84-2023

ТРИГОНОМЕТРИЯ

Методические указания к проведению практических занятий и самостоятельной работе по дисциплине «Математика» для студентов всех специальностей 1 курса очной формы обучения

Воронеж 2023

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Воронежский государственный технический университет»

Строительно-политехнический колледж

ТРИГОНОМЕТРИЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для практических занятий и самостоятельной работы
по дисциплине «Математика»
для студентов всех специальностей
1 курса очной формы обучения

Воронеж 2023

УДК 51(07)
ББК 22.1я723

Составители:
С. Л. Рыбина, Л. А. Чемизова, Ю. В. Черная

Тригонометрия: методические указания для практических занятий и самостоятельной работы по дисциплине «Математика» для студентов всех специальностей 1 курса очной формы обучения /ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: С. Л. Рыбина, Л. А. Чемизова, Ю. В. Черная. – Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2023.– 45 с.

Приводятся основные теоретические сведения, связанные с понятиями тригонометрии. Показан ход выполнения практических заданий, представлены варианты проверочной работы. Указания носят практический характер и могут быть использованы как на занятиях, так и во время самостоятельной (внеаудиторной) работы.

Предназначены для студентов всех специальностей строительно-политехнического колледжа 1 курса очной формы обучения.

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле МУ_Тригонометрия.pdf.

Ил. 1. Табл. 1. Библиогр.: 7 назв.

УДК 51(07)
ББК 22.1я723

Рецензент – А .И. Барсуков, канд. физ.-мат. наук, доц. кафедры прикладной математики и механики ВГТУ

Издается по решению редакционно-издательского совета Воронежского государственного технического университета

ВВЕДЕНИЕ

Тригонометрия возникла из потребностей практической деятельности человечества. Различные задачи астрономии, мореплавания, землемерия, архитектуры привели к необходимости разработки способа вычисления геометрических фигур по известным значениям других их элементов, найденных путем непосредственных измерений. Так, например, на основе данных, полученных в результате наблюдений и измерений, астрономы вычислили расстояние от Земли до других небесных тел.

Само название «тригонометрия» в переводе с греческого языка на наш означает «измерение треугольников».

На первоначальных стадиях своего развития тригонометрия служила средством решения вычислительных геометрических задач, и ее содержание считалось вычислением элементов простейших геометрических фигур, т.е. треугольников. В современной тригонометрии самостоятельное и столь же важное значение имеет изучение свойств тригонометрических функций.

Тригонометрии, как отдельной дисциплины школьного курса математики не существует в настоящее время. Как отдельный раздел школьного курса математики, он неоднократно видоизменялся как по содержанию, так и по времени его изучения. Сейчас в основной школе изучается тригонометрия треугольника, а в средней школе тригонометрия составляет целостный раздел курса алгебры и начал анализа.

В школьной тригонометрии можно условно выделить три основных аспекта изучения: тригонометрическая форма записи действительного числа и её свойства; рассмотрение преобразований тригонометрических выражений (включая решение уравнений) по формулам как алгебраическим, так и собственно тригонометрическим и, наконец, тригонометрические функции (прямые и обратные).

Современная точка зрения на тригонометрические функции как на функции числового аргумента во многом обусловлена развитием физики, механики, техники. Эти функции легли в основу математического аппарата, при помощи которого изучаются различные периодические процессы: колебательные движения, распространение волн, движение механизмов, колебание переменного электрического тока.

Этим функциям принадлежит исключительно важное значение в современном математическом аппарате, необходимом для изучения закономерностей явлений природы и для использования этих закономерностей в практической деятельности человека.

Теоретический минимум в данных методических указаниях призван систематизировать и обобщить имеющиеся знания студентов по блоку «Тригонометрия».

Методические указания предназначены для студентов 1 курса всех специальностей строительно-политехнического колледжа (поступивших после получения основного общего образования). Методические указания разработаны в соответствии с учебной программой дисциплины «Математика» на основании учебника «Алгебра и начала математического анализа 10-11 классы», базовый уровень, Алимов А.Ш., Колягин Ю.М. и др.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ БЛОКА «ТРИГОНОМЕТРИЯ»

Самостоятельная работа обучающегося

При самостоятельном изучении теоретического и практического материала из списка рекомендуемой литературы необходимо вести конспект. В нем по мере проработки теоретического материала рекомендуется вписывать определения, теоремы, формулы, уравнения и т.п. Поля конспектов могут послужить для выделения тех вопросов, на которые необходимо получить письменную или устную консультации. Ведение конспекта должно быть аккуратным, расположение текста хорошо продуманным. Конспект поможет при подготовке к выполнению контрольной работы.

Выполнение (решение) практических заданий и примеров

Изучение теории сопровождается выполнением практических заданий и примеров, представленных в учебнике. Оно должно сопровождаться подробным осмыслением и разбором предлагаемых решенных задач и примеров. Каждый этап решения задачи и примера должен быть обоснован, исходя из теоретических положений учебника. Решение задач и примеров следует излагать подробно (четко, ясно и пошагово).

Консультации

При изучении теоретического материала или при выполнении практических заданий у обучающегося могут возникнуть вопросы, разрешить которые самостоятельно может не получиться. В такой ситуации следует обратиться к преподавателю для получения от него письменной или устной консультации, при этом следует указать характер затруднения, привести план решения.

Проверочная работа

В процессе практического изучения блока «Тригонометрия» обучающийся должен выполнить одну проверочную работу, которая проходит рецензирование у преподавателя. По полученным результатам обучающийся может сделать выводы о степени усвоения им материла, внести коррективы в процесс последующей самостоятельной работы над разделом.

Требования к оформлению и выполнению проверочной работы:

Проверочная работа выполняется на отдельных листах, которые затем сдаются преподавателю на проверку. В нее должны быть включены все задачи, указанные в задании к проверочной работе строго по своему варианту. Выполненные задания не по своему варианту не засчитываются. В заголовке проверочной работы должны быть ясно и разборчиво указаны: фамилия студента, его инициалы, группа, номер варианта.

Проверочная работа должны выполняться самостоятельно, так как в противном случае рецензирование работы как диалог общения преподаватель-обучающийся с целью оказания последнему методической помощи не достигнет цели.

Содержание блока «Тригонометрия»

Таблица

№ параграфа	Наименование
	Глава V Тригонометрические формулы
21	Единичная окружность, градусная и радианная меры углов
22	Поворот точки вокруг начала координат
23	Определение синуса, косинуса и тангенса угла
24	Знаки синуса, косинуса и тангенса угла
25	Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла
26	Тригонометрические тождества
27	Синус, косинус и тангенс углов α и – α
28	Формулы сложения
29	Синус, косинус и тангенс двойного угла
30	Синус, косинус и тангенс половинного угла
31	Формулы приведения
32	и разность синусов. Сумма и разность косинусов
	Глава VI Тригонометрические уравнения
33	Уравнение cos x = a
34	Уравнение sin x = a
35	Уравнение tg x = a
36	Решение тригонометрических уравнений
37	Примеры решения простейших тригонометрических неравенств

	Глава VII Тригонометрические функции
38	Область определения и множество значений тригонометрических функций
39	Четность, нечетность, периодичность тригонометрических функций
40	Свойства функции y =cos x и ее график
41	Свойства функции y = sin x и ее график
42	Свойства функции y = tg x и ее график
43	Обратные тригонометрические функции

Повторение каждой темы проводят следующим образом: учащиеся повторяют теорию по данной теме либо дома, либо в аудитории (учебник, тетрадь по теории). Затем выполняется проверочная работа. На усмотрение учителя проверочную работу можно дать как таковую (два варианта, на оценку), или задания первого варианта прорешиваются в аудитории, второго варианта даются на дом. В приложении представлен краткий теоретический материал.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

Предметные цели изучения главы:

— развитие представлений о способах описания явлений реального мира на математическом языке, в частности в терминах тригонометрии;

— формирование представлений о понятиях тригонометрии как математических моделях, позволяющих описывать процессы, изучаемые физикой, экономикой и другими науками;

— дальнейшее развитие понятия действительного числа посредством представления в тригонометрической форме;

— формирование умений определять и исследовать свойства синуса, косинуса, тангенса, котангенса действительного числа, используя однозначное соответствие между точками числовой прямой и точками окружности;

— обучение применению тригонометрических тождеств при вычислениях, преобразованиях тригонометрических выражений, решении простейших тригонометрических уравнений, используя при этом доказательные рассуждения.

Метапредметные цели изучения главы:

— развитие умений самостоятельно определять цели деятельности по усвоению и применению знаний тригонометрии как математические модели реальной действительности;

— формирование навыков учебно-исследовательской деятельности, готовности к поиску решения практических задач;

— развитие умений ориентироваться в различных источниках информации.

Личностные цели изучения главы:

— формирование мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки;

— развитие готовности учащихся к самостоятельной творческой деятельности;
— формирование навыков сотрудничества в процессе учебной деятельности.

В результате изучения главы V все учащиеся должны знать определения синуса, косинуса и тангенса и основные формулы, выражающие зависимость между ними, а также уметь выполнять упражнения типа 546—556 и из рубрики «Проверь себя!». Для углублённого уровня дополнительно — 558—560.

РАДИАННАЯ МЕРА УГЛА

Цель изучения параграфа — ознакомление с соответствием между точками прямой и окружности, формирование понятия радиана; развитие умений самостоятельно корректировать свою деятельность.

Знания и навыки учащихся

Знать, какой угол называется углом в 1 радиан, знать формулы перевода градусной меры в радианную и наоборот; уметь пользоваться этими формулами, вычислять длину дуги и площадь кругового сектора.

Теоретическая часть: § 21.

Практические упражнения в аудитории: задание 1,2,3,4 текста параграфа, номер 410.

Вопросы для самопроверки

1. Какой угол называется углом в 1 радиан?
2. Сколько градусов содержится в 1 рад?
3. Запишите формулу перевода градусной меры в радианную.
4. Запишите формулу перевода радианной меры в градусную.
5. Запишите формулы длины дуги и площади кругового сектора.

ПОВОРОТ ТОЧКИ ВОКРУГ НАЧАЛА КООРДИНАТ

Цель изучения параграфа — формирование понятия поворота точки единичной окружности вокруг начала координат на угол α и обучение нахождению положения точки окружности, соответствующей данному действительному числу; формирование навыков применения различных методов познания в ходе решения проблем.

Знания и навыки учащихся

Знать понятия «единичная (тригонометрическая) окружность», «поворот точки вокруг начала координат»; уметь находить координаты точки единичной окружности, полученной поворотом точки P(1;0) на заданный угол, находить углы поворота точки P(1;0), чтобы получить точку с заданными координатами.
Теоретический материал:§ 22

	Упражнения		
	основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	Дополнительные
1	417—419	418 (1, 2)	427, 428
2	416, 420, 422—426 (5-8)	423 (2, 3)	

Вопросы для самопроверки

1. Какой окружность называется единичной (тригонометрической)?
2. Дайте определение «поворот точки вокруг начала координат» по часовой стрелке, против часовой стрелки.
3. Что означает поворот на 0 радиан?

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИНУСА, КОСИНУСА И ТАНГЕНСА УГЛА

Цель изучения параграфа − введение понятий синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла (числа); обучение их нахождению для чисел вида $\frac{\pi}{2}k,\ k \in \boldsymbol{Z}$; ознакомление с применением определений синуса и косинуса при решении простейших тригонометрических уравнений; развитие умений ясно и точно излагать свою точку зрения.

Знания и навыки учащихся

Знать определения синуса, косинуса и тангенса угла; уметь находить значения синуса, косинуса и тангенса по таблицам В.М. Брадиса, с помощью микрокалькулятора, а также табличные значения; уметь решать уравнения

$$\sin x = \pm 1,\ \cos x = \pm 1,\ \sin x = 0,\ \cos x = 0$$

Теоретический материал: § 23 Определения синуса и косинуса, задачи 1-5. Определение тангенса, задачи 6-7.

	Упражнения		
	основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	дополнительные
1	429-432, 437	429(2, 3), 430(3, 4)	437-439
2	433-436; ДМ § 23 № 25-30	435 (3, 4)	

Значение тригонометрических функций при помощи «Тригонометрической ладони».

«Протяните руку и разведите как можно сильнее пальцы, так как показано на рис. Мы измерим углы между пальцами. (*Возьмем два прямоугольных треугольника с углами 30° и 45° и приложим вершину нужного угла к бугру Луны на ладони. Бугор Луны находится на пересечении продолжений мизинца и большого пальца. Одну сторону угла совмещаем с мизинцем, а другую сторону* - *с одним из остальных пальцев*).

Угол в 30°; - это угол между мизинцем и безымянным пальцем;
между мизинцем и средним пальцем - 45°;
между мизинцем и указательным пальцем - 60°;
между мизинцем и большим пальцем - 90°;

Если пальцы считать лучами, исходящими из бугра Луны на ладони, то, если совместить (сжать) пальцы с мизинцем, угол между лучами будет равен 0°**,** то есть можно считать, что направление мизинца соответствует началу отсчета углов, то есть 0°**,** а поэтому введем нумерацию пальцев:

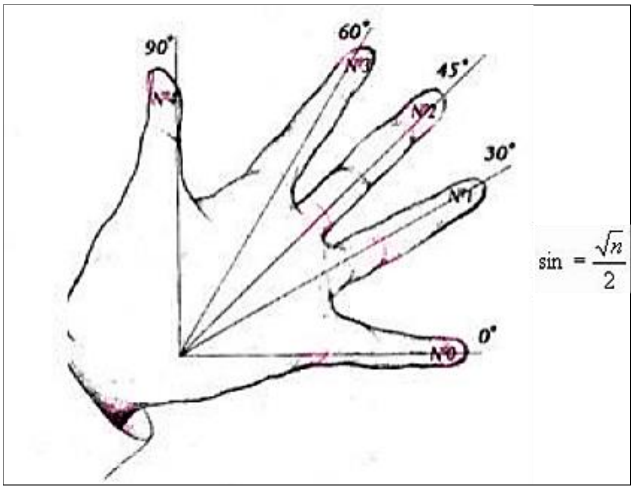


Рис. № 0 - мизинец 0; № 1 - безымянный 30°; № 2 - средний 45°;
№ 3- указательный 60°; № 4 Большой 90° (n – номер пальца)

Значения синуса и косинуса угла по “ладони” приведено в таблице.

Значения синуса			Значения косинуса		
№ пальца	Угол		№ пальца	Угол	
0	0	$\sin 0^0 = \frac{\sqrt{0}}{2} = 0$	4	0°	$\cos 0^0 = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$
1	30°	$\sin 30^0 = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$	3	30°	$\cos 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2	45°	$\sin 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$	2	45°	$\cos 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$
3	60°	$\sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$	1	60°	$\cos 60^0 = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$
4	90°	$\sin 90^0 = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$	0	90°	$\cos 90^0 = \frac{\sqrt{0}}{2} = 0$
Вывод:					

Примечание. Для определения косинуса угла отсчет пальцев происходит от большого пальца руки.
Значения тригонометрических функций объединены при помощи собственной ладони, называемой «Тригонометрическая ладонь»).

Вопросы для самопроверки

1. Что такое синус угла?
2. Что такое косинус угла?
3. Что такое тангенс угла?
4. Что такое котангенс угла?
5. Напишите таблицу значений тригонометрических выражений.
6. Напишите решение уравнений.

$$\sin x = \pm 1, \cos x = \pm 1, \sin x = 0, \cos x = 0$$

ЗНАКИ СИНУСА, КОСИНУСА И ТАНГЕНСА

Цель изучения параграфа - обучение нахождению знаков значений синуса, косинуса, тангенса числа; развитие умений самостоятельно ставить цель и контролировать свою деятельность.

Знания н навыки учащихся

Знать, какие знаки имеют синус, косинус и тангенс в различных четвертях; уметь определять знак числа sinα, cosα и tgα при заданном значении α.

Теоретический материал:§ 24

	Упражнения		
	основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	Дополнительные
1	444—448, 451, 453	444(3, 6),445(3, 6), 446(3, 6)	454, 455, 452; ДМ§ 24 № 22-26

Вопросы для самопроверки

1. Какие знаки имеет синус в различных четвертях?
2. Какие знаки имеет косинус в различных четвертях?
3. Какие знаки имеет тангенс в различных четвертях?
4. Какие знаки имеет котангенс в различных четвертях?

ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ СИНУСОМ, КОСИНУСОМ И ТАНГЕНСОМ ОДНОГО И ТОГО ЖЕ УГЛА

Цель изучения параграфа — вывод формул зависимости между синусом, косинусом, тангенсом одного и того же угла (числа); обучение применению этих формул для вычисления значений синуса, косинуса, тангенса числа по заданному значению одного из них; развитие умений взаимодействовать в процессе изучения нового материала.

Знания и навыки учащихся

Знать основное тригонометрическое тождество, зависимость между тангенсом и котангенсом, зависимость между тангенсом и косинусом, зависимость между котангенсом и синусом; уметь применять формулу при решении задач.
Теоретический материал: § 25 Основное тригонометрическое тождество, задачи 1 и 2. Равенства (4-7), задачи 3-6.

	Упражнения		
	Основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	дополнительные
1	456—458, 459 (1, 2), 460	459 (5, 6)	464, 463; ДМ§ 25 № 15-18, 8, 9
2	459 (3, 4), 461-462	459 (7, 8)	

Вопросы для самопроверки:

1. Выведите формулы зависимости между синусом, косинусом, тангенсом, котангенсом одного и того же угла (числа).
2. Примените эти формулы для вычисления значений синуса, косинуса, тангенса, котангенса числа по заданному значению одного из них в различных четвертях.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ТОЖДЕСТВА

Цель изучения параграфа — ознакомление с понятием тождества как равенства, справедливого для всех допустимых значений букв; обучение доказательству тождеств с использованием изученных формул; формирование умений выбирать успешные стратегии в различных ситуациях.

Знания и навыки учащихся

Знать, какие равенства называются тождествами, какие способы используются при доказательстве тождеств; уметь применять изученные формулы при доказательстве тождеств.

Теоретический материал: § 26 Задачи 1-5.

	Упражнения		
	Основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	дополнительные
1	465, 466, 467 (1, 2),469	465 (4, 6), 466 (1, 2)	471-474; ДМ§ 26 № 9-12
2	467 (3, 4), 468, 470 (1-3)	468	
3	470 (4-8)	Тест	

Вопросы для самопроверки

1. Какие равенства называются тождествами?
2. Какие способы используются при доказательстве тождеств?

СИНУС, КОСИНУС И ТАНГЕНС УГЛОВ α И – α

Цель изучения параграфа — обучение сведению вычислений значений синуса, косинуса, тангенса отрицательных углов к вычислению их значений для положительных углов; развитие умений самостоятельно контролировать и корректировать свою деятельность.

Знания и навыки учащихся

Знать формулы $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$, $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$, $tg(-\alpha) = tg\alpha$; уметь находить значения синуса, косинуса и тангенса для отрицательных углов.
Теоретический материал:§ 27

	Упражнения		
	основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	Дополнительные
1	475, 476, 478,480 (1-4)	475 (5), 476 (1, 2)	477, 479, 480 (5, 6)

Вопросы для самопроверки

1. Чему равен $\sin(-\alpha)$?
2. Чему равен $\cos(-\alpha)$?
3. Чему равен $tg(-\alpha)$?
4. Чему равен $ctg(-\alpha)$?

ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ

Цель изучения параграфа — обучение применению формул сложения при вычислениях и выполнении преобразований тригонометрических выражений; развитие навыков успешной исследовательской деятельности.

Знания и навыки учащихся

Знать формулы сложения, уметь их выводить; уметь применять их на практике.

Теоретический материал:§ 28

	Упражнения		
	основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	дополнительные
1	481, 482, 485	488-493, 563,564	494. 496, 497

Вопросы для самопроверки

1. Чему равна сумма синусов углов?
2. Чему равна сумма косинусов углов?
3. Чему равна сумма тангенсов углов?
4. Чему равна сумма котангенсов углов?

СИНУС, КОСИНУС И ТАНГЕНС ДВОЙНОГО УГЛА

Цель изучения параграфа — ознакомление учащихся со следствиями теоремы сложения; обучение применению формул двойного угла при преобразованиях тригонометрических выражений, развитие умений продуктивно общаться в процессе совместной деятельности.

Знания и навыки учащихся

Знать формулы синуса и косинуса двойного угла, уметь выводить формулы тангенса и котангенса двойного угла; уметь применять формулы при решении задач.

Теоретический материал:§ 29 задачи 1-5

	Упражнения		
	основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	дополнительные
1	498—504, 508	502, 508 (1,2)	511,512, 521-523
2	505—506, 515(2)	507	ДМ§ 29 № 22-25

Вопросы для самопроверки

1. Чему равен синус двойного угла?
2. Чему равен косинус двойного угла?
3. Чему равен тангенс двойного угла?
4. Чему равен котангенс двойного угла?

СИНУС, КОСИНУС И ТАНГЕНС ПОЛОВИННОГО УГЛА

Цель изучения параграфа — ознакомление учащихся со следствиями теоремы сложения; обучение применению формул половинного угла при преобразованиях тригонометрических выражений, развитие умений продуктивно общаться в процессе совместной деятельности.

Знания и навыки учащихся

Знать формулы половинного угла синуса, косинуса и тангенса (котангенса), уметь их выводить; уметь применять эти формулы на практике.
Теоретический материал: § 30. Задачи 1-4

	Упражнения		
	основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	дополнительные
1	512—514, 516(1,2)	507, 517 (1, 2)	§ 30№ 18-20
2	509, 510 (4, 5), 512, 518 (1, 4)	515 (3), (6), (1)	

Вопросы для самопроверки

1. Чему равен синус половинного угла?
2. Чему равен косинус половинного угла?
3. Чему равен тангенс половинного угла?
4. Чему равен котангенс половинного угла?

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

Цель изучения параграфа — обучение применению правила, позволяющего заменить синус, косинус, тангенс, котангенс любого числа соответственно синусом, косинусом, тангенсом или котангенсом числа α, если $0 < \alpha < \pi/2$.

Знания и навыки учащихся

Знать, что значения тригонометрических функций углов, больших 90°, сводятся к значениям для острых углов; знать правила записи формул приведения; уметь использовать их при решении задач.

Теоретический материал:§ 31.

Формулы приведения запоминать необязательно. Для того чтобы записать любую из них, можно руководствоваться правилами, записанными на с. 157 учебника. Прочитайте их. Дома выпишите эти правила в тетрадь по теории.

	Упражнения		
	основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	дополнительные
1	524 (1-7), 526, 530, 531	526 (2, 4, 6, 7), 535(3, 4)	535, 536 ДМ§ 31 № 10—11

Вопросы для самопроверки

1. Сформулируйте мнемоническое правило для формул приведения.

СУММА И РАЗНОСТЬ СИНУСОВ. СУММА И РАЗНОСТЬ КОСИНУСОВ

Цель изучения параграфа — обучение применению формул суммы и разности синусов (косинусов) при вычислениях и разложении на множители; развитие умений самостоятельно определять цели в различных ситуациях.

Знания и навыки учащихся

Знать формулы суммы и разности синусов, косинусов; уметь применять их на практике.

Теоретический материал:§ 32.

	Упражнения		
	Основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	дополнительные
1	537—541, 542 (1, 3), 543	538 (3, 5), 539 (4), 540 (2)	544, 545; ДМ§ 32 № 20—22, 27—29

Вопросы для самопроверки

1. Напишите формулы суммы синусов и косинусов.
2. Напишите формулы разности синусов и косинусов.

ПОВТОРЕНИЕ И ЗАКРЕПЛЕНИЕ ЗНАНИЙ ПО ГЛАВЕ V «ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ»

Предлагается провести в виде математического турнира. Условия турнира:

группа делится на две команды с капитаном во главе. Для каждой из них выбирается название и девиз. Члены жюри: успевающие студенты, преподаватели, куратор группы. После каждого тура жюри зачитывает результат пройденного тура и игры в целом на данный момент времени в виде таблицы.

	Команда I	Команда II
Тур I		
Тур II		
Тур III		
Тур IV		
Тур V		
ИТОГ ТУРНИРА		

Ход турнира

Тур I

Вопросы по теме «Тригонометрические формулы» (не менее 10) задаются преподавателем по очереди обеим командам. Если ответ неправильный, может ответить другая команда. Количество баллов - количество верных ответов.

Тур II

Нужно вывести тригонометрическую формулу. На доску скотчем прикрепляются 6 листов бумаги, на обратной стороне которых записаны тригонометрические формулы. От каждой команды выходят к доске по одному участнику. Снимают с доски по одному листу и выводят заданную формулу. Всего в этом туре участвуют 6 человек (по 3 от каждой команды).

Т у р I I I

Каждая команда делится на 3 подгруппы. Первая подгруппа получает конверт с названием «Найти», вторая - конверт с названием «Вычислить», третья - конверт с названием «Упростить». В каждом конверте лежат листочки с заданием. Каждый ученик берет одно задание, выполняет его и сдает жюри на проверку. Количество баллов - количество верно выполненных заданий.

Т у р I V

Участники команд садятся напротив друг друга и задают один вопрос на знание тригонометрических формул. Задающий вопрос оценивает ответ словами «верно» или «неверно». За каждый верный ответ начисляется один балл. За неправильную оценку балл снимается, то есть когда ответ был неверным, а спрашивающий сказал «верно».

Т у р V

Карточки с заданиями раскладываются на столе. Капитаны команд выбирают по одной карточке, готовят решение на доске. Например, докажите тождество.

Пока капитаны готовятся у доски, вниманию учащихся предлагаются сведения из истории (подготовленные заранее).

П е р в а я к о м а н д а . Об истории тригонометрии.

В т о р а я к о м а н д а . О происхождении единиц измерения углов.

Итог игры подводит жюри.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Предметные цели изучения главы:

– введение понятий арксинуса, арккосинуса, арктангенса угла; вывод формул корней простейших тригонометрических уравнений;
– обучение решению тригонометрических уравнений: линейных относительно синуса, косинуса, тангенса числа; сводящихся к квадратным и другим алгебраическим уравнениям после замены неизвестного; сводящихся к простейшим тригонометрическим уравнениям после разложения на множители;
– знакомство с решением простейших тригонометрических неравенств с помощью единичной окружности.

Метапредметные цели изучения главы:

– формирование приёмов перехода от аналитической к графической модели и обратно;
– совершенствование приёмов точных и приближённых вычислений;
– знакомство с математическим толкованием понятия периодичности, имеющего важное мировоззренческое значение;

– развитие алгоритмического и логического мышления.

Личностные цели изучения главы:

– совершенствование навыков самоконтроля;
– развитие вычислительной и алгоритмической культуры;
– развитие творческой инициативы, самокритичности.

В результате изучения главы VI все учащиеся должны знать формулы корней простейших тригонометрических уравнений, приёмы решения рассмотренных типов уравнений и выполнять упражнения 655-665 и из рубрики «Проверь себя!». Для углублённого уровня дополнительно - 666, 669, 671, 685.

УРАВНЕНИЕ cos x = a

Цель изучения параграфа — ознакомление с понятием арккосинуса числа, обучение решению простейших тригонометрических уравнений.

Знания и навыки учащихся

Знать определение арккосинуса, формулу решения уравнения cos x = a, частные случаи решения уравнения (cos x = -1, cos x = 1, cos x = 0); уметь решать простейшие тригонометрические уравнения.

Теоретический материал: § 33. Задачи 1-5.

	Упражнения		
	Основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	дополнительные
1	568—570, 575, 579	569 (3, 4), 570 (2, 3)	580—582, 583 (1), 584; ДМ§ 33 № 30—32
2	571—574, 577, 578, 576 (1—4)	573 (3, 4); ДМ § 33 № 4, 13, 19, 21	

Вопросы для самопроверки

1. Что такое арккосинус числа?
2. Назовите частные случаи уравнения cos x = a и их решения.
3. При каких значениях a уравнение cos x = a имеет корни? По какой формуле их можно найти?
4. Что называется аргументом у уравнения cos x = a?
5. Что означает «решить простейшее тригонометрическое уравнение»?

УРАВНЕНИЕ sin x = a

Цель изучения параграфа — ознакомление с понятием арксинуса числа, обучение решению уравнений, сводящихся к уравнению sin x = a; развитие навыков самостоятельного разрешения проблем.

Знания и навыки учащихся

Знать определение арксинуса числа, формулу решения уравнения sin x = a, частные случаи решения уравнения (sin x = -1, sin x = 0, sin x = 1); уметь решать простейшие тригонометрические уравнения.
Теоретический материал: § 34. Задачи 1-5

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th colspan="3">Упражнения</th></tr>
<tr><th>Основные (в аудитории и дома)</th><th>для самостоятельной работы</th><th>дополнительные</th></tr>
<tr><td>1</td><td>586-588, 593</td><td>587 (2, 3)</td><td rowspan="3">599-606; ДМ§ 34 № 33-36</td></tr>
<tr><td>2</td><td>589-592, 594 (1, 2), 597</td><td>590 (3), 591 (2, 3)</td></tr>
<tr><td>3</td><td>594 (3, 4), 595, 596, 598</td><td></td></tr>
</table>

Вопросы для самопроверки

1. Что такое арксинус числа?
2. Назовите частные случаи уравнения sin x = a и их решения.
3. При каких значениях а уравнение sin x = a имеет корни? По какой формуле их можно найти?

УРАВНЕНИЕ tg x = a

Цель изучения параграфа — ознакомление с понятием арктангенса числа, обучение решению уравнения tg x = a; развитие навыков самостоятельного формулирования проблемы и нахождения путей её решения.

Знания и навыки учащихся

Знать определение арктангенса числа, формулу решения тригонометрического уравнения tg x = a, уметь применять формулу для решения уравнений.

Теоретический материал: § 35. Задачи 1-4

	Упражнения		
	Основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	дополнительные
1	607—609, 614	608 (2), 609 (2); ДМ § 35 № 9	613—618; ДМ§ 35 № 29—32
2	610—612	ДМ § 35 № 22—25	

Историческая справка

Тангенсы возникли в связи с решением задачи об определении длины тени. Тангенс, а также котангенс, введен в X в. Арабским математиком Абу-л-Вафой, который составил и первые таблицы для нахождения тангенсов и котангенсов. Однако эти открытия долгое время оставались неизвестными европейским ученым, и тангенсы были заново открыты в XIV в. сначала английским ученым Т. Бравердином, а позднее немецким математиком Региомонтаном (1467 г.). Само название «тангенс» появилось лишь в 1583 г.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое арктангенс числа?
2. Назовите частные случаи уравнения tg x = a и их решения.
3. При каких значениях a уравнение tg x = a не имеет корней? По какой формуле их можно найти?

РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Цель изучения параграфа — обучение применению методов введения нового неизвестного и разложения на множители, к решению тригонометрических уравнений.

Знания и навыки учащихся

Знать некоторые виды тригонометрических уравнений; уметь решать простейшие тригонометрические уравнения, квадратные уравнения относительно одной из тригонометрических функций, однородные и неоднородные уравнения
Теоретический материал: § 36. Задачи 1-12

	Упражнения		
	Основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	дополнительные
1	620—622	621 (2, 4), 622 (4)	636, 638—647; ДМ§ 36 № 24—28
2	620—624	ДМ § 36 № 1—5	
3	624—627	ДМ§ 36 № 14—17	
4	635		

Вопросы для самопроверки

1. Как решаются квадратные уравнения относительно одной из тригонометрических функций?
2. Как решаются однородные тригонометрические уравнения первой степени?
3. Как решаются однородные тригонометрические уравнения второй степени?
4. Чем отличается однородное тригонометрическое уравнение от неоднородного?
5. Как могут решаться тригонометрические уравнения, правая часть которых равна нулю?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ПРОСТЕЙШИХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ

Цель изучения параграфа — обучение приёмам решения простейших тригонометрических неравенств с помощью единичной окружности.

Знания и навыки учащихся

Знать алгоритм решения тригонометрических неравенств; уметь решать простейшие тригонометрические неравенства.
Теоретический материал:§ 37

	Упражнения		
	Основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	дополнительные
1	648 (1,2), 649(1), 650 (1,2)	№648 (3,4), №650 (3,4)	651

Вопросы для самопроверки:

1. В чем состоит алгоритм решения простейших тригонометрических неравенств?

ПОВТОРЕНИЕ И ЗАКРЕПЛЕНИЕ ЗНАНИЙ ПО ГЛАВЕ VI «ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ»

Повторение и закрепление знаний осуществляется в виде практического семинара. Подготовка к нему в течении одной недели. Учащийся (группа учащихся) выбирае(ю)т себе вопрос и готовят выступление, придерживаясь следующих правил:

1. Объяснить решение тригонометрического уравнения (системы, неравенства), можно рассказать алгоритм решения.
2. Показать решение на примере.
3. Предложить 1-2 аналогичных задания для решения своим одногруппникам на дом.

Подготовка осуществляется с использованием учебника, дополнительной литературы, консультации преподавателя.

Вопросы для практического семинара

1. Простейшие тригонометрические уравнения и уравнения, непосредственно сводящиеся к простейшим.
2. Тригонометрические равнения, решаемые с помощью формул преобразования суммы тригонометрических функций в произведение.
3. Тригонометрические равнения, решаемые с помощью замены переменной.
4. Однородные тригонометрические уравнения.
5. Тригонометрические уравнения, решаемые с помощью формул понижения степени.
6. Тригонометрические уравнения, решаемые с помощью преобразования произведения тригонометрических функций в сумму.
7. Тригонометрические уравнения, при решении которых используется универсальная тригонометрическая подстановка.
8. Тригонометрические уравнения, решаемые с помощью введения вспомогательного угла.
9. Тригонометрические уравнения, решаемые с помощью умножения на некоторую тригонометрическую функцию.
10. Тригонометрические уравнения, решаемые разложением на множители.
11. Тригонометрические уравнения, содержащие дополнительные условия.
12. Системы тригонометрических уравнений, в которых одно уравнение - алгебраическое, а другое содержит тригонометрические функции.
13. Тригонометрические системы, в которых оба уравнения содержат тригонометрические функции.
14. Простейшие тригонометрические неравенства.

15. Тригонометрические неравенства, решаемые с помощью замены переменной.

16. Посторонние корни при решении тригонометрических уравнений (неравенств, систем).

17. Потеря решений при решении тригонометрических уравнений (неравенств, систем).

18. Тригонометрические задачи с параметрами.

По результатам практического семинара выставляются оценки.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Предметные цели изучения главы:

— развитие представлений учащихся о месте элементарных, в частности, тригонометрических функций в математической науке;

— развитие умений осуществлять доказательство свойств функций, в частности, тригонометрических (ограниченность, периодичность); находить область определений и множество значений функции; строить графики тригонометрических функций с применением разных приёмов; исследовать функции, заданные графически;

— формирование умений применять различные методы решения тригонометрических уравнений и неравенств в процессе исследования тригонометрических функций и решения практических задач.

Метапредметные цели изучения главы:

— развитие умений самостоятельно определять цели своей деятельности по исследованию процессов и явлений, моделями которых являются тригонометрические функции; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать эту деятельность;

— развитие навыков самостоятельного поиска методов решения практических задач;

развитие умений логично и корректно излагать свою точку зрения в процессе решения задач и исследования различных процессов.

Личностные цели изучения главы:

— формирование основ саморазвития и самовоспитания, готовности и способности к самостоятельной деятельности;

— развитие стремлений к самообразованию на протяжении всей жизни;

— формирование ответственного отношения к выбору будущей профессии.

В результате изучения главы VII все учащиеся должны знать основные свойства тригонометрических функций, уметь строить задачи типа 758—763 и из рубрики «Проверь себя!». Для углублённого уровня дополнительно — 765—770.

ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И МНОЖЕСТВО ЗНАЧЕНИЙ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Цель изучения параграфа —введение понятия тригонометрической функции, формирование умений находить область определения и множество значений тригонометрических функций; развитие умений использовать все возможные ресурсы в процессе применения различных способов исследования свойств тригонометрических функций.

Знания и навыки учащихся

Знать определение области определения и множества значений функции, в том числе тригонометрических функций; уметь находить область определения и область значений тригонометрических функций.
Теоретический материал: § 38. Задачи 1-4.

	Упражнения		
	основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	дополнительные
1	691, 692; ДМ§ 38 № 17—22	692 (3, 5); ДМ § 38 № 8—10, 12, 30	694, 696 (3, 4), 697—699; ДМ§ 38 № 42 44
2	692, 693, 695—696	ДМ § 38 № 27, 28, 37	

Вопросы для самопроверки

1. Дайте определение области определения и множества значений тригонометрических функций?
2. Назовите область определения и множество значений функций y = cos x, y= sin x, y = tgx, y = ctg x.

ЧЕТНОСТЬ, НЕЧЕТНОСТЬ, ПЕРИОДИЧНОСТЬ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Цель изучения параграфа — повторение понятий чётности и нечётности функций; введение понятия периодической функции; обучение исследованию тригонометрических функций на чётность и нечётность и нахождению периода функции; развитие умений продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности.

Знания и навыки учащихся

Знать определение четности и нечетности функции, периодичности тригонометрических функций; уметь находить период тригонометрических функций, исследовать их на четность и нечетность.

Теоретический материал § 39. Задачи 1-3

	Упражнения		
	основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	дополнительные
1	700—702, 704 (1, 2)	701 (3, 4)	704, 706, 707; ДМ§ 39, № 22—26
2	703, 705, 704 (4, 5)	Проверочная самостоятельная работа	

Вопросы для самопроверки:

1. Какие функции называют чётными?
2. Как определить график чётной функции?
3. Какие функции называют нечётными?
4. Как определить график нечётной функции?
5. Какие из тригонометрических функций являются четными? Дайте определение области определения и множества значений тригонометрических функций?
6. Какие - нечетными? Назовите наименьший положительный период каждой из тригонометрических функций.

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ y = cos x И ЕЕ ГРАФИК

Цель изучения параграфа — ознакомление со свойствами функции y = cos x, обучение построению графика функции и использованию свойств и графика функции при решении уравнений и неравенств; развития умений использовать все ресурсы для достижения цели при изучении свойств функции y = cos x.

Знания и навыки учащихся

Знать понятие функции косинуса, схему исследования функции y = cos x (ее свойства); уметь строить график функции y = cos x, находить по графику промежутки возрастания и убывания, промежутки постоянных знаков, наибольшее и наименьшее значения функции.

Теоретический материал § 40. Задачи 1-2.

	Упражнения		
	Основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	дополнительные
1	708—711, 714; ДМ § 40 № 27	710 (3), 711 (2, 3)	717—719; ДМ§ 40 № 24, 25
2	712, 713, 715, 716	ДМ § 40 № 9—11	
3	762 (1, 4), 763 (1)		

Вопросы для самопроверки

1. Дайте определение функции косинуса?
2. Назовите свойства функции y= cos x, схему исследования функции y=cosx.
3. Назовите по графику функции y= cos x промежутки возрастания и убывания, промежутки постоянных знаков, наибольшее и наименьшее значения функции.

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ y = sin x И ЕЕ ГРАФИК

Цель изучения параграфа — ознакомление со свойствами функции y = sin x, обучение построению графика функции и использованию свойств и графика функции при решении уравнений и неравенств; развитие умений самостоятельно определять цели познавательной деятельности, осуществлять, контролировать и корректировать деятельность.

Знания и навыки учащихся

Знать понятие функции синуса, схему исследования функции y = sin x (ее свойства); уметь строить график функции y = sin x, находить по графику промежутки возрастания и убывания, промежутки постоянных знаков, наибольшее и наименьшее значения функции.

Теоретический материал § 41. Задачи 1 и 2.

	Упражнения		
	Основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	дополнительные
1	720—723, 726, 729	722 (3), 723 (5)	730, 731, 732; ДМ § 41 № 26—28, 30
2	724—725, 727, 728	724 (4), 725 (4)	

Вопросы для самопроверки

1. Дайте определение функции синуса?

2. Назовите свойства функции y= sin x, схему исследования функции y=sinx.

3. Назовите по графику функции y= sin x промежутки возрастания и убывания, промежутки постоянных знаков, наибольшее и наименьшее значения функции.

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ y = tg x И ЕЕ ГРАФИК

Цель изучения параграфа — ознакомление со свойствами функции y= tg x, обучение построению графика функции и решению уравнений и неравенств с помощью свойств и графика функции; развитие умений самостоятельно применить решения, определяющие стратегию исследования.

Знания и навыки учащихся

Знать понятие функции тангенса, схему исследования функции y = tg x (ее свойства); уметь строить график функции y = tg x, находить по графику промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства, наибольшие и наименьшие значения функции.

Теоретический материал § 42. Задачи 1-3.

	Упражнения		
	Основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	дополнительные
1	733—737	735 (3, 5)	739 ,742—746
2	736—741	737 (3, 4)	747, 749

Вопросы для самопроверки

1. Дайте определение функции тангенса?

2. Назовите свойства функции y= tg x, схему исследования функции y=tg x.

3. Назовите по графику функции y= tg x промежутки возрастания и убывания, промежутки постоянных знаков, наибольшее и наименьшее значения функции.

4. Дайте определение функции котангенса?

2. Назовите свойства функции y= ctg x, схему исследования функции y=ctgx.

3. Назовите по графику функции y= ctg x промежутки возрастания и убывания, промежутки постоянных знаков, наибольшее и наименьшее значения функции.

ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Цель изучения параграфа — ознакомление с обратными тригонометрическими функциями и их графиками; формирование навыков познавательной рефлексии как осознание границ своего знания и незнания.

Теоретический материал § 43.

Проводится в форме самостоятельной работы с учебником. Группа делится на три подгруппы. Первая подгруппа читает, разбирает п. 1 § 43 и готовит сообщение по теме «Функция y = arccos x»; вторая и третья группы - соответственно по п. 2 и п. 3 параграфа. Время на подготовку -7-10 минут. Затем заслушиваются сообщения. Затем разбирается задачи 1-3 из текста параграфа.

	Упражнения		
	Основные (в аудитории и дома)	для самостоятельной работы	дополнительные
1	№ 750 - 751 (устно) № 752 (1) №753 (1),754(1)	№ 753 (2), № 754 (2),	№ 755 (2), № 756 (4).
2	755(1). №756(1,3).		

Вопросы для самопроверки

1. Что мы называем обратными тригонометрическими функциями?.
2. Какие значения могут принимать обратные тригонометрические функции?
3. Где мы можем найти все значения для обратных тригонометрических функций?
4. Каким свойством обладает отрицательное значение арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса числа?
5. Какую ключевую роль играют обратные тригонометрические функции, где они применяются?

ПОВТОРЕНИЕ И ЗАКРЕПЛЕНИЕ ЗНАНИЙ ПО ГЛАВЕ VII «ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ»

Игра «Пик знаний»

Цели занятия: повторить, углубить и обобщить приобретенные знания и вызвать интерес к урокам математики, воспитывать упорство настойчивость в достижении цели.

Мы совершим необычное восхождение на вершину «Пика знаний» - «Тригонометрические функции».

Правила игры. Группа делится на две подгруппы. У каждой подгруппы свой инструктор (успевающий студент), который оценивает коэффициент участия каждого «альпиниста» в нашем восхождении. Подгруппа, которая первая достигнет вершины «Пика знаний», становится победителем. Покорение вершин происходит по этапам, вершина считается покоренной, если все участники подгруппы справились с заданием, на помощь отстающим приходят участники подгруппы.

Ход игры

I этап. Разминка (зарядка)

Изображен график тригонометрической функции (или y= cos x, или y= sin x, или y= tg x, или y= ctg x)

Вопросы к графику:

1) График какой функции изображен?
2) Функция четная или нечетная?
3) Найдите область определения и область значения
4) Назовите нули функции
5) Назовите промежутки знакопостоянства, монотонности функции
6) Назовите наибольшее и наименьшее значения функции

II этап. Первый привал (надо показать знания, каждая подгруппа пойдет по своей лесенке):

Первая подгруппа

Построить графики функций

$y=2\sin(x-\frac{\pi}{4})$

$y=\sin(x-\pi/4)$

$y=1/2\sin x$

Вторая подгруппа

$y=\cos(x+\pi/3)$

$y=1/2\cos(x+\pi/3)$

$y=2\cos x$

III этап. Самое трудное восхождение

Построить график функции первая подгруппа $y=\cos|x|$ $y=|\cos x|$

вторая подгруппа $y=\sin|x|$ $y=|\sin x|$

А теперь привал (сообщение обучающегося первой подгруппы о вкладе в науку Леонардо Эйлера «Тригонометрия. Страницы истории»)

В настоящее время тригонометрия перестала существовать как самостоятельная наука, распавшись на две части.

Первая часть, как мы говорили выше, входит в состав математического анализа, располагающего общими методами исследования функций, а вторая часть относится к геометрии и играет в ней вспомогательную роль

IV этап- Графический диктант (теперь после трудного подъема соберемся все вместе, ответы **да/нет**)

1$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ -основное тригонометрическое тождество

2. Тригонометрия – раздел геометрии
3. $\sin x$, $\cos x$, $\mathrm{t}g\, x$, $\mathrm{ctg}\, x$ - тригонометрические функции
4. уравнение $\sin x=0$ имеет единственный корень
5. [-1; 1] – область значений функций $\sin x$, $\cos x$
6. (-∞;+ ∞) –область определения функций $\sin x$, $\cos x$
7. ctg α=$\sin\alpha/\cos\alpha$
8. $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

Все очень устали и у нас еще один привал.

Прикладное значение тригонометрической функции y= $\sin x$ отражено в выступлении учащегося второй подгруппы:

Тема: «Заход Солнца и функция синус»

Подведение итогов. Вершина покорена. **Победила команда один (или два)**

Проверочная работа по блоку :«Тригонометрия»(2 часа) Вариант 1

1. Вычислите: а) $\sin\frac{5\pi}{6}$; б) $\cos\left(\frac{-9\pi}{4}\right)$; в) $tg\frac{5\pi}{4}$; г) $ctg\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.
2. Найдите заданную точку на числовой окружности: $\frac{9\pi}{4}$, $\frac{\pi}{4}$; -2,5; 140˚,90˚
3. Найти область определения функции y= cos (5/x)
4. Найти множество значений функции y=2-3sin5x
5. Определить, является ли данная функция четной или нечетной
$$y=\frac{\cos 2x-x^2}{\sin x}$$
6. Решите уравнение: а) 2sinx-1=0 б) $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$
Для уравнения б) записать решения, принадлежащие отрезку [0; 3π]
7. Известно, что $\sin t=0{,}6, \pi<t<\frac{3\pi}{2}$. Вычислите: $\cos t, tgt, ctgt.$
8. Определите знак выражения $\sin 1\cdot\cos(-2)\cdot tg3\cdot ctg(-4).$
9. Решить систему неравенств: $\begin{cases}\sin t\geq\frac{\sqrt{2}}{2},\\ \cos t< 1/2\end{cases}$

Проверочная работа по блоку:«Тригонометрия»(2 часа) вариант 2

1. Вычислите: а) cos 5π/6; б) sin (-9π/6) в) ctg (5π/4); г) ctg (2π/3)

2. Найдите заданную точку на числовой окружности: 12π/4; π/3; - 1,5; 120˚, 180˚
3. Найти область определения функции y= 2cos(3/x)-1
4. Найти множество значений функции y=1-4cos2x
5. Определить, является ли данная функция четной или нечетной

$$y = \frac{\sin 3x + x^5}{\cos x}$$

6. Решите уравнение: а) $\sin t = \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\cos t = -\frac{1}{2}$.

   Для уравнения а) записать решения, принадлежащие отрезку [0; 3π]
7. Известно, что sint= 6/13, t принадлежит 1 четверти. Вычислите: $\cos t, tgt, ctgt$.
8. Определите знак выражения sin π/6·cos 4π/7·cos 3π/5·sin 9π/5.

9. Решить систему неравенств: $\begin{cases} \cos t \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \sin t > \frac{1}{2} \end{cases}$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алимов, Ш.А. Алгебра и начала анализа. 10-11 класс / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров, и др.. - М.: Просвещение; Издание 2-е, 2016**.** - 256 с.
2. Математика. Практикум : Учебное пособие Для СПО / под общ. ред. Татарникова О. В. - Москва : Юрайт, 2021. - 285 с. - (Профессиональное образование).-ISBN978-5-534-03146-1: 649.00. URL: https://urait.ru/bcode/470068
3. Седых, Ирина Юрьевна. Математика : Учебник и практикум Для СПО / Седых И. Ю., Гребенщиков Ю. Б., Шевелев А. Ю. - Москва : Юрайт, 2021. - 443 с. - (Профессиональное образование). - ISBN 978-5-9916-5914-7 : 1189.00. URL: https://urait.ru/bcode/469860
4. Шипачев, Виктор Семенович. Математика : Учебник и практикум Для СПО / Шипачев В. С. ; под ред. Тихонова А. Н. - 8-е изд. ; пер. и доп. - Москва : Юрайт, 2021. - 447 с. - (Профессиональное образование). - ISBN 978-5-534-13405-6 : 959.00. URL: https://urait.ru/bcode/469417
5. Далингер, Виктор Алексеевич. Математика: задачи с параметрами в 2 ч. Часть 1 : Учебное пособие Для СПО / Далингер В. А. - 2-е изд. ; испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2021. - 466 с. - (Профессиональное образование). - ISBN 978-5-534-04755-4 : 999.00. URL: https://urait.ru/bcode/472773
6. Далингер, Виктор Алексеевич. Математика: задачи с параметрами в 2 ч. Часть 2 : Учебное пособие Для СПО / Далингер В. А. - 2-е изд. ; испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2021. - 501 с. - (Профессиональное образование). - ISBN 978-5-534-04757-8 : 1069.00. URL: https://urait.ru/bcode/473040
7. Богомолов, Николай Васильевич. Математика : Учебник Для СПО / Богомолов Н. В., Самойленко П. И. - 5-е изд. ; пер. и доп. - Москва : Юрайт, 2021. - 401 с. - (Профессиональное образование). - ISBN 978-5-534-07878-7 : 1089.00. URL: https://urait.ru/bcode/469433

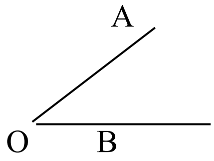
Интернет-ресурсы

www.edu.ru
www.mathtest.ru
www.allmatematika.ru
www.ega-math.narod.ru

ПРИЛОЖЕНИЕ

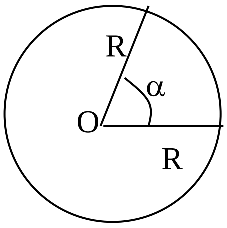
Угол

Угол(∟AOB) – фигура, расположенная между двумя лучами (ОА, ОВ), выходящими из одной вершины (О).



Элементы угла: вершина угла (О), стороны угла – лучи ОА, ОВ;

Центральный угол окружности – любой угол плоскости:



- опирается на дугу окружности, с центром в вершине угла,
- стороны угла – радиусы окружности,
- дуга угла – часть окружности, расположенная между сторонами угла;

Меры угла: градус - °; радиан: 1 рад – величина центрального угла, длина дуги которого равна радиусу;

$1° = 0{,}17$ рад; 1 рад $= 57{,}32°$; $\pi = 180°$; $\pi \approx 3{,}14$

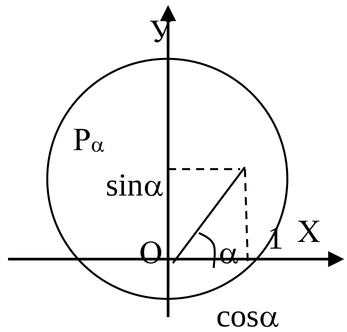
$n° = \dfrac{\pi}{180°} n$ (рад); $\alpha = \dfrac{180°}{\pi}\alpha$ (градусов)

Тригонометрические функции: $\sin\alpha = \dfrac{y}{R}$; $\cos\alpha = \dfrac{x}{R}$; $tg\alpha = \dfrac{y}{x}$; $ctg\alpha = \dfrac{x}{y}$;

будем считать R = 1, тогда $\sin\alpha = y$; - ордината точки P_α;

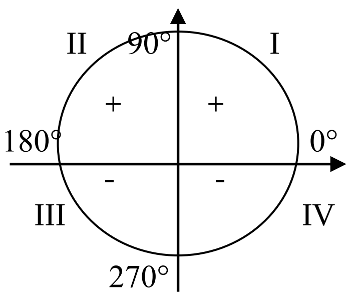
$\cos\alpha = x$; - абсцисса точки P_α;

$tg\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $ctg\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$;

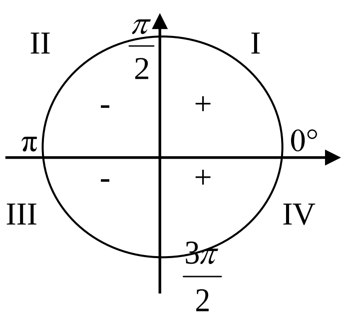


Отрицательный угол откладывается *по часовой* стрелке;
Положительный угол откладывается *против* часовой стрелки;

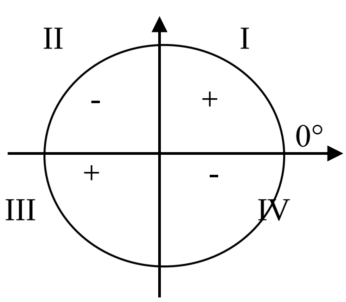
Знаки тригонометрических функций по четвертям координатной плоскости:



sin α



cos α



tg α; ctg α;

Таблица значений тригонометрических функций

			1четверть				2четверть				3четверть				4четверть		
t Главные имена	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
- t	2π	$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{6}$	π	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0
x =cos t абсцисса	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
y= sin t ордината	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
tg t	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
ctg t	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	-
в градусах	0	30	45	60	90	120	135	150	180	210	225	240	270	300	315	330	360

Тригонометрические формулы

1. Тригонометрические функции одного аргумента:

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ – основное тригонометрическое тождество;

$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$; $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2$;

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}; \quad ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}; \quad tg\alpha\, ctg\alpha = 1; \quad ctg\alpha = \frac{1}{tg\alpha};$$

$$tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}; \quad ctg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2\alpha};$$

2. Тригонометрические функции двойного аргумента:

$\sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha$; $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$;

$$tg 2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}; \quad ctg 2\alpha = \frac{1 - tg^2\alpha}{2tg\ \alpha};$$

3. Тригонометрические функции половинного аргумента:

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}; \quad \cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}};$$

$$tg\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}; \quad ctg\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}};$$

4. Формулы суммы и разности тригонометрических функций:

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2};$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$tg\alpha \pm tg\beta = \frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}; \qquad ctg\alpha \pm ctg\beta = \frac{\sin(\beta\pm\alpha)}{\sin\alpha\sin\beta};$$

5. Формулы сложения и вычитания:

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta; \qquad \sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta;$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta; \qquad \cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta;$$

$$tg(\alpha+\beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha tg\beta}; \qquad tg(\alpha-\beta) = \frac{tg\alpha - tg\beta}{1 + tg\alpha tg\beta};$$

6. Формулы приведения:

α	-α	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	π + α	π - α	$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$	2π + α	2π - α
sin α	- sin α	cos α	cos α	- sin α	sin α	- cos α	- cos α	sin α	- sin α
cos α	cos α	- sin α	sin α	- cos α	- cos α	sin α	- sin α	cos α	cos α
tg α	- tg α	- ctg α	ctg α	tg α	- tg α	- ctg α	ctg α	tg α	- tg α
ctg α	- ctg α	- tg α	tg α	ctg α	- ctg α	- tg α	tg α	ctg α	- ctg α

Формулы тройного аргумента

$$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$$

$$tg\, 3\alpha = \frac{(3tg\,\alpha - tg^3\alpha)}{(1 - 3tg^2\alpha)}$$

$$ctg\, 3\alpha = \frac{(3ctg\,\alpha - ctg^3\alpha)}{(1 - 3ctg^2\alpha)}$$

Формулы «Универсальной тригонометрической подстановки»

$$\sin x = \frac{2tg\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}}; \qquad \cos x = \frac{1-tg^2\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}}; \qquad tgx = \frac{2tg\frac{x}{2}}{1-tg^2\frac{x}{2}}.$$

График функции y = sin x

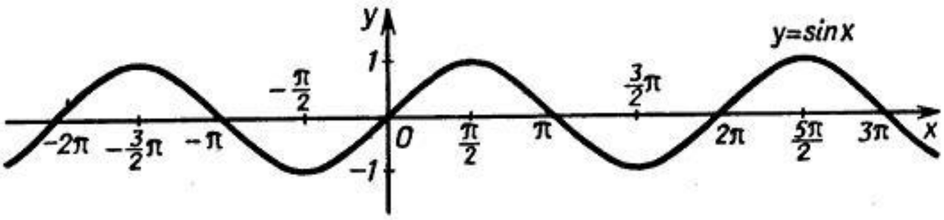


График функции y = cos x

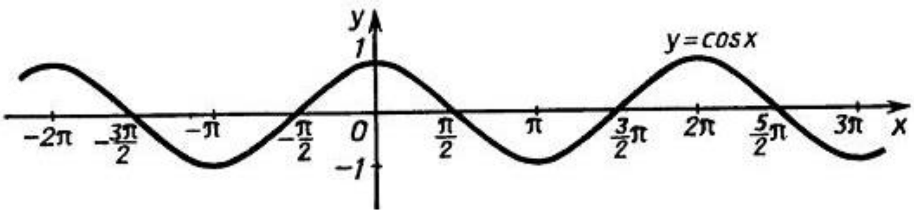


График функции y = tg x

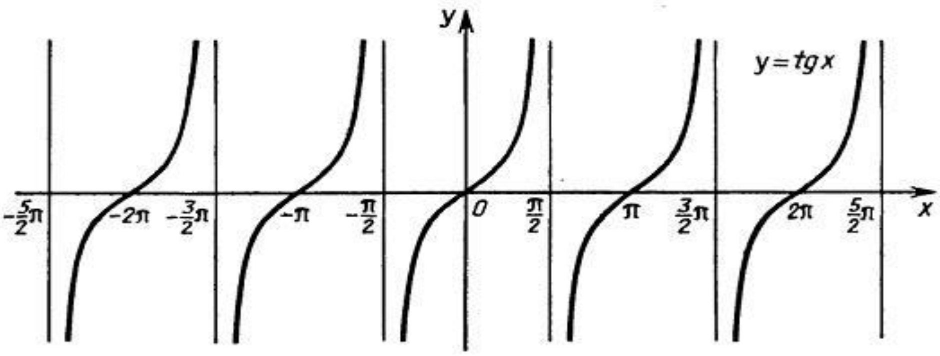
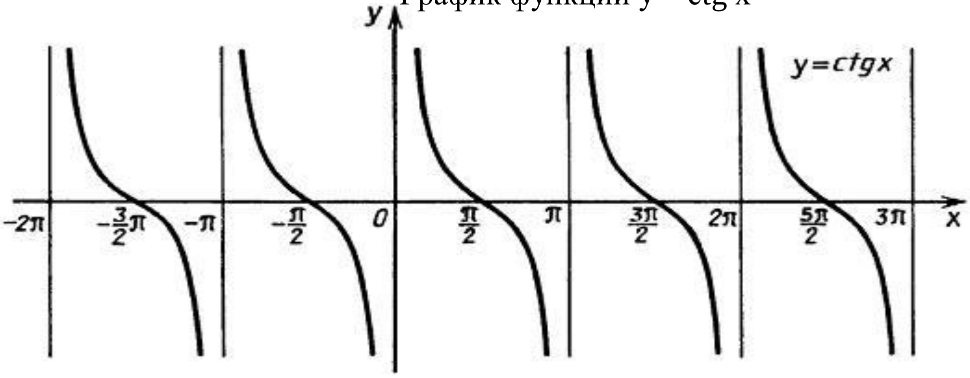


График функции y = ctg x



Решение простейших тригонометрических уравнений.

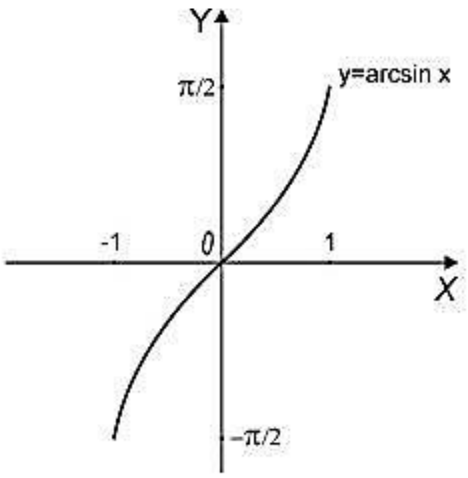
Уравнение	Формулы решения	Частные случаи
$\sin x = a$	при $\lvert a\rvert \le 1$ $x = (-1)^k \arcsin a + \pi k,\ k \in z$ при $\lvert a\rvert > 1$ - решений нет	$\sin x = 0;\ x = \pi k,\ k \in z$ $\sin x = 1;\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in z$ $\sin x = -1,\ x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in z$
$\cos x = a$	при $\lvert a\rvert \le 1$ $x = \pm\arccos a + 2\pi n,\ n \in z$ при $\lvert a\rvert > 1$ - решений нет	$\cos x = 0;\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in z$ $\cos x = 1;\ x = 2\pi n,\ n \in z$ $\cos x = -1;\ x = \pi + 2\pi n,\ n \in z$
$tgx = a$	a - любое число $x = arctga + \pi k,\ k \in z$	-
$ctgx = a$	a - любое число $x = arcctga + \pi k,\ k \in z$	-

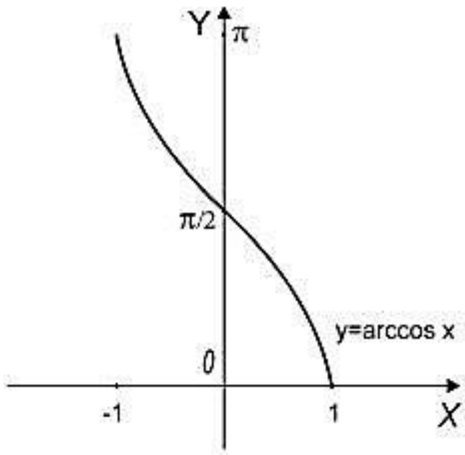
Неравенство	**Различные случаи**	**Ответ**
$\cos x \le a$	$a \in (-\infty;\ -1)$	$x \in \emptyset$
	$a = -1$	$x = \pi + 2\pi n,\ \ n \in \mathbb{Z}$
	$a \in (-1; 1)$	$x \in [2\pi n + \arccos a,\ \ 2\pi(n+1) - \arccos a],$ $n \in \mathbb{Z}$
	$a \in [1;\ +\infty)$	$x \in \mathbb{R}$
$\cos x < a$	$a \in (-\infty;\ -1]$	$x \in \emptyset$
	$a \in (-1; 1)$	$x \in (2\pi n + \arccos a,\ \ 2\pi(n+1) - \arccos a),$ $n \in \mathbb{Z}$
	$a = 1$	$x \neq 2\pi n,\ \ n \in \mathbb{Z}$
	$a \in [1;\ +\infty)$	$x \in \mathbb{R}$
$\cos x \ge a$	$a \in (-\infty;\ -1]$	$x \in \mathbb{R}$
	$a \in (-1; 1)$	$x \in [2\pi n - \arccos a,\ \ 2\pi n + \arccos a],$ $n \in \mathbb{Z}$
	$a = 1$	$x = 2\pi n,\ \ n \in \mathbb{Z}$
	$a \in [1;\ +\infty)$	$x \in \emptyset$
$\cos x > a$	$a \in (-\infty;\ -1)$	$x \in \mathbb{R}$
	$a = 1$	$x \neq \pi + 2\pi n,\ \ n \in \mathbb{Z}$
	$a \in (-1; 1)$	$x \in (2\pi n - \arccos a,\ \ 2\pi n + \arccos a),$ $n \in \mathbb{Z}$
	$a \in [1;\ +\infty)$	$x \in \emptyset$

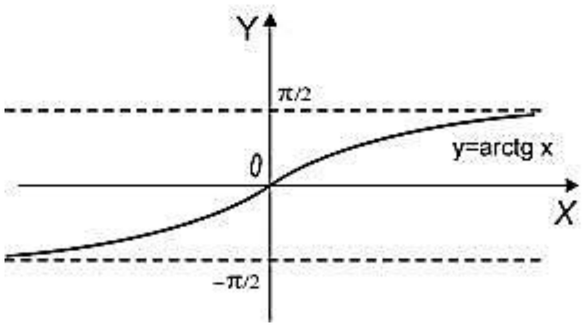
Неравенство	Различные случаи	Ответ
$\sin x \le a$	$a \in (-\infty;\ -1)$	$x \in \emptyset$
	$a = -1$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ \ n \in \mathbb{Z}$
	$a \in (-1; 1)$	$x \in [\pi(2n-1) - \arcsin a,\ \ \arcsin a + 2\pi n],$ $n \in \mathbb{Z}$
	$a \in [1;\ +\infty)$	$x \in \mathbb{R}$
$\sin x < a$	$a \in (-\infty;\ -1]$	$x \in \emptyset$
	$a \in (-1; 1)$	$x \in (\pi(2n-1) - \arcsin a,\ \ \arcsin a + 2\pi n),$ $n \in \mathbb{Z}$
	$a = 1$	$x \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ \ n \in \mathbb{Z}$
	$a \in [1;\ +\infty)$	$x \in \mathbb{R}$
$\sin x \ge a$	$a \in (-\infty;\ -1]$	$x \in \mathbb{R}$
	$a \in (-1; 1)$	$x \in [\arcsin a + 2\pi n,\ \ \pi(2n+1) - \arcsin a],$ $n \in \mathbb{Z}$
	$a = 1$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ \ n \in \mathbb{Z}$
	$a \in [1;\ +\infty)$	$x \in \emptyset$
$\sin x > a$	$a \in (-\infty;\ -1)$	$x \in \mathbb{R}$
	$a = -1$	$x \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ \ n \in \mathbb{Z}$
	$a \in (-1; 1)$	$x \in (\arcsin a + 2\pi n,\ \ \pi(2n+1) - \arcsin a),$ $n \in \mathbb{Z}$
	$a \in [1;\ +\infty)$	$x \in \emptyset$

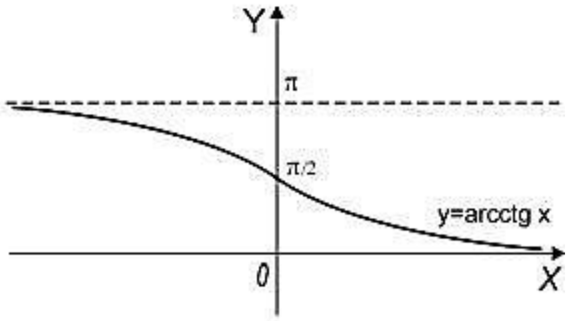
Неравенство $\mathrm{tg}\, x \geqslant a$	
$a \in \boldsymbol{R}$	$\mathrm{arctg}\, a + \pi k \leqslant x < \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in \boldsymbol{Z}.$
Неравенство $\mathrm{tg}\, x < a$	
$a \in \boldsymbol{R}$	$-\frac{\pi}{2} + \pi k < x < \mathrm{arctg}\, a + \pi k,\ k \in \boldsymbol{Z}.$
Неравенство $\mathrm{tg}\, x \leqslant a$	
$a \in \boldsymbol{R}$	$-\frac{\pi}{2} + \pi k < x \leqslant \mathrm{arctg}\, a + \pi k,\ k \in \boldsymbol{Z}.$
Неравенство $\mathrm{ctg}\, x > a$	
$a \in \boldsymbol{R}$	$\pi k < x < \mathrm{arcctg}\, a + \pi k,\ k \in \boldsymbol{Z}.$
Неравенство $\mathrm{ctg}\, x \geqslant a$	
$a \in \boldsymbol{R}$	$\pi k < x \leqslant \mathrm{arcctg}\, a + \pi k,\ k \in \boldsymbol{Z}.$

Графики обратных тригонометрических функций









Формулы, связывающие обратные тригонометрические функции

$$\arcsin(-x) = -\arcsin x, \quad \arcsin x = \frac{\pi}{2} - \arccos x$$

$$\arcsin x == \arccos\sqrt{1-x^2} = arctg\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}, \quad x > 0$$

$$\arccos(-x) = \pi - \arccos x, \quad \arccos x = \frac{\pi}{2} - \arcsin x$$

$$\arccos x = \arcsin\sqrt{1-x^2} = arcctg\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}, \quad x > 0$$

$$arctg(-x) = -arctgx, \quad arctgx = \frac{\pi}{2} - arcctgx$$

$$arctgx = arcctg\frac{1}{x} = \arcsin\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \arccos\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$arcctg(-x) = \pi - arcctgx, \quad arcctgx = \frac{\pi}{2} - arctgx$$

$$arcctgx = arctg\frac{1}{x} = \arcsin\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = \arccos\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

ТРИГОНОМЕТРИЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для практических занятий и самостоятельной работы
по дисциплине «Математика»
для студентов всех специальностей
1 курса очной формы обучения

Составители:
Рыбина Светлана Леонидовна
Чемизова Людмила Александровна
Черная Юлия Викторовна

Издается в авторской редакции

Подписано к изданию 14.07.2023
Уч.-изд. л. 2,6.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»
394006 Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84