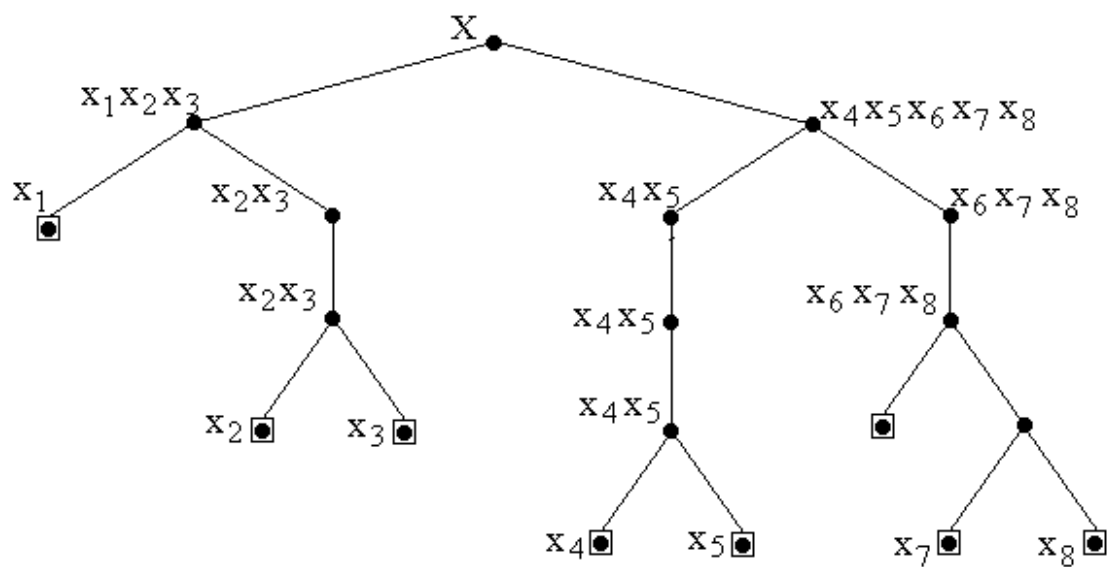


В. П. Литвиненко, Ю.В. Литвиненко, Д.Г. Пантенков

АЛГОРИТМЫ ПОИСКА

Учебное пособие



Воронеж 2024

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Воронежский государственный технический университет»

В. П. Литвиненко, Ю.В. Литвиненко, Д.Г. Пантенков

АЛГОРИТМЫ ПОИСКА

Учебное пособие

Воронеж 2024

УДК 621.3.013(075.8)
ББК 31.211я7
Л641

Рецензенты:

*кафедра «Информационной безопасности и систем связи» Безгудународного
института компьютерных технологий.*
;

*Старший преподаватель кафедры основ радиотехники и электроники ФКОУ
Воронежского института ФСИН России
к.т.н., доцент Н. Н. Щетинин.*

Литвиненко В. П.

Л641 Алгоритмы поиска: учебное пособие / В. П. Литвиненко, Ю.В. Литвиненко,
Д.Г. Пантенков. Воронеж: ФГБОУ ВО «Воронежский государственный техниче-
ский университет». - Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2024. 59 с.

Учебное пособие содержит материал курса лекций, методические указания по лабораторным работам и курсовому проектированию по дисциплине «Техническая диагностика и скрытность» по исследованию, оптимизации и разработке алгоритмов поиска состояния объекта. Рассматриваются элементы теории скрытности и технической диагностики, свойства двоичных поисковых процедур и их оптимизация. Приводятся примеры расчета и моделирования алгоритмов поиска.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению 11.04.01 «Радиотехника» (профиль «Радиотехнические средства передачи, приема и обработки сигналов») подготовки магистров по дисциплине «Техническая диагностика и скрытность».

Ил. 136. Табл. 1. Библиогр.: 9 назв.

Издается по решению редакционно-издательского совета Воронежского государственного технического университета.

**УДК 621.3.013(075.8)
ББК 31.211я7**

© Литвиненко В. П. 2024
© ФГБОУ ВО «Воронежский
государственный технический
университет», 2024

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Техническая диагностика и скрытность» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений (дисциплина по выбору) блока Б1 для специальности «Радиотехника». Ее целью является изучение методов определения и анализа скрытности состояния объекта в радиотехнических задачах, оценки диагностической скрытности, исследование алгоритмов поиска состояния объекта и методов их оптимизации.

В пособии рассматриваются элементы теории скрытности состояний объекта [1] и технической диагностики состояний сложных систем [2]. При освоении материала необходимо приобрести навыки решения задач, моделирования алгоритмов поиска, радиотехнических устройств и систем с точки зрения их скрытности и диагностики состояний. В пособии содержатся методические указания по выполнению лабораторных работ и курсовому проектированию.

Рис. и табл. являются авторскими.

1. СКРЫТНОСТЬ И ТЕХНИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА

1.1. Скрытность состояния объекта

В различных областях науки и техники возникает необходимость определения одного из возможных состояний объекта, которое для наблюдателя оказывается случайными. Ему известны лишь общие сведениями о множестве возможных состояний и их вероятностных свойствах, а сведения о текущем состоянии ему не доступны и могут быть получены только в ходе разведки (последовательности действий по выявлению текущего состояния объекта).

Примером может служить текущая рабочая частота многоканальной радиостанции, координаты движущейся цели, причина неисправности аппаратуры и множество других вариантов.

Состояние объекта может быть скрытным или секретным. **Скрытными** с точки зрения наблюдателя являются объекты, у которых текущее состояние заранее неизвестно и выбирается объектом каждый раз случайно из некоторого множества. Состояние является **секретным**, если оно неизменно, а его неизвестность для наблюдателя (противника) обеспечивается специальными охранными мероприятиями. Например, положение неподвижной (шахтной) пусковой ракетной установки секретно, но теряет это свойство после обнаружения. Положение подвижной установки при достаточной мобильности является **скрытным**, так как в процессе ее обнаружения (разведки) полученные координаты не соответствуют истинным (объект сменил состояние).

Исследованию скрытности посвящено учебное пособие [1], ниже приводятся сведения, относящиеся к анализу алгоритмов поиска состояния объекта.

Под **событием** будем понимать выбор объектом одного состояния из заданного множества. Событие случайно, если его нельзя предсказать заранее, и

его свойства описываются распределением вероятностей.

1.2. Области применения

Теория скрытности исследует свойства случайных событий, формирует меру скрытности, изучает алгоритмы выявления состояния объекта, рассматривает различные модели скрытных объектов.

В различных областях радиотехники (радиосвязи, радиолокации, радиоразведки и др.) скрытными могут быть рабочие частоты и другие параметры сигналов, координаты источника радиоизлучения. Их скрытность позволяет затруднить создание преднамеренных (организованных, прицельных) помех средствами радиоэлектронной борьбы противника, физическое уничтожение радиостанции.

Радиоразведка предполагает сбор информации о состоянии объекта на основе приема и анализа исходящего от него электромагнитного излучения. Разведывательный приемник регистрирует поступающие в выбранной полосе частот сигналы и в анализирующем цифровом устройстве (вычислителе) по полученным последовательностям отсчетов принимаются необходимые решения.

В широкой (несколько МГц) полосе частот присутствуют несколько источников радиоизлучения и в анализаторе с помощью спектрального анализа и другими методами принимаются решения по каждому из них (наблюдаются сигналы известных радиостанций или неизвестных источников). В системе радиомониторинга проводится постоянный анализ поступающих сигналов и регистрируются изменения радиоб обстановки. Недостатком широкополосного анализа является высокая мощность помех на входе приемника, затрудняющая формирование правильных решений, особенно для маломощных сигналов.

При использовании узкополосного приемника, настроенного на один частотный канал, принимается решение о наличии или отсутствии в нем искомого сигнала, а затем приемник может перестраивается на другие каналы, анализируя радиоб обстановку в заданной полосе частот. В этом случае реализуется определенный **алгоритм поиска** сигнала в заданном множестве частотных каналов. Возможны комбинированные алгоритмы поиска одновременно в нескольких каналах.

Техническая диагностика объединяет теорию, методы и средства определения технического состояния объекта, скрытого для наблюдателя, например, выявления неисправностей аппаратуры. Она включает в себя оценку и мониторинг технического состояния объекта, обнаружение (локализацию) неисправности. Диагностика может основываться на использовании органов чувств человека (слух, зрение) или выполняться автоматически цифровым вычислителем (анализатором).

Диагностические решения могут приниматься при параллельном анализе (наблюдении) объекта, выявления искомую неисправность (например, прослуши-

вание работы автомобильного двигателя) либо в рамках последовательного поиска (перебора) возможных неисправностей. Примером может служить тестирование работоспособности компьютера при его включении.

Алгоритмы технической диагностики должны учитывать возможность структуру объекта, доступность диагностируемых элементов, которая может зависеть от проделанных ранее шагов, возможность групповой диагностики и другие условия или ограничения.

Медицинская диагностика занимается выявлением состояния человеческого организма, связанного с соответствующими заболеваниями. Помимо технических трудностей здесь учитываются последствия диагностических воздействий на организм человека и недопустимость определенных воздействий.

Очевидным требованием к процедуре принятия решения является минимизация необходимых аппаратных и (или) временных затрат. В ряде случаев при не критичности временных потерь целесообразно минимизировать аппаратные затраты (стоимость, вес, габариты) на выявление состояния объекта. В других случаях критическими являются временные ресурсы, так как полученный успешный результат может устареть в процессе его получения.

Таким образом, в различных приложениях общими являются априорная (доопытная) неопределенность состояния объекта (его скрытность от наблюдателя), процедура **поиска** реализовавшегося состояния (события), соответствующие измеритель состояния (например, радиоприемник) и алгоритм поиска.

1.3. Модель скрытного объекта

В простейшем случае скрытный объект описывается множеством возможных состояний $X = \{x_1, x_2, \dots, x_A\}$, $x_i, i = \overline{1, A}$ – текущее состояние, i – его номер, A – число (**арсенал**) состояний, и распределением вероятностей p_i выбора объектом текущего состояния из множества X ,

$$\sum_{i=1}^A p_i = 1. \quad (1.1)$$

Примером состояния может служить частота настройки радиостанции $f_i, i = \overline{1, A}$ из известного частотного диапазона (например, коротковолнового), которая в каждом коротком сеансе связи выбирается случайно (для разведчика). Если рабочая частота не меняется, то она является секретной, но не скрытной.

Вероятность i -го состояния объекта p_i лежит в пределах $0 \leq p_i \leq 1$ при условии (1.1), если для некоторого k величина $p_k = 1$ (нескрытное событие), то остальные вероятности равны нулю (их возникновение невозможно).

Распределение вероятностей $p_i, i = \overline{1, A}$, определяется свойствами объекта, алгоритмом его функционирования и рядом других факторов. Например, если в каждом сеансе связи радиостанция выбирает любую частоту с одинаковой вероятностью из множества частот с арсеналом A , то получим равновероятное распределение вида

$$p_i = \frac{1}{A}. \quad (1.2)$$

На практике возникают и другие варианты распределения вероятностей, например, экспоненциальное

$$p_i = \frac{e^{\alpha \cdot i}}{\sum_{k=1}^A e^{\alpha \cdot k}}, \quad (1.3)$$

α – параметр, биномиальное

$$p_i = \binom{A-1}{i-1} q^{i-1} (1-q)^{A-i}, \quad i = \overline{1, A}, \quad (1.4)$$

q – его параметр. Графики равновероятного, экспоненциального и биномиального распределений вероятностей для $A = 16$ показаны на рис. 1а, рис. 1б (при $\alpha = -1$) и рис. 1в (при $q = 0,3$) соответственно.

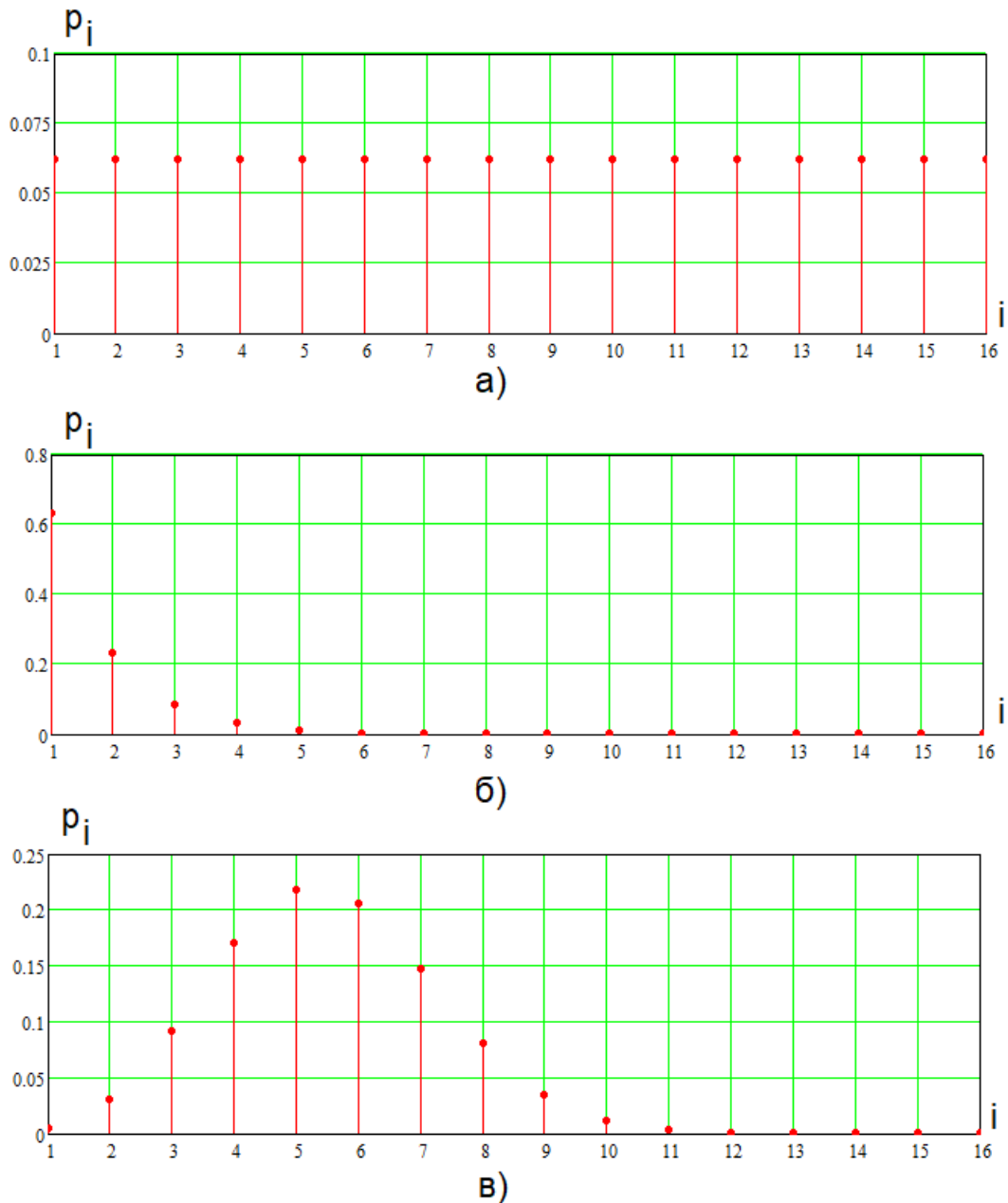


Рис. 1.1.

Как видно, вероятностные свойства состояний объекта могут быть различными. В предельном случае если у одного состояния с номером k вероятность его появления равна $p_k = 1$ (достоверное состояние), то для остальных состояний $i \neq k$ согласно (1.1) $p_i = 0$ (невероятные состояния) и объект не является скрытым. Если для всех состояний $p_i < 1$, то их скрытность будет зависеть от вида распределения вероятностей $p_i, i = \overline{1, A}$ и свойств множества состояний $X = \{x_1, x_2, \dots, x_A\}$.

1.4. Числовые характеристики случайных величин

При анализе и расчетах скрытности используются числовые характеристики случайных величин из множества Y со значениями $y_i, i = \overline{1, A}$ с вероятностями p_i .

Среднее значение (математическое ожидание) дискретной случайной величины y_i равно

$$Y_{\text{ср}} = \sum_{i=1}^A y_i \cdot p_i, \quad (1.5)$$

дисперсия -

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^A y_i^2 \cdot p_i, \quad (1.6)$$

а среднеквадратическое отклонение -

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^A y_i^2 \cdot p_i}. \quad (1.7)$$

Случайная величина принимает различные заранее (априорно) неизвестные значения с соответствующими вероятностями, ее мерой неопределенности является **энтропия**, введенная К. Шенноном, в виде

$$H = - \sum_{i=1}^A p_i \cdot \log_2 p_i, \quad (1.8)$$

которая измеряется в двоичных единицах (бит) и неотрицательна. Как видно, энтропия зависит только от распределения вероятностей случайной величины. Для равномерного распределения вероятностей (1.2) на рис. 1а она равна $H = \log_2 A$ и при $A = 16$ получим $H = 4$ бита, для экспоненциального распределения (1.3) на рис. 1б $H = 1,5$ бита, а для биномиального (1.4) на рис. 1в $H = 2,866$ бит (получите общие формулы для этих энтропий самостоятельно).

Наибольшую энтропию (неопределенность), равную $H = \log_2 A$, имеет равномерное распределение вероятностей (1.2).

2. МОДЕЛЬ ПОИСКОВОЙ ПРОЦЕДУРЫ, МЕРА СКРЫТНОСТИ

2.1. Поисковая процедура

Для выявления текущего состояния объекта могут использоваться различные поисковые процедуры, зависящие от свойств объекта, доступности для выявления его состояний, возможности одновременного формирования отдельных

решений по нескольким возможным состояниям (принятия многозначных решений) и целого ряда других факторов, зависящих от объекта и возможностей поисковой аппаратуры.

Для построения универсальной формальной модели поисковой процедуры необходимо ввести основные понятия:

- **реализовавшееся событие** или состояние (**реасобытие, реасостояние**) – нахождение объекта в некотором неизвестном наблюдателю (разведчику) состоянии x_r из множества состояний X ;
- **измеритель** – аппаратура (радиоприемник), позволяющая принимать решения о состояниях объекта из заданного (выбранного) подмножества состояний;
- **измерение** – действие измерителя по проверке наличия реасобытия в проверяемых подмножествах состояний объекта.

Реасостояние может быть одно или одновременно несколько (в заданном диапазоне частот работают несколько радиостанций разведываемой сети связи). В последнем случае группу состояний можно объединить в одно **эквивалентное реасостояние**.

На практике реализуются разнообразные последовательные, параллельные (с несколькими измерителями) и смешанные поисковые процедуры. Например, при поиске радиостанции в заданном диапазоне частот измеритель (спектроанализатор с вычислителем) может выделить несколько источников радиоизлучения, определить из них искомые сигналы и выдать информацию наблюдателю. В другом случае разведывательный приемник может последовательно перестраиваться по частотным каналам, выявляя сигнал искомой радиостанции.

2.2. Двоичное измерение

Что-бы сократить многообразие вариантов поисковых процедур введем **двоичное измерение (диз)** [1], в ходе которого проверяется наличие реасобытия в одной из **двух** частей выбранного множества (подмножества) состояний. Многозначное измерение может рассматриваться как несколько последовательных двоичных измерений.

Двоичная поисковая процедура представляется как последовательность **двоичных** измерений, в ходе которых выявляется реасостояние (в том числе и эквивалентное) объекта.

В ходе двоичной поисковой процедуры исходное множество X состояний разбивается на два подмножества X_0 и X_1 , как показано на рис. 2.1 где кружками отмечены возможные состояния x_i а зачерненным кружком – реасостояние x_r . Измеритель в ходе первого двоичного измерения определяет наличие реасобытия в одном из подмножеств, формируя **двоичное решение** $y_1 = 0$, если реасобытие найдено в подмножестве X_0 или $y_1 = 1$, если в X_1 . В ходе второго двоичного измерения подмножество, в котором обнаружено реасобытие (в примере на рис. 2.1 это X_1) разбивается на два подмножества (в примере X_{10} и X_{11} , число

цифр в индексе равно номеру измерения, первая цифра 1 соответствует разбиваемому подмножеству X_1) и вновь принимается решение y_2 о наличии реасобытия в одном из них ($y_2 = 0$, если реасобытие найдено в подмножестве X_{10} или $y_1 = 1$, если в X_{11}) и так далее, пока в выбранном подмножестве не окажется единственное событие и поиск останавливается.

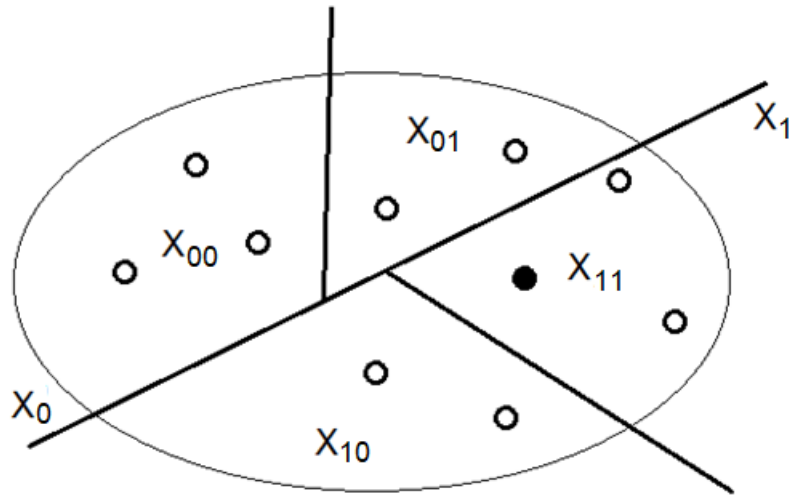


Рис. 2.1.

2.3. Дерево поиска

Для графического описания поисковой процедуры в виде последовательности двоичных измерений удобно использовать **дерево поиска**, в котором **узлы** отображают анализируемые подмножества, а **ветви** – двоичные измерения и их результаты. Пример дерева поиска для множества X состояний из $A = 8$ состояний $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ показан на рис. 2.2.

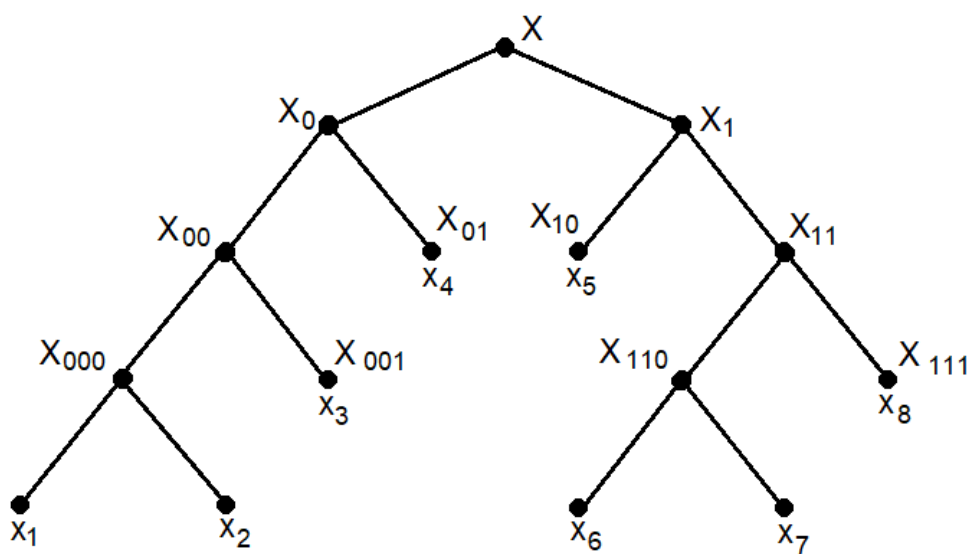


Рис. 2.2.

Верхний (**корневой**) узел соответствует полному множеству состояний X , которое в ходе первого измерения разбивается на два подмножества $X_0 = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ и $X_1 = \{x_5, x_6, x_7, x_8\}$ (можно выбирать другие варианты разбиения множества, при этом получим другой алгоритм поиска). Во втором измерении подмножество X_0 разбивается на два подмножества $X_{00} = \{x_1, x_2, x_3\}$ и $X_{01} = \{x_4\}$, последнее содержит одно состояние и если оно является реасобытием, то поиск прекращается и принимается решение о реасобытии x_4 . Аналогично подмножество X_1 разбивается на два подмножества $X_{10} = \{x_5\}$ (содержит одно состояние объекта, если оно является реализовавшимся, то поиск останавливается) и $X_{11} = \{x_6, x_7, x_8\}$. Далее для третьего измерения из X_{00} формируются $X_{000} = \{x_1, x_2\}$ и $X_{001} = \{x_3\}$, и из X_{11} соответственно $X_{110} = \{x_6, x_7\}$ и $X_{111} = \{x_8\}$.

При выявлении подмножества с одним элементом поиск останавливается, а соответствующие им узлы назовем **финальными**.

С математической точки зрения дерево поиска является графом, описывающим двоичную поисковую процедуру.

Ветви дерева, соединяющие соседние узлы, отображают соответствующие **двоичные измерения**. Число ветвей l_k дерева в их последовательности от корневого узла к финальному равно **числу двоичных измерений**, необходимых для выявления реасобытия x_k для рассматриваемого алгоритма поиска. Например, для события x_1 необходимо выполнить $l_1 = 4$ двоичных измерения (диз), а для x_4 только $l_4 = 2$ диз.

Двоичное измерение характеризуется своей **стоимостью**. В простейшем случае это **время**, необходимое для выполнения измерения, могут учитываться финансовые затраты или расход других ресурсов на выполнение измерения. В дальнейшем полагается, что каждое двоичное измерение имеет одинаковую стоимость и тогда затраты на поиск реасобытия можно оценивать **числом двоичных измерений** по соответствующей ветви дерева поиска..

Рассмотренная поисковая процедура и дерево поиска соответствуют **безошибочным измерениям**, которые и будут рассматриваться в дальнейшем. При наличии ошибочных измерений (шумов на входе разведывательного приемника) измерения с некоторой вероятностью могут быть ошибочными. Если необходимо уменьшить вероятность ошибочного результата, необходимо проводить дополнительные (может быть и повторные) измерения, что существенно усложняет алгоритм поиска.

2.4. Вероятности посещения узлов дерева поиска

Реасобытие x_r возникает случайно из множества $X = \{x_1, x_2, \dots, x_A\}$, $x_i, i = \overline{1, A}$, с вероятностью p_i . В ходе первого измерения проверяются подмножества X_0 и X_1 (при отсутствии ошибок достаточно проверить наличие реасобытия в одном из них). Для дерева на рис. 2.2 выбраны подмножества $X_0 = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ и $X_1 = \{x_5, x_6, x_7, x_8\}$, тогда вероятности их посещения соответственно равны

$$P(X_0) = p_1 + p_2 + p_3 + p_4,$$

$$P(X_1) = p_5 + p_6 + p_7 + p_8,$$

а $P(X_0) + P(X_1) = 1$. Аналогично вероятность попадания в узел X_{00} равна $P(X_{00}) = p_1 + p_2 + p_3$ и аналогично для других узлов.

В общем случае при отсутствии ошибочных измерений вероятность посещения узла равна сумме вероятностей состояний, входящих в соответствующее узлу подмножество.

2.5. Виды алгоритмов поиска

Алгоритм поиска описывает действия по выявлению реасостояния в ходе каждого двоичного измерения.

Проще всего реализуется алгоритм **последовательного** поиска, в ходе которого состояния проверяются по одному в каждом следующем измерении, например, поочередно перебираются возможные рабочие частоты радиостанции. Пример дерева последовательного поиска при $A = 16$ показан на рис. 2.3а. Если состояния будут перебираться в другом порядке, то получится другой алгоритм последовательного поиска. Как видно, если реализовано состояние x_1 , то потребуется одно измерение ($l_1 = 1$), а если x_{A-1} или x_A , то необходимо $A - 1$ измерений ($l_{A-1} = l_A = A - 1$), то есть какие-то состояния будут обнаруживаться быстро, а для выявления последних состояний потребуется много измерений при большом арсенале A . Это очевидный недостаток последовательного поиска.

Достоинством последовательного поиска радиостанции по частоте настройки является прием одного частотного канала, а не нескольких, что уменьшает уровень помех на входе приемника.

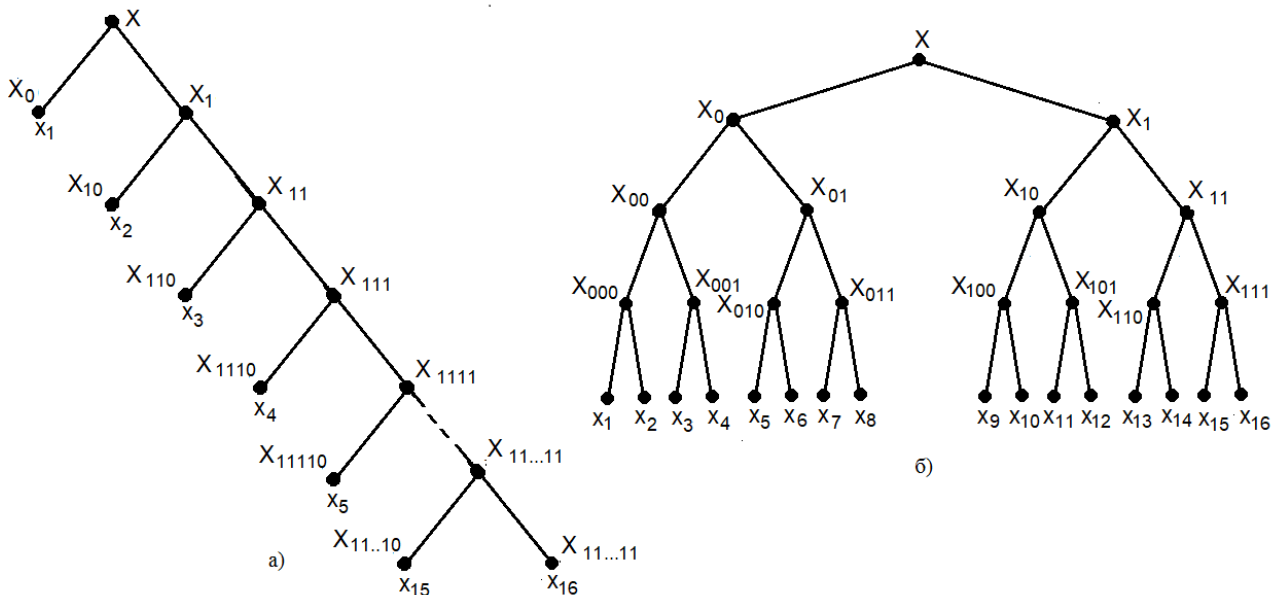


Рис. 2.3.

Альтернативой последовательному является **дихотомический** поиск, дерево которого показано на рис. 2.3б. В ходе первого измерения полное множество состояний X разбивается на две части, например, пополам в виде $X_0 = \{x_1, x_2, \dots, x_8\}$, $X_1 = \{x_9, x_{10}, \dots, x_{16}\}$ и проверяется наличие реасобытия в одном из них (если его нет в X_0 , значит оно в X_1). В ходе второго измерения каждое из подмножеств X_0 и X_1 также разбивается на две части и так далее, пока в полученных подмножествах не оказывается по одному состоянию.

Если $A = 2^n$ и при каждом разбиении подмножество делится строго пополам, то всего потребуется $n = \log_2 A$ двоичных измерений для всех реасобытий. Например, при $A = 2^{10} = 1024$ число измерений при последовательном поиске меняется от 1 до $A - 1 = 1023$ (в среднем примерно 512 измерений), а при дихотомическом поиске для выявления любого события потребуется $n = 10$ двоичных измерений (в примере на рис. 2.3б $n = 4$).

Недостатком дихотомического поиска, например, радиостанции по частоте настройки, является обзор большого числа возможных состояний (частотных каналов) на первых измерениях, при этом искомый сигнал «тонет» в шумах, что затрудняет (а то и делает невозможным) его обнаружение.

Очевидно, что можно использовать большое число комбинированных (смешанных) алгоритмов поиска, в которых малые группы состояний перебираются последовательно, а внутри этих групп проводится дихотомический поиск.

2.6. Мера скрытности

В [1] рассматриваются различные подходы к оценке скрытности объектов и предлагается использовать величину **средних затрат** наблюдателя (противника, разведывательной системы) на выявление состояния объекта с **заданной достоверностью** (вероятностью правильного решения).

Затраты могут заключаться в необходимых ресурсах (например, числе приемников, их стоимости) разведывательной аппаратуры или в требуемом времени для обнаружения реасобытия. При отсутствии ошибочных измерений целесообразно требовать единичной доверительной вероятности $P_{\text{дов}} = 1$ результата. При наличии ошибок (помех) величина $P_{\text{дов}} < 1$ и может повышаться за счет усложнения алгоритма поиска (дополнительных или повторных измерений). В дальнейшем рассматриваются безошибочные поисковые процедуры.

Для сравнительного анализа скрытности объектов (например, систем радиосвязи) необходимо ввести **меру скрытности R** , в качестве которой в [1] предлагается использовать **среднее число двоичных измерений, необходимых для выявления реасобытия с заданной достоверностью**,

$$R = \sum_{i=1}^A l_i \cdot p_i \quad (2.1)$$

l_i — длина ветви дерева поиска от корневого до финального узла.

Под **достоверностью поиска** будем понимать доверительную вероятность результата P_d (вероятность правильного обнаружения реасобытия).

Величина R зависит от вероятностей состояний p_i (от свойств объекта) и длин ветвей l_i (от алгоритма поиска или действий противника), поэтому скрытность (2.1) назовем **алгоритмической** [1].

Для одного и того же объекта алгоритмическая скрытность для «удачного» для наблюдателя алгоритма поиска будет меньше, чем для «неудачного», то есть она оказывается не только свойством самого объекта, но и зависит от действий противника.

Целесообразно ввести в рассмотрение **потенциальную скрытность** S объекта, равную **минимальной** алгоритмической скрытности по всем реализуемым алгоритмам поиска,

$$S = \min_{\sigma} R(\sigma), \quad (2.2)$$

где σ - алгоритм поиска. Ее можно определить как **минимальное среднее число двоичных измерений, необходимых для выявления реасобытия с заданной достоверностью**

Потенциальная скрытность предполагает **оптимальные** действия противника по выявлению состояния объекта и является **собственной** и **объективной** (не зависящей от действий противника) характеристикой его скрытности.

При безошибочном поиске $P_d = 1$, а иначе финальные решения могут быть ошибочны и $P_d < 1$.

3. ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОИСКА

3.1. Априорное и апостериорные распределения вероятностей

Скрытый объект до начала поиска (последовательности измерение или опытов) характеризуется множеством состояний $X = \{x_1, x_2, \dots, x_A\}$ и **априорным** (доопытным) распределением вероятностей p_i выбора текущего состояния.

После первого измерения в подмножествах X_0 и X_1 (может проверяться только одно из них), если искомое состояние найдено в X_0 , то его нет в X_1 , и это изменяет распределение вероятностей состояний, которое называют **апостериорным** (послеопытным). Обозначим его $p_i^{(k)}$, k – номер измерения.

Например, для равномерного распределения вероятностей (1.2) на рис. 1.1а при $A = 16$ для алгоритма последовательного поиска с деревом, показанным на рис. 2.3а при проверке подмножества $X_0 = \{x_1\}$ и обнаружении там реасобытия поиск останавливается, вероятность состояния x_1 равна $p_1^{(1)} = 1$, а для остальных состояний x_i , $i > 1$, их апостериорные вероятности равны нулю, график этого апостериорного распределения вероятностей $p_i^{(1)}$ показан на рис. 3.1а.

Если реасобытие не обнаружено в подмножестве X_0 , то оно находится в подмножестве $X_0 = \{x_2, \dots, x_A\}$, тогда очевидно, что апостериорная вероятность $p_1^{(1)} = 0$, а при $i > 1$ остальные равны $p_i^{(1)} = 1/(A - 1)$, соответствующий график показан на рис. 3.1б.

Для того же равномерного распределения вероятностей (1.2) рассмотрим дихотомический поиск с деревом, показанным на рис. 2.3б. Если при первом измерении проверяется наличие реасобытия в $X_0 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8\}$ и оно обнаружено, то очевидно, остается только 8 непроверенных равновероятных состояний и вероятности $p_i^{(1)} = 1/8$ при $i = \overline{1,8}$ и $p_i^{(1)} = 0$ при $i = \overline{9,16}$, как показано на рис. 3.2а, а если реасобытие не обнаружено в X_0 , то наоборот (рис. 3.2б).

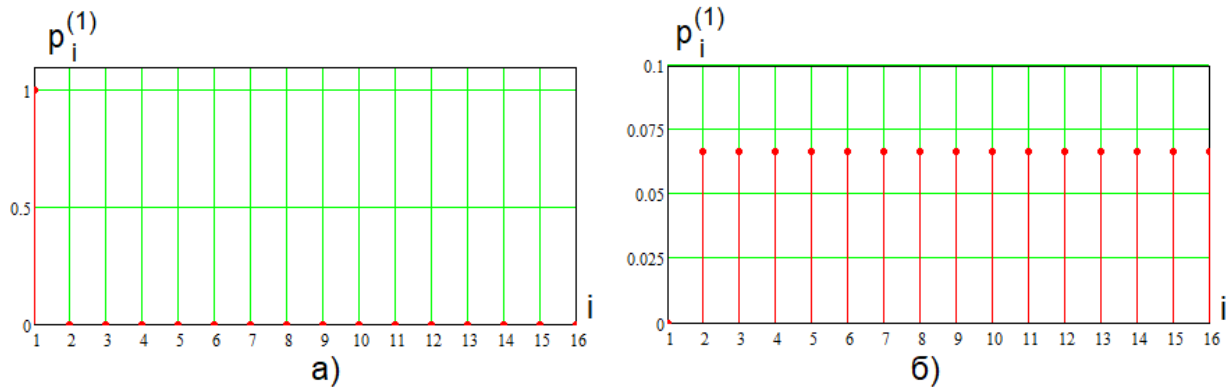


Рис. 3.1.

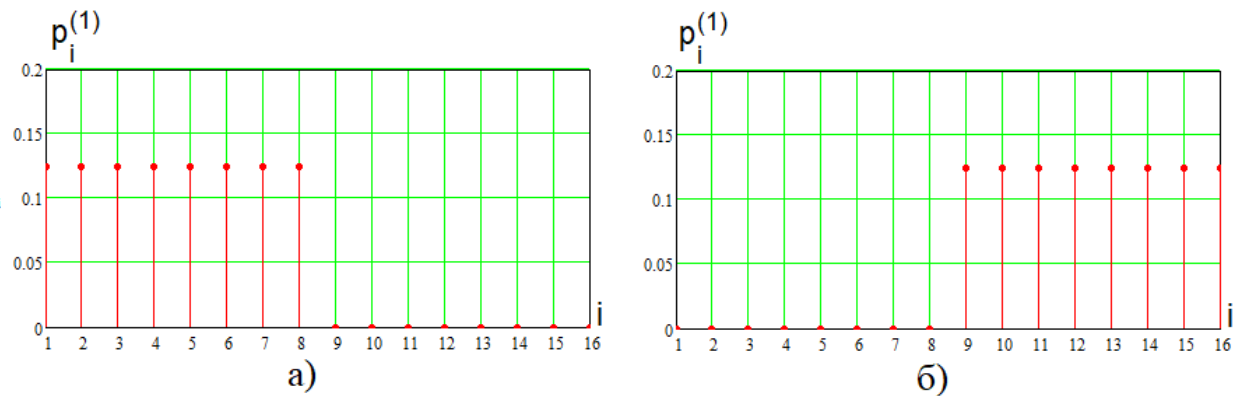


Рис. 3.2.

Для неравномерных распределений расчет апостериорных вероятностей базируется на **формуле (теореме) Байеса**.

3.2. Формула Байеса, вычисление апостериорных вероятностей

До начала поисковой процедуры известны множество состояний X , априорное распределение вероятностей и алгоритм (дерево) поиска.

При первом измерении проверяется принадлежность реасобытия к подмножеству X_0 и если оно обнаружено, то принимается первое решение $y_1 = 0$, а в противном случае $y_1 = 1$ (не обнаружено, то есть находится в X_1). Тогда можно

определить апостериорную вероятность $p_i^{(1)}$ появления состояния x_i после первого измерения при решении $y_1 = 0$ (условную вероятность $p(x_i/y_1 = 0)$ возникновения состояния объекта x_i при $y_1 = 0$) по формуле Байеса, записанной применительно к поисковой процедуре,

$$p_i^{(1)}(y_1 = 0) = p(x_i/y_1 = 0) = \frac{p(y_1=0/x_i) \cdot p_i}{p(y_1=0)}, \quad (3.1)$$

где $p(y_1 = 0/x_i)$ – условная вероятность принятия решения $y_1 = 0$ при условии, что реасобытием является x_i , а p_i – априорная вероятность состояния x_i .

Аналогично определим апостериорную вероятность $p_i^{(1)}$ появления состояния x_i после первого измерения при решении $y_1 = 1$ (условную вероятность $p(x_i/y_1 = 1)$ возникновения состояния объекта x_i при $y_1 = 1$) по формуле

$$p_i^{(1)}(y_1 = 1) = p(x_i/y_1 = 1) = \frac{p(y_1=1/x_i) \cdot p_i}{p(y_1=1)}, \quad (3.2)$$

где $p(y_1 = 1/x_i)$ – условная вероятность принятия решения $y_1 = 1$ при условии, что реасобытием является x_i .

При отсутствии ошибочных измерений в (3.1) условная вероятность $p(y_1 = 0/x_i)$ зависит от принадлежности состояния x_i подмножествам X_0 или X_1 . Если $x_i \in X_0$ (x_i принадлежит подмножеству X_0 , $\in$ – оператор принадлежности), то $p(y_1 = 0/x_i) = 1$, то есть **вероятность решения о нахождении реасобытия x_i в X_0 равна 1, если действительно x_i принадлежит X_0** . Если $x_i \notin X_0$ (x_i не принадлежит подмножеству X_0), то $p(y_1 = 0/x_i) = 0$, то есть **вероятность решения о нахождении реасобытия x_i в X_0 равна 0, если на самом деле x_i не принадлежит X_0** . Тогда можно записать

$$p(y_1 = 0/x_i) = \begin{cases} 1 & \text{при } x_i \in X_0, \\ 0 & \text{при } x_i \notin X_0. \end{cases} \quad (3.3)$$

Аналогично в (3.2) если $x_i \in X_1$, то $p(y_1 = 1/x_i) = 1$, то есть **вероятность решения о нахождении реасобытия x_i в X_1 равна 1, если x_i принадлежит X_1** . Если $x_i \notin X_1$, то $p(y_1 = 1/x_i) = 0$, то есть **вероятность решения о нахождении реасобытия x_i в X_1 равна 0, если x_i не принадлежит X_1** , тогда

$$p(y_1 = 1/x_i) = \begin{cases} 1 & \text{при } x_i \in X_1, \\ 0 & \text{при } x_i \notin X_1. \end{cases} \quad (3.4)$$

При безошибочном поиске решение о наличии реасобытия x_i в подмножестве X_0 будет принято, если $x_i \in X_0$, тогда безусловная вероятность этого равна

$$p(y_1 = 0) = \sum_{x_i \in X_0} p_i, \quad (3.5)$$

аналогично для решения $y_1 = 1$ получим

$$p(y_1 = 1) = \sum_{x_i \in X_1} p_i. \quad (3.6)$$

В результате апостериорная вероятность (3.1) равна

$$p_i^{(1)}(y_1 = 0) = \begin{cases} \frac{p_i}{\sum_{x_i \in X_0} p_i} & \text{при } x_i \in X_0, \\ 0 & \text{при } x_i \notin X_0, \end{cases} \quad (3.7)$$

а для (3.2) соответственно

$$p_i^{(1)}(y_1 = 1) = \begin{cases} \frac{p_i}{\sum_{x_i \in X_1} p_i} & \text{при } x_i \in X_1, \\ 0 & \text{при } x_i \notin X_1. \end{cases} \quad (3.8)$$

Выражения (3.7) и (3.8) можно объединить в виде

$$p_i^{(1)}(y_1) = \begin{cases} \frac{p_i}{\sum_{x_i \in X_{y_1}} p_i} & \text{при } x_i \in X_{y_1}, \\ 0 & \text{при } x_i \notin X_{y_1}, \end{cases} \quad (3.9)$$

Во втором измерении подмножество, в котором обнаружено реасобытие (X_0 или X_1) в ходе первого измерения, разбивается на два подмножества, которые обозначим $X_0^{(1)}$ и $X_1^{(1)}$, при этом $X_0^{(1)} \cup X_1^{(1)}$ (объединение $X_0^{(1)}$ и $X_1^{(1)}$ в одно подмножество) равно соответственно или X_0 или X_1 .

После первого двоичного измерения полученное апостериорное распределение вероятностей $p_i^{(1)}$ становится априорным для второго измерения и аналогично предыдущему получим

$$p_i^{(1)}(y_1, y_2) = \begin{cases} \frac{p_i^{(1)}(y_1)}{\sum_{x_i \in X_{y_2}^{(1)}} p_i^{(1)}(y_1)} & \text{при } x_i \in X_{y_2}^{(1)}, \\ 0 & \text{при } x_i \notin X_{y_2}^{(1)}. \end{cases} \quad (3.10)$$

Для сохранения общности подмножества X_0 и X_1 целесообразно обозначить как $X_0^{(0)}$ $X_1^{(0)}$ соответственно.

В ходе k -го двоичного измерения получим общее рекуррентное выражение

$$p_i^{(k)}(y_1, y_2, \dots, y_k) = \begin{cases} \frac{p_i^{(k-1)}(y_{k-1})}{\sum_{x_i \in X_{y_k}^{(k-1)}} p_i^{(k-1)}(y_{k-1})} & \text{при } x_i \in X_{y_k}^{(k-1)}, \\ 0 & \text{при } x_i \notin X_{y_k}^{(k-1)}. \end{cases} \quad (3.11)$$

Необходимо учитывать, что $X_{y_k}^{(k-1)}$ **зависит от всех предшествующих решений**, а не только от последнего y_k .

3.3. Расчет апостериорных вероятностей состояний для последовательного поиска

Дерево последовательного алгоритма поиска с арсеналом $A = 8$ показано на рис. 3.3. На рис. 3.3а показано двоичное кодирование анализируемых подмножеств, а на рис. 3.3б – их двойная индексация в соответствии с рекуррентной формулой (3.11). Как видно, подмножества $X_0^{(k-1)}$ содержат по одному состоянию x_k , $k = \overline{1, A}$ – номер сделанного измерения, а остальные непроверенные состояния включены в подмножества $X_1^{(k-1)} = \{x_{k+1}, x_{k+2}, \dots, x_A\}$.

Если принято решение $y_k = 1$, то $X_{y_k}^{(k-1)} = X_1^{(k-1)} = \{x_{k+1}, x_{k+2}, \dots, x_A\}$ и из (3.11) получим

$$p_i^{(1)}(1, 1, \dots, y_k = 1) = \begin{cases} \frac{p_i^{(k-1)}(y_{k-1})}{\sum_{i=k+1}^A p_i^{(k-1)}(y_{k-1})} & \text{при } x_i \in X_1^{(k-1)}, \\ 0 & \text{при } x_i \notin X_1^{(k-1)}, \end{cases} \quad (3.12)$$

с начальными вероятностями при $k = 1$

$$p_i^{(0)}(y_0) = p_i, \quad (3.13)$$

равными априорным вероятностям состояний.

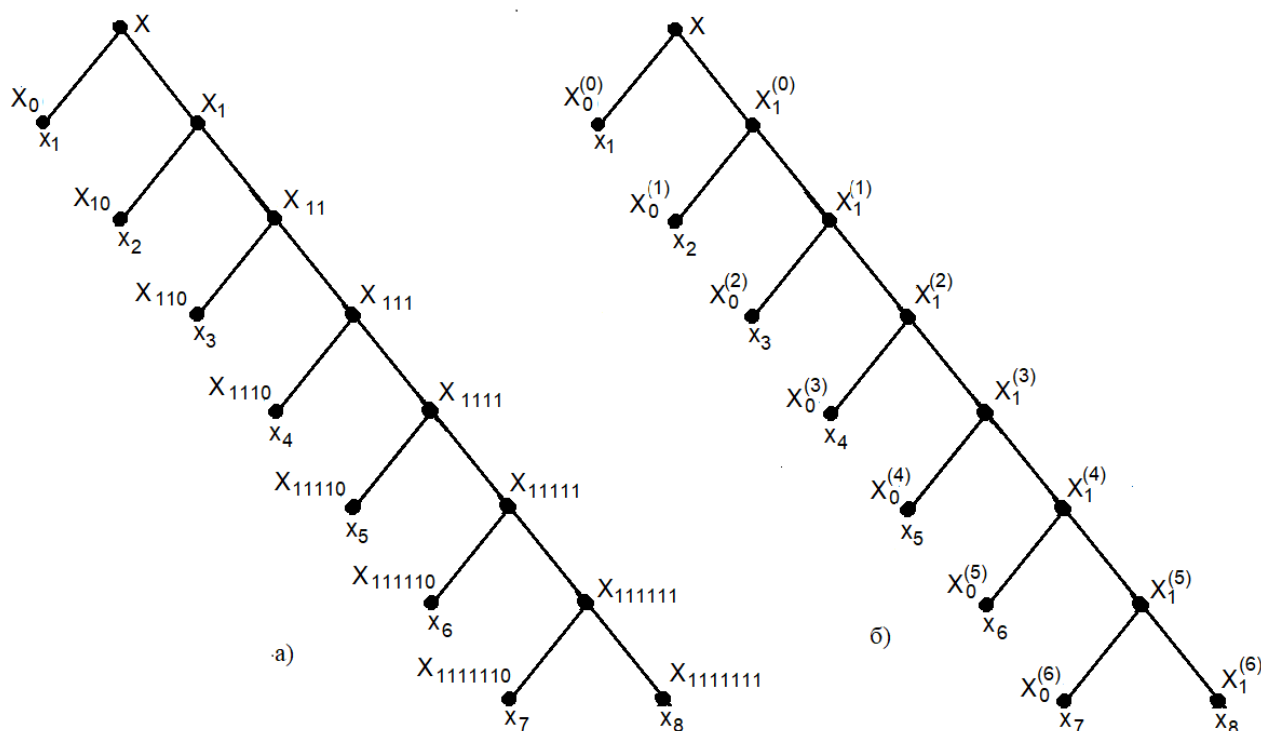


Рис. 3.3.

Тогда из (3.12) апостериорное распределение вероятностей при $k = 1$ имеет вид

$$p_i^{(1)}(y_1 = 1) = \begin{cases} \frac{p_i}{\sum_{i=2}^A p_i} & \text{при } i > 1, \\ 0 & \text{при } i = 1, \end{cases} \quad (3.14)$$

а для равномерного априорного распределения $p_i = 1/A$

$$p_i^{(1)}(y_1 = 1) = \begin{cases} \frac{1}{A-1} & \text{при } i > 1, \\ 0 & \text{при } i = 1, \end{cases} \quad (3.15)$$

Если при первом измерении ($k = 1$) принято решение $y_1 = 0$, то $X_0^{(k-1)} = X_0^{(0)} = \{x_1\}$ из (3.11) получим

$$p_i^{(1)}(y_1 = 0) = \begin{cases} \frac{p_1}{p_1} = 1 & \text{при } i = 1, \\ 0 & \text{при } i \geq 1. \end{cases} \quad (3.16)$$

Графики (3.15) и (3.16) для равновероятного распределения вероятностей и последовательного поиска (рис. 3.3) при $A = 8$ показаны на рис. 3.4 для первых

значений $k = 1, 2, 3, 4$ и решений $y_k = 0$ и $y_k = 1$, для последующих решений вид графиков очевиден. Проведенные расчеты согласуются с «качественным» анализом на рис. 3.1.

При неравномерном априорном распределении вероятностей апостериорные вероятности также неравномерны.

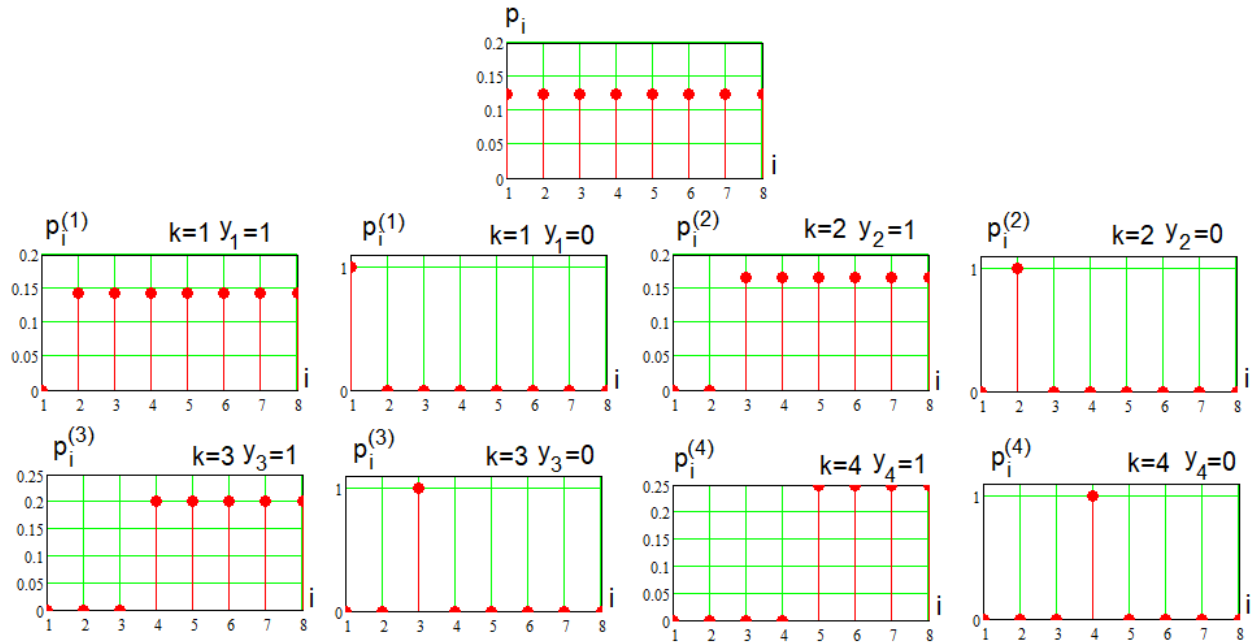


Рис. 3.4

3.4. Расчет апостериорных вероятностей состояний для дихотомического поиска

Дерево дихотомического алгоритма поиска при $A = 2^3 = 8$ показано на рис. 3.5. На рис. 3.5а показано двоичное кодирование анализируемых подмножеств, а на рис. 3.5б – их индексация в соответствии с формулой (3.11).

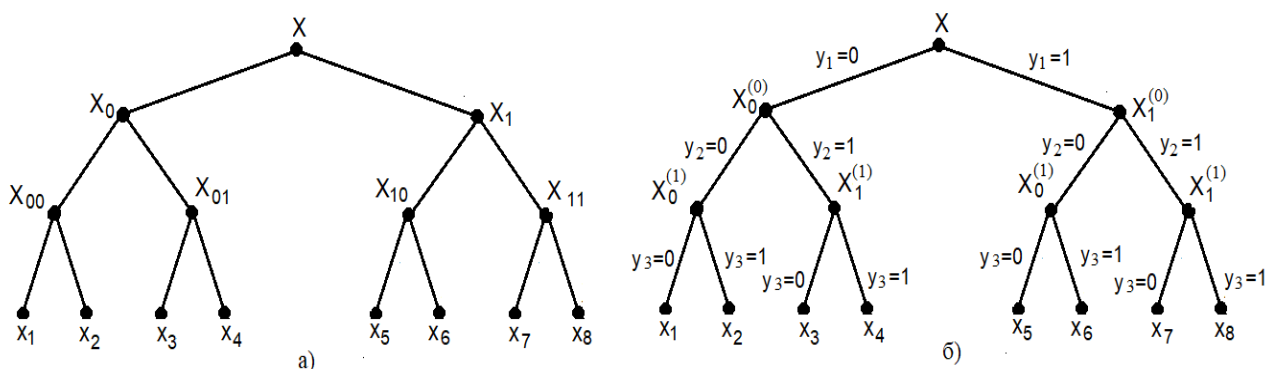


Рис. 3.5

В ходе первого двоичного измерения при четных A формируются подмножества $X_0^{(0)} = \{x_1, x_2, \dots, x_{A/2}\}$ и $X_1^{(0)} = \{x_{A/2+1}, x_{A/2+2}, \dots, x_A\}$ (можно использовать и другие разбиения множества состояний, при этом изменится дерево поиска). При втором измерении подмножество $X_0^{(0)}$ разбивается на подмножества $X_0^{(1)} = \{x_1, x_2\}$ и $X_1^{(1)} = \{x_3, x_4\}$, а $X_1^{(0)}$ соответственно на $X_0^{(1)} = \{x_5, x_6\}$ и $X_1^{(1)} = \{x_7, x_8\}$. В ходе третьего измерения проверяются подмножества, содержащие по одному элементу, и поиск завершается.

Для равновероятного апостериорного распределения вероятностей $p_i = 1/A$ при $A = 8$ исходя из дерева на рис. 3.5б после первого измерения из (3.9) получим выражения

$$p_i^{(1)}(y_1 = 0) = \begin{cases} \frac{p_i}{\sum_{j=1}^4 p_i} = \frac{1/8}{4 \cdot 1/8} = \frac{1}{4} & \text{при } x_i \in X_0^{(0)}, \\ 0 & \text{при } x_i \notin X_0^{(0)}, \end{cases} \quad (3.17)$$

$$p_i^{(1)}(y_1 = 1) = \begin{cases} \frac{p_i}{\sum_{j=5}^8 p_i} = \frac{1/8}{4 \cdot 1/8} = \frac{1}{4} & \text{при } x_i \in X_1^{(0)}, \\ 0 & \text{при } x_i \notin X_1^{(0)}, \end{cases} \quad (3.18)$$

которые можно записать одной формулой

$$p_i^{(1)}(y_1) = \begin{cases} \frac{2}{A} & \text{при } x_i \in X_{y_1}^{(0)}, \\ 0 & \text{при } x_i \notin X_{y_1}^{(0)}. \end{cases} \quad (3.19)$$

Полученные два апостериорных распределения вероятностей (3.17) и (3.18) показаны на рис. 3.6.

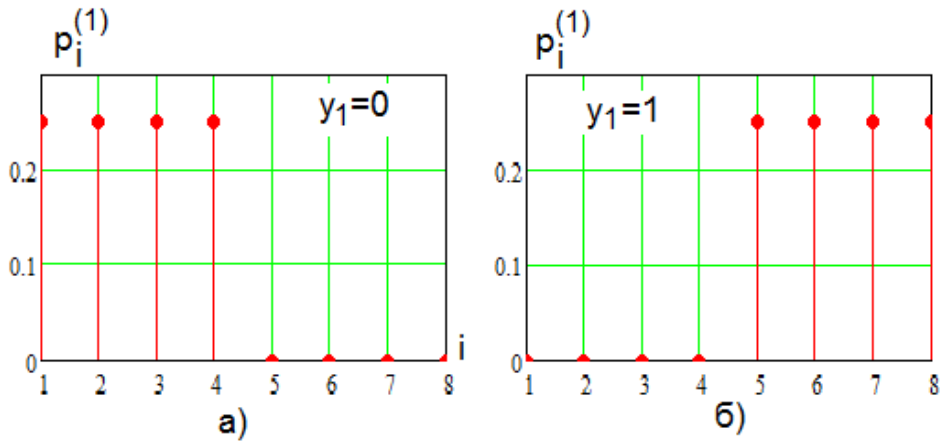


Рис. 3.6

После первого измерения апостериорные вероятности $p_i^{(1)}(y_1)$ становятся априорными и после второго измерения с решением y_2 (равным 0 или 1) из (3.11) получим четыре апостериорных распределения вероятностей $p_i^{(2)}(y_1, y_2)$, графики которых показаны на рис. 3.7 для различных пар решений y_1, y_2 ,

$$p_i^{(2)}(y_1, y_2) = \begin{cases} \frac{p_i^{(1)}(y_1)}{\sum_{x_i \in X_{y_2}^{(1)}} p_i^{(1)}(y_1)} & \text{при } x_i \in X_{y_2}^{(1)}, \\ 0 & \text{при } x_i \notin X_{y_2}^{(1)}. \end{cases} \quad (3.20)$$

При неравномерном априорном распределении вероятностей апостериорные вероятности также будут неодинаковы.

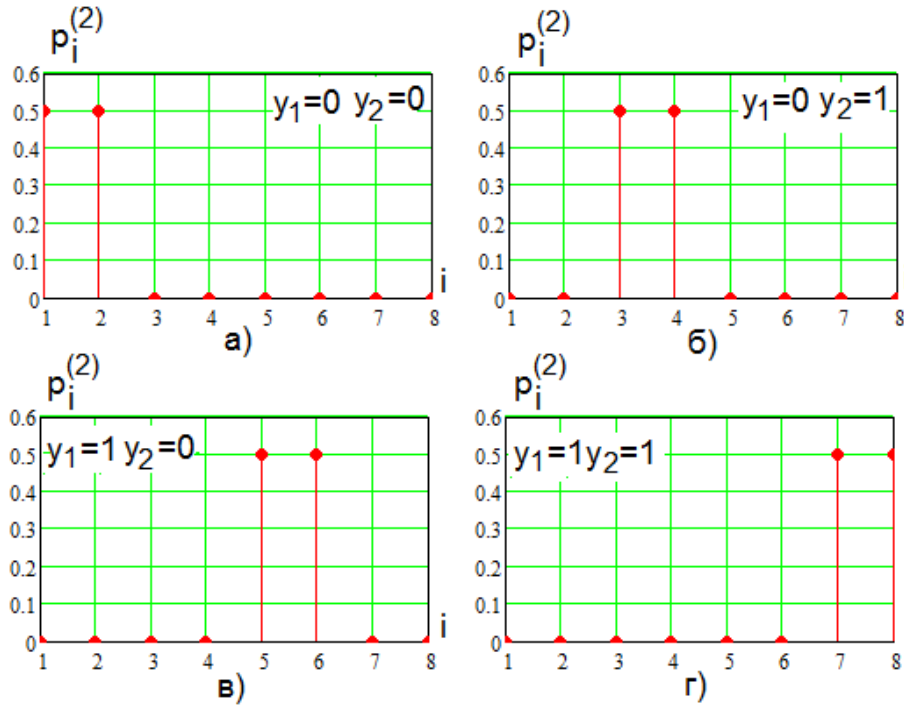


Рис. 3.7

3.5. Пример неравномерного распределения вероятностей

Пусть априорное распределение вероятностей состояний имеет вид

$$p_i = \frac{2i}{A(A+1)}, \quad i = \overline{1, A}, \quad (3.21)$$

при $A = 8$, его график показан на рис. 3.8.

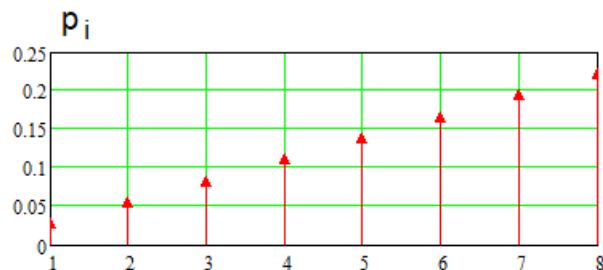


Рис. 3.8

Определим апостериорные вероятности состояний для дихотомического алгоритма поиска на рис. 3.5. После первого измерения из (3.9) получим выражения

$$p_i^{(1)}(y_1 = 0) = \begin{cases} \frac{p_i}{\sum_{j=1}^4 p_i} & \text{при } x_i \in X_0^{(0)}, \\ 0 & \text{при } x_i \notin X_0^{(0)}, \end{cases} \quad (3.22)$$

$$p_i^{(1)}(y_1 = 1) = \begin{cases} \frac{p_i}{\sum_{j=5}^8 p_i} & \text{при } x_i \in X_1^{(0)}, \\ 0 & \text{при } x_i \notin X_1^{(0)}, \end{cases} \quad (3.23)$$

соответствующие зависимости показаны на рис. 3.9.

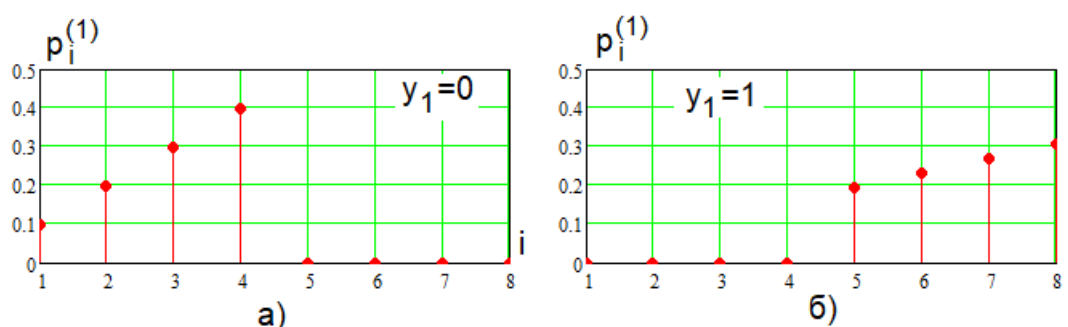


Рис. 3.9

Дальнейшие расчеты выполняются аналогично. Как видно, априорная неравномерность проявляется и в апостериорных вероятностях.

4. ПОИСК ПРИ НАЛИЧИИ ОШИБОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

4.1. Влияние ошибочных измерений на достоверность поиска

При **безошибочных** измерениях результат поиска правильный с достоверной вероятностью $P_{\text{дов}} = 1$. При возможности возникновения ошибочных (неправильных) измерений финальные решения также могут быть ошибочными и всегда $P_{\text{дов}} < 1$.

Рассмотрим задачу определения рабочей частоты f_p одной радиостанции в группе рабочих каналов последовательным алгоритмом поиска (рис. 3.3), как показано на рис. 4.1.

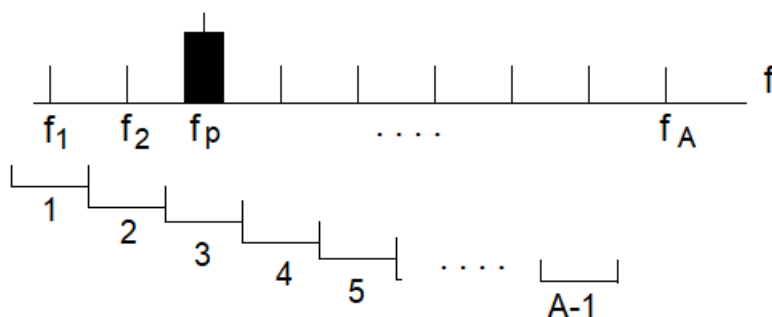


Рис. 4.1.

Двоичный измеритель (радиоприемник) последовательно перебирает частоты сигнала, сравнивая выходной сигнал с порогом, и если порог превышает, то принимается решение $y_k = 0$ о наличии искомой радиостанции и поиск останавливается, а иначе формируется решение $y_k = 1$ об отсутствии сигнала и проводится следующее измерение (они отмечены цифрами на рис. 4.1). При отсутствии помех измерения безошибочны и финальное решение полностью достоверно.

При наличии шума в канале связи возникают два варианта ошибок:

- **ложная тревога** (решение о наличии сигнала при его отсутствии) с вероятностью $p_{лт}$;

- **пропуск сигнала** (решении о его отсутствии при фактическом наличии в проверяемом канале с вероятностью $p_{пр}$).

Вероятности $p_{лт}$ и $p_{пр}$ зависят от уровней сигнала и шума, а также от выбранного порога сравнения отклика приемника.

Используются различные критерии выбора порога:

- критерий **Неймана-Пирсона**, по которому порог выбирается так, чтобы обеспечить заданную вероятность ложной тревоги $p_{лт} = \alpha$, например, $\alpha = 10^{-3}$;

- критерий **идеального наблюдателя**, который обеспечивает равенство вероятностей $p_{лт} = p_{пр} = p_{ош}$ общей вероятности ошибки $p_{ош}$.

В дальнейшем полагаем, что используется критерий Неймана-Пирсона. Если сигнал находится на k -й частоте, то правильное обнаружение произойдет, если на первых $(k - 1)$ двоичных измерениях не возникнет ложных тревог, а на k -измерении не произойдет пропуск сигнала. Если выбор рабочей частоты происходит равновероятно, $p_i = 1/A$, то вероятность Q правильного обнаружения сигнала равна

$$Q = \frac{(1-p_{пр})}{A} \sum_{k=0}^{A-2} (1-p_{лт})^k + \frac{(1-p_{пр})}{A} (1-p_{лт})^{A-2}, \quad (4.1)$$

сумма Σ учитывает ветви дерева поиска с номерами от 1 до $A - 1$, а второе слагаемое – ветвь с номером A . Вычисляя геометрическую прогрессию, получим

$$Q = \frac{(1-p_{пр})}{A} \left\{ \frac{1-(1-p_{лт})^{A-1}}{p_{лт}} + (1-p_{лт})^{A-2} \right\}. \quad (4.2)$$

Зависимости вероятности правильного обнаружения Q от вероятности ложной тревоги $p_{лт}$ для различных $p_{пр}$ показаны на рис. 4.2.

Как видно, при заданной вероятности пропуска сигнала $p_{пр}$ вероятность правильного решения увеличивается с уменьшением $p_{лт}$ до значения $1 - p_{пр}$ (пунктирные линии), а при снижении вероятности $p_{пр}$ до нуля стремится к 1. С увеличением арсенала A частот вероятность правильного решения Q падает.

Рассмотренный анализ соответствует алгоритму последовательного поиска при обнаружении единственного сигнала, после обнаружения которого (правильного или ошибочного) поиск останавливается. Очевидно, возможны и другие варианты поисковой процедуры, в том числе и с повторениями (рассмотрите варианты самостоятельно, например, в рамках курсовой работы).

При дихотомическом поиске анализ помехоустойчивости усложняется, так как вероятность ошибки будет зависеть от числа частотных каналов в полосе приемника, особенно на первых измерениях.

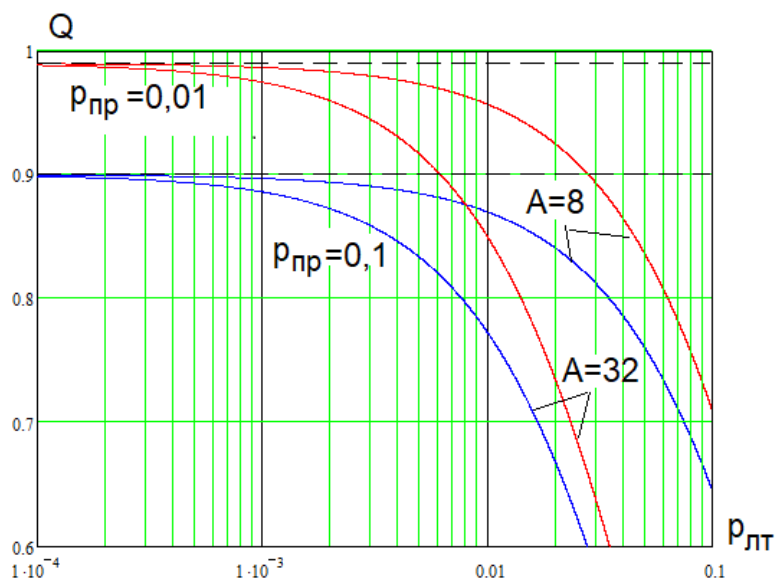


Рис. 4.2.

Поисковая процедура должна быть построена так, чтобы обеспечивалась заданная доверительная вероятность $P_{\text{дов}}$ результата (например, $P_{\text{дов}} = 0,9$), при отсутствии помех это обеспечивается всегда. Если в заданной помеховой обстановке вероятность правильного решения Q меньше $P_{\text{дов}}$ (рис. 4.2), то необходимо либо снижать вероятности ошибок (если это возможно), либо усложнять алгоритм поиска, например, ввода повторные измерения, принимая мажоритарные решения.

4.2. Расчет апостериорных вероятностей состояний объекта при последовательном поиске

Расчет апостериорных вероятностей проводится по формуле Байеса в соответствии с (3.1) и (3.2).

Рассмотрим последовательный алгоритм поиска с деревом на рис. 3.3 при наличии ошибок пропуска сигнала $p_{\text{пр}}$ и ложной тревоги $p_{\text{лт}}$.

При отсутствии помех проверенные состояния не включаются в проверяемые подмножества, так как вероятность наличия в них реасобытия равна нулю. При наличии помех могут возникать ошибочные решения и если принимается решение об отсутствии реасобытия, то возможно оно было пропущено. Если это состояние в дальнейшем поиске не проверять (как предполагается в алгоритме на рис. 3.3), то помимо заданных состояний $X = \{x_1, x_2, \dots, x_A\}$ необходимо ввести

дополнительное состояние x_{A+1} – реасобытие по завершении поиска не обнаружено.

В дальнейшем рассмотрим вариант алгоритма последовательного поиска, в котором в ходе i -го измерения проверяются подмножества $X_0^{(i-1)} = \{x_i\}$ и $X_1^{(i-1)} = \{x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_A\}$ (подмножество $X_1^{(i-1)}$ содержит все элементы X кроме x_i). В этом случае определяются апостериорные вероятности наличия реасобытия для всех, в том числе и ранее проверенных состояний.

После первого измерения (проверки состояния x_1) по формуле Байеса можно записать

$$p_i^{(1)}(y_1 = 0) = p(x_i/y_1 = 0) = \frac{p(y_1=0/x_i) \cdot p_i}{p(y_1=0)}, \quad (4.3)$$

$$p_i^{(1)}(y_1 = 1) = p(x_i/y_1 = 1) = \frac{p(y_1=1/x_i) \cdot p_i}{p(y_1=1)}. \quad (4.4)$$

Вероятность решения об обнаружении реасобытия (сигнала) в состоянии x_1 (на частоте f_1) при условии, что реасобытием является x_1 , равна вероятности отсутствия пропуска сигнала,

$$p(y_1 = 0/x_1) = 1 - p_{\text{пр}} \quad (4.5)$$

(при отсутствии помех она равна 1), а если реасобытием является $x_i, i > 1$, (сигнал не находится на частоте f_1), то решение $y_1 = 0$ может возникнуть только в результате ложной тревоги с вероятностью $p_{\text{лт}}$,

$$p(y_1 = 0/x_{i \neq 1}) = p_{\text{лт}}. \quad (4.6)$$

Безусловная вероятность решения $y_1 = 0$ равна

$$p(y_1 = 0) = p_1(1 - p_{\text{пр}}) + p_{\text{лт}} \sum_{i=2}^A p_i = p_1(1 - p_{\text{пр}}) + (1 - p_1)p_{\text{лт}}, \quad (4.7)$$

то есть это решение возникнет, если реасобытием является x_1 и нет пропуска сигнала, или реасобытие не x_1 , но возникла ложная тревога.

В результате для апостериорной вероятности состояний объекта после решения $y_1 = 0$ из (4.3) получим

$$p_i^{(1)}(y_1 = 0) = \begin{cases} \frac{p_1(1-p_{\text{пр}})}{p_1(1-p_{\text{пр}}) + (1-p_1)p_{\text{лт}}} & \text{при } i = 1, \\ \frac{p_i p_{\text{лт}}}{p_1(1-p_{\text{пр}}) + (1-p_1)p_{\text{лт}}} & \text{при } i > 1. \end{cases} \quad (4.8)$$

При отсутствии помех $p_{\text{пр}} = p_{\text{лт}} = 0$ и из (4.8)

$$p_i^{(1)}(y_1 = 0) = \begin{cases} 1 & \text{при } i = 1, \\ 0 & \text{при } i > 1, \end{cases} \quad (4.9)$$

что совпадает с (3.16).

При обрыве измерительного канала $p_{\text{пр}} = p_{\text{лт}} = 0,5$ и из (4.8)

$$p_i^{(1)}(y_1 = 0) = p_i, \quad (4.10)$$

то есть апостериорное распределение вероятностей равно априорному, а проведенное измерение не принесло сведений о реасобытии.

Аналогично вероятность решения об отсутствии реасобытия (сигнала) в состоянии x_1 (на частоте f_1) при условии, что реасобытием является x_1 , равна вероятности отсутствия пропуска сигнала,

$$p(y_1 = 1/x_1) = p_{\text{пр}} \quad (4.11)$$

(при отсутствии помех она равна 0), а если реасобытием является $x_i, i > 1$, (сигнал не находится на частоте f_1), то решение $y_1 = 1$ может возникнуть только в результате отсутствия ложной тревоги с вероятностью $1 - p_{\text{лт}}$,

$$p(y_1 = 1/x_{i \neq 1}) = 1 - p_{\text{лт}}, \quad (4.12)$$

тогда безусловная вероятность решения $y_1 = 1$ равна

$$p(y_1 = 1) = p_1 p_{\text{пр}} + (1 - p_{\text{лт}}) \sum_{i=2}^A p_i = p_1 p_{\text{пр}} + (1 - p_1)(1 - p_{\text{лт}}), \quad (4.13)$$

то есть это решение формируется, если реасобытием является x_1 и произошел пропуск сигнала, или реасобытием не является x_1 и не возникла ложная тревога.

В результате для апостериорной вероятности состояний объекта после решения $y_1 = 1$ из (4.4) аналогично (4.8) получим

$$p_i^{(1)}(y_1 = 1) = \begin{cases} \frac{p_1 p_{\text{пр}}}{p_1 p_{\text{пр}} + (1 - p_1)(1 - p_{\text{лт}})} & \text{при } i = 1, \\ \frac{p_i(1 - p_{\text{лт}})}{p_1 p_{\text{пр}} + (1 - p_1)(1 - p_{\text{лт}})} & \text{при } i > 1. \end{cases} \quad (4.14)$$

Как и в (4.9) при отсутствии помех $p_{\text{пр}} = p_{\text{лт}} = 0$ из (4.14)

$$p_i^{(1)}(y_1 = 1) = \begin{cases} 0 & \text{при } i = 1, \\ \frac{p_i}{1 - p_1} & \text{при } i > 1, \end{cases} \quad (4.15)$$

что совпадает с (3.14).

При обрыве измерительного канала $p_{\text{пр}} = p_{\text{лт}} = 0,5$ и подобно (4.10)

$$p_i^{(1)}(y_1 = 1) = p_i. \quad (4.16)$$

Нетрудно записать рекуррентные формулы для апостериорных вероятностей после k -го ($k > 1$) измерения,

$$p_i^{(k)}(y_k = 0) = \begin{cases} \frac{p_i^{(k-1)}(y_{k-1}=1) \cdot (1 - p_{\text{пр}})}{p_k^{(k-1)}(y_{k-1}=1) \cdot (1 - p_{\text{пр}}) + (1 - p_k^{(k-1)}(y_{k-1}=1)) \cdot p_{\text{лт}}} & \text{при } i = k, \\ \frac{p_i^{(k-1)}(y_1=1) \cdot p_{\text{лт}}}{p_k^{(k-1)}(y_{k-1}=1) \cdot (1 - p_{\text{пр}}) + (1 - p_k^{(k-1)}(y_{k-1}=1)) \cdot p_{\text{лт}}} & \text{при } i \neq k. \end{cases} \quad (4.17)$$

$$p_i^{(k)}(y_k = 1) = \begin{cases} \frac{p_i^{(k-1)}(y_1=1) \cdot p_{\text{пр}}}{p_k^{(k-1)}(y_{k-1}=1) \cdot p_{\text{пр}} + (1 - p_k^{(k-1)}(y_{k-1}=1)) \cdot (1 - p_{\text{лт}})} & \text{при } i = k, \\ \frac{p_i^{(k-1)}(y_1=1) \cdot (1 - p_{\text{лт}})}{p_k^{(k-1)}(y_{k-1}=1) \cdot p_{\text{пр}} + (1 - p_k^{(k-1)}(y_{k-1}=1)) \cdot (1 - p_{\text{лт}})} & \text{при } i \neq k. \end{cases} \quad (4.18)$$

где

$$p(y_k = 0) = p_k^{(k-1)}(y_{k-1} = 1) \cdot (1 - p_{\text{пр}}) + (1 - p_k^{(k-1)}(y_{k-1} = 1)) \cdot p_{\text{лт}}, \quad (4.19)$$

$$p(y_k = 1) = p_k^{(k-1)}(y_{k-1} = 1) \cdot p_{\text{пр}} + (1 - p_k^{(k-1)}(y_{k-1} = 1)) \cdot (1 - p_{\text{лт}}) \quad (4.20)$$

- вероятности решений $y_k = 0$ и $y_k = 1$ соответственно ($k > 1$) при предыдущих решениях $y_1 = 1, y_2 = 1, \dots, y_{k-1} = 1$ для алгоритма последовательного поиска, очевидно

$$p(y_k = 0) + p(y_k = 1) = 1. \quad (4.21)$$

Листинг программы расчета апостериорных вероятностей в программе

MathCAD показан в приложении 1, где обозначено $p1 = p_{\text{пр}}$, $p2 = p_{\text{лт}}$ и необходимо учитывать, что нумерация состояний начинается с нуля. Если выводится массив $pp0$, то выдаются значения $p_i^{(k)}(y_k = 0)$, а если заменить его на $pp1$, то $p_i^{(k)}(y_k = 1)$.

Таблицы значений апостериорных вероятностей для равновероятного априорного распределения $p_i = 1/A$ при $A = 8$ и $p_{\text{пр}} = p_{\text{лт}} = 0,1$ для $y_k = 0$ и $y_k = 1$ показаны на рис. 4.3а и рис. 4.3б соответственно, а на рис. 4.4 – их трехмерные диаграммы (i – номер состояния, k – номер двоичного измерения), при $k = 0$ приводится априорное распределение вероятностей.

$y_k=0$								
$k \backslash i$	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125
1	0.563	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063
2	0.007	0.596	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066	0.066
3	0.008	0.008	0.633	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07
4	0.008	0.008	0.008	0.675	0.075	0.075	0.075	0.075
5	0.009	0.009	0.009	0.009	0.723	0.08	0.08	0.08
6	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.779	0.087	0.087
7	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.844	0.094
8	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.92

а)

$y_k=1$								
$k \backslash i$	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125
1	0.016	0.141	0.141	0.141	0.141	0.141	0.141	0.141
2	0.018	0.018	0.161	0.161	0.161	0.161	0.161	0.161
3	0.021	0.021	0.021	0.188	0.188	0.188	0.188	0.188
4	0.025	0.025	0.025	0.025	0.225	0.225	0.225	0.225
5	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.281	0.281	0.281
6	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.375	0.375
7	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.563
8	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125

б)

Рис. 4.3

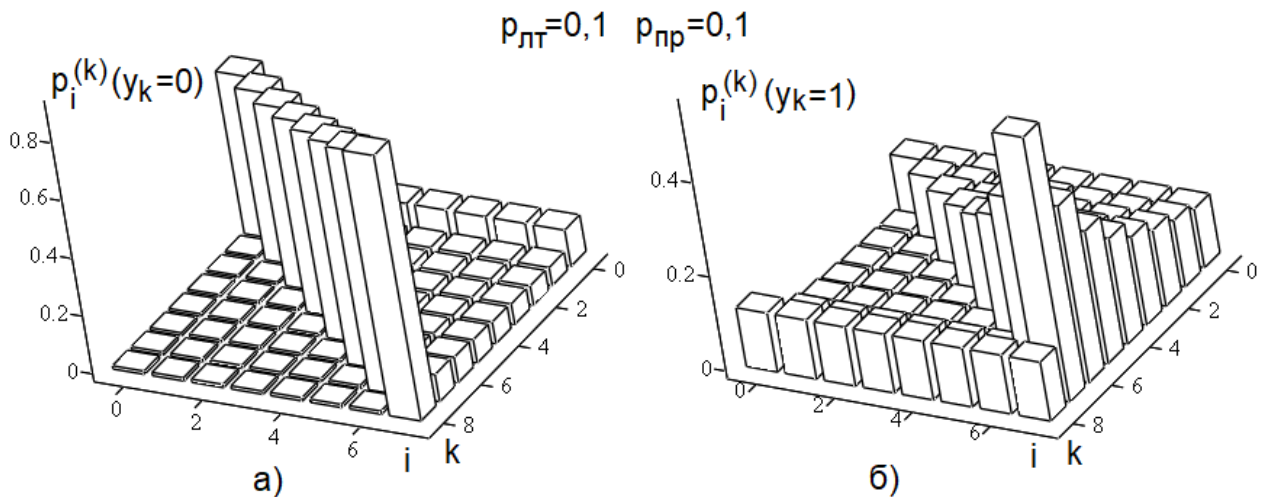


Рис. 4.4

Как видно, если в k -м измерении принимается решение $y_k = 0$ (обнаружено состояние x_k), то вероятность того, что выявлено реасобытие, максимальна (рис. 4.3а и рис. 4.4а), но возможно, что это решение ошибочно (произошла ложная тревога) и остается апостериорная вероятность того, что реасобытие не x_k (сигнал находится не на частоте f_k).

Если принимается решение $y_k = 1$ (сигнал не обнаружен), то апостериорная вероятность непроверенных состояний повышается, но остается ненулевая вероятность того, что произошел пропуск сигнала. После проверки последнего состояния x_8 при восьмом измерении и решении об отсутствии реасобытия (сигнал не обнаружен ни на одной из частот) апостериорное распределение становится равным априорному (поиск не дал результата).

На рис. 4.5 приведены аналогичные показанным на рис. 4.4 трехмерные диаграммы апостериорных вероятностей состояний для экспоненциального априорного распределения вероятностей вида

$$p_i = \begin{cases} 2^{-i} & \text{при } i = \overline{0, (A-1)}, \\ 2^{-(A-1)} & \text{при } i = A. \end{cases} \quad (4.22)$$

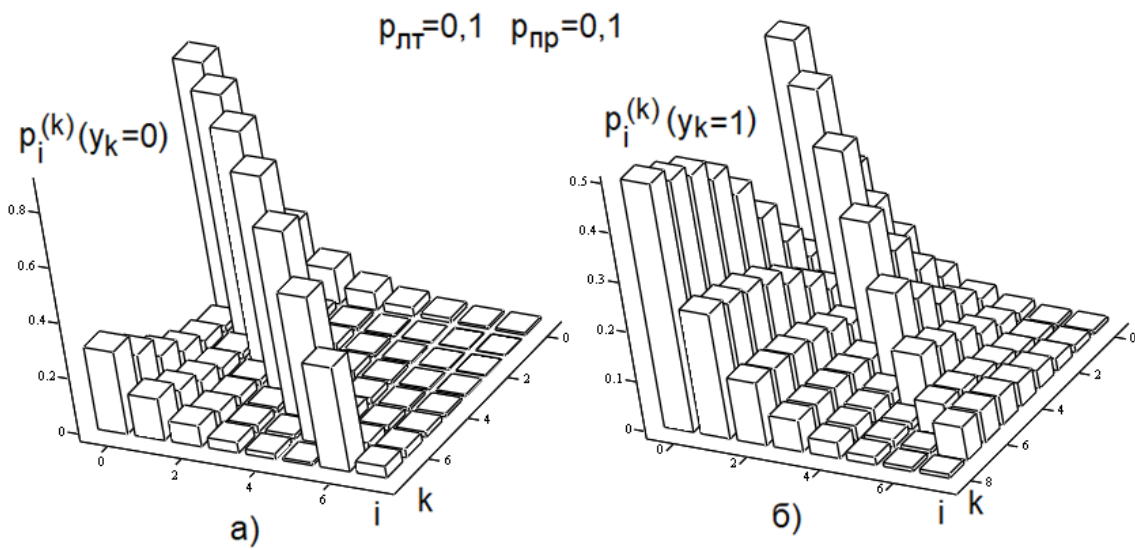


Рис. 4.5

Как видно, неравномерность априорного распределения вероятностей приводит к неравномерности апостериорного, по окончании неудачного поиска эти распределение одинаковы.

Анализ дихотомического поиска усложняется, так как вероятности ошибок зависят от числа состояний, входящих в проверяемые подмножества.

4.3. Вероятности решений при последовательном поиске

Рассмотрим условные вероятности принятия решений $p(y_k = 0/y_j = 1)$ (4.19) и $p(y_k = 0/y_j = 1)$ (4.20) для алгоритма последовательного поиска с деревом на рис. 3.3б, если предыдущие измерения приводили к решениям $y_j = 1, j = \overline{1, (k-1)}$, (реасобытие не обнаружено).

При отсутствии помех $p_{пр} = p_{лт} = 0$ из (4.19) и (4.20) получим

$$p(y_k = 0/y_j = 1) = p_k^{(k-1)}(y_{k-1} = 1), \quad (4.23)$$

$$p(y_k = 1/y_j = 1) = 1 - p_k^{(k-1)}(y_{k-1} = 1). \quad (4.24)$$

Для первого измерения ($k = 1$)

$$p(y_1 = 0) = p_1 \text{ и } p(y_1 = 1) = 1 - p_1,$$

а апостериорные вероятности состояний при $y_1 = 1$ из (4.18) равны

$$p_i^{(1)}(y_1 = 1) = \begin{cases} 0 & \text{при } i = 1, \\ \frac{p_i}{1-p_1} & \text{при } i \neq k. \end{cases} \quad (4.25)$$

После второго измерения ($k = 2$) при получении решения $y_1 = 1$ (реассо-
бытие не x_1) условные вероятности решений равны

$$p(y_2 = 0/y_1 = 1) = \frac{p_2}{1-p_1} \text{ и } p(y_2 = 1/y_1 = 1) = 1 - \frac{p_2}{1-p_1} \quad (4.26)$$

и так далее.

Безусловные вероятности решений определяются рекуррентным соотно-
шением

$$p(y_k = 0) = p_k^{(k)}(y_k = 0/y_j = 1) \prod_{j=1}^{k-1} p_k^{(k-1)}(y_{k-1} = 1), \quad k > 1, \quad (4.27)$$

$$p(y_1 = 0) = p_1^{(1)}(y_1 = 0). \quad (4.28)$$

На рис. 4.6а показаны зависимости $p(y_k = 0/y_j = 1)$ и $p(y_k = 1/y_j = 1)$,
а на рис. 4.6б безусловных вероятностей $p(y_k = 0)$ от номера измерения k при
отсутствии ошибочных измерений. Как видно, вероятности попадания в финаль-
ные узлы дерева поиска $p(y_k = 0) = 1/A$.

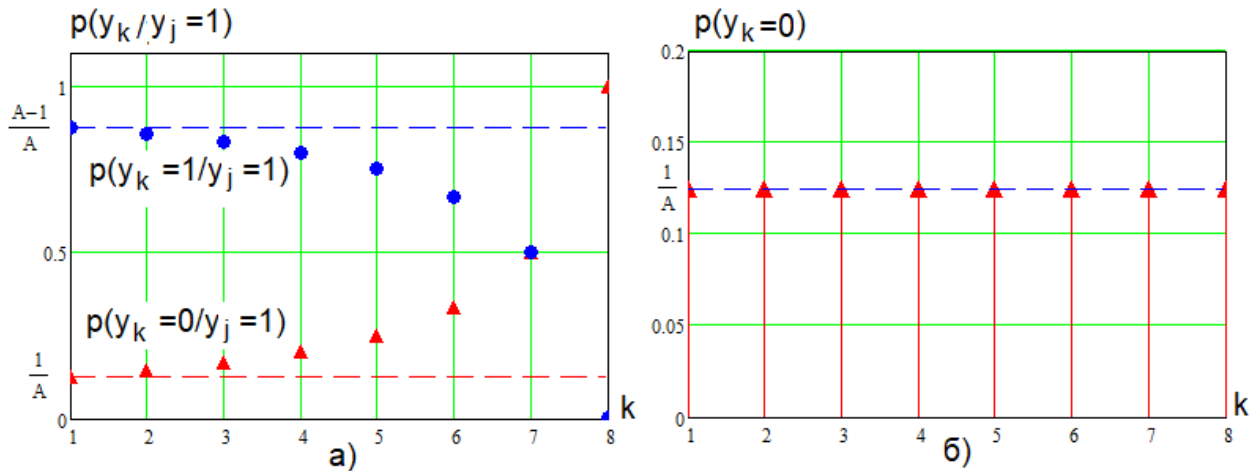


Рис. 4.5

При наличии ошибочных решений при последовательном поиске для пер-
вого измерения ($k = 1$) при проверке подмножества X_0 принимается решение
 $y_1 = 0$, если сигнал не пропущен или возникла ложная тревога в альтернативном
подмножестве, тогда

$$p(y_1 = 0) = (1 - p_{\text{пр}})p_1 + p_{\text{лт}} \sum_{j=2}^A p_j = (1 - p_{\text{пр}})p_1 + p_{\text{лт}}(1 - p_1) \quad (4.29)$$

и решение $y_1 = 1$, если сигнал пропущен и проверяемом подмножестве и не
возникла ложная тревога в альтернативном подмножестве,

$$p(y_1 = 1) = p_{\text{пр}}p_1 + (1 - p_{\text{лт}}) \sum_{j=2}^A p_j = p_{\text{пр}}p_1 + (1 - p_{\text{лт}})(1 - p_1). \quad (4.30)$$

Апостериорные вероятности $p_i^{(k)}(y_k = 0)$ и $p_i^{(k)}(y_k = 1)$ после k -го (при $k > 1$) измерения определяются (4.17), (4.18), и тогда для вероятностей решений

$$p(y_k = 0) = (1 - p_{\text{пр}})p_k^{(k-1)}(y_{k-1} = 0) + p_{\text{лт}} \sum_{j=k}^A p_{k+1}^{(k-1)}(y_{k-1} = 1), \quad (4.31)$$

$$p(y_k = 1) = p_{\text{пр}}p_k^{(k-1)}(y_{k-1} = 0) + (1 - p_{\text{лт}}) \sum_{j=k}^A p_{k+1}^{(k-1)}(y_{k-1} = 1), \quad (4.32)$$

или

$$p(y_k = 0) = (1 - p_{\text{пр}})p_k^{(k-1)}(y_{k-1} = 0) + p_{\text{лт}}(1 - p_k^{(k-1)}(y_{k-1} = 0)), \quad (4.33)$$

$$p(y_k = 1) = p_{\text{пр}}p_k^{(k-1)}(y_{k-1} = 0) + (1 - p_{\text{лт}})(1 - p_k^{(k-1)}(y_{k-1} = 0)). \quad (4.34)$$

На рис. 4.6 показаны зависимости при наличии ошибочных измерений с вероятностями $p_{\text{пр}} = p_{\text{лт}} = 0,1$, а на рис. 4.7 при отсутствии (обрыве) сигнала на входе измерителя с $p_{\text{пр}} = p_{\text{лт}} = 0,5$ (решения принимаются только за счет помех).

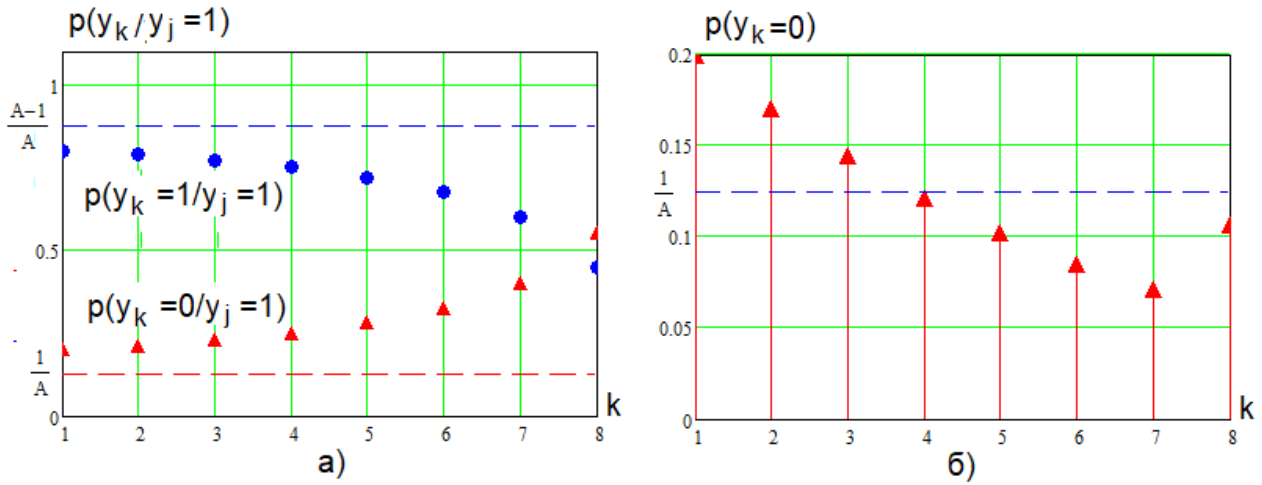


Рис. 4.6

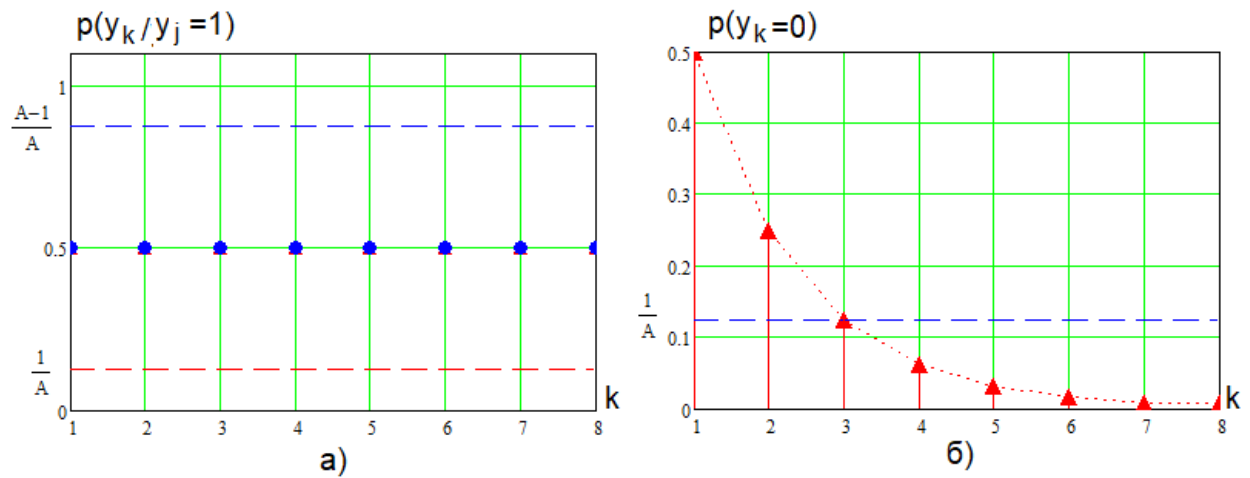


Рис. 4.7

Как видно, ошибки (ложная тревога и пропуск сигнала) изменяют условные и безусловные вероятности решений, повышается вероятность попадания в финальные узлы на первых измерениях. При обрыве измерительного канала все условные вероятности решений равны 0,5, они принимаются хаотически и не зависят от сигнала (реасобытия) и от априорного распределения вероятностей, а безусловные вероятности финальных решений при этом равны

$$p(y_k = 0) = \begin{cases} 2^{-k} & \text{при } k = \overline{1, (A-1)}, \\ 2^{-(A-1)} & \text{при } k = A, \end{cases} \quad (4.35)$$

эта зависимость показана точечной линией на рис. 4.7б.

4.4. Расчет апостериорных вероятностей состояний объекта при непоследовательном алгоритме поиске

При последовательном поиске и проверке одного реасобытия в подмножестве вероятности пропуска сигнала и ложной тревоги можно считать одинаковыми для всех состояний (например, при поиске сигнала по частоте настройки). В общем случае при проверке подмножества с несколькими состояниями (например, при проверке занятости одной из нескольких частот) вероятности ошибок могут зависеть от состава подмножеств. В дальнейшем полагаем, что вероятности ошибок не зависят от проверяемых подмножеств (**другие варианты рассмотрите самостоятельно в качестве индивидуального задания**).

Рассмотрим алгоритм поиска, дерево которого показано на рис. 4.8, который можно рассматривать как последовательный поиск пар состояний с последующим выявлением реасобытия в выбранной паре, при равновероятных событиях $p_i = 1/A$ и $A = 8$.

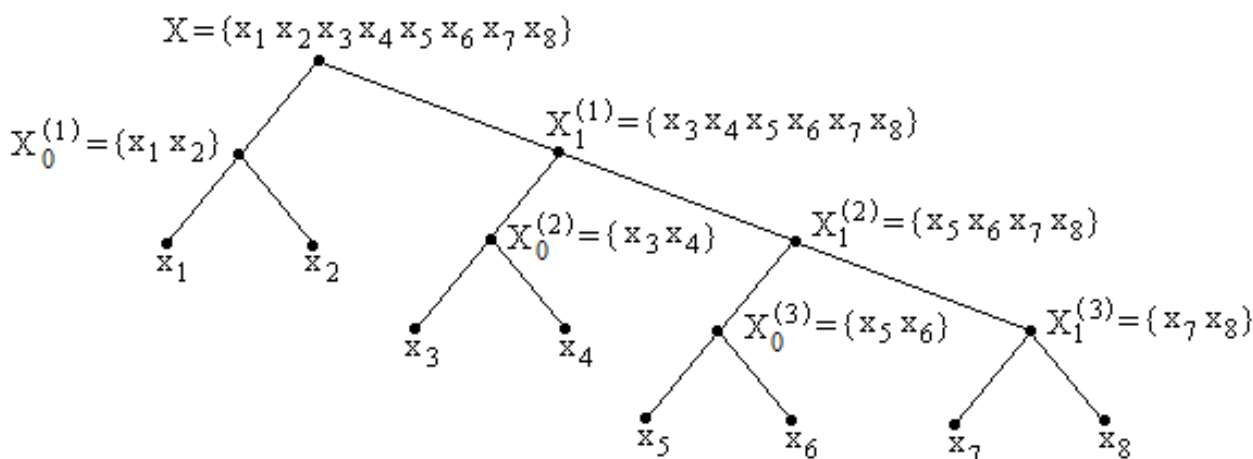


Рис. 4.8

Вероятности решений после первого измерения ($k = 1$), в котором проверяется подмножество $X_0^{(1)}$ с вероятностью пропуска $p_{\text{пр}}$ и $X_1^{(1)}$ с вероятностью ложной тревоги $p_{\text{лт}}$ равны

$$p(y_1 = 0) = (1 - p_{\text{пр}}) \cdot \sum_{x_i \in X_0^{(1)}} p_i + p_{\text{лт}} \cdot \sum_{x_i \in X_1^{(1)}} p_i, \quad (4.36)$$

$$p(y_1 = 1) = p_{\text{пр}} \cdot \sum_{x_i \in X_0^{(1)}} p_i + (1 - p_{\text{лт}}) \cdot \sum_{x_i \in X_1^{(1)}} p_i, \quad (4.37)$$

Необходимо еще раз уточнить, что вероятности ошибок полагаются независимыми от числа состояний в проверяемых подмножествах, что не соответствует, например, поиску радиостанции по частоте настройки.

При $p_{\text{пр}} = p_{\text{лт}} = 0$ получим $p(y_1 = 0) = 0,25$ и $p(y_1 = 1) = 0,75$, при $p_{\text{пр}} = p_{\text{лт}} = 0,1$ соответственно $p(y_1 = 0) = 0,3$ и $p(y_1 = 1) = 0,7$, а при $p_{\text{пр}} = p_{\text{лт}} = 0,5$ (канал обнаружения оборван) $p(y_1 = 0) = p(y_1 = 1) = 0,5$ (случайный выбор решения – угадывание).

После первого измерения событие обнаруживается в подмножестве X_0 , если не возникает пропуск сигнала или в X_1 возникает ложная тревога, тогда для апостериорных вероятностей $p_i^{(1)}(y_1 = 0)$ можно записать

$$p_i^{(1)}(y_1 = 0) = \frac{(1 - p_{\text{пр}}) \cdot p_{i \in X_0} + p_{\text{лт}} \cdot p_{i \in X_1}}{p(y_1 = 0)}, \quad (4.38)$$

а для $p_i^{(1)}(y_1 = 1)$ соответственно

$$p_i^{(1)}(y_1 = 1) = \frac{p_{\text{пр}} \cdot p_{i \in X_0} + (1 - p_{\text{лт}}) \cdot p_{i \in X_1}}{p(y_1 = 1)}. \quad (4.39)$$

Распределения вероятностей $p_i^{(1)}(y_1 = 0)$ и $p_i^{(1)}(y_1 = 1)$ показаны на рис. 4.9. для различных вероятностей ошибок. Как видно, наличие ошибок приводит к ненулевым апостериорным вероятностям уже проверенных состояний, а при $p_{\text{пр}} = p_{\text{лт}} = 0,5$ (при обрыве измерительного канала) апостериорные вероятности равны априорным $1/8$.

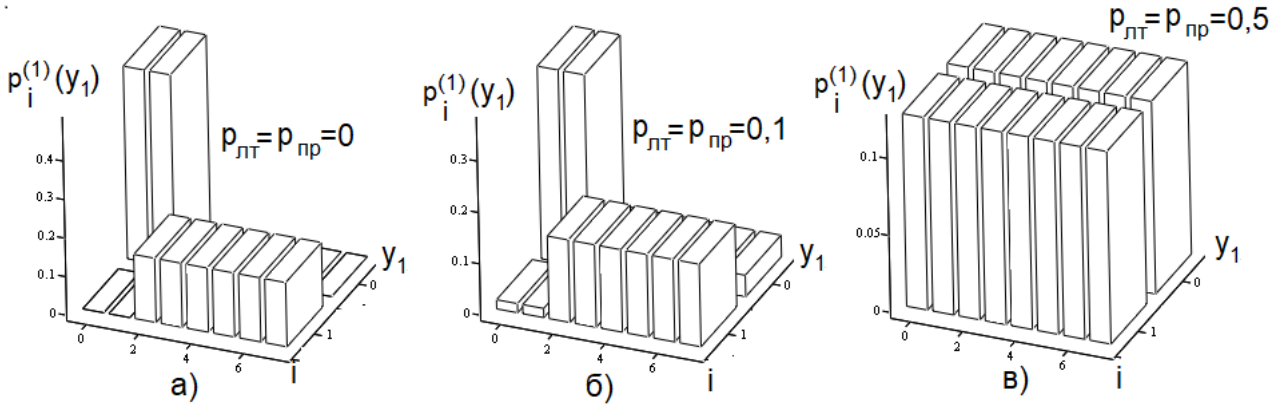


Рис. 4.9

После второго измерения проверяются четыре подмножества (рис. 4.8) два из которых содержат по одному элементу x_1 и x_2 (финальные подмножества) и два $X_0^{(2)}$ и $X_1^{(2)}$ соответственно по два и четыре элемента. Вероятности решений определяются подобно (4.36), (4.37) для соответствующих подмножеств и при отсутствии ошибок при поиске в подмножестве $X_0^{(1)}$ равны по 0,5, а в подмножестве $X_1^{(1)}$ соответственно $1/3$ и $2/3$.

Апостериорные вероятности состояний после второго измерения в подмножествах $X_0^{(1)}$ и $X_1^{(1)}$ определяются аналогично (4.38), (4.39). их диаграммы показаны на рис. 4.10.

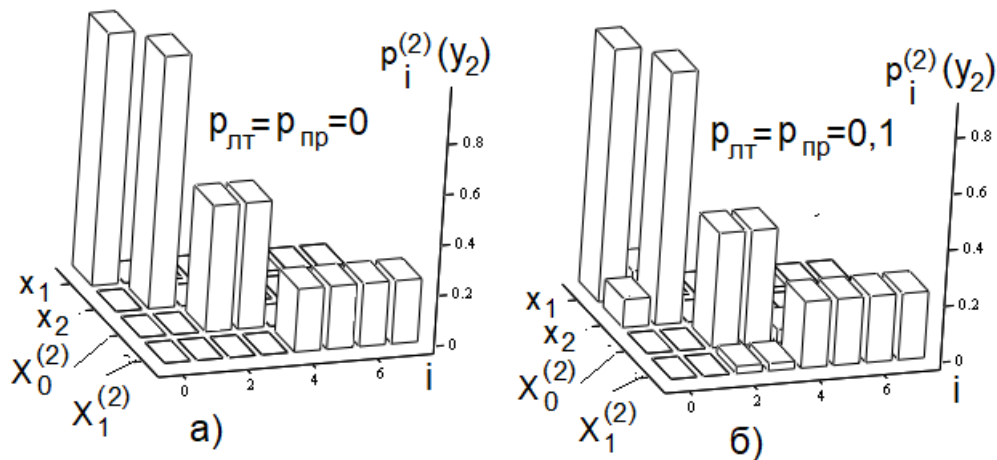


Рис. 4.10

Напишите программу расчета апостериорных вероятностей состояний при отсутствии и наличии ошибок для различных вариантов дерева поиска.

Напишите программу статистического имитационного моделирования алгоритма поиска при отсутствии и наличии ошибок для различных вариантов дерева поиска, определите статистические оценки апостериорных вероятностей и вероятностей ошибок финальных решений.

5. ЭНТРОПИЙНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОИСКА

5.1. Исходная априорная неопределенность

Исходная **неопределенность** состояний объекта из множества X с распределением вероятностей p_i , $i = \overline{1, A}$, определяется **энтропией по К. Шеннону** (1.8) и измеряется в двоичных единицах (бит)

$$H(X) = -\sum_{i=1}^A p_i \cdot \log_2 p_i. \quad (5.1)$$

Для **равномерного** распределения вероятностей $p_i = 1/A$ из (2.3) получим **максимально** возможное значение энтропии

$$H_{max} = \log_2 A, \quad (5.2)$$

которое называют энтропией по **Хартли**.

Если для некоторого k вероятность состояния $p_k = 1$, то для всех $i \neq k$ из (1.1) $p_i = 0$ и энтропия этого множества состояний $H(X) = 0$. Таким образом

$$0 \leq H(X) \leq \log_2 A. \quad (5.3)$$

Величина энтропии зависит от вида распределения вероятностей, например, для экспоненциального закона

$$p_i = \beta \cdot 2^{-\lambda \cdot i}, \quad i = \overline{1, A} \quad (5.4)$$

при

$$\beta = \frac{2^{\lambda} - 1}{1 - 2^{-\lambda A}}, \quad (5.5)$$

где величина β определяется из условия

$$\sum_{i=1}^A \beta \cdot 2^{-\lambda \cdot i} = 1. \quad (5.6)$$

При $\lambda > 0$ вероятности p_i падают с ростом i , при $\lambda < 0$ – увеличиваются, а при $\lambda \rightarrow 0$ получим равномерное распределение $p_i = 1/A$ (получите эти результаты самостоятельно).

Из (5.1) для энтропии запишем

$$H(X) = - \sum_{i=1}^{A-1} \beta \cdot 2^{-\lambda \cdot i} \cdot \log_2(\beta \cdot 2^{-\lambda \cdot i}) \quad (5.6)$$

(вычислите сумму и получите общее выражение для $H(X)$ самостоятельно). Например, при $A = 2^{10} = 1024$ и $\lambda = 1$ получим $H(X) \approx 2$ бита, а при $\lambda = 0$ соответственно $H(X) = H_{max} = 10$ бит.

В процессе поиска исходное (априорное) распределение вероятностей для наблюдателя меняется на апостериорное и соответственно меняется энтропия множества, которая также становится апостериорной.

При отсутствии ошибочных измерений в процессе поиска энтропия уменьшается по мере сокращения анализируемых подмножеств. По окончании поиска при отсутствии ошибок событие определено с вероятностью 1, а энтропия множества состояний становится равной нулю.

При наличии ошибок по окончании поиска вероятность правильного решения меньше единицы, имеется вероятность правильности других состояний и энтропия по окончании поиска не будет равна нулю.

5.2. Апостериорная энтропия

До начала поиска ($k = 0$) исходная априорная энтропия $H_0(X)$ вычисляется согласно (5.1) и измеряется в двоичных единицах (битах).

Апостериорная (послеопытная) энтропия $H^{(k)}(y_1, y_2, \dots, y_k)$ характеризует неопределенность состояния объекта после выполнения k двоичных измерений с принятием последовательности решений $y_1, y_2, \dots, y_k$ и определяется по формуле Шеннона (5.1) с подстановкой апостериорного распределения вероятностей состояний объекта $p_i^{(k)}(y_1, y_2, \dots, y_k)$ согласно (3.11),

$$H^{(k)}(y_1, y_2, \dots, y_k) = - \sum_{i=1}^A p_i^{(k)}(y_1, y_2, \dots, y_k) \cdot \log_2 p_i^{(k)}(y_1, y_2, \dots, y_k). \quad (5.7)$$

Энтропия (5.7) является **частной апостериорной энтропией**, зависящей от принятой последовательности (**вектору**) решений $y_1, y_2, \dots, y_k$.

Средняя апостериорная энтропия вычисляется усреднением всех возможных частных энтропия по всем возможным векторам R_k из k решений с вероятностями $p(y_1, y_2, \dots, y_k)$ в виде

$$H_k = H(y_1, y_2, \dots, y_k) = - \sum_{R_k} p(y_1, y_2, \dots, y_k) \cdot \sum_{i=1}^A \{ p_i^{(k)}(y_1, y_2, \dots, y_k) \cdot$$

$$\log_2 p_i^{(k)}(y_1, y_2, \dots, y_k) \}. \quad (5.8)$$

В пределе имеется не более 2^k вариантов последовательностей решений (при дихотомическом поиске), а при последовательном алгоритме число векторов решений минимально и равно $k + 1$.

Пример расчета средней апостериорной энтропии для дерева поиска на рис. 4.8 при равновероятных состояниях и $A = 8$ показан на рис. 5.1. Исходная неопределенность (энтропия) $H_0 = 3$ бит. При отсутствии ошибок $p_{\text{пр}} = p_{\text{лт}} = 0$ она снижается после каждого измерения (не более, чем на 1 бит [1]), достигая нуля по окончании поиска.

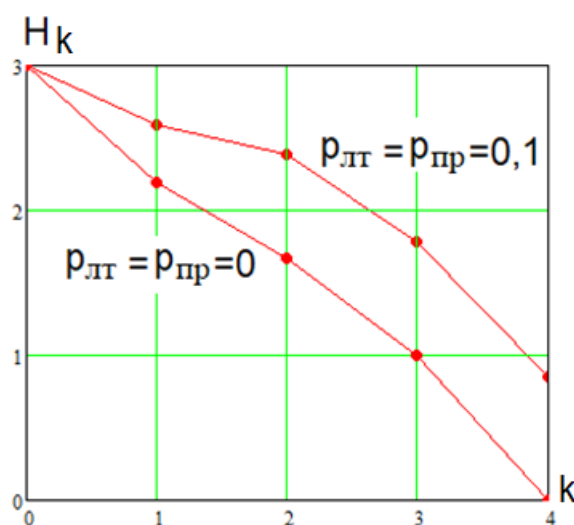


Рис. 5.1

При наличии ошибочных измерений неопределенность повышается (как показано на рис. 5.1). **Напишите самостоятельно программу расчета апостериорной энтропии для различных вариантов дерева поиска.**

5.3. Остаточная энтропия

Исходная энтропия характеризует неопределенность состояния объекта до начала поиска.

При отсутствии ошибочных измерений энтропия всегда падает не более, чем на 1 бит [1] за одно измерение, она может оставаться неизменной, если следующее измерение повторяет предыдущее (при отсутствии ошибок это не имеет смысла). Если поиск остановить, например, после второго измерения ($k = 2$ на рис. 5.1), то могут быть выявлены реасостояния состояния x_1 или x_2 (поиск будет завершен), но если реализовалось другое состояние, то оно не будет выявлено, и останется **текущая остаточная неопределенность (энтропия)** $H_k = 1,667$ бит (рис. 5.1). При продолжении безошибочного поиска энтропия H_k будет снижаться до нуля, после чего поиск будет окончательно остановлен.

При наличии ошибочных измерений текущая остаточная энтропия снижается медленнее (рис. 5.1) и по окончании поиска в соответствии с деревом на рис. 4.8 при $k = 4$ **итоговая остаточная энтропия** остается отличной от нуля (в примере на рис. 5.1 $H_4 = 0,844$ бита).

5.4. Кривая снятия неопределенности (КСН)

В [1] зависимость **средней** энтропии H_k от номера проделанного измерения называют **кривой снятия неопределенности** (КСН), иллюстрирующей снижение неопределённости в процессе поиска. Показано, что при отсутствии помех (ошибочных измерений) КСН всегда падает со скоростью не более 1 бит/диз.

Например, рассмотрим последовательный алгоритм поиска при показательном распределении вероятностей состояний объекта вида

$$p_i = \frac{2^{-\lambda \cdot (i-1)}}{\sum_{j=1}^A 2^{-\lambda \cdot (j-1)}}, \quad i = \overline{1, A}, \quad (5.9)$$

(λ – параметр распределения, определяющий скорость падения вероятности состояния с ростом его номера). Распределения вероятностей (5.9) представлены на рис. 5.2а при $\lambda = 0,1$ (отмечены точками) и $\lambda = 1$ (отмечены треугольниками). Как видно, с уменьшением λ распределение становится более равномерным. Начальная (априорная) энтропия H_0 определяется (5.1), ее зависимость от λ показана на рис. 5.2б, с уменьшением λ величина H_0 стремится к $\log_2 A$.

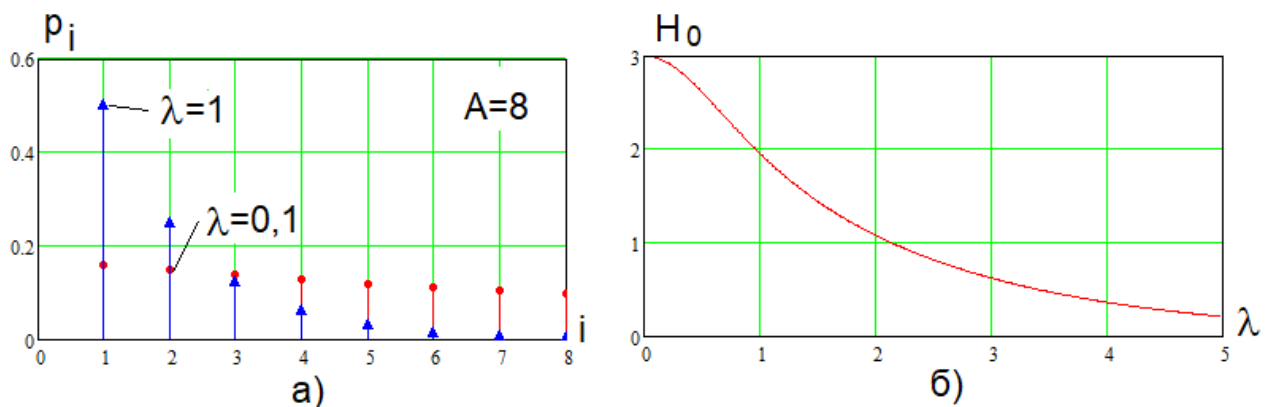


Рис. 5.2

На рис. 5.3 показаны [1] зависимости от числа проделанных измерений k условной энтропии $H^{(k)}$ (5.7) после решения об отсутствии реасобытия и средней апостериорной энтропии H_k (то есть КСН) для алгоритма последовательного поиска при равновероятных состояниях, $A = 8$ и отсутствии ошибок измерения (**проведите соответствующие расчеты самостоятельно**). Как видно, условная энтропия $H^{(k)}$ снижается существенно медленнее, чем средняя H_k .

Доказано [1], что при отсутствии ошибок величина КСН H_k снижается не более, чем на 1 бит в каждом двоичном измерении. Условная энтропия может изменяться быстрее (рис. 5.3).

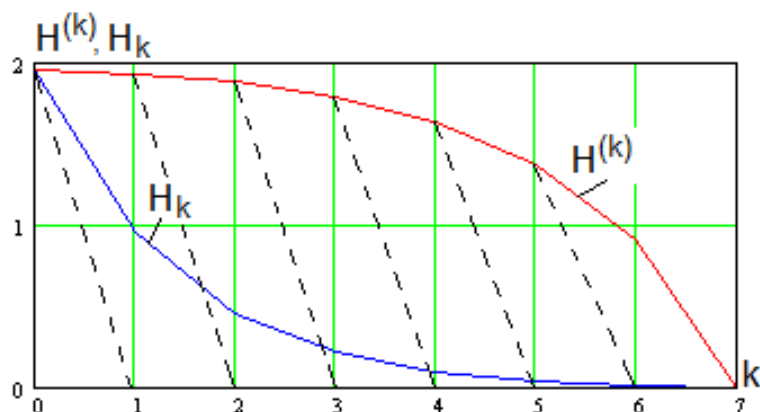


Рис. 5.3

5.5. Энтропийная скрытность

В [1] получена оценка **потенциальной** (минимально возможной) скрытности S (2.2) при отсутствии ошибочных измерений, определяемая неравенствами

$$H_0 \leq S < H_0 + 1, \quad (5.10)$$

что приводит к определению **энтропийной скрытности** $S_{\exists}$, равной

$$S_{\exists} = H_0. \quad (5.11)$$

Величина $S_{\exists}$ близка S (является ее нижней границей), вычисляется значительно проще и не требует формирования оптимального алгоритма поиска.

5.6. Влияние ошибок измерения и помех на КСН

В задачах разведки и диагностики технических систем в результате поисковой процедуры возникают ошибочные финальные решения о выявленном состоянии. Они обусловлены ошибками в отдельных двоичных измерениях за счет действия естественных (шумовых) помех, преднамеренных помех, погрешностей измерительной аппаратуры.

Даже при отсутствии ошибок в измерениях неоднозначность решений может возникать при наличии маскирующих помех - естественных или искусственных ложных состояниях, неотличимых от искомого. Примером может служить маскирующие помехи [1], создаваемые противником или природой для затруднения разведки искомого радиосигнала. Примеры КСН показаны на рис. 5.1.

Рассмотрим КСН для алгоритма последовательного поиска (рис. 3.3) равновероятных состояний при наличии ошибочных измерений с вероятностями $p_{\text{пр}}$ и $p_{\text{лт}}$.

Апостериорные вероятности определяются (4.17), (4.18) и показаны на рис. 4.3, рис. 4.4, а вероятности решений – соответственно (4.33), (4.34), тогда после

k -го двоичного измерения для условных энтропий $H_k(y_k = 0)$ (реасобытие обнаружено в k -й позиции) и $H_k(y_k = 1)$ (реасобытие не обнаружено) а предшествующие измерения имели отрицательный результат ($y_n = 1, n = \overline{1, (k-1)}$) получим

$$H_k(y_k = 0) = -\sum_{i=1}^A p_i^{(k)}(y_k = 0) \cdot \log_2(p_i^{(k)}(y_k = 0)), \quad (5.12)$$

$$H_k(y_k = 1) = -\sum_{i=1}^A p_i^{(k)}(y_k = 1) \cdot \log_2(p_i^{(k)}(y_k = 1)), \quad (5.13)$$

а безусловная апостериорная энтропия равна

$$H_k = p(y_k = 0)H_k(y_k = 0) + p(y_k = 1)H_k(y_k = 1). \quad (5.14)$$

На рис. 5.4 показаны зависимости условных и безусловной энтропий для последовательного поиска равновероятных состояний при $A = 16$ (априорная энтропия $H_0 = 4$ бита) от числа проделанных измерений при отсутствии ошибок, а на рис. 5.5 – при их наличии.

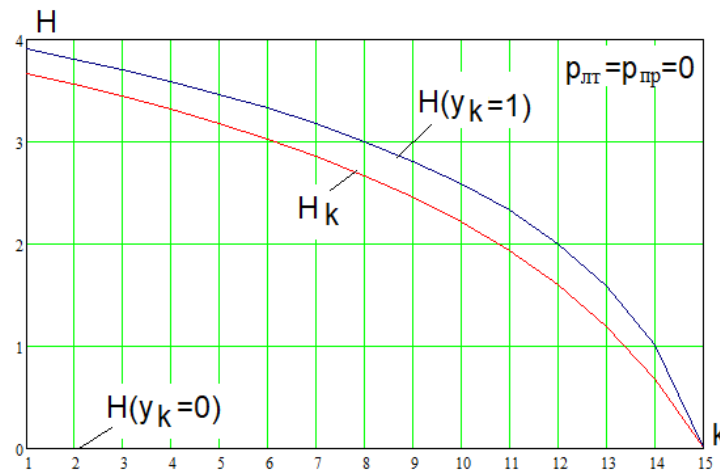


Рис. 5.4

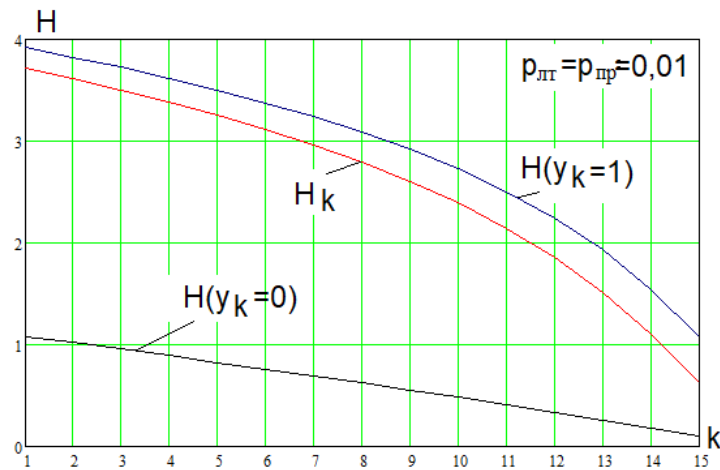


Рис. 5.5

Как видно, по завершении безошибочного поиска остаточная неопределенность H_{A-1} равна нулю, а при наличии ошибок с вероятностями $p_{пр} = p_{лт} = 0,01$

соответственно $H_{A-1} = 0,62$ бит.

В рассмотренном примере использован алгоритм последовательного поиска без повторных (проверочных) измерений и если возникло ошибочное решение, то оно не проверяется и не исправляется. При наличии ошибочных измерений для повышения достоверности результата (снижения финальной остаточной энтропии) необходимы дополнительные измерения (излишние при отсутствии ошибок), которые позволяют обнаруживать и исправлять ошибочные решения.

Например, можно повторять последовательный поиск, сравнивая полученные результаты (при неизменном реасобытии). Если при повторном поиске принятые решения повторяются (следующее подтверждает предыдущее), это повышает его достоверность, а если решения различны, то выявляется ошибка (исправить ее нельзя). Для исправления ошибок можно проводить несколько циклов последовательного поиска, принимая в качестве окончательного чаще повторяющееся решение. Очевидно, что повторный последовательный поиск является самым простым, но не эффективным алгоритмом повышения достоверности поиска.

Подобные проблемы решаются в системах передачи дискретной информации, в которых для борьбы с ошибками при приеме символов (например, 0 или 1) используется помехоустойчивое кодирование.

В качестве индивидуального задания рассмотрите возможность применения помехоустойчивого кодирования для построения алгоритма поиска с повышенной достоверностью. Рассмотрите энтропийные характеристики алгоритма поиска, проведите его статистическое имитационное моделирование.

Хаотические ошибочные решения (например, за счет шумовых помех в измерительном канале) могут исправляться за счет дополнительных измерений, при этом вероятность правильных **финальных** решений повышается, а итоговая остаточная энтропия (КСН) падает и стремится к нулю при неограниченном продолжении поиска. Скрытность состояний увеличивается с повышением требуемой достоверности (доверительной вероятности) результата поиска. Примерные варианты формы КСН показаны на рис. 5.6, кривые 1 и 2.

При наличии маскирующих помех [1] после выявления всех реализовавшихся состояний (истинного и маскирующих) дальнейшее увеличение продолжительности поиска не приводит к снижению неопределенности (кривая 3 на рис. 5.6).

Если реасобытие (радиосигнал) появляется в течение ограниченного времени, а при повторном возникновении меняет свои параметры (несущую частоту), то при продолжительном поиске выявляется лишь подмножество возможных состояний, поиск не завершается полностью и остаточная энтропия не достигает нуля даже при отсутствии помех.

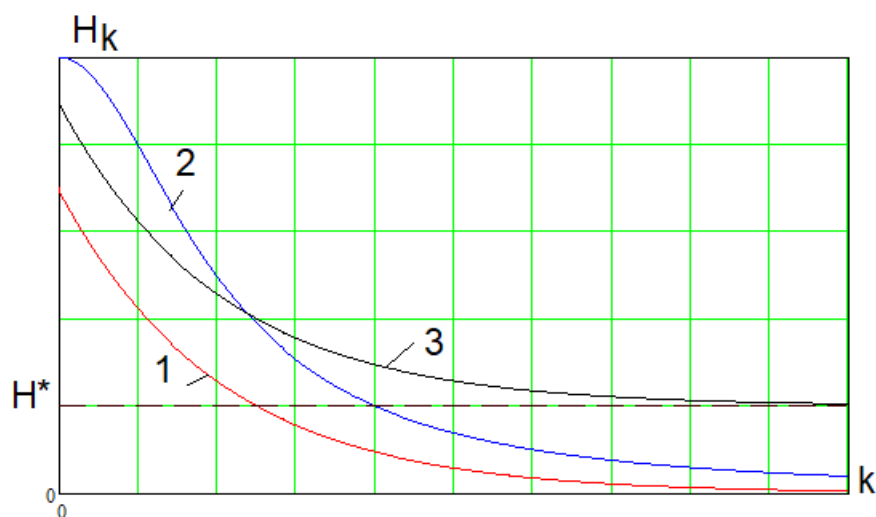


Рис. 5.6

6. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

6.1. Задачи лабораторного практикума

Цикл лабораторных работ по дисциплине «Техническая диагностика и скрытность» посвящен изучению алгоритмов безошибочного поиска состояния объекта и его характеристик. Проводятся расчеты скрытности состояний и энтропийных характеристик поиска, моделирование различных алгоритмов поиска в программе «Poisk».

6.2. Программа моделирования алгоритмов поиска

В программе «Poisk» моделируются последовательный и дихотомический алгоритмы поиска с различным числом состояний для различных распределений вероятностей. Исходное окно программы представлено на рис. 6.1.

В верхней части находятся списки для выбора распределений вероятностей состояний (равномерное, экспоненциальное и по случайному варианту задания от 1 до 15), числа состояний объекта M (4, 8, 12, 16) и наибольшего числа измерений $N_{\max}$ (от 1 до 15) затем показаны выбранное распределение вероятностей и кривая снятия неопределенности (КСН). Ниже находится наборное поле, на котором с помощью кнопок вводится алгоритм поиска – нажатая кнопка означает, что в выбранном измерении проверяется наличие указанного реасобытия. На вкладке «Последовательный поиск» в каждом измерении может проверяться только одно событие, а на вкладке «Дихотомический поиск» – произвольная группа событий. Справа от наборного поля находится кнопка начала моделирования, окна с сообщением о полноте выбранного алгоритма поиска, вывода вероятности неполного решения, среднего числа измерений (алгоритмической скрытности) и вероятности возникновения ветвей с их длинами для выбранного алгоритма поиска.

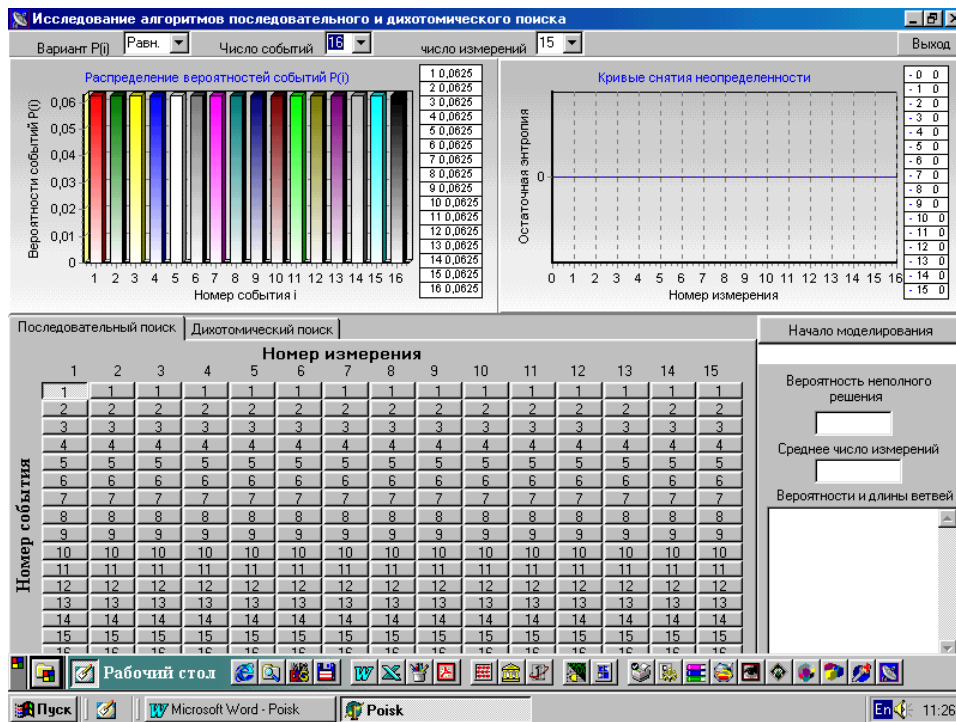


Рис. 6.1

На рис. 6.2 представлено рабочее окно алгоритма последовательного поиска для $M=8$ и равномерного распределения их вероятностей. Сначала задаются рабочие параметры, алгоритм поиска, а затем нажимается кнопка «Начало моделирования».

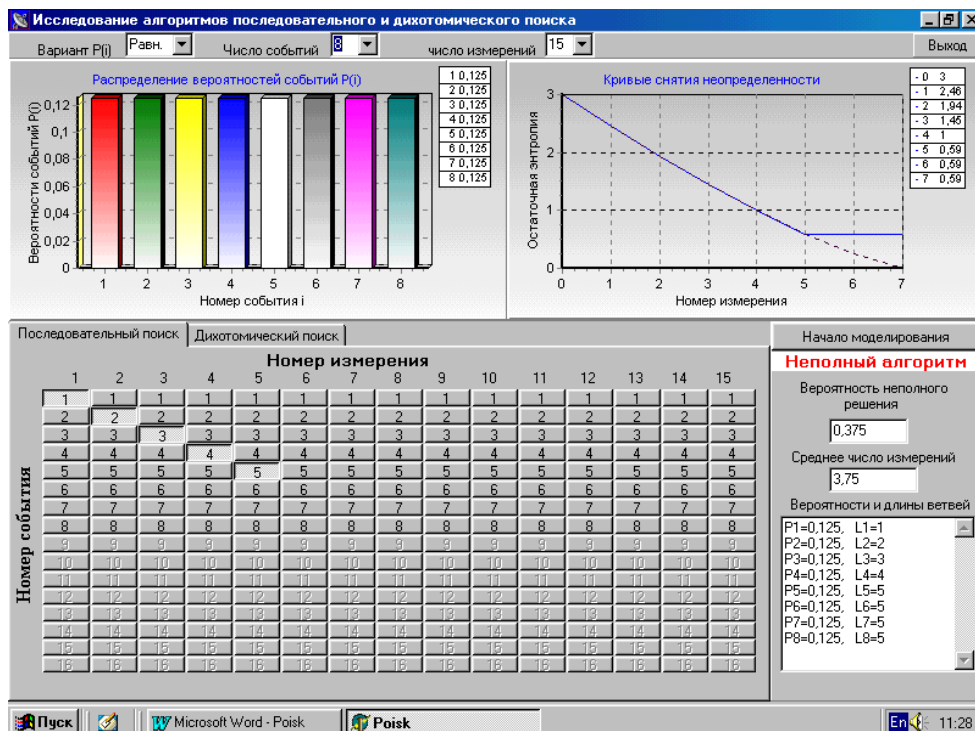


Рис. 6.2

На рис. 6.3 показано дерево поиска алгоритма на рис. 6.2.

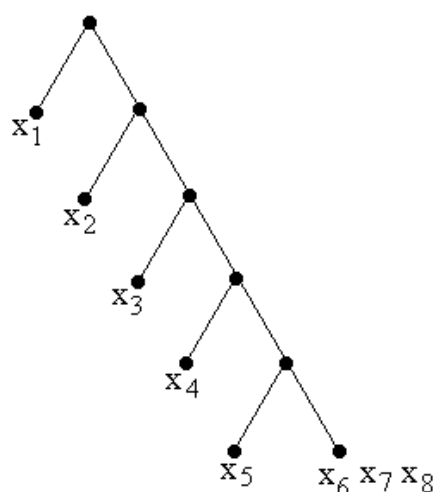


Рис. 6.3

Для нетипичного алгоритма дихотомического поиска (третье измерение является проверочным, но при отсутствии помех в нем нет необходимости) дерево поиска показано на рис. 6.4, а рабочее окно программы - на рис 6.5, желтым цветом выделены ветви при полном алгоритме поиска. Если алгоритм неполный, то расчет характеристик поиска не проводится, а на графике КСН отображается только пунктирная кривая для оптимального последовательного поиска.

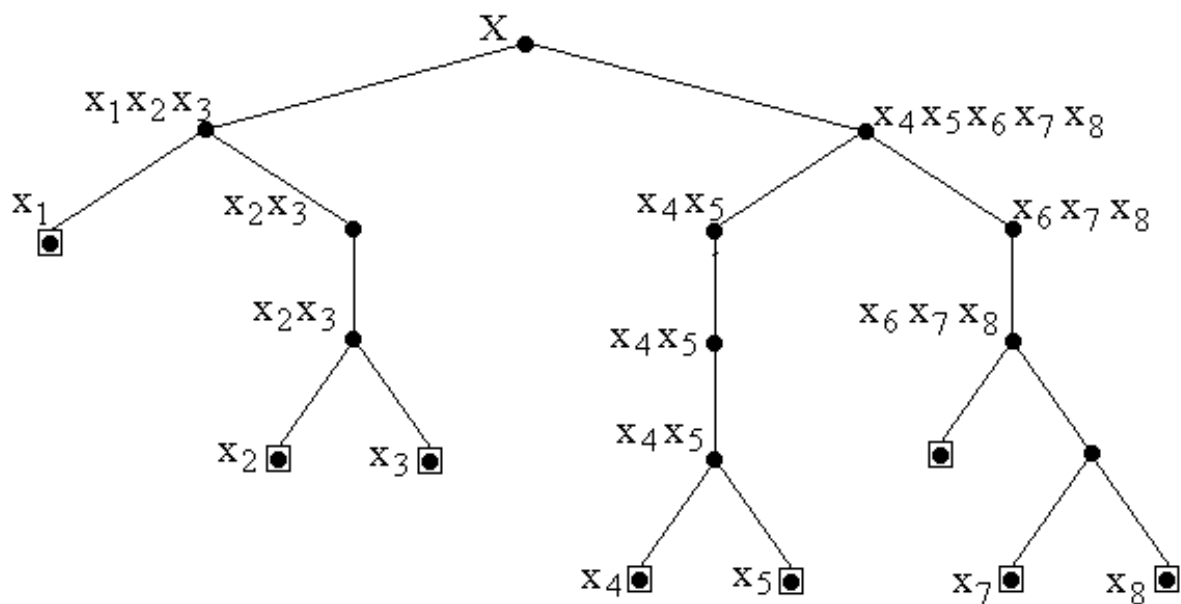


Рис. 6.4.

Третье измерение в алгоритме на рис. 6.4 является лишним (холостым), и приводит к горизонтальному участку КСН на рис. 6.5.

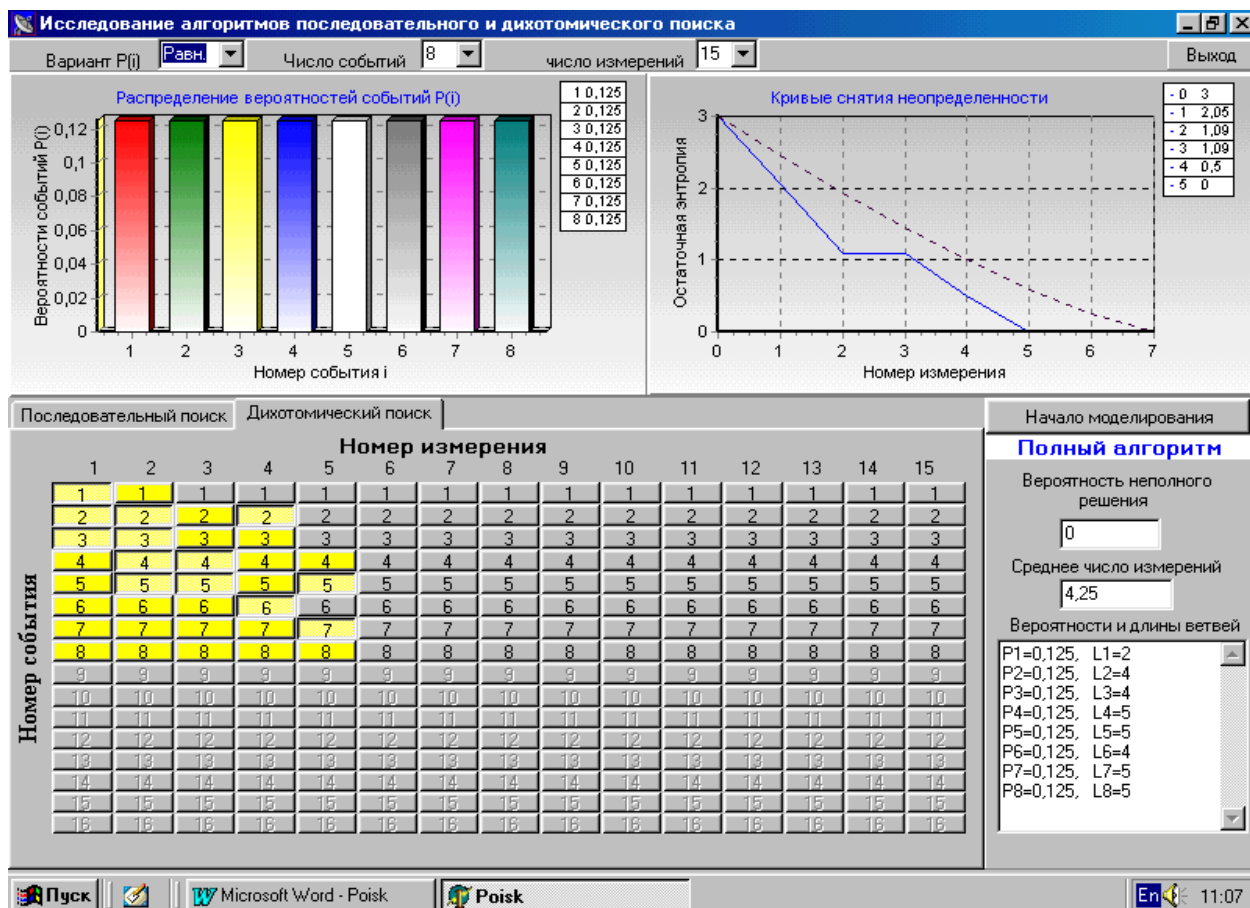


Рис. 6.5.

Вариант распределения вероятностей в программе «Poisk» выбирается произвольно, значения вероятностей формируются случайно при запуске программы и при следующем ее вызове повторить эти значения невозможно, при этом **все исследования должны быть закончены до выключения этой части программы моделирования.**

Вариант индивидуального распределения вероятностей для расчетов в лабораторных работах выбирается из таблицы в прил. 2, его номер равен номеру студента в списке группы у преподавателя.

6.3. Лабораторная работа №1 «АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ СКРЫТНОСТЬ»

6.3.1. Выберите распределение вероятностей $P(x_i)$ состояний x_i , $i = \overline{1, A}$, из таблицы в прил. 2 в соответствии с номером варианта, постройте его график.

6.3.2. Определите алгоритмическую скрытность R_1 для полного алгоритма поиска « $m=n$ », при котором в ходе n -го измерения проверяется $m = n$ -е состояние (рис. 6.6a), полученное значение R_1 внесите в табл. 6.1.

6.3.3. Повторите расчет для алгоритма поиска « $m=A-n+1$ » при котором в ходе n -го измерения проверяется $m=(A-n+1)$ -е состояние (рис. 6.6б), скрытность R_2 запишите в табл. 6.1.

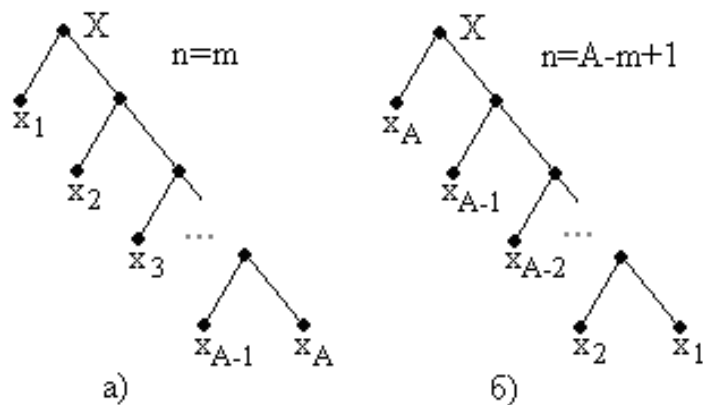


Рис. 6.6.

Таблица 6.1.

R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6

6.3.4. Повторите вычисления алгоритмической скрытности R_3 и R_4 для равновероятного распределения для алгоритмов на рис. 6.6а и рис. 6.6б соответственно, результаты внесите в табл. 6.1.

6.3.5. Определите алгоритмическую скрытность R_5 для заданного распределения вероятностей $P(x_i)$ при дихотомическом поиске, пример дерева поиска приведен на рис. 6.7а или рис. 6.7б для $A = 2^2 = 4$ или $A = 5$, постройте дерево поиска для своего варианта задания. Найденную алгоритмическую скрытность R_5 запишите в табл.6.1.

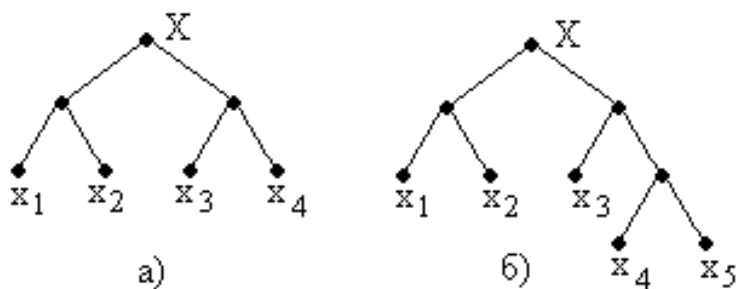


Рис. 6.7.

6.3.6. Повторите расчеты по пункту 2.5 для равновероятного распределения вероятностей, вычислите алгоритмическую скрытность R_6 и внесите ее в табл. 6.1.

Проанализируйте результаты.

В качестве **факультативного задания** напишите программу вычисления указанных скрытностей на языке высокого уровня и приведите ее в отчете.

6.4. Лабораторная работа №2 «ИНФОРМАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОИСКА»

6.4.1. Выберите из таблицы в приложении 1 распределение вероятностей $P(x_i)$ в соответствии с индивидуальным вариантом, постройте его график.

6.4.2. Рассчитайте кривую снятия неопределенности (КСН) $H_1(n)$ для последовательного поиска с деревом на рис. 6.7а, постройте дерево поиска и график КСН.

6.4.3. Рассчитайте КСН $H_2(n)$ для дихотомического алгоритма поиска (рис. 6.7б) согласно заданному арсеналу A , постройте дерево поиска и график КСН.

6.4.4. Повторите расчеты по пунктам 6.3.2 и 6.3.3 при равновероятном распределении вероятностей, изобразите соответствующие КСН $H_3(n)$ и $H_4(n)$.

6.4.5 Вычислите декременты неопределенности $\Delta H(n)$ для четырех полученных ранее КСН, постройте их графики.

Сделайте выводы.

В качестве **факультативного задания** напишите программу вычислений на языке высокого уровня и приведите ее в отчете.

6.5. Лабораторная работа №3 «ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ПОИСКА»

6.5.1. В программе «Poisk» выберите равновероятное распределение при $A=8$ для четного и $A=12$ для нечетного вариантов. Задайте максимальное число измерений $n=15$.

На наборном поле установите полный алгоритм поиска « $m=n$ » (номер события m равен номеру измерения n без проверки последнего события), постройте дерево поиска. Проведите моделирование, среднее число измерений R_1 запишите в табл. 6.2. Сохраните в отчете рабочее окно программы.

Таблица 6.2

R_1	R_2	R_3

Подключите проверку последнего события, изобразите дерево поиска, сравните его с предыдущим, среднее число измерений R_2 внесите в табл. 6.2, сделайте выводы. Выполните расчет скрытностей R_1 и R_2 в программе на языке высокого уровня, сравните результаты.

6.5.2. Установите алгоритм поиска « $m=A-n+1$ », при котором первым проверяется последнее событие, а последним – второе (первое не проверяется), изобразите дерево поиска. В программе «Poisk» определите среднее число измерений R_3 , запишите его в табл. 6.2.

6.5.3. В программе «Poisk» в распаивающемся списке выберите экспоненциальное распределение вероятностей вида $P_j = B \times 2^{-j}$, $j = \overline{1, A}$, где B - нормирующий множитель, при том же арсенале A , что и в пункте 6.4.1. Задайте алгоритм поиска «n=m» без проверки последнего события.

Определите среднее число измерений R_4 , внесите его в табл. 6.3., проведите самостоятельный расчет величины R_4 .

Задайте алгоритм поиска «m=A-n+1» (первое событие не проверяется), определите среднее число измерений R_5 , запишите его в табл. 6.3, рассчитайте самостоятельно величину R_5 , сделайте выводы.

Таблица 6.3

R_4	R_5

6.5.4. Выберите из списка распределение вероятностей в соответствии с номером в списке подгруппы при числе событий $A = 4$, пример показан на рис. 6.8. Программа формирует случайные значения вероятностей и **ВСЕ** исследования с этим распределением необходимо провести **ДО** ее выключения.

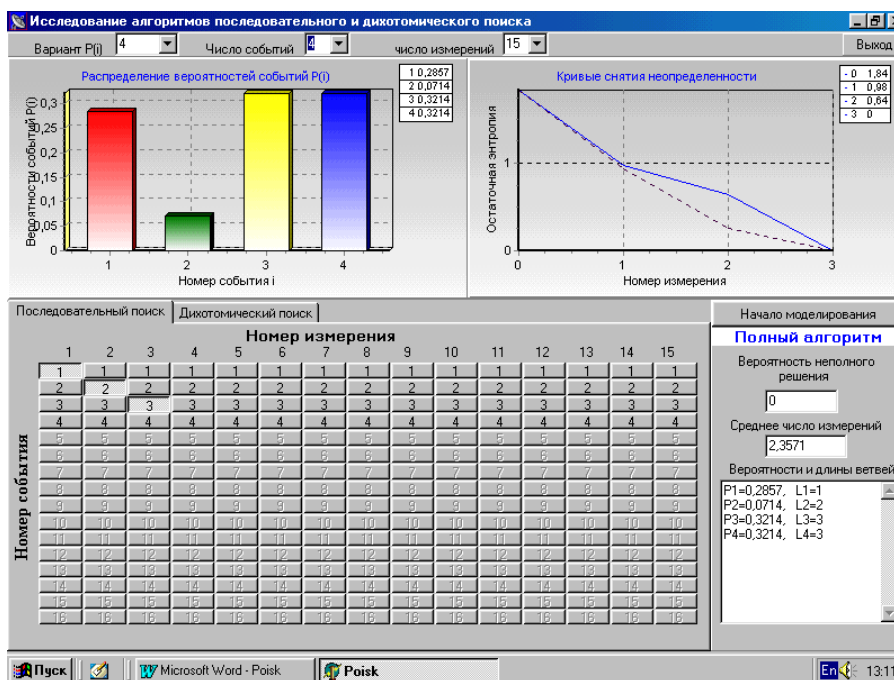


Рис. 6.8.

Задайте алгоритм поиска «n=m» без проверки последнего события, проведите моделирование, приведите в отчете рабочее окно программы. Алгоритмическую скрытность (среднее число измерений) R_6 внесите в табл. 6.4. Проанализируйте КСН с точки зрения оптимальности, сделайте выводы.

Таблица 6.4

R_6	R_7	R_8	R_9

6.5.5. Повторите исследования по пункту 6.4.4 для числа событий $A = 8, 12$ и 16 , изобразите в отчете деревья поиска и результаты работы, соответствующие средние числа измерений R_7, R_8 и R_9 запишите в табл. 6.4. Проведите анализ результатов.

6.6. Лабораторная работа №4 «ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ НА АЛГОРИТМИЧЕСКУЮ СКРЫТНОСТЬ»

6.6.1. Вычислите значения вероятностей экспоненциального распределения $P_1(x_i), i = \overline{1, A}$, вида

$$P_1(x_i) = \frac{\exp(-\alpha \cdot i)}{\sum_{k=1}^A \exp(-\alpha \cdot k)}, \quad (6.1)$$

приняв $A = 4 + N$ и $\alpha = \alpha_1 = N / (N + 10)$, (N - номер студента в списке подгруппы). Постройте его график.

6.6.2. Вычислите скрытность R_1 множества состояний для последовательного алгоритма поиска и запишите его в табл. 6.5.

6.6.3. Определите КСН $H_1(n)$ для последовательного алгоритма поиска, постройте ее график.

Таблица 6.5

R_1	R_2	R_3	R_4

6.6.4. Уменьшите параметр распределения $\alpha = \alpha_2 = \alpha_1 / 2$ и проведите расчеты по пунктам 6.5.2 и 6.5.3, полученное значение скрытности R_2 внесите в табл. 6.5, начертите график КСН $H_2(n)$. Проанализируйте результаты влияния параметра α на скрытность и КСН.

6.6.5. Выберите равновероятное распределение $P_3(x_i) = 1/A, i = \overline{1, A}$, определите скрытность R_3 множества состояний для последовательного алгоритма поиска, внесите его в табл. 6.5, постройте график КСН $H_3(n)$.

6.6.6. Вычислите экспоненциальное распределение вероятностей $P_4(x_i), i = \overline{1, A}$, при $\alpha = \alpha_4 = -\alpha_1$, постройте график. Определите скрытность R_4 при последовательном поиске, запишите результат в табл. 6.5. Рассчитайте КСН $H_4(n)$ и постройте ее график. Проанализируйте результаты.

6.7. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5 «ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА ДИХОТОМИЧЕСКОГО ПОИСКА»

6.7.1. В программе «Poisk» задайте число событий $A=8$ для четного варианта и $A=16$ для нечетного при равномерном распределении вероятностей и число измерений $n=15$. Включите режим последовательного поиска при алгоритме « $p=m$ », проведите моделирование. Затем переключитесь в режим дихотомического поиска. На экране пунктиром будет показана КСН последовательного поиска (пунктирная линия).

На наборном поле задайте алгоритм дихотомического поиска, проведите моделирование, отобразите результаты в отчете. сравните КСН для дихотомического и последовательного поиска.

6.7.2. Выберите $A=12$ и число измерений $n=15$. Включите алгоритм последовательного поиска « $p=m$ », проведите моделирование и перейдите в режим дихотомического поиска. Установите алгоритм дихотомический поиска, проведите моделирование, приведите в отчете результаты. Вычислите КСН для рассматриваемых алгоритмов поиска, сравните их с результатами моделирования.

6.7.3. Установите экспоненциальное распределение вероятностей событий вида $P_j = B \times 2^{-j}$, $j = \overline{1, A}$, B - нормирующий множитель, при $e \in A$ из пункта 6.6.1 и дихотомический алгоритм поиска. Проведите моделирование, сделайте выводы.

6.7.4. В распаивающемся списке выберите распределение вероятностей по **номеру студента в списке подгруппы** при $A=8$. Установите алгоритм дихотомического поиска, проведите моделирование.

Переключитесь на алгоритм последовательного поиска « $p=m$ », проведите моделирование, внесите результаты в отчет. Сравните КСН рассмотренных алгоритмов поиска. Рассчитайте КСН для этих алгоритмов, сравните результаты.

6.8. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6 «МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПОИСКА»

6.8.1. В соответствии с номером в **списке группы** выберите из таблицы в приложении 1 распределение вероятностей $P(x_i)$ состояний x_i , $i = \overline{1, A}$, постройте график.

6.8.2. Разработайте оптимальный алгоритм поиска методом Шеннона-Фано, постройте дерево поиска, приведите в отчете результаты расчета.

Вычислите потенциальную скрытность состояний S_1 и КСН $H_1(n)$, постройте графики КСН и декрементов неопределенности $\Delta H_1(n)$.

6.8.3. Постройте оптимальный алгоритм поиска по методу Циммермана-Хаффмена, изобразите дерево поиска, опишите последовательность вычислений.

Определите потенциальную скрытность S_2 и КСН $H_2(n)$, изобразите графики КСН декрементов неопределенности $\Delta H_2(n)$.

6.8.4. Постройте оптимальные алгоритмы поиска на основе методов Шеннона-Фано и Циммермана-Хатфмена для равновероятного распределения $P(x_i) = 1/A$, $i = \overline{1, A}$, изобразите деревья поиска и рассчитайте значения их потенциальных скрытностей S_3 и S_4 , результаты запишите в табл. 6.6, сделайте выводы.

Таблица 6.6

S_1	S_2	S_3	S_4

6.9. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7 «ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ПОИСКА»

6.9.1. Формирование оптимального алгоритма поиска, обеспечивающего минимум алгоритмической скрытности для заданной вероятностной модели объекта поиска проводится методами Шеннона-Фано и Циммермана-Хатфмена, описанными в [1].

6.9.2. В программе «Poisk» установите алгоритм оптимального дихотомического поиска при $A=8$ для четного и $A=16$ для нечетного варианта для равновероятного распределения при $n=15$, проведите моделирование, определите потенциальную скрытность.

6.9.3. Задайте экспоненциальное распределение вероятностей событий вида $P_j = B \times 2^{-j}$, $j = \overline{1, A}$, B - нормирующий множитель, при том же A , что и в пункте 6.9.2. Постройте оптимальный алгоритм поиска, изобразите его дерево, установите его на наборном поле, проведите моделирование, определите потенциальную скрытность. Сравните результаты по пунктам 6.9.2 и 6.9.3.

6.9.4. Для экспоненциального распределения вероятностей из пункта 6.9.3 постройте оптимальные алгоритмы поиска, сокращая максимальное число измерений от $n=15$ до $n = \log_2 A$, и определите соответствующие значения среднего числа измерений R_{cp} . Результаты внесите в табл. 6.7.

Постройте зависимость $R_{cp}(N)$, сделайте выводы.

Таблица 6.7

n	3	4	...	15
R_{cp}				

6.9.5. Из распаивающегося списка в соответствии с номером в подгруппе выберите распределение вероятностей при $A=12$ и постройте оптимальный алгоритм поиска, его дерево поиска, проведите его анализ.

Установите этот алгоритм в программе «Poisk», проведите моделирование.

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ

7.1. Выполнение курсовой работы

Тема курсовой работы **«Алгоритмы и устройства поиска и обработки сигналов»**

Курсовая работа выполняется по индивидуальным заданиям, которые выбираются студентом самостоятельно и согласуются с преподавателем в начале семестра, при этом устанавливаются сроки представления рабочих материалов и результатов расчетов по отдельным этапам.

Этап 1 – освоение задания, подбор и анализ литературы.

Этап 2 – выбор и обоснование метода выполнения задания.

Этап 3 – проведение расчетов, написание вычислительных и моделирующих программ.

Этап 4 – анализ результатов, оформление отчета.

Подробный план выполнения задания согласуется с преподавателем и при его реализации могут использоваться:

- аналитические расчеты с выводом необходимых расчетных соотношений;
- вычисления в пакете MathCAD или аналогичных программах;
- вычислительные и моделирующие программы на языках высокого уровня.

Особый интерес представляют разработки цифровой аппаратуры на микропроцессорах и программируемых логических интегральных схемах (ПЛИС).

7.2. Индивидуальные задания

1. Программа моделирования произвольного алгоритма безошибочного поиска сигнала.

2. Программа моделирования алгоритма последовательного поиска сигнала по частоте настройки при наличии помех.

3. Программа моделирования алгоритма дихотомического поиска сигнала по частоте настройки при наличии помех.

4. Моделирование энергетического обнаружителя сигналов.

5. Моделирование энергетического обнаружителя фазоманипулированных широкополосных сигналов (ШПС).

6. Моделирование рангового алгоритма энергетического обнаружения сигналов с ППРЧ.

7. Оценка и моделирование защищенности радиолиний с амплитудной модуляцией.

8. Оценка и моделирование защищенности радиолиний с частотной модуляцией.

9. Оценка и моделирование защищенности радиолиний с фазовой модуляцией.
10. Моделирование поиска неисправностей цифровых устройств без памяти.
11. Моделирование поиска неисправностей цифровых запоминающих устройств.
12. Цифровой алгоритм обнаружения узкополосных сигналов.
13. Цифровой алгоритм демодуляции АМ сигналов.
14. Цифровой алгоритм демодуляции многопозиционных АМ сигналов.
15. Быстрый цифровой алгоритм демодуляции ЧМ сигналов.
16. Быстрый цифровой алгоритм когерентной демодуляции двоичных ФМ сигналов.
17. Быстрый цифровой алгоритм когерентной демодуляции сигналов с четырехпозиционной ФМ.
19. Быстрый цифровой алгоритм когерентной демодуляции двоичных сигналов с ОФМ.
20. Быстрый цифровой алгоритм когерентной демодуляции сигналов с четырехпозиционной ОФМ.
21. Быстрый цифровой алгоритм некогерентной демодуляции сигналов с двоичной ОФМ.
22. Быстрый цифровой алгоритм некогерентной демодуляции сигналов с четырехпозиционной ОФМ.
23. Быстрый цифровой алгоритм некогерентной демодуляции сигналов с двоичной ОФМ второго порядка.
24. Цифровой измеритель статистических характеристик случайных сигналов.
25. Цифровой интегратор.
26. Цифровой измеритель действующего значения сигнала.
27. Цифровой имитатор случайных сигналов с заданным одномерным распределением вероятностей.
28. Цифровой имитатор случайных сигналов с заданным двумерным распределением вероятностей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены методы расчета вероятностных и энтропийных характеристик алгоритмов поиска состояния объекта, в том числе и с учетом вероятностей возможных ошибок измерения. Даны методические указания по циклу лабораторных работ по исследованию алгоритмов поиска и рекомендации по факультативным исследовательским работам и программированию. Приведены индивидуальные задания по курсовому проектированию. Рекомендуется широко использовать программирование на языках высокого уровня.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Основы теории скрытности: учеб. пособие / З.М. Каневский, В.П. Литвиненко, Г.В. Макаров, Д.А. Максимов. – Воронеж, Воронеж: ВГТУ, 2006. 202 с.
2. Основы диагностики технических устройств и сооружений / [Г. А. Бигус, Ю. Ф. Даниев, Н. А. Быстрова, Д. И. Галкин]. – 2-е изд. – Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018 – 445 с..

ПРИЛОЖЕНИЕ 1.

Варианты распределения вероятностей

№	Распределение вероятностей	Значения параметров
1	$P(x_i) = \frac{\exp(-\alpha \cdot i)}{\sum_{k=1}^A \exp(-\alpha \cdot k)}, i = \overline{1, A}$	$A=16$ $\alpha = 0,1$
2	$P(x_i) = \frac{A+1-i}{A(A+1) - \sum_{k=1}^A k}, i = \overline{1, A}$	$A=12$
3	$P(x_i) = \frac{i}{\sum_{k=1}^A k}, i = \overline{1, A}$	$A=16$
4	$P(x_i) = \frac{i^2}{\sum_{k=1}^A k^2}, i = \overline{1, A}$	$A=10$
5	$P(x_i) = \frac{A^2 + 1 - i^2}{A(A^2 + 1) - \sum_{k=1}^A k^2}, i = \overline{1, A}$	$A=12$
6	$P(x_i) = \frac{(A-1)!}{i!(A-1-i)!} p^i (1-p)^{A-1-k}, i = \overline{0, (A-1)}$	$A=10$ $p = 0,35$
7	$P(x_i) = \frac{\exp(\alpha \cdot i)}{\sum_{k=1}^A \exp(\alpha \cdot k)}, i = \overline{1, A}$	$A=10$ $\alpha = 0,1$
8	$P(x_i) = \frac{\binom{M}{i} \binom{N-M}{A-1-i}}{\binom{N}{A-1}}, i = \overline{0, (A-1)}$	$A=8$ $N=20$ $M=11$
9	$P_i = \frac{p^i}{\sum_{k=1}^A p^k}, i = \overline{1, A}$	$A=12$ $p = 0,8$
10	$P_i = \frac{\binom{M+i-1}{i} (1-p)^i}{\sum_{k=0}^{A-1} \binom{M+k-1}{k} (1-p)^k}, i = \overline{0, (A-1)}$	$A=12$ $M=5$ $p = 0,35$

11	$P(x_i) = \frac{\exp(-\alpha \cdot i^2)}{\sum_{k=1}^A \exp(-\alpha \cdot k^2)}, i = \overline{1, A}$	$A=16$ $\alpha = 0,02$
12	$P(x_i) = \frac{\exp(\alpha \cdot i^2)}{\sum_{k=1}^A \exp(\alpha \cdot k^2)}, i = \overline{1, A}$	$A=12$ $\alpha = 0,005$
13	$P(x_i) = \frac{i^{1/2}}{\sum_{k=1}^A k^{1/2}}, i = \overline{1, A}$	$A=12$
14	$P_i = \frac{b^i}{i! \cdot \sum_{k=1}^A \frac{b^k}{k!}}, i = \overline{1, A}$	$A=10$ $b = 7$
15	$P(x_i) = \frac{\exp(-\alpha \cdot (i - \beta)^2)}{\sum_{k=1}^A \exp(-\alpha \cdot (k - \beta)^2)}, i = \overline{1, A}$	$A=12$ $\alpha = 0,02$ $\beta = 5$
16	$P_i = \frac{b^{-i}}{i! \cdot \sum_{k=1}^A \frac{b^{-k}}{k!}}, i = \overline{1, A}$	$A=12$ $b = 0,2$
17	$P(x_i) = \frac{i^{1/3}}{\sum_{k=1}^A k^{1/3}}, i = \overline{1, A}$	$A=16$
18	$P(x_i) = \frac{i^{-\frac{1}{2}}}{\sum_{k=1}^A k^{-\frac{1}{2}}}, i = \overline{1, A}$	$A=10$
19	$P(x_i) = \frac{i^{-\frac{1}{3}}}{\sum_{k=1}^A k^{-\frac{1}{3}}}, i = \overline{1, A}$	$A=16$
20	$P(x_i) = \frac{i + i^{1/2}}{\sum_{k=1}^A (k + k^{1/2})}, i = \overline{1, A}$	$A=12$
21	$P(x_i) = \frac{i + i^{1/3}}{\sum_{k=1}^A (k + k^{1/3})}, i = \overline{1, A}$	$A=10$
22	$P(x_i) = \frac{i + i^{-\frac{1}{2}}}{\sum_{k=1}^A (k + k^{-\frac{1}{2}})}, i = \overline{1, A}$	$A=12$

23	$P(x_i) = \frac{i + i^{-\frac{1}{3}}}{\sum_{k=1}^A (k + k^{-\frac{1}{3}})}, i = \overline{1, A}$	$A=16$
24	$P_i = \frac{b^i + i}{i! \cdot \sum_{k=1}^A \frac{b^k + k}{k!}}, i = \overline{1, A}$	$A=12$ $b=1,3$
25	$P(x_i) = \frac{\exp(-\alpha \cdot (i - \beta)^2)}{\sum_{k=1}^A \exp(-\alpha \cdot (k - \beta)^2)}, i = \overline{1, A}$	$A=10$ $\alpha=0,05$ $\beta=7$
26	$P_i = \frac{b^{-i} + i}{i! \cdot \sum_{k=1}^A \frac{b^{-k} + k}{k!}}, i = \overline{1, A}$	$A=12$ $b=0.8$
27	$P(x_i) = \frac{b \cdot i + \exp(-\alpha \cdot i^2)}{\sum_{k=1}^A [b \cdot k + \exp(-\alpha \cdot k^2)]}, i = \overline{1, A}$	$A=16$ $\alpha=0,1$ $b=0,05$
28	$P_i = \frac{\binom{M+2i-1}{2i} (1-p)^i}{\sum_{k=1}^A \binom{M+2k-1}{2k} (1-p)^k}, i = \overline{1, A}$	$A=12$ $M=8$ $p=0,5$
29	$P_i = \frac{b^i + i}{\sum_{k=1}^A [b^k + k]}, i = \overline{1, A}$	$A=10$ $p=1,3$
30	$P(x_i) = \frac{b \cdot i + \exp(\alpha \cdot i^2)}{\sum_{k=1}^A [b \cdot k + \exp(\alpha \cdot k^2)]}, i = \overline{1, A}$	$A=10$ $\alpha=0,005$ $b=0,05$
31	$P_i = \frac{\binom{M+4i-1}{4i} (1-p)^i}{\sum_{k=0}^{A-1} \binom{M+4k-1}{4k} (1-p)^k}, i = \overline{0, (A-1)}$	$A=10$ $M=3$ $p=0,7$
32	$P(x_i) = \frac{i - i^2/15}{\sum_{k=1}^A [k - k^2/15]}, i = \overline{1, A}$	$A=12$
33	$P(x_i) = \frac{\exp(\alpha \cdot i^2) - b \cdot i}{\sum_{k=1}^A [\exp(\alpha \cdot k^2) - b \cdot k]}, i = \overline{1, A}$	$A=16$ $\alpha=0,004$ $b=0,1$

34	$P_i = \frac{2i - b^{-i}}{\sum_{k=1}^A [2k - b^{-k}]}, i = \overline{1, A}$	$A=12$ $b = 0,8$
35	$P(x_i) = \frac{-i^2 + 8 \cdot i + 100}{\sum_{k=1}^A [-k^2 + 8 \cdot k + 100]}, i = \overline{1, A}$	$A=10$
36	$P(x_i) = \frac{\exp(-\alpha \cdot i^2 + i)}{\sum_{k=1}^A [\exp(-\alpha \cdot k^2 + k)]}, i = \overline{1, A}$	$A=16$ $\alpha = 0,05$
37	$P_i = \frac{10i - b^{-2i}}{\sum_{k=1}^A [10k - b^{-2k}]}, i = \overline{1, A}$	$A=12$ $b = 1,2$
38	$P(x_i) = \frac{200 \cdot i - i^3}{\sum_{k=1}^A [200 \cdot k - k^3]}, i = \overline{1, A}$	$A=10$

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
2. СКРЫТНОСТЬ И ТЕХНИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА	4
1.1. Скрытность состояния объекта	4
1.2. Области применения	5
1.3. Модель скрытного объекта	6
1.4. Числовые характеристики случайных величин	8
2. МОДЕЛЬ ПОИСКОВОЙ ПРОЦЕДУРЫ, МЕРА СКРЫТНОСТИ	8
2.1. Поисковая процедура	8
2.2. Двоичное измерение	9
2.3. Дерево поиска	10
2.4. Вероятности посещения узлов дерева поиска	11
2.5. Виды алгоритмов поиска	12
2.6. Мера скрытности	13
3. ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОИСКА	14
3.1. Априорное и апостериорные распределения вероятностей	14
3.2. Формула Байеса, вычисление апостериорных вероятностей	15
3.3. Расчет апостериорных вероятностей состояний для последовательного поиска	17
3.4. Расчет апостериорных вероятностей состояний для дихотомического поиска	19
3.5. Пример неравномерного распределения вероятностей	21
4. ПОИСК ПРИ НАЛИЧИИ ОШИБОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ	22
4.1. Влияние ошибочных измерений на достоверность поиска	22
4.2. Расчет апостериорных вероятностей состояний объекта при последовательном поиске	24
4.3. Вероятности решений при последовательном поиске	28
4.4. Расчет апостериорных вероятностей состояний объекта при непоследовательном алгоритме поиске	31
5. ЭНТРОПИЙНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОИСКА	33
5.1. Исходная априорная неопределенность	33
5.2. Апостериорная энтропия	34
5.3. Остаточная энтропия	35
5.4. Кривая снятия неопределенности (КСН)	36
5.5. Энтропийная скрытность	37
5.6. Влияние ошибок измерения и помех на КСН	37
6. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ	40
6.1. Задачи лабораторного практикума	40
6.2. Программа моделирования алгоритмов поиска	40
6.3. Лабораторная работа №1 «АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ СКРЫТНОСТЬ»	43
6.4. Лабораторная работа №2	

«ИНФОРМАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОИСКА»	45
6.5. Лабораторная работа №3	
«ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ПОИСКА»	45
6.6. Лабораторная работа №4	
«ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ НА АЛГОРИТМИЧЕСКУЮ СКРЫТНОСТЬ»	47
6.7. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5	
«ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА ДИХОТОМИЧЕСКОГО ПОИСКА»	48
6.8. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6	
«МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПОИСКА»	48
6.9. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7	
«ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ПОИСКА»	49
7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ	50
7.1. Выполнение курсовой работы	50
7.2. Индивидуальные задания	50
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	51
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	52
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Варианты распределения вероятностей	53

Учебное издание

**Литвиненко Владимир Петрович
Литвиненко Юлия Владимировна
Пантенков Дмитрий Геннадьевич**

АЛГОРИТМЫ ПОИСКА

Учебное пособие

Редактор

Подписано в печать _____ 2024.

Формат 60х84 1/16. Бумага для множительных аппаратов.

Усл. печ. л. _____. Тираж ____ экз. Заказ №

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»
394026 Воронеж, Московский просп., 14

Участок оперативной полиграфии издательства ВГТУ
394026 Воронеж, Московский просп., 14