

**АННОТАЦИЯ**  
к рабочей программе дисциплины  
**Б1.О.06.01 «Алгебра»**

Коды формируемых компетенций: ОПК-3

В результате изучения дисциплины студент должен

знать:

- основные свойства важнейших алгебраических систем: групп, колец, полей;
- основы линейной алгебры и важнейшие свойства векторных пространств над произвольными полями;
- основные свойства колец многочленов над кольцами и полями;
- основные свойства отображений важнейших алгебраических систем

уметь:

- решать основные задачи линейной алгебры;
- производить стандартные алгебраические операции в основных числовых и конечных полях, кольцах, а также оперировать с подстановками, многочленами, матрицами, в том числе с использованием компьютерных программ.

Трудоемкость дисциплины: 9 зачетных единиц, 324 часа.

Формы контроля: зачет с оценкой, зачет с оценкой, экзамен.

Содержание дисциплины:

**Элементы комбинаторики.** Перестановки элементов множества, их число. Четные и нечетные перестановки множества чисел. Изменение четности перестановок при транспозиции. Число четных и нечетных перестановок. Подстановки  $n$ -й степени, их четность. **Линейная алгебра.** Определитель  $n$ -го порядка, свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Матрицы, операции над ними. Обратная матрица, критерий обратимости. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений. Правило Крамера, матричный метод и метод Гаусса решения систем. Исследование систем, теорема Кронекера-Капелли. Однородные системы линейных уравнений, фундаментальная система решений. Неоднородные системы линейных уравнений, структура множества решений. **Основные алгебраические структуры.** Внутренние бинарные операции на множестве, их свойства: ассоциативность, коммутативность, нейтральный и обратный элементы. Понятие группы, кольца и поля, их простейшие свойства. Делители нуля. Обратимые элементы кольца с единицей. **Числовые кольца и поля.** Поле комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексных чисел, действия над ними. Извлечение корня из комплексного числа. Группа корней из единицы. Кольцо целых чисел, делимость и деление с остатком. НОД целых чисел, алгоритм Евклида его вычисления, линейное представление НОД. Простые числа. Основная теорема арифметики. **Кольца и поля классов вычетов.** Отношение сравнимости целых чисел по модулю данного натурального числа и его свойства. Исследование и решение сравнений первой степени с одним

неизвестным. Классы вычетов и операции над ними, кольцо классов вычетов. Обратимые элементы кольца вычетов. Критерий того, что кольцо классов вычетов является полем. **Кольцо многочленов.** Отношение делимости в кольце многочленов. Деление с остатком. Значение и корень многочлена. Схема Горнера, теорема Безу. Кольцо многочленов над полем. НОД многочленов, алгоритм Евклида его вычисления. Неприводимые многочлены над полем, их свойства. Каноническое разложение многочлена. Неприводимые многочлены над полями действительных и рациональных чисел. Методы отыскания рациональных корней, признак неприводимости Эйзенштейна. Отношение сравнимости многочленов по модулю данного многочлена. Кольцо классов вычетов. Использование многочленов для построения конечных колец и полей. **Основы теории групп.** Конечные группы. Гомоморфизм и изоморфизм групп. Группа подстановок. Разложение подстановки в произведение независимых циклов и транспозиций. Определение четности подстановки при помощи транспозиций и по декременту. Подгруппы. Подгруппа четных подстановок. Циклические группы. Порядок элемента группы, порядок подстановки. Разложение группы в смежные классы по подгруппе. Теорема Лагранжа. Разложение группы в классы сопряженных элементов. Критерий сопряженности подстановок. Уравнение Коши.

**Линейные пространства и их преобразования.** Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора. Формула преобразования координат. Подпространства. Сумма и пересечение подпространств. Соотношение между размерностями суммы и пересечения подпространств. Линейные операторы и их матрицы. Кольцо и векторное пространство линейных операторов. Обратный оператор. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.

**Пространства со скалярным произведением.** Евклидовы и унитарные пространства. Геометрия евклидовых и унитарных пространств: норма вектора, ортогональность, ортогональное дополнение, ортонормированные системы векторов. Неравенство Коши-Буняковского, неравенство треугольника и теорема Пифагора. Процесс ортогонализации. Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств. Оператор, сопряженный данному, его свойства. Самосопряженный оператор, его матрица, свойства собственных векторов и собственных значений. Ортогональный оператор, сохранение расстояний и углов ортогональным оператором. **Квадратичные формы.** Квадратичная форма над полем действительных чисел, ее матрица. Канонический вид квадратичной формы. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Квадратичная форма над полем комплексных чисел.

Рекомендуемый перечень основной литературы:

- 1) Глухов, М.М., Елизаров В.П., Нечаев А.А. Алгебра. В 2-х т. - М. : Гелиос АРВ, 2003.
- 2) Кострикин А.И. Введение в алгебру. Ч. 1-3. - М.: МЦНМО, 2009.