МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета __________ В.А. Небольсин

«30» августа 2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины

«Математика»

Направление подготовки 16.03.01 ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Профиль Физическая электроника

Квалификация выпускника бакалавр

Нормативный период обучения 4 года

Форма обучения очная

Год начала подготовки 2017

Автор программы __________ / Кострюков С.А. /

Заведующий кафедрой
Высшей математики и физико-математического моделирования __________ / Батаронов И.Л. /

Руководитель ОПОП __________ / Калинин Ю.Е. /

Воронеж 2017

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цели дисциплины

Целями изучения дисциплины является воспитание высокой математической культуры, привитие навыков современных видов математического мышления, использование математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности.

1.2. Задачи освоения дисциплины

1.2.1. Получить представление о математике как особом способе познания мира, общности ее понятий и представлений.

1.2.2. Научиться использовать основные понятия и методы математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры; математические модели простейших систем и процессов в естествознании и технике.

1.2.3. Овладеть навыками употребления математической символики для выражения количественных и качественных отношений объектов; исследования моделей с учетом их иерархической структуры и оценкой пределов применимости полученных результатов.

1.2.4. Научить основным приемам обработки экспериментальных результатов и умению пользоваться универсальными системами компьютерной математики при решении математических и вычислительных задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Математика» относится к дисциплинам базовой части блока Б1.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины «Математика» направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-2 – Способность применять методы математического анализа, моделирования, оптимизации и статистики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности.

Компетенция	**Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции**
ОПК-2	**Знать**: основные понятия и методы – аналитической геометрии и линейной алгебры, – дифференциального и интегрального исчисления, – дифференциальных уравнений, – теории вероятностей и математической статистики, – теории функций комплексного переменного, – векторного анализа; элементы функционального и гармонического анализа.
	Уметь: применять математические методы для решения практических задач
	Владеть: навыками применения математических методов в профессиональной деятельности

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины «Математика» составляет 13 зачетных единиц.

Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		1	2	3	4
Аудиторные занятия (всего)	180	36	36	54	54
В том числе:					
Лекции	144	36	36	36	36
Практические занятия (ПЗ)	18	-	-	18	-
Лабораторные работы (ЛР)	18	-	-	-	18
Самостоятельная работа	180	36	72	18	54
Часы на контроль	108	36	-	36	36
Курсовая работа				+	
Вид промежуточной аттестации: – экзамен – зачет с оценкой	 + +	 + 	 +	 + 	 +
Общая трудоемкость час	468	108	108	108	144
зач. ед.	13	3	3	3	4

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1. Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекция	Прак зан.	Лаб. зан.	СРС	Всего час
1	Элементы теории множеств и высшей алгебры	Множества и подмножества. Операции над множествами. Отношения и отображения. Мощность множества. Множество действительных чисел. Логическая символика. Комплексные числа в алгебраической форме и действия над ними. Геометрическая интерпретация, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Формулы Эйлера и Муавра. Извлечение корней из комплексного числа. Многочлены и алгебраические уравнения. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Рациональные дроби. Разложение рациональных дробей на простейшие Прямоугольные матрицы и действия над ними. Квадратные матрицы и их определители. Основные свойства определителей. Методы вычисления определителей. Обратная матрица. Ранг матрицы и его вычисление. Матричные уравнения Системы n линейных уравнений с n неизвестными. Формулы Крамера. Системы m линейных уравнений с n неизвестными. Метод Гаусса. Теорема Кронекера–Капелли. Системы однородных	12	0		12	24

		линейных уравнений. Фундаментальная система решений.					
2	Аналитическая геометрия	Векторы и линейные операции над ними. Проекция вектора на ось. Координаты вектора в заданном базисе. Декартовы координаты векторов и точек. Действия над векторами, заданными своими координатами. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их основные свойства, координатные выражения и применение. Системы координат на плоскости. Декартова и полярная системы координат. Преобразование системы координат при параллельном переносе и повороте осей координат. Уравнение линии на плоскости. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола и парабола. Прямая на плоскости. Различные формы уравнения прямой. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Плоскость в пространстве. Различные формы уравнения плоскости. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве. Уравнения поверхности и линии в пространстве. Поверхности второго порядка. Исследование формы поверхности методом сечений.	8	0		8	16
3	Введение в математический анализ	Понятие функции. Числовые функции одной действительной переменной. Способы задания функции. Обратные, сложные и неявные функции. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Понятие числового ряда. Предел функции. Односторонние пределы. Ограниченные и неограниченные функции. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Действия с пределами. Замечательные пределы. Число *e*. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке.	6	0		6	12
4	Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной	Производная функции, ее геометрический и механический смысл. Производная сложной и обратной функции. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически. Логарифмическая производная. Основные правила нахождения производных. Таблица основных производных. Дифференциал функции. Инвариантность формы дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные теоремы о дифференцируемых функциях. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя. Формула Тейлора. Понятие о ряде Тейлора. Условие монотонности функции. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной на отрезке функции. Направление выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты функции. Векторные функции действительной переменной. Предел и непрерывность. Производная и дифференциал, их физический смысл. Общая схема исследования функции и построение ее графика. Дифференциальные характеристики плоских и пространственных кривых.	10	0		10	20
5	Интегральное исчисление функций одной	Понятие о первообразной и неопределенном интеграле. Свойства неопределенного интеграла. Интегрирование методами замены переменной и по частям. Интегрирование рациональных дробей и тригонометри-	10	0		20	30

	действительной переменной	ческих функций. Таблица основных неопределенных интегралов. Интегрирование некоторых иррациональных и трансцендентных функций. Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Формула Ньютона–Лейбница. Основные свойства определенного интеграла. Вычисление определенного интеграла методами замены переменной и по частям. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов.					
6	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	Понятие функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциал. Дифференцирование сложных функций. Полная производная. Дифференцирование неявных функций. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функции нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области. Условный экстремум.	8	0		16	24
7	Кратные интегралы	Двойной интеграл, его основные свойства. Сведение двойного интеграла к повторному в декартовой системе координат. Тройной интеграл. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Замена переменной в двойном и тройном интегралах. Двойной интеграл в полярных координатах. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах. Вычисление интегралов, зависящих от параметра. Несобственные кратные интегралы. Геометрические и механические приложения кратных интегралов.	6	0		12	18
8	Векторный анализ и элементы теории поля	Скалярное поле. Поверхности и линии уровня скалярного поля. Производная по направлению и градиент. Векторное поле. Векторные линии. Криволинейные интегралы первого и второго родов, их вычисление. Работа силового поля. Поверхностные интегралы первого и второго родов. Поток векторного поля через ориентированную поверхность. Дивергенция и ротор векторного поля и их вычисление в декартовых координатах. Формулы Остроградского-Гаусса и Стокса. Циркуляция векторного поля. Формула Грина. Оператор Гамильтона. Дифференциальные операции второго порядка. Специальные виды скалярных и векторных полей. Применение криволинейных координат в векторном анализе.	12	0		24	36
9	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Понятие об дифференциальных уравнениях. Задача Коши и краевая задача. Существование и единственность решения задачи Коши. Уравнения 1-го порядка, интегрируемые в квадратурах: с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные. Общее решение. Фундаментальная система решений. Метод Лагранжа вариации постоянных. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Уравнения с правой частью специального вида. Нормальные системы дифференциальных уравнений.	10	4		5	19

		Линейные нормальные системы. Задача Коши. Метод исключения. Физический смысл нормальной системы. Понятие об устойчивости решения дифференциальных уравнений. Простейшие типы точек покоя линейной системы.					
10	Основы теории функций комплексной переменной	Области и кривые на комплексной плоскости. Понятие функции комплексной переменной. Основные элементарные функции. Предел и непрерывность. Дифференцируемость и аналитичность. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Контурные интегралы. Теорема Коши. Неопределенный интеграл. Интегральная формула Коши. Формулы для производных.	6	4		3	13
11	Ряды	Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Абсолютная и условная сходимость. Признаки абсолютной и условной сходимости числовых рядов. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Дифференцирование и интегрирование функциональных рядов. Степенные ряды. Область и радиус сходимости. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов. Изолированные особые точки функции и их классификация. Вычеты, их вычисление. Основная теорема о вычетах. Применение вычетов к вычислению определенных интегралов.	8	4		5	17
12	Основы линейной алгебры	Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства. Пространства со скалярным произведением. Ортогональный и ортонормированный базис. Процедура ортогонализации Шмидта. Линейные операторы и действия с ними. Матрица линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Приведение матрицы оператора к диагональному виду. Линейные нормированные функциональные пространства. Линейные дифференциальные операторы. Задача Штурма–Лиувилля. Ряды Фурье по ортогональным системам. Полнота и замкнутость системы. Линейные, билинейные и квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Условие знакоопределенности квадратичной формы. Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду.	8	4		3	15
13	Элементы гармонического анализа	Тригонометрические ряды Фурье. Комплексная форма ряда Фурье. Спектральные характеристики. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье и его свойства. Действительная форма преобразования Фурье.	4	2		2	8
14	Операционное исчисление	Преобразование Лапласа, его свойства. Класс оригиналов. Класс изображений. Формула обращения. Способы определения оригинала по изображению. Решение дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений операционным методом.	6	0		6	12
15	Основы математического моделирования и численного анализа	Понятие о математическом моделировании. Основные этапы математического моделирования. Точность вычислительного эксперимента. Сходимость, устойчивость, корректность вычислительных задач. Численные методы и их классификация. Численное решение систем линейных алгебраических	4	0	18	22	44

		уравнений; нелинейных уравнений и систем уравнений. Численные методы в теории аппроксимации. Численное интегрирование и дифференцирование. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений.					
16	Теория вероятностей	Математические модели случайных явлений. Понятие случайного события. Алгебраические операции над событиями. Частота события и её свойства Определения вероятности события. Классическая вероятностная схема. Геометрические вероятности. Аксиоматический подход к построению теории вероятностей. Вероятностное пространство. Комбинаторный метод вычисления вероятностей. Теоремы сложения и умножения. Условная вероятность. Независимость событий. Формулы полной вероятности и Байеса. Формула Бернулли. Случайные величины. Закон распределения. Функция распределения, плотность распределения вероятностей. Математическое ожидание, дисперсия и другие числовые характеристики. Основные законы распределения случайных величин: Биноминальное, равномерное, показательное и нормальное распределения. Распределение Пуассона. Случайные векторы: Законы распределения и числовые характеристики. Корреляционный момент. Условные законы распределения. Независимость случайных величин. Функции случайных величин: Числовые характеристики и свойства. Законы распределения. Задача композиции. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Предельные теоремы вероятностей: Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема. Теоремы Муавра–Лапласа	18	0		18	36
17	Основы математической статистики	Методы статистического описания результатов наблюдений: Выборка и способы ее представления. Числовые характеристики выборочного распределения. Статистическое оценивание характеристик распределения генеральной совокупности по выборке: Точечные оценки. Методы подстановки и максимального правдоподобия. Метод моментов. Интервальные оценки. Доверительные интервалы параметров нормально распределенной генеральной совокупности. Проверка статистических гипотез: Способы проверки гипотез. Критерии значимости и согласия. Критерий χ^2 и его применение. Элементы регрессионного анализа: Линейная регрессия.Метод наименьших квадратов.	8	0		8	16
Итого			**144**	**18**	**18**	**180**	**360**

5.2 ПЕРЕЧЕНЬ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

	Наименование лабораторной работы	Объем часов	Виды контроля
IV семестр			
1	Знакомство с системами компьютерной математики	2	отчет
2	Решение нелинейных уравнений и систем	2	отчет
3	Решение задач линейной алгебры	2	отчет
4	Решение задач математического анализа	4	отчет

5	Решение обыкновенных дифференциальных уравнений	2	отчет
6	Аппроксимация функций	4	отчет
7	Краевые задачи для ОДУ	2	отчет
Итого часов:		**18**	

6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В соответствии с учебным планом освоение дисциплины предусматривает выполнение курсовой работы в 3 семестре.

По тематике курсовые работы распределены на две большие группы. Первая группа включает темы, связанные с численными методами решения различных математических задач. Например,

- Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
- Численное решение систем нелинейных уравнений.
- Численное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.
- Методы численного дифференцирования.
- Интерполирование функций одной переменной.

Вторую группу составляют темы, относящиеся к некоторым указанным разделам дисциплины (дифференциальные уравнения, ряды и др.), для более детального изучения соответствующих вопросов, представляющих практический интерес. К примеру,

- Приложения степенных рядов.
- Устойчивость решения дифференциальных уравнений по первому приближению.
- Краевые задачи для линейных ОДУ 2-го порядка.
- Задача Штурма–Лиувилля. Ортогональные разложения.
- Решение линейных систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Курсовой работа включает в себя теоретическую (реферативную) и практическую (аналитическую) части. В последней предлагается провести расчетный анализ 1–2 задач, затрагивающих практический аспект соответствующего материала. Например, для темы «Приложения степенных рядов» такой задачей может быть

Найти решение задачи Коши в виде степенного ряда (вычислить семь первых ненулевых членов разложения)

$$y'' = xy' - y^2, \quad y(0) = 1, \; y'(0) = 2.$$

Предусмотрены следующие темы письменных работ.

Первый семестр

1. Типовой расчет (индивидуальные домашние задания – ИДЗ) № 1. «Аналитическая геометрия. Векторная алгебра» (выдается на 8 неделе, прием на 12 неделе).

Второй семестр

1. Типовой расчет № 1.«Интегралы от функций одной действительной переменной» (выдается на 2 неделе, прием на 8 неделе).

Третий семестр

1. Контрольная работа № 1 «Ряды».

Четвертый семестр
1. Типовой расчет. Ряды Фурье. Преобразования Фурье и Лапласа (выдается на 1 неделе, прием на 6 неделе).

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

7.1.1 Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:
«аттестован»;
«не аттестован».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Аттестован	Не аттестован
ОПК-2	**Знает** основные понятия и методы аналитической геометрии и линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики, теории функций комплексного переменного, векторного анализа; элементы функционального и гармонического анализа	Активная работа на практических занятиях, ответ не менее чем на половину заданных в процессе опроса вопросов	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Умеет применять математические методы для решения практических задач	Решение не менее половины стандартных практических задач	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Владеет навыками применения математических методов в профессиональной деятельности	Решение не менее половины прикладных задач в конкретной предметной области	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах

7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 1, 2 и 3 семестрах для очной формы обучения по четырехбалльной системе:
«отлично»;
«хорошо»;
«удовлетворительно»;
«неудовлетворительно».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Отлично	Хорошо	Удовл	Неудовл

ОПК-2	**Знает** основные понятия и методы аналитической геометрии и линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики, теории функций комплексного переменного, векторного анализа; элементы функционального и гармонического анализа	Тест	Выполнение теста на 90-100%	Выполнение теста на 70- 90%	Выполнение теста на 50-70%	В тесте менее 50% правильных ответов
	Умеет применять математические методы для решения практических задач	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	Владеет навыками применения математических методов в профессиональной деятельности	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

7.2 Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию

Первый семестр

1. Если у неоднородной системы n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными определитель равен нулю, то
   А) ее можно решать по формулам Крамера
   Б) ее можно решать матричным методом
   В) ее можно решать методом Гаусса
   Г) ее нельзя решать

2. Матрицы можно умножать
   А) всегда
   Б) если число строк в первой матрице равно числу столбцов во второй
   В) если число столбцов в первой матрице равно числу строк во второй
   Г) только квадратные

3. Обратная матрица есть у
   А) любой матрицы
   Б) любой квадратной матрицы
   В) любой квадратной невырожденной матрицы
   Г) это редкое свойство, оно у матриц встречается индивидуально

4. Векторы $\bar{e}_1 = \bar{i} + 7\bar{k}$, $\bar{e}_2 = \alpha\bar{i} + 2\bar{j} + 4\bar{k}$, $\bar{e}_3 = 3\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$ образуют базис при α, равном

   А) 0; Б) 1; В) –1; Г) 2; Д) $\frac{1}{2}$.

5. Векторное произведение равно нулю для
   А) коллинеарных векторов
   Б) компланарных векторов

В) перпендикулярных векторов
Г) оно не равно нулю, если векторы ненулевые.

6. Смешанное произведение трех векторов равно
А) объему параллелепипеда, построенного на них
Б) по модулю равно объему параллелепипеда, построенного на них
В) объему тетраэдра, построенного на них
Г) площади параллелограмма

7. Прямая $\frac{x+2}{4}=\frac{y-1}{\alpha}=\frac{z}{3}$ параллельна плоскости $3x$-$2y$+$2z$+1=0 при α равном

А) $-\frac{8}{3}$; Б) 9; В) $\frac{3}{4}$ Г) 1; Д) –3.

8. Окружность – это геометрическое место точек плоскости, равноудаленных
А) от данной точки этой же плоскости
Б) от двух данных точек этой же плоскости
В) от данной прямой и данной точки
Г) правильный ответ не указан

9. Дифференциал равен
А) угловому коэффициенту касательной к графику функции в точке касания
Б) скорости изменения функции
В) приращению ординаты касательной
Г) производной в точке касания

10. Если для любого ε > 0 существует N такое, что для любого x из $|x| > N$ следует $|f(x)–a| < ε$, то

А) $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$; Б) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=a$; В) $\lim\limits_{x\to a} f(x)=-\infty$; Г) $\lim\limits_{x\to a} f(x)=0$; Д) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=a$.

11. Из непрерывности функции
А) следует дифференцируемость
Б) не следует дифференцируемость
В) следует непрерывность производной

12. С помощью правила Лопиталя
А) раскрывают любые неопределенности при вычислении пределов
Б) раскрывают неопределенность 0/0, бесконечность/бесконечность при вычислении пределов
В) находят производные
Г) находят приращения

13. Если пределы функции слева и справа в точке разрыва конечны и не равны, то это
А) устранимая точка разрыва
Б) точка разрыва первого рода
В) точка разрыва второго рода.

14. Второй дифференциал функции $f(x)$ в точке x имеет вид

А) $df(x)\cdot\Delta x$; Б) $f(x)dx^2$; В) $d(f(x\cdot\Delta x)$; Г) $d^2 f(x)\cdot\Delta x$; Д) $f''(x)dx^2$.

15. Представление функции $y=\sin x$ рядом Тейлора в окрестности точки x=0 имеет вид

А) $1+x+\frac{x^2}{2!}+...+\frac{x^n}{n!}+...$; Б) $x+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+...+\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+...$;

В) $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-...+(-1)^n\frac{x^{n+1}}{n+1}+...$; Г) $x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-...+(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+...$;

Д) $1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-...+(-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!}+...$; Е) $1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+...+\frac{x^{2n}}{(2n)!}+...$

Второй семестр

1. Одна из первообразных для функции $\sin(5x–7)$ имеет вид

1) $5\cos(5x–7)$; 2) $3–5\cos(5x–7)$; 3) $1-\frac{1}{5}\cos(5x-7)$; 4) $–2\cos(5x–7)$; 5) $\frac{1}{5}\cos(5x-7)-2$.

2. Несобственный интеграл $I=\int\limits_0^\infty xe^{-x^2}dx$

1) расходится; 2) $I=\frac{1}{2}$; 3) $I=1$; 4) $I=0$; 5) $I=-1$.

3. Частная производная функции $z=\mathrm{tg}\frac{x}{y}$ по y в точке $M(\pi,1)$ равна

1) 0; 2) $\frac{1}{\pi}$; 3) 1; 4) $-\pi$; 5) $\pi+1$.

4. Двойной интеграл по определению это

А) два повторных

Б) предел интегральных сумм

В) предел интегральных сумм по некоторой правильной области

Г) предел интегральных сумм при условии, что он существует и не зависит от способа разбиения области.

5. Двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dy$ по области D ограничен линиями

$y=e^{x-1},\ x=2,\ x=0,\ y=0$ равен повторному

1) $\int\limits_0^1 dx\int\limits_0^{\frac{1}{e}} f(x,y)dy$; 2) $\int\limits_0^1 dy\int\limits_0^{1+\ln y} f(x,y)dx$; 3) $\int\limits_0^2 dx\int\limits_0^{e^{x-1}} f(x,y)dy$; 4) $\int\limits_0^1 dy\int\limits_0^2 f(x,y)dx$;

5) $\int\limits_0^2 dx\int\limits_0^{e^x} f(x,y)dy$.

6. Площадь области D, ограниченной кривыми: $x^2+y^2=1,\ x^2+y^2=4,\ y\ge 0$ выражается повторным интегралом

1) $\int\limits_0^\pi d\varphi\int\limits_0^2 \rho d\rho$; 2) $\int\limits_0^\pi d\varphi\int\limits_1^2 \rho d\rho$; 3) $\int\limits_0^\pi d\varphi\int\limits_1^2 d\rho$; 4) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi\int\limits_0^2 \rho d\rho$; 5) $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi\int\limits_1^4 \rho d\rho$.

7. Интеграл $\int\frac{dx}{x+\sqrt{x+6}}$ после подстановки $x+6=t^2$ примет вид

а) $\int\frac{2dt}{t^2+t}$; б) $\int\frac{2t}{t^2+t-6}dt$; в) $\int\frac{2dt}{t^2+t+6}$; г) $\int\frac{2dt}{t^2+6}$.

8. Среди перечисленных интегралов укажите все, которые вычисляются с помощью формулы интегрирования по частям:

а) $\int \cos^3 x\,dx$; б) $\int x\cos x\,dx$; в) $\int x\cos x^2\,dx$; г) $\int x\,e^x\,dx$;

д) $\int x\,e^{x^2}\,dx$; е) $\int x\ln x\,dx$; ж) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,dx$.

9. Формула Грина связывает
   А) любой криволинейный интеграл с двойным
   Б) криволинейный интеграл по замкнутому контуру с двойным интегралом по области, ограниченной этим контуром
   В) криволинейный интеграл по замкнутому контуру с поверхностным интегралом по поверхности, натянутой на этот контур
   Г) поверхностный интеграл по замкнутой поверхности с двойным интегралом
10. Физический смысл криволинейного интеграла 1-го рода:
   А) площадь фигуры
   Б) работа переменной силы вдоль линии
   В) заряд, распределенный вдоль линии
   Г) среднее значение функции на линии
11. Физический смысл поверхностного интеграла 2-го рода:
   А) площадь поверхности
   Б) поток вектора через поверхность
   В) суммарная масса, распределенная на поверхности
   Г) сила, действующая на поверхность со стороны поля
12. К характеристикам скалярного поля относятся
   А) ротор
   Б) дивергенция
   В) линии уровня
   Г) циркуляция
   Д) градиент
   Е) производная по направлению
13. К характеристикам векторного поля относятся
   А) ротор
   Б) дивергенция
   В) линии уровня
   Г) циркуляция
   Д) градиент
   Е) производная по направлению
14. Градиент поля u – это
   А) $\lim\limits_{\tau\to 0}\frac{u(\vec{r}_0+\tau\vec{s})-u(\vec{r}_0)}{\tau}$ Б) $\frac{\partial u}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial u}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial u}{\partial z}\vec{k}$ В) $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial u}{\partial z}$ Г) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$
15. Поле $\vec{a}$ является гармоническим, если
   А) $\mathrm{rot}\vec{a}=0$
   Б) $\mathrm{div}\vec{a}=0$
   В) $\mathrm{rot}\vec{a}=0$, $\mathrm{div}\vec{a}=0$
   Г) $\vec{a}=\mathrm{grad}\,u+\mathrm{rot}\vec{b}$

16. Полный дифференциал функции $f(xy)=\frac{x}{y^2}$ в точке $M(1,1)$ равен

   1) $dx-2dy$; 2) $2dx-dy$; 3) $2dx+dy$; 4) $dx-\frac{dy}{2}$; 5) $dx+2dy$.

Третий семестр

1. Общим решением дифференциального уравнения $y'' + y' = 0$ является

1) ce^{-x}

2) $c_1 + c_2 e^{-x}$

3) $c_1 e^{x} + c_2 e^{-x}$

4) $c_1 \sin x + c_2 \cos x$

2. Является ли частным решением дифференциального уравнения является функция?

$y'' = -4x + 1 \quad y = -\frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{4}$

$y'' = 12x^2 \qquad y = x^4$

$y'' = -10 \qquad y = -5x^2$

$y'' = 3x - 2 \quad y = x^4$

3. Частным решением дифференциального уравнения является функция

$y'' - 2y' + 2y = x - x^2$ 1) $y = -x^3 - 3/2x^2 - 2x$

$y'' - 2y' = 6x^2 + 1$ 2) $y = 2x + 3$

$y'' + 4y = 8x + 12$ 3) $y = -1/2(x^2 + x)$

4. Установите соответствие между дифференциальными уравнениями первого порядка и их названиями

1) $ydx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0$; **2)** $(x^2 + y^2 + 2x)dx + 2xydy = 0$;

3) $(xy^2 + x)dx + (x^2 y - y)dy = 0$; **4)** $(x^2 + y)dx - xdy = 0$.

а) с разделяющимися переменными; б) однородное;

в) линейное; г) в полных дифференциалах.

5. Частное решение линейного дифференциального уравнения $y'' - 4y = 3\cos 2x$ следует искать в виде

а) $\overline{y} = e^x(A\cos 2x + B\sin 2x)$; б) $\overline{y} = x(A\cos 2x + B\sin 2x)$;

в) $\overline{y} = (Ax + B)\cos 2x + C\sin 2x$; г) $\overline{y} = A\cos 2x + B\sin 2x$;

д) $\overline{y} = (Ax + B)\cos 2x + (Cx + D)\sin 2x$.

6. Общее решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = 0$ имеет вид

а) $y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x}$; б) $y = C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x}$; в) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$;

г) $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$; д) $y = Ce^{2x}$.

7. Функцию комплексного переменного можно дифференцировать

А) любую

Б) ограниченную

В) непрерывную

Г) удовлетворяющую условиям Коши-Римана

8. Действительная и мнимая части аналитической функции являются функциями

А) аналитическими

Б) гармоническими

В) ограниченными

Г) непрерывными

9. Необходимый признак сходимости числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ записывается в виде

$\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0$ $\lim\limits_{n\to\infty} u_n \neq 0$ $\lim\limits_{n\to\infty} u_n < 0$ $\lim\limits_{n\to\infty} u_n > 0$

10. Числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n^2+1)^p}$ сходится при

1) $p > 1$; 2) $p < 2$; 3) $p > \frac{1}{2}$; 4) $p \geq 2$; 5) $p < \frac{3}{2}$.

11. Областью сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n}$ является интервал

1) $[-3,3)$; 2) $(-3,3)$; 3) $[-3,3]$; 4) $(-3,3]$; 5) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$.

12. Сколько первых членов ряда достаточно взять, чтобы их сумма отличалась от суммы ряда на величину, меньшую, чем 10^{-6}:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$ (Ответ: $n = 10^3$)

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$ (Ответ: $n = 10^6$)

13. Найти взаимное соответствие между функциями 1) e^x; 2) $\cos x$; 3) $\sin x$; 4) $\ln(1+x)$ и их разложением в степенной ряд:

î $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + ... + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + ...$

î $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - ... + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + ...$

î $x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - ... + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + ...$

î $1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + ... + \frac{1}{n!} + ...$

14. Если у функции комплексного переменного в точке z_0 полюс второго порядка, то ряд Лорана в окрестности этой точки

А) не имеет главной части
Б) не имеет правильной части
В) имеет бесконечную главную часть
Г) в главной части имеет не более двух членов

15. Вычет функции относительно точки z_0 равен

А) всегда нулю
Б) коэффициенту c_{-1} разложения функции в ряд Лорана в окрестности этой точки
В) коэффициенту c_1 разложения функции в ряд Лорана в окрестности этой точки
Г) не связан с разложением функции в ряд Лорана

16. Четные периодические функции раскладываются в ряд Фурье

А) по синусам
Б) по косинусам
В) и по синусам и по косинусам
Г) вообще не раскладываются

Четвертый семестр

1.Является ли функция $f(t) = e^{2t}$ оригиналом? Если да, то указать показатель роста.

А) да, ln2;
Б) да, 1;
В) да, 2;
Г) нет.

2. Когда применяется классический способ задания вероятности:
   а) пространство элементарных событий бесконечно, все события равновозможные и независимые;
   б) пространство элементарных событий замкнуто, все события независимы;
   в) пространство элементарных событий конечно, все события равновозможные;
   г) пространство элементарных событий конечно, все элементарные события независимы.
3. Когда применяется геометрический способ задания вероятности:
   а) пространство элементарных событий бесконечно, все события равновозможные и независимые;
   б) пространство элементарных событий замкнуто, все события независимы;
   в) пространство элементарных событий конечно, все события равновозможные;
   г) пространство элементарных событий конечно, все элементарные события независимы.
4. Функция распределения вероятностей случайной величины:
   а) невозрастающая;
   б) неубывающая;
   в) возрастающая;
   г) убывающая.
5. Сущность предельных теорем и закона больших чисел заключается:
   а) в определении числовых характеристик случайных величин при большом числе наблюдаемых данных;
   б) в поведении числовых характеристик и законов распределения наблюдаемых значений случайных величин;
   в) в определении области применения нормального закона распределения случайных величин при сложении большого количества случайных величин;
   г) в поведении числовых характеристик и законов распределения случайных величин при увеличении числа наблюдений и опытов.
6. Коэффициент корреляции случайных величин характеризует:
   а) степень независимости между случайными величинами;
   б) степень нелинейной зависимости между случайными величинами;
   в) степень линейной зависимости между случайными величинами;
   г) степень регрессии между случайными величинами.

7. Статистической гипотезой называют:
   а) предположение относительно статистического критерия;
   б) предположение относительно параметров или вида закона распределения генеральной совокупности;
   в) предположение относительно объема генеральной совокупности;
   г) предположение относительно объема выборочной совокупности.
8. К оценкам генеральной совокупности предъявляются следующие требования:
   а) Оценка должна быть стационарной, эргодичной и эффективной;
   б) Оценка должна быть состоятельной, эргодичной и эффективной;
   в) Оценка должна быть состоятельной, стационарной и эргодичной;
   г) Оценка должна быть состоятельной, эффективной и несмещенной.

9.Упорядоченными являются следующие комбинаторные конфигурации
   а) сочетания и размещения;
   б) перестановки и сочетания;
   в) перестановки и размещения;

10. Плотность распределения вероятностей это функция
   а) неубывающая и удовлетворяющая свойству нормировки;
   б) отрицательная и удовлетворяющая свойству нормировки;
   в) неотрицательная и неудовлетворяющая свойству нормировки;
   г) неотрицательная и удовлетворяющая свойству нормировки.

7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач

Первый семестр

1. Решить систему линейных уравнений методом Крамера:

$$2x_1 - 3x_2 + x_3 = -7$$
$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -1$$
$$x_1 - 4x_2 = -5.$$

2. Исследовать систему и решить методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -2 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 = -5 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 + 2x_4 = -1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 6x_4 = -10 \end{cases}$$

3. Вычислить $(1-i)^{10}$.

4. Даны точки A(1, 2, 3), B(-1, 0, 2), C(0,1, -1), D(2, -3, 0). Найти:
   1) орт вектора AB,
   2) Направляющие косинусы вектора CB,
   3) Проекцию вектора AB на вектор CB,
   4) Угол между векторами AB и AC,
   5) Площадь треугольника ABC,
   6) Объем пирамиды ABCD,
   7) Длину высота треугольника ABC, опущенную из C на AB,
   8) Высоту в пирамиде , опущенную из D на ABC,
   9) Лежат ли точки A,B,C,E в одной плоскости, если E(–1,1,2).
5. Найти пределы

1) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4 - x}{x^2 + x - 2}$; 2) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{7+2x-x^2}}{x^2 - 2x}$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x-2}{5x+2}\right)^x$; 4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{2x\cdot \operatorname{tg} 2x}$

6. Найти производные функций:

1) $y = \dfrac{x^4 + x}{x^3 + 1}$; 2) $y = 3^{tg 4x}$; 3) $y = \ln\cos 7x$; 4) $y = \sqrt{x^3 + 2x + 3}$; 5) $y = \left(x^4 + 1\right)\sin^2 3x$.

7. Найти точку пересечения прямой и плоскости, если $\dfrac{x}{2} = \dfrac{Y-1}{1} = \dfrac{z+1}{2}, x + 2y + 3z - 29 = 0$

8. Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба кривой

$$y = \sqrt[3]{4x^3 - 12x}$$

9. Найти точки экстремума и асимптоты кривой

$$y = \frac{16}{x(4 - x^2)}$$

10. Вычислить приближенно arcos(0,9).

Второй семестр

1. Вычислить интегралы:

1) $\int \dfrac{(6x-1)}{x^2 - 6x + 13}dx$ 2) $\int (7x - 10)\cos 4x\,dx$

3) $\int \frac{(arctg\,x)^4+1}{1+x^2}dx$ 4) $\int \frac{x^3+x+2}{(x+2)x^3}dx$

2. Вычислить интеграл

1) $\int\limits_2^4 \left(\frac{3}{x}-\frac{6}{x^2}-\sin\frac{\pi x}{8}\right)dx$. 2) $\int\limits_0^{\pi/2} x\sin 3x dx$.

3. Вычислить длину дуги кривой $y=2-e^x, \ln\sqrt{3} \le x \le \ln\sqrt{8}.$

4. Вычислить площадь сегмента, отсекаемого прямой $y=-x$ от параболы $y=2x-x^2$.

5. Вычислить частные производные 1-го порядка и дифференциал функции двух переменных:

$$f=\frac{x(x-y)}{y^2}.$$

6. Исследовать функцию $z=x^2+xy+y^2+x-y+1$ на экстремум**.**

7. Изменить порядок интегрирования.

$$\int\limits_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int\limits_{-\sqrt{2-x^2}}^{0} f\ dy + \int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{x}^{0} f\ dy.$$

8. Вычислить

$$\iint\limits_D \left(x^2y+3xy^2\right) dx\ dy$$

D: $x = -1$, $x = 1$, $y = 1$, $y = 2$.

9. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y^2 - 2y + x^2 = 0$,

$y^2 - 10y + x^2 = 0$,

$y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$, $y = \sqrt{3}x$.

10. Вычислить $\iiint\limits_V y\cos(y+z)dxdydz$, если $V:$ $y=\sqrt{x}$, $y=0$, $z=0$, $x+y=\frac{\pi}{2}$.

11. В каких точках пространства градиент поля $u=x^3+y^3+z^3-3xyz$ равен нулю?

12. Найти скорость и направление наибыстрейшего возрастания поля $u = x^2y^3z$ в точке $P(1, 1, 2)$.

13. Найти циркуляцию поля $-y\vec{i}+x\vec{j}+c\vec{k}$, c = const, вдоль окружности $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$

14. Вычислить $\int\limits_\Gamma \vec{a}d\vec{r}$, где $\vec{a} = y^2\vec{i} + x^2\vec{j}$ и Г – дуга параболы $y = 4 - x^2$, находящаяся в верхней полуплоскости и проходимая по часовой стрелке.

15. $\int\limits_S z^2dxdy$, где S – внешняя сторона эллипсоида $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$.

16. Вычислить поток вектора $x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ через внешнюю сторону тетраэдра, ограниченного плоскостями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y + z = 1$.

17. Найти производную скалярного поля $u=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}y^2+z$ в точке $P(2, 1, 1)$ по направлению прямой $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{0}=\frac{z-1}{2}$ в сторону возрастания поля.

18. Найти ротор и дивергенцию векторного поля $\bar{a}=2xy\ln z\bar{i}+x^2\ln z\bar{j}+\frac{yx^2}{z}\bar{k}$.

Третий семестр

1. Решить дифференциальные уравнения.

1) $y' = (1 + y^2)x^2$; 2) $y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 4\dfrac{y}{x} + 2$. 3) $y' + xy = (x-1)e^x y^2$.

2. Найти решение задачи Коши

$$y' - y/x = x^2, \quad y(1) = 0.$$

3. Найдите общее решение дифференциального уравнения

1) $y'' - 2y' - 8y = 80\cos 2x$, 2) $y'' - 6y' + 13y = 25xe^{2x}$,

4. Решить задачу Коши $y'' - 4y' + 4y = -x^2 + 3x$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 4/3$.

5. Решить систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x + 3, \\ \dot{y} = x + 2y; \end{cases} \quad x(0) = -1,\ y(0) = 0.$$

6. Действительная часть формулы $f(z) = \bar{z} - iz^2$ равна

1) $y + x^2 + y^2$; 2) $x - 2xy$; 3) $y - x^2 - y^2$; 4) $x + 2xy$; 5) $-y + x^2 + y^2$.

7. Восстановить аналитическую функцию по ее действительной части $u = -(x+y)$, $f(0) = 0$

8. Вычислить интеграл с точностью 0,0001: $\int\limits_0^{0,5} \sin x^3 dx$.

9. Найти радиус сходимости и интервал сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{n^n}.$$

10. Исследовать на сходимость ряды:

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n \cdot 3^{n+2}}{5^n}$; 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \dfrac{1}{2n+3}$.

11. Вычислить интеграл $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \dfrac{dx}{(x^2+1)^2}$.

12. Продолжая функцию $f(t)$ четным или нечетным образом, разложить ее в ряд Фурье по косинусам.

$f(t) = t^2 + t$ на $[-\pi; 0]$.

13. Периодический сигнал $f(t)$ разложить в тригонометрический ряд Фурье. Вычертить графики сигнала $f(t)$ и частичных сумм $S_1(t)$, $S_2(t)$ ряда Фурье.

$$f(t) = \begin{cases} 1, \text{если } -3 \le t < -1 \\ t^2, \text{если } -1 \le t < 1 \\ 1, \text{если } 1 \le t \le 3 \end{cases}, \quad f(t+6) = f(t)$$

14. Найти координаты вектора $\mathbf{x} = \{1, 2, 4\}$ в базисе $(\mathbf{e}_1', \mathbf{e}_2', \mathbf{e}_3')$, если он задан в базисе $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$.

$$\begin{cases} \mathbf{e}_1' = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}_2' = (3/2)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}_3' = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \end{cases}$$

15. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием

$$2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 8x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3.$$

Четвертый семестр

1. Найти изображение данного оригинала. $f(t) = e^{3t}\cos 2t + \operatorname{sh}\dfrac{t}{4} + t^2 e^{3t}$.

2. Найти оригинал по заданному изображению с помощью свойств преобразования Лапласа.

$$F(p)=\frac{2e^{-3p}}{(p-4)^2}.$$

3. Найти оригинал по заданному изображению

$$F(p)=\frac{p^2+2}{(p+1)(p+2)^2}.$$

4. Найти решение задачи Коши.

$$x''+2x'+x=t^2+5t+4;$$

$$x(0)=-1,\ x'(0)=0.$$

5. Решить систему дифференциальных уравнений операционным методом:

$$\begin{cases} x'=x+3y+2, \\ y'=x-y+1; \end{cases}$$

$$x(0)=-1,\ y(0)=2.$$

6. Экзаменационный билет для письменного экзамена состоит из 10 вопросов – по 2 вопроса из 20 по каждой из пяти тем, представленных в билете. По каждой теме студент подготовил лишь половину всех вопросов. Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого необходимо ответить хотя бы на один вопрос по каждой из пяти тем в билете?
7. Прибор может собираться из высококачественных деталей и из деталей обычного качества. Известно, что около 40 % приборов собирается из высококачественных деталей, при этом вероятность безотказной его работы за время t равна 0,95. Если прибор собран из деталей обычного качества, эта вероятность равна 0,7. Прибор испытывался в течение времени t и работал безотказно. Найти вероятность того, что он собран из высококачественных деталей.

8. Дан закон распределения дискретной случайной величины X. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение. Построить график функции распределения.

X	45	70	95	120	145
p	0.1	0.2	0.5	0.1	0.1

9. Задана функция распределения $F(x)$ случайной величины X. Найти плотность распределения вероятностей $f(x)$, математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и вероятность попадания случайной величины на отрезок [0,1]. Построить графики функции распределения и функции плотности распределения.

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0, \\ x^3/8, & 0\le x\le 2, \\ 1, & x>2. \end{cases}$$

10. Рассматривается двумерная случайная величина (X, Y), где X – поставка сырья, Y – поступление требования на него. Известно, что поступление сырья и поступление требования на него могут произойти в любой день месяца (30 дней) с равной вероятностью. Определить:

    а) выражение совместной плотности и функции распределения двумерной случайной величины (X,Y),

    б) плотности вероятности и функции распределения одномерных составляющих X и Y;

    в) зависимы или независимы X и Y;

    г) вероятности того, что поставка сырья произойдет до и после поступления требования.
11. Задана совместная плотность распределения двумерной случайной величины (X, Y):

$$f(x,y)=\frac{20}{\pi^2(16+x^2)(25+y^2)}.$$

Найти функцию распределения $F(x, y)$.

12. На заводе изготовлен новый игровой автомат, который должен обеспечить появление выигрыша в трех случаях из 150 бросаний монеты. Для проверки годности автомата произведено 500 испытаний, где выигрыш появился 5 раз. Оценить вероятность появления выигрыша. Построить приближенные доверительные границы для этой вероятности при $\gamma = 0{,}9$, используя интегральную теорему Муавра-Лапласа. Как изменится доверительный интервал, если при той же частоте появления выигрыша число наблюдений возрастет в 10 раз?

7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

Первый семестр

1. Записать разложение силового вектора $\overline{F}$ по базису $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$, зная, что сила $\overline{F}$ приложена к точке $M(x, y, z)$ и направлена к началу координат, а величина силы $\overline{F}$ прямо пропорциональна расстоянию от точки M до начала координат. Коэффициент пропорциональности равен k.

2. Вектор $\overline{E}$ приложенный в произвольной точке пространства M имеет направление радиус-вектора $\bar{r} = \overline{OM}$ и длину $|\overline{E}| = \dfrac{q}{r^2},\ r = |\bar{r}|,\ q > 0 - const.$ Как записать вектор $\overline{E}$? С каким физическим законом связан вектор $\overline{E}$?

3. К точке O приложены силы $\overline{F_i}$, $i = 1, 2, 3, 4$, одинаковой величины $|\overline{F_i}| = F$. Зная, что $(\overline{F_1}, \overline{F_2}) = (\overline{F_2}, \overline{F_3}) = (\overline{F_3}, \overline{F_4}) = 72^\circ$, найти значение и направление равнодействующей.

4. Найти центр тяжести системы, состоящей из двух материальных точек A_1 и A_2, в которых сосредоточены массы m_1 и m_2. Радиус-векторы точек A_1 и A_2 соответственно равны $\overline{r_1}$ и $\overline{r_2}$.

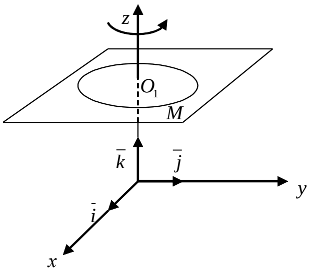
5. Найти величину равнодействующей двух сил, приложенных к одной точке, зная величину составляющих сил и угол между ними.

   Решить задачу для случая трех составляющих сил, предполагая известными величины этих сил и три угла между направлениями сил, взятых попарно.

6. Пусть электрон, заряд которого равен e, движется со скоростью $\bar{\mathrm{v}}$ в магнитном поле постоянной напряженности $\overline{H}$. В таком случае на электрон действует отклоняющая сила $\overline{F}$, определяемая формулой $\overline{F} = \dfrac{e}{c}[\bar{\mathrm{v}} \times \overline{H}]$, где c - скорость света. Найти величину силы $\overline{F}$.

7. Три силы $\overline{F_1}, \overline{F_2}, \overline{F_3}$, приложены в одной точке, имеют взаимно перпендикулярные направления, $F_i = |\overline{F_i}|,\ i = 1, 2, 3$. Определить величину их равнодействующей $\overline{F}$ и работу, которую она совершает, когда ее точка приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из начала в конец вектора $\overline{F_3}$.

8. Пусть вращательное движение жидкости вокруг оси Oz задано вектором угловой скорости $\overline{\omega} = \omega\overline{k}$. Радиус-вектор частицы жидкости, находящейся в точке $M(x, y, z)$ относительно



центра ее вращения, обозначим через $\overline{\rho}$. Вектор $\overline{\mathrm{v}}(M) = [\overline{\omega} \times \overline{\rho}]$ является вектором линейной скорости вращающейся частицы жидкости.

1) Показать на чертеже векторы $\overline{\omega}, \overline{\rho}, \overline{\mathrm{v}}$.

2) Найти разложение вектора $\overline{\mathrm{v}}$

по базису $\overline{i}$, $\overline{j}$, $\overline{k}$ и значение $|\overline{\mathrm{v}}|$.

9. Закон изменения тока в электромагните без шунта определяется формулой

$i(t) = \dfrac{E}{R_1 + R_2}(I - e^{\frac{L}{R_1+R_2}t})$. Считая все параметры этой формулы постоянными, найти скорость тока в момент времени $t = 0$.

10. Сила действия кругового электрического тока на небольшой магнит, ось которого расположена на перпендикуляре к плоскости круга, проходящем через его центр, выражается формулой $F = \dfrac{cx}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$, где $c - const$, x - расстояние от центра круга до магнита $(0 < x < \infty)$, a - радиус круга. При каком значении x величина F будет наибольшей?

11. Движение материальной точки происходит по закону $S = Ae^{-kt}\sin\omega t$, $(A, k, \omega > 0)$, который называется законом затухающих колебаний. Найти скорость движения, ускорение и силу, под действием которой происходит это движение.

12. В полушар радиусом R вписать прямоугольный параллелепипед наибольшего объёма.

Второй семестр

1. Напряжение синусоидального тока дается формулой $E(t) = E_0 \sin\dfrac{2\pi t}{T}$, а ток формулой $J(t) = J_0 \sin(\dfrac{2\pi t}{T} - \varphi_0)$, где E_0 и J_0 – постоянные величины; T – период; φ_0 – так называемая разность фаз. Вычислить работу тока за время от $t_1 = 0$ до $t_2 = T$.

2. Котел, имеющий форму эллиптического параболоида $z = \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9}$ и высотой $H = 4$ м, заполнен жидкостью плотностью $\delta = 0{,}8$ т/м^3. Вычислить работу, которую нужно затратить на перекачивание жидкости через край котла.

3. Вычислить координаты центра масс однородной плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 6 - x^2, y = 2$.

4. В электростатическом поле, образованном системой распределенных зарядов, потенциал электростатического поля изменяется по закону $\varphi = \dfrac{x^2}{a} + \dfrac{y^2 + z^2}{b}$, где a, b — постоянные величины. Найти законы изменения напряженности электростатического поля вдоль осей координат.

5. Температура в некотором объеме газа за счет нескольких источников теплоты распределяется по закону $T = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{y} + \frac{C}{z}$, где A, B, C — постоянные величины. Получить выражение для теплового потока в единицу времени через малую площадку S, расположенную параллельно плоскости YOZ. Коэффициент теплопроводности газа в пределах малой площадки считать постоянным и равным k.
6. Найти координаты центра тяжести тела, ограниченного поверхностями $2z = x^2 + 4x + y^2 - 2y + 5,\ z = 2,$ если плотность тела изменяется по закону: $\rho = \rho_0((x+2)^2 + (y-1)^2);$
7. Найти моменты инерции относительно координатных плоскостей однородного тела плотности ρ_0, ограниченного поверхностями: $z = 4 - x^2 - y^2,\ z = 1,\ x = 0,\ y = 0\ (x \ge 0,\ y \ge 0)$.
8. Найти момент инерции I_z тела, образованного общей частью шара $x^2 + y^2 + (z - R)^2 \le R^2$ и конуса $x^2 + y^2 - z^2 \le 0$, если плотность тела равна единице.
9. Найти моменты инерции I_x и I_y относительно осей Ox и Oy однородной пластинки с плотностью $\rho = \rho_0$, ограниченной кривыми: $y = 0,\ y = x,\ y = 2 - x;$
10. Найти суммарный заряд равномерно заряженного по объему тела, представляющего собой эллипсоид с полуосями a, b, c, если объемная плотность заряда равна ρ.
11. Вычислить массу тонкого стержня, согнутого в виде дуги параболы $y = 2x^2$ один конец которого совпадает с началом координат, а второй – с точкой B (1м, 2 м), если его линейная плотность изменяется по закону $\rho = \sqrt{1+16x^2}$ (кг/м).
12. Вычислить полный заряд проводника, имеющего форму первого витка логарифмической спирали $r = e^{\varphi}$, если линейная плотность заряда на проводнике постоянна и равна λ.
13. Найти массу части конической поверхности $x^2 + y^2 = z^2$, для которой $0 \le z \le 2$ м, если поверхностная плотность материала, из которого она изготовлена, $\rho = 3R$ (кг/м), где R – радиус конуса на высоте z.
14. Проверить потенциальность векторного поля $\vec{a}$ и в случае потенциальности найти потенциал

$$\vec{a} = y\vec{i} + x\vec{j} + e^z\vec{k}\ .$$

15. Найти поток векторного поля $\bar{a}$ через замкнутую поверхность σ.
$\bar{a} = x^2\bar{i} + y\bar{k},\ \sigma: x = 0,\ y = 0,\ z = 0,\ x = 1,\ x + y = 2,\ z = x^2 + 3y^2$
16. Вычислить работу силы $\vec{F} = z\vec{i} + (x+z)\vec{k}$ (Н) при перемещении материальной точки из начала координат в точку с координатами $x = 1$ м, $z = 1$ м по параболе. Проверить, является ли эта сила консервативной.
17. Построить линии уровня скалярного поля $z = 2x^2 + 3y^2$.
18. Потенциал φ гравитационного поля, создаваемого несколькими массивными телами, изменяется по закону $\varphi = \gamma\left(\frac{A}{x} + \frac{B}{y} + \frac{C}{z^2}\right)$ (Дж/кг), где A, B, C — постоянные величины, связанные с массами тел; γ – гравитационная постоянная. Найти законы изменения напряженности гравитационного поля вдоль осей координат.
19. Доказать, что поле сил гравитации ($\vec{F} = -\gamma\frac{mM}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$, где r — радиус-вектор, проведенный от материальной точки массой M, помещенной в начало координат, к материальной точке массой m) является гармоническим.

Третий семестр

1. Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных источника ЭДС $e(t)$ индуктивности L, сопротивления R и емкости C. Найти ток в цепи, если в начальный момент ток в контуре и заряд конденсатора равны нулю, а $e(t) = a\sin \nu t$.

2. Дифференциальные уравнения движения свободной материальной точки относительно земного шара под действием силы тяжести имеют вид

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -2\omega\frac{dy}{dt},\ \frac{d^2y}{dt^2} = 2\omega\frac{dx}{dt} - g\cos\varphi,\ \frac{d^2z}{dt^2} = -g\sin\varphi,$$

где φ - широта точки, ω - угловая скорость вращения земного шара. Определить зависимость положения точки от времени, если при $t = 0$ точка находилась в начале координат.

3. Частица массы m движется по оси Ox, отталкиваясь от точки от $x = 0$ с силой $3mr_0$ и притягиваясь к точке $x = 1$ с силой $4mr_1$, где r_0 и r_1 — расстояния до этих точек. Определить движение частицы с начальными условиями

$x(0) = 2$, $\dot{x}(0) = 0$.

4. Электрическая цепь состоит из последовательно включенных источника постоянного тока, дающего напряжение V, сопротивления R, самоиндукции L и выключателя, который включается при $t = 0$. Найти зависимость силы тока от времени (при $t > 0$**).**
5. Решить предыдущую задачу, заменив самоиндукцию L конденсатором емкости C. Конденсатор до замыкания цепи не заряжен.
6. Последовательно включены сопротивление R и конденсатор емкости C, заряд которого при $t = 0$ равен q. Цепь замыкается при $t= 0$. Найти силу тока в цепи при $t > 0$.
7. Последовательно включены самоиндукция L, сопротивление R и конденсатор емкости C, заряд которого при $t = 0$ равен q. Цепь замыкается при $t = 0$. Найти силу тока в цепи и частоту колебаний в том случае, когда разряд носит колебательный характер.
8. Последовательно включены источник тока, напряжение которого меняется по закону $E= V\sin\omega t$, сопротивление R и самоиндукция L. Найти силу тока в цепи (установившийся режим).
9. Последовательно включены источник тока, напряжение которого меняется по закону $E = V\sin\omega t$, сопротивление R, самоиндукция L и емкость C. Найти силу тока в цепи (установившийся режим). При какой частоте сила тока наибольшая?
10. Воспользовавшись уравнением Шредингера для стационарных состояний $\nabla^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi = 0$, где m – масса частицы; E – полная энергия частицы; U – ее потенциальная энергия; $\hbar = 1{,}0546 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка, найти собственные значения энергии E и соответствующие им собственные функции ψ для частицы, находящейся в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l с непроницаемыми стенками. Считать, что частица может двигаться только вдоль оси X и $\psi(0) = \psi(l) = 0$.
11. Пусть $v_x(x,y)$ и $v_y(x,y)$ компоненты вектора скорости безвихревого течения идеальной жидкости вдоль x и y. Показать, что комплексная скорость $V = v_x(x,y) - i\,v_y(x,y)$ есть функция аналитическая. Найти $v_x(x,y)$, если $v_y = \frac{1}{2}(y^2 - x^2)$ и $V(0) = 0$.
12. Движение материальной точки описывается задачей Коши

$$y'' - xy' + y - 1 = 0,\ y(0) = y'(0) = 0.$$

Получить решение с помощью степенных рядов.

14. Сигнал $f(t)$ представить рядом Фурье в комплексной форме. Воспользовавшись полученным разложением, записать ряд Фурье в действительной форме.

$$f(t)=\begin{cases}0, \text{если} -\pi \le t < 0\\ e^{-t}, \text{если}\, 0 \le t \le \pi\end{cases}, \qquad f(t+2\pi) = f(t).$$

15. Для импульса $f(t)$ получить прямое преобразование Фурье, найти амплитудный и фазовый спектр.

$$f(t)=\begin{cases}2, \text{если } 0 \le t \le 2\\ 0, \text{если } t < 0 \text{ и } t > 2\end{cases}.$$

16. Продолжая сигнал $f(t)$ четным или нечетным образом, разложить ее в ряд Фурье по косинусам и синусам.

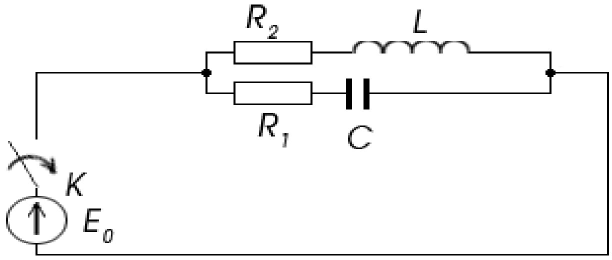
$$f(t)=\begin{cases}1, \text{если}\, 0 \le t < 1\\ 2-t, \text{если}\, 1 \le t \le 2\end{cases}$$

17. Определить вид сигнала на временном интервале (0, ∞), синус преобразование которого равно

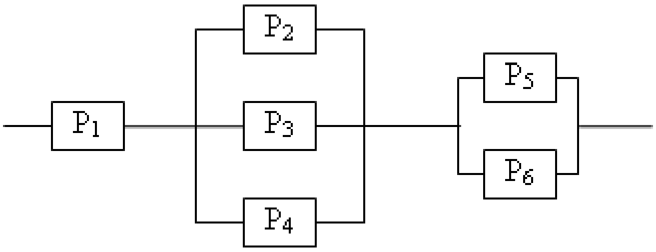
$$\frac{2\pi\omega}{1+\omega^2}.$$

Четвертый семестр

1. В цепи, состоящей из самоиндукции L и ёмкости C, включенных последовательно, в момент времени $t=0$ приложена электродвижущая сила $\varepsilon = E(t)$. В начальный момент времени $t=0, I(t)=0, q(t)=0$. Найти $I(t)$, если а) $E(t)=\sin\omega t$; б) $E(t)=\cos\omega t$. Выяснить при каких условиях в контуре возникает резонанс.
2. В схеме (см. рис.) при включенном рубильнике напряжение на конденсаторе равно E_0, а ток через катушку индуктивности равен E_0 / R_2. При выключенном рубильнике начинается разряд конденсатора. В конденсаторе предполагается наличие апериодических разрядов. Найти напряжение на конденсаторе в момент времени t.



3. Определить надежность схемы, если P_i – надежность i – го элемента



4. В низковольтных электрических сетях 0,4 кВ в течение четырёх часов с дискретностью Δt = 15 мин. производились измерения величины тока нагрузки (табл.). Какова вероятность того, что за период измерений величина не превысила 15 А.

Часовые интервалы	Величина тока нагрузки, А			
10:00 – 11:00	13	15	14	20
11:00 – 12:00	9	14	12	16
12:00 – 13:00	17	24	13	14
13:00 – 14:00	13	9	7	11

5. Скорость V молекул идеального газа подчиняется распределению Максвелла: $f(v) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\beta^{3/2}v^2 \exp\left(-\frac{1}{2}\beta v^2\right)$, $v \geq 0$, $\beta = \frac{m}{kT}$. Молекула диссоциирует при ударе о стенку, если ее кинетическая энергия превышает энергию диссоциации E_d. Какая доля молекул способна к диссоциации? Оцените эту долю для $E_d = 5kT$.
6. Молекулы, адсорбированные на поверхности, при высоких температурах образуют двумерный идеальный газ. При этом скорость V молекулы – случайная величина, распределенная по закону Релея: $f(v) = \dfrac{v}{\sigma^2}\exp\left(-\dfrac{v^2}{2\sigma^2}\right)$, $v \geq 0$, $\sigma^2 = \dfrac{kT}{m}$. Найти среднее значение и флуктуацию (СКО) кинетической энергии молекулы $K = mv^2/2$.
7. Амперметр со шкалой 0…5 А и классом точности 0,5 подключен через трансформатор тока (коэффициент трансформации 20/5, класс точности 0,2) к электрической цепи. Показания прибора – 4,1 А. Определить величину измеренного тока и предел основной допустимой погрешности.
8. Определить область изменений уровней напряжения при условии нормального закона распределения. При этом имеются следующие исходные данные (табл.)

Параметр	Уровни напряжения							
	1	2	3	4	5	6	7	8
U,кВ	106,5	108,0	111,5	110,2	109,4	112,0	107,9	109,6

9. Вероятность того, что суточный расход электроэнергии не превысит установленной нормы, равна 0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы.
10. Найти вероятность того, что 80 из 400 цифровых вольтметров не будут соответствовать классу точности, если вероятность появления такого события в каждом испытании составляет 0,2.

7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету

Второй семестр

1. Понятие о первообразной и неопределенном интеграле. Свойства неопределенного интеграла.
2. Интегрирование методами замены переменной и по частям. Интегрирование рациональных дробей и тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных и трансцендентных функций.
3. Понятие определенного интеграла. Формула Ньютона–Лейбница. Основные свойства определенного интеграла. Производная интеграла по верхнему пределу.
4. Вычисление определенного интеграла методами замены переменной и по частям.
5. Несобственные интегралы 1 и 2 рода. Признаки сходимости несобственных интегралов.
6. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
7. Понятие функции нескольких переменных. Область определения. Предел и непрерывность.
8. Частные производные и дифференциал функций нескольких переменных. Их геометрический смысл. Частные производные и дифференциалы высших порядков.

9. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных. Полная производная. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференцирование неявных функций.
10. Приложения частных производных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула и ряд Тейлора.
11. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.
12. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
13. Двойной интеграл, его основные свойства. Сведение двойного интеграла к повторному в декартовой системе координат. Двойной интеграл в полярных координатах.
14. Тройной интеграл. Вычисление тройного интеграла в декартовых, цилиндрических и сферических координатах.
15. Основные приложения двойного и тройного интеграла.
16. Скалярное поле. Поверхности и линии уровня скалярного поля. Векторное поле. Векторные линии.
17. Производная по направлению и градиент.
18. Криволинейный интеграл первого рода, его вычисление, основные приложения.
19. Криволинейный интеграл второго рода, его вычисление. Работа силового поля.
20. Формула Грина. Условие независимости от пути интегрирования.
21. Поверхностный интеграл первого рода, его вычисление, основные приложения.
22. Ориентированные и неориентированные поверхности. Поверхностный интеграл второго рода, его вычисление. Поток векторного поля через ориентированную поверхность.
23. Дивергенция векторного поля и ее вычисление в декартовых координатах. Физический смысл дивергенции.
24. Формула Остроградского-Гаусса.
25. Циркуляция векторного поля. Ротор векторного поля и его вычисление в декартовых координатах.
26. Формула Стокса.
27. Оператор Гамильтона. Дифференциальные операции второго порядка.
28. Специальные виды скалярных и векторных полей.

7.2.5 Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену

Первый семестр

1. Множества и операции над ними. Логическая символика.
2. Комплексные числа и действия над ними.
3. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Операции умножения и деления.
4. Формулы Эйлера и Муавра. Извлечение корня n-й степени из комплексного числа.
5. Многочлены. Теоремы Гаусса и Безу. Разложение многочлена на линейные и квадратичные множители.
6. Разложение рациональных дробей на простейшие дроби.
7. Матрицы. Действия над матрицами. Элементарные преобразования матриц.
8. Определители. Свойства определителей. Вычисление определителей 2-го, 3-го и n-го порядка.
9. Невырожденные квадратные матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы.
10. Системы n линейных уравнений с n неизвестными. Формулы Крамера.
11. Решение произвольных систем линейных уравнений. Метод Гаусса. Теорема Кронекера–Капелли.
12. Однородная система линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
13. Векторы и линейные операции над ними. Проекция вектора на ось.
14. Разложение вектора по базису. Декартовы координат векторов и точек. Модуль вектора. Направляющие косинусы.
15. Скалярное произведение векторов, его основные свойства. Приложения скалярного произведения.
16. Векторное произведение векторов, его основные свойства. Приложения векторного произведения.
17. Смешанное произведение трех векторов и его приложения. Двойное векторное произведение.
18. Системы координат на плоскости. Преобразования декартовых систем координат.
19. Прямая на плоскости: Различные формы уравнения прямой.

20. Угол между прямыми на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
21. Кривые второго порядка на плоскости: эллипс, гипербола и парабола, их характеристики.
22. Плоскость в пространстве: Различные формы уравнения плоскости. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.
23. Прямая в пространстве: Различные формы уравнения прямой в пространстве. Угол между прямыми. Взаимное расположение прямой и плоскости.
24. Поверхности второго порядка.
25. Понятие функции. Числовые функции. Основные характеристики функции. Обратная функция. Сложная функция.
26. Числовые последовательности. Предел. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Предельные точки. Принцип Больцано-Вейерштрасса.
27. Предел функции. Односторонние пределы.
28. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Свойства пределов. Признаки существования пределов.
29. Замечательные пределы. Предел последовательности $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$. Число e.
30. Эквивалентные бесконечно малые функции и их применение.
31. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
32. Производная функции, ее геометрический и механический смысл. Уравнения касательной и нормали к кривой.
33. Основные правила нахождения производных. Производная сложной и обратной функции.
34. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически. Логарифмическая производная.
35. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Основные правила нахождения дифференциалов. Инвариантность формы дифференциала.
36. Производные и дифференциалы высших порядков.
37. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
38. Формулы Тейлора и Маклорена.
39. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя.
40. Условие монотонности функции. Экстремум функции. Необходимое и достаточное условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной на отрезке функции.
41. Направление выпуклости функции. Точки перегиба.
42. Асимптоты функции. Общая схема исследования функции и построение ее графика.

Третий семестр

1. Основные сведения о дифференциальных уравнениях. Основные уравнения 1-го порядка, интегрируемые в квадратурах. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия. Методы понижения порядка.
3. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Основные свойства.
4. Однородные и неоднородные линейные уравнения n-го порядка. Метод Лагранжа.
5. Линейные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.
6. Системы дифференциальных уравнений. Начальная задача. Нормальная линейная система. Метод исключения.
7. Понятие устойчивости решения дифференциального уравнения. Простейшие типы точек покоя.
8. Комплексная плоскость. Область, непрерывная линия. Комплексная сфера.
9. Понятие функции комплексного переменного. Предел и непрерывность.
10. Элементарные функции комплексного переменного (e^z, $\sin z$, $\cos z$, $\mathrm{Ln}\, z$, z^a, a^z).
11. Дифференцируемость функций комплексного переменного. Условия Коши-Римана.
12. Связь аналитических функций с гармоническими. Восстановление аналитической функции по её действительной или мнимой части.
13. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения.
14. Контурные интегралы от функции комплексного переменного. Независимость контурного интеграла от аналитической функции от пути интегрирования.
15. Теорема Коши. Случай односвязной области. Неопределенный интеграл.
16. Теорема Коши. Случай многосвязной области.
17. Интегральная формула Коши. Производные высших порядков от аналитической функции.

18. Числовые ряды. Сходимость и сумма. Необходимый признак. Гармонический ряд. Бесконечная геометрическая прогрессия.
19. Свойства числовых рядов. Абсолютная и условная сходимость.
20. Признаки абсолютной сходимости числовых рядов.
21. Условная сходимость. Признак Лейбница.
22. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Дифференцирование и интегрирование функциональных рядов.
23. Ряды аналитических функций. Теорема Вейерштрасса.
24. Степенные ряды на комплексной плоскости. Теорема Абеля. Радиус сходимости.
25. Ряд Тейлора. Теорема Тейлора. Разложение основных элементарных функций.
26. Ряд Лорана. Теорема Лорана.
27. Изолированные особые точки функции и их классификация.
28. Вычеты функции и способы их вычисления.
29. Основная теорема Коши о вычетах функции.
30. Вычисление определенных интегралов с помощью вычетов.
31. Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства
32. Пространства со скалярным произведением. Ортогональный и ортонормированный базис.
33. Линейные операторы и действия с ними. Матрица линейного оператора.
34. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
35. Приведение матрицы оператора к диагональному виду.
36. Линейные нормированные функциональные пространства.
37. Ряды Фурье по ортогональным системам. Полнота и замкнутость системы.
38. Линейные дифференциальные операторы. Задача Штурма–Лиувилля.
39. Линейные, билинейные и квадратичные формы. Матрица квадратичной формы.
40. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
41. Тригонометрические системы функций. Ряды Фурье и их свойства. Теорема Дирихле.
42. Комплексная форма ряда Фурье. Тождество Парсеваля.
43. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье. Свойства преобразования Фурье.
44. Действительная форма преобразования Фурье. Косинус- и синус-преобразования Фурье.

Четвертый семестр

1. Случайные события. Операции над событиями.
2. Частота событий и ее свойства.
3. Классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности случайного события.
4. Аксиоматический подход построения теории вероятностей.
5. Комбинаторный метод вычисления вероятностей.
6. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
7. Вероятность суммы двух совместных (совместно-независимых) событий. Вероятность появления хотя бы одного из N независимых событий.
8. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
9. Последовательность независимых испытаний (схема Бернулли). Асимптотики Пуассона и Муавра–Лапласа.
10. Случайные величины. Закон распределения случайной величины.
11. Функция распределения случайной величины.
12. Плотность распределения вероятностей случайной величины.
13. Числовые характеристики случайных величин.
14. Равномерный закон распределения.
15. Биномиальный закон распределения.
16. Распределение Пуассона. Простейший поток событий.
17. Показательный закон распределения.
18. Нормальный закон распределения.
19. Случайные векторы. Их вероятностное описание.
20. Функция распределения случайного вектора.
21. Плотность распределения вероятностей случайного вектора.
22. Числовые характеристики случайного вектора. Свойства корреляционного момента.
23. Условные законы распределения. Признак независимости случайных величин.

24. Функции случайных величин. Их числовые характеристики. Свойства математического ожидания и дисперсии.
25. Законы распределения функций случайных величин.
26. Функции случайного вектора. Задача композиции.
27. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева.
28. Предельные теоремы теории вероятностей (теорема Бернулли, центральная предельная теорема, интегральная и локальная теоремы Муавра–Лапласа).
29. Предмет и задачи математической статистики. Выборка и способы ее представления. Выборочное распределение, гистограмма, полигон, эмпирическая функция распределения. Выборочные моменты.
30. Точечные оценки и их свойства. Примеры: выборочное среднее, выборочная дисперсия.
31. Метод максимального правдоподобия и метод моментов.
32. Оценка параметров нормального распределения и распределения Пуассона по выборке.
33. Интервальные оценки. Доверительные интервалы для параметров нормально распределенной генеральной совокупности.
34. Проверка статистических гипотез. Критерий согласия Пирсона.
35. Преобразование Лапласа. Оригинал. Изображение. Изображения основных элементарных функций.
36. Основные свойства преобразования Лапласа.
37. Теорема обращения. Восстановление оригинала по его изображению.
38. Решение неоднородных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами операционным методом.

7.2.6. Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации

Экзамен проводится по билетам, каждый из которых содержит 2 вопроса и 3 задачи из разных разделов дисциплины. Каждый правильный ответ на вопрос оценивается 3 баллами. Задача оценивается в 4 балла, при допуске арифметической ошибки – 3 балла, при правильном ходе незаконченного решения – 2 балла, при продвижении в решении – 1 балл. Максимальное количество набранных баллов –18. Экзамен для студентов проводится по смешанной системе (письменно-устно). Студент должен дать полный письменный ответ на билет. Затем преподаватель беседует со студентом. Возможны дополнительные вопросы.

1. Если правильные ответы только на теоретические вопросы или решены только практические задачи, или студент набрал менее 7 баллов.
2. Оценка «Удовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал от 7 до 10 баллов
3. Оценка «Хорошо» ставится в случае, если студент набрал от 11 до 15 баллов.
4. Оценка «Отлично» ставится, если студент набрал от 16 до 18 баллов.

Зачет проводится по билетам, каждый из которых содержит 2 вопроса и 3 задачи. Каждый правильный ответ на вопрос в билете оценивается 2 баллами, задача оценивается в 5 баллов. Максимальное количество набранных баллов – 19.

1. Оценка «Отлично» ставится в случае, если студент набрал 17-19 баллов.
2. Оценка «Хорошо» ставится в случае, если студент набрал от 12 до 16 баллов.
3. Оценка «Удовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал 8-11 баллов.
4. Оценка «Неудовлетворительно» ставится в случае, если правильные ответы только на теоретические вопросы или решены только практические задачи, или студент набрал менее 8 баллов.

7.2.7 Паспорт оценочных материалов

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Элементы теории множеств и высшей алгебры	ОПК-2	тест, экзамен

2	Аналитическая геометрия	ОПК-2	ИДЗ, защита, экзамен
3	Введение в математический анализ	ОПК-2	устный опрос, экзамен
4	Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной	ОПК-2	тест, экзамен
5	Интегральное исчисление функций одной действительной переменной	ОПК-2	ИДЗ, защита, зачет
6	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	ОПК-2	тест, зачет
7	Кратные интегралы	ОПК-2	устный опрос, зачет
8	Векторный анализ и элементы теории поля	ОПК-2	тест, зачет
9	Обыкновенные дифференциальные уравнения	ОПК-2	тест, экзамен
10	Основы теории функций комплексной переменной	ОПК-2	устный опрос, экзамен
11	Ряды	ОПК-2	тест, контрольная работа, экзамен
12	Элементы линейной алгебры и функционального анализа	ОПК-2	устный опрос, экзамен
13	Основы гармонического анализа	ОПК-2	устный опрос, ИДЗ, экзамен
14	Операционное исчисление	ОПК-2	ИДЗ, защита, экзамен
15	Основы математического моделирования и численного анализа	ОПК-2	отчет по лабораторным работам, экзамен
16	Теория вероятностей	ОПК-2	тест, экзамен
17	Основы математической статистики	ОПК-2	устный опрос, экзамен

7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Защита курсовой работы осуществляется согласно требованиям, предъявляемым к работе, описанным в методических материалах. Примерное время защиты на одного студента составляет 20 мин.

8. УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)

8.1. Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

1. Курс математического анализа/Л. И. Камынин. Москва: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2001, Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/13140.html ЭБС "IPRbooks".
2. Гусак, А. А. Математический анализ и дифференциальное уравнение. Примеры и задачи [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. А. Гусак. — Электрон. текстовые данные. — Минск : ТетраСистемс, 2011. — 415 с.—978-985-536-228-0.—Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/28122.html
3. Бугров, Я.С. Высшая математика: В 3-х т.: Учебник. Т.1: Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – М.: Дрофа, 2008.
4. Бугров, Я.С. Высшая математика: В 3-х т.: Учебник. Т.2: Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Дрофа, 2007.
5. Бугров, Я.С. Высшая математика: В 3-х т.: Учебник. Т.3: Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. – М.: Дрофа, 2004. – 512 с.
6. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс., испр. – М.: Айрис-Пресс, 2011. – 608 с.
7. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: Учеб. пособие. – М. : Академия, 2003. – 464 с.
8. Сборник задач по математике для втузов. Под общ. ред. А.В. Ефимова, А.С. Поспелова. В 4 частях. Ч. I–IV. – М. : Изд-во физико-мат. лит., 2001–2003.
9. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты: учебное пособие: – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2015. – 239 с.
10. Чудесенко В.Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики: типовые расчеты: учеб. пособие. – СПб.: Лань, 2007. – 192 с.
11. Турчак Л.И., Плотников П.В. Основы численных методов: учеб. пособие. – М.: Физматлит, 2005. – 304 с.
12. Кострюков С.А., Пешков В.В., Шунин Г.Е. Основы вариационного исчисления: учеб. пособие / Воронеж: ФГБОУ ВПО «Воронеж. гос. техн. университет», 2011. – 165 с.
13. Кострюков С.А., Пешков В.В., Шунин Г.Е. Компьютерный практикум по численным методам: учеб. пособие [Электронный ресурс]. – Воронеж : ФГБОУ ВПО «Воронеж. гос. техн. университет», 2013.
14. Дёжин В.В., Кострюков С.А. Функции комплексного переменного и их применение при физико-математическом моделировании: учеб. пособие [Электронный ресурс]. – Воронеж : ФГБОУ ВПО «Воронеж. гос. техн. университет», 2015.
15. Кострюков С.А., Пешков В.В., Шунин Г.Е., Шунина В.А. Практикум по численным методам: учеб. пособие [Электронный ресурс]. – Воронеж: ФГБОУ ВО «Воронежский Воронеж. гос. техн. университет», 2017.

8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

ПО: Windows, Open Office, Acrobat Reader.

Для выполнения домашних заданий рекомендуется использовать Mathstudio, Maxima, www.wolframalpha.com, демо-версия Maple V

Современная профессиональная база данных
Mathnet.ru, t-library.ru

Электронная библиотечная система IPRbooks
http://www.iprbookshop.ru/

Информационные справочные системы
dist.sernam.ru, Wikipedia
http://eios.vorstu.ru/

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Для проведения лекционных и практических занятий необходима учебные аудитория, оснащенные техническими средствами для проведения занятий по математике. Для выполнения лабораторных работ требуется специализированная лаборатория, оборудованная персональными компьютерами.

10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

По дисциплине «Математика» читаются лекции, проводятся практические занятия и лабораторные работы, выполняется курсовая работа.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков использования математического аппарата для решения задач, в том числе прикладного характера. Занятия проводятся путем решения конкретных задач в аудитории.

Лабораторные работы выполняются с применением вычислительной техники в соответствии с методиками, приведенными в указаниях к выполнению работ.

Методика выполнения курсовой работы изложена в учебно-методических материалах. Выполнять этапы курсовой работы должны своевременно и в установленные сроки.

Контроль усвоения материала дисциплины производится проверкой курсовой работы, защитой курсовой работы.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удается разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Практическое занятие	Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму.
Лабораторная работа	Лабораторные работы позволяют научиться применять теоретические знания, полученные на лекции при решении конкретных задач. Чтобы наиболее рационально и полно использовать все возможности лабора-

	торных работ для подготовки к ним необходимо: следует разобрать лекцию по соответствующей теме, ознакомится с соответствующим разделом учебника, проработать дополнительную литературу и источники, решить задачи и выполнить другие письменные задания.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоения учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие: - работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций; - выполнение домашних заданий и расчетов; - работа над темами для самостоятельного изучения; - участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад; - подготовка к промежуточной аттестации. При выполнении домашней работы рекомендуется использовать Math Studio для контроля выполняемых расчетов.
Подготовка к промежуточной аттестации	Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед зачетом три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.