

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический
университет»

Н.Н. Некрасова

**ПРАКТИКУМ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ
МОДЕЛИРОВАНИЮ**

Утверждено учебно-методическим советом
университета в качестве учебного пособия

Воронеж 2018

УДК 519.85(075)

ББК 22.166я7

Н48

Рецензенты:

*кафедра математического моделирования
Воронежского государственного университета
(зав. кафедрой д-р физ.-мат. наук, профессор В.А. Костин);
д-р тех. наук, профессор, зав. кафедрой информатики и графики
ВГТУ В.П. Авдеев*

Некрасова, Н.Н.

Н48 Практикум по математическому моделированию: учеб.
пособие / Н.Н. Некрасова. – Воронеж: ФГБОУ ВО
«Воронежский государственный технический университет»,
2018. – 88 с.

ISBN

Пособие содержит подходы в применении аналитических и вычислительных математических методов к решению практических и инженерных задач, ориентированных на использование компьютеров.

Издание соответствует требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по дисциплине «Математическое моделирование» и предназначено для магистров строительных направлений.

Ил.13. Библиогр.: 12 назв.

УДК 519.85(075)

ББК 22.166я7

ISBN

© Некрасова Н.Н., 2018
© ФГБОУ ВО «Воронежский
государственный технический
университет», 2018

ВВЕДЕНИЕ

Современному инженеру-специалисту для решения различных задач теоретического и прикладного характера необходимо знать и уметь применять на практике основные понятия и методы математического моделирования. Цель дисциплины «Математическое моделирование», изложить подходы в применении математики к решению практических, инженерных задач. Эти подходы в последние десятилетия приобретают явные черты технологии, как правило, ориентированной на использование компьютеров. И в настоящем учебном пособии рассматриваются поэтапные действия при математическом моделировании, от постановки практической задачи, до истолкования результатов ее решения, полученных математическим путем.

Содержание пособия представлено в виде семи глав. Первая глава посвящена методам приближенного вычисления определенных интегралов, которые чаще всего встречаются в различных приложениях. Во второй главе дается постановка задачи аппроксимации функции одной переменной. Определяется решающий эту задачу интерполяционный многочлен Лагранжа. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений разобраны в третьей главе. Четвертая посвящена приближенным методам решения нелинейных уравнений. Последние три главы посвящены изучению численных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями (задача Коши) и дифференциальным уравнениям в частных производных.

В пособии представлены различные варианты практических заданий для закрепления теоретических знаний.

Предназначено для магистрантов строительных специальностей ВГТУ как учебное пособие по курсу «Математическое моделирование», а так же для изучения других дисциплин, излагающих применение аналитических и вычислительных математических методов при решении прикладных инженерных задач.

Все приведенные в пособии иллюстрации – авторские.

Содержание

Введение	3
1. Численное интегрирование	6
1.1. <i>Формулы прямоугольников</i>	6
1.2. <i>Формула трапеций</i>	8
1.3. <i>Формула Симпсона (метод парабол)</i>	9
2. Полиномиальная интерполяция	16
2.1. <i>Задача аппроксимации функций</i>	16
2.2. <i>Интерполяционный многочлен Лагранжа</i>	17
3. Решение систем линейных алгебраических уравнений	25
3.1. <i>Формула Крамера решения СЛАУ</i>	29
3.2. <i>Метод последовательных исключений Гаусса</i>	30
3.3. <i>Решение произвольных систем линейных уравнений</i>	35
4. Решение нелинейных уравнений	43
4.1. <i>Метод простых итераций</i>	44
4.2. <i>Метод половинного деления (метод дихотомии)</i>	46
4.3. <i>Метод Ньютона</i>	48
4.4. <i>Обобщение методов решения нелинейных уравнений на системы нелинейных уравнений</i>	50
5. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)	533
5.1. <i>Постановка задачи Коши</i>	53
5.2. <i>Типы задач для ОДУ</i>	55
5.3. <i>Методы решения задачи Коши</i>	55
5.4. <i>Численные методы решения задачи Коши</i>	58
5.4.1. <i>Метод Эйлера</i>	59
5.4.2. <i>Неявный метод Эйлера</i>	60
5.4.3. <i>Метод трапеций</i>	61
6. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений	63
6.1. <i>Метод конечных разностей</i>	64

6.2. Метод прогонки	688
7. Дифференциальные уравнения в частных производных.....	733
7.1. Примеры и классификация уравнений в частных производных...	73
7.2. Постановка задач для уравнений математической физики	75
7.3. Некоторые разностные схемы для уравнения теплопроводности.....	78
7.4. Аппроксимация, устойчивость и сходимость разностных схем для уравнения теплопроводности	81
7.5. Анализ устойчивости	822
7.6. Одномерное нестационарное уравнение теплопроводности	83
Заключение.....	87
Библиографический список.....	88

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Агафонов, С.А. Дифференциальные уравнения. Введение в математическое моделирование / С.А. Агафонов, А.Д. Герман, Т.В. Муратова. Изд-во: Университетская книга, Логос, 2007 в 2-х ч. – Ч. 2.
2. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – М: БИНОМ Лаборатория Базовых Знаний, 2006. – 636 с.
3. Вабищевич, П.Н. Численное моделирование / П.Н. Вабищевич. – М., Из-во: МГУ, 1993.
4. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. Часть 2. – М.: «Высшая школа», 1999. – 416 с.
5. Зайдель, А.Н. Математическое моделирование. Построение моделей и численная реализация: учеб. пособие / А.Н. Зайдель. – СПб.: Лань, 2016. – 304 с.
6. Понтрягин, Л. С. Дифференциальные уравнения и их приложения / Л.С. Понтрягин.–Изд. 4-е, стер. –М.: УРСС, 2007. –206 с.
7. Рейзлин, В.И. Математическое моделирование: учеб. пособие для магистратуры / В.И. Рейзлин 2-е изд., пер. и доп. – Люберцы: Юрайт, 2016. – 126 с.
8. Самарский, А.А. Математическое моделирование. / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. - М.: Физматлит, 2007. – 320 с.
9. Советов, Б.Я. Моделирование систем. Комплект в 2-х томах. Учебник и практикум. / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. – М.: Юрайт, 2014. – 638 с.
10. Сидоров, В.Н. Математическое моделирование в строительстве: учеб. пособие. / В.Н. Сидоров, В.К. Ахматов. – М.: АСВ, 2007. – 336 с.
11. Трусов, П.В. Введение в математическое моделирование: учеб. пособие. / П.В. Трусов, – М.: Логос, 2005. – 440 с.
12. Ортега, Дж. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений / Дж. Ортега, У. Пул. - М.: Наука, 1986. – 288 с.

Учебное издание

Некрасова Наталия Николаевна

**ПРАКТИКУМ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ
МОДЕЛИРОВАНИЮ**

Подписано в печать _____ 2018.

Формат 60x84 1/16. Бумага для множительных аппаратов.

Усл. печ. л. _____. Тираж _____ экз. Заказ № _____.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический
университет»

394026 Воронеж, Московский проспект, 14

Участок оперативной полиграфии издательства ВГТУ

394026 Воронеж, Московский проспект, 14