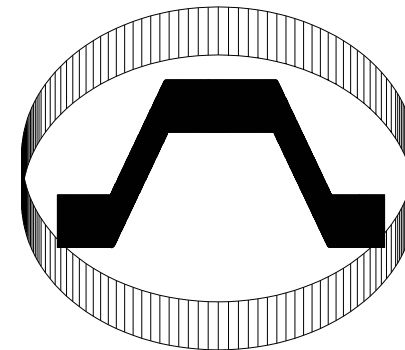


А.В. Останков А.Б. Токарев

**ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ
С ЗАДАННОЙ ПОГРЕШНОСТЬЮ
ВОССТАНОВЛЕНИЯ**

Учебное пособие



Воронеж 2008

ГОУВПО "Воронежский государственный
технический университет"

А.В. Останков, А.Б. Токарев

ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ
С ЗАДАННОЙ ПОГРЕШНОСТЬЮ
ВОССТАНОВЛЕНИЯ

Утверждено Редакционно-издательским советом
университета в качестве учебного пособия

Воронеж 2008

Останков А.В. Дискретизация сигналов с заданной погрешностью восстановления: учеб. пособие / А.В. Останков, А.Б. Токарев. Воронеж: ГОУВПО "Воронежский государственный технический университет", 2008. 129 с.

Пособие имеет целью методическую поддержку курсовой работы по дисциплине "Радиотехнические цепи и сигналы" (тема соответствует названию пособия). Помимо теоретического материала пособие содержит формулировку задания и исходные данные к выполнению работы, примерную последовательность реализации и объём численных исследований, методические указания по реализации рекомендуемых расчётов. Приведена информация по имитационному моделированию изучаемых в курсовой работе явлений и процессов. Кратко изложены основные правила оформления расчётно-пояснительной записки и защиты курсовой работы.

Издание соответствует требованиям Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению 210300 "Радиотехника", специальности 210302 "Радиотехника", дисциплине "Радиотехнические цепи и сигналы". Предназначено для студентов всех форм обучения.

Табл. 6. Ил. 37. Библиогр.: 19 назв.

Рецензенты: кафедра "Сети связи и системы коммутации" Международного института компьютерных технологий (зав. кафедрой канд. техн. наук, доц. Р.Н. Андреев);
канд. техн. наук, доц. И.А. Филатов

© Останков А.В., Токарев А.Б., 2008
© Оформление. ГОУВПО
"Воронежский государственный
технический университет", 2008

К настоящему времени во многих областях радиоэлектроники, таких как радиосвязь, радиолокация, радионавигация, телеметрия, звуко- и видеозапись, автоматизированное управление и т. п., широкое распространение для обработки, передачи и хранения информации получила дискретная и цифровая техника. Принципиальная особенность функционирования такой техники заключается в необходимости дискретизации электрических сигналов, то есть замены непрерывных (аналоговых) сигналов их дискретными значениями (отсчётами) в фиксированные моменты времени. Основанием правомочности дискретизации служит теорема Котельникова, иногда называемая теоремой отсчётов, указывающая конкретный способ осуществления дискретизации сигналов и последующего их восстановления по дискретным отсчётам. Однако теорема Котельникова подразумевает необходимость соблюдения ряда условий, выполнение которых на практике невозможно. Так, сигналы, имеющие конечную длительность, не могут обладать ограниченным по ширине спектром, а характеристики реальных восстанавливающих фильтров всегда отличаются от характеристик идеальных фильтров. Эти и другие обстоятельства приводят к возникновению погрешности при восстановлении сигнала по его дискретным отсчётам. Величина погрешности существенным образом зависит от частоты дискретизации исходного непрерывного сигнала и характеристик восстанавливающего фильтра.

Настоящее пособие имеет целью методическую поддержку курсовой работы "Дискретизация сигналов с заданной погрешностью восстановления", выполняемую по дисциплине "Радиотехнические цепи и сигналы". Целью курсовой работы является количественное исследование влияния на погрешность восстановления реального сигнала частоты его дискретизации и характеристик реального восстанавливающего фильтра.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ДИСКРЕТИЗАЦИИ ВИДЕОСИГНАЛОВ И ОСОБЕННОСТИ ЕЁ ПРАКТИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ

1.1. Представление сигналов обобщенным рядом Фурье в базисе Котельникова

Разложением в *обобщенный ряд Фурье* называется представление сигнала $s(t)$ в виде линейной комбинации бесконечного (или конечного) числа так называемых базисных функций времени $\varphi_k(t)$:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k \cdot \varphi_k(t). \quad (1)$$

Для того чтобы разложение (1) было единственным, необходима *линейная независимость* всех функций $\varphi_k(t)$, означающая невозможность представления функции $\varphi_k(t)$ в виде линейной комбинации любых других функций $\varphi_m(t)$ этого же базиса. Вместе с тем количества базисных функций должно быть достаточным для описания любого сигнала на заданном интервале времени, т. е. базис должен быть *полным*. Коэффициенты ряда рассчитываются проще всего, если система функций $\{\varphi_k(t)\}$ является *ортogonalной*, т. е. подчиняется условию

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_k(t) \cdot \varphi_m(t) dt = \begin{cases} 0, & k \neq m, \\ \text{const}, & k = m. \end{cases} \quad (2)$$

В формуле (2) const имеет смысл энергетической характеристики базиса (E_k). При выполнении условия (2) коэффициенты C_k представляют собой некоррелированные величины, что существенно повышает их значимость и информативность.

Рассчитать коэффициенты C_k , образующие в совокупности *обобщенный спектр* сигнала, можно следующим образом:

$$C_k = \frac{1}{E_k} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot \varphi_k(t) dt. \quad (3)$$

Наибольшее распространение среди ортогональных базисов получили в теории сигналов функции вида $\exp(jn\Omega \cdot t)$, $\cos(n\Omega \cdot t)$, $\sin(n\Omega \cdot t)$. Функции $\exp(\cdot)$ удобны тем, что при их интегрировании и дифференцировании они сохраняют свою форму, что дает возможность переводить дифференциальные уравнения, в которых они фигурируют, в алгебраические; функции $\cos(\cdot)$ и $\sin(\cdot)$ удобны помимо сказанного еще тем, что их технически несложно генерировать.

Среди большого числа ортогональных базисов, используемых в радиотехнике для описания сигналов, второе место (после комплексного экспоненциального и гармонического базисов) занимает в настоящее время *базис Котельникова* (рис. 1):

$$\varphi_k(t) = \text{sinc}[\pi F \cdot (t - kT)], \quad k = -\infty \dots +\infty, \quad (4)$$

где величины F, T , имеющие соответственно смысл частоты и интервала времени (между соседними базисными функциями), однозначно связаны между собой:

$$F = 1/T. \quad (5)$$

Надо, однако, иметь в виду, что базис Котельникова является неполным. Чтобы это понять, достаточно найти спектр (прямое преобразование Фурье $\dot{G}_k(\omega)$) базисной функции (4). Известно, что функция $\text{sinc}(\cdot)$ при любых спектральных преобразованиях приводит к некоторой функции $\text{rect}(\cdot)$, причем если размерность горизонтальных осей функций – герц и секунда, а

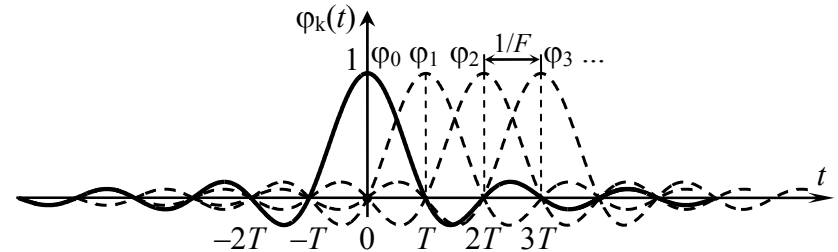


Рис. 1

координата первого нуля функции $\text{sinc}(x)$ равна x_0 , то высота получаемого прямоугольника составляет x_0 , а ширина – $1/x_0$. В соответствии с этим правилом временной функции $\text{sinc}(\pi F \cdot t)$, обнуляющейся впервые в момент времени $t_0 = 1/F$, соответствует в частотной области прямоугольная спектральная плотность совокупной протяженностью $1/t_0 = F$, принимающая на этом интервале значение $G_k = 1/F$: $(1/F) \cdot \text{rect}(f/F)$ (см. рис. 2, на котором для величины $F/2$ введено обозначение F_M). Временной сдвиг функции $\varphi_k(t)$ номера k относительно начала координат на величину $t_3 = kT$ в соответствии с теоремой о запаздывании сигнала приводит к появлению в составе $\dot{G}_k(\omega)$ множителя $\exp(-j\omega \cdot kT)$. Таким образом, искомая комплексная спектральная плотность базисной функции $\varphi_k(t)$ определяется как

$$\dot{G}_k(f) = \frac{1}{F} \cdot \text{rect}\left[\frac{f}{F}\right] \cdot \exp(-j2\pi f \cdot kT). \quad (6)$$

Изображенный на рис. 2 спектр амплитуд базисной функции $\varphi_k(t)$ (4) при любом произвольно взятом значении k является ограниченным частотой $F_M = F/2$. Следовательно, рядом Котельникова (обобщенным рядом Фурье в базисе Котельникова) можно представить сигналы только с ограниченным спектром. Ширина спектра сигнала $s(t)$ теоретически не может превышать высшую частоту спектра F_M функций $\varphi_k(t)$ базиса. Поскольку спектральная плотность амплитуд базисных функций

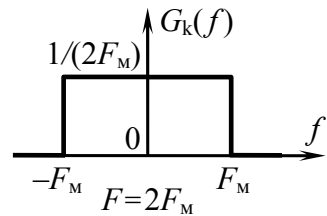


Рис. 2

Котельникова обладает конечным значением $G_k = 1/(2F_M)$ в ограниченном интервале частот, следовательно, энергия каждой такой функции конечна:

$$E_k = \int_{-\infty}^{+\infty} G_k^2(f) df = \int_{-F_M}^{+F_M} [1/(4F_M^2)] df = 1/(2F_M). \quad (7)$$

Последнее означает, что базис Котельникова может быть использован для описания сигналов только с *ограниченной энергией*.

Функции базиса Котельникова являются взаимно ортогональными на всей оси времени, разумеется, только при выполнении условия (5). Ортогональность означает, что площадь пересечения (произведения) любых двух отличающихся номерами i , следовательно, положением на оси времени базисных функций равна нулю. Для доказательства ортогональности базиса интеграл в левой части равенства (2) можно интерпретировать как комплексную спектральную плотность произведения двух сигналов $\varphi_k(t)$ и $\varphi_m(t)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_k(t) \cdot \varphi_m(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_k(t) \cdot \varphi_m(t) \cdot e^{-j\omega t} \Big|_{\omega=0} dt,$$

вычисляемую на нулевой частоте. Однако в соответствии с теоремой о свертке [1, с. 54] спектр произведения двух сигналов есть свертка спектров перемножаемых сигналов:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_k(t) \cdot \varphi_m(t) \cdot e^{-j\omega t} \Big|_{\omega=0} dt &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{G}_k(x) \cdot \dot{G}_m(\omega-x) \Big|_{\omega=0} dx = \\ &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{G}_k(x) \cdot \dot{G}_m(-x) dx = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{G}_k(x) \cdot \dot{G}_m^*(x) dx. \end{aligned}$$

Поскольку функция $\varphi_m(t)$ представляет собой копию $\varphi_k(t)$, запаздывающую на время $\tau = (m-k) \cdot T$, тогда согласно теореме о запаздывании сигнала [1, с. 51] ее комплексный спектр определяется как $\dot{G}_m(\omega) = \dot{G}_k(\omega) \cdot \exp[-j\omega \cdot (m-k) \cdot T]$, и

$$\frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{G}_k(x) \cdot \dot{G}_m^*(x) dx = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |\dot{G}_k(x)|^2 \cdot \exp[-jx(m-k) \cdot T] dx,$$

а с учетом выражения (6), в котором $F = 2F_M$, несложно получить

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_k(t) \cdot \varphi_m(t) dt = \frac{1}{4F_M^2} \cdot \int_{-F_M}^{+F_M} \exp[-j2\pi \cdot x(m-k) \cdot T] dx.$$

Последний интеграл легко вычисляется аналитически:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4F_M^2} \cdot \int_{-F_M}^{+F_M} e^{-j2\pi \cdot x(m-k) \cdot T} dx &= \frac{e^{-j2\pi \cdot F_M(m-k) \cdot T} - e^{+j2\pi \cdot F_M(m-k) \cdot T}}{4F_M^2 \cdot (-j2\pi \cdot (m-k) \cdot T)} = \\ &= \frac{\sin[\pi \cdot (m-k)]}{2\pi \cdot F_M \cdot (m-k)} = \frac{1}{2F_M} \cdot \text{sinc}[\pi \cdot (m-k)]. \end{aligned}$$

При $m = k$ получаем $\text{sinc}[\pi \cdot (m-k)] = 1$, тогда

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_k^2(t) dt = 1/(2F_M),$$

что соответствует энергии (E_k) базисной функции (квadrату нормы базиса).

При $m \neq k$ функция $\text{sinc}[\pi \cdot (m-k)]$ обращается в нуль, так как m и k – целые числа, а значит, нулевым является и результат вычисления интеграла. Итак,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_k(t) \cdot \varphi_m(t) dt = \begin{cases} 0, & k \neq m, \\ E_k = 1/(2 \cdot F_M) = T, & k = m, \end{cases}$$

что и требовалось доказать.

Рассчитаем коэффициенты C_k разложения сигнала в базисе Котельникова. Согласно (3) коэффициенты вычисляются на основе процедуры, математически совпадающей с выражением для комплексной спектральной плотности произведения сигналов $s(t)$ и $\varphi_k(t)$ на нулевой частоте:

$$C_k = \frac{1}{E_k} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot \varphi_k(t) \cdot e^{-j\omega t} \Big|_{\omega=0} dt.$$

На основе теоремы о свертке рассматриваемый интеграл может быть сведен к свертке спектральных плотностей переменных

жаемых функций:

$$C_k = \frac{1}{2\pi \cdot E_k} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{G}_s(x) \cdot \dot{G}_k(\omega - x) \Big|_{\omega=0} dx = \frac{1}{2\pi \cdot E_k} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{G}_s(x) \cdot \dot{G}_k^*(x) dx.$$

С учетом вида функции $\dot{G}_k(\omega)$ (см. (6)), отличной от нуля при $\omega = -2\pi \cdot F_M \dots 2\pi \cdot F_M$, и выражения для E_k (см. (7)) получим

$$C_k = \frac{1}{2\pi \cdot E_k} \cdot \frac{1}{2F_M} \cdot \int_{-2\pi F_M}^{+2\pi F_M} \dot{G}_s(x) \cdot e^{+jxkT} dx = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-2\pi F_M}^{+2\pi F_M} \dot{G}_s(\omega) \cdot e^{+j\omega kT} d\omega.$$

Поскольку сигнал $s(t)$, представляемый рядом Котельникова, не содержит спектральных составляющих с частотами, превышающими F_M , в полученном выражении пределы интегрирования можно расширить до бесконечности:

$$C_k = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{G}_s(\omega) \cdot e^{+j\omega kT} d\omega.$$

Последний интеграл представляет собой обратное преобразование Фурье, определяющее значение сигнала $s(t)$ в момент времени $t = k \cdot T$. Таким образом, окончательно получаем

$$C_k = s(k \cdot T). \quad (8)$$

Это означает, что обобщенный спектр сигнала $s(t)$ в базисе Котельникова есть упорядоченная по переменной k совокупность мгновенных значений сигнала $s(k \cdot T)$, взятых через интервал времени T , удовлетворяющий условию (5).

Итак, сигнал с ограниченным по частоте спектром, обладающий конечной энергией, может быть однозначно представлен в базисе Котельникова, т. е. разложен в ряд следующего вида

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s(k \cdot T) \cdot \text{sinc}[\pi F \cdot (t - k \cdot T)]. \quad (9)$$

1.2. Дискретизация видеосигналов. Теорема Котельникова

Дискретизация – это основанное на *теореме Котельникова* представление непрерывного во времени (аналогового) сигнала (рис. 3,а) дискретной последовательностью импульсных отсчётов (рис. 3,б), по которым с заданной точностью можно восстановить исходное колебание (рис. 3,в). Применительно к сигналам, спектр которых примыкает к нулевой частоте (*видеосигналам*), теорему (отсчетов) Котельникова можно сформулировать следующим образом.

Видеосигнал, обладающий конечной энергией (т. е. описываемый непрерывной интегрируемой с квадратом функцией), спектр которого ограничен частотой F_M , полностью и однозначно определяется последовательностью своих мгновенных значений, взятых с частотой дискретизации

$$F \geq 2 \cdot F_M, \quad (10)$$

то есть совокупностью дискретных отсчётов, считываемых через интервал времени

$$T \leq \frac{1}{2F_M}, \quad (11)$$

называемый интервалом дискретизации.

Наиболее простой моделью, используемой для описания *дискретизированного* сигнала $s_T(t)$, как результата дискретизации исходного непрерывного сигнала $s(t)$, является совокуп-

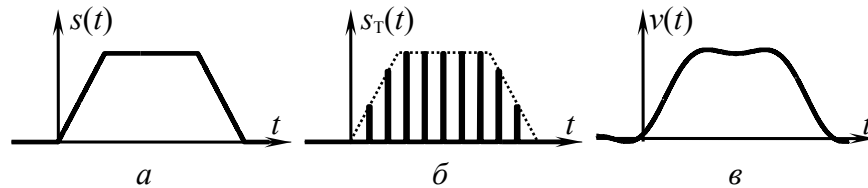


Рис. 3

ность отсчетных импульсов бесконечно малой длительности, взвешенных с δ -(*дельта*-)функциями (рис. 4):

$$s_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s(k \cdot T) \cdot T \cdot \delta(t - k \cdot T). \quad (12)$$

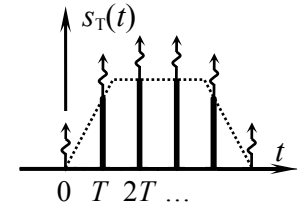


Рис. 4

Такую модель дискретизированного сигнала, не учитывающую форму и конкретную длительность отсчетных импульсов, называют *идеализированной*.

Зададимся вопросом: для чего в математическом определении дискретизированного сигнала отсчеты исходного сигнала $s(k \cdot T)$ умножаются на δ -функцию, т. е. искусственно увеличиваются до бесконечной величины? Почему бы функцию $s_T(t)$ не формировать из последовательности собственно отсчетов $s(k \cdot T)$? Чтобы уяснить это, вспомним, что энергия исходного сигнала $s(t)$ ограничена. Тогда энергия дискретизированного сигнала окажется нулевой, поскольку равна нулю энергия каждого отсчета, характеризуемого конечной амплитудой и нулевой продолжительностью во времени. Спектральная плотность сигнала с нулевой энергией равна нулю, так что построить ее график невозможно! Чтобы обойти это затруднение, и вводят удобный с позиции математики множитель $\delta(t - k \cdot T)$. При этом, к сожалению, возникает другая крайность: энергия каждого слагаемого $s(k \cdot T) \cdot T \cdot \delta(t - k \cdot T)$ ряда $s_T(t)$ (см. (12)) оказывается бесконечной (ибо $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta^2(t) dt = \infty$!) И тем более бесконечной оказывается энергия дискретизированного сигнала $s_T(t)$ в целом. Это значит, что сравнивать по энергии исходный сигнал $s(t)$ и дискретизированный $s_T(t)$ нельзя.

Отметим, что с позиций математики, дискретизация – есть операция линейная параметрическая. В самом деле, дискретизатор можно рассматривать как устройство (ключ), коэффициент передачи которого изменяется во времени (равен нулю или единице). Непостоянство же во времени коэффици-

ентов дифференциального уравнения, описывающего процессы в линейной цепи, является признаком параметричности выполняемой операции.

Процедура, обратная дискретизации, называется *восстановлением* (синтезом) сигнала. При восстановлении отсчеты дискретизированного сигнала дополняются промежуточными ненулевыми мгновенными значениями (производится интерполяция) и, тем самым, преобразуются в аналоговый непрерывный сигнал. Следует, однако, иметь в виду, что дискретизированный сигнал $s_T(t)$ является также непрерывным сигналом. Он непрерывен в том смысле, что значения сигнала $s_T(t)$ однозначно определены во все моменты времени (либо равны нулю, либо $s(k \cdot T) \cdot T \cdot \delta(0)$ при $t = k \cdot T$).

Покажем, что для восстановления видеосигнала $s(t)$ по его дискретным отсчетам достаточно дискретизированный сигнал $s_T(t)$, объединяющий воедино последовательность отсчетов $s(k \cdot T)$, подать на фильтр нижних частот (ФНЧ) с прямоугольной амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ), обладающей частотой среза АЧХ, равной F_M , и линейной фазо-частотной характеристикой (ФЧХ).

В соответствии с временным методом анализа реакцию $v(t)$ линейного фильтра с импульсной характеристикой $g(t)$ на произвольное воздействие $s_{вх}(t)$ можно определить при помощи интегральной свертки (интеграла Дюамеля)

$$v(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_{вх}(y) \cdot g(t-y) dy. \quad (13)$$

При входном воздействии в виде дискретизированного сигнала $s_T(t)$, описываемого идеализированной моделью (12) (с бесконечно малой длительностью отсчётных импульсов), интегральная свёртка (13) даёт следующий результат

$$v(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s(k \cdot T) \cdot T \cdot \delta(y - k \cdot T) \cdot g(t-y) dy =$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s(k \cdot T) \cdot T \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(y - k \cdot T) \cdot g(t-y) dy = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s(k \cdot T) \cdot T \cdot g(t - k \cdot T). \quad (14)$$

Итак, реакция линейной цепи на дискретизированный сигнал (12) представляет собой частично перекрывающуюся во времени последовательность импульсных характеристик этой цепи, разнесенных на интервал дискретизации T и взвешенных с коэффициентами, определяемыми величиной отсчетов входного сигнала $s(k \cdot T)$.

Импульсная характеристика идеального фильтра нижних частот (ИФНЧ), обладающего комплексным коэффициентом передачи

$$\dot{K}_{\text{ИФНЧ}}(f) = \begin{cases} K_0 \cdot \exp(-j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t_3), & f \in [-F_C, F_C], \\ 0, & f < -F_C \text{ и } f > F_C \end{cases} \quad (15)$$

(здесь F_C – частота среза АЧХ фильтра, t_3 – время задержки отклика), как известно, имеет вид

$$g_{\text{ИФНЧ}}(t) = 2 \cdot K_0 \cdot F_C \cdot \text{sinc}[2\pi \cdot F_C \cdot (t - t_3)]. \quad (16)$$

В соответствии с выражением (14) реакция фильтра с импульсной характеристикой вида (16) на воздействие дискретизированного сигнала (12) будет определяться следующим выражением

$$v(t) = 2 \cdot K_0 \cdot F_C \cdot T \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s(k \cdot T) \cdot \text{sinc}[2\pi \cdot F_C \cdot (t - t_3 - k \cdot T)]. \quad (17)$$

Нетрудно убедиться, что если интервал дискретизации T принять равным $1/(2F_M)$ и для восстановления сигнала применить идеальный фильтр с коэффициентом передачи $K_0 = 1$ и частотой среза АЧХ $F_C = F_M = F/2$, то выражение (17), определяющее реакцию ИФНЧ на воздействие (12), примет вид

$$v(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s(k \cdot T) \cdot \text{sinc}[\pi F \cdot (t - t_3 - k \cdot T)],$$

т. е. будет совпадать (с точностью до задержки) с (9):

$$v(t) = s(t - t_3).$$

Подтвердить этот результат можно и с частотных позиций. Пусть исходный непрерывный сигнал $s(t)$ заменяется сигналом дискретизированным (см. (12)) с интервалом дискретизации T . Так как δ -функции $\delta(t - k \cdot T)$, фигурирующие в описании дискретизированного сигнала, равны нулю всюду, кроме моментов $t = k \cdot T$, можно в выражении (12) заменить константы $s(k \cdot T)$ на исходный непрерывный сигнала $s(t)$:

$$s_T(t) = s(t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} T \cdot \delta(t - k \cdot T). \quad (18)$$

Тогда дискретизированный сигнал $s_T(t)$ можно рассматривать как произведение

$$s_T(t) = s(t) \cdot s_{\Pi}(t)$$

исходного непрерывного сигнала $s(t)$ и периодической последовательности δ -импульсов $s_{\Pi}(t)$:

$$s_{\Pi}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} T \cdot \delta(t - k \cdot T), \quad (19)$$

которую удобно описать комплексной спектральной плотностью $\dot{G}_{\Pi}(\omega)$. Из теории известно, что спектральная плотность периодического сигнала, каковым и является последовательность δ -импульсов, имеет вид δ -функций, смещенных друг относительно друга на частоту следования импульсов Ω_{Π} и умноженных на коэффициенты, соответствующие значениям спектральной плотности одиночного импульса $\dot{G}_1(\omega)$ на частотах локализации δ -функций:

$$\dot{G}_{\Pi}(\omega) = \Omega_{\Pi} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \dot{G}_1(\omega) \cdot \delta(\omega - n \cdot \Omega_{\Pi}). \quad (20)$$

Возможность описания периодического сигнала спектральной плотностью является несколько неожиданным. В самом деле, периодический сигнал представляют в большинстве случаев гармоническим или комплексным спектром самих амплитуд, а не их плотностью. Тем не менее, представление периодического сигнала спектральной плотностью возможно, и в ряде случаев, целесообразно. Особенностью такого представления является лишь то, что спектральная плотность амплитуд на частотах спектральных составляющих бесконечно велика. Это не удивительно, ведь спектральная плотность в данном случае оказывается равной отношению конечной по величине амплитуды к бесконечно малому приращению частоты.

С учетом того, что спектральная плотность одиночного дельта-импульса, отличного от нуля в нулевой момент времени, равна $\dot{G}_1(\omega) = T$, а частота следования импульсов $\Omega_{\Pi} = 2\pi/T$, формула (20) приобретает вид

$$\dot{G}_{\Pi}(\omega) = 2\pi \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - 2\pi \cdot n/T).$$

Тогда спектральная плотность сигнала $s_T(t)$, определяемая как свертка спектральных плотностей сомножителей $s(t)$ и $s_{\Pi}(t)$ в его составе, примет вид

$$\begin{aligned} \dot{G}_T(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{G}_{\Pi}(x) \cdot \dot{G}_s(\omega - x) dx = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{G}_s(\omega - x) \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x - 2\pi \cdot n/T) dx = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \dot{G}_s(\omega - 2\pi \cdot n/T). \end{aligned}$$

Таким образом, спектральная плотность дискретизированного сигнала $\dot{G}_T(f)$ оказывается связанной со спектральной плотностью исходного сигнала $\dot{G}_s(f)$ формулой

$$\dot{G}_T(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \dot{G}_s(f - n \cdot F), \quad (21)$$

где $F = 1/T$ – частота следования отсчетов, т. е. частота дискретизации сигнала $s(t)$.

Итак, спектральная плотность дискретизированного сигнала $\dot{G}_T(f)$ есть периодическое наложение бесконечного числа полос (копий), соответствующих спектральной плотности исходного сигнала $\dot{G}_S(f)$. Результат определяемого формулой (21) преобразования спектра отображён на рис. 5, где показан (качественно) комплексный спектр $\dot{G}_S(f)$ исходного непрерывного сигнала $s(t)$ (рис. 5,а) и спектр сигнала $s_T(t)$, полученного дискретизацией сигнала $s(t)$ (рис. 5,б-г). Видно, что если интервал дискретизации выбран из условия $T \leq 1/(2F_M)$, то копии спектра $s(t)$ в составе спектра дискретизированного сигнала *не перекрываются*. В соответствии с частотным методом анализа спектр сигнала $v(t)$ на выходе фильтра с комплексным коэффициентом передачи $\dot{K}_{\text{ФНЧ}}(f)$ определяется как

$$\dot{G}_V(f) = \dot{K}_{\text{ФНЧ}}(f) \cdot \dot{G}_T(f). \quad (22)$$

Это означает возможность без искажений выделить центральную копию спектра дискретизированного сигнала $s_T(t)$, соответствующую спектру исходного сигнала, с помощью фильтра, АЧХ которого показана штриховой линией на рис. 5,б. При этом если $T = 1/(2F_M)$, то для неискаженного восстановления сигнала надо использовать фильтр лишь с идеально прямоугольной АЧХ. При $T < 1/(2F_M)$ требования к характеристике восстанавливающего фильтра снижаются (в частности, можно использовать фильтры с конечной крутизной скатов АЧХ), при $T > 1/(2F_M)$ неискаженное восстановление сигнала принципиально невозможно, поскольку исходный спектр оказывается частично перекрытым своими сдвинутыми на $\pm F$ копиями. Следует также учесть, что хотя при $T \leq 1/(2F_M)$ спектральная плотность амплитуд сигнала $v(t)$ на выходе фильтра в точности совпадает со спектральной плотностью сигнала $s(t)$, фазовые спектры исходного и восстановленного сигналов различны.

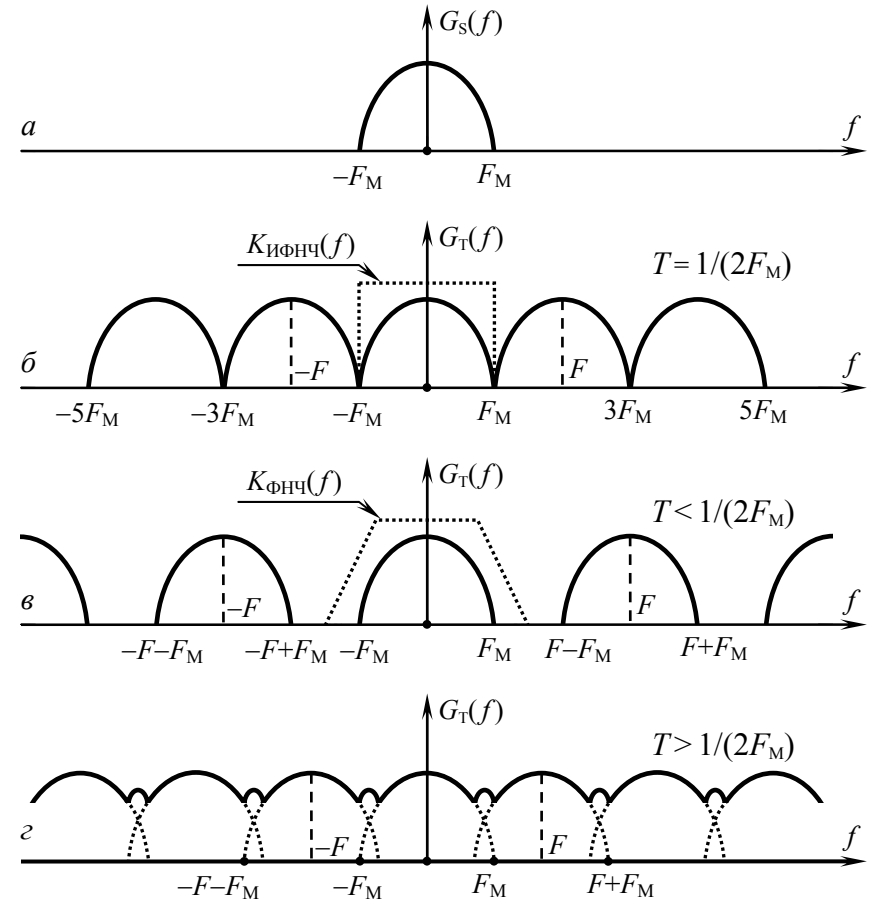


Рис. 5

Это различие обусловлено фазочастотной характеристикой фильтра и проявляется в виде задержки восстановленного сигнала $v(t)$ по сравнению с исходным $s(t)$ на время

$$t_3 = -\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\varphi_{\text{ФНЧ}}(f)}{df}, \quad (23)$$

где $\varphi_{\text{ФНЧ}}(f) = \arg[\dot{K}_{\text{ФНЧ}}(f)]$ – ФЧХ восстанавливающего фильтра.

Если выполняется условие $T < 1/(2F_M)$ (рис. 5,в), частота среза восстанавливающего идеального фильтра F_C не обязательно должна совпадать с максимальной частотой спектра F_M : достаточно, чтобы удовлетворялось условие

$$F_M \leq F_C \leq F - F_M. \quad (24)$$

Из этого условия следует, что при $F_C > F_M$ интервал дискретизации должен выбираться из соображения

$$T \leq 1/(F_C + F_M). \quad (25)$$

При этом ряд Котельникова определится формулой (17), в которой следует положить $K_0 = 1$. Заметим, что из наличия множителя T в (17) не следует, что с увеличением интервала дискретизации пропорционально возрастают мгновенные значения отклика идеального фильтра, ведь при этом уменьшается число энергетически значимых слагаемых ряда в любом конечном интервале времени.

Л.М. Финк в своей книге [2, с. 64] указывает на еще одну распространенную ошибку в толковании теоремы Котельникова: "восстановить совершенно точно непрерывный сигнал по отдельным отсчетам оказывается возможным потому, что из-за ограниченности спектра линия, соединяющая вершины отсчетов, не может иметь резких перепадов...". Это умозаключение, как показано в [2], неверно. Убедимся в этом. Пусть на некотором интервале времени намечено M произвольных (по интервалу между ними) точек t_1, t_2, \dots, t_M и в каждой точке указано произвольное (по величине и знаку) значение функции s_1, s_2, \dots, s_M . Покажем, что через эти точки можно провести кривую $s(t)$ такую, что она будет обладать сколь угодно узким спектром. Зададим искомую функцию выражением

$$s(t) = \sum_{i=1}^M x_i \cdot \frac{\sin(2\pi \cdot F_M \cdot t)}{2\pi \cdot F_M \cdot t},$$

где F_M – произвольная, сколь угодно малая частота, x_i – неиз-

вестные числа, подлежащие определению. Заметим, что, как отмечалось выше, каждое слагаемое ряда характеризуется прямоугольной спектральной плотностью, не выходящей за пределы $[-2\pi \cdot F_M, +2\pi \cdot F_M]$, следовательно, функция $s(t)$ в целом ограничена по спектру частотой F_M . Далее потребуем, чтобы для каждой намеченной точки t_k выполнялось условие $s_k = s(t_k)$, $k = 1, 2, \dots, M$. Решение этой системы полностью определяет искомую функцию $s(t)$. Можно показать, что с расширением выделенного интервала и увеличением числа намеченных точек возможности в подборе разных функций (ограниченных по спектру) уменьшаются и в пределе (при бесконечном интервале и бесконечном количестве точек) все функции переходят в одну – определяемую теоремой Котельникова. Таким образом, представляемый в базисе Котельникова сигнал $s(t)$ определяется единственным образом не потому, что функция, ограниченная по спектру, не может на каком-то участке изменяться сколь угодно быстро, а потому, что этот сигнал формируется *бесконечным* числом отсчетов, задаваемых в бесконечном интервале времени.

Отметим также, что в случае дискретизации сигналов, обладающих бесконечной энергией, но конечной мощностью, интервал дискретизации следует выбирать исходя из строгого неравенства $T < 1/(2F_M)$.

1.3. Погрешности применения на практике теоремы Котельникова и их оценка

Процедура дискретизации не исключает возможности точного восстановления сигнала по его дискретным отсчетам. Но теорема Котельникова, определяющая эти процедуры, оговаривает ряд условий, которые на практике не выполняются. Так, требуется, чтобы спектр дискретизируемого сигнала был ограничен, отсчеты были бесконечно короткими и учитывались на бесконечном интервале времени, а восстанавливаю-

ший фильтр обладал бы бесконечным затуханием за пределами полосы пропускания. В действительности это далеко не так: число отсчётов $s(kT)$ дискретизированного сигнала всегда конечно, спектр сигнала, подвергающегося дискретизации, не ограничен по частоте, а идеальный восстанавливающий фильтр физически не реализуем. Вследствие этого дискретизация сигналов всегда приводит к появлению погрешности.

Итак, целесообразно выделить четыре причины невозможности точного восстановления непрерывного сигнала по дискретным отсчетам:

1. Безграничность ширины спектра реального, т. е. конечного по длительности, сигнала и, как следствие этого, перекрытие соседних частотных полос спектра дискретизированного сигнала.

2. Невозможность учета бесконечного количества отсчетов (ограниченность числа слагаемых в ряде Котельникова).

3. Невозможность построения для восстановления сигналов идеального фильтра, т. е. фильтра с прямоугольной амплитудно-частотной и линейной фазочастотной характеристиками.

4. Невозможность практической реализации импульса (предназначенного для передачи информации о величине отсчета), совпадающего по форме с δ -функцией. Ненулевая в реальности длительность импульса служит причиной искажения формы спектра дискретизированного сигнала.

На рис. 6,а изображен комплексный спектр реального сигнала $s(t)$ конечной длительности (в качестве примера рассмотрен одиночный прямоугольный импульс). Отличительной особенностью такого спектра является его бесконечная протяжённость: указать максимальную частоту спектра F_M не представляется возможным. Дискретизация реального сигнала $s(t)$ даже с малым (но ненулевым!) интервалом дискретизации T всегда приводит к перекрытию копий в составе спектра дискретизированного сигнала $s_T(t)$ (рис. 6,б). По этой причине центральная копия спектра сигнала $s_T(t)$, выделяемая при восста-

новлении идеальным ФНЧ, не совпадает по форме со спектром исходного сигнала $s(t)$ (сравните рис. 6,в и а), что естественно приводит к искажению восстановленного сигнала по сравнению с исходным. Эти искажения вызваны двумя обстоятельствами: а) не будут восстановлены спектральные составляющие сигнала с частотами, превышающими F_C ; б) из-за попадания в полосу пропускания восстанавливающего ФНЧ "хвостов" соседних копий спектра $s(t)$ в составе спектра дискретизированного сигнала оказываются искаженными и спектральные составляющие, лежащие в полосе восстанавливаемых частот.

Итак, реальные подлежащие дискретизации сигналы ограничены по времени (финитные сигналы) и обладают неограниченным по частоте спектром (рис. 6,а). Однако вне некоторой полосы частот, называемой практической шириной спектра, составляющие реальных спектров обладают малой энергией по сравнению с совокупной энергией сигнала $s(t)$. Такие сигналы можно приближенно считать ограниченными по час-

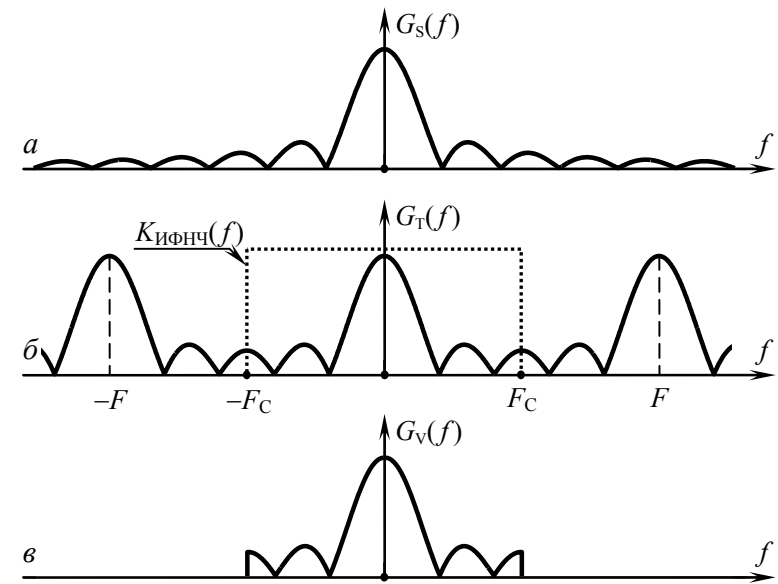


Рис. 6

тоте и представлять рядом Котельникова. Следовательно, непрерывный сигнал $s(t)$ длительностью T_s с практической шириной спектра F_M можно передать его N отсчетами, следующими друг за другом с интервалом $T=1/(2F_M)$. Число N , рассчитываемое как

$$N=T_s/T+1=F \cdot T_s+1=2F_M \cdot T_s+1,$$

приблизненно соответствует базе исходного сигнала $s(t)$ и определяет число слагаемых обобщенного ряда Фурье (9) в базе Котельникова:

$$s(t) \approx \sum_{k=0}^N s(k \cdot T) \cdot \text{sinc}[\pi F \cdot (t - k \cdot T)].$$

При суммировании членов такого ряда сигнал воспроизводится точно только в отсчетные моменты времени, а в промежутках между отсчетами возникает ошибка аппроксимации, которая возрастает у границ интервала T_s , где отброшенные члены ряда имеют наибольшее значение. С увеличением граничной частоты F_M практической ширины спектра (и соответственно частоты дискретизации $F=2F_M$) пропорционально возрастает число отсчетов N и сигнал воспроизводится точнее. Заметим, что к такому же точно выводу можно прийти, анализируя рис. 6. Таким образом, погрешность, обусловленная конечным числом отсчетов финитного сигнала, и рассмотренная выше погрешность за счет перекрытия копий спектра очень близки по сути, при всём том, что анализ первой произведен с временных позиций, второй – с частотных.

Идеальный ФНЧ служит лишь теоретической моделью для объяснения принципа восстановления сигнала по его дискретным отсчётам. Реальный фильтр нижних частот вне полосы пропускания обладает конечным ослаблением. Это приводит к тому, что при выборе частоты среза как в случае идеального ФНЧ (около половины частоты дискретизации, штрихпунктир на рис. 7,б) на выход реального фильтра проникают

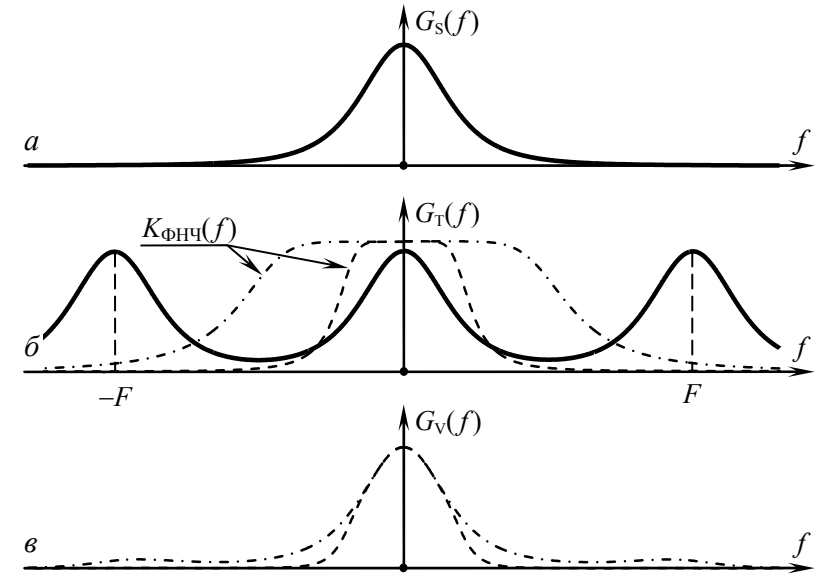


Рис. 7

составляющие не только восстанавливаемой центральной копии, но и соседних ("чужих") копий спектра дискретизированного сигнала $s_T(t)$. При уменьшении же частоты среза F_c (пунктир, рис. 7,б) частотная характеристика фильтра оказывается уже центральной копии спектра $\hat{G}_T(f)$: полезные спектральные составляющие высоких частот проходят через фильтр с заметным ослаблением. Из приведенных на рис. 7,в графиков видно, что при восстановлении реальный ФНЧ неизбежно искажает спектр исходного сигнала, а следовательно, и форму самого сигнала.

Остановимся подробнее на последней причине погрешности. Пусть исходный сигнал описывается непрерывной функцией $s(t)$. Образует из этого сигнала реальный дискретизированный сигнал $\tilde{s}_T(t)$ – последовательность импульсов конечной длительности τ_n и амплитуды $s_k = s(k \cdot T)$ так, например, как показано на рис. 8. Будем полагать, что форма всех отсчет-

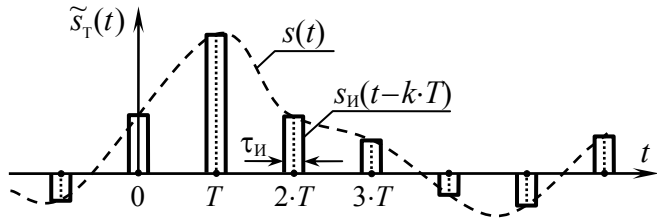


Рис. 8

ных импульсов одинакова; импульс, локализованный в начале координат, описывается заданной временной функцией $s_n(t)$. Тогда дискретизированный сигнал $\tilde{s}_T(t)$ можно выразить следующим образом

$$\tilde{s}_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s(k \cdot T) \cdot s_n(t - k \cdot T). \quad (27)$$

Покажем вначале, что сигнал $\tilde{s}_T(t)$ можно представить как интегральную свертку идеального дискретизированного сигнала $s_T(t)$, определяемого формулой (12), и импульса $s_n(t)$. В самом деле,

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} s_T(y) \cdot s_n(t-y) dy &= \int_{-\infty}^{+\infty} s_n(t-y) \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s(k \cdot T) \cdot T \cdot \delta(x-k \cdot T) dy = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s(k \cdot T) \cdot T \cdot s_n(t-k \cdot T) = T \cdot \tilde{s}_T(t). \end{aligned}$$

Интегральной свертке временных функций соответствует произведение их спектральных плотностей (согласно теореме о свертке). Значит

$$\tilde{G}_T(f) = \frac{1}{T} \cdot \dot{G}_T(f) \cdot \dot{G}_n(f) = \frac{1}{T} \cdot \dot{G}_n(f) \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \dot{G}_s(f - n \cdot F). \quad (28)$$

Как видно, ненулевая длительность отсчетных импульсов, обладающих формой, отличной от δ -функций, приводит к появлению в спектре идеального дискретизированного сигнала поправочного частотного множителя, т. е. вызывает *мульти-*

пликативные искажения дискретизированного сигнала. Спектральная плотность $\dot{G}_n(f)$ отсчетного импульса, имеющего конечную энергию, затухает с ростом частоты, поэтому возникающие при дискретизации соседние копии спектра сигнала $s(t)$ оказываются ослабленными.

Рассмотрим практически важный случай, когда $s_n(t)$ представляет собой прямоугольный импульс единичной амплитуды и длительностью τ_n :

$$s_n(t) = \text{rect}(t/\tau_n) = \begin{cases} 1 & \text{при } |t| \leq \tau_n/2, \\ 0 & \text{при } |t| > \tau_n/2. \end{cases}$$

Поправочный множитель в выражении (28) при этом принимает вид:

$$\dot{G}_n(f) = \tau_n \cdot \text{sinc}(\pi \cdot f \cdot \tau_n).$$

График модуля комплексной спектральной плотности $\dot{G}_n(f)$ показан тонкой сплошной линией на рис. 9; там же штрихом представлен спектр идеализированного дискретизированного сигнала. Из рис. 9 видно, что наличие множителя приводит не только к ослаблению соседних копий спектра $s(t)$, но и к искажению в области высоких частот центральной копии, непосредственно отвечающей за форму восстанавливаемого по дискретным импульсам непрерывного сигнала.

Заметим, однако, что реально незначительные по величине искажения, хотя и нежелательны, но допустимы. Поэтому рассмотрим основные методы оценки погрешности дискретизации и восстановления сигналов.

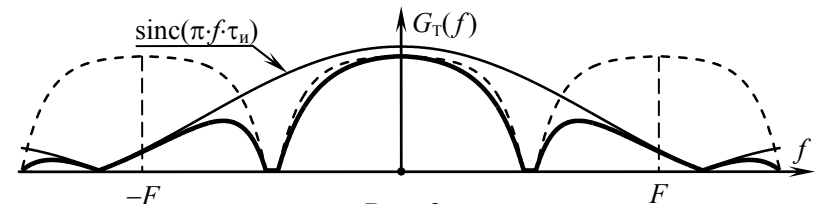


Рис. 9

Наиболее часто в радиотехнике в качестве меры отличия двух сигналов используется энергия (или мощность) разности их мгновенных значений. Отметим, что при оценке погрешности дискретизации следует учитывать лишь изменение формы сигнала, обусловленное искажениями в процессе дискретизации и последующего восстановления. Отличие масштабов исходного сигнала $s(t)$ и его восстановленной копии $v(t)$, а также её задержку во времени не следует считать искажениями, так как колебание $v(t)$ при необходимости всегда можно усилить (или ослабить), а задержка, если она не слишком велика, не требует на практике специального учёта. Вследствие этого будем в дальнейшем характеризовать качество восстановления сигнала по его дискретным отсчётам относительной погрешностью

$$d = \frac{1}{E_S} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} [s(t-t_3) - \mu \cdot v(t)]^2 dt, \quad (29)$$

где $s(t)$ – исходный непрерывный сигнал;

$v(t)$ – сигнал, полученный восстановлением по дискретным отсчётам;

t_3 – время запаздывания $v(t)$ по отношению к $s(t)$;

μ – коэффициент, введённый для выравнивания масштабов сравниваемых сигналов:

$$\mu = \sqrt{E_S/E_V}; \quad (30)$$

E_S, E_V – соответственно энергия исходного $s(t)$ и восстановленного фильтром сигнала $v(t)$:

$$E_S = \int_{-\infty}^{+\infty} s^2(t) dt, \quad E_V = \int_{-\infty}^{+\infty} v^2(t) dt. \quad (31)$$

Нетрудно убедиться в том, что в случае отсутствия искажений при дискретизации и восстановлении, т. е. при

$$v(t) = K_0 \cdot s(t-t_3),$$

относительная погрешность восстановления d , определяемая формулой (29), равна нулю независимо от величин констант K_0 и t_3 . Действительно, энергия восстановленного сигнала $v(t)$ при этом $E_V = K_0^2 \cdot E_S$, тогда коэффициент выравнивания масштабов $\mu = 1/K_0$, следовательно, $\mu \cdot v(t) = s(t-t_3)$, т. е. согласно (29) $d = 0$. Если же по каким-либо причинам $v(t) = 0$, тогда $d = 1$.

Выражение (29) можно представить в виде, более удобном для выполнения расчётов. Для этого достаточно в исходной формуле (29) раскрыть скобки, разбить интеграл на сумму интегралов и привести подобные слагаемые:

$$\begin{aligned} d &= \frac{1}{E_S} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} [s^2(t-t_3) - 2\mu \cdot s(t-t_3) \cdot v(t) + \mu^2 \cdot v^2(t)] dt = \\ &= 1 - \frac{2\mu}{E_S} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} s(t-t_3) \cdot v(t) dt + \mu^2 \cdot \frac{E_V}{E_S} = 2 - \frac{2\mu}{E_S} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} s(t-t_3) \cdot v(t) dt, \end{aligned}$$

или окончательно

$$d = 2 \cdot \left[1 - \frac{1}{\sqrt{E_S \cdot E_V}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} s(t-t_3) \cdot v(t) dt \right]. \quad (32)$$

Формула (32) выражает собой так называемый временной метод оценки погрешности восстановления сигнала. Достоинство этого метода состоит в том, что по ходу расчёта величины d он позволяет наглядно сопоставить исходный и восстановленный сигналы по форме. Вместе с тем временной подход не всегда оказывается наиболее удобным. Во-первых, не всегда известна импульсная характеристика используемого для восстановления фильтра; во-вторых, выражение (14), определяющее восстанавливаемый по отсчётам сигнал, справедливо лишь при условии, что на вход фильтра подаётся последовательность импульсов бесконечно малой длительности, а в общем случае следует использовать интегральную свёртку (13). Вследствие этого целесообразно рассмотреть частотный метод оценки погрешности восстановления сигнала.

Если комплексные спектральные плотности исходного $\dot{G}_S(f)$ и восстановленного $\dot{G}_V(f)$ сигналов известны, то для оценки погрешности восстановления нет необходимости выполнять обратное преобразование Фурье и определять зависимость $v(t)$. Преобразуем полученное ранее выражение (32) в частотную область. Для этого, во-первых, на основе равенства Парсевала заменим временной способ вычисления энергии сигналов $s(t)$ и $v(t)$ на частотный:

$$E_S = \int_{-\infty}^{+\infty} |\dot{G}_S(f)|^2 df, \quad E_V = \int_{-\infty}^{+\infty} |\dot{G}_V(f)|^2 df. \quad (33)$$

Во-вторых, интеграл от произведения сигналов $s'(t) = s(t - t_3)$ и $v(t)$, фигурирующий в (32), следует рассматривать как прямое преобразование Фурье на частоте $f=0$, которое может быть заменено сверткой спектральных плотностей перемножаемых сигналов:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} s'(t) \cdot v(t) \cdot e^{-j2\pi \cdot f \cdot t} dt \Big|_{f=0} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{G}_{S'}(f-x) \cdot \dot{G}_V(x) dx \Big|_{f=0} \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{G}_S^*(x) \cdot \dot{G}_V(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{G}_S^*(f) \cdot \dot{G}_V(f) \cdot e^{j2\pi \cdot f \cdot t_3} df, \end{aligned}$$

где * – признак комплексно-сопряженной величины.

Таким образом, относительная погрешность восстановления сигнала по его дискретным отсчетам может быть рассчитана по приведенной ниже формуле, адаптированной к использованию частотных характеристик сигналов:

$$d = 2 \cdot \left[1 - \frac{1}{\sqrt{E_S \cdot E_V}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{G}_S^*(f) \cdot \dot{G}_V(f) \cdot \exp(j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t_3) df \right]. \quad (34)$$

1.4. Общие сведения о фильтрах нижних частот

Фильтром нижних частот принято называть линейную радиотехническую цепь, предназначенную для передачи на выход с минимальным ослаблением колебания, частоты которого не превосходят частоты среза F_C фильтра. В то же время колебания с более высокими частотами в ФНЧ должны существенно ослабляться (рис. 10).

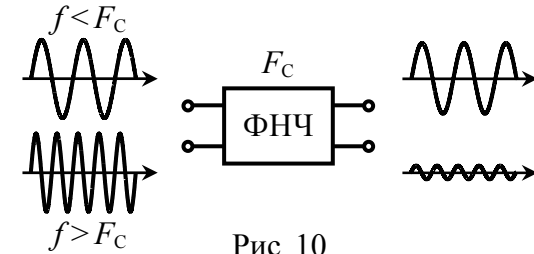


Рис. 10

В идеальном случае ФНЧ пропускает с одинаковым коэффициентом передачи спектральные составляющие сигнала в полосе частот от нуля до F_C и полностью подавляет составляющие других частот. Это и определяет вид амплитудно-частотной характеристики идеального ФНЧ (рис. 11,а):

$$K_{\text{ИФНЧ}}(f) = \begin{cases} K_0 & \text{при } f \in [0, F_C], \\ 0 & \text{при } f > F_C. \end{cases}$$

Однако прямоугольная АЧХ не гарантирует отсутствия искажений полезного сигнала (со спектром, ограниченным частотой $F_M \leq F_C$) при его прохождении через ИФНЧ. Помимо сохранения формы амплитудного спектра сигнала необходимым условием отсутствия искажений является одинаковое время задержки в ИФНЧ всех спектральных составляющих колебания: $t_3(f) = \text{const}$. Последнее возможно только при наличии у ИФНЧ линейной фазочастотной характеристики (рис. 11,б):

$$\varphi_{\text{ИФНЧ}}(f) = -2\pi \cdot f \cdot t_3 \text{ при } f \in [0, F_C].$$

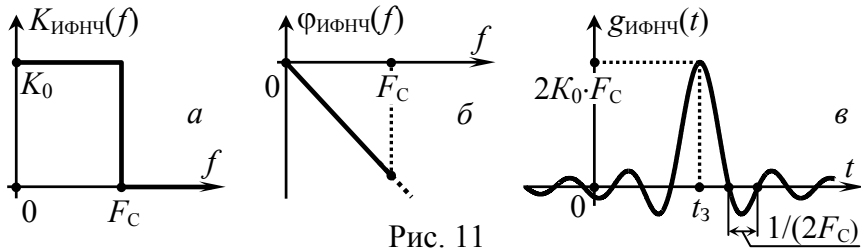


Рис. 11

Для частот, превышающих F_C , фазовый сдвиг не имеет значения, поскольку на таких частотах идеальный фильтр все равно не пропускает колебаний.

Идеальный ФНЧ *физически нереализуем*: ни строгая равномерность АЧХ на каком-либо участке, ни ее разрывы в каких-либо точках не могут быть воспроизведены на практике, так как соответствующая такой АЧХ импульсная характеристика (рис. 11, в)

$$g_{\text{ИФНЧ}}(t) = 2K_0 \cdot F_C \cdot \text{sinc}[2\pi \cdot F_C \cdot (t - t_3)]$$

должна была бы отличаться от нуля на интервале, предшествующем моменту ($t=0$) воздействия порождающего ее дельта-импульса.

Реальная АЧХ обязательно должна быть гладкой кривой, без разрывов и строго горизонтальных участков, в том числе с бесконечным затуханием. Однако можно получить сколь угодно хорошее *приближение* к идеальной форме АЧХ, *аппроксимировав* ее такой функцией, которая может принадлежать физически реализуемой цепи.

Условие физической реализуемости фильтра накладывает определенные ограничения на выбор того класса действительных функций, которые могут быть реализованы как АЧХ. Проще сформулировать эти ограничения не для АЧХ $K(\omega)$, а для комплексной функции комплексной переменной $K(p)$, которая может быть реализована в качестве операторного коэффициента передачи (передаточной функции) фильтра. Напомним, что передаточная функция любого фильтра, как линейной

цепи с постоянными во времени параметрами, относится к классу дробно-рациональных функций вида

$$K(p) = \frac{A_m(p)}{B_n(p)} = \frac{a_m \cdot p^m + a_{m-1} \cdot p^{m-1} + \dots + a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p + a_0}{b_n \cdot p^n + b_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + b_2 \cdot p^2 + b_1 \cdot p + b_0}, \quad (35)$$

где $A_m(p)$ и $B_n(p)$ – полиномы переменной p с действительными коэффициентами. Условие физической реализуемости накладывает на полиномы в составе $K(p)$ только два ограничения:

- 1) максимальная степень полинома $A_m(p)$ не должна превышать степень n полинома $B_n(p)$, где n – порядок фильтра;
- 2) корни полинома $B_n(p)$ или полюсы $K(p)$ должны располагаться в левой полуплоскости комплексной переменной p .

Поскольку фильтрация сигналов представляет собой важную техническую проблему, ей было уделено серьезное внимание и установлено, что ряд аппроксимаций характеристик ИФНЧ отличаются особо удовлетворительными качествами. К ним можно отнести ставшие классическими аппроксимации по Баттерворту, Чебышеву, Бесселю и др.

Одной из часто используемых аппроксимаций амплитудно-частотной характеристики ИФНЧ является аппроксимация по *Баттерворту*. АЧХ фильтра Баттерворта описывается выражением

$$K(\bar{\omega}) = \frac{1}{\sqrt{1 + \bar{\omega}^{2n}}}, \quad (36)$$

где n – порядок фильтра ($n=1, 2, 3, \dots$), $\bar{\omega} = \omega/\omega_c$ – безразмерная нормированная (к частоте среза) частота. Графики АЧХ фильтров Баттерворта разного порядка показаны на рис. 12, а. По мере увеличения порядка фильтра коэффициент передачи в полосе пропускания все в большей степени приближается к единице, переходная область сильнее сужается, а в полосе задержания АЧХ все ближе и ближе приближается к нулю. Из всех аппроксимаций фильтр Баттерворта обладает *максимально плоской АЧХ* в полосе пропускания, но это достигается за

счет линейности ФЧХ и плавности нарастания затухания. Однако крутизна затухания фильтра достаточно хорошая, и поскольку он обладает приемлемой импульсной характеристикой, то в целом обеспечивает качественную аппроксимацию характеристик ИФНЧ.

Перейдем от АЧХ фильтра Баттерворта к его операторному коэффициенту передачи по мощности:

$$K_p(\bar{p}) = K(\bar{p})K(-\bar{p}) = K^2(\bar{\omega}) \Big|_{\bar{\omega}=\bar{p}/j} = \frac{1}{1+(-1)^n \cdot \bar{p}^{2n}}.$$

Из полученного выражения видно, что в плоскости комплексного переменного \bar{p} , функция $K_p(\bar{p})$ имеет $2n$ полюсов, которые являются корнями уравнения

$$1+(-1)^n \cdot \bar{p}^{2n} = 0; \quad (37)$$

причем ФНЧ отвечают только полюсы, расположенные в левой полуплоскости (с отрицательными действительными частями); их копии в правой полуплоскости соотносятся с функцией $K(-\bar{p})$ и не принимаются во внимание. Из уравнения (37) получаем для i -го нормированного полюса выражение

$$\bar{p}_{\pi i} = \exp[j\pi \cdot (n+2i-1)/(2n)], \text{ где } i=1 \dots n. \quad (38)$$

Модули всех полюсов равны единице, а разность аргументов любых двух соседних полюсов – π/n . Это значит, что все полюсы передаточной функции фильтра Баттерворта лежат на полуокружности единичного радиуса с центром в начале координат и делят её на равные дуги. Следует помнить, что формула (38) определяет значения нормированных полюсов $\bar{p}_{\pi i}$, т. е.

$$\bar{p}_{\pi i} = p_{\pi i} / \omega_c, \quad (39)$$

где ω_c – угловая частота среза АЧХ фильтра ($\omega_c = 2\pi \cdot F_c$), определяющая его полосу пропускания по уровню $1/\sqrt{2}$ от максимального значения АЧХ.

Во многих случаях важнее иметь аппроксимацию, которая обладает равномерно хорошим качеством в пределах большей, чем у фильтра Баттерворта, части полосы пропускания. Фильтр, имеющий подобные равномерные аппроксимирующие свойства, – это фильтр *Чебышева*. АЧХ фильтра Чебышева в равноволновой полосе колеблется между двумя значениями (рис. 12, б). Число пульсаций АЧХ зависит от порядка n фильтра; амплитуда пульсаций является свободным параметром. АЧХ фильтра такого вида задается формулой

$$K(\bar{\omega}) = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2 \cdot T_n^2(\bar{\omega})}}, \quad (40)$$

где $\varepsilon \leq 1$ – число, называемое коэффициентом неравномерности характеристики в равноволновой полосе; $T_n(\bar{\omega})$ – полином Чебышева n -го порядка: $T_n(\bar{\omega}) = \cos(n \cdot \arccos \bar{\omega})$. Из математики известно, что полином Чебышева $T_n(\bar{\omega})$ нарастает быстрее любого другого полинома $f_n(\bar{\omega})$ той же степени при тех же отклонениях внутри участка $|\bar{\omega}| \leq 1$. Именно этим свойством и обусловлен выбор $T_n^2(\bar{\omega})$ в качестве функции фильтрации: полином обеспечивает наиболее *крутой спад АЧХ* в переходной зоне. Реализуемая неравномерность АЧХ a_H (в дБ) в равновол-

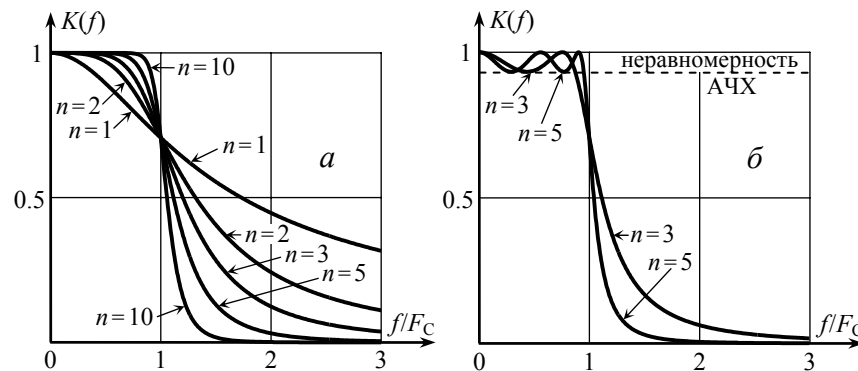


Рис. 12

новой полосе $F_s = F_c / \cos[\text{arch}(1/\varepsilon)/n]$ определяет величину ε :

$$\varepsilon^2 = 10^{0.1a_n} - 1.$$

Нормированные полюсы передаточной функции фильтра Чебышева получают по той же методике, что и полюсы фильтра Баттерворта. Однако здесь выкладки значительно более трудоемкие, поэтому неподготовленному студенту имеет смысл воспользоваться конечными расчетными соотношениями (приложение А1) или данными справочников, в которых приведены полюсы для разных a_n .

Заметим, что в большинстве источников полюсы фильтра Чебышева нормированы не к частоте ω_c (границе полосы по уровню "минус" 3 дБ), а к частоте ω_s , определяющей границу равноволновой полосы пульсаций по заданной величине неравномерности a_n . Однако при необходимости полюсы можно пронормировать к частоте ω_c , умножив их значения на коэффициент $1/\cos[\text{arch}(1/\varepsilon)/n]$. Внимание! Приведенные в пособии полюсы фильтров *для унификации* нормированы к ω_c .

Полюсы фильтра Чебышева располагаются на левой части эллипса, а не на окружности, как это имеет место в случае фильтра Баттерворта. Большая ось этого эллипса совпадает с мнимой осью \bar{p} -плоскости, тогда как малая – с вещественной. Совершенно очевидно, что чем уже эллипс, тем ближе располагаются полюсы к мнимой оси и, следовательно, тем более сильное влияние будет оказывать каждый полюс, т. е. тем заметнее будут колебания АЧХ.

Как было подчеркнуто, фильтры Баттерворта обладают максимально плоской АЧХ в полосе пропускания, а семейство фильтров Чебышева обеспечивает хорошую крутизну затухания АЧХ. В некоторых же применениях крутизна характеристики затухания фильтра Баттерворта является недостаточной, а колебания коэффициента передачи фильтра Чебышева недопустимы. Реализация же фильтра Чебышева с малой или даже нулевой неравномерностью АЧХ не поможет делу, поскольку

фильтры Чебышева и Баттерворта относятся к одному классу: фильтр Чебышева с нулевой неравномерностью представляет собой фильтр Баттерворта. Для решения этой задачи можно использовать фильтр *Лежандра*, или *оптимальный монотонный* фильтр. АЧХ такого фильтра приведена на рис. 13. Для сравнения на нем же приведены характеристики фильтров Баттерворта и Чебышева. Заметим, что АЧХ фильтра Лежандра в полосе пропускания не такая плоская, как у фильтра Баттерворта, но наклон характеристики затухания круче. Типовым свойством фильтров Лежандра и Баттерворта является монотонность их АЧХ: для любого значения АЧХ существует единственная частота; у фильтра же Чебышева определенные значения АЧХ повторяются на нескольких частотах (его АЧХ колеблется). В фильтре Лежандра предпринята попытка скомбинировать лучшие черты фильтров Баттерворта и Чебышева.

До сих пор фильтры рассматривались главным образом с точки зрения их амплитудно-частотных характеристик. Однако АЧХ не описывает полностью свойства фильтра. Известно, что фазочастотная характеристика является одной из наиболее важных характеристик фильтра, спроектированного для передачи сигналов со скачками мгновенных значений. Если, например, пропускать через фильтры Баттерворта, Чебышева или Лежандра прямоугольный импульс, в выходном сигнале фильтров будут наблюдаться колебательные выбросы (рис. 14). В ряде случаев это нежелательно, и следует применить фильтр *Бесселя*, названный по одноименному полиному в знаменателе его передаточной функции. Аппроксимирующий полином Бесселя обеспечивает *максимально линейную фа-*

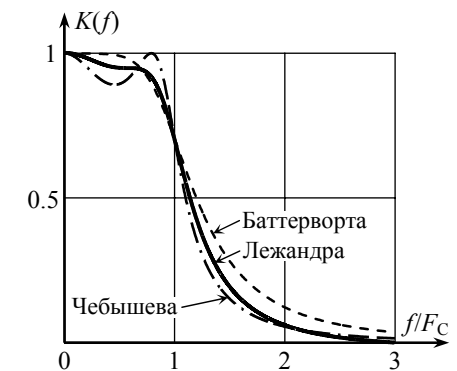


Рис. 13

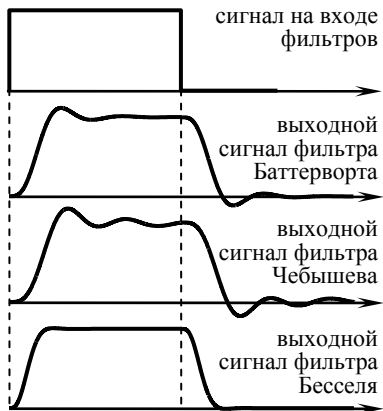


Рис. 14

шие по величине выбросы переходного процесса (рис. 14). На рис. 15 сравниваются АЧХ фильтров Бесселя, Баттерворта и Чебышева одинаковых порядков. Видно, что фильтр Бесселя дает наихудшую аппроксимацию АЧХ идеального ФНЧ как в полосе пропускания, так и по крутизне затухания.

Анализ полюсов $K(\bar{p})$ фильтра Бесселя показывает, что они расположены в плоскости комплексного переменного дальше от мнимой оси, чем у фильтров Баттерворта и Чебышева (рис. 16); это и объясняет лучшую переходную и худшую частотную характеристику фильтра Бесселя.

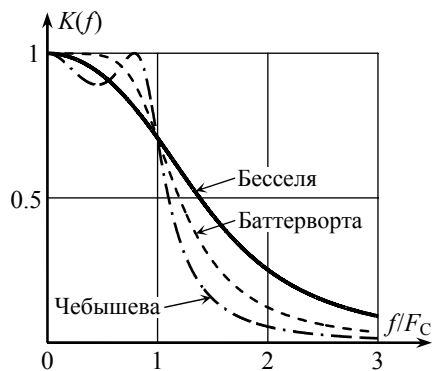


Рис. 15

зочастотную характеристику фильтра. Соответствие же АЧХ фильтров Бесселя и ИФНЧ не является определяющим.

Поскольку ФЧХ фильтра Бесселя наиболее линейна из всех известных типов реальных фильтров, следовательно, время запаздывания гармонических составляющих сигнала в таком фильтре в наименьшей степени зависит от частоты, что и обуславливает наимень-

Если рассматривать фильтры Бесселя и Баттерворта как два крайних случая, где первый обеспечивает максимально плоскую характеристику времени запаздывания, а второй – максимально плоскую АЧХ, то естественно задать вопрос: "Можно ли отыскать такие аппроксимирующие функции, чтобы характеристики

фильтра в установившемся и переходном режимах занимали промежуточное положение между этими двумя крайними случаями?". Рассмотрим вначале полюсы фильтра Баттерворта, которые в общем случае удобно записать в виде

$$\bar{p}_{Ба i} = \exp[j \cdot (\pi - \theta_{Ба i})],$$

а затем полюсы фильтра Бесселя –

$$\bar{p}_{Бе i} = |\bar{p}_{Бе i}| \cdot \exp[j \cdot (\pi - \theta_{Бе i})].$$

Полюсы, расположенные между полюсами фильтров Баттерворта и Бесселя, можно получить, вводя параметр m ($0 \leq m \leq 1$) так, что

$$\bar{p}_{\Pi i} = \bar{p}_{Ба i} \cdot (\bar{p}_{Бе i} / \bar{p}_{Ба i})^m. \quad (41)$$

Фильтры с такими полюсами носят название фильтров *Баттерворта-Томсона* или *переходных* фильтров. Модуль и аргумент i -го полюса рассматриваемого фильтра определяются как

$$|\bar{p}_{\Pi i}| = |\bar{p}_{Бе i}|^m, \quad \pi - \theta = \pi - [m \cdot \theta_{Бе i} + (1 - m) \cdot \theta_{Ба i}].$$

Итак, при $m = 0$ в соответствии с формулой (41) получаем полюсы фильтра Баттерворта, а при $m = 1$ – полюсы фильтра Бесселя. Если уменьшать величину параметра m от единичного значения, ширина полосы частот, в пределах которой АЧХ близка к единице, увеличивается, тогда как ФЧХ, максимально линейная при $m = 1$, становится более нелинейной. На рис. 17 показаны ФЧХ фильтров Баттерворта, Бесселя и Баттерворта-Томсона одинаковых порядков. Видно, что в пределах интервала $(1 \dots 1.5)F_c$ ФЧХ переходного фильтра лучше аппроксимируется линейной функцией, нежели ФЧХ фильтра Баттерворта. Однако наилучшей является ФЧХ фильтра Бесселя.

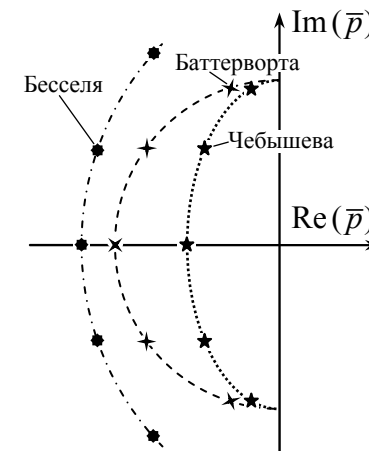


Рис. 16

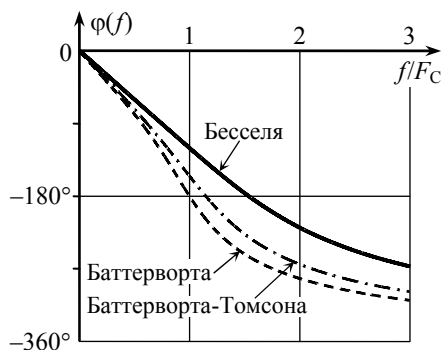


Рис. 17

В приложении 1 представлен листинг программы в формате системы компьютерной математики MathCAD, предназначенной для точного расчета нормированных полюсов передаточных функций фильтров Баттерворта, Чебышева, Лежандра, Бесселя, Баттерворта-Томсона.

Если известны нормированные полюсы \bar{p}_{pi} любого из рассмотренных выше фильтров, выражение для его передаточной функции может быть записано как

$$K(p) = \frac{\beta \cdot \omega_c^n}{(p - \bar{p}_{p1} \cdot \omega_c) \cdot (p - \bar{p}_{p2} \cdot \omega_c) \times \dots \times (p - \bar{p}_{pn} \cdot \omega_c)}, \quad (42)$$

где β – число, обеспечивающее единичный коэффициент передачи на нулевой частоте, ω_c – частота среза фильтра, определяемая по уровню $1/\sqrt{2}$ от максимального значения АЧХ. Поскольку рассмотренные фильтры не имеют конечных нулей передаточной функции (см. (42)), то их относят к классу *полиномиальных* фильтров.

Достаточно широко применяются фильтры с аппроксимациями дробно-рационального вида (см. (35)), т. е. передаточные функции которых обладают не только полюсами, но и нулями. К таким фильтрам относят, например, инверсные фильтры Чебышева, эллиптические фильтры (иногда их называют фильтрами Чебышева-Кауэра или Золотарёва) и др. Их особенностью является наличие незатухающих колебаний в полосе задержания: затухание на заданном уровне сохраняется вплоть до очень высоких частот. Вместе с тем ряд частот в полосе задержания характеризуется нулевыми значениями АЧХ.

2. ЗАДАНИЕ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ

"ДИСКРЕТИЗАЦИЯ ВИДЕОСИГНАЛОВ С ЗАДАННОЙ ПОГРЕШНОСТЬЮ ВОССТАНОВЛЕНИЯ"

В данном разделе сформулировано техническое задание на курсовую работу "Дискретизация видеосигналов с заданной погрешностью восстановления".

Курсовая работа нацелена на детальное исследование особенностей практического использования теоремы Котельникова применительно к дискретизации и последующему восстановлению заданного *видеосигнала* конечной длительности.

Курсовая работа предполагает активное применение современной компьютерной техники, пакетов математического и имитационного (схемотехнического) моделирования и ориентирована на 34 академических часа рабочего времени (сюда входит время на проведение теоретических исследований, выполнение расчётов, моделирования и оформление расчетно-пояснительной записки).

В общем виде задание на курсовую работу может быть сформулировано следующим образом:

передать с помощью дискретных отсчётов непрерывный видеосигнал заданной формы и затем восстановить его посредством реального фильтра нижних частот с погрешностью, не превышающей заданную.

Объём работы и вопросы, подлежащие разработке в рамках курсовой работы:

1) Спектральный анализ исходного непрерывного сигнала, подлежащего дискретизации (дискретизируемого сигнала): аналитический и численный расчет амплитудного и фазового спектров, оценка практической ширины спектра по энергетическому критерию. Предварительный выбор частоты дискретизации сигнала.

2) Расчёт характеристик сигнала на выходе идеального дискретизатора: числа отсчетов и их величин, временной диа-

граммы дискретизированного сигнала, его амплитудного и фазового спектров. Предварительный выбор полосы пропускания (частоты среза АЧХ) восстанавливающего фильтра.

3) Анализ частотных и временных характеристик восстанавливающего фильтра нижних частот: аналитический и численный расчет АЧХ, ФЧХ, импульсной характеристики, времени запаздывания сигнала.

4) Расчет сигнала, восстановленного по дискретным отсчетам заданным ФНЧ, и относительной погрешности восстановления. Анализ соответствия полученной и заданной погрешности восстановления.

5) Исследование качества восстановления сигнала при разных значениях частоты дискретизации исходного сигнала и полосы пропускания ФНЧ. Обоснование и выбор конкретных (оптимальных) значений частоты дискретизации и частоты среза ФНЧ, обеспечивающих качество восстановления сигнала не хуже заданного.

6) Расчет характеристик дискретизированного и восстановленного сигналов при оптимальных значениях частоты дискретизации и полосы пропускания ФНЧ. Сравнительный анализ качества восстановления сигнала заданным реальным фильтром и идеальным ФНЧ.

7) Исследование качества восстановления сигнала при разных значениях длительности исходного сигнала.

8) Проверка основных расчетных результатов с помощью имитационного (схемотехнического) моделирования.

9) Дополнительное индивидуальное исследование (сформулирована только цель предполагаемого исследования).

Итогом выполнения курсовой работы должны стать конкретные значения частоты дискретизации и полосы пропускания восстанавливающего ФНЧ, позволяющие обеспечить качество восстановления сигнала не хуже заданного. При этом результаты работы должны подтверждать, что любое измене-

ние частоты дискретизации и/или параметров фильтра по сравнению с рекомендуемыми должно либо привести к увеличению погрешности, либо затруднить практическую реализацию предлагаемой процедуры. Каждый из пунктов исследования должен содержать данные, достаточные для вынесения аргументированного заключения.

Исходные данные для выполнения работы включают:

1) аналитическое выражение исходного непрерывного видеосигнала $s(t)$; предполагается, что амплитуда A_S и длительность T_S сигнала для всех вариантов изначально одинаковы и соответственно равны $A_S = 1$ В, $T_S = 1$ мс;

2) длительность отсчётных импульсов $\tau_{и}$ сигнала на выходе дискретизатора; для всех вариантов $\tau_{и} = 0$;

3) конкретный тип восстанавливающего фильтра нижних частот с заданной передаточной функцией;

4) величину максимально допустимой относительной погрешности восстановления сигнала d_{\max} в процентах.

В начале семестра (на второй-третьей учебной неделе) каждому студенту выдаётся индивидуальный вариант задания, содержащий конкретные исходные данные, необходимые для выполнения работы.

Индивидуальный вариант задания представляет собой группу из восьми позиций: □□□□□□□□. Фактически это буквенно-цифровой код, каждая позиция которого может быть занята лишь одним символом, несущим определенную информацию. Первая позиция (□□□□□□□□) содержит букву (В или Р), указывающую на тип сигнала, дискретизация и восстановление которого исследуется в курсовой работе. Если в первой позиции кода указана буква "В", то исходный сигнал относится к видеосигналам; техническое задание к курсовой в этом случае излагается во втором (т. е. настоящем!) разделе. Если же код начинается с буквы "Р", то исходный сигнал является радиосигналом; техническое задание для такой курсовой излагается в седьмом разделе.

Таблица 1

N_S	Аналитическое выражение ∇ исходного сигнала $s(t)$
01	$\begin{cases} A_S, & 0 \leq t < T_S/2, \\ A_S/2, & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
02	$\alpha \cdot A_S \cdot t \cdot \exp(1-\alpha \cdot t), 0 \leq t \leq T_S, \alpha=7/T_S$
03	$\begin{cases} 2A_S \cdot t/T_S, & 0 \leq t < T_S/2, \\ A_S, & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
04	$\begin{cases} A_S \cdot \exp[\alpha \cdot (t-T_S/2)], & 0 \leq t < T_S/2, \alpha=9/T_S, \\ A_S, & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
05	$\begin{cases} A_S, & 0 \leq t < T_S/2, \\ 2A_S \cdot (T_S - t)/T_S, & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
06	$\begin{cases} (29/25) \cdot A_S \cdot [1 - \exp(-\alpha \cdot t)], & 0 \leq t < 2T_S/3, \alpha=3/T_S, \\ A_S, & 2T_S/3 \leq t \leq T_S \end{cases}$
07	$2A_S \cdot [1 - t/T_S - \exp(-\alpha \cdot t)], 0 \leq t \leq T_S, \alpha=6/T_S$
08	$\begin{cases} A_S \cdot [(T_S/2) + t]/T_S, & 0 \leq t < T_S/2, \\ A_S \cdot [(3T_S/2) - t]/T_S, & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
09	$\begin{cases} A_S \cdot [1 - \exp(-\alpha \cdot t)], & 0 \leq t < T_S/2, \alpha=10/T_S, \\ A_S \cdot \exp[-\alpha \cdot (t - T_S/2)], & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
10	$0.73 A_S \cdot [t/T_S + \sin(1.4\pi \cdot t/T_S)], 0 \leq t \leq T_S$
11	$\begin{cases} A_S, & 0 \leq t < T_S/4, \\ 1.29 A_S \cdot (1 - \exp[\alpha \cdot (t - T_S)]), & T_S/4 \leq t \leq T_S, \alpha=2/T_S \end{cases}$
12	$\begin{cases} 0.86 A_S \cdot \exp[\alpha \cdot (t - T_S/3)], & 0 \leq t < T_S/3, \alpha=6/T_S, \\ A_S \cdot \sin(\pi \cdot t/T_S), & T_S/3 \leq t \leq T_S \end{cases}$
13	$\begin{cases} 4A_S \cdot t/T_S, & 0 \leq t < T_S/4, \\ A_S \cdot (1 - \exp[\alpha \cdot (t - T_S)]), & T_S/4 \leq t \leq T_S, \alpha=10/T_S \end{cases}$
14	$\begin{cases} 2A_S \cdot t/T_S, & 0 \leq t < T_S/2, \\ A_S \cdot \sin(\pi \cdot t/T_S), & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
15	$A_S \cdot [1 - (t/T_S)^2], 0 \leq t \leq T_S$

Итак, при обнаружении в первой позиции кода буквы "В" смысловая нагрузка остальных позиций заключается в следующем. Вторая и третья позиции кода (□□□□□□□□) определяют в совокупности двухзначный номер N_S , под которым в табл. 1 настоящего пособия задан исходный непрерывный видеосигнал $s(t)$. В четвертой-пятой позициях (□□□□□□□□) содержатся цифры двухзначного номера фильтра N_F ; под этим номером в табл. 2 приведена информация о конкретном типе восстанавливающего фильтра нижних частот и полюсах его передаточной функции. Шестая позиция (□□□□□□□□) задаёт максимально допустимую относительную погрешность восстановления сигнала (в процентах). Последние позиции кода – седьмая и восьмая (□□□□□□□□) – определяют двухзначный номер индивидуального дополнительного исследования N_D , цель которого сформулирована в п. 3.9. Например, варианту "В0214312" соответствует исходный видеосигнал под номером "02" в табл. 1, ФНЧ – под номером "14" в табл. 2, допустимая относительная погрешность восстановления – 3%, тема дополнительного исследования под номером "12".

В приложении 2 представлен бланк задания на курсовую работу, вручаемый в начале семестра каждому студенту, и содержащий упомянутый выше индивидуальный код ∇ . При получении бланка код следует расшифровать и на основе полученной информации самостоятельно заполнить пустующие места в пункте "Индивидуальный вариант задания" (в образце бланка соответствующие места помечены подчеркиванием).

По окончании исследований студент должен представить научный отчёт о проделанной работе, оформленный в виде расчётно-пояснительной записки, и защитить полученные результаты.

∇ **Внимание!** В пособии не содержатся конкретные индивидуальные варианты задания на курсовую работу. Для получения такого варианта (кода) следует обратиться к преподавателю – руководителю курсового проектирования.

Продолжение таблицы 1

N_S	Аналитическое выражение ∇ исходного сигнала $s(t)$
16	$\begin{cases} 2A_S \cdot t/T_S, & 0 \leq t < T_S/2, \\ A_S \cdot \exp[-\alpha \cdot (t - T_S/2)], & T_S/2 \leq t \leq T_S, \alpha = 8/T_S \end{cases}$
17	$\begin{cases} A_S \cdot [1 - \exp(-\alpha \cdot t)], & 0 \leq t < T_S/2, \alpha = 8/T_S, \\ A_S \cdot (1 - \exp[\alpha \cdot (t - T_S)]), & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
18	$\begin{cases} A_S \cdot [(T_S/2) + t]/T_S, & 0 \leq t < T_S/2, \\ 2A_S \cdot [T_S - t]/T_S, & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
19	$\begin{cases} A_S \cdot [1 - \exp(-\alpha \cdot t)], & 0 \leq t < T_S/2, \alpha = 10/T_S, \\ 2A_S \cdot [T_S - t]/T_S, & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
20	$\begin{cases} A_S \cdot \sin[3\pi \cdot t/(4T_S)], & 0 \leq t \leq 2T_S/3, \\ A_S, & 2T_S/3 < t \leq T_S \end{cases}$
21	$\begin{cases} 4A_S \cdot (t/T_S)^2, & 0 \leq t < T_S/2, \\ A_S \cdot (1 - \exp[\alpha \cdot (t - T_S)]), & T_S/2 \leq t \leq T_S, \alpha = 13/T_S \end{cases}$
22	$(9/4) \cdot A_S \cdot \sin(2\pi \cdot t/T_S) \cdot \exp(-4t/T_S), 0 \leq t \leq T_S$
23	$\begin{cases} A_S \cdot [1 - \exp(-\alpha \cdot t)], & 0 \leq t \leq T_S/2, \alpha = 15/T_S, \\ A_S \cdot \sin(\pi \cdot t/T_S), & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
24	$\begin{cases} A_S, & 0 \leq t < T_S/2, \\ A_S \cdot [(3T_S/2) - t]/T_S, & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
25	$\begin{cases} A_S \cdot \sin(\pi \cdot t/T_S), & 0 \leq t < T_S/2, \\ A_S \cdot (1 - \exp[\alpha \cdot (t - T_S)]), & T_S/2 \leq t \leq T_S, \alpha = 13/T_S \end{cases}$
26	$\begin{cases} A_S \cdot \exp[\alpha \cdot (t - T_S/3)], & 0 \leq t < T_S/3, \\ A_S \cdot \exp[-\alpha \cdot (t - T_S/3)/4], & T_S/3 \leq t \leq T_S, \alpha = 12/T_S \end{cases}$
27	$\begin{cases} (1/28) \cdot A_S \cdot \exp(\alpha \cdot t), & 0 \leq t < T_S/3, \\ A_S \cdot (1 - \exp[\alpha \cdot (t - T_S)]), & T_S/3 \leq t \leq T_S, \alpha = 10/T_S \end{cases}$
28	$\begin{cases} A_S \cdot [1 - \exp(-\alpha \cdot t)], & 0 \leq t < T_S/3, \alpha = 18/T_S, \\ A_S \cdot (1 - [(3t - T_S)/(2T_S)]^2), & T_S/3 \leq t \leq T_S \end{cases}$
29	$1.63 A_S \cdot (t/T_S - \exp[\alpha \cdot (t - T_S)]), 0 \leq t \leq T_S, \alpha = 8/T_S$

Продолжение таблицы 1

N_S	Аналитическое выражение ∇ исходного сигнала $s(t)$
30	$\begin{cases} A_S \cdot \exp[\alpha \cdot (t - T_S/3)], & 0 \leq t < T_S/3, \alpha = 12/T_S, \\ 3A_S \cdot [(T_S - t)/(2T_S)], & T_S/3 \leq t \leq T_S \end{cases}$
31	$\begin{cases} A_S \cdot \sin(2\pi \cdot t/T_S), & 0 \leq t < T_S/2, \\ (1/3) \cdot A_S \cdot \sin^2(2\pi \cdot t/T_S), & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
32	$\begin{cases} A_S \cdot (1 - \{1 - [3t/(2T_S)]\}^2), & 0 \leq t < 2T_S/3, \\ A_S, & 2T_S/3 \leq t \leq T_S \end{cases}$
33	$4A_S \cdot [(t/T_S) - (t/T_S)^2], 0 \leq t \leq T_S$
34	$\begin{cases} 4A_S \cdot [(t/T_S) - (t/T_S)^2], & 0 \leq t < T_S/2, \\ 2A_S \cdot (T_S - t)/T_S, & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
35	$\begin{cases} 4A_S \cdot [(t/T_S) - (t/T_S)^2], & 0 \leq t < T_S/2, \\ A_S \cdot \exp[-\alpha \cdot (t - T_S/2)], & T_S/2 \leq t \leq T_S, \alpha = 6/T_S \end{cases}$
36	$\begin{cases} (20/3) \cdot A_S \cdot \{[4t/(5T_S)] - (t/T_S)^2\}, & 0 \leq t < T_S/2, \\ A_S \cdot \sin(\pi \cdot t/T_S), & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
37	$\begin{cases} 2A_S \cdot t/T_S, & 0 \leq t < T_S/2, \\ 4A_S \cdot [(t/T_S) - (t/T_S)^2], & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
38	$\begin{cases} 4A_S \cdot (t/T_S)^2, & 0 \leq t < T_S/2, \\ 4A_S \cdot [(t/T_S) - (t/T_S)^2], & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
39	$\begin{cases} A_S \cdot \exp[\alpha \cdot (t - T_S/2)], & 0 \leq t < T_S/2, \alpha = 4/T_S, \\ 4A_S \cdot [(t/T_S) - (t/T_S)^2], & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
40	$\begin{cases} -A_S \cdot \exp[\alpha \cdot (t - T_S/2)] \cdot \sin(3\pi \cdot t/T_S), & 0 \leq t < T_S/2, \alpha = 6/T_S, \\ 4A_S \cdot [(t/T_S) - (t/T_S)^2], & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
41	$\begin{cases} A_S \cdot [t + (T_S/2)]/T_S, & 0 \leq t < T_S/2, \\ 4A_S \cdot [(t/T_S) - (t/T_S)^2], & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
42	$\begin{cases} A_S \cdot \sin[3\pi \cdot t/(2T_S)], & 0 \leq t < T_S/2, \\ (\sqrt{2}/2) \cdot A_S \cdot \exp[-\alpha \cdot (t - T_S/2)], & T_S/2 \leq t \leq T_S, \alpha = 4/T_S \end{cases}$

Продолжение таблицы 1

N_S	Аналитическое выражение [▼] исходного сигнала $s(t)$
43	$\begin{cases} A_S \cdot \sin[3\pi t/(2T_S)], & 0 \leq t < T_S/2, \\ A_S \cdot \sin[3\pi \cdot (T_S - t)/(2T_S)], & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
44	$(A_S/2) \cdot \{1 + \sin[4\pi \cdot (t - T_S/8)/T_S]\}, 0 \leq t \leq T_S$
45	$A_S \cdot \sin^3(\pi t/T_S), 0 \leq t \leq T_S$
46	$9A_S \cdot \sin^2(\pi t/T_S) \cdot \exp(-\alpha t), 0 \leq t \leq T_S, \alpha = 6/T_S$
47	$1.62A_S \cdot \cos^2[2\pi \cdot (t - T_S/4)/T_S] \cdot \exp[2 \cdot (t/T_S) - 2], 0 \leq t \leq T_S$
48	$\begin{cases} -A_S \cdot \exp[\alpha \cdot (t - T_S/2)] \cdot \sin(3\pi t/T_S), & 0 \leq t < T_S/2, \alpha = 7/T_S, \\ 2A_S \cdot [(T_S - t)/T_S], & T_S/2 \leq t \leq T_S \end{cases}$
49	$\begin{cases} 3A_S \cdot t/T_S, & 0 \leq t < T_S/3, \alpha = 5/T_S, \\ 1.17A_S \cdot \sin(2\pi t/T_S) \cdot \exp[-\alpha \cdot (t - T_S/3)], & T_S/3 \leq t \leq T_S \end{cases}$
50	$\begin{cases} 3A_S \cdot t/T_S, & 0 \leq t < T_S/3, \\ 3A_S \cdot (T_S - t)/(2T_S), & T_S/3 \leq t \leq T_S \end{cases}$
51	$\begin{cases} (3/4) \cdot A_S \cdot t/T_S, & 0 \leq t < 2T_S/3, \\ -A_S \cdot \sin[5\pi \cdot (t - T_S)/(2T_S)], & 2T_S/3 \leq t \leq T_S \end{cases}$
52	$\begin{cases} (4/3) \cdot A_S \cdot t/T_S, & 0 \leq t < 3T_S/4, \\ 4A_S \cdot (T_S - t)/T_S, & 3T_S/4 \leq t \leq T_S \end{cases}$
53	$1.73A_S \cdot [(T_S - t)/T_S] \cdot \sin[\pi \cdot (T_S - t)/T_S], 0 \leq t \leq T_S$
54	$\begin{cases} 3A_S \cdot t/T_S, & 0 \leq t < T_S/3, \\ 1.95A_S \cdot \exp(-\alpha t), & T_S/3 \leq t < 2T_S/3, \alpha = 2/T_S, \\ 0.52A_S \cdot (1 - \exp[6\alpha \cdot (t - T_S)]), & 2T_S/3 \leq t \leq T_S \end{cases}$
55	$\begin{cases} 2.6A_S \cdot t/T_S, & 0 \leq t < T_S/3, \\ A_S \cdot \sin(\pi t/T_S), & T_S/3 \leq t < 2T_S/3, \\ 2.6A_S \cdot (T_S - t)/T_S, & 2T_S/3 \leq t \leq T_S \end{cases}$
56	$\begin{cases} 1.16A_S \cdot [1 - \exp(-\alpha t)], & 0 \leq t < T_S/3, \alpha = 6/T_S, \\ A_S, & T_S/3 \leq t < 2T_S/3, \\ 1.16A_S \cdot (1 - \exp[\alpha \cdot (t - T_S)]), & 2T_S/3 \leq t \leq T_S \end{cases}$

Продолжение таблицы 1

N_S	Аналитическое выражение [▼] исходного сигнала $s(t)$
57	$\begin{cases} A_S \cdot \exp[\alpha \cdot (t - T_S/3)], & 0 \leq t < T_S/3, \alpha = 9/T_S, \\ A_S, & T_S/3 \leq t < 2T_S/3, \\ A_S \cdot \exp[-\alpha \cdot (t - 2T_S/3)], & 2T_S/3 \leq t \leq T_S \end{cases}$
58	$\begin{cases} (1/2) \cdot A_S \cdot [1 - \exp(-\alpha t)], & 0 \leq t < T_S/3, \alpha = 15/T_S, \\ (3/2) \cdot A_S \cdot t/T_S, & T_S/3 \leq t < 2T_S/3, \\ A_S \cdot (1 - \exp[\alpha \cdot (t - T_S)]), & 2T_S/3 \leq t \leq T_S \end{cases}$
59	$\begin{cases} (1/2) \cdot A_S \cdot \exp[\alpha \cdot (t - T_S/3)], & 0 \leq t < T_S/3, \alpha = 12/T_S, \\ (3/2) \cdot A_S \cdot t/T_S, & T_S/3 \leq t < 2T_S/3, \\ 3A_S \cdot [(T_S - t)/T_S], & 2T_S/3 \leq t \leq T_S \end{cases}$
60	$\begin{cases} A_S \cdot [1 - \exp(-\alpha t)], & 0 \leq t < T_S/3, \alpha = 15/T_S, \\ (3/2) \cdot A_S \cdot [(T_S - t)/T_S], & T_S/3 \leq t < 2T_S/3, \\ (1/2) \cdot A_S \cdot \exp[-\alpha \cdot (t - 2T_S/3)], & 2T_S/3 \leq t \leq T_S \end{cases}$
61	$\begin{cases} A_S \cdot \exp[\alpha \cdot (t - T_S/3)], & 0 \leq t < T_S/3, \alpha = 12/T_S, \\ A_S, & T_S/3 \leq t < 2T_S/3, \\ 3A_S \cdot [(T_S - t)/T_S], & 2T_S/3 \leq t \leq T_S \end{cases}$
62	$\begin{cases} A_S \cdot \sin(2\pi t/T_S), & 0 \leq t < 3T_S/8, \\ A_S/\sqrt{2}, & 3T_S/8 \leq t < 5T_S/8, \\ -A_S \cdot \sin(2\pi t/T_S), & 5T_S/8 \leq t \leq T_S \end{cases}$
63	$\begin{cases} 3.3A_S \cdot t/T_S, & 0 \leq t < T_S/6, \\ A_S \cdot \sin[2\pi \cdot (t + T_S/9)/(3T_S)], & T_S/6 \leq t < 2T_S/3, \\ A_S \cdot (1 - \exp[\alpha \cdot (t - T_S)]), & 2T_S/3 \leq t \leq T_S, \alpha = 18/T_S \end{cases}$
64	$\begin{cases} (2/\sqrt{3}) \cdot A_S \cdot \sin(\pi t/T_S), & 0 \leq t < T_S/3, \\ A_S \cdot [(7/4) - \sin^2(\pi t/T_S)], & T_S/3 \leq t < 2T_S/3, \\ (2/\sqrt{3}) \cdot A_S \cdot \sin(\pi t/T_S), & 2T_S/3 \leq t \leq T_S \end{cases}$
65	$\begin{cases} 3A_S \cdot t/T_S, & 0 \leq t < T_S/4, \\ 4A_S \cdot [(t/T_S) - (t/T_S)^2], & T_S/4 \leq t < 3T_S/4, \\ 3A_S \cdot [(T_S - t)/T_S], & 3T_S/4 \leq t \leq T_S \end{cases}$
[▼] Вне интервала $[0, T_S]$ мгновенные значения приведенных в таблице сигналов равны нулю	

Таблица 2

N_F	Тип ФНЧ по аппроксимации АЧХ	Порядок ФНЧ, n	Нормированные [▼] полюсы передаточной функции ФНЧ, \bar{p}_{Pi} , где $i=1\dots n$				Коэф-фициент β
			\bar{p}_{P1}	\bar{p}_{P2}	\bar{p}_{P3}	\bar{p}_{P4}	
01	Фильтр Баттерворта	1	-1.0000	—	—	—	1.0000
02		2	-0.7071- -j0.7071	-0.7071+ +j0.7071	—	—	
03		3	-1.0000	-0.5000- -j0.8660	-0.5000+ +j0.8660	—	
04		4	-0.9239- -j0.3827	-0.9239+ +j0.3827	-0.3827- -j0.9239	-0.3827+ +j0.9239	
05	Фильтр Чебышева с неравномерностью АЧХ 0.1 дБ	2	-0.6104- -j0.7106	-0.6104+ +j0.7106	—	—	0.8775
06		3	-0.6979	-0.3490- -j0.8684	-0.3490+ +j0.8684	—	0.6113
07		4	-0.5257- -j0.3833	-0.5257+ +j0.3833	-0.2177- -j0.9254	-0.2177+ +j0.9254	0.3825
08		2	-0.5755- -j0.7138	-0.5755+ +j0.7138	—	—	0.8407
09	Фильтр Чебышева с неравномерностью АЧХ 0.2 дБ	3	-0.6347	-0.3174- -j0.8703	-0.3174+ +j0.8703	—	0.5447
10		4	-0.1944- -j0.9266	-0.1944+ +j0.9266	-0.4694- -j0.3838	-0.4694+ +j0.3838	0.3295
11	Фильтр Чебышева с неравномерностью АЧХ 0.3 дБ	2	-0.5503- -j0.7168	-0.5503+ +j0.7168	—	—	0.8166
12		3	-0.5934	-0.2967- -j0.8721	-0.2967+ +j0.8721	—	0.5036
13		4	-0.1798- -j0.9277	-0.1798+ +j0.9277	-0.4341- -j0.3843	-0.4341+ +j0.3843	0.3001
14		2	-0.5129- -j0.7225	-0.5129+ +j0.7225	—	—	0.7851
15	Фильтр Чебышева с неравномерностью АЧХ 0.5 дБ	3	-0.5366	-0.2683- -j0.8753	-0.2683+ +j0.8753	—	0.4497
16		4	-0.1604- -j0.9297	-0.1604+ +j0.9297	-0.3873- -j0.3851	-0.3873+ +j0.3851	0.2655

Продолжение таблицы 2

N_F	Тип ФНЧ по аппроксимации АЧХ	Порядок ФНЧ, n	Нормированные [▼] полюсы передаточной функции ФНЧ, \bar{p}_{Pi} , где $i=1\dots n$				Коэф-фициент β
			\bar{p}_{P1}	\bar{p}_{P2}	\bar{p}_{P3}	\bar{p}_{P4}	
17	Фильтр Чебышева с неравномерностью АЧХ 0.7 дБ	2	-0.4845- -j0.7277	-0.4845+ +j0.7277	—	—	0.7643
18		3	-0.4964	-0.2482- -j0.8783	-0.2482+ +j0.8783	—	0.4135
19		4	-0.1471- -j0.9315	-0.1471+ +j0.9315	-0.3551- -j0.3858	-0.3551+ +j0.3858	0.2445
20	Фильтр Чебышева с неравномерностью АЧХ 1.0 дБ	2	-0.4508- -j0.7351	-0.4508+ +j0.7351	—	—	0.7436
21		3	-0.4514	-0.2257- -j0.8823	-0.2257+ +j0.8823	—	0.3744
22		4	-0.1325- -j0.9339	-0.1325+ +j0.9339	-0.3199- -j0.3868	-0.3199+ +j0.3868	0.2242
23	Фильтр Бесселя	2	-1.1016- -j0.6364	-1.1016+ +j0.6364	—	—	1.6185
24		3	-1.3226	-1.0474- -j0.9992	-1.0474+ +j0.9992	—	2.7714
25		4	-1.3700- -j0.4102	-1.3700+ +j0.4102	-0.9952- -j1.2571	-0.9952+ +j1.2571	5.2576
26	Фильтр Лежандра	3	-0.6200	-0.3450- -j0.9010	-0.3450+ +j0.9010	—	0.5771
27		4	-0.5500- -j0.3590	-0.5500+ +j0.3590	-0.2320- -j0.9460	-0.2320+ +j0.9460	0.4093
28	Фильтр Баттерворта-Томсона	2	-0.8615- -j0.6977	-0.8615+ +j0.6977	—	—	1.2290
29		3	-1.1249	-0.6942- -j0.9368	-0.6942+ +j0.9368	—	1.5293
30		4	-1.0529- -j0.3866	-1.0529+ +j0.3866	-0.5375- -j1.0284	-0.5375+ +j1.0284	1.6934

▼ Полюсы нормированы относительно угловой частоты ω_c , соответствующей границе полосы пропускания фильтра по уровню 0.707 ("минус" 3 дБ)

3. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ И ОБЪЁМ РАСЧЕТОВ, ВЫПОЛНЯЕМЫХ В РАМКАХ КУРСОВОЙ РАБОТЫ ПО ВАРИАНТАМ С ЛИТЕРОЙ "В"

3.1. Спектральный анализ дискретизируемого сигнала. Предварительный выбор частоты дискретизации сигнала

Исходный непрерывный сигнал $s(t)$, подвергающийся дискретизации, является непериодическим сигналом и обладает конечной энергией. Частотные свойства подобных сигналов принято характеризовать их *комплексной спектральной плотностью* $\dot{G}_S(\omega)$, получаемой из временного описания при помощи прямого преобразования Фурье:

$$\dot{G}_S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot \exp(-j\omega \cdot t) dt. \quad (43)$$

В начале данного раздела курсовой работы необходимо провести аналитический расчёт комплексной спектральной плотности $\dot{G}_S(\omega)$ исходного непрерывного сигнала $s(t)$ и получить, по возможности, наиболее компактное выражение, её описывающее.

Расчёт комплексной спектральной плотности, в общем случае, можно производить непосредственным интегрированием в соответствии с формулой (43). Однако в большинстве случаев более эффективным и, если хотите, интеллектуальным способом отыскания спектральной плотности $\dot{G}_S(\omega)$ является подход, связанный с применением *теорем о спектрах* (основных свойств преобразования Фурье) [1, с. 51-55; 3, с. 52-55; 4, с. 52-53]. Теоремы о спектрах зачастую позволяют весьма оперативно и просто получить искомый комплексный спектр $\dot{G}_S(\omega)$ на основе известных и описанных в учебной литературе спектральных характеристик элементарных сигналов, комби-

нацией или преобразованием которых и определяется исходный сигнал $s(t)$ [5, с. 40-43, 46-48].

Расчет спектральной плотности разнообразных по форме сигналов может быть также существенно упрощен за счет использования *преобразования Лапласа*. Действительно, если мгновенные значения сигнала $s(t)$ тождественно равны нулю при $t < 0$, то преобразование Фурье (43), каковым является комплексная спектральная плотность $\dot{G}_S(\omega)$, и преобразование Лапласа $\mathcal{L}_S(p)$ связаны между собой простым соотношением:

$$\dot{G}_S(\omega) = \mathcal{L}_S(p)|_{p=j\omega}. \quad (44)$$

Используя соотношение (44) в совокупности с таблицами изображений временных функций по Лапласу и свойствами изображений [6, с. 333, 564], можно рассчитать комплексные спектральные плотности практически любых сигналов, не производя вычислений интегралов (43). Достаточно представить импульс в виде суммы, произведения или другой совокупности функций, изображения которых имеются в таблицах преобразований Лапласа или могут быть сведены к ним, и использовать свойства $\mathcal{L}_S(p)$. Заметим, что такое представление является наиболее сложной и творческой частью решения [5, с. 44-45].

Таким образом, наиболее предпочтительным подходом к расчету комплексной спектральной плотности исходного сигнала является применение: 1) теорем о спектрах; 2) преобразования Лапласа и его свойств. В приложении 3 приведен пример такого расчета.

Далее, располагая найденным аналитическим выражением для комплексной спектральной плотности $\dot{G}_S(\omega)$ исходного сигнала $s(t)$, необходимо получить выражения для её модуля $G_S(\omega) = |\dot{G}_S(\omega)|$ и аргумента $\Psi_S(\omega) = \arg(\dot{G}_S(\omega))$, определяющие соответственно *спектральную плотность амплитуд* и *спектр фаз* сигнала $s(t)$:

$$G_S(\omega) = \sqrt{\operatorname{Re}^2[\dot{G}_S(\omega)] + \operatorname{Im}^2[\dot{G}_S(\omega)]}, \quad (45)$$

$$\Psi_S(\omega) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}[\dot{G}_S(\omega)]}{\operatorname{Re}[\dot{G}_S(\omega)]} & \text{при } \operatorname{Re}[\dot{G}_S(\omega)] \geq 0, \\ \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}[\dot{G}_S(\omega)]}{\operatorname{Re}[\dot{G}_S(\omega)]} \pm \pi & \text{при } \begin{cases} \operatorname{Re}[\dot{G}_S(\omega)] < 0, \\ \operatorname{Im}[\dot{G}_S(\omega)] \geq 0, \end{cases} \end{cases} \quad (46)$$

где $\operatorname{Re}[\dot{G}_S(\omega)]$ и $\operatorname{Im}[\dot{G}_S(\omega)]$ – вещественная и мнимая части комплексной величины $\dot{G}_S(\omega)$.

На основе полученных аналитических выражений следует провести численный расчёт спектральной плотности амплитуд (амплитудного спектра) и спектра фаз сигнала $s(t)$, результаты которого необходимо отразить в виде соответствующих графических зависимостей. Графически спектры следует строить как функции циклической (f), а не угловой частоты (ω). Значения плотности амплитуд указать в В/кГц, спектра фаз – в градусах. Если полученное Вами выражение для комплексной спектральной плотности $\dot{G}_S(\omega)$ является слишком сложным и громоздким, в этом случае допускается аналитический расчёт (вывод аналитических выражений) $G_S(\omega)$ и $\Psi_S(\omega)$ не производить. Расчёт амплитудного и фазового спектров исходного сигнала при этом осуществляется только численным образом, т. е. непосредственно по формулам (45) и (46), требующим, однако, выделения вещественной $\operatorname{Re}[\dot{G}_S(\omega)]$ и мнимой $\operatorname{Im}[\dot{G}_S(\omega)]$ частей комплексной спектральной плотности $\dot{G}_S(\omega)$.

Полученные спектральные характеристики дискретизируемого сигнала необходимо проанализировать, представив соответствующие комментарии и выводы, в которых следует отразить поведение зависимостей в анализируемом частотном диапазоне и на бесконечности, а также произвести на их основе предварительный выбор частоты дискретизации исходного сигнала $s(t)$.

Предварительный выбор частоты дискретизации F исходного сигнала, исходя из анализа его спектральных характеристик, опирается на следующие соображения.

В соответствии с теоремой Котельникова частота дискретизации F непрерывного сигнала со спектром, ограниченным частотой F_M , должна удовлетворять неравенству (10). Однако, как Вы убедитесь, спектр предложенного Вам сигнала не ограничен по частоте, следовательно, формально невозможно указать конкретное значение частоты F_M ($F_M = \infty$ не устраивает, так как при этом процедура дискретизации теряет свой смысл). Допуская определенную погрешность восстановления сигнала $s(t)$, в качестве наивысшей частоты F_M его спектра целесообразно принять, например, верхнюю граничную частоту практической ширины спектра сигнала. Последняя может быть оценена разными способами, в том числе и описанными в [1, с. 71; 3, с. 50; 4, с. 65]. Отыскав по заданному критерию, конкретное значение частоты F_M , легко определить частоту дискретизации, полагая $F = 2 \cdot F_M$. Естественно, при таком ориентировочном выборе частоты дискретизации возникающая погрешность может существенно отличаться по величине от заданной допустимой. Однако на первом этапе выполнения курсовой работы приближенные оценки вполне обоснованы и допустимы.

Наиболее корректным подходом к оценке *практической ширины спектра* сигнала (и соответственно частоты F_M) в данном случае является, на наш взгляд, оценка на основе энергетического критерия [1, с. 71; 4, с. 65]. По этому критерию ширину спектра видеосигнала $s(t)$ определяют как интервал частот, примыкающий к нулевой частоте, внутри которого сосредоточена подавляющая часть полной энергии E_S сигнала. Верхняя граничная частота практической ширины спектра сигнала, соответствующая F_M , может быть найдена численным образом, исходя из нелинейного уравнения, получаемого на основе равенства Парсеваля:

$$2 \cdot \int_0^{F_M} G_S^2(f) df = q \cdot E_S, \quad (47)$$

где $G_S(f)$ – спектральная плотность амплитуд сигнала $s(t)$;

q – предполагаемая доля энергии сигнала, сосредоточенная в пределах практической ширины спектра, т. е. в полосе частот $[0, F_M]$;

E_S – полная энергия сигнала; определяется аналитическим интегрированием по формуле:

$$E_S = \int_{-\infty}^{+\infty} s^2(t) dt. \quad (48)$$

Для расчета величины F_M следует определить в соответствии с (48) полную энергию сигнала E_S . Затем, задавшись значением $q=0.95$ доли энергии, приходящейся на ширину спектра, решить численно уравнение (47).

Конечным результатом выполнения данного раздела курсовой работы должно стать предварительно выбранное значение частоты дискретизации исходного сигнала $s(t)$, которое затем, по мере выполнения работы, должно быть уточнено.

3.2. Расчет характеристик сигнала на выходе дискретизатора. Предварительный выбор полосы пропускания восстанавливающего фильтра

Дискретизированный сигнал $s_T(t)$, получаемый при дискретизации исходного непрерывного сигнала $s(t)$, представляет собой последовательность отсчетных импульсов, амплитуды которых пропорциональны мгновенным значениям $s(k \cdot T)$ исходного сигнала в отсчетные моменты времени $k \cdot T$, где k – номер дискретного отсчета, T – интервал дискретизации. При бесконечно малой длительности отсчетных импульсов дискретизированный сигнал описывается моделью (12).

Поскольку исходный непрерывный сигнал $s(t)$ обладает конечной длительностью T_S , следовательно, число N ненулевых отсчетных импульсов дискретизированного сигнала $s_T(t)$ является конечным и определяется, в общем случае, как

$$N = \text{floor}[T_S/T] + 1, \quad (49)$$

где $\text{floor}(\cdot)$ означает выделение целой части вещественного аргумента. Для непрерывных сигналов, обладающих нулевыми значениями в моменты времени $t=0$ и/или $t=T_S$, число ненулевых дискретных отсчетов может быть меньше значения, определяемого формулой (49).

В расчетно-пояснительной записке следует привести расчет дискретизированного сигнала $s_T(t)$, сопроводив его соответствующей временной диаграммой. Необходимую для расчетов величину интервала дискретизации следует определить по предварительно выбранному в предыдущем разделе значению частоты дискретизации.

Следующим этапом выполнения данного раздела является анализ спектральных характеристик сигнала $s_T(t)$ на выходе дискретизатора, который необходимо начать с определения комплексной спектральной плотности $\dot{G}_T(f)$. Заметим, что численный расчет $\dot{G}_T(f)$ разумнее проводить не по формуле (21), а в соответствии с выражением

$$\dot{G}_T(f) = \sum_{k=0}^{N-1} s(k \cdot T) \cdot T \cdot \exp(-j2\pi \cdot f \cdot k \cdot T), \quad (50)$$

учитывающем конечную совокупность временных отсчетов $s(k \cdot T)$, без обращения к спектру $\dot{G}_S(f)$ исходного непрерывного сигнала. Анализировать частотные свойства сигнала $s_T(t)$ следует по рассчитанным и построенным графически амплитудному и фазовому спектрам. На спектральных диаграммах дискретизированного сигнала $s_T(t)$ целесообразно привести (например, пунктиром) аналогичные характеристики исходного сигнала $s(t)$. Соответствие спектров сигналов на входе и выходе дискретизатора следует прокомментировать и объяснить, чем вызваны имеющиеся различия.

В конце раздела необходимо сформулировать выводы, в которых следует отразить соображения по выбору частоты сре-

за F_C восстанавливающего ФНЧ (опирающиеся на анализ частотных характеристик сигнала $s_T(t)$), и указать выбранное Вами конкретное (пока лишь предварительное!) значение F_C .

3.3. Анализ частотных и временных характеристик восстанавливающего фильтра нижних частот

В соответствии с техническим заданием для восстановления сигнала по дискретным отсчетам предполагается использовать *полиномиальный* фильтр нижних частот n -го порядка с заданной аппроксимацией его АЧХ (по Баттерворту, Чебышеву, Бесселю, Лежандру и др. [1, с. 638-645; 7, с. 125-132]).

Передачная функция $K_{\text{ФНЧ}}(p)$ или операторный коэффициент передачи полиномиального ФНЧ n -го порядка описывается выражением, в котором числитель определяется постоянным числом, а знаменатель содержит полином по степеням p :

$$K_{\text{ФНЧ}}(p) = K_0 \cdot \frac{\beta \cdot \omega_C^n}{\prod_{i=1}^n [p - \bar{p}_{\Pi i} \cdot \omega_C]} = K_0 \cdot \frac{\beta \cdot \omega_C^n}{(p - \bar{p}_{\Pi 1} \cdot \omega_C) \cdot (p - \bar{p}_{\Pi 2} \cdot \omega_C) \times \dots \times (p - \bar{p}_{\Pi n} \cdot \omega_C)} \quad (51)$$

где K_0 – коэффициент усиления фильтра на нулевой частоте; предполагается по умолчанию равным единице: $K_0 = 1$;

β – коэффициент, обеспечивающий при $K_0 = 1$ единичную передачу на нулевой частоте (задан в табл. 2);

ω_C – угловая частота среза АЧХ фильтра: $\omega_C = 2\pi \cdot F_C$; определяет полосу пропускания ФНЧ по уровню $1/\sqrt{2}$ от максимального коэффициента передачи;

$\bar{p}_{\Pi i}$ – нормированный относительно угловой частоты среза АЧХ (ω_C) i -й полюс ($i=1 \dots n$) передачной функции фильтра (табл. 2).

Поскольку Вам задана лишь передачная функция фильтра $K_{\text{ФНЧ}}(p)$ (своими нормированными полюсами), то результатом выполнения данного раздела курсовой работы должны стать, прежде всего, аналитические выражения (формулы) для следующих характеристик ФНЧ: АЧХ и ФЧХ, характеристики времени запаздывания, импульсной характеристики.

Каждую из перечисленных характеристик следует рассчитать и отобразить графически, взяв в качестве конкретного значения частоты среза фильтра F_C величину, предварительно выбранную в предыдущем разделе, а $K_0 = 1$. Поведение всех характеристик фильтра и степень их соответствия характеристикам идеального ФНЧ необходимо прокомментировать.

Амплитудно-частотная $K_{\text{ФНЧ}}(f)$ и фазочастотная $\varphi_{\text{ФНЧ}}(f)$ характеристики фильтра определяются соответственно как модуль и аргумент его комплексного коэффициента передачи $K_{\text{ФНЧ}}(f)$. Комплексный коэффициент передачи $\dot{K}_{\text{ФНЧ}}(\omega)$ получают по передачной функции $K_{\text{ФНЧ}}(p)$ фильтра простой заменой: $p = j \cdot \omega$.

Время задержки отклика $t_3(f)$ фильтра на входное гармоническое воздействие частоты f определяется согласно (23) аналитическим дифференцированием ФЧХ.

Импульсная характеристика $g_{\text{ФНЧ}}(t)$ фильтра может быть найдена как обратное преобразование Лапласа передачной функции $K_{\text{ФНЧ}}(p)$. Поскольку последняя содержит в знаменателе полином (см. (51)) с известными корнями, то импульсную характеристику наиболее просто определить как сумму вычетов [1, с. 250; 4, с. 140] функции $K_{\text{ФНЧ}}(p) \cdot \exp(p \cdot t)$ комплексного переменного p в полюсах передачной функции. Поскольку все ее полюсы $p_{\Pi i} = \bar{p}_{\Pi i} \cdot \omega_C$ простые (первой кратности), то

$$g_{\text{ФНЧ}}(t) = K_0 \cdot \beta \cdot \omega_C^n \cdot \sum_{i=1}^n \frac{e^{p_i t} \cdot (p - \bar{p}_{\Pi i} \cdot \omega_C)}{\prod_{m=1}^n [p - \bar{p}_{\Pi m} \cdot \omega_C]} \Big|_{p=p_{\Pi i} = \bar{p}_{\Pi i} \cdot \omega_C} \quad (52)$$

При аналитическом расчете $g_{\text{ФНЧ}}(t)$ в каждом её слагаемом следует сначала сократить множитель $(p - \bar{p}_{\text{п}i} \cdot \omega_{\text{С}})$, после чего произвести подстановку $p = \bar{p}_{\text{п}i} \cdot \omega_{\text{С}}$:

$$g_{\text{ФНЧ}}(t) = K_0 \cdot \beta \cdot \left[\frac{\exp(\bar{p}_{\text{п}1} \cdot \omega_{\text{С}} \cdot t)}{(\bar{p}_{\text{п}1} - \bar{p}_{\text{п}2})(\bar{p}_{\text{п}1} - \bar{p}_{\text{п}3})(\bar{p}_{\text{п}1} - \bar{p}_{\text{п}4}) \times \dots} + \frac{\exp(\bar{p}_{\text{п}2} \cdot \omega_{\text{С}} \cdot t)}{(\bar{p}_{\text{п}2} - \bar{p}_{\text{п}1})(\bar{p}_{\text{п}2} - \bar{p}_{\text{п}3})(\bar{p}_{\text{п}2} - \bar{p}_{\text{п}4}) \times \dots} + \frac{\exp(\bar{p}_{\text{п}3} \cdot \omega_{\text{С}} \cdot t)}{(\bar{p}_{\text{п}3} - \bar{p}_{\text{п}1})(\bar{p}_{\text{п}3} - \bar{p}_{\text{п}2})(\bar{p}_{\text{п}3} - \bar{p}_{\text{п}4}) \times \dots} + \dots \right]$$

При наличии комплексных полюсов у передаточной функции фильтра ($n \geq 2$) формула (52) порождает в составе $g_{\text{ФНЧ}}(t)$ пару комплексно сопряженных друг по отношению к другу слагаемых. Их сумму удобно сразу же преобразовать к удвоенному значению действительной части этих слагаемых.

Заметим, что полученное Вами в соответствии с (52) аналитическое выражение для $g_{\text{ФНЧ}}(t)$ может быть использовано лишь для расчетов при $t \geq 0$, так как речь идет о временной характеристике реального, физически реализуемого ФНЧ.

В конце раздела целесообразно привести график АЧХ фильтра, наложенный на спектр амплитуд дискретизированного сигнала. Подобная иллюстрация позволяет не только прокомментировать соответствие выбранной полосы пропускания фильтра восстанавливаемой полосе частот, но и проанализировать фактическую величину затухания фильтра на частотах соседних копий спектра. Результатом анализа может стать коррекция предварительно выбранного (в предыдущем разделе) значения частоты среза $F_{\text{С}}$ фильтра в большую или меньшую сторону. Разумеется, мотивация такой коррекции должна быть словесно изложена подробнейшим образом в выводах к данному разделу.

3.4. Расчет сигнала, восстановленного по дискретным отсчетам заданным ФНЧ, и относительной погрешности восстановления

Непрерывный сигнал $v(t)$ на выходе восстанавливающего ФНЧ с импульсной характеристикой $g_{\text{ФНЧ}}(t)$ при воздействии на его входе идеального дискретизированного сигнала $s_{\text{T}}(t)$ определяется согласно (14) как

$$v(t) = \sum_{k=0}^{N-1} s(k \cdot T) \cdot T \cdot g_{\text{ФНЧ}}(t - k \cdot T), \quad (53)$$

где $s(k \cdot T)$ – k -й отсчет ($k = 0 \dots N - 1$) мгновенного значения непрерывного сигнала $s(t)$.

В соответствии с формулой (53) следует произвести численный расчет мгновенных значений восстановленного сигнала $v(t)$, используя в качестве исходных данные предыдущих разделов: интервал дискретизации, число и мгновенные значения отсчетов входного сигнала взять из раздела 2, импульсную характеристику фильтра и его частоту среза из раздела 3. В пояснительной записке необходимо привести временную диаграмму $v(t)$ в одной системе координат с исходным непрерывным сигналом $s(t)$ (вычертить штрихом). Обратит внимание на то, что восстановленный фильтром сигнал $v(t)$ не сразу обращается в ноль по окончании действия $s_{\text{T}}(t)$ на входе ФНЧ, что обусловлено инерционными свойствами фильтра. В связи с этим интервал времени, в пределах которого целесообразно рассчитать мгновенные значения $v(t)$, необходимо взять несколько шире, чем исходный интервал $[0, T_{\text{С}}]$.

Другими особенностями анализируемого сигнала $v(t)$ являются запаздывание во времени относительно момента появления сигнала $s_{\text{T}}(t)$, его порождающего, а также возможное несоответствие масштабов $v(t)$ и $s(t)$. Следует объяснить, чем это вызвано, и сделать соответствующие выводы. Для объективного сравнения исходного и восстановленного сигналов по фор-

ме целесообразно, во-первых, сместить временную диаграмму сигнала $v(t)$ к началу координат на время, приближенно определяемое как $t_3(f=0)$, и, во-вторых, уравнивать масштабы сопоставляемых сигналов. Для этого мгновенные значения восстановленного сигнала следует изменить в μ раз, где μ – коэффициент выравнивания масштабов, рассчитываемый по формуле (30); предварительно необходимо рассчитать полную энергию сигнала $v(t)$ в соответствии с (31). Вновь изобразить на фоне исходного $s(t)$ восстановленный сигнал с учетом его преобразований: $\mu \cdot v(t+t_3)$. Далее необходимо провести детальное сопоставление исходного и восстановленного сигналов по форме. Сделать выводы о возможных причинах выявленного несоответствия.

Следующий этап выполнения данного раздела курсовой работы – аналитический и численный расчет спектральных характеристик восстановленного фильтром сигнала $v(t)$. Комплексную спектральную плотность $\hat{G}_v(f)$ сигнала $v(t)$ целесообразно определять в соответствии с выражением (22), спектральную плотность амплитуд $G_v(f)$ и спектр фаз $\Psi_v(f)$ – как модуль и соответственно аргумент $\hat{G}_v(f)$. В пояснительной записке следует отобразить рассчитанные спектральные диаграммы восстановленного сигнала, наложив на них соответствующие зависимости исходного непрерывного сигнала. Ниже разумно прокомментировать степень соответствия представленных спектральных характеристик, сделать выводы о причинах выявленных различий.

В конце раздела следует провести расчет относительной погрешности d восстановления сигнала заданным ФНЧ в соответствии с формулой (32), указав время задержки сигнала $v(t)$ по отношению к $s(t)$ равным времени запаздывания в ФНЧ гармонического колебания с нулевой частотой: $t_3 = t_3(f=0)$. Заметим, что такая оценка времени задержки является приближенной и может быть по Вашему желанию скорректирована (например, на этапе расчета погрешности восстановления).

Полученная расчетная величина погрешности восстановления d может, в общем случае, существенно отличаться от заданной допустимой величины d_{\max} . Внимание! Несоответствие полученной и указанной в техническом задании погрешности совсем не означает, что предыдущие расчеты выполнены неверно и их следует исключить из рассмотрения и не излагать в пояснительной записке. Вовсе нет! Это свидетельствует лишь о том, что для окончательного выбора частоты дискретизации F сигнала и частоты среза F_c восстанавливающего фильтра требуется провести полномасштабное *исследование* зависимости погрешности восстановления d от значений частот F и F_c . Именно в ходе исследования, которое и предполагается реализовать в следующем разделе курсовой работы, должны быть выявлены некие оптимальные (по определенному критерию) частоты F и F_c .

3.5. Исследование влияния на погрешность восстановления сигнала частоты его дискретизации и частоты среза ФНЧ. Обоснование и выбор оптимальных значений частот, обеспечивающих качество восстановления не хуже заданного

Цель исследования заключается:

- в выявлении конкретной зависимости погрешности восстановления от частоты дискретизации сигнала и частотной полосы пропускания фильтра;
- в отыскании такого *минимального значения* частоты дискретизации, которая в совокупности с физически реализуемой полосой пропускания фильтра обеспечивает погрешность восстановления не хуже заданной.

Результаты исследования должны подтвердить, что любое изменение частоты дискретизации и/или параметров ФНЧ по сравнению с рекомендуемыми должно либо привести к увеличению погрешности, либо затруднить практическую реализацию предлагаемой процедуры.

На первом этапе необходимо получить расчетные графические зависимости (дублируемые таблицами значений), иллюстрирующие количественное и качественное поведение погрешности восстановления d сигнала при разных значениях частоты дискретизации F исходного непрерывного сигнала и частоты среза F_C восстанавливающего ФНЧ.

Одна из возможных методик реализации такого исследования заключается в следующем. Сначала необходимо рассчитать зависимости погрешности восстановления d сигнала от величины частоты дискретизации F , изменяющейся в достаточно широких пределах. При этом разумно полагать, что частота среза F_C восстанавливающего фильтра жестко зафиксирована ($F_C = F_{C1}, F_{C2}, F_{C3}, \dots$) и не привязана к частоте дискретизации. Так, например, на рис. 18,а представлено семейство таких расчетных кривых применительно к восстановлению трапециидального сигнала фильтром Баттерворта 4-го порядка. Подобные зависимости $d(F)$ при $F_C = \text{const}$, полученные Вами, позволят, во-первых, выявить некоторое минимальное значение частоты дискретизации, обеспечивающее погрешность восстановления, наиболее близкую к заданной, а во-вторых, найти некое первое приближение к оптимальной частоте среза фильтра. Полученные значения частот следует уточнить, например, рассчитав зависимости погрешности восстановления от частоты среза фильтра $d(F_C)$ при фиксированных значениях частоты дискретизации ($F = F_1, F_2, F_3, \dots$) (см. рис. 18,б). При этом, разумеется, изменение частоты среза фильтра и частоты дискретизации производится в окрестности первого приближения с малым шагом.

В настоящее время широкое хождение среди студентов имеет система математического моделирования MathCAD [8], позволяющая не только облегчать расчеты, но и качественно отображать получаемые результаты. В частности, одной из зарезервированных возможностей MathCAD является отображение предварительно рассчитанных значений функции двух пе-

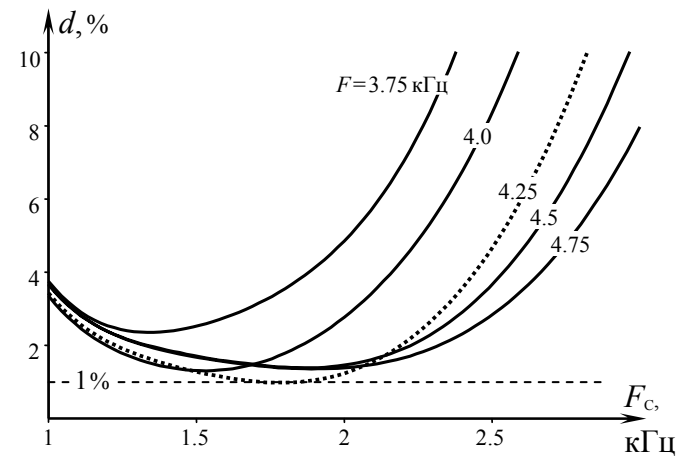
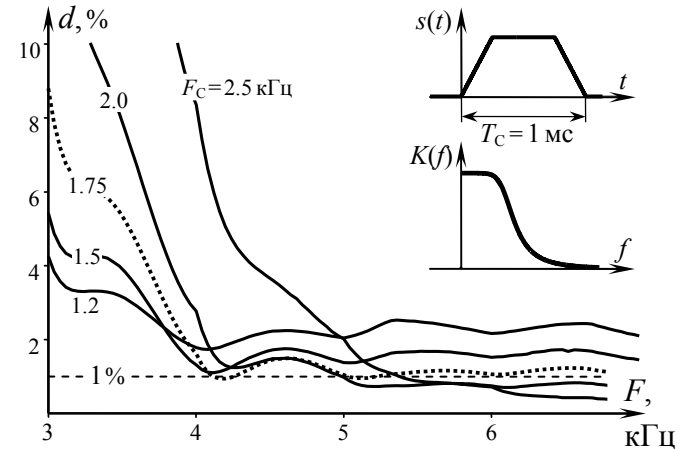


Рис. 18

ременных в виде топологической карты линий одинакового уровня. Подобная показанной на рис. 19 иллюстрация зависимости погрешности восстановления сразу от двух параметров $d(F, F_C)$ (частоты дискретизации и частоты среза фильтра) позволяет сразу же выявить оптимальные для реализации значения искомых параметров. Так, из рис. 19 видно, что наимень-

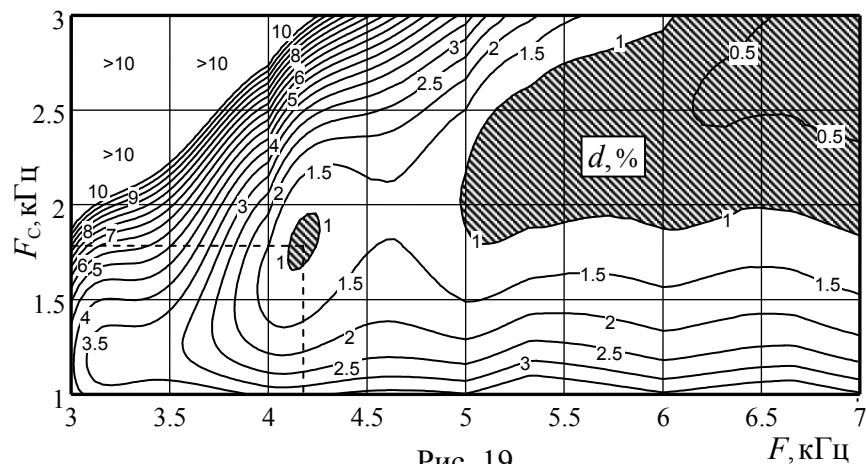


Рис. 19

шая частота дискретизации трапециидального импульса длительностью 1 мс, обеспечивающая погрешность восстановления менее 1 %, составляет около 4.2 кГц. Полоса пропускания ФНЧ должна составлять при этом 1.7...1.8 кГц (соответствующая область на рис. 19 заштрихована). При увеличении частоты дискретизации погрешность восстановления сначала возрастает, затем уменьшается. Уровень в 1 % преодолевается лишь при 4.2 кГц; соответствующее значение полосы пропускания ФНЧ около 2 кГц. Вторая область подходящих значений F и F_c также выделена на рис. 19 штриховкой.

Все полученные в данном разделе зависимости должны быть отражены графически; соответствующие числовые данные необходимо продублировать в таблицах (возможно с большим шагом). Поведение выявленных зависимостей следует подробнее прокомментировать и объяснить. Указать возможные причины тех или иных особенностей представленных кривых. Сформулировать выводы о возможности обеспечения требуемой погрешности восстановления.

В конце раздела требуется на основе выводов и материала, представленного таблично и графически, осуществить обоснованный выбор конкретных значений частоты дискрети-

зации и частоты среза ФНЧ, обеспечивающих качество восстановления сигнала не хуже заданного. Внимание! Основным критерием, положенным в основу выбора частоты дискретизации сигнала, является минимум ее значения. Вместе с тем, следует помнить, что выбранные значения частот должны быть, по возможности, "круглыми". В частности, неразумно приводить окончательно выбранные значения частот с числом значащих цифр после запятой больше одной.

3.6. Расчёт характеристик дискретизированного и восстановленного сигналов при оптимальных значениях частоты дискретизации и полосы пропускания ФНЧ. Сравнительный анализ качества восстановления сигнала заданным реальным фильтром и идеальным ФНЧ

Располагая выбранными значениями частот дискретизации и среза ФНЧ, которые и будут использованы для технической реализации процедур дискретизации и восстановления, следует рассчитать параметры сигналов на выходе дискретизатора (см. п.3.2) и восстанавливающего фильтра (см. п.3.4), а также обеспечиваемую погрешность восстановления. Расчеты необходимо проиллюстрировать соответствующими итоговыми временными и спектральными диаграммами. В частности целесообразно привести временные диаграммы и амплитудные спектры дискретизированного и восстановленного фильтром сигналов (фазовые спектры сигналов и зависимости, характеризующие ФНЧ, можно опустить).

Далее предлагается исследовать влияние на погрешность восстановления сигнала по дискретным отсчетам формы частотной характеристики восстанавливающего фильтра. В качестве варианта, альтернативного исследованному Вами в курсовой работе, предлагается рассмотреть восстановление сигнала посредством *идеального* фильтра нижних частот. Взяв в качестве исходных выбранные Вами частоты дискретизации и среза фильтра, необходимо рассчитать сигнал, восстановленный

ИФНЧ, а также соответствующую погрешность восстановления. Расчет восстанавливаемого идеальным ФНЧ сигнала следует проводить в соответствии с формулой (17).

В пояснительной записке следует привести в одной системе координат временные диаграммы:

сигнала, восстановленного идеальным ФНЧ;

исходного и восстановленного посредством реального ФНЧ сигналов (например, в пункте и штрих-пунктире).

Сопоставив погрешности восстановления сигналов для случаев реального и идеального восстанавливающих ФНЧ, а также форму восстановленных сигналов, необходимо сделать вывод о влиянии на погрешность восстановления формы АЧХ восстанавливающего фильтра.

Для получения объективных выводов разумно сравнить погрешности восстановления сигнала реальным и идеальным ФНЧ для разных величин частоты дискретизации и частоты среза сопоставляемых фильтров; последнее подразумевает необходимость расчета зависимостей погрешности при восстановлении ИФНЧ от F и F_C .

3.7. Исследование качества восстановления сигнала при разных значениях длительности исходного сигнала

В заключение целесообразно исследовать зависимость качества восстановления сигнала от *длительности* T_C исходного сигнала, отказавшись от заданного по умолчанию значения в 1 мс. Предполагается, что для восстановления сигнала по отсчетам вновь используется заданный реальный ФНЧ, а не идеальный ФНЧ, рассмотренный в предыдущем пункте.

Расчет погрешности восстановления как функции T_C рекомендуется проводить в два этапа:

1) для фиксированной полосы пропускания F_C фильтра и разных значениях частоты дискретизации F ;

2) для фиксированной частоты дискретизации F и разных значениях частоты среза F_C фильтра.

Рассчитанные зависимости должны быть отражены графически; данные с более широким шагом следует продублировать в таблицах. Поведение полученных зависимостей необходимо описать с привязкой к теории.

В конце раздела требуется на основе полученного материала произвести выбор значений частоты дискретизации и частоты среза ФНЧ, обеспечивающих погрешность восстановления сигнала *в два раза меньшую* заданной.

3.8. Проверка основных результатов работы посредством схемотехнического моделирования

Для проверки основных результатов расчетов, выполненных в курсовой работе, предлагается провести имитационное моделирование подлежащего дискретизации сигнала, непосредственно самой процедуры дискретизации и последующего восстановления сигнала заданным фильтром.

Особенности реализации имитационного моделирования рассматриваемых процессов на примере симулятора Electronics Workbench описаны в разделе 5.

Отметим, что имитационное моделирование должно послужить не только эффективным способом проверки расчетным результатам, но и стать инструментом для получения новых знаний по основным принципам, положенным в основу изучаемых явлений.

3.9. Дополнительное индивидуальное исследование

Дополнительное исследование является индивидуальным разделом курсовой работы и предназначено для выработки у студента способности самостоятельного проведения небольшого по объему научного исследования. Располагая конкретной целью, кратко сформулированной в табл. 3, необходимо разработать порядок и методику проведения исследования. Реализация исследования, например, в форме аналитических или

численных расчетов, математического или имитационного моделирования должно завершиться получением конкретных, в том числе числовых, *результатов*, достаточных для вынесения аргументированного заключения.

Таблица 3

N_D	Формулировка цели дополнительного исследования
01	Исследовать влияние длительности отсчетных импульсов на погрешность восстановления сигнала. Показать для случая прямоугольных импульсов, что их отличная от нуля длительность может приводить как к увеличению, так и уменьшению погрешности восстановления
02	Исследовать влияние предварительной низкочастотной фильтрации исходного сигнала с целью ограничения его спектра на погрешность восстановления. Показать, что корректная частотная фильтрация сигнала непосредственно перед дискретизацией приводит к уменьшению погрешности восстановления
03	Исследовать алиасинг и способы его устранения. Показать, что наличие детерминированной помехи на частотах, превышающих половину частоты дискретизации, разнесенной с исходным сигналом по времени и дискретизируемой совместно с ним, приводит к ухудшению качества восстановления сигнала
04	Быстрое (дискретное) преобразование Фурье (БПФ) и его свойства. Показать эффективность БПФ применительно к расчету частотных характеристик сигналов и цепей по временному описанию и реконструкции временных характеристик по частотным. Овладеть частотной методикой расчета погрешности восстановления (см. (34))
05	Исследовать возможность получения аналогового радиосигнала по дискретным отсчетам исходного видеосигнала с помощью реального полосового фильтра, настроенного на частоту кратную частоте дискретизации. Изучить влияние длительности отсчетов на форму огибающей реконструируемого радиосигнала

Продолжение таблицы 3

N_D	Формулировка цели дополнительного исследования
06	Вейвлет-преобразование и его свойства. Исследовать возможность идентификации по вейвлет-преобразованию сигнала его локальных особенностей (например, малых по длительности всплесков или разрывов)
07	Исследовать зависимость качества восстановления сигнала от формы АЧХ фильтра. Выяснить, как погрешность восстановления зависит от типа фильтра (Баттерворта, Чебышева, Бесселя и др.) при фиксированном порядке
08	Исследовать качество восстановления сигнала по дискретным отсчетам посредством фильтров с фиксированным затуханием в полосе задержания (например, эллиптических или инверсных фильтров Чебышева)
09	Синтезировать дискретный (цифровой) фильтр для качественного интегрирования исходного сигнала. Исследовать зависимость качества интегрирования сигнала от параметров дискретизатора и восстанавливающего ФНЧ
10	Синтезировать дискретный (цифровой) фильтр для дифференцирования исходного сигнала. Исследовать зависимость качества дифференцирования сигнала от параметров дискретизатора и восстанавливающего ФНЧ
11	Синтезировать дискретный (цифровой) фильтр, согласованный с исходным сигналом. Исследовать зависимость отклика согласованного фильтра от параметров исходного сигнала, дискретизатора и восстанавливающего ФНЧ
12	Исследовать влияние на погрешность восстановления параметров реального дискретизатора (например, АЦП): конечного числа уровней квантования, длительности отсчетов, равной интервалу дискретизации
13	Исследовать процедуру децимации (прореживания) дискретных отсчетов исходного сигнала. Показать, что при децимации целесообразна предварительная НЧ-фильтрация. Разработать дискретный фильтр, реализующий децимацию с заданным коэффициентом прореживания

Продолжение таблицы 3

№	Формулировка цели дополнительного исследования
14	Показать, что расчетное значение погрешности восстановления сигнала существенно зависит от корректной оценки времени запаздывания сигнала в фильтре. Исследовать возможные способы оценки времени запаздывания многочастотного сигнала в инерционной цепи (в том числе, на основе взаимной корреляционной функции исходного и восстановленного сигналов)
15	Исследовать широтно-импульсную модуляцию (ШИМ) как способ дискретизации непрерывного видеосигнала. Продемонстрировать возможность качественной реконструкции исходного сигнала по сигналу с ШИМ.
16	Исследовать погрешность восстановления сигнала, осуществляемого программным способом на основе полиномиальной интерполяции и сплайн-интерполяции
17	Исследовать вероятностные характеристики восстановленного сигнала при учете шумов квантования, а также в случае нестабильности частоты дискретизации (частоты среза ФНЧ, шага квантования и т. п.)
18	Особенности формирования и детектирования сигналов модулированных дискретными сообщениями (цифровая фазовая, частотная, квадратурная манипуляция и т. п.)
19	Синтезировать методом частотной выборки (инвариантной частотной, импульсной характеристики и др.) цифровой аналог фильтра нижних частот, используемого для восстановления сигнала
20	Исследовать возможность "очистки" сигнала от шумов посредством вейвлет-преобразования

Литература, необходимая для выполнения дополнительного исследования, подбирается самостоятельно. Материал по отдельным темам, сформулированным в табл. 3, можно отыскать в пособиях [9-12].

4. РАСЧЕТНО-КОНТРОЛИРУЮЩАЯ ПРОГРАММА IKURA И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ В РАМКАХ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Курсовая работа предусматривает широкое использование компьютерной техники для численного расчета и имитационного моделирования процедур дискретизации и восстановления сигналов и оценки возникающей при этом погрешности.

Для выполнения исследований по п.п. 3.1÷3.7 рекомендуется использовать *готовую* расчетную (с элементами самоконтроля) *программу* IKURA [13], разработанную одним из авторов на основе приведенных выше расчетных соотношений.

Программа реализована в системе компьютерной математики MathCAD [8]. Для работы программы необходимо наличие на жестком диске используемого компьютера инсталлированной системы MathCAD версии 6.0 Plus или любой более поздней (7.0, 8.0, 2000, 2001, 11.0÷14.0).

Программа позволяет на основе вводимой информации о временных свойствах исходного дискретизируемого сигнала и передаточной функции восстанавливающего ФНЧ определять результат восстановления сигнала по его дискретным отсчетам применительно к выбранному типу реального (и идеального) ФНЧ, задаваемым частотам дискретизации сигнала и среза АЧХ фильтра. Помимо временных и частотных характеристик восстановленного сигнала рассчитывается собственно погрешность восстановления. Все расчеты в программе IKURA сопровождаются выводом соответствующих графических зависимостей (временных характеристик, спектральных диаграмм и т. п.), за исключением исследуемых в п.п. 3.5 и 3.7.

Отметим основные особенности программы IKURA [14].

Первая особенность заключается в необходимости клавиатурного ввода основных аналитических соотношений, характеризующих исходный непрерывный сигнал и используемый для восстановления фильтр. Для работы программы требуется ввести формулы для временного, частотного и энерге-

тического описания сигнала, для АЧХ, ФЧХ, характеристики запаздывания, импульсной характеристики ФНЧ.

Вторая особенность в том, что расчет спектральных и энергетических характеристик исходного сигнала, а также временных и частотных характеристик восстанавливающего ФНЧ производится в программе дважды: на основе введенных пользователем формул, а также путем применения реализованных в MathCAD численных алгоритмов. Результаты "собственных" расчетов программы наглядно сопоставляются с данными, полученными по формулам пользователя. Такой элемент контроля правильности полученных на бумаге аналитических соотношений позволяет избежать ошибок на последующих этапах выполнения курсовой работы, связанных с расчетом восстановленного сигнала и ошибки восстановления. После ввода формул и проверки их правильности можно приступить к расчету характеристик дискретизированного и восстановленного сигналов, вычислению погрешности восстановления. Для этого достаточно указать корректные значения частоты дискретизации и полосы пропускания фильтра.

Спецификой любого, не закрытого паролем программного файла системы MathCAD является так называемый "открытый" код: последовательность и сущность выполняемых программой действий (операций) абсолютно прозрачна. Это позволяет студенту не только разобраться в сути производимых программой IKURA вычислений, но и при необходимости модифицировать файл, обеспечив, например, реализацию дополнительного исследования. Заметим, что служебные рабочие формулы и функции, используемые в IKURA непосредственно для расчетов, отображаются в виде служебных блоков вне поля зрения пользователя. Для того чтобы их увидеть, следует задействовать горизонтальную полосу прокрутки.

"Открытый" код программы IKURA в определенной степени можно отнести и к недостаткам рассматриваемого программного продукта. Так, возможность изменения кода привела к тому, что в студенческой среде имеют хождение разнооб-

разные модификации IKURA, которые нередко содержат всякого рода недопустимые ошибки. Последние могут привести к тому, что результаты расчетов будут заметно отличаться от истинных. Именно поэтому следует использовать *оригинальную* (авторскую) *версию* программы (дата последнего авторского изменения – 16.02.2003 г.), которая предоставляется каждому студенту бесплатно и без всяких ограничений по ее дальнейшему (некоммерческому) применению. Авторы пособия не отвечают за возможный вред, причиненный пользователям неавторскими (студенческими) модификациями программы IKURA.

Программа IKURA характеризуется, кроме того, обилием текстовых комментариев на русском языке, цветовое оформление которых также весьма многообразно и преследует вполне определенные цели. Так, например, шрифт черного цвета использован для заголовков программы, ее разделов, а также наименования рассчитываемых программой графических зависимостей. Все переменные, числа и символы формул имеют также черную окраску. Описание встречающихся в формулах символов, комментарии к расчетам и их результатам приводятся синим шрифтом. Красным цветом в программе выделен текст, смысл которого заключается в требовании ввода каких-либо числовых величин или аналитических выражений. Ввод в программу запрашиваемых формул и числовых значений осуществляется в пределах областей, залитых желтым цветом.

Итак, большая часть численных расчетов по курсовой работе может быть реализована с помощью программы IKURA. Однако следует помнить, что, используя готовую программу, Вы должны, как минимум, выяснить суть выполняемых программой действий и уметь пояснить все получаемые с её помощью результаты.

Для выполнения дополнительных исследований в рамках темы курсовой работы студентам предлагается самостоятельно разработать расчетную программу в соответствии с заданным направлением изысканий. При этом за основу может быть использована программа IKURA.

5. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ДИСКРЕТИЗАЦИИ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ СИГНАЛОВ

5.1. Краткие сведения о симуляторе

Имитационное схемотехническое моделирование исходного сигнала, процедуры его дискретизации и последующего восстановления заданным фильтром предназначено, прежде всего, для проверки основных результатов, полученных в курсовой работе. Оно может быть произведено в одном из пакетов многочисленного семейства симуляторов, к которым относят P-CAD, OrCAD, Micro-Cap, PSpice, Electronics Workbench (MultiSim), LabView, APLAC, System View, CircuitMaker, Protel, Microwave Office и др.

Наиболее простым и легко осваиваемым "с ходу" интерфейсом обладает симулятор Electronics Workbench (EWB), позволяющий максимально приблизить процедуру моделирования к физическому эксперименту [15]. Для проведения виртуальных исследований в EWB необходимо располагать инсталлированной копией пакета на пользовательском компьютере. Использование EWB версии 5.12 Pro, на которую ориентирован приведенный ниже материал, предъявляет к тому же весьма невысокие требования к ресурсам компьютера.

Интерфейс пользователя EWB представлен полем меню, панелью инструментов и рабочим (схемным) полем. В рабочем поле программы располагается моделируемая схема цепи с подключенными к ней контрольно-измерительными приборами, панели которых размещаются в свободном месте поля или могут быть свернуты.

Поле меню состоит из пяти компонент: "File" – работа с файлами, "Edit" – редактирование, "Circuit" – работа со схемами, "Analysis" – анализ (исследование характеристик) схем, "Window" – работа с окнами, "Help" – англоязычная справочная система. Панель инструментов состоит из "быстрых" кнопок, имеющих аналоги в меню, кнопок запуска и приостановки

моделирования схем, библиотек аналоговых и цифровых радиокомпонентов, индикаторов, элементов управления и контрольно-измерительной аппаратуры.

Процесс реализации схемы в симуляторе EWB начинается с размещения компонентов (из библиотек программы) на рабочем поле в соответствии с подготовленным эскизом. После этого производится соединение выводов компонентов с помощью проводников. Позиционирование компонентов и их электрическое соединение, как впрочем, большинство необходимых манипуляций по созданию и анализу схем осуществляется в симуляторе с помощью мышки. Заметим, что размещение на рабочем поле соединительных проводников (разводка) производится EWB автоматически, при этом препятствия, например компоненты, огибаются по ортогональным направлениям. Схема в большинстве случаев должна быть "заземлена". Компонент "заземление" обладает нулевым потенциалом; его наличие обеспечивает корректные результаты команд анализа и измерений посредством приборов. Далее к требуемым точкам схемы подключаются контрольно-измерительные приборы: осциллограф, измеритель АЧХ и ФЧХ и др. (рис. 20).

В наиболее общем случае процесс моделирования в EWB сводится к следующему. После запуска моделирования данные о цепи считываются программой (с экрана), компоненты заменяются их математическими моделями, составляется система линейных, нелинейных или дифференциальных уравнений по методу, аналогичному методу узловых потенциалов (потенци-

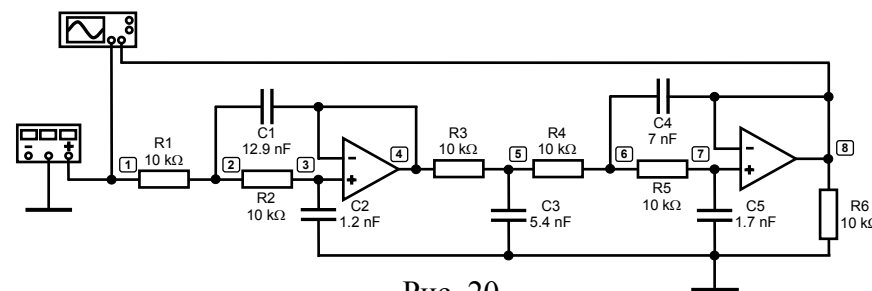


Рис. 20

ал назначается для каждой ноды – точки соединения выводов двух и более компонентов, включая и узел). Далее система уравнений преобразуется, после чего итерационным методом определяются неизвестные потенциалы нод, а уже на их основе производится расчет токов и напряжений в цепи.

Для наблюдения временных диаграмм сигналов можно использовать прибор Oscilloscope, который представляет собой аналог двухлучевого запоминающего осциллографа. На иконке прибора (см. рис. 20) имеется четыре клеммы: верхняя – общая ("земля"); чуть ниже – вход синхронизации. Нижние клеммы представляют собой входы каналов "А" и "В". Двойным щелчком мышки по иконке открывается изображение панели простой модификации осциллографа (рис. 21). Однако наиболее функциональной является расширенная модификация прибора (рис. 22), открываемая клавишей "Expand" на лицевой панели.

Для проведения измерений осциллограф необходимо настроить. Настройка производится при помощи кнопок полей управления. Например, для задания масштаба горизонтальной оси (времени) при наблюдении напряжений на входах каналов необходимо корректно указать (задать) длительность развертки "Time base" (в секундах на деление), режим развертки – "Y/T" (вертикальная ось соответствует напряжению, горизонтальная – времени). Для регулировки чувствительности канала (масштаба оси напряжений в вольтах на деление) используются кнопки позиций "Channel A", "Channel B". При наблюдении исследуемых колебаний разумно использовать режим работы с откры-

тым входом (устанавливается нажатием на кнопку "DC"), при этом на вход пропускается как постоянная, так и переменная составляющие сигнала.

Под экраном прибора находится полоса прокрутки для возврата к любому временному отрезку моделирования. На экране размещены два курсора (1 и 2, см. рис. 22); с их помощью можно измерить значения напряжений в любой точке осциллограммы: достаточно перетащить мышью курсоры за треугольники в их верхней части в требуемое положение и считать с табло (под экраном) координаты точек пересечения с осциллограммами. Результаты измерений, полученные при помощи расширенной модификации осциллографа, можно записать в текстовый файл (ASCII), нажав кнопку "Save" на панели и в диалоговом окне ввести имя файла с расширением ".scp".

Помимо наблюдения сигналов в симуляторе имеется возможность проведения уникальных исследований посредством активации зарезервированных команд. Кратко остановимся на нескольких командах.

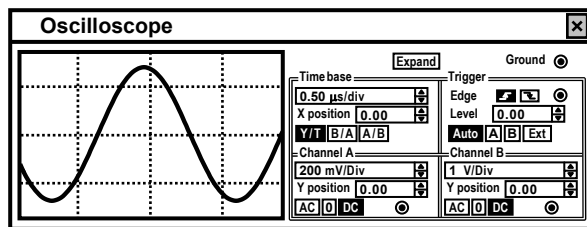


Рис. 21

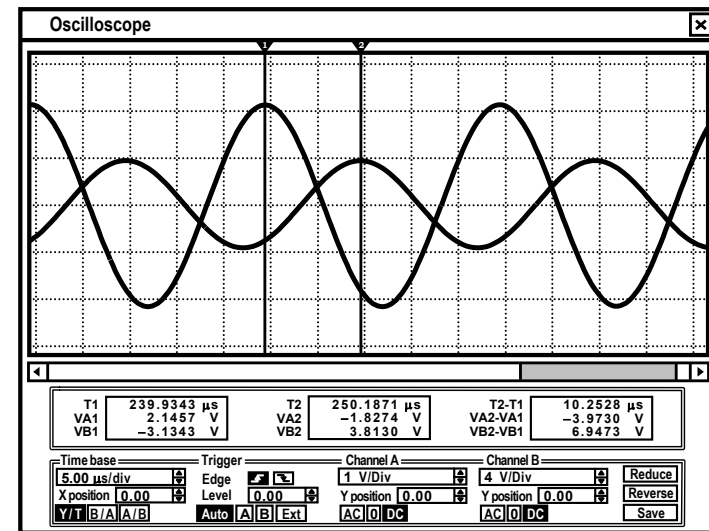


Рис. 22

Команда "AC Frequency..." обеспечивает наглядный анализ частотных характеристик цепи. Выполнение команды начинается с задания в диалоговом окне (рис. 23,а) ее параметров: минимального (Start frequency) и максимального (End frequency) значений частоты, масштаба по оси частот (Sweep type; предпочтителен линейный – Linear) и по вертикали (Vertical scale), числа рассчитываемых точек (Number of point), номеров нод, в которых анализируются характеристики (Nodes for analysis). Результаты анализа цепи (рис. 20) представлены в виде ненормированной АЧХ (верхняя кривая на рис. 23,б) и ФЧХ (нижняя кривая). Отметим, что ненормированная АЧХ отличается от обычной АЧХ тем, что у первой по вертикали откладываются значения амплитуд (!) выходного гармонического колебания в вольтах, у второй же – отношение амплитуды выходного сигнала к амплитуде входного. Именно поэтому значения ненормированной АЧХ зависят от амплитуды входного напряжения. Заметим, что при частотном анализе необходимо, чтобы на входе цепи присутствовал источник переменного напряжения. Для получения точных отсчетов АЧХ и ФЧХ следует использовать перемещаемые мышкой визеры.

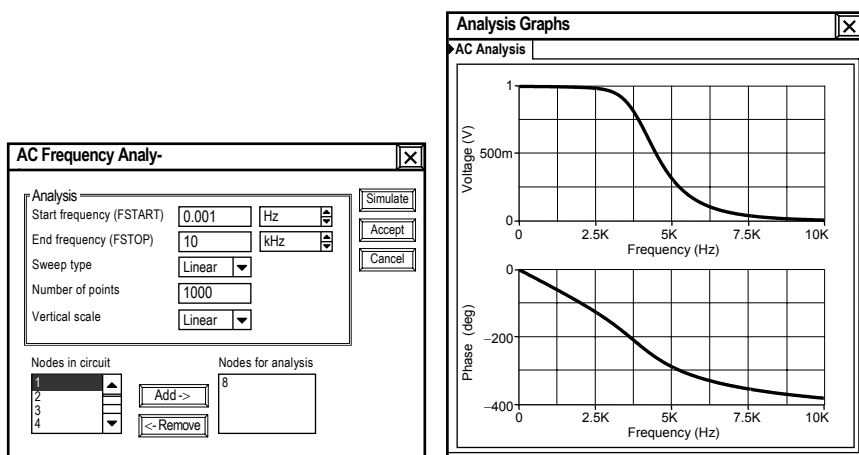


Рис. 23

Команда "Transient..." позволяет исследовать переходные процессы в цепи. В окне параметров (рис. 24,а) задают начальные условия (Initial conditions) моделирования (например, нулевые – Set to Zero), момент начала (Start time) и окончания (End time) анализа, количество расчетных точек за интервал наблюдения (Minimum number of time points), номер анализируемой ноды (Nodes for analysis). При указанных в окне параметрах результаты анализа цепи (рис. 20) показаны на рис. 24,б. Напомним, что отображение меняющихся во времени напряжений в контрольных точках может быть произведено и с помощью осциллографа Oscilloscope.

Команда "Fourier ..." обеспечивает проведение спектрального (Фурье-) анализа сигналов в моделируемой цепи. Параметры команды (рис. 25,а): Output node – номер ноды, в которой анализируется спектр; Fundamental frequency – основная частота (первой гармоники); Number of harmonics – число рассчитываемых гармоник; Vertical scale – масштаб по оси ординат (например, линейный); Display phase – вывод на экран распределения фаз гармоник. При указанных в диалоговом окне

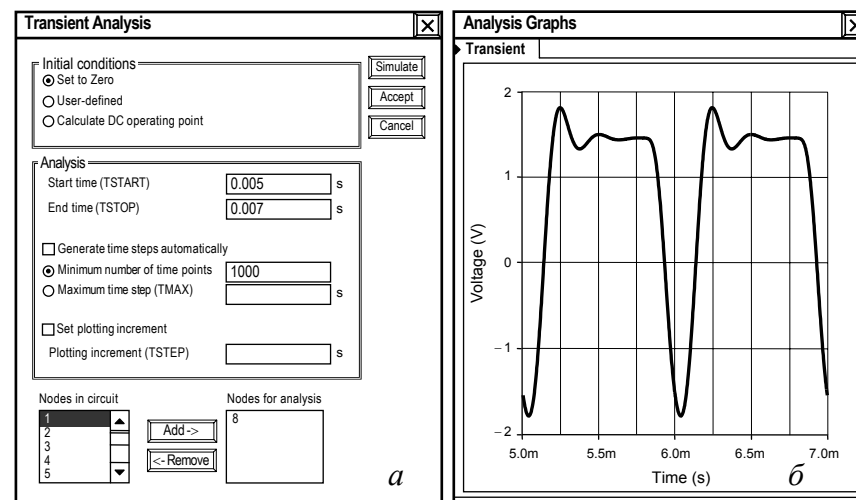


Рис. 24

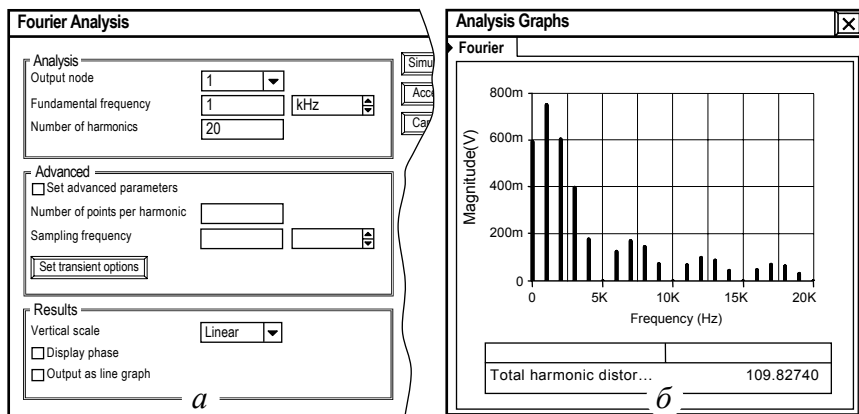


Рис. 25

параметрах результаты анализа цепи (рис. 20) представлены линейчатый спектром амплитуд входного сигнала на рис. 25,б.

Фурье-анализ спектральных характеристик в EWB ориентирован преимущественно на исследование периодических сигналов, поскольку одним из основных параметров команды "Fourier ..." является основная частота, обратная периоду сигнала или его огибающей. Однако наличие опций поля "Advanced" (рис. 26,а) позволяет учитывать конечную длительность сигнала и эффективно оценивать амплитудные спектры непериодических колебаний, каковыми являются исходный, дискретизированный и восстановленный фильтром сигналы. Для этого следует основную частоту сигнала (Fundamental frequency) установить порядка $(0.1...0.2)/T_s$, где T_s – длительность сигнала. Число гармоник (Number of harmonics) должно быть таким, чтобы его произведение на предыдущую величину дало удобный для наблюдения спектра интервал частот (в пределах которого сосредоточена преобладающая доля энергии сигнала). Величина Number of harmonics не должна быть слишком мала во избежание потери точности расчетов.

После активации поля "Advanced" (установкой "галочки" в позиции "Set advanced parameters") необходимо указать зна-

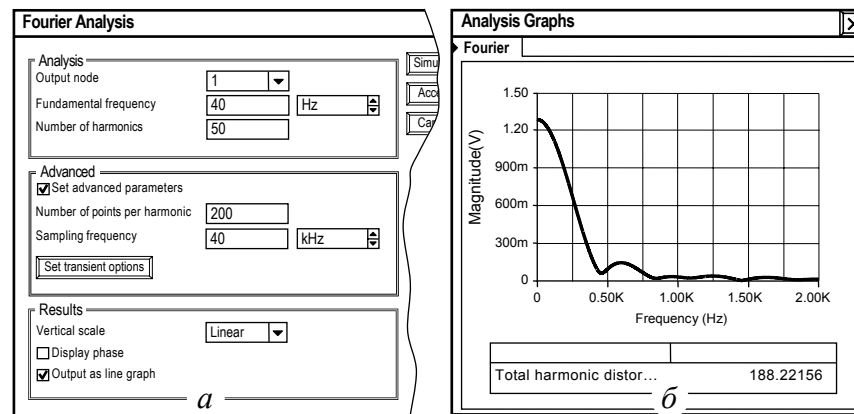


Рис. 26

чение Number of points per harmonic порядка 100...300. Частоту Sampling frequency установить не менее $(100...500)/T_s$. Нажав кнопку "Set transient options", указать временные параметры сигнала: Start time = 0, End time = T_s (момент окончания сигнала). Дезактивировать опцию "Generate time Steps automatically" и установить число учитываемых значений сигнала (Minimum number of...) около $(1...5) \cdot 10^3$. В поле "Results" активировать опцию "Output as line graph", нажать местную кнопку "Simulate" и дождаться окончания анализа, производимого в течение нескольких секунд. На рис. 26,б показаны результаты Фурье-анализа видеосигнала, формируемого генератором на рис. 28.

Команда "Parameter Sweep ..." позволяет провести многократный расчет характеристик цепи при разных значениях задаваемого параметра компонента. Исходные данные для выполнения команды задаются в диалоговом окне: Component – системный идентификатор компонента, параметр которого будет изменяться при моделировании; Parameter – название параметра компонента, выбранное из списка; Start value, End value – числа, определяющие диапазон варьируемой величины (минимум/максимум); Sweep type – способ изменения параметра; Increment step size – шаг изменения варьируемой величины;

Output node – номер выходной контрольной ноды. В нижней части окна перечислены команды моделирования, в рамках которых может быть проведен многовариантный анализ: "Transient Analysis", "AC Frequency Analysis" и др. В правом нижнем углу находятся кнопки управления параметрами этих команд, диалоговые окна которых практически не отличаются от рассмотренных выше.

5.2. Реализация в симуляторе исходного сигнала, процесса дискретизации и восстановления сигнала по его дискретным отсчетам

Смоделировать видеосигнал, описываемый элементарными и сложными (многосигнальными) функциями, в симуляторе EWB можно, по крайней мере, тремя способами:

– методом интегрирования и коммутаций сигнала включения (единичной функции), основанным на линейных преобразованиях функции включения посредством компонентов библиотеки Controls (интегратора, масштабирующего звена, сумматора) и Basic (программируемых ключей); на рис. 27 приведена схема источника, реализующего видеосигнал, описываемый выражением

$$s(t) = \begin{cases} 24A_s \cdot t / (5 \cdot T_s), & 0 \leq t \leq T_s/5, A_s = 0.1 \text{ В}, \\ A_s \cdot [1 - (t/T_s)^2], & T_s/5 < t \leq T_s, T_s = 1 \text{ мс}; \end{cases}$$

подробная методика разработки схемы описана в [16];

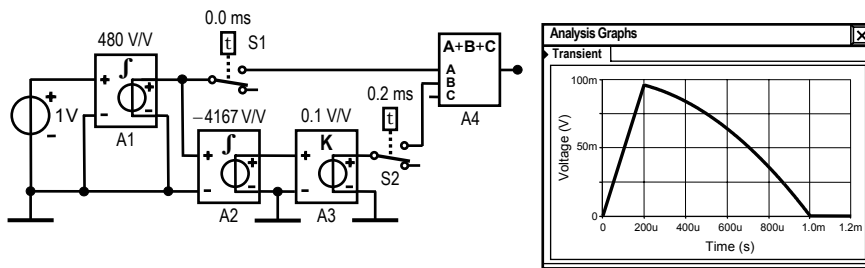


Рис. 27

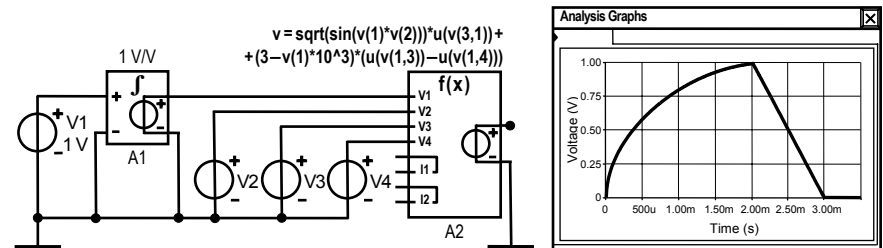


Рис. 28

– методом нелинейных функциональных преобразований стандартных сигналов посредством нелинейного управляемого источника (Nonlinear Dependent Source) библиотеки Sources [16]; на рис. 28 показана схема, реализующая видеосигнал

$$s(t) = \begin{cases} A_s \cdot \sqrt{\sin[2\pi \cdot t / (3 \cdot T_s)]}, & 0 \leq t \leq 2T_s/3, \\ 3A_s \cdot [1 - (t/T_s)], & 2T_s/3 < t \leq T_s, A_s = 1 \text{ В}, T_s = 3 \text{ мс}; \end{cases}$$

– методом предварительного расчета мгновенных значений сигнала (например, в системе MathCAD), записи в текстовый файл и последующего чтения в EWB с помощью специального источника напряжения (Piecewise Linear Source) библиотеки Sources [16]; реализация сигнала при этом, по сути, не является схмотехнической, поэтому, по возможности, следует отдать предпочтение изложенным выше методам.

После моделирования исходного сигнала целесообразно исследовать его спектр (команда "Fourier..." меню "Analysis") и сравнить полученные результаты с расчетными.

Дискретизированный сигнал можно реализовать стробированием (умножением) исходного непрерывного сигнала периодической последовательностью малых по длительности импульсов, повторяющихся с частотой дискретизации. Форма отсчетных импульсов, видимо, должна быть в первом приближении близка к прямоугольной. Итак, для простейшей имитации дискретизатора необходимы следующие функциональные блоки: генератор исходного непрерывного сигнала, перемножи-

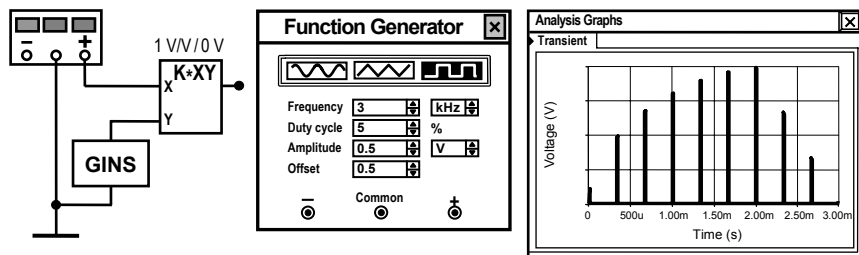


Рис. 29

тель и генератор последовательности униполярных прямоугольных импульсов большой скважности. На рис. 29 показана схема дискретизатора, в которой блок "GINS" предназначен для генерации исходного сигнала (внутри блока "спрятан" источник $s(t)$). Параметры стандартного прибора Function Generator, задействованного для генерации последовательности отсчетных импульсов, отображены на его панели.

Для оценки влияния длительности отсчетов на погрешность восстановления сигнала полезно использовать схему на рис. 30. В этой схеме блок "GINS" по-прежнему обеспечивает формирование исходного сигнала. Генератор Function Generator работает в режиме формирования последовательности прямоугольных импульсов положительной полярности, длительность которых (Duty cycle) собственно и определяет протяженность во времени отсчетов, берущих начало в моменты $k \cdot T$. Микросхема A_1 (ADC, библиотека Mixed ICs) представляет собой восьмиразрядный АЦП (аналого-цифровой преобразователь), на вход VIN которого поступает исходный сигнал. Назначение остальных выводов АЦП: "VREF+", "VREF-" – входы для источников опорного напряжения; SOC – вход синхронизации; OE – разрешение на выдачу двоичной комбинации на выходы D0...D7. На входы SOC и OE подается последовательность импульсов с выхода Function Generator. Для обеспечения сброса предыдущего отсчетного значения на выходе дискретизатора управляющий сигнал на вход OE следует подать с задержкой по отношению ко входу SOC. Задержка имитируется

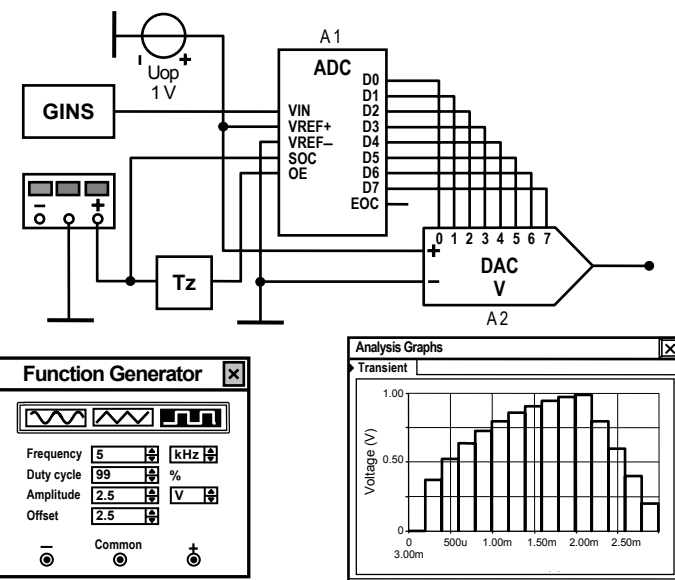


Рис. 30

с помощью блока "Tz", схема которого представляет собой RC-цепь со съемом напряжения с емкости и постоянной времени $10^{-3}/F$. Микросхема A_2 (DAC, библиотека Mixed ICs) представляет собой восьмиразрядный ЦАП (цифро-аналоговый преобразователь), работающий в паре с АЦП, с выхода которого и снимается сигнал, описываемый дискретными отсчетами заданной частоты и длительности.

Для моделирования процесса прохождения дискретизированного сигнала, принятого по каналу связи, через восстанавливающий фильтр последний необходимо реализовать. В симуляторе EWB реализацию фильтра нижних частот можно осуществить, как минимум, тремя доступными способами:

- структурно-имитационным образом – в виде стандартного звена EWB с задаваемой передаточной функцией (Transfer Function Block) или их каскадного соединения [16];
- моделированием по дифференциальному уравнению цепи посредством понижения степени производных [16];

– схемотехнически, например, в виде LC -цепи или активного RC -фильтра [17, 7].

Схемотехническая реализация восстанавливающего ФНЧ является наиболее естественным и предпочтительным вариантом. Однако в этом случае следует быть готовым к процедуре перерасчета значений всех компонентов фильтра в случае изменения его полосы пропускания.

Широко известна схемотехническая реализация фильтров в виде лестничных LC -структур, передаточные функции которых описываются рациональными дробями [17]. Например, полиномиальный фильтр нижних частот может быть синтезирован в виде цепи, показанной на рис. 31. Чтобы рассчитать параметры элементов фильтра, достаточно выразить его операторный коэффициент передачи через искомые параметры L_i , C_i и сопоставить с передаточной функцией, приведенной в задании к курсовой работе. Приравняв коэффициенты при одинаковых степенях p , легко получить систему уравнений относительно L_i и C_i . Такой метод расчета элементов хорошо разработан, а необходимые для его реализации данные сведены в справочные таблицы. В них приводятся нормированные значения параметров L и C для ФНЧ лестничного типа (табл. 4). В качестве нормирующих величин используется частота среза ω_c и сопротивление нагрузки R_H . Так, некоторый полюс $p = \sigma + j \cdot \omega$ ФНЧ с частотой среза АЧХ ω_c в нормированном виде записывается как $\bar{p} = \alpha + j \cdot \beta$, где $\alpha = \sigma / \omega_c$, $\beta = \omega / \omega_c$. Элементы фильтра L и C нормируются следующим образом: $\bar{L} = \omega_c \cdot L / R_H$, $\bar{C} = \omega_c \cdot C \cdot R_H$.

Пусть требуется реализовать ФНЧ Баттерворта третьего порядка с граничной частотой полосы пропускания $F_c = 10$ кГц и сопротивлением нагрузки 100 Ом. Из табл. 4 выясняем значения трех нормированных элементов фильтра: $\bar{L}_1 = 1.5$, $\bar{C}_2 = 1.33333$, $\bar{L}_3 = 0.5$. Для определения истинных

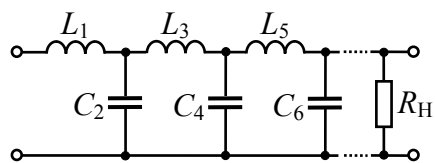


Рис. 31

значений L_1, C_2, L_3 достаточно про-
извести их денормирование:

$$L_1 = R_H \cdot \bar{L}_1 / \omega_c \approx 2387 \text{ мкГн},$$

$$C_2 = \bar{C}_2 / (R_H \cdot \omega_c) \approx 212 \text{ нФ},$$

$$L_3 = R_H \cdot \bar{L}_3 / \omega_c \approx 796 \text{ мкГн}.$$

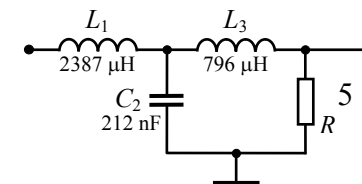


Рис. 32

Схема синтезированного фильтра
нижних частот приведена на рис. 32.

Таблица 4

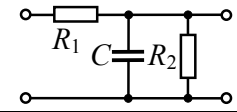
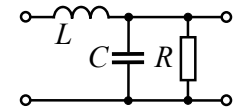
Тип ФНЧ	n	Нормированные значения элементов фильтра			
		\bar{L}_1	\bar{C}_2	\bar{L}_3	\bar{C}_4
Фильтр Баттерворта	1	1.00000	—	—	—
	2	1.41421	0.70711	—	—
	3	1.50000	1.33333	0.50000	—
	4	1.53073	1.57716	1.08239	0.38268
Фильтр Чебышева с неравномерностью АЧХ 0.1 дБ	2	1.39106	0.81911	—	—
	3	1.51328	1.50900	0.71642	—
	4	1.51071	1.76817	1.45501	0.67253
Фильтр Чебышева с неравномерностью АЧХ 0.2 дБ	2	1.36898	0.86881	—	—
	3	1.52737	1.52585	0.78775	—
	4	1.49145	1.80570	1.49582	0.75327
Фильтр Чебышева с неравномерностью АЧХ 0.3 дБ	2	1.34765	0.90855	—	—
	3	1.54191	1.52857	0.84266	—
	4	1.47263	1.83581	1.51314	0.81450
Фильтр Чебышева с неравномерностью АЧХ 0.5 дБ	2	1.30672	0.97483	—	—
	3	1.57200	1.51790	0.93182	—
	4	1.43606	1.88877	1.52113	0.91291
Фильтр Чебышева с неравномерностью АЧХ 0.7 дБ	2	1.26774	1.03207	—	—
	3	1.60324	1.49768	1.00731	—
	4	1.40071	1.93819	1.51305	0.99561

Продолжение таблицы 4

Тип ФНЧ	n	Нормированные значения элементов фильтра			
		\bar{L}_1	\bar{C}_2	\bar{L}_3	\bar{C}_4
Фильтр Чебышева с неравномерностью АЧХ 1.0 дБ	2	1.21235	1.10922	—	—
	3	1.65199	1.45972	1.10778	—
	4	1.34966	2.01053	1.48743	1.10515
Фильтр Бесселя	2	1.36124	0.45389	—	—
	3	1.46316	0.84275	0.29262	—
	4	1.50126	0.97809	0.61275	0.21140
Фильтр Лежандра	3	1.59082	1.42689	0.76336	—
	4	1.61106	1.66112	1.42796	0.63939
Фильтр Баттерворта-Томсона	2	1.40199	0.58038	—	—
	3	1.51234	1.08668	0.39788	—
	4	1.57663	1.32982	0.89557	0.31439

Существует возможность реализовать фильтр путем каскадного соединения стандартных RLC -звеньев первого и второго порядков [1]. Каждое из типовых звеньев (табл. 5) рассчитывается независимо от других. Для исключения взаимовлияния звеньев между ними включают буферные каскады. Такой каскад должен обладать высоким входным сопротивлением и малым выходным, позволяющим считать данный кас-

Таблица 5

n	Схема фильтра	$K(p)$
1		$\frac{1/(R_1 \cdot C)}{p + (R_1 + R_2)/(R_1 \cdot R_2 \cdot C)}$
2		$\frac{1/(L \cdot C)}{p^2 + p/(R \cdot C) + 1/(L \cdot C)}$

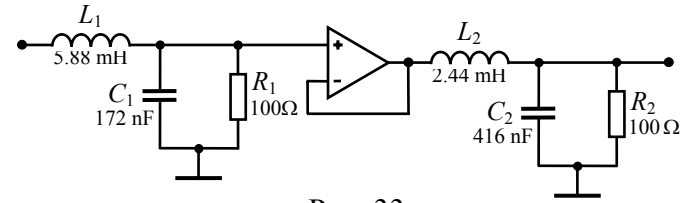


Рис. 33

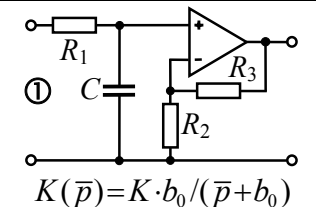
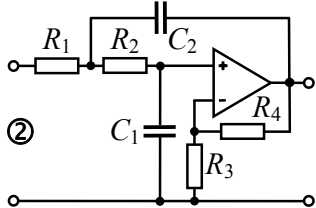
кад идеальным источником напряжения для последующего RLC -звена. В качестве буферного каскада может использоваться повторитель на ОУ.

Синтез каскадной структуры RLC -фильтра нужно начать с представления передаточной функции в виде произведения дробей-сомножителей. Каждый фрагмент передаточной функции реализуется своей схемой. Метод расчета заключается в сопоставлении коэффициентов заданной передаточной функции с коэффициентами, выраженными через элементы схемы (см. табл. 5). При этом имеется определенная степень свободы: предполагается задавать величину сопротивлений, а остальные элементы рассчитывать на основе имеющихся соотношений. На рис. 33 показана реализация ФНЧ четвертого порядка с аппроксимацией АЧХ по Баттерворту (частота среза АЧХ 5 кГц).

Самый распространенный подход к реализации активного фильтра (ARC -фильтра) аналогичен рассмотренному выше способу построения на основе типовых RLC -звеньев и заключается в каскадном соединении апробированных звеньев первого и второго порядков. ARC -звенья строятся без использования индуктивностей. Звено представляет собой соединение одного (двух, трех) операционных усилителей с резистивно-емкостной цепью обратной связи (табл. 6, где $K(\bar{p})$ – передаточная функция фильтра, полученная на основе нормированных полюсов и нулей). Применение обратных связей позволяет реализовывать разные конфигурации нулей и полюсов передаточной функции [7].

Второй общий метод использования ARC -схем – метод непосредственной реализации, когда для синтеза фильтра любого

Таблица 6

Схема, $K(\bar{p})$	Расчетные соотношения
 <p>①</p> <p>$K(\bar{p}) = K \cdot b_0 / (\bar{p} + b_0)$</p>	<p>выбор C; $R_1 = 1 / (C \cdot \omega_C \cdot b_0)$; $R_2 = K \cdot R_1 / (K - 1)$; $R_3 = K \cdot R_1$; если $K = 1$, то $R_2 \rightarrow \infty$, $R_3 \rightarrow 0$.</p>
 <p>②</p> <p>$K(\bar{p}) = K \cdot b_0 / (\bar{p}^2 + b_1 \cdot \bar{p} + b_0)$</p>	<p>выбор C_2; $C_1 = C_2 \cdot (K - 1 + b_1^2 / (4b_0))$; $R_1 = \frac{2}{\omega_C \cdot (b_1 \cdot C_2 + \sqrt{[b_1^2 + 4b_0(K-1)] \cdot C_2^2 - 4b_0 \cdot C_1 \cdot C_2})}$; $R_2 = 1 / (C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot b_0 \cdot \omega_C^2)$; $R_3 = K \cdot (R_1 + R_2) / (K - 1)$; $R_4 = K \cdot (R_1 + R_2)$; если $K = 1$, то $R_3 \rightarrow \infty$, $R_4 \rightarrow 0$.</p>

порядка используется одна единственная типовая схема. С методикой такого синтеза можно ознакомиться в [17].

После реализации в симуляторе генератора исходного сигнала, дискретизатора, восстанавливающего фильтра и проверки правильности их функционирования производится собственно имитационное моделирование, основной целью которого является подтверждение теоретических расчетов, произведенных в курсовой работе. Проверке подвергаются результаты спектрального анализа исходного, дискретизированного и восстановленного сигналов, частотно-временного анализа используемого фильтра, расчета восстановленного сигнала и др.

На рис. 34 показан возможный вариант окончательной схемы виртуальной лабораторной установки для исследования процессов дискретизации и восстановления сигналов. Субблок "GINS" отвечает за генерацию исходного сигнала (внутри заключена схема с рис. 27), субблок "Discret" выполняет функцию дискретизатора (схема на рис. 30 при $F = 10$ кГц), субблок "Channel" имитирует канал связи (в данном случае – идеаль-

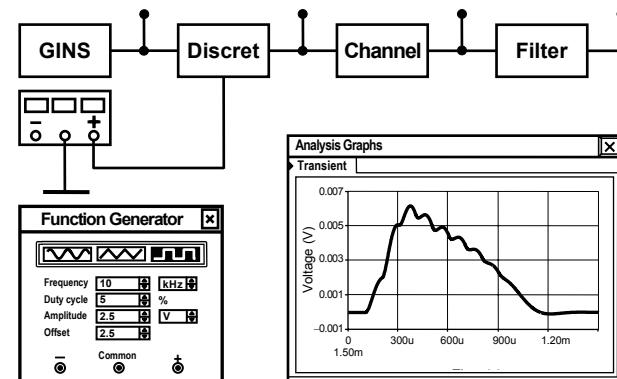


Рис. 34

ный проводник) и, наконец, с помощью блока "Filter" по дискретным отсчетам восстанавливается непрерывный сигнал (схема ФНЧ на рис. 32 для $F_C = 3$ кГц). Временная диаграмма восстановленного фильтром непрерывного сигнала приведена здесь же, на рис. 34. Заметим, что мгновенные значения колебаний, наблюдаемых посредством осциллографа или в окне "Analysis Graphs", могут быть сохранены в текстовом файле и использованы для дальнейшей обработки (например, в системе MathCAD). В частности, в MathCAD несложно реализовать программу для расчета погрешности восстановления сигнала (см. приложение 4).

Не следует забывать, что, разработав уникальную виртуальную лабораторную установку, Вы имеете редкую возможность провести целый ряд дополнительных исследований. Воспользуйтесь этой возможностью, проявите пытливость!

Заметим, что приведенный в настоящем разделе материал недостаточен для качественного выполнения в курсовой работе раздела имитационного моделирования, поэтому следует обратиться к методическим указаниям [16], а также к замечательным книгам [15,17].

6. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ УЗКОПОЛОСНЫХ КОЛЕБАНИЙ ОТСЧЕТАМИ МГНОВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ. ОПТИМИЗАЦИЯ ЧАСТОТЫ ДИСКРЕТИЗАЦИИ РАДИОСИГНАЛОВ

Рассмотренная выше (п. 1.2) формулировка теоремы Котельникова рассчитана, прежде всего, на сигналы, спектр которых примыкает к нулевой частоте. Конечно, она остается справедливой и при дискретизации радиосигналов, у которых верхняя частота спектра f_B значительно превышает его ширину $Ш_f$, однако, требует для таких узкополосных сигналов чрезмерно высокой частоты дискретизации. Эта чрезмерность обусловлена тем, что при ограниченности спектра сигнала со стороны нижних частот частотой f_H получателю информации нет смысла анализировать частотный диапазон в интервале $0 < f < f_H$, поскольку ему заведомо известно, что в этом диапазоне полезных спектральных составляющих быть не может. Поэтому при практической дискретизации радиосигналов выгоднее использовать теорему Котельникова в следующей формулировке.

Узкополосный сигнал, описываемый непрерывной интегрируемой с квадратом функцией $s(t)$, спектр которой ограничен частотами f_H и f_B , причем ширина спектра $Ш_f = f_B - f_H$ удовлетворяет условию $Ш_f \leq 0.5f_B$, полностью и однозначно определяется дискретными отсчетами мгновенных значений, следующими через интервал времени

$$T \leq \frac{1}{2Ш_f} \cdot \frac{\text{floor}(0.5 + f_0/Ш_f)}{0.5 + f_0/Ш_f}, \quad (54)$$

где $f_0 = (f_H + f_B)/2$ – центральная частота спектра сигнала $s(t)$, $\text{floor}(\cdot)$ – функция взятия целой части вещественного аргумента; при этом сигнал может быть представлен рядом Котельникова вида

$$s(t) = 2Ш_f \cdot T \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s_k \cdot \text{sinc}[\pi \cdot Ш_f \cdot (t - kT)] \cdot \cos[2\pi \cdot f_0 \cdot (t - kT)]. \quad (55)$$

Для того чтобы убедиться в справедливости приведенного утверждения рассмотрим рис. 35. На нем качественно изображен вид спектральной плотности дискретизированного узкополосного радиосигнала $s_T(t)$ и штриховкой отмечены левая и правая полосы, соответствующие фактически исходному (недискретизированному) сигналу $s(t)$. Пусть m – наименьший номер копии левой полосы спектра исходного сигнала, расположенной в области частот $f > f_H$ (в приведенном на рис. 35 примере $m = 3$). Тогда зазоры между спектром исходного сигнала и его ближайшими по частоте копиями, порождаемыми дискретизацией, можно представить в виде

$$\Delta f_H = 2f_H - (m - 1) \cdot F, \quad \Delta f_B = m \cdot F - 2f_B.$$

При некоторых частотах дискретизации либо Δf_H , либо Δf_B могут принимать отрицательные значения, что будет соответствовать наложению полос спектра друг на друга и с позиций восстановления сигнала неприемлемо. Однако существуют частоты дискретизации F , при которых и Δf_H , и Δf_B неотрицательны,

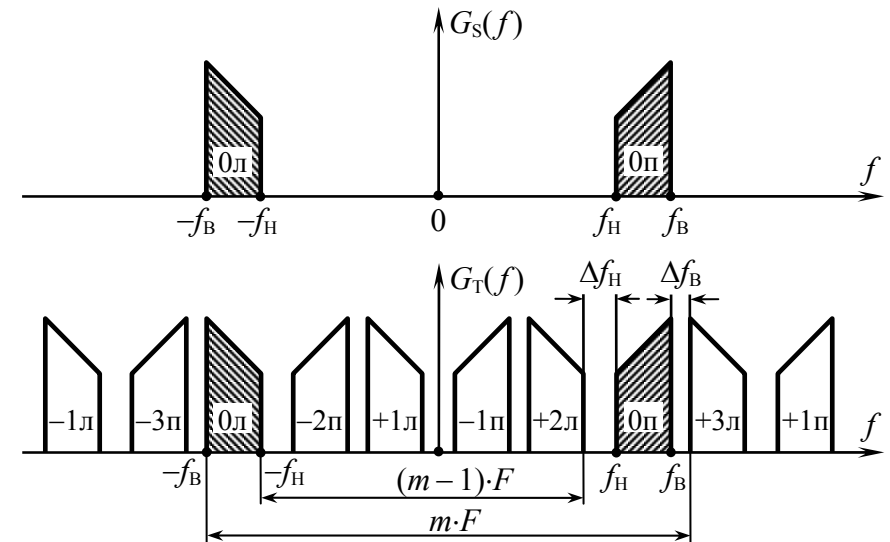


Рис. 35

а значит, спектральные полосы не перекрываются и, таким образом, появляется возможность выделить без искажений из спектра дискретизированного сигнала спектр исходного непрерывного сигнала, пропустив дискретизированный сигнал через идеальный *полосовой* фильтр (с П-образной амплитудно-частотной характеристикой).

Из условий $\Delta f_H \geq 0$, $\Delta f_B \geq 0$ нетрудно получить неравенство, определяющее допустимые значения частоты дискретизации

$$2 \cdot f_B / m \leq F \leq 2 \cdot f_H / (m - 1), \quad m = 1, 2, \dots \text{floor}(f_B / \Delta f_f). \quad (56)$$

Здесь m – номер зоны допустимых (с позиции неперекрывания частотных полос) значений частоты дискретизации. Чем m меньше, тем выше абсолютные значения F и больше интервал их возможных значений; номер $m = 1$ соответствует ситуации, когда интервал дискретизации выбирается так, как будто бы дело приходится иметь с видеосигналом. Соответствующая зона верхней границы не имеет.

При правильном выборе частоты дискретизации F можно обеспечить снижение требований к параметрам восстанавливающего фильтра, благодаря появлению свободных интервалов между копиями спектра исходного колебания и регулирования их ширины путем смещения величины F к меньшей или большей границе неравенства (56). Оптимальные же значения частоты дискретизации для каждой зоны можно найти из равенства $\Delta f_H = \Delta f_B$, они определяются выражением

$$F_{\text{опт}}(m) = 4 \cdot f_0 / (2m - 1), \quad m = 1, 2, \dots \text{floor}(f_B / \Delta f_f). \quad (57)$$

Отклик восстанавливающего фильтра на дискретизированный радиосигнал в общем случае определяется по-прежнему формулой (14), однако фильтры, применяемые для восстановления узкополосных сигналов, должны быть полосовыми.

Пусть дискретизированный радиосигнал $s_T(t)$, определяемый общей формулой (12), подается на вход идеального по-

лосового фильтра (ПФ) с коэффициентом передачи

$$\dot{K}_{\text{инф}}(f) = \begin{cases} K_0 & \text{при } f_0 - 0.5 \cdot \Delta f_f \leq |f| \leq f_0 + 0.5 \cdot \Delta f_f, \\ 0 & \text{при } |f - f_0| > 0.5 \cdot \Delta f_f, \end{cases} \quad (58)$$

где Δf_f – полоса пропускания фильтра (причем $\Delta f_f \geq \Delta f_f$); f_0 – центральная (средняя) частота АЧХ; K_0 – коэффициент передачи в пределах полосы пропускания. Применяв обратное преобразование Фурье, можно показать, что импульсная характеристика такого фильтра выражается формулой

$$g_{\text{инф}}(t) = 2 \cdot K_0 \cdot \Delta f_f \cdot \text{sinc}(\pi \cdot \Delta f_f \cdot t) \cdot \cos(2\pi \cdot f_0 \cdot t). \quad (59)$$

Подставив (59) в (14), получим

$$v(t) = 2 \cdot K_0 \cdot \Delta f_f \cdot T \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s_k \cdot \text{sinc}[\pi \cdot \Delta f_f \cdot (t - k \cdot T)] \cdot \cos[2\pi \cdot f_0 \cdot (t - k \cdot T)]. \quad (60)$$

Если положить теперь $K_0 = 1$, а $\Delta f_f = \Delta f_f$, т. е. уравнивать спектральную плотность сигнала на выходе фильтра и спектральную плотность исходного непрерывного сигнала, то придем к (55). Итак, при частоте дискретизации, удовлетворяющей неравенству (56), огибающая высокочастотного сигнала, определяемого (60), будет с точностью до некоторой временной задержки повторять огибающую исходного сигнала $s(t)$.

Отметим, что при дискретизации сигналов, обладающих конечной мощностью, частота дискретизации не должна совпадать с граничными значениями, определяемыми (56), т. е. неравенство должно быть строгим, а именно,

$$2 \cdot f_B / m < F < 2 \cdot f_H / (m - 1).$$

Расчет погрешности восстановления для радиосигналов представляет собой более сложную задачу, чем для видеоимпульсов. Это связано с тем, что у радиосигналов изменяется не только огибающая, несущая полезную информацию, но и начальная фаза высокочастотного заполнения, которая обычно при обработке не учитывается (исключается). Однако, введен-

ные выше для расчета погрешности формулы (29), (32) начальную фазу учитывают, а потому применительно к анализу радиосигналов непригодны. В связи с этим расчет погрешности восстановления радиосигналов следует выполнять частотным методом, а входящее в выражение (34) групповое время задержки t_z , определять приближенно (на основе (23)) как значение, соответствующее центральной частоте полосы пропускания восстанавливающего фильтра.

Отметим, что если граничные частоты спектра узкополосного радиосигнала не кратны ширине его спектра $Ш_f$, то максимально допустимый интервал дискретизации согласно (54) превышает $1/(2Ш_f)$. Однако существуют способы дискретизации узкополосных колебаний [1, с. 152-156], при использовании которых минимальная частота дискретизации совпадает с $Ш_f$. Они отличаются от рассмотренного выше тем, что в качестве дискретных отсчетов используются не мгновенные значения дискретизируемого сигнала, а отсчеты его комплексной огибающей или пары отсчетов квадратурных составляющих сигнала. Недостатками указанных способов является сложность их практической реализации, возрастающая к тому же при расширении ширины спектра сигнала $Ш_f$. Вследствие этого указанные способы применяются для дискретизации лишь очень узкополосных колебаний. Исследование их возможностей может быть по желанию предложено наиболее успевающим студентам в индивидуальном порядке.

7. ЗАДАНИЕ И УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ "ДИСКРЕТИЗАЦИЯ РАДИОСИГНАЛОВ С ЗАДАННОЙ ПОГРЕШНОСТЬЮ ВОССТАНОВЛЕНИЯ" ПО ВАРИАНТАМ С ЛИТЕРОЙ "Р"

7.1. Задание к курсовой работе

В общем виде задание на курсовую работу формулируется практически также, что и в разделе 3:

передать с помощью дискретных отсчетов непрерывный радиосигнал заданной формы и затем восстановить его посредством реального полосового фильтра с погрешностью, не превышающей заданную.

Предполагается, однако, что исходный непрерывный радиосигнал представляет собой *высокочастотный импульс*, огибающая амплитуд которого всюду равна нулю за исключением интервала времени от нуля до T_s ; в пределах указанного интервала времени аналитическое выражение исходного радиосигнала имеет вид: $s(t) = A(t) \cdot \cos(2\pi \cdot f_0 \cdot t)$, где $A(t)$ – огибающая амплитуд, f_0 – частота несущего колебания.

Объем работы и вопросы, подлежащие разработке в рамках курсовой работы, в целом соответствуют приведенным в разделе 3:

1) Спектральный анализ исходного непрерывного сигнала, подлежащего дискретизации. Предварительный выбор частоты дискретизации сигнала.

2) Расчёт характеристик сигнала на выходе идеального дискретизатора. Предварительный выбор полосы пропускания (граничных частот среза АЧХ) восстанавливающего фильтра.

3) Анализ частотных и временных характеристик восстанавливающего полосового фильтра.

4) Расчёт сигнала, восстановленного по дискретным отсчетам заданным ПФ, и относительной погрешности восста-

новления. Анализ соответствия полученной и заданной погрешности восстановления.

5) Исследование качества восстановления сигнала при разных значениях частоты дискретизации исходного сигнала и полосы пропускания фильтра. Выбор оптимальных значений частоты дискретизации и частот среза ПФ, обеспечивающих качество восстановления сигнала не хуже заданного.

6) Расчёт характеристик дискретизированного и восстановленного сигналов при оптимальных значениях частоты дискретизации и полосы пропускания фильтра. Сравнительный анализ качества восстановления сигнала заданным реальным фильтром и идеальным ПФ.

7) Исследование качества восстановления сигнала при разных значениях длительности исходного сигнала.

8) Проверка основных расчетных результатов с помощью имитационного (схемотехнического) моделирования.

9) Дополнительное индивидуальное исследование.

Исходные данные для выполнения работы включают:

– аналитическое выражение огибающей амплитуд $A(t)$ исходного непрерывного радиосигнала $s(t)$; максимальное значение амплитуды A_S и длительность T_S сигнала для всех вариантов изначально одинаковы и равны $A_S = 1$ В, $T_S = 1$ мс;

– частоту несущего колебания f_0 ;

– длительность отсчётных импульсов $\tau_{и}$ сигнала на выходе дискретизатора; для всех вариантов $\tau_{и} = 0$;

– конкретный тип низкочастотного прототипа восстанавливающего полосового фильтра с заданными полюсами передаточной функции;

– величину максимально допустимой относительной погрешности восстановления сигнала d_{\max} в процентах.

Индивидуальный вариант задания содержит восемь позиций (□□□□□□□□), каждая из которых занята одним символом, несущим строго определенную информацию. Первая по-

зиция (□□□□□□□□) содержит букву "P", свидетельствующую о том, что исходный сигнал относится к радиосигналам. Вторая и третья позиции кода (□□□□□□□□) определяют в совокупности двухзначный номер N_S , под которым в табл. 1 пособия задано аналитическое выражение для огибающей амплитуд $A(t)$ исходного непрерывного радиосигнала. В четвертой-пятой позициях (□□□□□□□□) содержатся цифры двухзначного номера фильтра N_F ; под этим номером в табл. 2 приведена информация об низкочастотном прототипе восстанавливающего полосового фильтра и полюсах его передаточной функции. Шестая позиция (□□□□□□□□) задаёт максимально допустимую относительную погрешность восстановления сигнала (в процентах). Последние позиции кода – седьмая и восьмая (□□□□□□□□) – определяют частоту несущего колебания f_0 радиосигнала в кГц.

7.2. Указания к выполнению курсовой работы

Прежде чем приступать к выполнению расчетов по данному типу курсовой работы, необходимо ознакомиться с материалом, изложенным в разделе 3 применительно к дискретизации и восстановлению видеосигналов.

Методика проведения расчетов по курсовой работе, ориентированной на дискретизацию-восстановление радиосигналов, имеет ряд *специфических особенностей*. Остановимся на этом подробнее.

При спектральном анализе дискретизируемого радиосигнала сначала производят аналитический и численный расчет спектра огибающей $A(t)$ по методике, приведенной в п. 3.1. Практическая ширина спектра огибающей F_M , определяющая ширину спектра радиосигнала $Ш_f = 2F_M$, оценивается также в соответствии с (47). Спектральная плотность АМ-сигнала, каковым является исходный радиосигнал, может быть найдена с помощью теоремы смещения спектра (при умножении видеосигнала на гармоническое колебание высокой частоты ком-

плексный спектр видеосигнала "раздваивается": уменьшенные вдвое копии исходного спектра смещаются влево и вправо от нулевой частоты на значение частоты несущей):

$$\dot{G}_s(f) = 0.5 \cdot \dot{G}_A(f - f_0) + 0.5 \cdot \dot{G}_A(f + f_0), \quad (61)$$

где $\dot{G}_A(f)$ – спектральная плотность огибающей амплитуд.

Предварительное значение частоты дискретизации определяется в соответствии с формулой (56) или (57), в которой номер зоны m допустимых значений частоты следует брать максимально возможным: $\text{floor}(f_B / \Delta f)$.

Расчет характеристик сигнала на выходе идеального дискретизатора производится аналогично п. 3.2. Центральная частота восстанавливающего полосового фильтра должна соответствовать частоте несущего колебания исходного радиоимпульса, предварительное значение полосы пропускания – практической ширине спектра радиоимпульса.

По заданию для восстановления сигнала по дискретным отсчетам предполагается использовать полосовой фильтр с заданными нормированными полюсами передаточной функции низкочастотного прототипа. Для перерасчета базовой передаточной функции фильтра нижних частот $K_{\text{ФНЧ}}(p)$ в передаточную функцию полосового фильтра $K_{\text{ПФ}}(p)$ целесообразно воспользоваться простейшим частотным преобразованием, заменив переменную p в выражении для ФНЧ соотношением

$$p = \tilde{p} + \omega_0^2 / \tilde{p}, \quad (62)$$

где $\omega_0 = 2\pi \cdot f_0$, f_0 – центральная частота полосы пропускания фильтра, Гц). Так, если низкочастотный прототип – полиномиальный фильтр n -го порядка с передаточной функцией (см. (51))

$$K_{\text{ФНЧ}}(p) = K_0 \cdot \frac{\beta \cdot \omega_c^n}{(p - \bar{p}_{n1} \cdot \omega_c) \times \dots \times (p - \bar{p}_{nn} \cdot \omega_c)},$$

тогда передаточная функция полосового фильтра

$$K_{\text{ПФ}}(\tilde{p}) = K_0 \cdot \frac{\beta \cdot \omega_c^n}{(\tilde{p} + \omega_0^2 / \tilde{p} - \bar{p}_{n1} \cdot \omega_c) \times \dots \times (\tilde{p} + \omega_0^2 / \tilde{p} - \bar{p}_{nn} \cdot \omega_c)} = \\ = K_0 \cdot \frac{\beta \cdot \tilde{p}^n \cdot \omega_c^n}{(\tilde{p}^2 - \tilde{p} \cdot \bar{p}_{n1} \cdot \omega_c + \omega_0^2) \times \dots \times (\tilde{p}^2 - \tilde{p} \cdot \bar{p}_{nn} \cdot \omega_c + \omega_0^2)}, \quad (63)$$

где параметр ω_c в формуле (63) имеет смысл полосы пропускания фильтра, определяемой по уровню 0.707 от максимального значения АЧХ и выраженной в рад/с: $\omega_c = 2\pi \cdot P_f$.

Расчет характеристик восстанавливающего фильтра по известной передаточной функции производится на основе соотношений, приведенных в п. 3.3. Заметим, что частотное преобразование (62) приводит к некоторой несимметричности как АЧХ, так и ФЧХ фильтра. Так, АЧХ полосового фильтра в своей "верхней" части в целом повторяет по форме АЧХ НЧ-прототипа (в несколько деформированном виде); "нижняя" полоса частот не является строго "зеркальной" по отношению к "верхней". В отличие от ФНЧ время задержки отклика полосового фильтра оценивается на центральной частоте АЧХ. Расчет импульсной характеристики фильтра на основе полученного аналитического выражения следует продублировать численно, задействовав быстрое преобразование Фурье (БПФ). Необходимые для реализации алгоритма БПФ функции прямого и обратного преобразования зарезервированы в большинстве языков высокого уровня и систем компьютерной математики (например, в MathCAD, см. приложение 5).

Расчет восстановленного фильтром радиосигнала целесообразно производить на основе БПФ по комплексной спектральной плотности $\dot{G}_v(f)$, определяемой в соответствии с выражением (22), в котором вместо частотной функции $\dot{K}_{\text{ФНЧ}}(f)$ следует подставить комплексный коэффициент передачи полосового фильтра $\dot{K}_{\text{ПФ}}(f)$. Погрешность восстановления радиосигнала целесообразно вычислять как на основе временного (см. (32)), так и частотного метода (см. (34)). В обоих случаях

потребуется реализовать процедуру численного интегрирования протабулированных с определенным шагом функций (см. примеры интегрирования в приложениях 5 и 6). Заметим, что при расчете интеграла, фигурирующего в выражении (34), довольно просто избежать интегрирования по отрицательным частотам; достаточно вспомнить свойства комплексной спектральной плотности и произвести замену вида

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \dot{F}(f) df = 2 \int_0^{+\infty} \text{Re}[\dot{F}(f)] df .$$

Исследование зависимости погрешности восстановления от частоты дискретизации, полосы пропускания восстанавливающего фильтра и длительности исходного радиосигнала производится в целом по методике, изложенной в п.п. 3.5, 3.7.

При сравнении качества восстановления радиосигнала с помощью реального и идеального ПФ потребуется соотношение (60).

Заметим, что программа IKURA, рекомендованная для выполнения расчетов при дискретизации - восстановлении видеосигналов, в рассматриваемом случае может быть использована лишь частично, да и то с соответствующей корректировкой кода.

Особенности реализации имитационного моделирования рассматриваемых процессов на примере симулятора Electronics Workbench описаны в [16].

Цель, содержание и методика проведения дополнительного исследования в рамках темы курсовой работы формулируются студентом самостоятельно и согласуются с преподавателем (но не позднее, чем за месяц до срока защиты работы).

8. СОДЕРЖАНИЕ И ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА ПО КУРСОВОЙ РАБОТЕ

Материал в отчете по курсовой работе, называемом *пояснительной запиской*, разбивается на части: содержание, введение, основную часть, состоящую из разделов с уникальными названиями, заключение, список использованной литературы, приложения. Ниже показан возможный вариант структуры пояснительной записки:

- титульный лист (см. приложение 6);
- задание на курсовую работу, выдаваемое студенту в начале семестра и содержащее код индивидуального варианта, сроки выполнения этапов и защиты курсовой работы и т.д. (см. приложение 2);
- лист "Замечания руководителя" (незаполненный лист, содержащий лишь название, размещаемое вверху по центру);
- содержание (включает введение, наименование всех разделов, подразделов, пунктов (если они имеют наименование), заключение, список литературы, наименование приложений с указанием номеров страниц, с которых начинаются эти элементы пояснительной записки);
- введение (включает в себя общее расширенное описание задачи, анализ ее значимости, обзор методов решения, оценку необходимости применения вычислительных средств);
- основную часть, разбитую на разделы (подразделы) и содержащую необходимые аналитические выражения и расчетные формулы, численные результаты и графики с их физическим толкованием и выводами;
- заключение (содержит в сжатом виде описание основных результатов и вытекающих из них выводов, анализ эффективности использованных методов расчета и средств вычислений);
- список литературы, в котором отражены те источники, на которые есть ссылки в пояснительной записке, приведенные в порядке их упоминания;

– приложения, в которые включают промежуточные математические выводы, например, сопутствующие аналитическому расчету спектральных характеристик исходного сигнала, листинги расчетно-моделирующие программ и их описание, таблицы полученных данных.

Содержательная (основная) часть пояснительной записки может содержать от 20 до 40 страниц (полный объем записки – от 30 до 50 страниц). Введение и заключение должны составлять не более одной страницы. Частные выводы по полученным численным данным или графикам должны быть краткими и размещаться следом за упомянутыми результатами.

Текст в целом должен быть написан кратким и ясным языком. Не следует переписывать в пояснительную записку рассуждения общетеоретического характера, не имеющие прямого отношения к поставленной задаче и ее решению. Вместе с тем, основные результаты работы необходимо прокомментировать, обратив особое внимание на расхождения между теоретическими положениями и результатами исследований и указывая, по возможности, причины выявленных отличий.

Пояснительная записка оформляется на листах белой бумаги формата А4 в книжной ориентации. Текст выполняется *только с использованием компьютера* (при дальнейшей распечатке на принтере в режиме качественной печати) – в редакторе Microsoft Word: шрифт Times New Roman 14 кегль, цвет шрифта – черный, междустрочный интервал – полуторный, абзацный отступ – 1.25 см, выравнивание текста – по ширине. Размеры полей: левое – 20 мм, правое – 10 мм, верхнее – 20 мм, нижнее – 20 мм.

Текст основной содержательной части разделяют на разделы, подразделы, которые, в свою очередь, могут состоять из пунктов и подпунктов. Разделы нумеруют арабскими цифрами без точки; их названия записывают с абзацного отступа с прописной буквы (и далее строчными) без точки в конце, не подчеркивая. Переносы слов в заголовках не допускаются. Если

название раздела состоит из двух предложений, их разделяют точкой, например:

9 Дополнительное исследование. Алиасинг и способы его устранения

9.1 Сущность алиасинга. Причины его возникновения и способы устранения

.....

Расстояние между заголовком раздела и текстом должно соответствовать одной строке. Каждый раздел следует начинать с новой страницы, при этом предыдущая должна быть заполнена текстом не менее чем на $\frac{1}{3}$ часть.

Страницы записки следует нумеровать арабскими цифрами; номер проставляется в центре нижней части листа без точки с отступом в одну строчку от текста; титульный лист включают в общую нумерацию страниц, но номер на нем не проставляют.

В пределах всей пояснительной записки следует использовать одну и ту же производную или основную единицу измерения физической величины (например, если в первом разделе напряжения указаны в мВ, то в следующем разделе приводить мкВ уже нельзя). В тексте записки не допускается: сокращать обозначения единиц физических величин, если они употребляются без цифр (за исключением таблиц, формул и рисунков); применять сокращения слов (кроме установленных правилами орфографии); использовать в тексте математический знак "минус" (–) перед отрицательными значениями величин (вместо знака (–) следует писать слово "минус"); применять обороты разговорной речи, техницизмы, профессионализмы.

Графики зависимостей могут быть выполнены от руки (на отдельных листах миллиметровой бумаги) или в текстовом (графическом) редакторе с обязательным указанием масштаба, обозначения и размерности каждой оси. Иллюстрации (графи-

ки, схемы), а также таблицы размещают в тексте непосредственно после первого их упоминания (например, в виде "на рисунке 1 показана схема ...") на текущей странице, а если это невозможно, то на следующей. Нумерация рисунков, таблиц и формул – сквозная по всему отчету только арабскими цифрами. Расстояние между текстом и рисунком, таблицей, формулой (и наоборот) соответствует одной строке.

Ниже на рис. 36 и 37 приведены примеры оформления рисунка и таблицы.

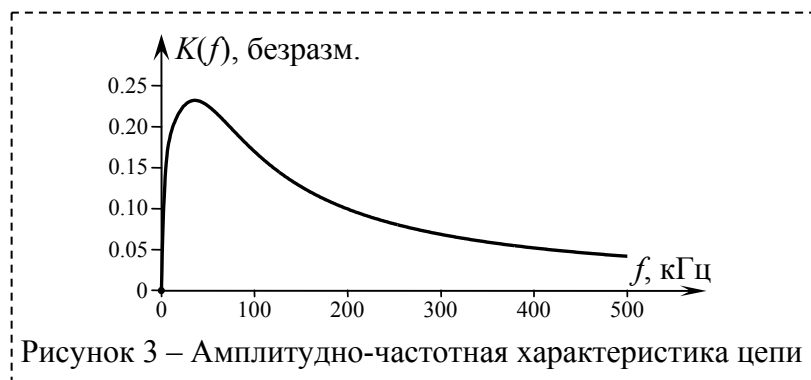


Рис. 36

Название следует помещать над таблицей слева, без абзацного отступа в одну строку с ее номером через тире. Графу "Номер по порядку" в таблицу включать не допускается. Горизонтальные линии, разграничивающие строки таблицы, допускается не приводить.

Таблица 3 – Расчетные значения АЧХ и ФЧХ цепи

Частота f , кГц							
АЧХ $K(f)$							
ФЧХ $\varphi(f)$, °							

Рис. 37

Пример записи формулы: "... определим комплексное сопротивление последовательного соединения элементов R и C

$$z_1 = R + j \cdot \omega L = 1 + j1 \text{ кОм}, \quad (5)$$

тогда из (3) получим ...".

Ссылки на использованные литературные источники (а они обязательно должны быть числом не менее трех-пяти) следует приводить в квадратных скобках внутри предложения, либо в конце – перед точкой. Сведения об источниках при оформлении списка литературы следует располагать в порядке появления ссылок на источники в тексте, нумеровать арабскими цифрами без точки и печатать с абзацного отступа. Описание источников осуществляется по правилам, определяемым стандартом (см. приложение 7) [18].

Оформленная в соответствии с указанными правилами пояснительная записка по курсовой работе сдается преподавателю на проверку. В случае если предварительные замечания по пояснительной записке оказываются несущественными, защита проводится в форме беседы со студентом по существу полученных им результатов с выставлением соответствующей оценки. Если же работа требует серьезной доработки, в частности, содержит ошибочные или неточные результаты, то записка возвращается студенту на доработку и все повторяется вновь; оценка в этом случае соответственно снижается.

Непосредственно перед защитой работы внутрь пояснительной записки вкладывается (в бумажном конверте) *оптический носитель* информации (CD- или DVD-ROM). Диск должен содержать: 1) текст пояснительной записки в формате текстового редактора Microsoft Word; 2) программу IKURA, адаптированную к заданному варианту; 3) программный файл для демонстрации имитационного моделирования и его результатов; 4) программные средства, сопровождающие индивидуальное дополнительное исследование. Указанные электронные материалы могут быть востребованы при защите работы.

Предлагаемая курсовая работа базируется на теореме Котельникова.

С именем В.А. Котельникова [19] связана целая эпоха развития связи, радиотехники и радиофизики. Его крупнейшими научными достижениями, оказавшими глубокое влияние на развитие мировой науки, являются: открытие теоремы отсчетов, носящей его имя, и создание теории потенциальной помехоустойчивости.

Теорема отсчетов была опубликована В.А. Котельниковым в 1933 г., однако, понимание специалистами фундаментальности сделанного Котельниковым открытия пришло не сразу. Она была практически забыта. В 1949 г. теорема была независимо установлена К. Шенноном. Следует отметить, что как один из частных результатов теории интерполяции функций эта теорема открыта еще в начале XX века Э.Т. Уиттекером и Дж.М. Уиттекером. В мировой литературе за этой теоремой закрепилось название – теорема Уиттекера - Котельникова - Шеннона. Благодаря открытию теоремы отсчетов перед инженерами открылась возможность создания цифровых систем, которые в конце XX века произвели революцию в электро-, радио- и оптической связи.

История науки знает много примеров, когда слава первооткрывателя по праву доставалась именно тем, кому удалось поставить свое открытие на службу всему человечеству, хотя до них с этим открытием соприкасались и другие. Поэтому есть солидная доля истины в известной мысли: "В науке часто важно не то, кто был первым, а кто оказался последним".

ЛИСТИНГ ПРОГРАММЫ В СИСТЕМЕ MATHCAD ДЛЯ РАСЧЕТА НОРМИРОВАННЫХ ПОЛЮСОВ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ ФНЧ БАТТЕРВОРТА И ЧЕБЫШЕВА

Расчет полюсов фильтра Баттерворта

Порядок фильтра $n := 5$

Выражение для полюсов, нормированных к граничной частоте полосы пропускания:

$$p_{\Pi}(k) := \exp \left[1j \cdot (2 \cdot k + 1 + n) \cdot \frac{\pi}{2 \cdot n} \right] \quad k := 0 .. n - 1$$

Значения полюсов: $p_{\Pi}(k)$

$- 0.30902 + 0.95106j$
$- 0.80902 + 0.58779j$
$- 1.00000$
$- 0.80902 - 0.58779j$
$- 0.30902 - 0.95106j$

Расчет полюсов фильтра Чебышева

Исходные данные:

1) порядок фильтра $n := 5$

2) неравномерность

АЧХ в равноволновой полосе, дБ $a_{\Pi} := 0.6$

Коэффициент неравномерности АЧХ в равноволновой полосе:

$$\varepsilon := \sqrt{10^{0.1 \cdot a_{\Pi}} - 1} \quad \varepsilon = 0.384911$$

Вспомогательный параметр:

$$\Phi := \frac{1}{n} \cdot \operatorname{asinh} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \quad k := 0 .. n - 1$$

Выражение для полюсов, нормированных к граничной частоте равноволновой полосы с заданным уровнем неравномерности:

$$p_{\text{ПIS}}(k) := -\sin\left[(2 \cdot k + 1) \cdot \frac{\pi}{2 \cdot n}\right] \cdot \sinh(\Phi) + 1j \cdot \cos\left[(2 \cdot k + 1) \cdot \frac{\pi}{2 \cdot n}\right] \cdot \cosh(\Phi)$$

Коэффициент перенормировки, определяющий соотношение между граничными частотами равноволновой полосы и полосы пропускания по уровню 0.707:

$$k_w := \frac{1}{\cosh\left(\frac{1}{n} \cdot \operatorname{acosh}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right)}$$

Выражение для полюсов, нормированных к граничной частоте полосы пропускания:

$$p_{\text{П}}(k) := p_{\text{ПIS}}(k) \cdot k_w$$

Значения полюсов:

$$p_{\text{П}}(k)$$

$-0.10073 + 0.95557j$
$-0.26373 + 0.59057j$
-0.32598
$-0.26373 - 0.59057j$
$-0.10073 - 0.95557j$

Коэффициент, обеспечивающий единичную передачу фильтра на нулевой частоте:

$$\beta := \prod_{k=0}^{n-1} (-p_{\text{П}}(k)) \quad \beta = 0.12590$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ОБРАЗЕЦ БЛАНКА ЗАДАНИЯ (С ЛИТЕРОЙ "В") НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
"ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ" (ГОУВПО "ВГТУ")

Кафедра радиотехники

ЗАДАНИЕ

на курсовую работу

по дисциплине «Радиотехнические цепи и сигналы»

Тема работы: Дискретизация сигналов с заданной погрешностью восстановления.

Студент группы _____ ФИО _____

Общая формулировка задания. Передать с помощью дискретных отсчетов непрерывный видеосигнал заданной формы и затем восстановить его посредством реального ФНЧ с погрешностью, не превышающей заданную.

Индивидуальный вариант задания:

В									
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Аналитическое выражение исходного непрерывного сигнала _____

Тип восстанавливающего ФНЧ _____

Допустимая погрешность восстановления сигнала _____

Объем работы и вопросы, подлежащие проработке:

1) Спектральный анализ дискретизируемого сигнала. Предварительный выбор частоты дискретизации сигнала.

2) Расчет характеристик сигнала на выходе дискретизатора. Предварительный выбор полосы пропускания восстанавливающего фильтра. 3) Анализ частотных и временных характеристик восстанавливающего фильтра нижних частот. 4) Расчет сигнала, восстановленного по дискретным отсчетам заданным ФНЧ, и относительной погрешности восстановления. 5) Исследование влияния на погрешность восстановления сигнала частоты его дискретизации и частоты среза ФНЧ. Обоснование и выбор оптимальных значений частот, обеспечивающих качество восстановления не хуже заданного. 6) Расчет характеристик дискретизированного и восстановленного сигналов при оптимальных значениях частоты дискретизации и полосы пропускания ФНЧ. Сравнительный анализ качества восстановления сигнала заданным реальным фильтром и идеальным ФНЧ. 7) Исследование качества восстановления сигнала при разных значениях длительности исходного сигнала. 8) Проверка основных результатов работы посредством схемотехнического моделирования. 9) Дополнительное исследование – _____

Содержание и сроки выполнения этапов:

Содержание	п. 1	п.п. 2 ÷ 4	п.п. 5 ÷ 7	п. 8	п. 9
Срок выполнения	28 неделя	31 неделя	34 неделя	37 неделя	40 неделя

Срок защиты курсовой работы – _____

Руководитель к. т. н., доцент _____ А.В. Останков

Задание принял студент _____
дата подпись И.О.Ф.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

ПРИМЕР РАСЧЕТА СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ СИГНАЛА НА ОСНОВЕ ТЕОРЕМ О СПЕКТРАХ

Пусть в соответствии с заданием на курсовую работу исходный непрерывный сигнал $s(t)$, подвергается в дальнейшем дискретизации, описывается аналитическим выражением

$$s(t) = \begin{cases} 4A_s \cdot t/T_s, & 0 \leq t < T_s/4, \\ A_s, & T_s/4 \leq t < 3T_s/4, \\ 4A_s \cdot (T_s - t)/T_s, & 3T_s/4 \leq t \leq T_s, \\ 0, & t \notin [0, T_s], \end{cases} \quad (\text{ПЗ.1})$$

где A_s, T_s – амплитуда и длительность: $A_s = 1$ В, $T_s = 1$ мс. Дискретизируемый сигнал $s(t)$, определяемый выражением (ПЗ.1), изображен на рис. ПЗ.1.

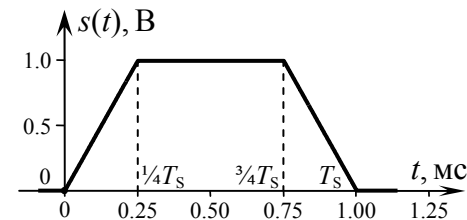


Рис. ПЗ.1 – Исходный непрерывный сигнал

Для определения комплексной спектральной плотности такого трапецеидального сигнала вместо вычисления прямого преобразования Фурье от функции $s(t)$ целесообразно воспользоваться теоремами о спектрах.

Действительно, исходный сигнал может быть рассмотрен как результат интегрирования (с коэффициентом $4/T_s$) показанной на рис. ПЗ.2 совокупности $s_1(t)$ двух прямоугольных импульсов разной полярности. Тогда в соответствии с теоремой об интегрировании сигнала [1] искомая спектральная плотность $\hat{G}_s(\omega)$ определяется как

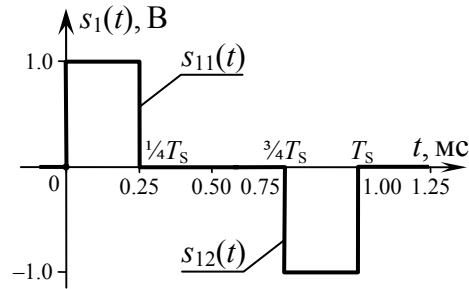


Рис. ПЗ.2 – Производная исходного сигнала

$$\dot{G}_s(\omega) = 4\dot{G}_{S1}(\omega)/(j\omega T_s) + 4\pi/T_s \cdot \dot{G}_{S1}(0) \cdot \delta(\omega), \quad (\text{ПЗ.2})$$

где $G_{S1}(0)$ – площадь интегрируемого сигнала $s_1(t)$. Из рис. ПЗ.2 видно, что площадь сигнала $s_1(t)$ равна нулю: $G_{S1}(0) = 0$.

Известно, что комплексная спектральная плотность прямоугольного импульса $\text{rect}(t/\tau)$ (рис. ПЗ.3) описывается простым выражением, содержащим функцию sinc: $\tau \cdot \text{sinc}(\omega \cdot \tau/2)$ [1].

Тогда спектральная плотность импульса $s_{11}(t)$ положительной полярности (см. рис. ПЗ.2) амплитудой A_s длительности $1/4 T_s$, запаздывающего на время $1/8 T_s$ относительно начала координат, согласно теоремам запаздывания и подобия [1] может быть определена как

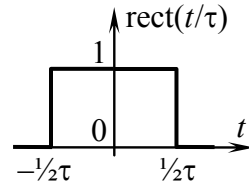


Рис. ПЗ.3 – Импульс типа rect

$$\dot{G}_{S11}(\omega) = A_s \cdot T_s/4 \cdot \text{sinc}(\omega T_s/8) \cdot \exp(-j\omega T_s/8).$$

Спектральная плотность импульса отрицательной полярности $s_{12}(t)$ (см. рис. ПЗ.2), смещенного относительно $t=0$ на величину $3/8 T_s$, записывается по аналогии как

$$\dot{G}_{S12}(\omega) = -A_s \cdot T_s/4 \cdot \text{sinc}(\omega T_s/8) \cdot \exp(-j\omega \cdot 7T_s/8).$$

Спектральная плотность сигнала $s_1(t)$ есть сумма спектральных плотностей составляющих его импульсов:

$$\dot{G}_{S1}(\omega) = A_s \cdot T_s/4 \cdot \text{sinc}(\omega T_s/8) \cdot [\exp(-j\omega T_s/8) - \exp(-j\omega \cdot 7T_s/8)],$$

которая после несложных преобразований принимает вид

$$\dot{G}_{S1}(\omega) = j\omega \cdot 3A_s \cdot (T_s/4)^2 \cdot \text{sinc}(\omega T_s/8) \cdot \text{sinc}(3\omega T_s/8) \cdot \exp(-j\omega T_s/2). \quad (\text{ПЗ.3})$$

На основе полученного выражения с учетом формулы (ПЗ.2) искомая комплексная спектральная плотность сигнала $s(t)$ как функция циклической частоты определяется следующим выражением

$$\dot{G}_s(f) = 3A_s \cdot T_s/4 \cdot \text{sinc}(\pi f T_s/4) \cdot \text{sinc}(3\pi f T_s/4) \cdot \exp(-j\pi f T_s). \quad (\text{ПЗ.4})$$

Спектральная плотность амплитуд рассматриваемого сигнала как модуль его комплексной спектральной плотности

$$G_s(f) = 3A_s \cdot T_s/4 \cdot |\text{sinc}(\pi f \cdot T_s/4) \text{sinc}(3\pi f \cdot T_s/4)| \quad (\text{ПЗ.5})$$

изображена графически на рис. ПЗ.4. Наиболее важные значения плотности амплитуд приведены в табл. ПЗ.1.

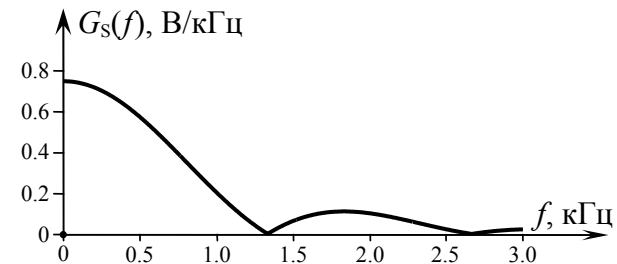


Рис. ПЗ.4 – Спектральная плотность амплитуд исходного сигнала

Таблица ПЗ.1 – Значения спектральной плотности амплитуд $s(t)$

$f, \text{кГц}$	0.00	0.50	1.00	1.33	1.84	2.67	3.09
$G_s(f), \text{В/кГц}$	0.750	0.573	0.203	0.00	0.110	0.00	0.023

Спектр фаз сигнала $s(t)$ как аргумент комплексной спектральной плотности

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ СИГНАЛА НА ОСНОВЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Предположим, что в симуляторе Electronics Workbench производится имитационное моделирование схемы, показанной на рис. 34. Пусть визуализация сигналов производится с помощью осциллографа: на вход канала "A" поступает исходный непрерывный сигнал, на вход канала "B" – восстановленный сигнал (рис. П4.1).

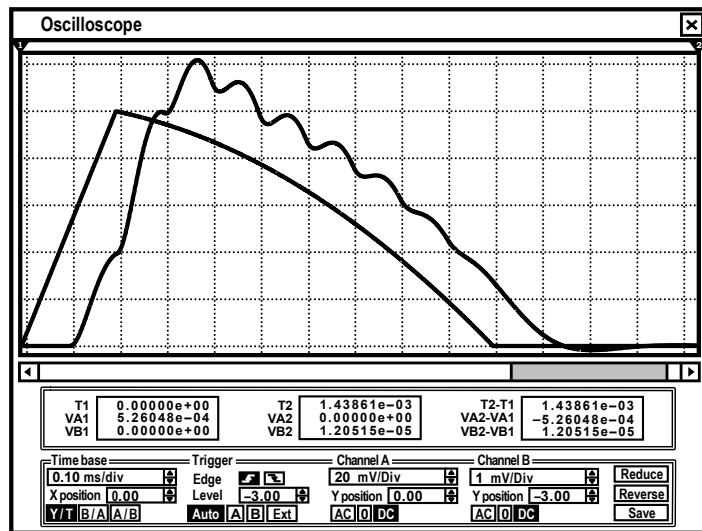


Рис. П4.1

При сохранении результатов моделирования (клавиша панели "Save") симулятор формирует файл (в ASCII-кодах) с расширением "scf", содержащий текстовый комментарий и числовые данные в трех столбцах: в первом – текущее время в секундах, во втором и третьем – мгновенные значения напряжений в вольтах на входе каналов "A" и "B". Созданный файл

следует открыть, удалить первые 17 строк комментария, сохранить как текстовый файл с расширением "txt".

В системе MathCAD необходимо создать файл с программой, приведенной ниже, и сохранить его на диске в то же место, что и файл с результатами моделирования.

Листинг программы обработки результатов имитационного моделирования:

$Signal := READPRN("Res.txt")$ (считывание данных из файла и формирование матрицы данных $Signal$)

$Kol := rows(Signal) - 1$ (определение количества мгновенных значений обрабатываемых сигналов)

$x := Signal^{<0>}$ (формирование из матрицы данных вектора, содержащего значения текущего времени)

$Sy := Signal^{<1>}$ (формирование из матрицы данных вектора, содержащего значения исходного сигнала)

$Vy := Signal^{<2>}$ (формирование из матрицы данных вектора, содержащего значения восстановленного сигнала)

В большинстве случаев интервал времени между соседними мгновенными значениями сигналов в симуляторе не фиксирован и может изменяться в процессе имитации (адаптивный временной шаг), поэтому исследуемые сигналы обязательно следует заново протабулировать с *равномерным* шагом, предварительно произведя интерполяцию сигналов (например, с помощью сплайнов):

$i := 0..Kol$ (номера значений текущего времени, сигналов)

$Ys := cspline(x, Sy)$ (генерация кубических сплайнов для

$Yv := cspline(x, Vy)$ интерполяции сигналов Sy и Vy)

$fitS(t) := interp(Ys, x, Sy, t)$ (функции для интерполяции

$fitV(t) := interp(Yv, x, Vy, t)$ сигналов сплайнами)

$t_i := \frac{\max(x) \cdot i}{Kol}$ (новые значения текущего времени, равномерно распределенные в пределах заданного интервала)

$S_i := fitS(t_i)$ (мгновенные значения исходного и восста-

$V_i := fitV(t_i)$ новленного сигналов, взятые через один и тот же интервал времени, равный h)

$h := t_1 - t_0$

$$Es := \frac{h}{2} \cdot \left[\sum_{i=0}^{Kol-1} [(S_i)^2 + (S_{i+1})^2] \right] \quad (\text{расчет энергии исходного и восстановленного сигналов численным интегрированием по методу трапеций})$$

$$Ev := \frac{h}{2} \cdot \left[\sum_{i=0}^{Kol-1} [(V_i)^2 + (V_{i+1})^2] \right]$$

$\mu := \sqrt{\frac{Es}{Ev}}$ (расчет коэффициента выравнивания масштабов сравниваемых сигналов)

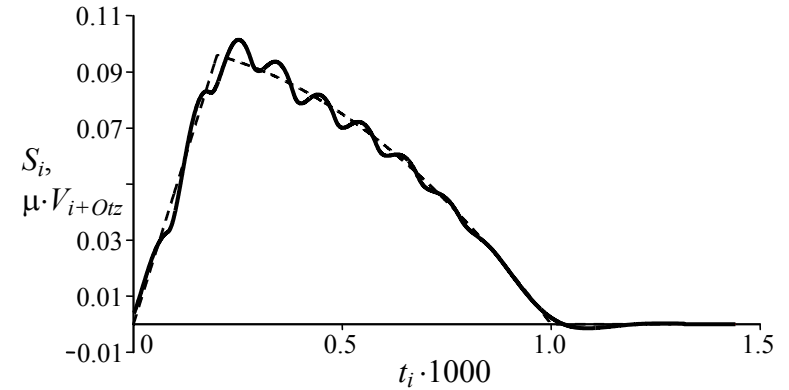
$V_{Kol-1+i} := 0$ (дополнение восстановленного сигнала нулевыми значениями для сдвига по оси времени)

$$Wk_i := \frac{h}{2} \cdot \left[\sum_{k=0}^{Kol-1} (S_k \cdot V_{k+i} + S_{k+1} \cdot V_{k+1+i}) \right] \quad (\text{расчет значений взаимной корреляционной функции исходного и восстановленного сигнала численным интегрированием})$$

$Otz := \begin{cases} Max \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0..Kol \\ \quad \left| \begin{array}{l} Oz \leftarrow i \text{ if } Wk_i \geq Max \\ Max \leftarrow Wk_i \text{ if } Wk_i \geq Max \end{array} \right. \\ Oz \end{cases}$ (поиск номера момента времени, соответствующего максимуму взаимной корреляционной функции)

$$\frac{\max(x) \cdot Otz}{Kol} = 1.220 \cdot 10^{-4} \quad (\text{время задержки})$$

Временные диаграммы исходного и восстановленного сигналов после уравнивания масштабов и устранения временной задержки:



$$d := 200 \cdot \left[1 - \frac{1}{\sqrt{Es \cdot Ev}} \cdot \frac{h}{2} \cdot \left[\sum_{k=0}^{Kol-1} (S_k \cdot V_{k+Otz} + S_{k+1} \cdot V_{k+1+Otz}) \right] \right]$$

(расчет погрешности восстановления по формуле (32); численное интегрирование – методом трапеций)

Величина погрешности восстановления в процентах:

$$d = 0.27 \%$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВСТРОЕННЫХ В MATHCAD ФУНКЦИЙ ПРЯМОГО И ОБРАТНОГО БПФ

Пусть требуется рассчитать спектральную плотность амплитуд импульса конечной длительности с линейной частотной модуляцией.

Параметры и аналитическое выражение сигнала:

$$f_0 := 5 \text{ (частота несущего колебания, кГц)}$$

$$Ts := 1 \text{ (длительность сигнала, мс)}$$

$$s(t) := \begin{cases} 10 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t + 100 \cdot t^2) & \text{if } (t \geq 0) \cdot (t \leq Ts) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Временная диаграмма исходного импульса показана на рис. П5.1.

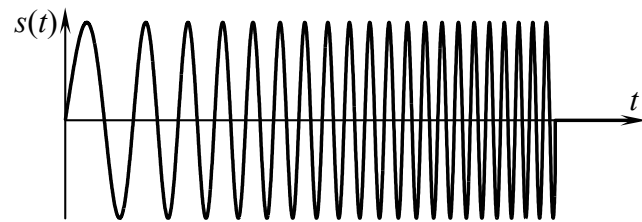


Рис. П5.1

$K := 2^{17}$ (общее число мгновенных значений сигнала, используемых при расчете прямого БПФ)

$$j := 0..K-1 \text{ (номера значений сигнала)}$$

$N := 200$ (число интервалов времени, равных длительности сигнала, учитываемых при расчете БПФ, и на которых сигнал тождественно равен нулю)

$$t_j := j \cdot \frac{N}{K} \cdot Ts \text{ (моменты времени, в которых определяются}$$

мгновенные значения исходного сигнала)

$$S_j := s(t_j) \text{ (расчет мгновенных значений сигнала)}$$

$A := \text{FFT}(S)$ (функция, возвращающая столбец значений прямого дискретного преобразования сигнала с мгновенными значениями S ; прямое БПФ)

$k := 0..0.5 \cdot K$ (номера значений частот составляющих прямого БПФ)

$$f_k := \frac{k}{N \cdot Ts} \text{ (значения частот составляющих БПФ)}$$

$G_{s_k} := |A_k| \cdot N \cdot Ts$ (значения спектральной плотности амплитуд исходного импульса, получаемые на основе БПФ)

Спектральная плотность исходного импульса представлена на рис. П5.2.

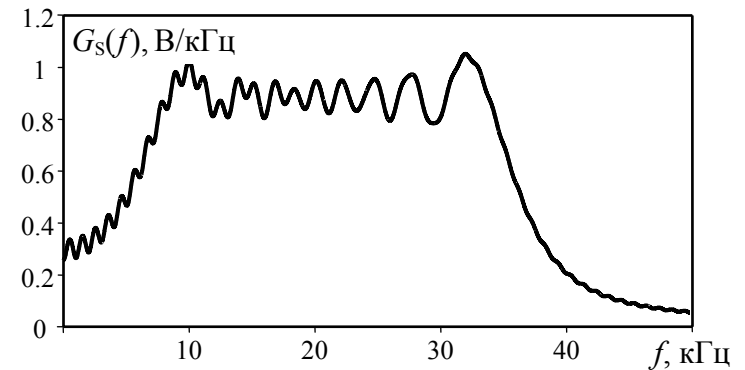


Рис. П5.2

Пусть исходный сигнал $s(t)$ пропускается через цепь с известным комплексным коэффициентом передачи.

$Ko(f) := \exp(-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot 0.25 \cdot Ts)$ (комплексный коэффициент передачи цепи; в качестве примера взята идеальная линия задержки, время запаздывания сигнала в которой $-\frac{1}{4}Ts$)

$AA_k := A_k \cdot \text{Co}(f_k)$ (расчет частотным методом дискретного преобразования Фурье сигнала на выходе цепи)

$SS := \text{IFFT}(AA)$ (функция, возвращающая столбец мгновенных значений сигнала, прямое дискретное преобразование Фурье которого AA ; процедура, реализующая обратное БПФ)

Поскольку сигнал на выходе цепи определен в те же моменты времени, что и исходный (т. е. в пределах N интервалов длительности), разумно ограничить число визуализируемых мгновенных значений сигнала.

$j := 0.. \text{ceil}(2 \cdot K \cdot N^{-1})$ (номера значений сигнала, используемых для построения графиков, расчета энергии и т. п.)

Временная диаграмма импульса на выходе цепи показана на рис. П5.3.

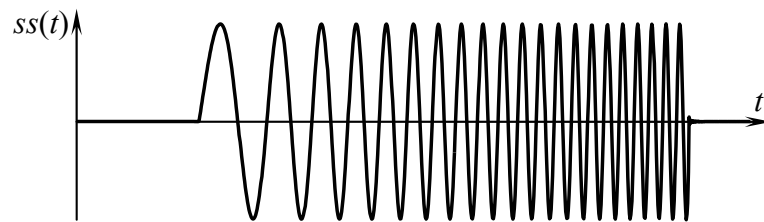


Рис. П5.3

Энергия входного (и соответственно выходного) сигнала, рассчитываемая по спектру численным интегрированием квадрата спектральной плотности амплитуд (мВт):

$$Es := (f_1 - f_0) \cdot \left[\sum_{k=0}^{0.5K-1} [(Gs_k)^2 + (Gs_{k+1})^2] \right] \quad Es = 50.03$$

Энергия, рассчитываемая по временному описанию исходного сигнала:

$$Es := \int_0^{Ts} [s(t)]^2 dt \quad Es = 50.02$$

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
"ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ" (ГОУВПО "ВГТУ")

Радиотехнический факультет

Кафедра радиотехники

КУРСОВАЯ РАБОТА

по дисциплине "Радиотехнические цепи и сигналы"

**ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ С ЗАДАННОЙ
ПОГРЕШНОСТЬЮ ВОССТАНОВЛЕНИЯ**

Расчетно-пояснительная записка

Разработал(а) студент(ка) гр. РТ-_____

Руководитель _____

Члены комиссии _____

Нормоконтролер _____

Защищена _____
дата

Подпись, дата _____ Инициалы, фамилия _____

Подпись, дата _____ Инициалы, фамилия _____

Подпись, дата _____ Инициалы, фамилия _____

Подпись, дата _____ Инициалы, фамилия _____

Подпись, дата _____ Инициалы, фамилия _____

Оценка _____

2008

ПРИМЕРЫ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИХ ОПИСАНИЙ

Книга одного автора

1 Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. пособие для вузов / И.С. Гоноровский. – 5-е изд., испр. и доп. – М.: Дрофа, 2006. – 719 с.

Книга двух-трех авторов

2 Мошиц Г. Проектирование активных фильтров / Г. Мошиц, П. Хорн; пер. с англ. под ред. И.Н. Теплоука. – М.: Мир, 1984. – 320 с.

Книга четырех и более авторов

3 Теория электрической связи: учебник для вузов / А.Г. Зюко, Д.Д. Кловский, В.И. Коржик и др.; под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 1999. – 432 с.

Методическое руководство или указания

4 Методические указания к проведению виртуальных экспериментальных исследований в рамках курсовой работы "Дискретизация сигналов с заданной погрешностью восстановления" по дисциплине "Радиотехнические цепи и сигналы" для студентов специальности 210302 "Радиотехника" очной и очно-заочной форм обучения / ГОУВПО "Воронежский государственный технический университет"; сост. А.В. Останков. – Воронеж, 2007. – 54 с.

Статья из сериального издания

5 Брок О. Высококачественный десятиразрядный аналого-цифровой преобразователь / О. Брок // Электроника. – 1978. – № 8. – С. 25 - 34.

1. **Гоноровский И.С.** Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. пособие для вузов / И.С. Гоноровский. – 5-е изд., испр. и доп. – М.: Дрофа, 2006. – 719 с.

2. **Финк Л.М.** Сигналы, помехи, ошибки... Заметки о некоторых неожиданностях, парадоксах и заблуждениях в теории связи / Л.М. Финк. – М.: Связь, 1978. – 272 с.

3. **Баскаков С.И.** Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. для вузов по спец. "Радиотехника" / С.И. Баскаков. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2000. – 462 с.

4. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. пособие для вузов / Д.В. Васильев, М.Р. Витоль, Ю.Н. Горшенков и др.; под ред. **К.А. Самойло**. – М.: Радио и связь, 1982. – 528 с.

5. **Останков А.В.** Задачник по курсу "Радиотехнические цепи и сигналы": учеб. пособие / А.В. Останков. – 2-е изд., перераб. и доп. – Воронеж: ВГТУ, 2006. Ч. 1. – 165 с.

6. **Попов В.П.** Основы теории цепей: учеб. для вузов / В.П. Попов. – 4-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2003. – 575 с.

7. **Мошиц Г.** Проектирование активных фильтров / Г. Мошиц, П. Хорн; пер. с англ. под ред. И.Н. Теплоука. – М.: Мир, 1984. – 320 с.

8. **MathCAD 6.0 Plus.** Финансовые, инженерные и научные расчеты в среде Windows 95. – М.: «Филин», 1997. – 712 с.

9. **Сергиенко А.Б.** Цифровая обработка сигналов: учеб. пособие / А.Б. Сергиенко. – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.

10. **Каганов В.И.** Радиотехнические цепи и сигналы. Компьютеризированный курс: учеб. пособие / В.И. Каганов. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2005. – 432 с.

11. **Денисенко А.Н.** Сигналы. Теоретическая радиотехника. Справочное пособие / А.Н. Денисенко. – М.: Горячая линия - Телеком, 2005. – 704 с.

12. Теория электрической связи: учебник для вузов / А.Г. Зюко, Д.Д. Кловский, В.И. Коржик и др.; под ред. **Д.Д. Кловского**. – М.: Радио и связь, 1999. – 432 с.

13. Останков А.В. Программа для исследования дискретизации видеосигналов с заданной погрешностью восстановления / А.В. Останков, Ю.Ю. Панфилов – Электрон. дан. и прогр. – М.: Государственный фонд алгоритмов и программ. – № 50200600547 от 26.04.06.

14. Методические указания к использованию программы IKURA при выполнении курсовой работы "Дискретизация видеосигналов с заданной погрешностью восстановления" по дисциплине "Радиотехнические цепи и сигналы" для студентов специальности 210302 "Радиотехника" всех форм обучения / А.В. Останков. – Электрон. дан. и прогр. – Воронеж: ГОУВПО "ВГТУ", 2008. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

15. Карлащук В.И. Электронная лаборатория на IBM PC. Программа Electronics Workbench и ее применение / В.И. Карлащук. – М.: Солон-Р, 2001. – 726 с.

16. Методические указания к проведению виртуальных экспериментальных исследований в рамках курсовой работы "Дискретизация сигналов с заданной погрешностью восстановления" по дисциплине "Радиотехнические цепи и сигналы" для студентов специальности 210302 "Радиотехника" очной и очно-заочной форм обучения / ГОУВПО "Воронежский государственный технический университет"; сост. А.В. Останков. – Воронеж, 2007. – 54 с.

17. Лэм Г. Аналоговые и цифровые фильтры. Расчет и реализация / Г. Лэм; пер. с англ. под ред. И.Н. Теплюка. – М.: Мир, 1982. – 592 с.

18. СТП ВГТУ 62-2007. Текстовые документы (курсовые работы (проекты), рефераты, отчеты по лабораторным работам, контрольные работы). Правила оформления. – Воронеж: ГОУВПО "Воронежский государственный технический университет", 2007. – 44 с.

19. Быховский М.А. Пионеры информационного века. История развития теории связи. Серия "История электросвязи и радиотехники" / М.А. Быховский. – М.: ЗАО "РИЦ "Техносфера", 2006. – 376 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
1. Теоретические основы дискретизации видеосигналов и особенности её практической реализации	4
1.1. Представление сигналов обобщенным рядом Фурье в базисе Котельникова	4
1.2. Дискретизация видеосигналов. Теорема Котельникова	10
1.3. Погрешности применения на практике теоремы Котельникова и их оценка	19
1.4. Общие сведения о фильтрах нижних частот	29
2. Задание к курсовой работе "Дискретизация видеосигналов с заданной погрешностью восстановления"	39
3. Рекомендуемая последовательность и объём расчетов, выполняемых в рамках курсовой работы по вариантам с литерой "В"	50
3.1. Спектральный анализ дискретизируемого сигнала. Предварительный выбор частоты дискретизации сигнала	50
3.2. Расчет характеристик сигнала на выходе дискретизатора. Предварительный выбор полосы пропускания восстанавливающего фильтра	54
3.3. Анализ частотных и временных характеристик восстанавливающего фильтра нижних частот	56
3.4. Расчет сигнала, восстановленного по дискретным отсчетам заданным ФНЧ, и относительной погрешности восстановления	59
3.5. Исследование влияния на погрешность восстановления сигнала частоты его дискретизации и частоты среза ФНЧ. Обоснование и выбор оптимальных значений частот, обеспечивающих качество восстановления не хуже заданного	61

3.6. Расчёт характеристик дискретизированного и восстановленного сигналов при оптимальных значениях частоты дискретизации и полосы пропускания ФНЧ. Сравнительный анализ качества восстановления сигнала заданным реальным фильтром и идеальным ФНЧ.....	65
3.7. Исследование качества восстановления сигнала при разных значениях длительности исходного сигнала	66
3.8. Проверка основных результатов работы посредством схемотехнического моделирования	67
3.9. Дополнительное индивидуальное исследование.....	67
4. Расчетно-контролирующая программа IKURA и ее применение для выполнения исследований в рамках курсовой работы.....	71
5. Имитационное моделирование процессов дискретизации и восстановления сигналов	74
5.1. Краткие сведения о симуляторе	74
5.2. Реализация в симуляторе исходного сигнала, процесса дискретизации и восстановления сигнала по его дискретным отсчетам	82
6. Представление узкополосных колебаний отсчетами мгновенных значений. Оптимизация частоты дискретизации радиосигналов	92
7. Задание и указания к выполнению курсовой работы "Дискретизация радиосигналов с заданной погрешностью восстановления" по вариантам с литерой "Р"	97
7.1. Задание к курсовой работе	97
7.2. Указания к выполнению курсовой работы	99
8. Содержание и оформление отчета по курсовой работе	103
Заключение	108
Приложение 1. Листинг программы в системе MathCAD для расчета нормированных полюсов передаточных функций ФНЧ Баттерворта и Чебышева	109

Приложение 2. Образец бланка задания (с литерой "В") на курсовую работу	111
Приложение 3. Пример расчета спектральной плотности сигнала на основе теорем о спектрах	113
Приложение 4. Оценка погрешности восстановления сигнала на основе результатов имитационного моделирования	116
Приложение 5. Пример использования встроенных в MathCAD функций прямого и обратного БПФ.....	120
Приложение 6. Титульный лист курсовой работы	123
Приложение 7. Примеры библиографических описаний	124
Библиографический список	125

Учебное издание

Останков Александр Витальевич
Токарев Антон Борисович

ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ С ЗАДАННОЙ ПОГРЕШНОСТЬЮ ВОССТАНОВЛЕНИЯ

В авторской редакции

Подписано в печать 7.02.2008.

Формат 60×84/16. Бумага для множительных аппаратов.

Усл. печ. л. 8,1. Уч.-изд. л. 7,9. Тираж 100 экз.

Заказ № .

ГОУВПО "Воронежский государственный технический университет"

394026 Воронеж, Московский просп., 14