

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета энергетики и систем  
управления  
«36» 08 2021 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
дисциплины  
«Математика»**

**Направление подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника**

**Профиль Электромеханика**

**Квалификация выпускника бакалавр**

**Нормативный период обучения 4 года**

**Форма обучения очная**

**Год начала подготовки 2018**

Авторы программы

А.Катрахова /Катрахова А.А.

В.С. Купцов /Купцов В.С.

Заведующий кафедрой  
Высшей математики и  
физико-математического  
моделирования

В.Л. Батаронов /Батаронов В.Л.

Руководитель ОПОП

А.В. Тикунов /Тикунов А.В./

Воронеж 2021

## **1 . ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **1.1. Цель изучения дисциплины**

Воспитать способность использовать законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа, теоретического и экспериментального исследования в практической деятельности

### **1.2. Задачи освоения дисциплины**

Дать ясное понимание необходимости математического образования в общей подготовке бакалавра , в том числе выработать представление о роли и месте математики в современной цивилизации и мировой культуре; научить умению логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий, символов для выражения количественных и качественных отношений; дать достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, разумную точность формулировок математических свойств изучаемых объектов, логическую строгость изложения математики, опирающуюся на адекватный современный математический язык

Научить применять математический аппарат аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП**

Дисциплина «Математика» относится к дисциплинам базовой части блока Б1.

## **3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Процесс изучения дисциплины «Математика» направлен на формирование следующих компетенций:

УК-1 - Способен осуществлять поиск ,критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

ОПК-3 - Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

<b>Компетенция</b>	<b>Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции</b>
УК-1	Знает виды и формы представления информации Умеет анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие, находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи, рассматривать различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.

	Владеет умением грамотно, логично, аргументировано формировать собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности. Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи
ОПК -3	Знает основные понятия и методы линейной алгебры и аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных, теории рядов, теории дифференциальных уравнений и теории функций комплексного переменного
	Умеет применять математический аппарат аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений при решении инженерных задач
	Владеет инструментарием решения математических задач в своей предметной области

#### **4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ**

Общая трудоемкость дисциплины «Математика» составляет 10з.е. Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий  
**Очная форма обучения**

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры		
		1	2	3
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	162	54	54	54
В том числе :				
Лекции	54	18	18	18
Практические занятия (ПЗ)	108	36	36	36
<b>Самостоятельная работа</b>	126	90	18	18
Часы на контроль	72	-	36	36
Виды промежуточной аттестации - экзамен, зачет с оценкой	+	+	+	+
Общая трудоемкость академические часы з.е.	360	144	108	108
	10	4	3	3

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий

#### Очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	СРС	Всего, час
1	Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. Линейные операторы и квадратичные формы	Определители 2-го, 3-го порядка, их свойства и вычисление. Алгебраические дополнения и миноры. Матрицы и действия над ними. Системы двух и трех линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными. Правило Крамера. Обобщение на случай n уравнений с n неизвестными. Понятие об определителе n-го порядка. Матричный метод решения систем линейных уравнений и ее решения. Метод Гаусса. Исследование и решение систем линейных уравнений Векторы. Скалярное, векторное и смешанное произведения. Уравнение плоскости, проходящей через точку, с заданным вектором нормали. Общее уравнение плоскости через три заданные точки, уравнение в отрезках. Отклонение и расстояние точки до плоскости. Нормальное уравнение плоскости. Угол между плоскостями. Прямая в пространстве. Каноническое и параметрическое уравнение прямой. Взаимное расположение прямой и плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости Прямая на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом, проходящей через две точки, в отрезках. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Угол между 2-мя прямыми. Понятие о линейном векторном пространстве $R^n$ . Евклидово n-мерное пространство. Понятие о линейном операторе как о линейном преобразовании пространства. Примеры линейных операторов и их матриц в $R^2$ и $R^3$ . Собственные векторы. Квадратичные формы. Приведение к каноническому виду. Канонические формы уравнений эллипса, гиперболы, параболы. Геометрические свойства эллипса, гиперболы, параболы .Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение общего уравнения к каноническому виду. Параллельный перенос	8	14	50	72

		и поворот осей координат. Поверхности второго порядка. Канонические формы основных уравнений. Исследование поверхностей второго порядка методом сечений				
2	Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Неопределенный и определенный интеграл	Множества вещественных чисел. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Верхняя и нижняя грани множеств. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Функции одной действительной переменной. Область определения. Способы задания функций. Основные элементарные функции. Понятие предела функции. Первый и второй замечательные пределы. Число $e$ . Натуральные логарифмы. Бесконечно малые функции и их связь с бесконечно большими функциями. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые. Их использование при вычислении пределов. Непрерывность функций. Свойства непрерывных в точке функций. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва и их квалификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функций. Задачи, приводящие к понятию производной. Понятие о производной функции одной действительной переменной. Её геометрический смысл и механический смысл. Основные правила дифференцирования. Непосредственное вычисление производных основных элементарных функций. Таблица производных. Дифференциал функции и его свойства. Геометрический смысл первого дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала. Применение первого дифференциала в приближенных вычислениях. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопитала. Производная сложной функции. Обратная функция. Непрерывность и дифференцируемость обратной функции. Производная неявной функции и функции, заданной параметрически. Понятие логарифмической производной. Формула Тейлора с остаточным членом (форма Лагранжа). Представление по формуле Маклорена функций $e^x$ , $\sin x$ , $\cos x$ , $\ln(x+1)$ , $(1+x)^m$ . Формула Тейлора с остаточным членом (форма Лагранжа).	10	22	40	72

		гранжа). Представление по формуле Маклорена функций $e^x$ , $\sin x$ , $\cos x$ , $\ln(x+1)$ , $(1+x)^m$ . Исследование функций с помощью производных. Условия возрастания и убывания функций. Точки экстремума. Необходимое условие и достаточные признаки существования экстремума. Общая схема исследования функций и построение их графиков. Отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной на отрезке функции. Исследование функций на выпуклость и вогнутость кривой Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных формул. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Интегрирование некоторых иррациональных выражений. Разложение дробно-рациональной функции на простейшие дроби. Интегрирование простейших дробей. Определенный интеграл, как предел интегральных сумм. Основные свойства определенного интеграла. Производная интеграла по верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенного интеграла методом интегрирования по частям. Замена переменной в определенном интеграле. Несобственные интегралы: с бесконечными пределами и от неограниченной подынтегральной функции. Теоремы сравнения. Абсолютная и условная сходимости. Геометрические приложения определенных интегралов к вычислению площадей плоских фигур, длин дуг кривых и объемов тел. Физические приложения определенного интеграла.				
3	Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения	Функции нескольких переменных. Область определения. Предел функции. Непрерывность. Частные производные. Дифференцируемость функций нескольких переменных. Полный дифференциал. Инвариантность формы полного дифференциала. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях. Производная сложной и неявной функций. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Частные производные дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций нескольких переменных.	10	18	20	48

	<p>ции двух переменных . Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума. Условный экстремум. Метод Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значения функций в замкнутой области .Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, однородные уравнения и уравнения, приводящиеся к ним, линейные уравнения, уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах . Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши (формулировка). Понятие об особых решениях дифференциального уравнения.Дифференциальные уравнения высших порядков. Задачи Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши (формулировка). Понятие общего и частного решений. Уравнения, допускающие понижение порядка Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.Линейные однородные дифференциальные уравнения, свойства их решений.Линейно зависимые и линейно независимые системы функций. Определитель Вронского.Фундаментальная система решений линейного однородного уравнения и структура его общего решения.Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Структура общего решения. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.Структура общего решения. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Нормальные системы. Решения нормальной системы методом исключения</p>		
--	---	--	--

4	Числовые, функциональные и степенные ряды Ряды Фурье.	Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Действия над рядами: умножение на число, сложение и вычитание. Ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Оценка остатка ряда. Функциональные ряды. Область сходимости функционального ряда. Понятие о равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости для рядов с действительными членами. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов Тейлора. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд. Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора. Примеры разложения некоторых функций в ряд Маклорена: $e^x, \sin x, \cos x, shx, chx, \ln(x+1), (1+x)^a$ . Применение степенных рядов в приближенных вычислениях. Формулы Эйлера. Ряд Фурье. Тригонометрическая система функций. Понятие ортонормированной системы функций. Коэффициенты ряда Фурье. Теорема Дирихле. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций, заданных на интервале $(-\pi, \pi)$ . Разложение в тригонометрический ряд Фурье функций, заданных на интервале $(-l, l)$ . Разложение в ряд Фурье функций, заданных на интервале $(0, l)$ . Интеграл Фурье.	6	12	12	30
5	Кратные и криволинейные интегралы. Векторный анализ	Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение и свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах. Тройной интеграл и его свойства. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Вычисление в полярных координатах. Геометрические и физические приложения двойных и тройных интегралов. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах. Задачи, приводящие к криволинейным интегралам. Определение криволинейных ин-	8	14	10	32

		тегралов первого и второго типов, их свойства и вычисление Независимость криволинейного интеграла от формы пути интегрирования. Формула Грина и ее применение. Скалярное поле. Поверхности и линии уровня скалярного поля. Производная по направлению и градиент скалярного поля, его координатное и инвариантное определение. Векторное поле. Векторные линии и их дифференциальные уравнения. Односторонние и двусторонние поверхности. Поток векторного поля через поверхность. Его физический смысл в поле скоростей жидкости. Поверхностные интегралы первого и второго рода, основные свойства и вычисление..Формула Остроградского -Гаусса. Дивергенция векторного поля, инвариантное определение и физический смысл. Вычисление дивергенции. Соленоидальное (трубчатое) поле Линейные интегралы в векторном поле. Работа силового поля. Циркуляция векторного поля. Теорема Стокса. Ротор поля. Физический смысл ротора .. Условия независимости линейного интеграла от формы пути интегрирования. Потенциал поля, условия потенциальности. Вычисление потенциала. Оператор Гамильтона. Дифференциальные операции второго порядка в векторном анализе. Оператор Лапласа				
6	Элементы теории функций комплексного переменного и операционное исчисление.	Комплексные числа и действия над ними Комплексная плоскость. Области и кривые на комплексной плоскости. Понятие функции комплексного переменного. Предел и непрерывность. Элементарные функции комплексного переменного.Производная функция комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Аналитические и гармонические функции. Связь между ними. Дифференцируемость функций комплексного переменного. Интеграл от функции комплексного переменного. Теорема Коши для простого и сложного контура. Интегральная формула Коши. Степенные ряды в комплексной форме. Ряды Тейлора и Лорана. Особые точки функции комплексного переменного, их классификация. Вычеты. Основная теорема о вычетах.Вычисление вычетов. Применение вычетов к вычислению интегралов. Лемма Жордана и ее приме-	10	22	8	40

		нение. Преобразование Лапласа. Основные теоремы об оригиналах и изображениях. Свойства преобразования Лапласа. Изображения простейших функций. Свертка функций. Теорема о свертке, теорема запаздывания. Интеграл Дюамеля. Обратные преобразования Лапласа. Применение вычетов для обратного преобразования Лапласа. Теоремы разложения. Операционный метод решения дифференциальных уравнений и систем с постоянными коэффициентами.. Применение операционного метода к решению задач электротехники и теории электрических цепей.					
			Итого	54	108	126	288

## 5.2. Перечень лабораторных работ

Не предусмотрено учебным планом

### ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В соответствии с учебным планом освоение дисциплины не предусматривает выполнение курсового проекта (работы) или контрольной работы.

### 7. 7 ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

#### 7.1.1 Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

- «аттестован»;
- «неаттестован».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Аттестован	Не аттестован
УК-1	Знает виды и формы представления информации	Активная работа на практических занятиях	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Умеет анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие, находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи, рассматривать различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	Решение стандартных практических задач	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах

	Владеет умением грамотно, логично, аргументировано формировать собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности. Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи	Решение прикладных практических задач	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
ОПК-3	Знает основные понятия и методы линейной алгебры и аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных, теории рядов, теории дифференциальных уравнений и теории функций комплексного переменного	Активная работа на практических занятиях	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Умеет применять математический аппарат аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений при решении инженерных задач	Решение стандартных практических задач	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Владеет инструментарием решения математических задач в своей предметной области	Решение прикладных практических задач	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах

### 7.1.2. Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 3,1,2 семестре для очной формы обучения по четырем балльной системе:

- «отлично»;
- «хорошо»;
- «удовлетворительно»;
- «неудовлетворительно».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неудовл.
УК-1	Знает виды и формы представления информации	Тест	Выполнение теста на 90- 100%	Выполнениетес та на 80- 90%	Выполнение теста на 70- 80%	В тесте менее 70% правильных ответов
	Умеет анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие, находить и критически анализировать информацию, необходимую	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

	для решения поставленной задачи, рассматривать различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.		верные ответы	ответ во всех задачах		
	Владеет умением грамотно, логично, аргументировано формировать собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности. Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
ОПК-3	Знает основные понятия и методы линейной алгебры и аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных, теории рядов, теории дифференциальных уравнений и теории функций комплексного переменного	Тест	Выполнение теста на 90- 100%	Выполнениетес та на 80- 90%	Выполнение теста на 70- 80%	В тесте менее 70% правильных ответов
	Умеет применять математический аппарат аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений при решении инженерных задач	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи решены
	Владеет инструментарием решения математических задач в своей предметной области	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи решены

**7.2 Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)**

### **7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию**

**I семестр:**

1. Матрица, обратная к матрице  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

а)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ; б)  $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ; в)  $\begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ -1 & 1/2 \end{pmatrix}$ ; г)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ; д) не существует.

2. Угол между векторами  $\bar{a} = (1; -2; 3)$  и  $\bar{b} = (-6; 12; -18)$  равен

- а)  $0^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $90^\circ$ ; г)  $135^\circ$ ; д)  $180^\circ$ ; е) другой ответ.

3.

Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) \sin \frac{1}{x-2}$

- а) 1; б) -1; в) 0; г)  $\infty$ ; д) не существует.

4. При  $x \rightarrow 1$  верно, что

- а)  $\sin x \sim x$ ; б)  $\sin(x-1) \sim (x-1)$ ; в)  $\sin \pi x \sim \pi x$ ; г)  $\sin \frac{1}{x-1} \sim \frac{1}{x-1}$ .

4.

На рис. 1. Изображен график функции  $y=f(x)$ . Значение  $f'(1,5)$  равно

...

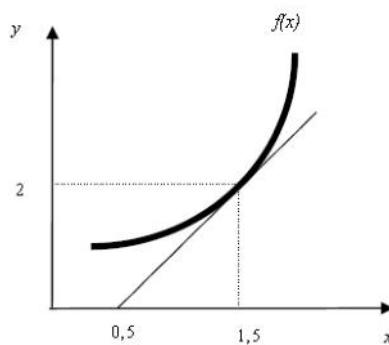


Рис.1.

Функция  $y = \frac{1}{x^3} - 3x$  убывает на

- а)  $(3; +\infty)$ ; б)  $(0; 1/3)$ ; в)  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ; г)  $(-\infty; +\infty)$ ; д) нигде; е) другой ответ.

7.

Укажите точки экстремума непрерывной на всей числовой прямой функции  $y(x)$ , если  $y' = (x+1)^2(x-2)$ :

- а)  $x=2$  – точка *max*; б)  $x=2$  – точка *min*;  
в)  $x=-1$  – точка *max*; г)  $x=-1$  – точка *min*;  
д) точек экстремума нет.

8.

**Среди перечисленных интегралов укажите все, которые вычисляются с помощью формулы интегрирования по частям:**

a)  $\int \cos^3 x dx$ ; б)  $\int x \cos x dx$ ; в)  $\int x \cos x^2 dx$ ; г)  $\int x e^x dx$ ;

д)  $\int x e^{x^2} dx$ ; е)  $\int x \ln x dx$ ; ж)  $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ .

**9.**

. Интеграл  $\int \frac{dx}{x+\sqrt{x+6}}$  после подстановки  $x+6=t^2$  примет вид

а)  $\int \frac{2dt}{t^2+t}$ ; б)  $\int \frac{2t}{t^2+t-6} dt$ ; в)  $\int \frac{2dt}{t^2+t+6}$ ; г)  $\int \frac{2dt}{t^2+6}$ .

**10.**

Сходящимися интегралами являются

а)  $\int_1^e \frac{dx}{x \ln x}$ ; б)  $\int_1^e \frac{dx}{x \ln^2 x}$ ; в)  $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$ .

**II семестр:**

**1.**

Для функции  $z = \ln(x+y^2)$  вторая частная производная  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  равна

а)  $\frac{-2y}{(x+y^2)^2}$ ; б)  $\frac{2y}{(x+y^2)^2}$ ; в)  $\frac{2x-2y^2}{(x+y^2)^2}$ ; г) 0; д)  $\frac{2y}{x+y^2}$ .

**2.**

Второй дифференциал функции  $z = z(x, y)$  имеет вид

$d^2 z = -\frac{1}{x} dx^2 + \frac{2}{y} dxdy - \frac{x}{y^2} dy^2$ . Тогда  $z''_{xy}$  равна

а)  $-\frac{1}{x}$ ; б)  $-\frac{x}{y^2}$ ; в)  $\frac{2}{y}$ ; г)  $\frac{1}{y}$ ; д)  $-\frac{1}{x} - \frac{x}{y^2}$ ; е) другой ответ.

**3.**

Установите соответствие между дифференциальными уравнениями первого порядка и их названиями

1)  $ydx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0$ ;      2)  $(x^2 + y^2 + 2x)dx + 2xydy = 0$ ;

3)  $(xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0$ ;      4)  $(x^2 + y)dx - xdy = 0$ .

а) с разделяющимися переменными;

в) линейное;

б) однородное;

г) в полных дифференциалах.

4.

**Частное решение дифференциального уравнения  $xy' = 1$**

а)  $y = \ln|x| + C$ ;      б)  $y = \ln|x + C|$ ;      в)  $y = \ln|x|$ ;

г)  $y = x^{-1}$ ;      д)  $y = 2\ln|x|$ ;      е)  $y = \ln|x+1|$ .

5.

**Частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения  $y'' + 4y = 10x^2 + 1$  следует искать в виде**

а)  $\bar{y} = Ax + B$ ;      б)  $\bar{y} = Ax^2 + Bx + C$ ;      в)  $\bar{y} = 10x + A$ ;

г)  $\bar{y} = A$ ;      д)  $\bar{y} = Ax^3 + Bx^2 + Cx$ ;      е)  $\bar{y} = Ax$ .

6.

**Частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения  $y'' - 4y = 3\cos 2x$  следует искать в виде**

а)  $\bar{y} = e^x(A\cos 2x + B\sin 2x)$ ;      б)  $\bar{y} = x(A\cos 2x + B\sin 2x)$ ;

в)  $\bar{y} = (Ax + B)\cos 2x + C\sin 2x$ ;      г)  $\bar{y} = A\cos 2x + B\sin 2x$ ;

д)  $\bar{y} = (Ax + B)\cos 2x + (Cx + D)\sin 2x$ .

7.

**Общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 4y' + 4y = 0$**

**имеет вид**

а)  $y = C_1e^{2x} + C_2xe^{2x}$ ;      б)  $y = C_1e^{-2x} + C_2xe^{-2x}$ ;      в)  $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-2x}$

г)  $y = C_1\cos 2x + C_2\sin 2x$ ;      д)  $y = Ce^{2x}$ .

8.

Известно, что для ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  с положительными членами выполня-

ются условия  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \frac{1}{e}$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} = 1$ . Тогда этот ряд

а) сходится;      б) расходится;      в) может сходиться, а может расходиться.

9.

Известно, что для ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  выполняются условия  $u_n > 0$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{3}$ .

**Тогда**

а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ ;    б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \infty$ ;    в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$ ;

г) о пределе  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$  ничего утверждать нельзя.

**10.**

**Укажите все ряды, для исследования сходимости которых можно применять признак Лейбница:**

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$ ;    б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\alpha}{2^n}$ ;    в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+1}{2^n}$ ;    г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \sin n\alpha}{2^n}$ ;

д)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{2^n}$ ;    е)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{2n}}{2^n}$ .

**III семестр:**

**Укажите все формулы, применяют для вычисления площади плоской фигуры в различных системах координат:**

а)  $\iint_D d\rho d\varphi$ ;    б)  $\iint_D \rho d\rho d\varphi$ ;    в)  $\iint_D \rho^2 \sin \varphi d\rho d\varphi$ ;

г)  $\iint_D dx dy$ ;    д)  $\iint_D xy dx dy$ .

**Укажите все формулы, которые применяют для вычисления объема**

а)  $\iiint_V d\rho d\varphi dz$ ;    б)  $\iiint_V \rho d\rho d\varphi dz$ ;

в)  $\iiint_V r \sin \theta dr d\theta d\varphi$ ;    г)  $\iiint_V r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$ ;

д)  $\iiint_V dx dy dz$ ;    е)  $\iiint_V r^2 \sin \theta \cos \varphi dr d\theta d\varphi$ .

**3.**

**Уравнение сферы радиуса  $a$  с центром в начале координат в сферической системе координат ( $r, \varphi, \theta$ ) имеет вид**

а)  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ;    б)  $r^2 + z^2 = a^2$ ;    в)  $r = a$ ;    г)  $r = a^2$ ;    д)  $r^2 \sin \theta = a$

**4.**

**Направление наибольшего возрастания поля  $\mathbf{u} = xy^2 + yz^3$  в точке  $M(1; 1; 1)$  можно задать вектором**

а)  $3\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}$ ;    б)  $3\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$ ;    в)  $\bar{i} + 3\bar{j} + 3\bar{k}$ ;  
г)  $2\bar{i} + 3\bar{j} + 2\bar{k}$ ;    д)  $3\bar{i} + 4\bar{j} + \bar{k}$ ;    е)  $\bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$ .

**5.**

**Укажите все точки, в которых находятся источники векторного поля  $\bar{F} = 3\bar{i} + 2y\bar{j} + xz\bar{k}$ :**

а)  $M_1(-1, 0, 1)$     б)  $M_2(-2, 0, 2)$     в)  $M_3(-3, 0, 3)$     г)  $M_4(-5, 0, 5)$     д)  $M_5(0, 1, 0)$

6.

**Векторное поле**  $\bar{F} = 2xy \bar{i} + (x^2 - 2yz) \bar{j} - y^2 \bar{k}$  **является**

- а) соленоидальным,    б) потенциальным,    в) постоянным,  
г) не имеет характерных особенностей.

7.

Представить в алгебраической форме  $\cos(\frac{\pi}{4} + i)$

а)  $\frac{ch1}{\sqrt{2}} - \frac{sh1}{\sqrt{2}}$     б)  $\frac{ch1}{\sqrt{2}} - i \frac{sh1}{\sqrt{2}}$     в)  $\frac{ch1}{\sqrt{2}} + i \frac{sh1}{\sqrt{2}}$

8.

Найти полюсы функции  $f(z) = \frac{4z-64}{z^4+4z^3-32z^2}$

- а) 3;4;5,    б) 0;4;-8,    в) правильного ответа нет,    г) 1;4;-8.

9.

Операторное уравнение, полученное после применения преобразования Лапласа к дифференциальному уравнению  $x'' - x = \sin 2t$  с начальными условиями  $x(0) = 1, x'(0) = 0$ , имеет вид

а) $(p^2 - 1) \cdot X(p) = \frac{2}{p^2 + 4} + p;$	б) $(p^2 - p) \cdot X(p) = \frac{2}{p^2 + 4} + 1;$
в) $(p^2 - p) \cdot X(p) = \frac{1}{p^2 + 4} + p;$	г) $(p^2 - 1) \cdot X(p) = \frac{p}{p^2 + 4} + 1.$

10.

Система операторных уравнений, которая получается после применения преобразования Лапласа к системе дифференциальных уравнений

$\begin{cases} x' = x - 2y \\ y' = 3x + y \end{cases}$  при нулевых начальных условиях  $x(0) = 0, y(0) = 0$ , имеет

вид

а)  $\begin{cases} (1+p) \cdot X(p) - 2Y(p) = 0, \\ 3X(p) + (1+p) \cdot Y(p) = 0; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} (1-p) \cdot X(p) - 2Y(p) = 0, \\ (3-p) \cdot X(p) + Y(p) = 0; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} X(p) - (2-p) \cdot Y(p) = 0, \\ 3X(p) + (1-p) \cdot Y(p) = 0; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} (1-p) \cdot X(p) - 2Y(p) = 0, \\ 3X(p) + (1-p) \cdot Y(p) = 0. \end{cases}$

## 7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач I семестр

1.

Система уравнений  $\begin{cases} x + y + z = 6, \\ x + 2y + 2z = 11, \\ y + z = 5 \end{cases}$  имеет

- а) одно решение;    б) два решения;    в) три решения;  
 г) бесчисленное множество решений;    д) ни одного решения.

**2.**

**Работа силы  $\bar{F}(2; 3; -2)$  при перемещении материальной точки вдоль вектора  $\overline{AB}$  из положения  $A(1; 2; 5)$  в положение  $B(3; 5; 7)$  равна .**

- а) 3;    б) 4;    в) правильного ответа нет,    г) 9.

**3.**

**Угловой коэффициент прямой  $3x - 2y - 8 = 0$  равен**

- а)  $3/2$ ;    б)  $2/3$ ;    в) 2;    г) 3;    д) 4

**4.**

**Чтобы привести к каноническому виду уравнение  $x^2 + y^2 = 4x$ , начало координат следует перенести в точку**

- а)  $(0; 2)$ ;    б)  $(2; 2)$ ;    в)  $(2; 0)$ ;    г)  $(-2; 0)$ .

**5.**

**Значение предела**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} - \frac{4}{n^2} + \dots - \frac{2n}{n^2} \right) \cdot (n+1)$

**равно**

- а) 1;    б)  $-1$ ;    в) 0;    г)  $\infty$ ;    д)  $1/2$ .

**6.**

**Число точек перегиба функции  $y = x^4 + 4x$  равно**

- а) 0;    б) 1;    в) 2;    г) 3;    д) 4.

**7.**

**Среди перечисленных функций укажите ВСЕ, которые являются**

**первообразными для функции  $y = \frac{2}{\cos^2 2x}$ :**

- а)  $\operatorname{tg} 2x$     б)  $\operatorname{ctg} 2x$     в)  $-\operatorname{tg} 2x$     г)  $-\operatorname{ctg} 2x$   
 д)  $2\operatorname{tg} 2x$     е)  $2\operatorname{ctg} 2x$     ж)  $\operatorname{tg} 2x + 2$     з)  $2 - \operatorname{ctg} 2x$

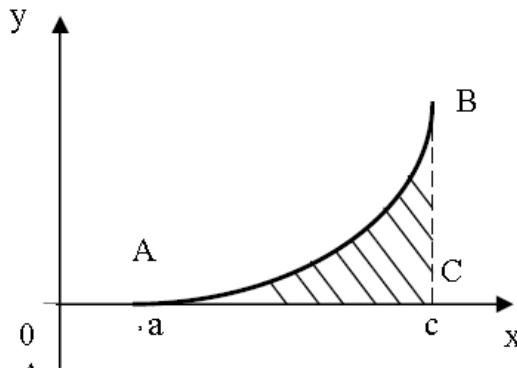
**8.**

**Среди перечисленных интегралов укажите ВСЕ, которые вычисляются методом «внесения под знак дифференциала»:**

- а)  $\int \cos^3 x dx$ ;    б)  $\int x \cos x dx$ ;    в)  $\int x \cos x^2 dx$ ;    г)  $\int x e^x dx$ ;  
 д)  $\int x e^{x^2} dx$ ;    е)  $\int x \ln x dx$ ;    ж)  $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ .

**9.**

**Площадь заштрихованной фигуры , где дуга АВ – это график функции  $y = f(x)$ , вычисляется по формуле**  
**рис. 1**



**Рис.1**

- а)  $\int_a^c f(x)dx$  ;      б)  $\pi \int_a^c (f(x))^2 dx$  ;      в)  $\int_a^c \sqrt{1+(f'_x)^2} dx$  ;  
 г)  $\int_{t_a}^{t_c} f(t)g'(t)dt$  ;      д)  $\pi \int_{t_a}^{t_c} (f(t))^2 g'(t)dt$  ;      е)  $\int_{t_a}^{t_c} \sqrt{(f'_t)^2 + (g'_t)^2} dt$  .

**10.**

**Длина дуги АВ, которая является графиком параметрически заданной функции  $y = f(t); x = g(t), t \in [t_a; t_c]$  , вычисляется по формуле (рис.1).**

- а)  $\int_a^c f(x)dx$  ;      б)  $\pi \int_a^c (f(x))^2 dx$  ;      в)  $\int_a^c \sqrt{1+(f'_x)^2} dx$  ;  
 г)  $\int_{t_a}^{t_c} f(t)g'(t)dt$  ;      д)  $\pi \int_{t_a}^{t_c} (f(t))^2 g'(t)dt$  ;      е)  $\int_{t_a}^{t_c} \sqrt{(f'_t)^2 + (g'_t)^2} dt$  .

## II семестр

**1.**

Для функции  $u = ze^{xy}$  третья частная производная  $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$  равна

- а)  $ye^{xy}$ ;      б)  $e^{xy} + xye^{xy}$ ;      в)  $xye^{xy}$ ;      г)  $e^{xy}$ ;      д)  $xe^{xy}$ ;

**2.**

**Стационарной точкой функции  $z = x^2 + xy + y^2 + 3y + 4$  является**

- а) (0; 0);      б) (1; 2);      в) (1; -2);      г) (2; -1);      д) (-2; 1);      е) (2; 1);

**3.**

**Общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 4y = 0$  имеет**

**вид**

- а)  $y = C_1 e^{2x} + C_2 xe^{2x}$ ;      б)  $y = C_1 e^{-2x} + C_2 xe^{-2x}$ ;      в)  $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$ ;  
 г)  $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$ ;      д)  $y = C_1 + C_2 e^{-2x}$ .

**4.**

Для дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами  $y'' + p_1y' + p_2y = 2xe^x$  известны корни его характеристического уравнения  $k_1 = 1; k_2 = 1$ . Тогда частное решение этого дифференциального уравнения имеет вид

- а)  $\bar{y} = Ax + B$ ;      б)  $\bar{y} = (Ax + B)e^x$ ;      в)  $\bar{y} = (Ax^2 + Bx + C)e^x$ ;  
 г)  $\bar{y} = x(Ax + B)e^x$ ;    д)  $\bar{y} = x^2(Ax + B)e^x$ .

**5.**

Систему дифференциальных уравнений  $\begin{cases} y' = y + z, \\ z' = 2y - z \end{cases}$  можно свести к дифференциальному уравнению

- а)  $y'' - y' + 2y = 0$ ;      б)  $y'' - y = 0$ ;      в)  $y'' - 3y = 0$ ;  
 г)  $y'' + 2y' = 0$ ;      д)  $y' + \frac{y}{2} = 1$ .

**6.**

Укажите ВСЕ ряды, для исследования сходимости которых можно применять признак Даламбера:

- а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\alpha}{2^n}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+1}{2^n}$ ;      г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \sin n\alpha}{2^n}$ ;  
 д)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{2^n}$ ;      е)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{2n}}{2^n}$ .

**7.**

Установите соответствие между видами сходимости и знакопеременными рядами.

1) абсолютно сходится; 2) условно сходится; 3) расходится.

- а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$ ,      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}$ ,      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n(n+2)$

**8.**

Установите соответствие между функциями и их разложениями в степенные ряды:

1)  $e^x$ ; 2)  $\cos x$ ; 3)  $\sin x$ ; 4)  $\ln(1+x)$ .

- а)  $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$ ;      б)  $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$ ;  
 в)  $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$ ;      г)  $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$ .

**9.**

Если  $f(x) = x^4 - 1$ , то коэффициент  $a_5$  разложения данной функции в ряд Тейлора  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-1)^n$  равен

- а) 0,25      б) 3      в) 0      г) 1

**10.**

Ряд Фурье для периодического продолжения функции  $y = x/2$ ,

- a)  $\frac{\pi^2}{3} - 4(\cos x - \frac{\cos 2x}{2^2} + \frac{\cos 3x}{3^2} - \frac{\cos 4x}{4^2} + \dots)$ ;
- б)  $\sin x - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} - \frac{\sin 4x}{4} + \dots$ ;
- в)  $\frac{\pi^2}{3} - 4(\cos x - \frac{\cos 2x}{2^2} + \frac{\cos 3x}{3^2} - \frac{\cos 4x}{4^2} + \dots) + 4(\sin x - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} - \frac{\sin 4x}{4} + \dots)$ ;

### III семестр

На рисунке 1 заштрихована область D, определяемая неравенствами:  $x^2+y^2 \leq 4$ ;  $y \geq -x$ ;  $y \geq 0$ .

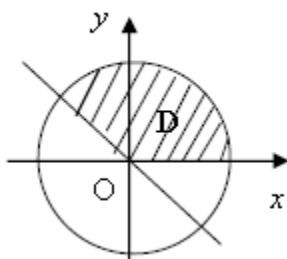


Рис.1.

Площадь этой области (в полярной системе координат) равна

- а)  $\int_0^{3\pi/4} d\phi \int_0^2 d\rho$  ;      б)  $\int_0^{3\pi/4} d\phi \int_0^2 \rho d\rho$  ;      в)  $\int_0^{3\pi/4} d\phi \int_0^2 y d\rho$  ;
- г)  $\int_0^{3\pi/4} d\phi \int_0^2 \rho^2 \sin \phi d\rho$  ;      д)  $\int_0^{3\pi/4} d\phi \int_{-2}^2 \rho^2 d\rho$  ;      е)  $\int_{-1}^2 d\phi \int_0^2 \rho^2 \sin \phi d\rho$  .

2.

Вычислите  $\iint xe^{x^2+y^2} dx dy$  по области

$$D: y \geq x^2; y \leq 1.$$

- а) 1;    б) -1;    в) 5;    г) e;    д) 0    е) правильного ответа нет.

3.

Если плотность  $\gamma = x+y+z$ , то масса пирамиды, ограниченной координатными плоскостями и плоскостью  $x+y+z=4$ , вычисляется по формуле

- а)  $\int_0^4 dx \int_0^4 dy \int_0^4 (x+y+z) dz$  ;      б)  $\int_0^4 dx \int_0^{4-x} dy \int_0^{4-x-y} (x+y+z) dz$  ;
- в)  $\int_0^4 x dx + \int_0^4 y dy + \int_0^4 z dz$  ;      г)  $\int_0^4 dx \int_0^4 dy \int_0^4 4 dz$  ;      д)  $\int_0^4 dx \int_0^{4-x} dy \int_0^{4-x-y} 4 dz$  .

4.

Градиент функции  $u = \sin(x+y+2z)$  в точке  $M(0; \pi; \pi/2)$  имеет вид

- а)  $\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$ ;      б)  $\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$ ;      в)  $-\bar{i} - \bar{j} - 2\bar{k}$ ;      г)  
 д)  $3\bar{i} + 4\bar{j} + \bar{k}$ ;      е)  $\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}$ ;      ж) другой ответ.

**Поле  $u=x^3+y^2+z$  убывает в направлении вектора  $\bar{l}=-2i+j+2k$  в точке**  
 а)  $M_1(0,0,1)$     б)  $M_2(0,1,0)$     в)  $M_3(1,0,0)$     г)  $M_4(1,2,0)$     д)  $M_5(1,3,0)$

**Поток векторного поля  $F=xi+yj+zk$  через всю внешнюю поверхность куба  $0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 2$  в направлении внешней нормали равен**

- а) 0;      б) 24;      в) 32;      г) правильного ответа нет.

**7.**

**Найдите модуль циркуляции векторного поля  $\bar{F}=x^3\bar{i}+7\bar{j}-z^2\bar{k}$  вдоль линии пересечения конуса  $x^2+y^2-z^2=0$  плоскостью  $z=3$ .**

- а) 12;      б) -12;      в) 0;      г) правильного ответа нет.

**8.**

**Восстановить функцию  $f(z)$  по ее действительной части**

**$u(x,y)=x^3-3xy^2+1$  при условии  $f(0)=1$ .**

- а)  $f(z)=3z^2$ ;      б)  $f(z)=z^3+1$ ;      в)  $f(z)=z^3+2$ ;      г) правильного ответа нет.

**9.**

**Вычислить  $\oint_{|z|=1} \frac{\cos z^2 - 1}{z^3} dz$**

- а)  $2\pi i$ ;      б) 0;      в) правильного ответа нет;      г)  $2\pi$ .

**10.**

**Оригинал при  $t > 0$  изображения  $F(p) = \frac{p+1}{p^2+2p+5}$  равен**

- а)  $e^{-t} \cos 2t$ ;      б)  $e^{-t} \sin 2t$ ;      в)  $e^t \cos 2t$ ;  
 г)  $e^t \sin 2t$ ;      д)  $te^{-t} \sin 2t$ ;      е)  $te^t \cos 2t$ .

### 7.2.3. Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

**1.**

**Вычислить работу силового поля  $\bar{F}=yi-xj$  при перемещении материальной точки вдоль верхней половине эллипса  $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$  из точки  $C(a,0)$  и  $B(-a,0)$**

**2.**

**Найти угол между градиентами скалярных полей  $U(x,y,z)=x/(y^2+z^2)$  в точках  $A(3,0,1)$  и  $B(1,-1,0)$ .**

**Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля**

$$\bar{F} = (x^3 + y^2 + z)i + (y^3 + z^2 + x)j + (z^3 + x^2 + y)k.$$

**Найти угол между роторами векторных полей**

$$\bar{F}_1 = (x^2y, y^2z, z^2x) \text{ и } \bar{F}_2 = (z, x, y) \text{ в точке } M_0(1,1,1).$$

**Применяя формулу Грина, найти циркуляцию векторного поля  $\bar{F} = 2yi + xj$  по замкнутой  $L$ , где  $L$  контур треугольника  $ABC$  с вершинами в точках  $A(0,0)$  и  $B(1,0)$  и  $C(1,1)$ .**

**Показать является ли векторное поле**

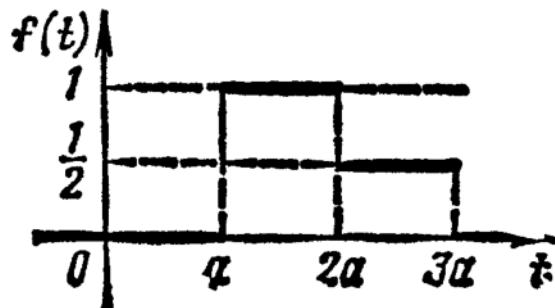
$$\bar{F} = (xy - yz + xz)i + (yz - xz + xy)j + (xz - xy + yz)k$$

**соленоидальным.**

**Найти все особые точки функции  $f(z) = \frac{z+2}{(z^2-4)^2(z-2)^2}$  и определить их тип.**

**Найти изображение следующего оригинала  $f(t) = 2+t^3+t \cos(2t)$ .**

**Найти изображение функции – оригинала, заданной графически**



По изображению  $F(p) = \frac{2}{p(p+1)}$  найти оригинал  $f(t)$ .

#### 7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету

Не предусмотрено учебным планом

#### Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену

Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение и свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.

Тройной интеграл и его свойства. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.

Замена переменных в двойном интеграле. Вычисление в полярных координатах. Геометрические и физические приложения двойных и тройных интегралов.

Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.

Геометрические и физические приложения двойных и тройных интегралов .

Задачи, приводящие к криволинейным интегралам. Определение криволинейных интегралов первого и второго типов, их свойства и вычисление

Независимость криволинейного интеграла от формы пути интегрирования. Формула Грина и ее применение

Скалярное поле. Поверхности и линии уровня скалярного поля. Производная по направлению и градиент скалярного поля, его координатное и инвариантное определение.

Векторное поле. Векторные линии и их дифференциальные уравнения.

Односторонние и двусторонние поверхности. Поток векторного поля через поверхность. Его физический смысл в поле скоростей жидкости.

Поверхностные интегралы первого и второго рода, основные свойства и вычисление..

Формула Остроградского-Гаусса. Дивергенция векторного поля, инвариантное определение и физический смысл. Вычисление дивергенции. Соленоидальное (трубчатое) поле

Линейные интегралы в векторном поле. Работа силового поля. Циркуляция векторного поля.

Теорема Стокса. Ротор поля. Физический смысл ротора

Условия независимости линейного интеграла от формы пути интегрирования. Потенциал поля, условия потенциальности. Вычисление потенциала.

Оператор Гамильтона. Дифференциальные операции второго порядка в векторном анализе.

Оператор Лапласа

Комплексные числа и действия над ними Комплексная плоскость. Области и кривые на комплексной плоскости.

Понятие функции комплексного переменного. Предел и непрерывность. Элементарные функции комплексного переменного

Производная функция комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Аналитические и гармонические функции. Связь между ними. Дифференцируемость функций комплексного переменного

Интеграл от функции комплексного переменного. Теорема Коши для простого и сложного контура. Интегральная формула Коши.

Степенные ряды в комплексной форме. Ряды Тейлора и Лорана. Особые точки функции комплексного переменного, их классификация.

Вычеты. Основная теорема о вычетах. Вычисление вычетов. Применение вычетов к вычислению интегралов. Лемма Жордана и ее применение.

Преобразование Лапласа. Основные теоремы об оригиналах и изображениях. Свойства преобразования Лапласа.

Таблица изображений простейших функций.

Свертка функций. Теорема о свертке, теорема запаздывания. Интеграл Диамеля.

Обратное преобразование Лапласа. Применение вычетов для обратного преобразования Лапласа. Теоремы разложения.

Операционный метод решения дифференциальных уравнений и систем с постоянными коэффициентами..

Применение операционного метода к решению задач электротехники и теории электрических цепей.

### **7.2.6.Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации**

Экзамен проводится по тест-билетам, каждый из которых содержит 2 теоретических вопроса, по одному по каждой из тем, и 2 задачи, по одной по каждой из тем.. Каждый правильный ответ на теоретический вопрос в teste оценивается 2 балла и задача оценивается в 5 баллов, при допуске арифметической ошибки – 4 балла, при правильном ходе незаконченного решения – 3 балла, при продвижении в решении – 2 балла. Максимальное количество набранных баллов –14.

1. Оценка «Неудовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал менее 4 баллов.
2. Оценка «Удовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал от 4 до 8 баллов
3. Оценка «Хорошо» ставится в случае, если студент набрал от 9 до 12 баллов.
4. Оценка «Отлично» ставится, если студент набрал от 13 до 14 баллов.

## 7.2.7 Паспорт оценочных материалов

№п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. Линейные операторы и квадратичные формы	УК-1 ОПК-3	Тест, контрольная работа устный опрос, зачет
2	Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Неопределенный и определенный интеграл	УК-1 ОПК-3	Тест, контрольная работа устный опрос, зачет
3	Функции нескольких переменных Обыкновенные дифференциальные уравнения	УК-1 ОПК-3	Тест, контрольная работа устный опрос, экзамен
4	Числовые, функциональные и степенные ряды. Ряды Фурье.	УК-1 ОПК-3	Тест, контрольная работа устный опрос, экзамен
5	Кратные и криволинейные интегралы. Векторный анализ	УК-1 ОПК-3	Тест, контрольная работа устный опрос, экзамен
6	Элементы теории функций комплексного переменного и операционное исчисление.	УК-1 ОПК-3	Тест, контрольная работа устный опрос, экзамен

### 7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Тестирование осуществляется, с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе фронтальным способом в аудитории. Не разрешается пользоваться интернетом, разрешается – калькулятором. Время тестирования 90 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации. В тест включается также решение стандартных задач и решение прикладных задач.

## 8. УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)

### 8.1. Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

- Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Учебник Т. 1. –Изд. Стереотип. –М. : ИНТЕГРАЛ-ПРЕСС, 2010.- 416с.
- Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Учебник Т. 2. –Изд. Стереотип. –М. : ИНТЕГРАЛ-ПРЕСС, 2006.- 544 с.
- Беклемишев Д.Е. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учеб. .- 19-е изд. Испр.-М. :ФИЗМАТЛИТ, 2005,-304 с.
- Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.Е. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости – М.: Наука 2006. 333с.
- Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Наука. 2010, 199 с.
- Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. .- СТб.: Профессия, 2006,-432 с.

7. Кузнецов Л. А. Сборник задач по высшей математике. Типовой расчет. – М.: Высшая школа. 2007. 204с.
8. Чудесенко В.Ф. Сборник задач по специальным курсам высшей математики. Типовой расчет. 2010. 112с.
9. Катрахова А.А., Купцов В.С., Купцов А.В. Кратные интегралы. [Электронный ресурс]: Учеб. пособие.- Электрон. текстовые, граф. Дан. (5,38 Мб).- Воронеж: ГОУВПО «Воронежский государственный технический университет». 2011.
10. Катрахова А.А., Купцов В.С., Купцов Е.В. Курс лекций по дисциплине «Математика» [Электронный ресурс]: Учеб. пособие.- Электрон. текстовые, граф. Дан. (6,17 Мб).- Воронеж: ГОУВПО «Воронежский государственный технический», 2015
11. Катрахова А.А., Семенов М.П. Основы численных методов. – Воронеж: ВГТУ. 2014.- 96 с.
12. Федотенко Г.Ф., Катрахова А.А., Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учеб. пособие. Воронеж: ГОУВПО “Воронежский государственный технический университет” 2008. -161с.
- 13 Катрахова А.А., Семенов М.П. Лекции по теории комплексного переменного и операционному исчислению [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.А. Катрахова, М.П. Семенов. – Электрон. дан. (1 файл) Воронеж. ВГТУ. 2004, 96с.
14. Катрахова А.А., Купцов В.С. Элементы теории функций комплексного переменного и операционное исчисление и их приложение в технических задачах : для бакалавров по направлениям 27.03.04 «Управление в технических системах», 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника», (все профили), дисциплине «Математика». очной формы обучения». : учеб.пособие.– Воронеж. ВГТУ. 2016. эл. ресурс
15. Васильев Е.М., Катрахова А.А., Купцов В.С., Задачи и упражнения для организации самостоятельной работы по курсу «Математика» –Ч.1 . Воронеж, ВГТУ, 2017. эл. ресур .
16. Васильев Е.М., Катрахова А.А., Купцов В.С., Задачи и упражнения для организации самостоятельной работы по курсу «Математика» –Ч.2 . Воронеж, ВГТУ, 2018. эл. ресур .
17. Данко П.Е. Попов А.Г. Кожевникова Т.Я Высшая математика в упражнениях и задачах: Учеб.пособие для втузов: В 2 ч. Ч.1. — М.: ИД ОНИКС век: Мир и Образование, 2003. - 304с.
18. Данко П.Е. Попов А.Г. Кожевникова Т.Я Высшая математика в упражнениях и задачах: Учеб.пособие для втузов: В 2 ч. Ч.2. — М.: ИД ОНИКС 21 век: Мир и Образование, 2003. – 416 с
19. Нахман А.Д. Теория функций комплексного переменного [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Нахман А.Д.— Электрон.текстовые данные.— Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2019.— 212 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/80317.html>.— ЭБС «IPRbooks»
20. Магазинников Л.И. Высшая математика. Дифференциальное исчисление [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Магазинников Л.И., Магазинников А.Л.— Электрон.текстовые данные.— Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2017.— 188 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/72078.html>.— ЭБС «IPRbooks» 7.
21. Осипов Ю.В. Интегральное исчисление [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Осипов Ю.В., Толстова О.Л., Сафина Г.Л.— Электрон.текстовые данные.— М.: Московский государственный строительный университет, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2017.— 89 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/60760.html>.— ЭБС «IPRbooks»
22. Разумейко Б.Г. Дифференциальное исчисление функций многих переменных [Электронный ресурс]: курс лекций/ Разумейко Б.Г., Недосекина И.С., Ким-Тян Л.Р.— Электрон.текстовые данные.— М.: Издательский Дом МИСиС, 2017.— 57 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71674.html>.— ЭБС «IPRbooks»
23. Гуров В.В. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Гуров В.В.— Электрон.текстовые данные.— Саратов: Саратовский государственный технический университет имени Ю.А. Гагарина, ЭБС АСВ,

2017.— 107 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/76488.html>.— ЭБС «IPRbooks»

24. Катрахова А.А, Купцов В.С., . Васильев Е.М. Методические указания по организации самостоятельной работы по курсу «Математика» по направлениям 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» (профили:«Электромеханика», «Электропривод и автоматика», «Электроснабжение», «Электропривод и автоматика робототехнических систем»), 27.03.04 «Управление в технических системах» (профиль: «Управление и информатика в технических системах»), очной формы обучения.Ч.1 2016. эл. ресурс

25. Катрахова А.А, Купцов В.С., . Васильев Е.М. Методические указания по организации самостоятельной работы по курсу «Математика» по направлениям 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» (профили:«Электромеханика», «Электропривод и автоматика», «Электроснабжение», «Электропривод и автоматика робототехнических систем»), 27.03.04 «Управление в технических системах» (профиль: «Управление и информатика в технических системах»), очной формы обучения. Ч.2 2016. эл. ресурс

26. Федотенко Г.Ф., Катрахова А.А., Купцов В.С., Купцов А.В. Методические указания для выполнения типовых расчетов по курсу «Математика для студентов специальностей 220201 «Управление и информатика в технических системах», 140604 «Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов», 140601 «Электромеханика», 110302 «Электрификация и автоматизация сельского хозяйства»очной формы обучения. Часть 1. Воронеж: ГОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет». М/у~325-2008

27. Федотенко Г.Ф., Катрахова А.А., Купцов В.С., Купцов А.В. Методические указания для выполнения типовых расчетов по курсу «Математика для студентов специальностей 220201 «Управление и информатика в технических системах», 140604 «Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов», 140601 «Электромеханика», 110302 «Электрификация и автоматизация сельского хозяйства»очной формы обучения. Часть 2. Воронеж: ГОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет». М/у~326-2008

28. Федотенко Г.Ф., Катрахова А.А., Купцов В.С., Купцов А.В. Методические указания для выполнения типовых расчетов по курсу «Математика для студентов специальностей 220201 «Управление и информатика в технических системах», 140604 «Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов», 140601 «Электромеханика», 110302 «Электрификация и автоматизация сельского хозяйства»очной формы обучения. Часть 3. Воронеж: ГОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет». М/у~327-2008

29. Федотенко Г.Ф., Катрахова А.А., Купцов В.С., Купцов А.В. Методические указания для выполнения типовых расчетов по курсу «Математика для студентов специальностей 220201 «Управление и информатика в технических системах», 140604 «Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов», 140601 «Электромеханика», 110302 «Электрификация и автоматизация сельского хозяйства»очной формы обучения. Часть 4. Воронеж: ГОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет». М/у~328-2008

30. Федотенко Г.Ф., Катрахова А.А., Купцов В.С., Купцов А.В. Методические указания для выполнения типовых расчетов по курсу «Математика для студентов специальностей 220201 «Управление и информатика в технических системах», 140604 «Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов», 140601 «Электромеханика», 110302 «Электрификация и автоматизация сельского хозяйства»очной формы обучения. Часть 5. Воронеж: ГОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет». М/у~329-2008

31. Федотенко Г.Ф., Катрахова А.А., Купцов В.С., Купцов А.В. Методические указания для выполнения типовых расчетов по курсу «Математика для студентов специальностей 220201 «Управление и информатика в технических системах», 140604 «Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов», 140601 «Электромеханика», 110302 «Электрификация и автоматизация сельского хозяйства»очной

формы обучения. Интегралы . Воронеж: ГОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет». М/у~121 -2010

32. Федотенко Г.Ф., Катрахова А.А., Купцов В.С., Купцов А.В. Методические указания для выполнения типовых расчетов по курсу «Математика для студентов специальностей 220201 «Управление и информатика в технических системах», 140604 «Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов», 140601 «Электромеханика», 110302 «Электрификация и автоматизация сельского хозяйства»очной формы обучения. Часть 7. Воронеж: ГОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет». М/у~193 -2010

33. Федотенко Г.Ф., Катрахова А.А., Купцов В.С., Купцов А.В. Методические указания для выполнения типовых расчетов по курсу «Математика для студентов специальностей 220201 «Управление и информатика в технических системах», 140604 «Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов», 140601 «Электромеханика», 110302 «Электрификация и автоматизация сельского хозяйства»очной формы обучения. Ряды. Воронеж: ГОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет». М/у~205-2010

34. Федотенко Г.Ф., Катрахова А.А., Купцов В.С., Купцов А.В. Методические указания для выполнения типовых расчетов по курсу «Математика для студентов специальностей 220201 «Управление и информатика в технических системах», 140604 «Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов», 140601 «Электромеханика», 110302 «Электрификация и автоматизация сельского хозяйства»очной формы обучения. Теория функций комплексного переменного и операционного исчисления. Воронеж: ГОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет». М/у~191-2010

## **8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:**

### **8.2.1 Программное обеспечение**

- Windows Professional 8.1 (7 и 8) Single Upgrade MVL A Each Academic
- OpenOffice;
- SMath Studio;
- Internet explorer;
- Adobe Acrobat Reader.

### **8.2.2 Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

- Российское образование. Федеральный портал. <http://www.edu.ru/>
- Образовательный портал ВГТУ <https://education.cchgeu.ru/>

### **8.2.3 Информационные справочные системы**

- <http://window.edu.ru>
- <https://wiki.cchgeu.ru/>

### **8.2.4 Современные профессиональные базы данных**

- Библиотека Адрес ресурса: WWER <http://lib.wwer.ru/>
- Национальная электронная библиотека. Адрес ресурса: [elibrary.ru](http://elibrary.ru)
- Общероссийский портал Math-Net.Ru. Адрес ресурса: [http://www.mathnet.ru/](http://www.mathnet.ru)

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

Для проведения лекционных и практических занятий необходима учебные аудитория, оснащенные техническими средствами для проведения занятий по математике.

## **10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА».**

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков расчета стандартных и прикладных задач по математике. Занятия проводятся путем решения конкретных задач в аудитории.

Вид учебных заний	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удается разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Практическое занятие	Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоению учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие: <ul style="list-style-type: none"><li>- работа с текстами: учебниками, справочниками, методическими пособиями и указаниями, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций;</li><li>- выполнение домашних заданий;</li><li>- работа над темами для самостоятельного изучения;</li><li>- участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад;</li><li>- подготовка к промежуточной аттестации.</li></ul>
Подготовка к промежуточной аттестации	Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед экзаменом, зачетом с оценкой три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.

## 6 Лист регистрации изменений

№ п/п	Перечень вносимых изменений	Дата внесения изменений	Подпись заведующего кафедрой, ответственной за реализацию ОПОП
1	Актуализирован раздел 8.2 в части состава используемого лицензионного программного обеспечения, современных профессиональных баз данных и справочных информационных систем	31.08.2019	
2	Актуализирован раздел 8.2 в части состава используемого лицензионного программного обеспечения, современных профессиональных баз данных и справочных информационных систем	31.08.2020	
3	Проведена актуализация РПД согласно изменению ФГОС ВО (редакция с изменениями №1456 от 26.11.2020). Актуализирован разделы 8.1 и 8.2 в части состава используемого методического обеспечения, а также программного обеспечения, современных профессиональных баз данных и справочных информационных систем	31.08.2021	