

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования

«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра физики

**ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

к практическим занятиям по дисциплине «Физика»  
для студентов всех технических направлений  
и специальностей очной формы обучения

Воронеж 2020

УДК 537.86(07)  
ББК 22.336я7

*Составители:*

*канд. физ.-мат. наук Н. В. Агапитова,  
д-р физ.-мат. наук А. В. Бугаков*

**Электромагнитные колебания и волны:** методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Физика» для студентов всех технических направлений и специальностей очной формы обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: Н. В. Агапитова, А. В. Бугаков. Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2020. 42 с.

В методических указаниях рассмотрены основные теоретические положения по разделу «Электромагнитные колебания и волны». Приведены примеры решения ряда задач с подробными пояснениями. Методические указания помогут активизировать самостоятельную работу студентов по данной теме курса общей физики.

Предназначены для студентов всех технических направлений и специальностей очной формы обучения.

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле МУ\_электрические колебания.pdf.

Ил. 13. Табл. 1. Библиогр.: 8 назв.

**УДК 537.86(07)  
ББК 22.336я7**

**Рецензент** – д-р физ.-мат. наук, проф. Е. К. Белоногов

*Издается по решению редакционно-издательского совета  
Воронежского государственного технического университета*

## ВВЕДЕНИЕ

Как показывает опыт преподавания, студенты более охотно пользуются методическими разработками по различным темам курса, нежели «большой» учебной литературой. Более сжатое, лаконичное изложение отдельных вопросов предмета оказывается для студента предпочтительнее. Однако компактное изложение материала не должно быть чрезмерно упрощённым и содержать пробросы важных элементов теории. Всё это налагает высокие требования к разработке методических указаний.

В предлагаемых методических указаниях вопросы электромагнитных колебаний и волн изложены предельно кратко, но наряду с этим сохраняют должный уровень содержания, отвечающий стандартной вузовской программе по общему курсу физики.

В методических указаниях представлены примеры решения ряда задач, иллюстрирующие соответствующие вопросы.

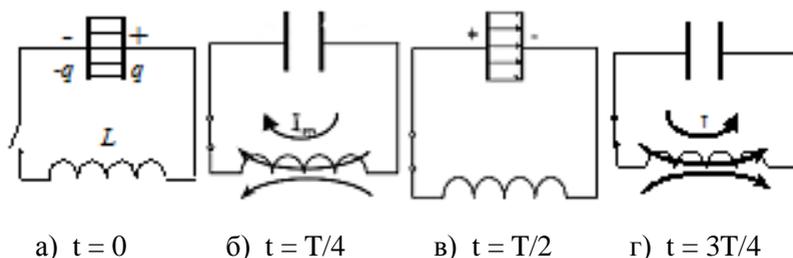
### 1. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Среди различных электрических явлений особое место занимают электромагнитные колебания, при которых электрические величины (заряды, токи, электрические и магнитные поля) изменяются периодически. Электромагнитные колебания используют во многих технических устройствах и применяют для целей различных видов передачи информации. Технические переменные токи также являются электромагнитными колебаниями. Укажем также, что световые явления представляют собой электромагнитные колебания.

*Периодический процесс изменений зарядов и токов в элементах электрической цепи называют электрическими колебаниями.* При рассмотрении электрических колебаний имеем дело с токами, изменяющимися во времени. Закон Ома и правила Кирхгофа установлены для постоянного тока. Однако эти законы можно распространить и на изменяющиеся

(колеблющиеся) токи в цепи, если только их изменения происходят не слишком быстро. Электромагнитные возмущения распространяются по цепи со скоростью света  $c$ . Допустим, что длина цепи равна  $l$ . Время, необходимое для передачи отдельного возмущения в самую отдаленную точку цепи, равно  $\tau = l/c$ . Если при этом  $\tau = l/c \ll T$ , где  $T$  – период изменений, то мгновенные значения силы тока во всех сечениях цепи будут практически одинаковыми. Токи, удовлетворяющие этому условию, называются *квазистационарными*. Мгновенные значения *квазистационарных* токов подчиняются закону Ома и правилам Кирхгофа.

В цепи, содержащей индуктивность и емкость, могут возникать электрические колебания. Такая цепь называется *колебательным контуром*. Колебания в контуре можно вызвать, либо сообщив обкладкам конденсатора некоторый начальный заряд, либо возбуждив в индуктивности ток. Воспользовавшись первым способом возбуждения, выясним, каким образом в колебательном контуре возникают и поддерживаются электрические колебания.



**Рис. 1.1**

Отключённый от индуктивности конденсатор присоединим к источнику напряжения. Это приведет к возникновению на обкладках разноименных зарядов  $+q$  и  $-q$  (рис. 1.1, а). Между обкладками возникнет электрическое поле, энергия которого равна  $q^2/2C$ . Если затем отключить источник и замкнуть конденсатор на индуктивность, конденсатор начнёт разря-

жаться и в контуре потечёт ток. В результате энергия электрического поля будет уменьшаться, но вместе с этим возникнет все возрастающая энергия магнитного поля, обусловленного током, текущим через индуктивность. При этом энергия магнитного поля будет равна  $LI^2/2$ . В момент, когда напряжение на конденсаторе, а следовательно, и энергия электрического поля обращаются в ноль, энергия магнитного поля, а значит, и ток достигают наибольшего значения (рис. 1.1, б).

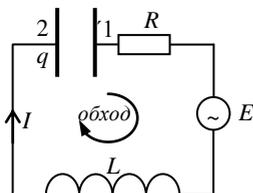
С этого момента ток, не меняя направления, начнет убывать. Однако он, поддерживаемый э.д.с. самоиндукции, прекратится не сразу. Ток будет перезаряжать конденсатор, возникнет электрическое поле, стремящееся ослабить ток. Наконец ток прекратится, и заряд на конденсаторе достигнет максимума (конденсатор перезарядится, рис. 1.1, в). Затем те же процессы протекают в обратном направлении (рис. 1.1, г), после чего система приходит в исходное состояние и весь цикл повторяется снова и снова. В ходе процесса в целом периодически изменяются (т.е. колеблются) заряд на обкладках, напряжение на конденсаторе и сила тока, текущего через индуктивность.

В контуре при отсутствии сопротивления проводников полная энергия, слагающаяся из энергий электрического и магнитного полей, не расходуется на нагревание проводов и будет оставаться постоянной. В этом случае колебания сопровождаются полными взаимными превращениями энергии электрического и магнитного полей.

Если же сопротивление проводов контура  $R \neq 0$ , то, помимо процесса взаимных превращений видов энергии, будет происходить преобразование электромагнитной энергии в джоулеву теплоту. Сопротивление проводников  $R$  цепи принято называть активным сопротивлением.

## 1.1. Уравнение колебательного контура

Представим цепь, содержащую последовательно соединённые конденсатор  $C$ , катушку индуктивности  $L$ , активное сопротивление  $R$  и внешнюю переменную э.д.с.  $E(t)$  (рис. 1.2). Найдём уравнение колебаний в этой цепи.



Условимся считать положительным ток, заряжающий конденсатор и равный  $I = dq/dt = \dot{q}$ . Согласно закону Ому для участка цепи  $IRL2$  имеем равенство

$$RI = \varphi_1 - \varphi_2 + E_s + E, \quad (1.1)$$

где  $E_s = -LdI/dt$  – э.д.с. самоиндукции;  $\varphi_1 - \varphi_2 = -(\varphi_1 - \varphi_2) = -q/C$ . Поэтому уравнение (1.1) можно переписать в виде

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = E,$$

или

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + q/C = E. \quad (1.2)$$

Равенство (1.2) выражает *уравнение колебательного контура*. Оно является линейным неоднородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами. Уравнению колебательного контура можно придать иной вид

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = E/L, \quad (1.3)$$

где

$$\beta = R/2L, \quad \omega_0^2 = 1/LC. \quad (1.4)$$

Величину  $\omega_0$  называют *собственной частотой* контура при  $R = 0$ ,  $\beta$  – *коэффициентом затухания*. При отсутствии источника ( $E = 0$ ) колебания принято называть *свободными*. При  $R = 0$  они будут *незатухающими*, при  $R \neq 0$  – *затухающими*. Рассмотрим последовательно все эти случаи.

## 1.2. Свободные электрические колебания

*Свободные незатухающие колебания.* Если в контуре отсутствует внешняя э.д.с.  $E = 0$  и активное сопротивление  $R = 0$ , то, как уже отмечалось, колебания в контуре являются свободными незатухающими. Их дифференциальное уравнение имеет вид

$$\ddot{q} + \omega_0 q = 0. \quad (1.5)$$

Решением этого уравнения является функция

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \alpha), \quad (1.6)$$

где  $q_m$  – амплитудное значение положительного заряда на обкладке конденсатора;  $\omega_0$  – собственная частота контура;  $\alpha$  – начальная фаза. Значение  $\omega_0$  определяется параметрами контура  $L$  и  $C$ , значение  $q_m$  и  $\alpha$  – начальными условиями.

Период свободных незатухающих колебаний

$$T_0 = 2\pi / \omega_0 = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (1.7)$$

Ток в контуре

$$I = dq/dt = -\omega_0 q_m \sin(\omega_0 t + \alpha) = \omega_0 q_m \cos\left(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right), \text{ т.е.}$$

$$I = I_m \cos\left(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right), \quad (1.8)$$

где  $I_m = \omega_0 q_m$ . Из (1.8) видно, что ток при свободных незатухающих колебаниях в контуре опережает по фазе колебания заряда и напряжения на конденсаторе на  $\pi/2$ .

## 1.3. Затухающие электрические колебания

В реальном контуре активное сопротивление  $R \neq 0$  и энергия, запасённая в контуре, постепенно расходуется на нагревание. Свободные колебания будут затухающими. Если в общем уравнении (1.3) положить  $\zeta = 0$ , получим дифференциальное уравнение затухающих колебаний

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0. \quad (1.9)$$

При  $\beta^2 < \omega_0^2$  решение уравнения (1.9) имеет вид

$$q = q_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad (1.10)$$

где

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \quad (1.11)$$

частота колебаний;  $q_m$  и  $\alpha$  – постоянные, определяемые начальными условиями.

Из (1.10) видно, что затухающие колебания не являются гармоническими. Период этих колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi/\omega_0}{\sqrt{1 - (\beta/\omega_0)^2}} = \frac{T_0}{\sqrt{1 - (\beta/\omega_0)^2}}. \quad (1.12)$$

Множитель

$$a(t) = q_m e^{-\beta t} \quad (1.13)$$

в выражении (1.10) называют *амплитудой затухающих колебаний*. Примерный график зависимости  $q(t)$  показан на рис. 1.3.

Зная  $q(t)$ , можно найти напряжение на конденсаторе ( $U_c = q/C$ ) и ток в контуре, дифференцируя по времени выражение для  $q(t)$ :  $I = dq/dt$ .

Электрические затухающие колебания характеризуются теми же величинами, что и механические.

1. *Время затухания (релаксации)  $\tau$* , по истечении которого амплитуда колебаний уменьшается в  $e$  раз. Из формулы (1.13) следует, что

$$\tau = 1/\beta = 2L/R. \quad (1.14)$$

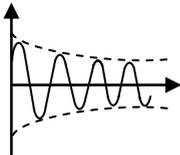


Рис. 1.3

2. *Логарифмический декремент затухания  $\lambda$* , определяемый натуральным логарифмом отношения двух последовательных максимальных значений заряда ( $U$  или  $I$ ), т.е.

$$\lambda = \ln \frac{q_n}{q_{n+1}} = \ln \frac{q(t_n)}{q(t_n + T)} = \beta T. \quad (1.15)$$

Иначе

$$\lambda = T / \tau = 1 / (\tau / T) = 1 / N_e, \quad (1.16)$$

где  $N_e$  – число колебаний за время релаксации  $\tau$ .

Подставляя в (1.15) значение  $\beta = R / 2L$  и заменив  $T$  через  $2\pi / \omega$ , получим для  $\lambda$  выражение:

$$\lambda = \frac{R}{2L} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi R}{\omega L}. \quad (1.17)$$

При слабом затухании

$$\lambda \approx \frac{\pi R \sqrt{LC}}{L} = \pi R \sqrt{C/L}. \quad (1.18)$$

3. Колебательный контур часто характеризуют его *добротностью*  $Q$ , которая определяется как величина, обратно пропорциональная логарифмическому декременту затухания:

$$Q = \pi / \lambda = \pi N_e. \quad (1.19)$$

При слабом затухании ( $\beta^2 \ll \omega_0^2$ ) добротность

$$Q \approx \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (1.20)$$

а также

$$Q \approx 2\pi \frac{W}{\delta W}, \quad (1.21)$$

где  $W$  – энергия, запасённая в контуре;  $\delta W$  – уменьшение этой энергии за период колебания  $T$ .

Следует отметить, что при  $\beta^2 \geq \omega_0^2$ , т.е. при  $R^2 / 4L^2 \geq 1 / LC$ , вместо колебаний будет происходить аperiодический разряд конденсатора. Сопротивление контура, при котором наступает аperiодический процесс, называется критическим:

$$R_{кр} = 2\sqrt{L/C}. \quad (1.22)$$

## 1.4. Вынужденные электрические колебания

Чтобы вызвать вынужденные колебания, включим последовательно с элементами контура внешнюю переменную э.д.с., например, изменяющуюся по гармоническому закону

$$E = E_0 \cos \Omega t. \quad (1.23)$$

В этом случае уравнение колебательного контура имеет вид

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = (E/L)\cos \Omega t. \quad (1.24)$$

Решение этого уравнения представляет собой сумму общего решения соответствующего однородного уравнения  $\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0$  и частного решения данного уравнения (1.24).

Решением однородного уравнения, как нам уже известно, является функция

$$q = ae^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha),$$

где  $a$  и  $\alpha$  – постоянные, которые экспоненциально затухают и по прошествии некоторого времени практически обращаются в ноль.

Частным решением уравнения (1.24) является функция

$$q = q_m \cos(\Omega t - \psi), \quad (1.25)$$

где при заданной частоте  $\Omega$   $q_m$  – постоянная.

Итак, в установившемся режиме вынужденных колебаний колебательный процесс можно определить законом

$$q = q_m \cos(\Omega t - \psi). \quad (1.26)$$

Здесь  $q_m$  – амплитудное значение заряда на конденсаторе;  $\psi$  – разность фаз между колебаниями заряда и внешней э.д.с.  $E(t)$  (1.23). Оказывается, что  $\psi > 0$  и, следовательно, колебания  $q$  отстают по фазе от  $E$ .

Величины  $q_m$  и  $\psi$  определяются как параметрами  $L$ ,  $C$ ,  $R$  колебательного контура, так и амплитудой  $E_m$  и частотой  $\Omega$

вынуждающей силы. При нахождении  $q_m$  и  $\psi$  поступим следующим образом.

Продифференцировав (1.25) по  $t$ , найдем силу тока в контуре:

$$I = -\Omega q_m \sin(\Omega t - \psi) = \Omega q_m \cos\left(\Omega t - \psi + \frac{\pi}{2}\right). \quad (1.27)$$

Введем обозначения  $I_m = \Omega q_m$ ,  $\varphi = \psi - \frac{\pi}{2}$  и перепишем выражение (1.27) в виде

$$I = I_m \cos(\Omega t - \varphi), \quad (1.28)$$

где  $I_m$  – амплитуда тока;  $\varphi$  – фазовый сдвиг между током и внешней э.д.с.  $E$ .

При последовательном соединении элементов  $L$ ,  $C$ ,  $R$  в цепи сумма падений напряжения на этих элементах в каждый момент времени равна э.д.с.  $E$  источника.

$$U_L + U_C + U_R = E_m \cos \Omega t. \quad (1.29)$$

Указанные напряжения равны:

$$U_R = RI = RI_m \cos(\Omega t - \varphi),$$

$$U_C = q/C = (q_m/C) \cos(\Omega t - \psi) = (I_m/\Omega C) \cos\left(\Omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right), \quad (1.30)$$

$$U_L = -\xi_S = -\left(-L \frac{dI}{dt}\right) = LI_m \frac{d}{dt} \cos(\Omega t - \varphi) =$$

$$= -I_m L \Omega \sin(\Omega t - \varphi) = I_m L \Omega \cos\left(\Omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right). \quad (1.31)$$

Из формул (1.30) ÷ (1.31) видно, что  $U_R$  находится в фазе с током  $I$ ,  $U_C$  отстает по фазе от  $I$  на  $\frac{\pi}{2}$ , а  $U_L$  опережает  $I$  на  $\frac{\pi}{2}$ .

Всё это можно представить с помощью векторной диаграммы амплитуд напряжений

$$U_{R_m} = RI_m, \quad U_{C_m} = I_m/\Omega C, \quad U_{L_m} = \Omega LI_m. \quad (1.32)$$

И их векторную сумму, равную вектору амплитуды  $E_m$  включенной э.д.с. (рис. 1.4).

Из прямоугольного треугольника этой диаграммы получаем следующие выражения:

$$I_m = \frac{\xi_m}{\sqrt{R^2 + (\Omega L - 1/\Omega C)^2}}, \quad (1.33)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Omega L - 1/\Omega C}{R}. \quad (1.34)$$

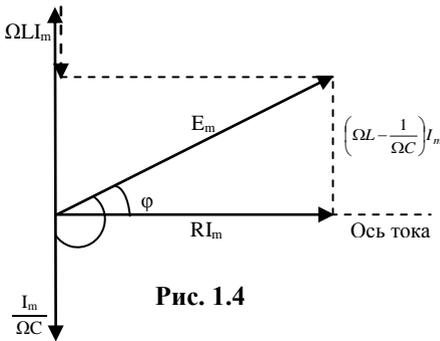


Рис. 1.4

Из формул (1.25), (1.32) и (1.33) следует, что амплитудные значения заряда, тока и напряжения на элементах контура зависят от частоты  $\Omega$  внешней переменной э.д.с.  $E$ . Графики зависимостей  $q_m$ ,  $I_m$ ,  $U_{Cm}$ ,  $U_{Lm}$ ,  $U_{Rm}$  от  $\Omega$  называют резонансными кривыми.

Каждой из этих зависимостей соответствует определённая, так называемая резонансная частота, при которой та или иная величина принимает максимальное значение. Из условия экстремума  $dx(\Omega)/d\Omega|_{\Omega=\Omega_{рез}}=0$  и знаков производных в окрестностях  $\Omega_{рез}$  определяются максимумы интересующих нас величин:

$$\Omega_{q,рез} = \Omega_{U_C,рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}},$$

$$\Omega_{I,рез} = \Omega_{U_R,рез} = \omega_0, \quad (1.35)$$

$$\Omega_{U_L,рез} = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{LC - R^2C^2/2}}. \quad (1.36)$$

Резонансные кривые для заряда  $q_m(\Omega)$  показаны на рис. 1.5, амплитудных напряжений на R, C и L – на рис. 1.6.

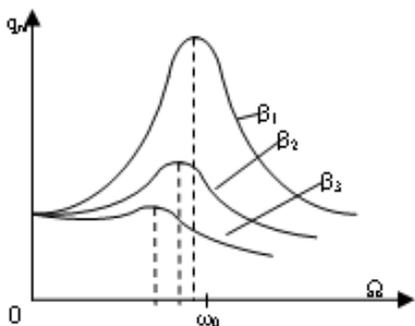


Рис. 1.5

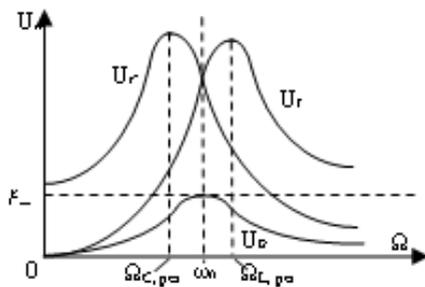


Рис. 1.6

Добротность контура связана с шириной резонансного пика. Оказывается, при  $\beta^2 \ll \omega_0^2$

$$Q \cong \Omega_p / \Delta\Omega, \quad (1.37)$$

где  $\Omega_p$  – резонансная частота;  $\Delta\Omega$  – ширина резонансной кривой на уровне 0,7 от максимального значения величины.

Возбуждение сильных колебаний в контуре при частоте внешней э.д.с. (напряжения), равной или близкой к собственной частоте колебательного контура, называют *явлением резонанса*. Явление резонанса используется для выделения из сложного переменного напряжения нужной частотной составляющей.

### 1.5. Переменный ток

Установившиеся вынужденные электрические колебания можно рассматривать как протекание в цепи, обладающей ёмкостью, индуктивностью и активным сопротивлением  $R$ , переменного тока, обусловленного переменным напряжением

$$U = U_m \cos \omega t. \quad (1.38)$$

Согласно формулам (1.28), (1.33) и (1.34) сила тока изменяется по закону

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi), \quad (1.39)$$

где

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (1.40)$$

Стоящее в знаменателе формулы для  $I_m$  выражение

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (1.41)$$

называется *полным сопротивлением* или *импедансом* цепи с последовательным соединением L, C и R. Величину

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C} \quad (1.42)$$

называют *реактивным* сопротивлением. При этом величину  $X = \omega L$  называют *индуктивным*, а величину  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  – *ёмкостным сопротивлением*. Заметим, что  $X_L$  растет с увеличением частоты  $\omega$ , а  $X_C$  уменьшается.

При отсутствии ёмкости в цепи полагается  $X_C = 0$ . Активное и реактивное сопротивления измеряются в Омах. В отличие от реактивного с активным сопротивлением связаны необратимые процессы преобразования электромагнитной энергии в джоулеву теплоту.

Найдем мощность, выделяемую в цепи переменного тока. Мгновенное значение мощности равно произведению мгновенных значений напряжения и силы тока.

$$P(t) = U(t)I(t) = U_m \cos \omega t \cdot I_m \cos(\omega t - \varphi). \quad (1.43)$$

Воспользовавшись соответствующей тригонометрической формулой выражению (1.43), можно придать другой вид

$$P(t) = \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi + \frac{1}{2} U_m I_m \cos(2\omega t - \varphi). \quad (1.44)$$

Практический интерес имеет среднее за период колебания значение мощности  $\langle P \rangle$ . Так как  $\langle \cos(2\omega t - \varphi) \rangle = 0$ , то

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi. \quad (1.45)$$

Из (1.44) следует, что мгновенная мощность колеблется около среднего значения с частотой в два раза большей частоты тока.

Из векторной диаграммы (рис. 1.4) видно, что  $U_m \cos \varphi = R I_m$ . Следовательно, выражение (1.45) можно привести к виду  $\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_m^2 R$ .

Такую же мощность развивает постоянный ток  $I = I_m / \sqrt{2}$ . Применительно к формуле (1.45) введём величины  $I = I_m / \sqrt{2}$  и  $U = U_m / \sqrt{2}$ , тогда

$$\langle P \rangle = IU \cos \varphi. \quad (1.46)$$

Величины  $I = I_m / \sqrt{2}$  и  $U = U_m / \sqrt{2}$  называют *действующими* (эффективными) значениями тока и напряжения. Множитель  $\cos \varphi = R/Z$  принято называть *коэффициентом мощности*.

При  $\varphi = \pi/2$  мощность  $\langle P \rangle = 0$ . В этом случае энергия дважды за период передаётся от генератора во внешнюю цепь и обратно – из внешней цепи в генератор. В технике стремятся сделать  $\cos \varphi$  по возможности близким к единице. Для этого достаточно сделать реактивное сопротивление минимальным, т.е. обеспечить равенство индуктивного и емкостного сопротивлений ( $XL = XC$ ).

## 2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

### 2.1. Электромагнитное поле. Уравнения Максвелла

Электромагнитное поле – особая форма материи, посредством которой осуществляется взаимодействие между заряженными частицами. Электрическое поле в вакууме характеризуется векторами напряжённости электрического поля  $\mathbf{E}$

и магнитной индукции  $\mathbf{B}$ , которые определяют силы, действующие со стороны поля на неподвижные и движущиеся заряженные частицы. В среде электромагнитное поле характеризуется дополнительно двумя вспомогательными величинами: напряжённостью магнитного поля  $\mathbf{H}$  и электрическим смещением (индукцией)  $\mathbf{D}$ .

Электрическое поле изучает классическая электродинамика: в произвольной среде оно описывается уравнениями Максвелла, позволяющими определить поля в зависимости от распределения зарядов и токов.

Электромагнитное поле неподвижных или равномерно движущихся заряженных частиц неразрывно связано с этими частицами; при ускоренном движении частиц электромагнитное поле «отрывается» от них и существует независимо в форме электромагнитных волн. Порождение электромагнитного поля переменным магнитным полем и магнитного поля переменным электрическим приводит к тому, что электрическое и магнитное поля не существуют обособленно, независимо друг от друга. Это означает, что электромагнитное поле представляет собой единый физический объект, способный существовать самостоятельно в отрыве от зарядов и токов. При этом изменение его состояния имеет волновой характер. Такого рода поля называют электромагнитными волнами.

Итак, если возбудить с помощью колеблющихся зарядов переменное электромагнитное поле, то в окружающем заряды пространстве возникнет последовательность взаимных превращений электрического и магнитного полей, распространяющихся от точки к точке с конечной скоростью. Этот процесс будет периодическим во времени и пространстве и, следовательно, представляет собой электромагнитную волну.

Английский физик Дж. Максвелл теоретически показал, что электромагнитные колебания распространяются в вакууме со скоростью света. Теория Максвелла позволила установить, что радиоволны, свет, рентгеновское и гамма-излучения представляют собой электромагнитные волны с различной длиной

волны  $\lambda$  (см. таблицу), причем между соседними диапазонами шкалы электромагнитных волн нет резких границ. Частота  $\nu$  колебаний, связанных между собой электрического  $E$  и магнитного  $H$  полей, связана с  $\lambda$  соотношением  $\lambda = c/\nu$ , или  $\lambda = c/\omega$ .

Частота $\nu$ , Гц	Длина волны $\lambda$ , м	Название диапазона	Источники. Основные методы возбуждения
$10^3$ $10^{12}$	$3 \cdot 10^5$ $3 \cdot 10^{-3}$	Радиоволны	Переменные токи в проводнике, генераторы радиочастот и СВЧ
$3,75 \cdot 10^{14}$ $7,5 \cdot 10^{14}$	$8 \cdot 10^{-7}$ $4 \cdot 10^{-7}$	ИК-излучение Видимый свет	Излучение молекул и атомов при тепловых и электрических воздействиях
$3 \cdot 10^{17}$	$3 \cdot 10^{-9}$	УФ-излучение Мягкий рентген	Излучение атомов при воздействии ускоренных электронов
$3 \cdot 10^{20}$	$10^{-12}$	Рентген $\gamma$ -излучение	Атомные процессы при воздействии ускоренных заряженных частиц
$10^{23}$	$3 \cdot 10^{-15}$	$\gamma$ -излучение	Ядерные процессы, радиоактивный распад, космические процессы

Особенности электромагнитных волн, законы их возбуждения и распространения описываются уравнениями Максвелла. На характер распространения электромагнитных волн существенно влияет среда, в которой они распространяются. Электромагнитные волны могут испытывать преломление, в реальных средах имеет место дисперсия волн, вблизи неод-

нородностей наблюдаются дифракция волн, интерференция волн, полное внутреннее отражение и другие явления, свойственные волнам любой природы. В случае изотропной, однородной и непроводящей среды вдали от зарядов и токов, создающих электромагнитное поле, уравнения Максвелла приводят к волновым уравнениям:

$$\nabla^2 \vec{E} = \varepsilon \mu \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (2.1)$$

$$\nabla^2 \vec{H} = \varepsilon \mu \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}, \quad (2.2)$$

описывающим, в частности, распространение плоских электромагнитных волн:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi), \quad (2.3)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi). \quad (2.4)$$

Здесь  $\varepsilon$  – диэлектрическая,  $\mu$  – магнитная проницаемость среды;  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные, причем  $\varepsilon_0 \mu_0 = 1/c^2$ , где  $c$  – скорость света в вакууме;  $E_0$  и  $H_0$  – амплитуды колебаний электрического и магнитного полей;  $\omega$  – круговая частота колебаний;  $\varphi$  – начальная фаза;  $\mathbf{k}$  – волновой вектор;  $r$  – радиус-вектор точки;  $\nabla^2$  – оператор Лапласа.

Величина  $v = c/\sqrt{\varepsilon\mu}$  определяет фазовую скорость волны, принимая  $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$  ( $n$  – показатель преломления),  $v = c/n$ .

Для волнового вектора имеем

$$\mathbf{k}^2 = \omega^2 \varepsilon \mu \varepsilon_0 \mu_0 = \omega^2 \frac{\varepsilon \mu}{c^2} = \frac{\omega^2}{(c/n)^2}, \quad (2.5)$$

т.е.  $\mathbf{k} = \omega/v$ , где  $v = c/\sqrt{\varepsilon\mu} = c/n$ . (2.6)

Из решения уравнений (2.1) – (2.2) следует, что электромагнитные волны поперечны, т.е. векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  перпендикулярны направлению волны и друг другу и образуют правую тройку векторов с направлением распространения.

В электромагнитной волне модули векторов  $E$  и  $H$  связаны между собой соотношением

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E = \sqrt{\mu\mu_0}H, \quad (2.7)$$

или

$$E = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}} H = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}} \cdot \frac{B}{\mu\mu_0} = \frac{B}{\sqrt{\varepsilon\mu\varepsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\frac{cB}{\varepsilon\mu}}, \quad (2.8)$$

где  $B$  – магнитная индукция. Для вакуума  $\varepsilon = 1$ ,  $\mu = 1$  и  $E = cB$ .

Уравнения (2.3) и (2.4) характеризуют плоскую монохроматическую волну, бегущую в изотропной, однородной среде, для которой  $\varepsilon$  и  $\mu$  не зависят соответственно от полей  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ .

Отметим, что амплитудные значения  $E_0$  и  $H_0$  колеблющихся векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  и начальная фаза  $\varphi$  плоской монохроматической волны не зависят от  $\vec{r}$  и  $t$ , т.е. одинаковы во всем пространстве во все моменты времени. Никакие реальные волны этим свойством не обладают, поэтому образ плоской монохроматической волны представляет идеализацию. Условия применимости этой идеализации требуют специального рассмотрения при решении той или иной задачи. Однако необходимо заметить, изученные свойства плоской монохроматической волны важны еще и потому, что любая электромагнитная волна может быть представлена в виде суперпозиции таких простых волн (благодаря линейности уравнений Максвелла сумма любых решений также является решением уравнений).

У сферических волн поверхности постоянной фазы  $\omega t - kr + \varphi = \text{const}$  представляют собой концентрические сферы. В отличие от плоской волны, амплитуда которой всюду одинакова, амплитуда сферической волны обратно пропорциональна расстоянию до центра. Уравнение сферической волны, распространяющейся в изотропной, однородной, непоглощающей среде, имеет вид

$$E(r, t) = \frac{E_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi). \quad (2.9)$$

Небольшой участок сферической волны вдали от её центра можно приближенно рассматривать как плоскую волну. Поэтому рассмотренные выше свойства плоских волн (фазовая скорость, поперечность, соотношение между  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ ) локально (т.е. в каждой точке) справедливы и для сферических волн.

Если среда неоднородна или содержит поверхности, на которых изменяются её электрические, либо магнитные свойства, или если в пространстве имеются проводники, то тип возбуждаемых и распространяющихся электромагнитных волн может существенно отличаться от плоской линейно поляризованной волны.

На основании выше изложенного сделаем следующие выводы:

1. Электромагнитное поле может существовать в отрыве от зарядов и токов, его создающих, в виде электромагнитных волн. В вакууме электромагнитные волны распространяются со скоростью света  $c$ . В среде (изотропной, электрически нейтральной, непроводящей, неферромагнитной) фазовая скорость волны  $v = c/\sqrt{\epsilon\mu}$ , где  $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ .

2. В изотропной среде векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  и направление распространения волны взаимно перпендикулярны и образуют правовинтовую систему. Правовинтовое соотношение является внутренним свойством электромагнитной волны, не зависящей от системы координат.

3. Между модулями векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  волны в непроводящей среде существует связь  $\sqrt{\epsilon\epsilon_0}E = \sqrt{\mu\mu_0}H$  и векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  колеблются в одинаковых фазах. В проводящей среде (или наличии проводящих поверхностей) между колебаниями векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  волны возникает разность фаз.

Простейшим излучателем электромагнитных волн является электрический диполь – отрезок проводника длиной  $l \ll \lambda$ , по которому протекает ток  $I = I_0 \sin \omega t$ . На расстоянии от диполя  $r \ll \lambda$  образуется волновая зона (зона излучения), где распространяются сферические волны. В целом электромагнитные волны различных диапазонов  $\lambda$  характеризуют

ся разными способами возбуждения и регистрации. Они по-разному взаимодействуют с веществом. Процессы излучения и поглощения электромагнитных волн от самых длинных волн до инфракрасного излучения достаточно полно описываются соотношениями электродинамики. На более высоких частотах эти процессы приобретают квантовый характер.

Далее рассмотрим вопросы энергии, импульса, давления электромагнитных волн и др.

## 2.2. Энергия и поток энергии электромагнитных волн

Электромагнитные волны переносят энергию. Исходя из представления о локализации энергии в самом поле, плотность потока энергии можно получить, умножив плотность энергии на скорость волны. Рассмотрим случай, когда электромагнитная волна распространяется в вакууме, т.е. когда  $\varepsilon = 1$ ,  $\mu = 1$ , и  $v = c$ . В этом случае плотность энергии электромагнитного поля равна

$$W = W_E + W_H = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu_0 H^2}{2}. \quad (2.10)$$

Учитывая соотношение  $\sqrt{\varepsilon_0} E = \sqrt{\mu_0} H$ , из (2.10) получим

$$\begin{aligned} W &= \frac{\varepsilon_0}{2} E \left( \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} H \right) + \frac{\mu_0}{2} H \left( \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E \right) = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} E H + \frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} E H = E H / c. \end{aligned}$$

Обозначив через  $S$  модуль плотности потока энергии, будем иметь

$$S = Wc = EH. \quad (2.11)$$

Векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему. Следовательно, вектор плотности потока  $\vec{S}$  можно представить как векторное произведение  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ :

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]. \quad (2.12)$$

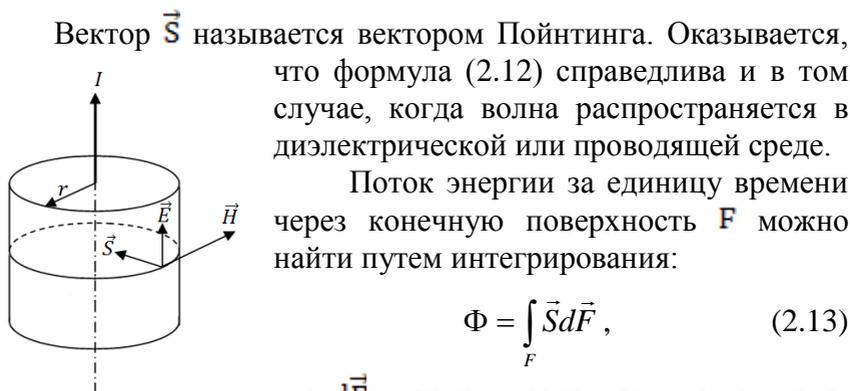


Рис. 2.1

В качестве примера на применение формул (2.12) и (2.13) рассмотрим участок однородного цилиндрического проводника, по которому течет постоянный ток (рис. 2.1). Пусть ток равен  $I$ , радиус проводника  $r$ . Поскольку у провода есть сопротивление, то вдоль него действует некоторое электрическое поле  $\vec{E}$ . Из условия непрерывности касательной составляющей  $E_\tau$  такое же поле  $\vec{E}$  будет у внешней стороны поверхности проводника. Ток в проводнике возбуждает магнитное поле  $\vec{H}$ .

По теореме о циркуляции вектора  $\vec{H}$  вблизи поверхности провода  $2\pi rH = I \Rightarrow H = I/2\pi r$ . Векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  расположены так, что вектор  $\vec{S}$  направлен внутрь провода и нормально к его боковой поверхности. Это значит, что электромагнитная энергия втекает внутрь провода из окружающего пространства. Если длина провода  $l$ , то втекаемая, таким образом, энергия:

$$\Phi = EH \cdot 2\pi r \cdot l = 2\pi rH(EI) = 2\pi rHU, \quad (2.14)$$

где  $U$  – разность потенциалов на концах проводника. Подставив в (2.14) выражение для  $H$ , получим

$$\Phi = 2\pi rU \frac{I}{2\pi r} = UI. \quad (2.15)$$

Таким образом, мы пришли к тому, что втекающий извне поток электромагнитной энергии целиком превращается в джоулеву теплоту. Следовательно, энергия, выделяющаяся в виде джоулева тепла, поступает в проводник через его боковую поверхность в виде энергии электромагнитного поля.

### 2.3. Давление электромагнитной волны

Электромагнитные волны, отражаясь или поглощаясь в телах, на которые они падают, оказывают на них давление. Мысль о том, что свет при встрече с телами должен оказывать на них давление, была высказана еще Кеплером. Форма кометных хвостов объяснялась Кеплером на основе предполагаемого давления.

Давление электромагнитных волн вытекает также из электромагнитной теории Максвелла. Действительно, положим, что плоская электромагнитная волна падает нормально слева направо на поверхность металла (рис. 2.2).

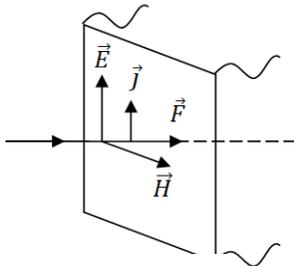


Рис. 2.2

Электрический и магнитный векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  будут располагаться в плоскости поверхности, на которую падает волна. Перемещаясь под действием электрического поля против вектора  $\vec{E}$ , свободные электроны создадут ток плотностью  $\vec{j}$ . Со стороны магнитного поля волны, согласно закону Ампера действует сила  $\vec{F}$ , направленная внутрь металла перпендикулярно поверхности. Сила, действующая на единицу площади поверхности, составляет давление.

Аналогичным образом можно объяснить давление электромагнитных волн на диэлектрики. В этом случае электрическое поле излучения возбуждает переменную поляризации, а его магнитное поле, воздействуя на движущиеся при поляризации заряды, создает давление.

Исходя из электромагнитной теории, Максвелл вычислил величину давления  $P$ , оказываемого плоской электромагнитной волной на поверхности тела:

$$P = \langle W \rangle (1 + \rho) \cos i, \quad (2.16)$$

где  $\rho$  – коэффициент отражения;  $\langle W \rangle$  – средняя по времени плотность электромагнитной энергии;  $i$  – угол падения волны.

## 2.4. Импульс электромагнитного поля

Электромагнитная волна переносит энергию с плотностью потока  $\vec{S}$  и, падая на тело, оказывает на него давление. Следовательно, электромагнитное поле (волна) обладает импульсом. Получим выражение для объемной плотности  $\vec{G}$  электромагнитной волны в вакууме. В пространстве плоской волны в направлении ее распространения выделим цилиндрический элемент объемом  $dV = F \cdot dl$ , где  $F$  – площадь сечения;  $dl$  – расстояние между выбранными фронтами волны.

В пределах выделенного элемента объема во всех его точках плотность электромагнитной энергии  $W$  практически одинакова и, следовательно, энергия, заключенная в объеме  $dV$  равна  $dW = w \cdot dV$ . Масса покоя квантов электромагнитного поля равна нулю. Однако электромагнитному полю в некотором объеме можно сопоставить релятивистскую массу  $m_r$ . В рассматриваемом случае релятивистская масса выделенного элемента поля волны равна  $dm_r = dW/c^2 = w/c^2 \cdot dV$ . При скорости распространения волны равной  $c$  соответствующий импульс по модулю  $dK = c dm_r = w/c^2 \cdot dV$ . При этом объемная плотность импульса по абсолютному значению

$$G = dK/dV = w/c.$$

Если учесть, что  $W = S/c$  (смотреть формулу (2.11)), получим  $G = S/c^2$ . Направления  $\vec{G}$  и  $\vec{S}$  совпадают, поэтому можно написать  $\vec{G} = \vec{S}/c^2$ .

Итак, для объемной плотности импульса электромагнитной волны имеем

$$\vec{G} = \vec{S}/c^2 = [\vec{E}\vec{H}]/c^2, G = w/c. \quad (2.17)$$

## 2.5. Стоячие электромагнитные волны

Стоячие электромагнитные волны возникают при наложении двух распространяющихся в противоположенных направлениях волн одинаковой частоты, амплитуды и поляризации. Такая картина получается, в частности, при полном отражении волны от границы. Рассмотрим случай нормального падения плоской монохроматической и линейно-поляризованной волны на хорошо отражающую поверхность с относительным показателем преломления  $n > 1$ . Задача будет состоять в выяснении структуры стоячей волны.

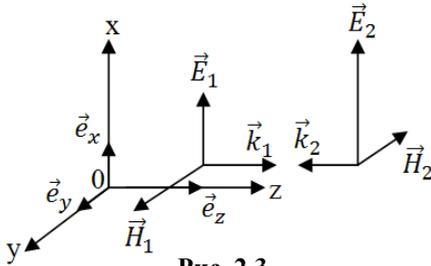


Рис. 2.3

Пусть прямая волна распространяется вдоль положительного направления оси  $z$ , направление поляризации определим осью  $x$  (рис. 2.3). Начало отсчета расстояний  $z$  на оси  $z$  выберем в точке, где колебания напряженности электрического поля обеих волн происходят в одинаковой фазе, а начало отсчета времени в тот момент, когда эти напряженности в начале координат достигают максимума. При этом выражения  $\vec{E}_1(z, t)$  и  $\vec{H}_1(z, t)$  прямой волны принимают особенно простой вид

$$\vec{E}_1 = \vec{e}_x E_0 \cos(\omega t - kz) \quad \vec{H}_1 = \vec{e}_y H_0 \cos(\omega t - kz). \quad (2.18)$$

Для волны распространяющейся навстречу, мы должны написать:

$$\vec{E}_2 = \vec{e}_x E_0 \cos(\omega t + kz) \quad \vec{H}_2 = -\vec{e}_y H_0 \cos(\omega t + kz). \quad (2.19)$$

Здесь учтено, что векторы  $\vec{E}, \vec{H}$  и  $\vec{k}$  в каждой из волн должны образовывать правую тройку векторов (рис. 2.3). Путем сложения найдем результирующее электромагнитное поле:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{e}_x 2E_0 \cos kz \cos \omega t, \quad (2.20)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 = \vec{e}_y 2H_0 \sin kz \sin \omega t. \quad (2.21)$$

Из полученных формул видно, что вектор  $\vec{E}$  результирующей волны в каждой точке совершает гармоническое колебание вдоль оси  $\mathbf{x}$  с частотой  $\omega$ , причем амплитуда колебаний, в зависимости от  $\mathbf{z}$ , изменяется от максимального значения  $2E_0$  в плоскостях  $z = (\pi/k)n = (\lambda/2)n$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ), называемых пучностями электрического поля, до нуля в плоскостях  $z = (\pi/k)(n + 1/2) = (\lambda/2)(n + 1/2)$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ), называемых узлами. Фаза колебаний  $\vec{E}$  во всех точках между соседними узлами одинакова, а колебания по разные стороны узла происходят в противофазе.

Колебания магнитного поля происходят в направлении, перпендикулярном  $\vec{E}$ , и также представляют собой стоячую волну. Однако пучности и узлы стоячей волны магнитного поля сдвинуты вдоль оси  $\mathbf{z}$  на четверть длины волны по отношению к пучности и узлам электрического поля. Колебания магнитного поля отстают во времени на четверть периода от колебаний электрического поля.

Стоячая волна, как и бегущая, может иметь иной вид поляризации. Например, стоячая волна возникает при отражении циркулярно поляризованной волны от идеального плоского зеркала.

### 3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

#### 3.1. Задачи по теме «Электромагнитные колебания»

**Задача 1.** Колебательный контур содержит конденсатор электроемкостью  $C = 8 \text{ нФ}$  и катушку индуктивностью  $L = 0,5 \text{ мГн}$ . Каково максимальное напряжение  $U_{\text{max}}$  на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока  $J_{\text{max}} = 40 \text{ мА}$ ?

**Решение.** Запишем закон изменения заряда на конденсаторе контура и тока в катушке индуктивности

$$q = q_m \cos \omega t ,$$

$$J = \frac{dq}{dt} = -q_m \omega \sin \omega t = J_{\text{max}} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) .$$

При этом напряжение на обкладках конденсатора

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \cos \omega t .$$

Амплитуда тока  $J_{\text{max}} = q_m \omega$ , амплитуда напряжения на конденсаторе  $U_{\text{max}} = \frac{q_m}{C}$ , максимальное значение заряда на конденсаторе  $q_{\text{max}} = \frac{J_{\text{max}}}{\omega}$ . Учитывая формулу Томсона  $\omega = 1/\sqrt{LC}$ , найдем  $q_{\text{max}} = \frac{J_{\text{max}}}{1/\sqrt{LC}} = J_{\text{max}} \sqrt{LC}$ .

Тогда для напряжения будем иметь

$$U_{\text{max}} = \frac{q_{\text{max}}}{C} = \frac{J_{\text{max}} \sqrt{LC}}{C} = J_{\text{max}} \sqrt{\frac{L}{C}} .$$

Произведем вычисление:

$$U_{\text{max}} = J_{\text{max}} \sqrt{\frac{L}{C}} = 4 \cdot 10^{-2} \frac{5 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot 10^{-12}} = 3,16 \cdot 10^2 = 316 \text{ (В)} .$$

**Ответ:**  $U_{\text{max}} = 316 \text{ В}$ .

**Задача 2.** В колебательном контуре происходят вынужденные гармонические колебания. При частотах вынуждающей ЭДС  $\omega_1=300\text{с}^{-1}$  и  $\omega_2=600\text{с}^{-1}$  амплитуда силы тока равна половине своего максимального значения. Определить частоту  $\omega_0$  вынуждающей ЭДС, при которой амплитуда напряжения на обкладках конденсатора максимальна.

**Решение.** Амплитуда силы тока в контуре при установившихся вынужденных колебаниях

$$I_m = \frac{\varepsilon_0}{Z} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}.$$

Отсюда видно, что при условии  $\omega L - 1/\omega C = 0$  амплитуда тока имеет наибольшее значение  $I_{m,Max} = \varepsilon_0/R$ .

При этом соответствующая частота  $\omega = 1/\sqrt{LC} = \omega_0$ , где  $\omega_0$  – так называемая собственная частота контура. Следовательно, резонансная частота для тока в контуре  $\omega_{p,I} = \omega_0$ .

Из условий задачи  $I_m(\omega_1) = I_m(\omega_2) = I_{m,Max} I_m/2$  имеем равенство

$$\frac{1}{2R} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + (\omega_1 L - 1/\omega_1 C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + (\omega_2 L - 1/\omega_2 C)^2}}.$$

Откуда имеем уравнения:

$$3R^2 = (\omega_2 L - 1/\omega_2 C)^2, \quad \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = \pm \left( \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} \right).$$

Отсюда следует, что либо  $\omega_1 = \omega_2$ , либо  $Lc(\omega_1 + \omega_2) = 1/\omega_1 + 1/\omega_2$ , т.е.  $Lc = 1/\omega_1 \omega_2$ . Решение  $\omega_1 = \omega_2$  отбрасывается, поскольку оно не удовлетворяет условию задачи. Из второго решения для собственной частоты  $\omega_0$  контура получаем  $\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$ , т.к.  $Lc = 1/\omega_0^2$ .

Далее можем получить

$$3R^2 = L^2 \left( \omega_2 - \frac{1}{\omega_2 LC} \right)^2 \Rightarrow 3 \left( \frac{R}{L} \right)^2 = \left( \omega_2 - \frac{\omega_0^2}{\omega_2} \right)^2 \Rightarrow \left( \frac{R}{2L} \right)^2 = \frac{(\omega_2^2 - \omega_0^2)^2}{12 \omega_2^2} \Rightarrow \beta^2 = \frac{(\omega_2^2 - \omega_0^2)^2}{12 \omega_2^2} = \frac{1}{12} (\omega_2 - \omega_1)^2$$

где  $\beta = R/2L$  – коэффициент затухания.

Итак, для резонансной частоты заряда (напряжения) на конденсаторе имеем

$$\omega_{p,q} = \omega_{p,u_c} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\omega_1 \omega_2 - (\omega_2 - \omega_1)^2 / 6}.$$

Подставив значения  $\omega_1 = 300 \text{ 1/с}$  и  $\omega_2 = 600 \text{ 1/с}$ , для искомых величин получим

$$\omega_0 = 424 \text{ 1/с}, \omega_{p,u_c} = 406 \text{ 1/с}.$$

**Задача 3.** Колебательный контур содержит катушку индуктивностью  $L = 0.1 \text{ мГн}$ , резистор сопротивлением  $R = 3 \text{ Ом}$ , а также конденсатор емкостью  $C = 10 \text{ нФ}$ . Определить среднюю мощность, потребляемую контуром, необходимую для поддержания в нем незатухающих колебаний с амплитудным значением напряжения на конденсаторе  $U_m = 2 \text{ В}$ .

**Решение.** При наличии активного сопротивления  $R$  полная энергия контура, состоящая из энергии электрического поля, сосредоточенного в конденсаторе, и энергии магнитного поля, сосредоточенного в катушке, непрерывно уменьшается за счет выделения теплоты в соответствии с законом Джоуля – Ленца.

Чтобы поддерживать колебания незатухающими, контур должен получать энергию извне, причем средняя потребляемая мощность равна отношению джоулевой теплоты выделяющейся на сопротивлении  $R$  в течение некоторого промежутка времени  $\Delta t$ , к этому промежутку

$$\langle P \rangle = \frac{Q}{\Delta t}.$$

Количество выделившейся теплоты

$$Q = \int_t^{t+\Delta t} j^2 R dt.$$

Очевидно, что характер незатухающих колебаний, а значит, и выбор промежутка времени  $\Delta t$  зависят от того, как происходит подача энергии извне. Если предположить, что возникающие незатухающие колебания близки к гармоническим, то промежуток времени следует брать равным периоду колебаний:  $\Delta t = T = \frac{2\pi}{\omega}$ .

Тогда заряд на обкладках конденсатора изменяется по закону  $q = q_m \sin \omega t$ , где  $q_m = C U_m$ .

Дифференцируя по  $t$ , находим, что сила тока в контуре равна

$$j = \frac{dq}{dt} = -\omega q_m \sin \omega t.$$

Будем считать, что циклическая частота  $\omega$  мало отличается от собственной частоты контура, т.е.  $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .

Подставляя полученные выражения, найдем

$$Q_{\text{Дж}} = \int_t^{t+T} \omega^2 q_m^2 R \sin^2 \omega t dt = \omega^2 q_m^2 R \int_t^{t+T} \sin^2 \omega t dt,$$

а учитывая, что  $\int_t^{t+T} \sin^2 \omega t dt = \frac{1}{2} \cdot T$ , получим  $Q_{\text{Дж}} = \omega^2 q_m^2 R \frac{T}{2}$ .

Тогда можем найти среднюю за период мощность

$$\langle P \rangle = \frac{Q_{\text{Дж}}}{T} = \frac{\omega^2 q_m^2 R T}{T \cdot 2} = \frac{\omega^2 q_m^2 R}{2}$$

и получить

$$\langle P \rangle = \frac{\omega^2 q_m^2 R}{2} = \frac{C^2 U_m^2 R}{LC \cdot 2} = \frac{C U_m^2 R}{2L}.$$

Для заданных значений  $C$ ,  $U_m$ ,  $R$  и  $L$  средняя мощность:

$$\langle P \rangle = \frac{C U_m^2 R}{2L} = \frac{10^{-8} \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 10^{-4}} = 6 \cdot 10^{-4} (\text{Вт}) = 0,6 \text{ мВт}.$$

Ответ:  $\langle P \rangle = 0,6 \text{ мВт}$ .

**Задача 4.** Цепь переменного тока состоит из последовательно соединенных катушки  $L$ , конденсатора  $C$  и резистора  $R$ . Амплитудное значение суммарного напряжения на катушке и конденсаторе  $U_{LCm} = 173$  В, а амплитудное значение напряжения на резисторе  $U_{Rm} = 100$  В. Определить сдвиг фаз между током и внешним напряжением.

**Решение.** Цепь переменного тока представлена на рис. 3.1. Из теории вынужденных электромагнитных колебаний известно, что векторная диаграмма сложения амплитуд напряжений на индуктивности, электроемкости и резисторе имеет вид (рис. 3.2).

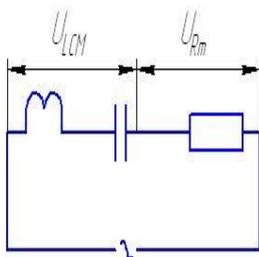


Рис. 3.1

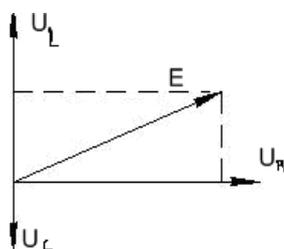


Рис. 3.2

Здесь  $U_{Lm} = I_m \omega L$ ,  $U_{cm} = \frac{I_m}{\omega C}$ ,  $U_{LCm} = U_{Lm} - U_{cm}$ .

Из рис. 3.2 следует, что

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_{Lm} - U_{cm}}{U_{Rm}} = \frac{U_{LCm}}{U_{Rm}}.$$

Подставляя числовые значения задачи, получим

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_{LCm}}{U_{Rm}} = \frac{173}{100} = 1,73, \text{ т.е. } \varphi = \operatorname{arctg} 1,73 = 60^\circ.$$

*Ответ:*  $\varphi = 60^\circ$ .

**Задача 5.** Плоский конденсатор с круглыми пластинами заряжается постоянным током в течение времени  $\tau$  до напряжения  $U$ . Зазор между пластинами равен  $d$ . Проведя между пластинами коаксиальную с ними воображаемую цилиндрическую поверхность, радиус которой  $r$  много меньше радиуса пластин, определить:

а) модуль и направление вектора Пойнтинга в точках поверхности;

б) количество энергии  $W$ , протекающей через поверхность за время  $\tau$ . Сравнить  $W$  с энергией электрического поля, содержащейся в ограниченном поверхностью объеме  $V$  после окончания процесса зарядки.

**Решение.** Сперва установим зависимость напряженности электрического поля  $E(t)$  в зазоре между обкладками конденсатора:  $q = It, 0 \leq t \leq \tau, I = \text{const}$  по условию. Напряжение на конденсаторе  $u_c = u = I\tau/c$ . Отсюда  $C = I\tau/u$ ,  $u_c = (U/\tau)t$  и напряженность поля  $E = u_c/d = Ut/(\tau d)$ . При этом электрическое смещение по модулю  $D = \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 Ut/(\tau d)$ , плотность тока смещения  $j_{\text{см}} = \frac{\partial D}{\partial t} = \varepsilon_0 U/(\tau d)$ .

Векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{D}$  и  $\vec{j}$  при  $\frac{\partial D}{\partial t} > 0$  направлены слева направо (рис. 3.3).

По теореме о циркуляции вектора  $\vec{H}$  по окружности радиуса  $r$ , расположенной в плоскости, перпендикулярной полю  $\vec{E} = E \vec{e}_x$ , можем написать

$$2\pi r H = j_{\text{см}} \cdot S = \frac{\varepsilon_0 U}{\tau d} \pi r^2 \Rightarrow H = \frac{\varepsilon_0 U r}{2\tau d}.$$

Вектор  $\vec{H}$  направлен по касательной в каждой точке окружности и в сторону поворота часовой стрелки, если смотреть с лева. Учитывая взаимную ориентацию векторов  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$

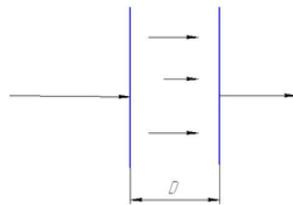


Рис. 3.3

и  $\vec{S}$ , скажем, что вектор Пойнтинга  $\vec{S}$  направлен в сторону оси симметрии (внутри цилиндрического объема).

Поскольку  $\vec{E} \perp \vec{H}$ , модуль вектора Пойнтинга

$$S = EH = \frac{Ut}{\tau d} \cdot \frac{\varepsilon_0 Ur}{2\tau d} = \frac{\varepsilon_0 U^2 r t}{2\tau^2 d^2}.$$

Энергия, поступающая внутрь выделенного цилиндра через его поверхность за промежуток времени  $\delta t$ , равна

$$dW = S \cdot 2\pi r d \cdot \delta t = \frac{\pi \varepsilon_0 U^2 r^2 t}{\tau^2 d}.$$

За промежуток времени  $\tau$  притекающая энергия

$$W = \int_{(\tau)} dW = \frac{\pi \varepsilon_0 U^2 r^2}{2d}.$$

Энергия электрического поля в объеме выделенного цилиндра к моменту  $\tau$  равна

$$W_3 = \frac{\varepsilon_0 E^2(\tau)}{2} V = \frac{\varepsilon_0 U^2}{2d^2} \cdot \pi r^2 d = \frac{\pi \varepsilon_0 U^2 r^2}{2d}.$$

Отсюда следует, что  $W_3 = W$ .

### 3.2. Задачи по теме «Электромагнитные волны»

**Задача 1.** На какую длину волны  $\lambda$  будет резонировать контур, состоящий из катушки индуктивностью  $L = 4$  МкГн и конденсатора электроемкостью  $C = 1,11$  нФ?

**Решение.**  $\lambda = cT$  (1), где  $c$  – скорость света (или иначе – скорость распространения электромагнитных волн в вакууме);  $T$  – период колебаний в колебательном контуре. По формуле Томсона  $T = 2\pi\sqrt{LC}$  (2).  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с.

Подставляя, будем иметь  $\lambda = c \cdot 2\pi\sqrt{LC} = 3 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 3,14 \sqrt{4 \cdot 10^{-6} \cdot 1,11 \cdot 10^{-9}} = 126$  (м).

*Ответ:*  $\lambda = 126$  м.

**Задачи 2.** Для демонстрации опытов Герца с преломлением электромагнитных волн иногда берут большую призму, изготовленную из парафина. Определить показатель преломления парафина, если диэлектрическая проницаемость  $\epsilon = 2$  и магнитная проницаемость  $\mu = 1$ .

**Решение.**  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$  – показатель преломления прозрачного диэлектрика. Подставляя значения  $\epsilon$  и  $\mu$ , получим  $n = \sqrt{2 \cdot 1} = 1,41$ .

*Ответ:*  $n = 1,41$ .

**Задача 3.** Определить длину электромагнитной волны в вакууме, на которую настроен колебательный контур, если максимальный заряд на обкладках конденсатора  $q_m = 50$  нКл, а максимальная сила тока в контуре  $I = 1,5$  А. Активным сопротивлением контура пренебречь.

**Решение.** В колебательном контуре заряд на конденсаторе определяется выражением  $q = q_m \cos \omega t$ .

Тогда сила тока в цепи колебательного контура равна  $I = \frac{dq}{dt} = -\omega q_m \sin \omega t$ . Откуда следует, что амплитуда тока

$I_m = \omega q_m$ , следовательно:  $\omega = \frac{I_m}{q_m}$ . С другой стороны, так

как  $\omega = 2\pi\nu$ , то частота равна  $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ .

Длина электромагнитной волны в вакууме определяется выражением

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{2\pi c q_m}{I_m} = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 5 \cdot 10^{-8}}{1,5} = 628(\text{м}).$$

*Ответ:*  $\lambda = 628$  м.

**Задача 4.** Два параллельных провода, погруженных в глицерин, индуктивно соединены с генератором электромагнитных колебаний. При частоте  $\nu = 420$  МГц в системе возникают стоячие волны, расстояние  $\ell$  между соседними пучностями которых равно 7 см. Найти диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon$  глицерина, принимая магнитную проницаемость его равной единице.

**Решение.** Длина бегущей волны равна, с одной стороны,  $\lambda_{\delta} = \frac{V}{\nu}$ , где  $V$  – фазовая скорость бегущей волны в глицерине.

Она равна  $V = \frac{c}{n}$ , где  $c$  – скорость света в вакууме, а  $n$  – пока-

затель преломления глицерина  $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ . Тогда  $\lambda_{\delta} = \frac{c}{n\nu}$ ,

с другой стороны, длина бегущей волны равна  $\lambda_{\delta} = 2\lambda_{cm} = 2\ell$ .

Приравнивая левые части уравнений, получим

$\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \nu} = 2\ell$ , откуда с учетом того, что  $\mu = 1$ , выражаем  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = \frac{c^2}{4\ell^2\nu^2} = \frac{(3 \cdot 10^8)^2}{4 \cdot (7 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 4,2 \cdot 10^{16}} = 26.$$

*Ответ:*  $\varepsilon = 26$ .

**Задача 5.** Рассмотреть суперпозицию двух плоских монохроматических электромагнитных волн с одинаковыми амплитудами  $E_0$  и  $H_0$ , распространяющихся вдоль оси  $x$  в противоположных направлениях. Начальную фазу прямой и обратной волн принять равной нулю. Определить координаты пучностей и узлов для: 1) электрического вектора  $E$ ; 2) магнитного вектора  $H$  стоячей волны.

$x_{\text{пучн.}} - ?$        $x_{\text{узлов}} - ?$

**Решение.**  $E = E_0 \cos(\omega t - kx)$  – уравнение для вектора  $\vec{E}$  напряженности электрического поля прямой волны, распространяющейся вдоль оси  $x$  в (+) положительном направлении, т.е.  $E_2 = E_0 \cos(\omega t + kx)$  – уравнение отраженной от стенки волны, распространяющейся против оси  $x$ , т.е. в (-) направлении.

По принципу суперпозиции сложим (1) и (2):

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}_0 [\cos(\omega t - kx) + \cos(\omega t + kx)] = 2E_0 \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \cos \omega t.$$

Найдем координаты узлов и пучностей стоячей волны. Пучности определяются из условия

$$\frac{2\pi x_{\text{пучн}}}{\lambda} = \pm m\pi, \text{ где } m = 0, 1, 2,$$

откуда  $x_{\text{пучн}} = \pm \frac{m\pi\lambda}{2\pi} = \pm \frac{m\lambda}{2}.$

Узлы определяются из условия  $\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm(m + \frac{1}{2})\pi$ , откуда

$$x_{\text{узел}} = \pm(m + \frac{1}{2}) \cdot \frac{\lambda}{2}, \text{ где } m = 0, 1, 2, \dots \quad \vec{H}_1 = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx) -$$

уравнение для вектора  $\vec{H}$  напряженности магнитного поля электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси  $x$  – прямая волна.

Чтобы написать уравнение для вектора  $\vec{H}$  отраженной волны, нужно учесть, что векторы  $\vec{E}, \vec{H}$  и волновой вектор  $\vec{k}$  электромагнитной волны всегда образуют правую тройку векторов (рис. 3.4).

Для того чтобы выполнялось условие правой тройки векторов в отраженной от стенки волне, фазу колебаний вектора  $\vec{H}$  нужно изменить на  $\pi$ , при этом направление вектора  $\vec{H}$  в отраженной волне меняется на противоположное по отношению к направлению вектора  $\vec{H}$  в падающей волне.

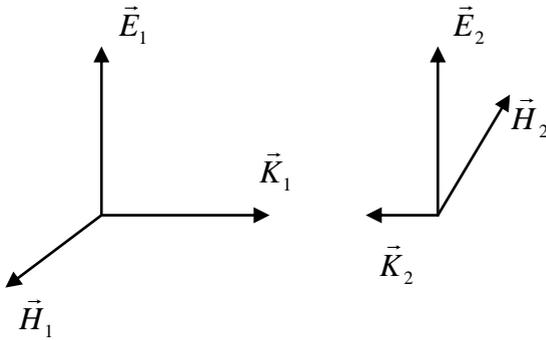


Рис. 3.4

Тройка векторов  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  и  $\vec{K}$  электромагнитной волны правой ориентации – всегда.

Для того чтобы выполнялось условие правой тройки векторов в отраженной от стенки волне, фазу колебаний вектора  $\vec{H}$  нужно изменить на  $\pi$ , при этом направление вектора  $\vec{H}$  в отраженной волне меняется на противоположное направлению по отношению к направлению вектора  $\vec{H}$  в падающей волне:

$$H_1 = H_0 \cos(\omega t - kx) \text{ – прямая волна;}$$

$$H_2 = H_0 \cos(\omega t + kx + \pi) \text{ – отраженная волна.}$$

$$x_n - ? \quad x_y - ?$$

**Решение.**

$$\begin{aligned} \vec{H} &= \vec{H}_1 + \vec{H}_2 = \vec{H}_0 [\cos(\omega t - kx) + \cos(\omega t + kx + \pi)] = \\ &= \vec{H}_0 [\cos(\omega t - kx) - \cos(\omega t + kx)] = 2\vec{H}_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \sin \omega t. \end{aligned}$$

$$\text{Пучности } \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm(m+1)\pi, \text{ откуда } x_n = \pm(m + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2}. \text{ Узлы}$$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm m\pi, \text{ откуда } x_y = \pm m \frac{\lambda}{2}, \text{ где } m = 0, 1, 2, \dots$$

Итак, пучности  $\vec{E}$  совпадают с узлами  $\vec{H}$  и наоборот.

**Задача 6.** В вакууме вдоль оси  $x$  распространяется плоская электромагнитная волна и падает по нормали на поверхность тела, полностью ее поглощающего. Амплитуда напряженности электрического поля волны равна 2 В/м. Определить давление, оказываемое волной на тело.

**Решение.** Давление электромагнитных волн в случае нормального падения волны определяется по формуле  $P = (1 + \rho) \langle w \rangle$ , где  $\rho$  – коэффициент отражения;  $\langle w \rangle$  – среднее значение объемной плотности энергии электромагнитных волн.  $\langle w \rangle = w_s + w_m = 2w_m = 2w_s$ ,

где  $2w_s = \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kx)$ . Так как  $\langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle = \frac{1}{2}$ ,

то  $\langle P \rangle = \langle w \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2^2 = 17,7 \cdot 10^{-12} \text{ (Па)} = 17,7 \text{ пПа}$ .

*Ответ:*  $\langle P \rangle = 17,7 \text{ пПа}$ .

**Задача 7.** Плоская монохроматическая электромагнитная волна распространяется вдоль оси  $x$ . Амплитуда напряженности электрического поля волны  $E_0 = 5$  мВ/м, амплитуда напряженности магнитного поля волны  $H_0 = 1$  мА/м. Определить энергию, перенесенную волной за время  $t = 10$  мин через площадку, расположенную перпендикулярно оси  $x$ , площадью поверхности  $s = 15 \text{ см}^2$ . Период волны  $T \ll t$ .

**Решение.** Интенсивность волны, т.е. средняя энергия, переносимая волной через единицу поверхности в единицу времени, равна среднему значению вектора Умова – Пойнтинга  $S$ :  $I = \langle \vec{S} \rangle$ , где  $\langle \vec{S} \rangle = \langle [\vec{E}\vec{H}] \rangle = E_0 H_0 \cos(\omega t - kx)$ .

Учитывая, что  $\langle \cos(\omega t - kx) \rangle = \frac{1}{2}$ , получим  $\langle S \rangle = \frac{1}{2} E_0 H_0$ .

Тогда энергия, переносимая волной, определяется выражением  $W = I \cdot s \cdot t = \langle S \rangle \cdot s \cdot t = \frac{1}{2} E_0 H_0 s t$ , где  $s$  – площадь поверхности;  $t$  – время. Подставляя численные значения, получим  $W = \frac{1}{2} E_0 H_0 s t = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^2 = 2,25$  мкДж

*Ответ:*  $W = 2,25$  мкДж.

**Задача 8.** В вакууме вдоль оси  $x$  распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности  $E_0$  электрического поля волны составляет 50 В/м. Определить интенсивность волны  $I$ , т.е. среднюю энергию, проходящую через единицу поверхности в единицу времени.

**Решение.**  $\varepsilon = 1$ . Из теории электромагнитных волн следует, что интенсивность  $\mu = 1$  волны равна среднему значению модуля вектора Умова – Пойнтинга:

$$E_0 = 50 \text{ В/м} = \vec{S}, \text{ т.е. } I = \langle \vec{S} \rangle, \quad (3.1)$$

$$\text{где } 5 \cdot 10^{-2} \text{ В/м} \langle \vec{S} \rangle = \langle [\vec{E}\vec{H}] \rangle = E_0 H_0 \cos^2(\omega t - kx). \quad (3.2)$$

Учитывая в (3.2), что  $\langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle = \frac{1}{2}$ , получим

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} E_0 H_0. \quad (3.3)$$

Для амплитудных значений векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  выполняется соотношение:

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E_0 = \sqrt{\mu \mu_0} H_0. \quad (3.4)$$

$$\text{Откуда следует, что } H_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_0. \quad (3.5)$$

Подставляя (3.5) в (3.3), получим

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E_0^2, \quad (3.6)$$

тогда

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8,85 \cdot 10^{-12}}{4\pi \cdot 10^{-7}}} (5 \cdot 10^{-2})^2 = 3,32 \cdot 10^{-6} (\text{Вт} / \text{м}^2) = 3,32 \text{ мкВт} / \text{м}^2.$$

*Ответ:*  $I = 3,32 \text{ мкВт} / \text{м}^2$ .

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Савельев И. В. Курс общей физики. Кн. 2: Электричество и магнетизм [Текст] / И. В. Савельев. – М.: Астрель-АСТ, 2002. – 335 с.
2. Савельев И. В. Курс общей физики. Кн. 4: Волны. Оптика [Текст] / И. В. Савельев. – М.: Астрель-АСТ, 2002. – 256 с.
3. Трофимова Т. И. Курс физики [Текст] / Т. И. Трофимова. – М.: Изд. центр «Академия», 2007. – 560 с.
4. Детлаф А. А. Курс физики [Текст] / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М.: Высш. шк., 2000. – 718 с.
5. Чертов А. Г. Задачник по физике [Текст] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – М.: Интеграл Пресс, 1997. – 544 с.
6. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики [Текст] / В.С. Волькенштейн. – СПб.: Спец. Лит., 2002. – 327 с.
7. Трофимова Т. И. Сборник задач по курсу физики с решениями [Текст] / Т. И. Трофимова, З. Г. Павлова. – М.: Высш. шк., 2004. – 591 с.
8. Новодворская Е. М. Сборник задач по физике для ВТУ ЗОВ [Текст] / Е. М. Новодворская, Э. М. Димитриева. – М.: ОНИКС 21 век «Мир и образование», 2003. – 368 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
1. Электромагнитные колебания.....	3
1.1. Уравнение колебательного контура.....	6
1.2. Свободные электрические колебания.....	7
1.3. Затухающие электрические колебания.....	7
1.4. Вынужденные электрические колебания.....	10
1.5. Переменный ток.....	13
2. Электромагнитные волны.....	15
2.1. Электромагнитное поле. Уравнение Максвелла.....	15
2.2. Энергия и поток энергии электромагнитных волн.....	21
2.3. Давление электромагнитной волны.....	23
2.4. Импульс электромагнитного поля.....	24
2.5. Стоячие электромагнитные волны.....	25
3. Примеры решения задач.....	27
3.1. Задачи по теме «Электромагнитные колебания».....	27
3.2. Задачи по теме «Электромагнитные волны».....	33
Библиографический список.....	41

# **ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ**

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

к практическим занятиям по дисциплине «Физика»  
для студентов всех технических направлений  
и специальностей очной формы обучения

*Составители:*

**Агапитова** Наталья Валерьевна  
**Бугаков** Александр Викторович

Редактор Сахарова Д. О.

Подписано к изданию 19.02.2020.

Уч.-изд. л. 2,3.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический  
университет»  
394026 Воронеж, Московский просп., 14