18 \end{vmatrix}$
4	$d = \begin{vmatrix} 7.15 & 12.2 \\ 10.4 & 3.18 \end{vmatrix}$
5	$d = \begin{vmatrix} 8.5 & 11.4 \\ 17.2 & 7.13 \end{vmatrix}$
6	$d = \begin{vmatrix} 2.19 & -0.25 \\ 3.4 & 2.3 \end{vmatrix}$
7	$d = \begin{vmatrix} 0.17 & -0.47 \\ 1.4 & 6.3 \end{vmatrix}$
8	$d = \begin{vmatrix} 0.79 & -0.21 \\ 5.4 & 2.8 \end{vmatrix}$
9	$d = \begin{vmatrix} 0.39 & -0.61 \\ 5.24 & 11.8 \end{vmatrix}$
10	$d = \begin{vmatrix} 3.21 & -2.28 \\ 6.1 & 2.8 \end{vmatrix}$

8. Выполнить задания №6-7 в Mathcad.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3
ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MathCad

Цель работы: изучить основы приближения функций с помощью интерполирования в MathCad.

Задание 1. Для функции $y = f(x)$,заданной таблицей, построить интерполяционный многочлен Лагранжа.

1.

x_i	-2	0	1
y_i	-1	2	5

2.

x_i	2.5	3.0	3.5
y_i	1	4	6

3.

x_i	0.8	0.9	1.0
y_i	-2	0	3

4.

x_i	0.0	0.5	1.0
y_i	2	4	7

5.

x_i	3.0	3.5	4.0
y_i	-3	-1	1

6.

x_i	0.7	0.9	1.0
y_i	-2	3	5

7.

x_i	0.8	0.9	1.2
y_i	1	-4	-6

8.

x_i	-1	1	2
y_i	3	2	4

9.

x_i	-3	-1	1
y_i	3	2	5

10.

x_i	-1	1	2
y_i	1	3	6

Задание 2. Вычислить значения заданной функции $y_i = f(x_i)$в узлах интерполяции $x_i = a + h\, i$,где $h = (b - a)/10$, $i = 0,1, ..., 10$, на отрезке $[a, b]$.

Варианты заданий

№ варианта	$f(x)$	$[a, b]$	№ варианта	$f(x)$	$[a, b]$
1	$\sin x^2$	[0, 2]	**9**	$x \cdot \cos(x + \ln(1 + x))$	[1, 5]
2	$\cos x^2$	[0, 2]	**10**	$10 \cdot \ln 2x/(1 + x)$	[1, 5]
3	$e^{\sin x}$	[0, 5]	**11**	$\sin x^2 \cdot e^{-(x/2)^2}$	[0, 3]
4	$1/(0.5 + x^2)$	[0, 2]	**12**	$\cos(x + \cos^3 x)$	[0, 2]
5	$e^{-(x + \sin x)}$	[2, 5]	**13**	$\cos(x + e^{\cos x})$	[3, 6]
6	$1/(1 + e^{-x})$	[0, 4]	**14**	$\cos(2x + x^2)$	[0, 1]
7	$\sin(x + e^{\sin x})$	[0, 3]	**15**	$e^{\cos x2} \cos x^2$	[0, 2]
8	$e^{-(x + 1/x)}$	[1, 3]			

Задание 3. Для вычисленной табличной функции составить формулу интерполяционного многочлена *Лагранжа*, используя операторы суммирования и перемножения по дискретному аргументу, а также функцию*if*.
Построить график интерполяционного многочлена и отметить на нем узловые точки (x_i, y_i).

Задание 4. Провести интерполирование заданной функции с помощью 1ой и 2ой интерполяционных формул *Ньютона*.
Построить графики интерполяционных многочленов и отметить на нем узловые точки (x_i, y_i).

Задание 5. Провести *линейную интерполяцию* заданной функции с помощью встроенной интерполяционной функции *linterp*.
Построить график функции *linterp* и отметить на нем узловые точки (x_i, y_i).

Задание 6. Провести *сплайн-интерполяцию* с помощью функций *lspline, pspline, cspline* и *interp*.
Построить график функции *interp* и отметить на нем узловые точки (x_i, y_i).

Задание 7. Вычислить значения заданной функции $y_i = f(x_i)$в точках $x_i = a + i/10$,где, $i = 0,1, ..., 10(b - a)$, на отрезке $[a, b]$.

С использованием функции *predict* выполнить *предсказание* (*экстраполяцию*) полученного вектора данных y_i в последующих**10** точках по последним 7 значениям функции.
Отобразить графически имеющиеся данные, предсказанные данные и истинный вид функции $f(x)$.

Задание 8. Дана функция $y=f(x)$. Приблизить $f(x)$ на отрезке $[a,b]$ интерполяционными многочленами Лагранжа 1, 2, 3 степеней. На одном чертеже построить графики приближающих многочленов и функции $f(x)$. Для многочлена 3 степени сравнить качество приближения при различном выборе узлов интерполяции.

Таблица к задаче 8

N		N		N	
$f(x)$	$[a,b]$	$f(x)$	$[a,b]$	$f(x)$	$[a,b]$
1		2		3	
$sh(x)$	$[-3,3]$	$tg(x+\sqrt{x})$	$[-0,0.4]$	$\arccos(x)$	$[-1,1]$
4		5		6	
$\ln(\sin(\sqrt{x}))$	$[2.5,3.5]$	$4^{\cos(x)}$	$[0.5,1.5]$	$x^3\cos(x^2)$	$[0,3]$
7		8		9	
$x+e^{-x^2}$	$[0,2]$	$th(x)$	$[-2,2]$	$x\ln\sqrt{x-2}$	$[3,5]$
10		11		12	
$\arcsin(x)$	$[-1,1]$	$x^2\cos(x)$	$\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$	$x\sin(x^2)$	$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$
13		14		15	
$(x-0.5)^3\ln(x)$	$[0.3,0.8]$	$0.4^{x\sin(x)}$	$[1,1.4]$	$x^{-3}e^x$	$[0.5,1.5]$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Цель работы: изучить основы математической обработки результатов экспериментальных данных.

Задание 1. Создайте таблицу экспериментальных данных:
$x_i = a + h\, i,\ i = 0, 1, \ldots, 10,\ h=(b - a)/10$ наотрезке $[a, b]$.

Варианты задания 1

№ вар.	y_i	[а,в]
1	2.86; 2.21; 2.96; 3.27; 3.58; 3.76; 3.93; 3.67; 3.90; 3.64; 4.09	[0, 1]
2	1.14; 1.02; 1.64; 1.64; 1.96; 2.17; 2.64; 3.25; 3.47; 3.89; 3.36;	[-1, 1]
3	4.70; 4.64; 4.57; 4.45; 4.40; 4.34; 4.27; 4.37; 4.42; 4.50; 4.62	[2, 4]
4	0.43; 0.99; 2.07; 2.54; 1.67; 1.29; 1.24; 0.66; 0.43; 0.35; 0.70	[2, 4]
5	1.55; 1.97; 1.29; 0.94; 0.88; 0.09; 0.02; 0.84; 0.81; 0.09; 0.15	[1, 4]
6	3.24; 1.72; 1.95; 2.77; 2.47; 0.97; 1.75; 1.55; 0.12; 0.70; 1.19	[0, 4]
7	2.56; 1.92; 2.85; 2.94; 2.39; 2.16; 2.51; 2.10; 1.77; 2.28; 1.70	[-1, 2]
8	1.77; 0.92; 2.21; 1.50; 3.21; 3.46; 3.70; 4.02; 4.36; 4.82; 4.03	[-1, 3]
9	1.53; 0.45; 1.68; 0.12; 0.68; 2.36; 2.58; 2.53; 3.45; 2.70; 2.82	[4, 8]
10	2.50; 3.90; 3.54; 4.63; 3.87; 5.25; 4.83; 3.24; 3.08; 3.00; 4.70	[0, 5]
11	2.95; 3.38; 2.71; 2.37; 2.29; 2.75; 2.76; 2.74; 2.57; 2.40; 2.99	[1, 5]
12	-0.23; -0.03; -0.98; -0.97; -0.43; -0.91; -0.27; -0.19; 0.88; 1.06; 0.72	[2, 4]
13	2.36; 0.03; -0.38; -1.33; 0.25; -1.36; 0.95; 3.16; 4.03; 4.92; 4.20	[0, 2]
14	3.82; 4.07; 3.53; 4.83; 5.53; 5.04; 5.09; 5.87; 5.53; 4.72; 4.73	[3, 4]
15	2.35; 2.16; 2.39; 2.39; 2.18; 2.09; 2.44; 2.56; 3.35; 3.22; 2.65	[-3, 4]

Задание 2. Аппроксимировать многочленами 2-ой и 6-ой степени по *методу наименьших квадратов* функцию, заданную таблицей значенийx_i и y_i и сравнить качество приближений. Построить графики многочленов и отметить узловые точки (x_i, y_i).

Задание 3. Для приведенных в таблице экспериментальных данных (x_i, y_i)определить параметры *линейной регрессии* с использованием встроенных функций Mathcad*slope*и*intercept*. Отобразить графически совокупность точек векторов x_i и y_i и результаты проведенной линейной регрессии.

Задание 4. Аппроксимировать данные из векторовx_iи y_i: полиномом 4-ойстепени при помощи функций *regress* и *interp*; наборами полиномов второго порядка с помощью функций *loess* и *interp*, (при *span*равном 0,5 и 2,5).Отобразите графически результаты аппроксимации.

Задание 5. Аппроксимировать экспериментальные данные из таблиц значений x_i и y_i линейной комбинацией функций: $f(x) = a_1f_1(x) + a_2f_2(x) + a_3f_3(x)$. Коэффициенты вектора*a* найти с помощью функции *linfit*. Отобразить графически совокупность точек векторов x_i и y_i и результаты проведенной *линейной регрессии общего вида*.

Варианты задания 5

№ вар.	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
1	e^x	$1/\sqrt{1+2\cos^2 x}$	sin$x$
2	$1/(1+x^2)$	e^x	sin (3x)
3	$1/(1+x^2)$	$e^{\sin x}$	x
4	arctg$x$	lnln$x$	sin$x$
5	$e^{-x^1/2}$	1 / x	e^{-x}
6	$(1+x)/(2+x)$	$\cos(x/10)$	cos x
7	$1/(1+e^{x^2})$	$\sqrt{1+x^2}$	cos x
8	cos(x/2)	2 - cos x	sin(x/2)
9	$1/(1+e^x)$	$\mathrm{arctg}\sqrt{x}$	sin (3x)
10	ln (x + 5)	$\sqrt{1+x}$	sin$x$
11	1 / x	$\sqrt{1+x}$	$1/x^2$
12	cos x	$1/(1+x+x^2)$	$1/(1+x)$
13	e^x	cos4x	$-e^{x/2}$
14	$\sqrt{1+e^{-x}}$	$e^{x/}3$	$\sin^2(3x)$
15	$1/(1+x+x^2)$	$\cos(x/10)$	$\cos(x/10)$

Задание 6. Аппроксимировать экспериментальные данные из таблиц значенийx_i и y_i функцией вида: $f(x) = e^{u_0+u_1\cdot x+u_2\cdot x^2}$.

Параметры вектора *u* найти с помощью функции *genfit*. Отобразить графически совокупность точек векторов x_i и y_i и результаты проведенной *нелинейной регрессии общего вида*.

Задание 7. Выполнить сглаживание экспериментальной функции, заданной таблицей значенийx_i и y_i с помощью встроенных функций Mathcad: *medsmooth***,** *ksmooth*и *supsmooth***.** Результаты сглаживания.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5
ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ И ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MathCAD

Цель работы: изучить основы численного интегрирования и дифференцирования с использованием MathCAD.

Задание 1. Определить функцию $f(x)$ таблично, вычислив значения $y_i = f(x_i)$в точках $x_i = a + h\,i$, $i = 0, 1, ..., 8$,
$h=(b - a)/8$ на отрезке $[a, b]$.

Варианты задания 1

№ вар.	$f(x)$	$[a, b]$	$[c, d]$
1	$1/(\mathrm{tg}2x+1)$	[0.4, 0.8]	[2, 2.1]
2	$\cos 3x/(1-\cos 3x)^2$	[0.8, 1.6]	[-1, -0.9]
3	$1/(x\sqrt{x^3+4})$	[0.18, 0.98]	[0.5, 0.6]
4	$\sin x/(1+\sin x)$	[0.8, 1.6]	[2, 2.1]
5	$x^2\ \lg(x+2)$	[0, 0.4]	[1.5, 1.6]
6	$x^2\ \mathrm{arctg}(x/3)$	[0.8, 1.6]	[1, 1.1]
7	$e^{2x}\sin 3x$	[0.4, 1.2]	[2, 2.1]
8	$\mathrm{ctg}2x/(\sin 2x)^2$	[0.8, 1.2]	[1, 1.1]
9	$(x + 1)\sin x$	[1, 5]	[1, 1.1]
10	$5x + x\lg x$	[0.2, 1]	[1.3, 1.4]
11	$(2x + 3)\sin x$	[0.4, 1.2]	[0.5, 0.6]
12	$\cos x/(2x+5)$	[0.4, 1.2]	[1, 1.1]
13	$1/(1 + x + x^2)$	[0, 4]	[2, 2.1]
14	$(1+x)/(2+x)$	[0.4, 0.8]	[1.5, 1.6]
15	$\sqrt{1+e^{-x}}$	[0.4, 1.2]	[0.5, 0.6]

Задание 2.

Вычислить интеграл: $\int_a^b f(x)dx \int_a^b f(x)dx$

- с помощью встроенного оператора интегрирования;
- по формуле прямоугольников;
- по формуле Симпсона;
- с помощью встроенного оператора интегрирования и интерполяцией табличной функции кубическим сплайном (функции cspline и interp);
- методом неопределенных коэффициентов для численного интегрирования.

Задание 3.

Вычислить интеграл $\int_a^b f(x)dx \int_a^b f(x)dx$ методом Монте-Карло:

- определить диапазон случайных чисел, например j: = 0..1000;
- определить с помощью функции rnd равномерно распределенную случайную величину X_j и Y_j на отрезке интегрирования [a, b];
- создать вектор $T_j = f(\mu_j)$;
- с помощью функции mean вычислить интеграл.

Задание 4.

Найти первообразную аналитически заданной функции f(x), используя команду SymbolicIntegrateonVariable.

Задание 5.

Вычислить значения первой и второй производных функции f(x) в точке X = c:

- с помощью операторов дифференцирования Mathcad;
- методом неопределенных коэффициентов для численного дифференцирования.

Определить функцию f(x) таблично, вычислив значения $y_i = f(x_i)$ в точках $x_i = c + h*i$, i = 0, 1, ..., 10, h = 0.01 на отрезке [c, d].

Задание 6.

Определить символьное значение первой и второй производных f(x), используя команду SymbolicDifferentiateonVariable.

Варианты задания 6

№ варианта	$f(x)$	№ варианта	$f(x)$	№ варианта	$f(x)$
1	$3\sin(\sqrt{x}) + 0.35x - 3.8$ $x \in [2, 3]$	**6**	$0.25x^3 + x - 2$ $x \in [0, 2]$	**11**	$\sqrt{2x^2 + 1.2 - \cos x} - 1$ $x \in [0, 1]$
2	$x - \frac{1}{3 + \sin(3.6x)}$ $x \in [0, 1]$	**7**	$\arccos\frac{1 - x^2}{1 + x^2} - x$ $x \sqsubset [2, 3]$	**12**	$\cos\left(\frac{2}{x}\right) - 2\sin\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x}$ $x \in [1, 2]$
3	$\arccos x - \sqrt{1 - 0.3x^3}$ $x \in [0, 1]$	**8**	$3x - 4\ln x - 5$ $x \in [2, 4]$	**13**	$0.1x^2 - x\ln x$ $x \in [1, 2]$
4	$\sqrt{1 - 0.4x^2} - \arcsin x$ $x \in [0, 1]$	**9**	$e^x - e^{-x} - 2$ $x \in [0, 1]$	**14**	$1 - x + \sin x - \ln(1 + x)$ $x \in [0, 2]$
5	$3x - 14 + e^x - e^{-x}$ $x \in [1, 3]$	**10**	$- \mathrm{tg}\, x$ 1]	**15**	$e^{x-1} - x^3 - x$ $x \in [0, 1]$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6
ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MATHCAD

Цель работы: решение обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с использованием численных методов решения ОДУ.

Задание 1. Решить задачу Коши: $dy/dx = f(x, y)$, $y(0) = 1$ с шагом $h = 0.1$ на отрезке [0, 1]:
- методом *Эйлера*;
- методом *Рунге-Кутта* (коэффициенты k_i задать как функции от x и y);
- методом *Адамса*;
- используя функцию *rkfixed*.

Варианты задания 1

№ варианта	$f(x, y)$	№ варианта	$f(x, y)$	№ варианта	$f(x, y)$
1	$x + y$	**6**	$2y - \cos 2x$	**11**	$2y + 3e^{-x}$
2	$2x^2 + 2y$	**7**	$y - e^{x/2} + 2$	**12**	$y/2 - e^{-x}$
3	$e^x - 3y$	**8**	$3y - 2\sin x$	**13**	$y + (\cos x)/3$
4	$y - \sin x$	**9**	$e^{2x} - y$	**14**	$y - 4x + 5$
5	$y/3 - x^2$	**10**	$2\sin x + y$	**15**	$2x - y/3 - e^x$

Задание 2. Построить графики решений, полученных методами *Эйлера,Рунге-Кутта,Адамса* и с помощью функции *rkfixed*. Вычислить в точке $x = 1$ относительную погрешность для каждого метода.

Задание 3. Найти аналитическое (точное) решение ОДУ из задания 1 с помощью преобразований Лапласа (команды **Symbolic, Transforms, LaplaceTransform**и**InverseLaplaceTransform**).

Задание 4. Решить задачу Коши для системы ОДУ при заданных начальных условиях на отрезке [0, 2] с шагом $h = 0.2$. Решать с помощью функции *rkfixed*. Построить графики функций *u(t)* и *v(t)*.

Варианты задания 4

№ варианта	Система ОДУ	Начальные условия				№ варианта	Система ОДУ	Начальные условия			
		$u(0)$	$u'(0)$	$v(0)$	$v'(0)$			$u(0)$	$u'(0)$	$v(0)$	$v'(0)$
1	$\begin{cases} u'' = 2v + u \\ v'' = 4v - 2u \end{cases}$	1.5	1.5	1	1	9	$\begin{cases} u'' = 1/2 + v \\ v'' = 4 - u + t \end{cases}$	2	0	-1	1
2	$\begin{cases} u'' = -v + 3u \\ v'' = v - 2u \end{cases}$	-1	1	-1.5	3	10	$\begin{cases} u'' = -v + t \\ v'' = v + 3u \end{cases}$	-1	2	-1.5	0
3	$\begin{cases} u'' = 2v - u \\ v'' = 4v + u \end{cases}$	1.5	1.5	1	1	11	$\begin{cases} u'' = v - u - t \\ v'' = 2v + u \end{cases}$	1.5	1.5	-1	-1
4	$\begin{cases} u'' = 5v \\ v'' = v + 2u + \end{cases}$	1	1.5	0	2	12	$\begin{cases} u'' = 5v + t \\ v'' = 3v + u \end{cases}$	-1	1.5	0	-2
5	$\begin{cases} u'' = v + u + t \\ v'' = v + 2u - \end{cases}$	0.5	1.5	-1	2	13	$\begin{cases} u'' = v + u \\ v'' = v + u - t \end{cases}$	-0.5	1	-1	2
6	$\begin{cases} u'' = 2v + u + \\ v'' = 4v \end{cases}$	0.5	2	1	2	14	$\begin{cases} u'' = 2v - u \\ v'' = 4v + t \end{cases}$	0	-2	0	2
7	$\begin{cases} u'' = -v + t \\ v'' = 5v - 7u \end{cases}$	5	5	-1	1	15	$\begin{cases} u'' = v - 2t \\ v'' = v + 3u \end{cases}$	3	3	-1	1
8	$\begin{cases} u'' = v - 5u \\ v'' = 2v + u + \end{cases}$	1.5	1	3	1						

Задание 5. На отрезке $[a, b]$ с использованием функций *load, score* и*sbval* преобразовать краевую задачу: $d^2y/dx^2 = f(x, y, y')$ при граничных условиях $y(a) = A$, $y(b) = B$ к задаче Коши и найти решение заданного ОДУ в 10 промежуточных точках с помощью функции *rkfixed*.

Варианты задания 5

№ варианта	$f(x, y, y')$	Граничные условия			
		a	b	$y(a)$	$y(b)$
1	$e^x y + \cos x$	1	2	0	0
2	$y\sin x + e^{-x}$	2	3	1	0
3	$y\cos x + \mathrm{tg}x$	0	1	0	0.45
4	$x^3 y + \cos x$	0	1	1	0
5	$x + e^x y/(1 - x)$	2	4	1	0.14
6	$x^2 y + 1/(1 + x)$	1	3	0	0.17
7	$y\cos x + \cos^2 x$	1	2	0	0
8	$(2 + x)\, y + \mathrm{arctg}x$	0	3	0	0.22
9	$(5 - x)\, y + x$	2	4	0	-1.2
10	$e^{-x} y + 2e^{-x}$	0	1.5	2.4	0
11	$e^{-x} y/x + x$	-3	-2	3	0
12	$(x^2 + 1/x)\, y + 1/x^2$	2	3	0	0
13	$(10 - x)\, y + x$	-1	0	2	0
14	$y/x^2 + x$	1	3	1.5	0
15	$y\ln x + 1 + x$	7	8	0	0

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7
ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Цель работы: изучение методов решения линейных уравнений, оценка и сравнение этих методов. Получение практических навыков решения систем линейных уравнений с использованием MATHCAD.

Программное средство: MATHCAD.

Задание

Решить систему линейных уравнений, используя MATHCAD.

Варианты

1. $4x_1 + x_2 - x_3 = -6$

2. $10x_1 + x_2 + x_3 = 12$

$3x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 2$ $2x_1 + 10x_2 + x_3 = 13$

$x_1 - x_2 + 3x_3 = -2$. $2x_1 + 2x_2 + 10x_3 = 14$.

3. $100x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 200$

$6x_1 + 200x_2 - 10x_3 = 600$

$x_1 + 2x_2 + 100x_3 = 500$.

4. $0.4x_1 + 0.0003x_2 + 0.0008x_3 + 0.0014x_4 = 0.122$

$-0.0029x_1 - 0.5x_2 - 0.0018x_3 - 0.0012x_4 = -0.2532$

$-0.0055x_1 - 0.005x_2 - 1.4x_3 - 0.0039x_4 = -0.9876$

$-0.0082x_1 - 0.0076x_2 - 0.007x_3 - 2.3x_4 = -2.0812$

5. $9.87x_1 + 4.25x_2 - 1.63x_3 = 0.28$

$0.94x_1 - 7.31x_2 + 2.15x_3 = 4.32$

$1.17x_1 + 2.56x_2 + 5.29x_3 = 8.44$.

6. $1.7x_1 + 0.0003x_2 + 0.0004x_3 + 0.0005x_4 = 0.681$

$0.8x_2 + 0.0001x_3 + 0.0002x_4 = 0.4803$

$-0.0003x_1 - 0.0002x_2 - 0.1x_3 \qquad = -0.0802$

$-0.0005x_1 - 0.0004x_2 - 0.0003x_3 - x_4 = -1.0007$

7. $3x_1 + 0.0038x_2 + 0.0049x_3 + 0.0059x_4 = 1.5136$

$0.0011x_1 + 2.1x_2 + 0.0032x_3 + 0.0043x_4 = 1.4782$

$-0.0005x_1 + 0.0005x_2 + 1.2x_3 + 0.0026x_4 = 1.083$

$-0.0022x_1 - 0.0011x_2 - 0.0001x_3 + 0.3x_4 = 0.328$

8. $7.13x_1 + 2.87x_2 + 1.94x_3 - 0.61x_4 = 0.32$

$1.34x_1 - 6.28x_2 - 0.25x_3 + 1.57x_4 = -4.43$

$0.18x_1 + 2.75x_2 + 5.14x_3 - 0.96x_4 = 2.57$

$1.97x_1 - 5.27x_2 - 2.72x_3 + 10.21x_4 = 3.79$

9. $4.3x_1 + 0.0217x_2 + 0.027x_3 + 0.0324x_4 = 2.6632$

$0.01x_1 + 3.4x_2 + 0.0207x_3 + 0.026x_4 = 2.7779$

$0.0037x_1 + 0.009x_2 + 2.5x_3 + 0.197x_4 = 2.533$

$-0.027x_1 + 0.0027x_2 + 0.008x_3 + 1.6x_4 = 1.9285$

10. $5.6x_1 + 0.0268x_2 + 0.0331x_3 + 0.0393x_4 = 4.0316$

$0.0147x_1 + 4.7x_2 + 0.0271x_3 + 0.0334x_4 = 4.3135$

$0.0087x_1 + 0.015x_2 + 3.8x_3 + 0.274x_4 = 4.2353$

$0.0028x_1 + 0.009x_2 + 0.153x_3 + 2.9x_4 = 3.7969$

Порядок выполнения работы

1. Задать матрицу системы *A* и вектор правой части *b*. Используя встроенную функцию **lsolve**пакета MATHCAD, найти решение системы *Ax=b* с помощью метода Гаусса.

2. Преобразовать систему $Ax=b$ к виду $x=Bx+c$, удобному для итераций. Проверить выполнение достаточного условия сходимости итерационных методов $\|B\|_\infty<1$.
3. Используя функцию **zeid** выполнить 10 итераций по методу Зейделя; взять любое начальное приближение.
4. Принимая решение, полученное в п. 1 за точное, найти величину абсолютной погрешности итерационного решения (использовать норму $\|\cdot\|_\infty$).
5. Взять другое начальное приближение. Объяснить полученные результаты.
6. Оформить отчет по лабораторной работе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8
РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MATHCAD

Цель работы: изучение методов решения нелинейных уравнений, оценка точности этих методов. Получение практических навыков решения нелинейных уравнений с использованием MATHCAD.

Программное средство: MATHCAD.

Задание

Используя MATHCAD, отделить корни уравнения и найти их с точностью ε=0,01. Сделать чертеж.

1. $4x=2^x$ **2.** $x^3+2x-8=0$ **3.** $x^3-5x+1=0$

4. $(x+1)^3-x=0$ **5.** $x+\sin x-1=0$ **6.** $x^2=\cos x$

7. $x=2-\ln x$ **8.** $x^2=e^x+2$ **9.** $x^3+2x+1=0$

10. $x^3-2x-5=0$

Порядок выполнения работы

1. Найти аналитическое решение уравнения.
2. Используя пакет MATHCAD, локализовать корни уравнения графически.
3. Используя программу **bisec** пакета MATHCAD, найти корни уравнения с точностью ε.
4. Используя встроенную функции **root** пакета MATHCAD, найти корни уравнения с точностью ε.
5. Объяснить полученные результаты работы алгоритма.
6. Оформить отчет по лабораторной работе.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики: учеб. пособие/ Спб.: Лань. - 2009.

2. В.В. Воеводин. Вычислительная математика и структура алгоритмов [Электронный ресурс]: учебное пособие — Электрон. дан. — Москва: , 2016. — 145 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/100738.

3. Демидович Б.Н., Марон И.А. Основы вычислительной математики [Электронный ресурс]: учебное пособие /Б.П. Демидович И.А. Марон. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2011. — 672 с. — Режим доступа: .

4. Турчак Л.И. Основы численных методов: учеб. пособие/ Л. И. Турчак Л.И., М.: Физматлит, 2005.

5. Петров, И. Б. Введение в вычислительную математику / И. Б. Петров, А. И. Лобанов. — Москва: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016. — 352 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт].

6. Пирумов У.Г. Численные методы: учеб. пособие. / У.Г. Пирумов. М.: Дрофа, 2004.

7. Киреев А.В. Численные методы в примерах и задачах: учеб.пособие. / А.В. Киреев.-М.: Высш. шк., 2004.

8. Формалев В.Ф. Численные методы: учеб. пособие. / В.Ф. Формалев.- М.: Физматлит, 2004.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ
для студентов направления 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» очной и заочной форм обучения

Составители:
Собенина Ольга Валерьевна
Пак Алла Анатольевна

В авторской редакции

Подписано к изданию 01.04.2022.
Уч.-изд. л. 1,5

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»
394006 Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84