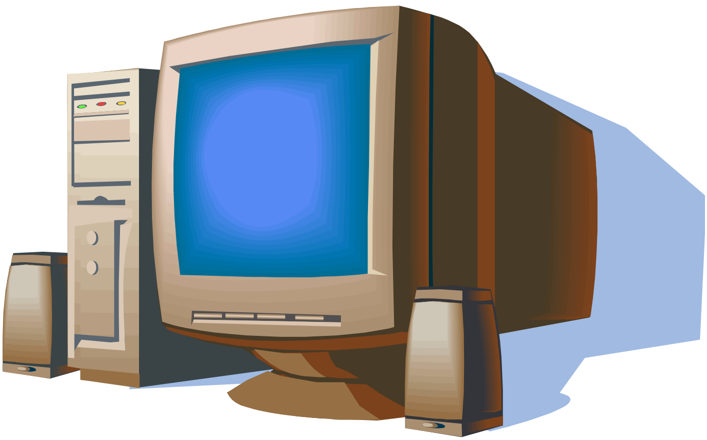
ГОУВПО «Воронежский государственный технический университет»

Кафедра компьютерных интеллектуальных технологий проектирования

229-2009

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению контрольных работ по дисциплине «Модели и методы анализа проектных решений» для студентов специальности 230104 «Системы автоматизированного проектирования» заочной формы обучения



Воронеж 2009

Составитель ассистент Е.Н. Кордюкова

УДК 681.3

Методические указания к выполнению контрольных работ по дисциплине «Модели и методы анализа проектных решений» для студентов специальности 230104 «Системы автоматизированного проектирования» заочной формы обучения. / ГОУВПО «Воронежский государственный технический университет»; сост. Е.Н. Кордюкова. Воронеж, 2009. 32 с.

Методические указания содержат теоретические сведения, необходимые для выполнения контрольной работы, а также варианты заданий выполнения контрольной работы по дисциплине «Модели и методы анализа проектных решений».

Предназначены для студентов 3,4 курсов.

Библиогр.: 6 назв.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Е.Н. Коровин

Ответственный за выпуск зав. кафедрой д-р техн. наук, проф. Е.Д. Федорков

Печатается по решению редакционно-издательского совета Воронежского государственного технического университета

ВВЕДЕНИЕ

При подготовке квалифицированных специалистов используется многообразная и целостная система организационных форм и методов обучения - лекции, семинарские и лабораторно-практические занятия, учебная практика, контрольные и курсовые работы и т.д.

Контрольная работа является одним из вариантов проверки качества знаний учащихся. Она способствует развитию творческого мышления, умению самостоятельно применять теоретические знания на практике, искать правильные пути решения профессионально-ориентированных задач.

Контрольная работа позволяет:

- систематизировать, закреплять теоретические знания на практике при решении конкретных задач;
- развить навыки самостоятельной работы;
- определить уровень подготовленности студентов;
- развивает навыки оформления работ согласно требованиям;
- способствует подготовке студентов.

Контрольная работа по информатике является действенным элементом учебного процесса, способствующим закреплению, углублению, обобщению и прикладному применению знаний, получаемых студентом при изучении курса "Модели и методы анализа проектных решений".

Настоящие методические указания описывают требования, предъявляемые к контрольным работам, выполняемыми студентами специальности АМ по дисциплине «Модели и методы анализа проектных решений», а также варианты заданий на контрольную работу и методические рекомендации по их выполнению. Требования составлены в соответствии с государственным стандартом и учебным планом.

1. ОБЩАЯ СТРУКТУРА КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Написание контрольной работы рекомендуется начинать с подбора и изучения необходимых теоретических материалов и литературы. Для получения наиболее свежей информации целесообразно ознакомиться с периодическими изданиями.

Контрольная работа должна иметь следующую структуру:
Титульный лист
Содержание
Теоретическая часть
Практическая часть
Список использованной литературы
Приложения

Первой страницей является титульный лист, который заполняют по установленной в высшем учебном заведении форме (приложение 2).

Контрольная работа считается зачтенной, если все задания выполнены в соответствии вышеизложенными требованиями, имеют правильное и достаточно подробное решение, также важную роль играют четкие ответы на поставленные вопросы.

Математическое моделирование представляет собой метод исследования объектов и процессов реального мира с помощью их приближенных описаний на языке математики, т.е. с помощью математических моделей. Процесс создания математических моделей можно разбить на ряд этапов.

1) Построение математической модели, которая представляет собой компромисс между бесконечной сложностью изучаемого явления и желаемой простотой его описания и которая должна быть достаточно полной, для того чтобы оказаться полезной при изучении свойств исследуемого явления.
2) Постановка, исследование и решение составляющих вычислительных задач на ПЭВМ с помощью численных

методов, позволяющих свести получение численного значения решения к последовательности арифметических операций над численными значениями входных данных.

3) Проверка качества модели на практике и модификация модели для описания исследуемого явления.

Предлагаемые методические указания предусматривают изучение наиболее часто используемых инженерных численных методов решения вычислительных задач совместно с программами их реализации на ПЭВМ.

Отчет оформляется в отдельной тетради и должен содержать условие задачи, ее решение на ПЭВМ. Решение сопровождается необходимыми чертежами. Желательно иметь дискету для набранных программ.

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

2.1. Общие требования

Контрольная работа должна быть выполнена в соответствии с заданием и представлена пояснительной запиской (РПЗ). Структура пояснительной записки и ее объем должны быть такими, чтобы полностью раскрыть все задания контрольной работы. Содержание контрольной работы - 18-25 страниц текста формата А4.

2.2. Пример выполнения заданий контрольной работы

РЕШЕНИЕ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА МЕТОДОМ СЕТОК

Постановка задачи. Рассмотрим смешанную задачу для однородного уравнения колебаний струны. Задача состоит в отыскании функции $u(x, y)$, удовлетворяющей при $t > 0$ уравнению

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \qquad 0 \le x \le a, \qquad 0 \le t \le \mathrm{T}, \tag{1}$$

начальным условиям

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = g(x), \quad 0 \le x \le a \tag{2}$$

и краевым условиям

$$u(0,t) = \mu_1(t), \quad u(a,t) = \mu_2(t), \qquad 0 \le t \le \mathrm{T} \tag{3}$$

Так как замена переменных $t \to ct$ приводит уравнение (1) к виду $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, то в дальнейшем будем считать $c = 1$.

Метод сеток. Для построения разностной схемы решения задачи (1)–(3) построим в области $D = \{(x,t) \,|\, 0 \le x \le a, 0 \le t \le T\}$ сетку $x_i = ih$,

$i = 0,1,2,...,n+1, \quad a = h(n+1),\ t_j = j\tau$,

$j = 0,1,2,...,m, \quad \tau m = T$ и аппроксимируем уравнение (1) в каждом внутреннем узле сетки на шаблоне типа «крест» (см. рисунок ниже).

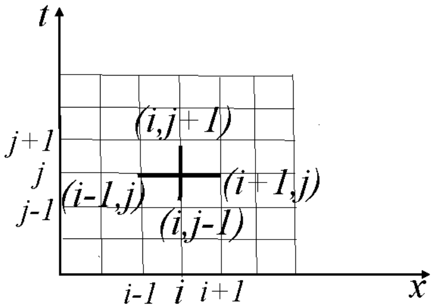


Таблица результатов эксперимента

№	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}
1	5.99	5.82	5.75	5.83	5.63	5.59	5.69	5.47	5.41	5.53
2	6.03	6.07	6.29	6.43	6.42	6.47	6.59	6.81	6.78	6.92
3	5.85	5.62	5.57	5.43	5.24	5.02	4.98	5.04	4.58	4.57
4	6.31	6.30	6.54	6.85	7.07	7.77	7.23	7.74	7.99	8.06
5	5.65	5.43	5.25	5.00	4.79	4.57	4.29	4.06	3.83	3.52
6	6.32	6.52	6.64	7.25	7.48	7.83	8.13	8.40	8.58	9.01
7	3.88	3.86	3.84	3.91	3.71	3.49	3.51	3.68	3.74	3.47
8	4.08	4.18	4.38	4.46	4.44	4.55	4.66	4.89	4.86	5.04
9	3.90	3.83	3.60	3.47	3.31	3.05	3.14	2.83	2.66	2.53
10	4.03	4.23	4.49	4.71	5.00	5.26	5.36	5.87	5.67	5.89
11	3.82	3.44	3.16	2.95	2.73	2.40	2.27	1.85	1.88	1.32
12	4.27	4.45	4.84	5.14	5.55	5.85	6.18	6.38	6.72	7.04
13	1.23	1.37	1.30	1.22	1.38	1.35	1.35	1.14	1.00	0.96
14	2.85	3.12	3.75	3.90	4.12	4.47	4.68	5.21	5.23	5.76
15	3.31	3.13	3.49	3.56	3.66	3.79	3.96	4.04	4.12	4.19
16	2.25	2.31	2.75	2.77	3.00	3.24	3.55	3.48	3.64	3.86
17	1.16	1.07	0.85	0.56	0.10	0.25	0.65	1.06	1.66	2.01
18	5.34	5.30	5.35	5.42	4.99	5.08	5.25	5.09	5.15	5.23

19	3.22	3.71	4.23	4.78	5.27	5.75	6.16	6.76	7.30	8.00
20	1.08	1.15	1.35	1.33	1.51	1.57	1.65	1.59	1.77	1.99
21	0.00	0.23	0.32	0.24	0.35	0.52	0.77	0.68	0.92	0.97
22	2.14	2.19	2.32	2.59	2.56	2.64	2.66	2.84	3.04	2.94
23	5.61	5.63	5.93	6.12	6.54	6.67	7.28	7.55	7.79	8.18
24	0.27	0.70	0.99	1.42	1.57	1.87	1.93	2.67	2.92	3.07
25	2.43	2.67	2.71	3.15	3.47	3.76	3.91	4.46	4.76	5.15

Используя для аппроксимации частных производных центральные разностные производные, получаем следующую разностную аппроксимацию уравнения (1):

$$\frac{u_{i,j+1} - 2u_{ij} + u_{i,j-1}}{\tau^2} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{ij} + u_{i-1,j}}{h^2} \qquad (4)$$

Здесь u_{ij} – приближённое значение функции $u(x,t)$ в узле (x_i, t_j). Полагая $\lambda = \tau / h$, получаем трёхслойную разностную схему

$$u_{i,j+1} = 2(1-\lambda^2)u_{ij} + \lambda^2(u_{i+1,j} + u_{i-1,j}) - u_{i,j-1}, \quad i = 1,2,..., n. \qquad (5)$$

Для простоты в данной лабораторной работе заданы нулевые граничные условия, т. е. $\mu_1(t) \equiv 0$, $\mu_2(t) \equiv 0$. Значит, в схеме (5) $u_{0j} = 0$, $u_{nj} = 0$ для всех j. Схема (5) называется трёхслойной потому, что связывает между собой значения u_{ij} функции $u(x,t)$ на трёх временных слоях: с номерами $j-1, j, j+1$. Схема (5) явная, т.е. позволяет в явном виде выразить u_{ij} через значения u с предыдущих двух слоёв.

Численное решение задачи состоит в вычислении приближённых значений u_{ij} решения $u(x,t)$ в узлах $u(x_i, t_j)$ при $i = 1,..., n$, $j = 1,..., m$. Алгоритм решения основан на том, что решение на каждом следующем слое ($j = 2, 3,..., n$) можно получить пересчётом решений с двух предыдущих слоёв ($j = 2, 3,..., n-1$) по формуле (5). На нулевом временном слое ($j = 0$) решение известно из начального условия $u_{i0} = f(x_i)$.

Для вычисления решения на первом слое ($j = 1$) в данной лабораторной работе принят простейший способ, состоящий в том, что если положить

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) \approx \frac{u(x,\tau) - u(x,0)}{\tau} \qquad (6)$$

то $u_{i1} = u_{i0} + \tau g(x_i), \quad i = 1,2,..., n$. Теперь для вычисления решений на следующих слоях можно применять формулу (5). Решение на каждом следующем слое получается пересчётом решений с двух предыдущих слоёв по формуле (5).

Описанная выше схема аппроксимирует задачу (1)–(3) с точностью $0(\tau + h^2)$. Невысокий порядок аппроксимации по τ объясняется использованием слишком грубой аппроксимации для производной по t в формуле (6).

Схема устойчива, если выполнено условие Куранта $\tau < h$. Это означает, что малые погрешности, возникающие, например, при вычислении решения на первом слое, не будут неограниченно возрастать при переходе к каждому новому временному условию. При выполнении условий Куранта схема обладает равномерной сходимостью, т.е. при $\tau, h \to 0$ решение разностной задачи равномерно стремится к решению исходной смешанной задачи (1)–(3).

Недостаток схемы в том, что как только выбрана величина шага сетки h в направлении x, появляется ограничение на величину шага τ по переменной t. Если необходимо произвести вычисления для большого значения величины T, то может потребоваться большое количество шагов по переменной t. Указанный недостаток характерен для всех явных разностных схем.

ПРИМЕР 1. Решить задачу о колебаний струны единичной длины с закрепленными концами, начальное положение которой изображено на рис. 2. Начальные скорости равны нулю. Вычисления выполнить с шагом h по x равным 0.1, с шагом τ по t равным 0.05, провести вычисления для 16 временных слоев с печатью результатов на каждом шаге. Таким образом, задача имеет вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 \le x \le 1, \quad 0 \le t \le T,$$

с начальными условиями

$$u(x,0) = f(x), \qquad 0 \le x \le a,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = g(x), \quad 0 \le x \le a,$$

и граничными условиями

$$u(0,t) = 0, \qquad u(1,t) = 0, \qquad t \in [0, 0.8],$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x \in [0;0.5], \\ 2 - 2x, & x \in [0.5;1]. \end{cases} \qquad g(x) = 0.$$

Строим сетку из 10 шагов по x и выполняем вычисления для 16 слоев по t.

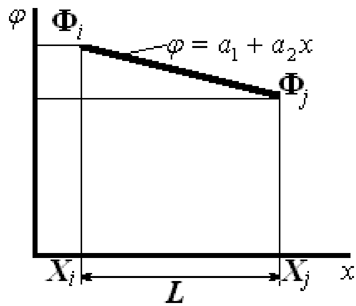
Программа, реализующая вычисления имеет вид

```
Program lab_9;
  uses Crt;
    const
      N=10;
      HX = 0.1;
      HT  = 0.05;
     type
        mas = array[1..100] of real;
      var
          i,j                   :  integer;
          T,x                   :  real;
           U1,U2,U3,XP   :  mas;

      function   f(x:real):real;
         Begin
           if(x <= 0.5)  then  f:=2*x  else      f:=2-2*x
          end;

      function   g(x:real):real;
         begin
```

```
          g:=0
        end;
 Procedure  Gip(HX,HT : real;  N : integer; var U : mas);
      var
           k                 :   integer;
          AL, B1, A1   :   real;
  begin
    AL:=HT/HX;
    B1:=sqr(AL);
    A1:=2*(1-B1);
    for   k:=2   to  N do
      begin
         U3[k]:=A1*U2[k]+B1*(U2[k+1]+U2[k-1])-U1[k];
      end;
     for   k:=2   to  N do
       begin
             U1[k]:=U2[k];
             U2[k]:=U3[k];
       end
    end;
begin
  ClrScr;
  XP[1]:=0;       XP[11]:=1;
  U1[1]:=0;       U1[11]:=0;
  U2[1]:=0;       U2[11]:=0;
  U3[1]:=0;       U3[11]:=0;
   for i:=2 to  10 do
     begin
        x:=(i-1)*HX;
        XP[i]:=x;
        U1[i]:=f(x);
        U2[i]:=U1[i]+HT*g(x);
      end;
   T:=2*HT;
   for  i:=1 to 8 do
```

```
    write(‘ ‘);
  for i:=1 to 10 do
  write(‘  x=’,(i-1)*Hx:3:1);
  writeln;
  for  i:=1 to  15  do
   begin
       Gip(HX,HT,N,U2);
       T:=T+HT;
       write('  T=', T:4:2,'  ');
        for  j:= 1  to  10 do
        write(U2[j]:6:3,'  ');
        writeln;
    end;
  readln;
end.
```

ПРИМЕР 2. Получите выражение для функций формы одномерного симплекс-элемента представляющего собой отрезок, приведенный на рисунке ниже. Интерполяционный полином для элемента имеет вид $\varphi = a_1 + a_2 x$.



Коэффициенты a_1 и a_2 определяются через узловые значения функции Φ_i и Φ_j в соответствии с условием непрерывности:

$$\begin{aligned} \varphi &= \Phi_i \text{ при } x = X_i \\ \varphi &= \Phi_j \text{ при } x = X_j \end{aligned} \qquad (7)$$

Подставив (7) в интерполяционный полином элемента, получим систему уравнений:

$$\Phi_i = a_1 + a_2 X_i;$$

$$\Phi_j = a_1 + a_2 X_j$$

решая, которую определим a_1 и a_2:

$$a_1 = \Phi_i - a_2 X_i; \qquad L = X_j - X_i;$$

$$\Phi_j = \Phi_i - a_2 X_i - a_2 X_j$$

$$a_2 = \frac{\Phi_j - \Phi_i}{X_j - X_i} = \frac{\Phi_j - \Phi_i}{L + X_i - X_i} = \frac{\Phi_j - \Phi_i}{L}$$

$$a_1 = \Phi_i - \left(\frac{\Phi_j - \Phi_i}{L}\right) X_i = \frac{\Phi_i X_j - \Phi_j X_i}{L}$$

т.е. $a_1 = \left(\Phi_i X_j - \Phi_j X_i\right)/L;$ $\qquad a_2 = \left(\Phi_j - \Phi_i\right)/L$

Подставив вычисленные значения коэффициентов аппроксимирующего полинома в интерполяционный полином элемента, получим

$$\varphi = \frac{\Phi_i X_j - \Phi_j X_i}{L} + \left(\frac{\Phi_j - \Phi_i}{L}\right) x$$

Проведем эквивалентные преобразования правой части:

$$\varphi = \frac{\Phi_i X_j - \Phi_j X_i}{L} + \left(\frac{\Phi_j - \Phi_i}{L}\right) x = \Phi_i \frac{X_j - x}{L} + \Phi_j \frac{x - X_i}{L}$$

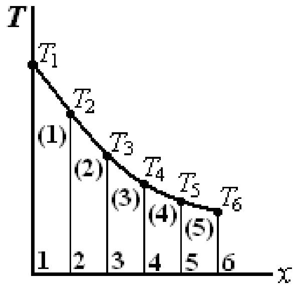
Члены полученного уравнения, заключенные в скобки, являются функциями формы одномерного симплекс-элемента:

$$N_i = \left(X_j - x\right)/L; \; N_j = \left(x - X_i\right)/L$$

Т.е. $\varphi = N_i \Phi_i + N_j \Phi_j$ или в матричной форме $\varphi = N\Phi$,

где $N = \lfloor N_i, N_j \rfloor$ - матрица-строка; $\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_i \\ \Phi_j \end{bmatrix}$ - вектор-столбец.

ПРИМЕР 3. Составьте ансамбль конечных элементов в задаче нахождения поля температур в стержне. Кусочно-элементная модель области приведена на рисунке ниже, а функция отдельного элемента определяется уравнением $\varphi = N\Phi$, где $N = \lfloor N_i, N_j \rfloor$ - матрица-строка; $\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_i \\ \Phi_j \end{bmatrix}$ - вектор-столбец.



Можно написать соответствие между произвольными номерами *i*, *j*, фигурирующими в уравнении (10), и глобальными номерами узлов рассматриваемой дискретной модели для

элемента 1: $i = 1, j = 2$

элемента 2: $i = 2, j = 3$

элемента 3: $i = 3, j = 4$

элемента 4: $i = 4, j = 5$

элемента 5: $i = 5, j = 6$

Подставив значения номеров узлов в основное уравнение задачи, получим:

$$\varphi^{(1)} = N_1^{(1)} T_1 + N_2^{(1)} T_2$$

$$\varphi^{(2)} = N_2^{(2)} T_2 + N_3^{(2)} T_3$$

$$\varphi^{(3)} = N_3^{(3)} T_3 + N_4^{(3)} T_4$$

$$\varphi^{(4)} = N_4^{(4)} T_4 + N_5^{(4)} T_5$$

$$\varphi^{(5)} = N_5^{(5)} T_5 + N_6^{(5)} T_6$$

где верхние индексы в скобках относятся к номеру элемента.

3. ЗАДАНИЯ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ

Примерные варианты заданий на контрольную работу приведены ниже.

Вариант выполнения контрольной работы выбирается по последней цифре зачетной книжки (по индивидуальному шифру студента). На усмотрение преподавателя задания могут быть изменены.

<u>Вариант 1</u>

Задание 1.

Решить задачу для волнового уравнения: $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,

с начальными условиями

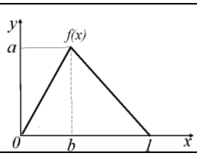
$$u(x,0) = f(x), \qquad 0 \le x \le 1,$$

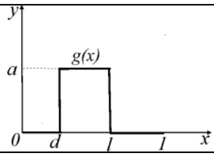
$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = g(x), \quad 0 \le x \le 1$$

и граничными условиями $u(0,t) = u(1,t) = 0$.

Вычисления выполнить с шагом h по x равным 0.1, с шагом τ по t равным 0.04, провести вычисления для 16 временных слоев с печатью результатов на каждом шаге.

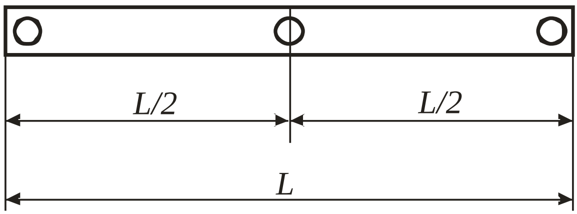
Исходные данные приведены в таблице ниже:

<table>
<tr><th>$f(x)$ $g(x)$</th><th>a</th><th>b</th><th>c</th><th>d</th><th>l</th></tr>
<tr><td>


</td><td>1.0</td><td>0.05</td><td>1.5</td><td>0.05</td><td>0.45</td></tr>
</table>

Задание 2.

Получите выражение для функции формы одномерного квадратичного элемента (элемента с одним внутренним узлом), изображенного на рисунке ниже. Интерполяционный полином для элемента имеет вид $\varphi = a_1 + a_2 x + a_3 x^2$.



Задание 3.

Представление структуры в виде графов и эквивалентных схем. Алгоритмы построения эквивалентных схем однородных подсистем.

Задание 4.

Построение графов на основе эквивалентных схем.

Задание 5.

Способ переменных состояния формирования математических моделей систем.

Вариант 2

Задание 1.

Решить задачу для волнового уравнения: $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,

с начальными условиями

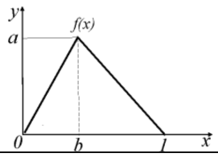
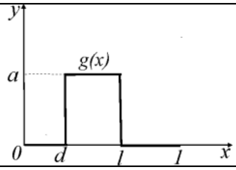
$$u(x,0) = f(x), \qquad 0 \le x \le 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = g(x), \quad 0 \le x \le 1$$

и граничными условиями $u(0,t) = u(1,t) = 0$.

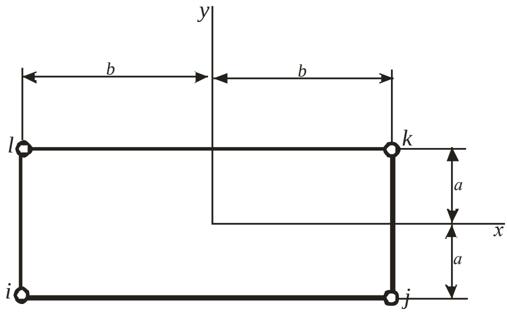
Вычисления выполнить с шагом h по x равным 0.1, с шагом τ по t равным 0.04, провести вычисления для 16 временных слоев с печатью результатов на каждом шаге.

Исходные данные приведены в таблице ниже:

$f(x)$ $g(x)$	a	b	c	d	l
 	2.0	0.10	1.6	0.10	0.50

Задание 2.

Получите выражения для функций формы двумерного четырехугольного мультиплекс-элемента, приведенного на рисунке ниже. Интерполяционный полином для элемента имеет вид $\varphi = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 yx$.



Задание 3.

Метод граничных элементов.

Задание 4.

Эквивалентные схемы технических объектов

Задание 5.

Расширенный узловой способы формирования математических моделей систем.

<u>Вариант 3</u>

Задание 1.

Решить задачу для волнового уравнения: $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,

с начальными условиями

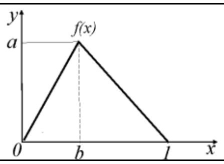
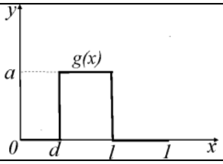
$$u(x,0) = f(x), \qquad 0 \le x \le 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = g(x), \quad 0 \le x \le 1$$

и граничными условиями $u(0,t) = u(1,t) = 0$.

Вычисления выполнить с шагом h по x равным 0.1, с шагом τ по t равным 0.04, провести вычисления для 16 временных слоев с печатью результатов на каждом шаге.

Исходные данные приведены в таблице ниже:

<table>
<tr><th>$f(x)$</th><th>$g(x)$</th><th>a</th><th>b</th><th>c</th><th>d</th><th>l</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>3.0</td><td>0.15</td><td>1.7</td><td>0.15</td><td>0.55</td></tr>
</table>

Задание 2.

Вычислите значения функций формы во внутренней точке *A* с координатами *x*=2, *y*=2,5 двумерного симплекс-элемента при следующих значения координат узлов: x_i=1; y_i=2; x_j=4; y_j=1; x_k=3; y_k=4. Определите значение температуры во внутренней точке *A* при следующих узловых значениях непрерывной функции *T*: $T_i = 15^\circ C$; $T_j = 20^\circ C$; $T_k = 40^\circ C$.

Задание 3.

Методы моделирования в частотной области: моделирование на основе временного анализа и преобразования Лапласа.

Задание 4.

Основные моменты метода конечных разностей

Задание 5.

Модифицированный узловой способ формирования математических моделей систем.

<u>***Вариант 4***</u>

Задание 1.

Решить задачу для волнового уравнения: $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,

с начальными условиями

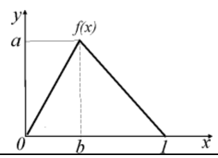
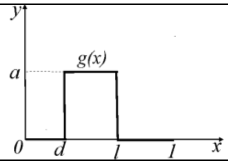
$$u(x,0) = f(x), \qquad 0 \le x \le 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = g(x), \quad 0 \le x \le 1$$

и граничными условиями $u(0,t) = u(1,t) = 0$.

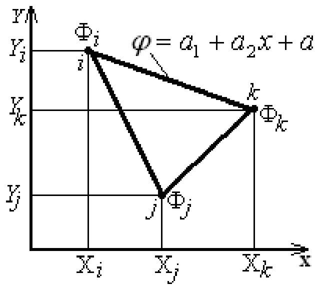
Вычисления выполнить с шагом h по x равным 0.1, с шагом τ по t равным 0.04, провести вычисления для 16 временных слоев с печатью результатов на каждом шаге.

Исходные данные приведены в таблице ниже:

$f(x)$	$g(x)$	a	b	c	d	l
		4.0	0.20	1.8	0.20	0.60

Задание 2.

Получите выражение для функций формы треугольного симплекс-элемента, приведенного на рисунке ниже. Интерполяционный полином для элемента имеет вид $\varphi = a_1 + a_2 x + a_3 y$.



Задание 3.

Сформулируйте основные отличия методов конечных разностей и конечных элементов.

Задание 4.

Постановка задачи анализа объектов с распределенными параметрами.

Задание 5.

Узловой способ формирования математических моделей систем.

<u>Вариант 5</u>

Задание 1.

Решить задачу для волнового уравнения: $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,

с начальными условиями

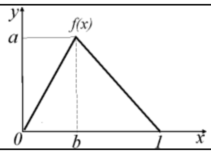
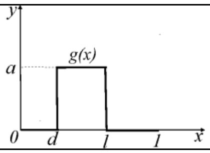
$$u(x,0) = f(x), \qquad 0 \le x \le 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = g(x), \quad 0 \le x \le 1$$

и граничными условиями $u(0,t) = u(1,t) = 0$.

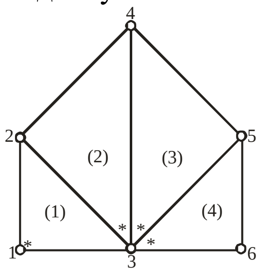
Вычисления выполнить с шагом h по x равным 0.1, с шагом τ по t равным 0.04, провести вычисления для 16 временных слоев с печатью результатов на каждом шаге.

Исходные данные приведены в таблице ниже:

$f(x)$ $g(x)$	a	b	c	d	l
 	5.0	0.25	1.9	0.25	0.65

Задание 2.

Составьте уравнения ансамбля конечных элементов для области, приведенной на рисунке, в сокращенной и расширенной формах. Отправной узел для каждого элемента помечен звездочкой. Каждый узел имеет 1 степень свободы.



Задание 3.

Метод конечных элементов. Конечные элементы. Глобальные базисные функции. Требования гладкости базисных и весовых функций. Снижение требований к гладкости базисных функций.

Задание 4.

Получение матрицы жесткости и вектора нагрузок конечного элемента. Треугольный и прямоугольный конечный элементы. Бесконечные элементы.

Задание 5.

Табличный способ формирования математических моделей систем.

Вариант 6

Задание 1.

Решить задачу для волнового уравнения: $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,

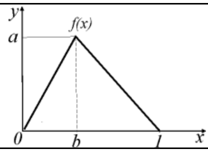
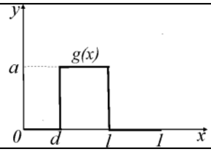
с начальными условиями

$$u(x,0) = f(x), \qquad 0 \le x \le 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = g(x), \quad 0 \le x \le 1$$

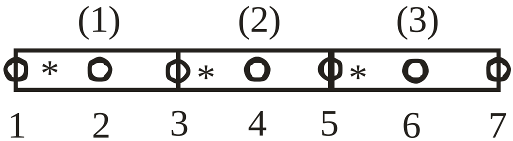
и граничными условиями $u(0,t) = u(1,t) = 0$.

Вычисления выполнить с шагом h по x равным 0.1, с шагом τ по t равным 0.04, провести вычисления для 16 временных слоев с печатью результатов на каждом шаге.
Исходные данные приведены в таблице ниже:

$f(x)$	$g(x)$	a	b	c	d	l
		6.0	0.30	-2.0	0.30	0.70

Задание 2.

Составьте уравнения ансамбля конечных элементов для области, приведенной на рисунке ниже. Отправной узел для каждого элемента помечен звездочкой. В каждом узле определена одна степень свободы.



Задание 3.

Моделирование больших систем на основе методов диакоптики: многоуровневый метод Ньютона.

Задание 4.

Методы релаксации формы сигнала и прогнозируемых реакций. Учет латентности.

Задание 5.

Обобщенный способ формирования математических моделей систем.

Вариант 7

Задание 1.

Решить задачу для волнового уравнения: $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,

с начальными условиями

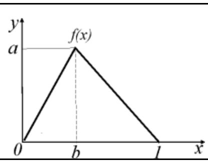
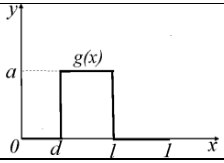
$$u(x,0) = f(x), \qquad 0 \le x \le 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = g(x), \quad 0 \le x \le 1$$

и граничными условиями $u(0,t) = u(1,t) = 0$.

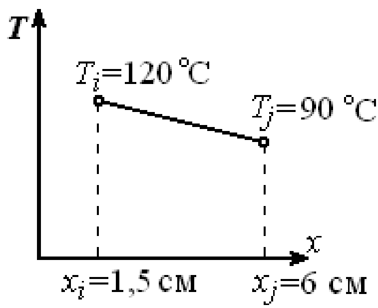
Вычисления выполнить с шагом h по x равным 0.1, с шагом τ по t равным 0.04, провести вычисления для 16 временных слоев с печатью результатов на каждом шаге.

Исходные данные приведены в таблице ниже:

$f(x)$	$g(x)$	a	b	c	d	l
		7.0	0.35	-2.1	0.35	0.75

Задание 2.

Для аппроксимации распределения температуры в стрежне с помощью одномерного симплекс-элемента было установлено, что температура в узлах i и j равна 120 и 90 $°C$ соответственно. Определите температуру в точке на расстоянии 4 см от начала координат. Узлы i и j расположены на расстоянии 1,5 и 6 см от начала координат.



Задание 3.

Метод взвешенных невязок.

Задание 4.

Метод Бубнова-Галеркина.

Задание 5.

Моделирование больших систем на основе методов диакоптики

<u>Вариант 8</u>

Задание 1.

Решить задачу для волнового уравнения: $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,

с начальными условиями

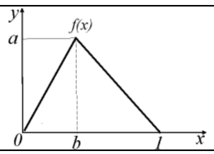
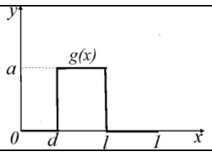
$$u(x,0) = f(x), \qquad 0 \le x \le 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = g(x), \quad 0 \le x \le 1$$

и граничными условиями $u(0,t) = u(1,t) = 0$

Вычисления выполнить с шагом h по x равным 0.1, с шагом τ по t равным 0.04, провести вычисления для 16 временных слоев с печатью результатов на каждом шаге.

Исходные данные приведены в таблице ниже:

$f(x)$ $g(x)$	a	b	c	d	l
 	8.0	0.40	-2.2	0.40	0.80

Задание 2.

Разбейте четырехугольник на 24 элемента, используя пять узлов вдоль одной пары сторон и четыре узла вдоль другой пары. Пронумеруйте узлы так, чтобы получить минимальное значение величины R – максимальная по элементам величина наибольшей разности между номерами узлов в отдельном элементе.

Задание 3.

Получение топологических уравнений на основе матрицы контуров и сечений.

Задание 4.

Способы формирования математических моделей систем: обобщенный, табличный, узловой, модифицированный узловой, расширенный узловой, переменных состояния.

Задание 5.

Многоуровневый метод Ньютона

<u>Вариант 9</u>

Задание 1.

Решить задачу для волнового уравнения: $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,

с начальными условиями

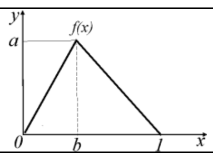
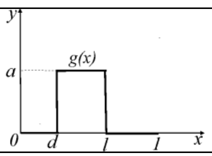
$$u(x,0) = f(x), \qquad 0 \le x \le 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = g(x), \quad 0 \le x \le 1$$

и граничными условиями $u(0,t) = u(1,t) = 0$.

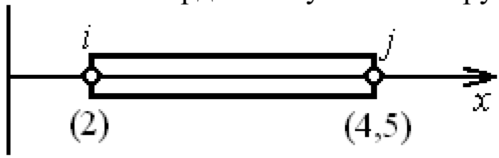
Вычисления выполнить с шагом h по x равным 0.1, с шагом τ по t равным 0.04, провести вычисления для 16 временных слоев с печатью результатов на каждом шаге.

Исходные данные приведены в таблице ниже:

$f(x)$ $g(x)$	a	b	c	d	l
 	9.0	0.45	-2.3	0.45	0.85

Задание 2.

Вычислите функцию формы для элемента, представленного на рисунке ниже. Узловые координаты указаны в круглых скобках.



Задание 3.

Что такое сходимость, аппроксимация и устойчивость разностной схемы? Явные и неявные разностные схемы. Учет граничных условий первого и второго рода. Границы неправильной формы.

Задание 4.

Эквивалентные схемы технических объектов.

Задание 5.

Аналогии между подсистемами. Топологические и компонентные уравнения.

Вариант 10

Задание 1.

Решить задачу для волнового уравнения: $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,

с начальными условиями

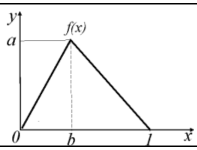
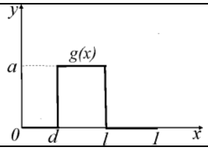
$$u(x,0) = f(x), \qquad 0 \le x \le 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = g(x), \quad 0 \le x \le 1$$

и граничными условиями $u(0,t) = u(1,t) = 0$.

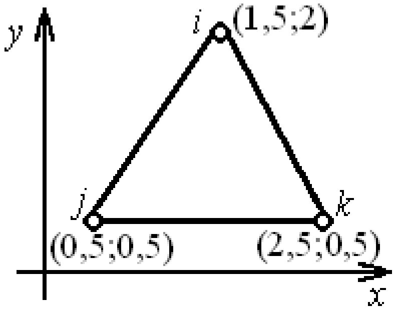
Вычисления выполнить с шагом h по x равным 0.1, с шагом τ по t равным 0.04, провести вычисления для 16 временных слоев с печатью результатов на каждом шаге.

Исходные данные приведены в таблице ниже:

$f(x)$ $g(x)$	a	b	c	d	l
 	10.0	0.50	-2.4	0.50	0.90

Задание 2.

Вычислите функцию формы для элемента, представленного на рисунке ниже. Узловые координаты указаны в круглых скобках.



Задание 3.

На каких общих принципах основан метод конечных разностей. Замена производных конечными разностями. Погрешности аппроксимаций, порядок погрешностей. Экстраполяция Ричардсона.

Задание 4.

Постановка задачи анализа объектов с сосредоточенными параметрами

Задание 5.

Представление структуры в виде графов и эквивалентных схем.

4. ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Особое внимание необходимо обращать на порядок оформления контрольной работы.

4.1. Требования к оформлению контрольной работы

Контрольная работа оформляется в соответствии с СТП ВГТУ МУ 62-2007.

4.2.1. Общие требования

Работы, выполненные без соблюдения этих правил, могут быть не зачтены:

1. Каждая контрольная работа выполняется:
   - либо в тетради в клетку чернилами любого цвета, кроме красного.
   - либо в печатном виде - на бумаге размером А4, ориентация - книжная, верхнее поле - 25 мм, нижнее поле - 25 мм, левое поле - 30 мм, правое поле 15 мм, шрифт - Times New Roman Cyr, размер шрифта - 14, межстрочный интервал - полуторный.
2. Необходимо оставлять поля шириной 3–4 см для замечаний рецензента.
3. Обложка тетради (или титульный лист - для печатного варианта) должны быть оформлены в соответствии с приложением А, где нужно указать фамилию и инициалы студента, группу, шифр, номер контрольной работы, название дисциплины и адрес студента. В конце работы ставится дата ее выполнения и подпись.
4. В работу включаются все задания, указанные в контрольной работе, строго по положенному варианту.
5. Решения заданий располагаются в порядке возрастания их номеров, указанных в контрольной работе, сохраняя номера задач.

6. Условия заданий приводятся полностью. Ответы излагаются четко и аккуратно.
7. После получения прорецензированной работы, как незачтенной так и зачтенной, исправляются отмеченные рецензентом ошибки и выполняются все рекомендации рецензента.

4.2.1.1. Контрольная работа оформляется в текстовом редакторе Microsoft Word. Страница текста КР и включенные в нее иллюстрации, таблицы и распечатки с ЭВМ должны соответствовать формату А4 по ГОСТ 9327. Допускается предоставление иллюстрации, таблицы и распечатки с ЭВМ на листах формата А3.

5.2.1.2. При печати используется следующие параметры страницы: шрифт - Times New Roman, размер шрифта – 14 пт., междустрочный интервал – полуторный; поля: левое – 30 мм, правое - 15 мм, верхнее – 15 мм, нижнее - 20 мм.

Абзацы в тексте начинают с отступа равного 1,25 см с выравниванием по ширине поля. Обязательно должен быть включен автоматический перенос слов. Разрешается использовать для выделения отдельных фрагментов текста полужирный шрифт и курсив.

4.2.2. Нумерация страниц КР

1) Страницы КР следует нумеровать арабскими цифрами, соблюдая сквозную нумерацию по всему тексту КР. Номер страницы проставляют в правом верхнем углу без точки в конце.
2) Титульный лист включают в общую нумерацию страниц РПЗ. Номер страницы на титульном листе не проставляют.
3) Иллюстрации и таблицы, расположены на отдельных листах, и распечатки с ЭВМ, содержание, введение, заключение включают в общую нумерацию страниц КР.
4) В общую нумерацию страниц не входит список использованной литературы и приложения. Каждая глава

начинается с новой страницы, параграфы начинать с новой страницы не следует.

5) Таблицы и рисунки должны иметь сквозную нумерацию. Знак номера перед и после слова «Таблица» или «Рисунок» не ставится.

4.2.3. Формулы и уравнения

В формулах и уравнениях в качестве символов следует применять обозначения, установленные соответствующими государственными стандартами. Пояснения значений символов и числовых коэффициентов следует приводить непосредственно под формулой в той же последовательности, в которых они даны в формуле. Значение каждого символа и числового коэффициента следует давать с новой строки. Первую строку пояснения начинают со слова “где” без двоеточия.

Пример – плотность ρ, кг/м^3 каждого образца, вычисляют по формуле

$$\rho = \frac{m}{V},$$

где m – масса образца, кг;

V – объём образца м^3.

Формулы, следующие одна за другой и не разделённые текстом, разделяют запятой.

4.2.4. Контрольная работа распечатывается на принтере на белой нелинованной бумаге формата А4 (210х297мм). Текстовую часть, таблицы и другие материалы контрольной работы размещают только на лицевой стороне каждого листа.

5.2.5. В конце работы приводится список использованной литературы. Располагать источники в списке следует в алфавитном порядке по фамилии автора. Работа записывается по первому слову названия, если она не имеет автора. Список литературы следует оформлять согласно ГОСТу.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Вопросы, выносимые на зачет

1. Понятие математической модели. Классификация ММ, способы получения.
2. Требования, предъявляемые к математическим моделям в САПР.
3. Методика получения математических моделей элементов.
4. Преобразования математических моделей в процессе получения рабочих программ анализа.
5. Постановка задачи анализа объектов с распределенными параметрами. Примеры задач с распределенными параметрами.
6. Метод конечных разностей.
7. Явные и неявные разностные схемы. Учет граничных условий первого и второго рода.
8. Метод взвешенных невязок.
9. Метод конечных элементов.
10. Получение матрицы жесткости и вектора нагрузок конечного элемента.
11. Ансамблирование конечных элементов.
12. Конечные элементы. Треугольный и прямоугольный конечный элементы. Бесконечные элементы.
13. Метод граничных элементов.
14. Метод Бубнова-Галеркина.
15. Аналогии компонентных и топологических уравнений в технических подсистемах.
16. Получение эквивалентных схем технических объектов.
17. Эквивалентные схемы однородных механических подсистем.
18. Эквивалентные схемы однородных электрических подсистем.
19. Эквивалентные схемы однородных гидравлических (пневматических) подсистем.

20. Типы связей между подсистемами различной физической природы.
21. Постановка задачи анализа объектов с сосредоточенными параметрами. Представление структуры в виде графов и эквивалентных схем.
22. Способы формирования математических моделей. Получение топологических уравнений на основе матрицы контуров и сечений.
23. Сложные модели элементов технических объектов.
24. Метод получения топологических уравнений.
25. Обобщенный метод получения математических моделей систем на макроуровне.
26. Табличный метод получения математических моделей систем.
27. Узловой метод получения математических моделей систем. Узловой модифицированный метод получения математических моделей систем.
28. Метод переменных, характеризующих состояние системы.
29. Методы анализа в частотной области.
30. Моделирование больших систем на основе методов диакоптики.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Образец титульного листа

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ» (ГОУВПО ВГТУ)

Факультет вечернего и заочного обучения

Кафедра компьютерных интеллектуальных технологий проектирования

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №__

по дисциплине ____

Выполнил (а) студент (ка) ________________________________

Группа Подпись, дата инициалы, фамилия

Руководитель____

Подпись, дата инициалы, фамилия

Воронеж

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Зенкевич О. Конечные элементы и аппроксимация/ О. Зинкевич, К. Морган — М.: Мир, 1986. — 318 с.
2. Ли К. Основы САПР (CAD/ CAM/ CAE)/ К. Ли. — СПб.: Питер, 2004. — 560 с.
3. Норенков И.П. Основы автоматизированного проектирования: учеб. для вузов. 2–е изд/ И.П. Норенков., перераб. и доп. — М.: Изд–во МГТУ им. Баумана, 2002. — 336 с.
4. Системы автоматизированного проектирования: учеб. пособие для втузов: в 9 кн. / под ред. И.П. Норенкова. М.: Высш. шк., 1986.
5. Черненький В.М. Имитационное моделирование/ В.М. Черненький. М.: Высш. шк., 1990.
6. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд. М.: Изд-во МИР, 1979. – 393 с.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению контрольных работ по дисциплине «Модели и методы анализа проектных решений» для студентов специальности 230104 «Системы автоматизированного проектирования» заочной формы обучения

Составитель
Кордюкова Елена Николаевна

В авторской редакции

Компьютерный набор Е.Н. Кордюковой

Подписано в печать 24.09.2009.
Формат 60х84/16. Бумага для множительных аппаратов.
Усл. печ. л. 2,2. Уч.-изд. л. 2,0. Тираж 70 экз. «С»
Зак. №

ГОУВПО «Воронежский государственный технический университет»
394026 Воронеж, Московский просп., 14