

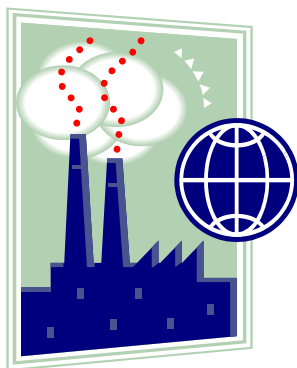
ФГБОУВПО «Воронежский государственный технический университет»

Кафедра промышленной и теоретической теплоэнергетики

00-00

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ по дисциплине
«Гидрогазодинамика» для студентов специальности
140104 «Промышленная теплоэнергетика» и направления
подготовки бакалавров 140100 «Теплоэнергетика и теплотех-
ника» профиля, «Промышленная теплоэнергетика» заочной
формы обучения



Воронеж 2011

Составители: д-р техн. наук И.Г. Дроздов, канд. техн. наук
А.В. Муравьев.

УДК 621.35

Методические указания к выполнению лабораторных работ по курсу «Гидрогазодинамика» «Гидрогазодинамика» для студентов специальности 140104 «Промышленная теплоэнергетика» и направления подготовки бакалавров 140100 «Теплоэнергетика и теплотехника» профиля, «Промышленная теплоэнергетика» заочной формы обучения / ФГБОУВПО «Воронежский государственный технический университет»; сост. И.Г. Дроздов, А.В. Муравьев. Воронеж, 2012. 40 с.

В методических указаниях содержится описание лабораторных установок по исследованию вязкости жидкости, определения основных видов гидростатического давления, экспериментальное определение и изучение составляющих полного напора, исследование равномерного движения жидкости в трубе, изучение способа оценки гидравлических

Предназначены для студентов второго и третьего курса заочной формы обучения.

Методические указания подготовлены в электронном виде в текстовом редакторе MS WORD, содержатся в файле proekt_robot_praktika.doc.

Табл. 4. Ил.7. Библиогр.: 5 назв.

Рецензент канд. техн. наук, доц. С.В. Дахин

Ответственный за выпуск зав. кафедрой д-р техн. наук, проф. А.В. Бараков

Печатается по решению редакционно-издательского совета Воронежского государственного технического университета

© ФГБОУВПО «Воронежский
государственный технический
университет», 2011

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ - изучение зависимости кинематического коэффициента вязкости жидкости от ее температуры.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ - определение кинематического коэффициента вязкости нефтепродукта при помощи вискозиметра Энглера.

1.1. Теоретическое обоснование

Вязкость - основное свойство реальной жидкости, заключающееся в том, что при ее движении возникает сопротивление относительно смещению слоев частиц жидкости, вызывающему деформацию сдвига. Сила сопротивления сдвигу называется силой внутреннего трения. При прямолинейном ламинарном (слоистом) движении жидкости сила внутреннего трения между смещающимися один относительно другого слоями выражается формулой Ньютона (1687г.), экспериментально обоснованной Н.П. Петровым (1883 г.):

$$F = \pm \mu S \frac{du}{dh}, \quad (1.1)$$

где S – площадь слоя, по которому происходит сдвиг;

$\frac{du}{dh}$ – поперечный градиент скорости движения, выражающий скорость угловой деформации при сдвиге (скорость сдвига);

μ – динамический коэффициент вязкости, количественно характеризующий сопротивление жидкости смещению ее слоев.

Знак " \pm " выбирается в зависимости от знака градиента скорости так, чтобы сила F была положительной.

Величина φ называется текучестью и определяется по формуле:

$$\varphi = \frac{1}{\mu}. \quad (1.2)$$

Согласно формуле (1.1) динамический коэффициент вязкости μ , Н·с/м² численно равен тангенциальной силе (на единицу площади), необходимой для поддержания разности скоростей, равной единице, между двумя параллельными слоями жидкости, расстояние между которыми равно единице:

$$\tau = \frac{F}{S}. \quad (1.3)$$

Из этого определения следует, что в Международной системе единиц единица μ имеет размерность Н·с/м², в СГС – дин·с/м² или П (пуаз). В технической системе единиц μ имеет размерность кгс·с/м². Соотношение между указанными единицами измерения величины μ :

$$1 \text{ Па}\cdot\text{с} = 0,102 \text{ кгс}\cdot\text{с}/\text{м}^2 = 10 \text{ П}.$$

Зависимость μ , Н·с/м² от давления проявляется только при росте давления свыше 10-15 МПа, при этом вязкость увеличивается.

Изменение температуры существенно влияет на вязкость. При этом с ростом температуры вязкость капельных жидкостей уменьшается, а газов - увеличивается. Рост температуры приводит к более хаотическому движению молекул, что у капельных жидкостей уменьшает связь между частицами, а у газов приводит к более частому соударению.

Зависимость динамического коэффициента вязкости от температуры в большинстве случаев определяется по эмпирическим формулам. Так, для чистой пресной воды пользуются формулой Пуазейля:

$$\mu = \frac{0,0178\rho}{1 + 0,0337t + 0,000221t^2}, \quad (1.4)$$

где ρ – плотность воды, г/см³ при температуре t , °С.

Для воздуха зависимость μ , Н·с/м² от t , °С можно определить по формуле Милликена:

$$\mu = 1,745 \cdot 10^{-6} + 5,03 \cdot 10^{-9} \cdot t. \quad (1.5)$$

В практических расчетах часто пользуются кинематическим коэффициентом вязкости ν , м²/с определяемым по формуле:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}, \quad (1.6)$$

(отношение динамического коэффициента вязкости μ к плотности жидкости ρ), который назван так, поскольку в его размерности отсутствуют единицы силы.

Размерность кинематического коэффициента вязкости в Международной системе единиц СИ м²/с, в системе СГС – см²/с (Ст – стокс).

$$1 \text{ м}^2/\text{с} = 1 \cdot 10^4 \text{ Ст} = 1 \cdot 10^6 \text{ сСт (сантистокс)}.$$

Согласно определению кинематического коэффициента физический смысл ν , м²/с – работа, которую необходимо со-

вершить при относительном движении слоев жидкости для единицы массового расхода.

Величина ν , м²/с зависит только от физических свойств жидкости и не зависит от условий ее движения.

Динамический и кинематический коэффициенты вязкости определяют опытным путем при помощи вискозиметров. Наиболее распространены вискозиметры капиллярные, ротационные, с падающим шариком, ультразвуковые, позволяющие выразить результаты измерений в единицах динамического и кинематического коэффициентов вязкости. Кроме указанных существуют вискозиметры для измерения вязкости в условных единицах. Например, с помощью вискозиметров типа ВУ (Энглера), предназначенных для исследования нефтепродуктов, вязкость выражают в градусах Энглера – отношение времени истечения τ исследуемой жидкости через калиброванный капилляр ко времени истечения τ_{293K} такого же объема дистиллированной воды при 20 °С (293 К). Градиент E определяется по формуле:

$$E = \frac{\tau}{\tau_{293K}}. \quad (1.7)$$

Известны также вискозиметры Сейболта, Редвуда, Оствальда.

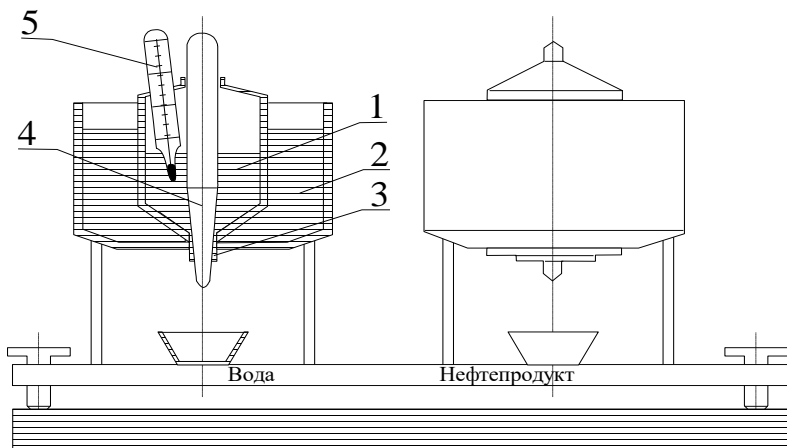
Кинематический коэффициент вязкости жидкости на основании измерений вискозиметром Энглера определяется при помощи эмпирической формулы Убеллоде:

$$\nu = 0,0731E - \frac{0,0631}{E}, \text{ Ст.} \quad (1.8)$$

Следует иметь в виду, что формула (1.8) не находится в полном соответствии с экспериментом, что объясняется отсутствием точной теории вискозиметра.

1.2. Методика проведения опыта

Для определения кинематического коэффициента вязкости в работе используются два вискозиметра Энглера, имеющие одинаковые геометрические размеры и установленные на одной платформе. Каждый из вискозиметров состоит из двух concentrically расположенных резервуаров (рисунок).



Экспериментальная установка

В цилиндрический резервуар 1 заливается жидкость (для левого вискозиметра – вода, для правого – нефтепродукт), температура которой может изменяться с помощью водяной ванны 2 и фиксироваться термометром 5. При заданной температуре с помощью запорной иглы 4 открывается сопло 3, расположенное в центре резервуара 1 и обеспечивающее истечение жидкости, время которого фиксируется секундомером. По известному времени истечения жидкости при различных температурах подсчитывается величина градуса Энглера, а затем и величина кинематического коэффициента вязкости.

1.3. Порядок выполнения работы

1. Установить платформу с вискозиметром строго горизонтально.

2. Резервуар левого вискозиметра заполнить водой объемом 100 мл до риски на его внутренней поверхности.

3. С помощью водяной ванны довести температуру воды в вискозиметре до 20 °С (293 К). Открыть запорную иглу и зафиксировать с помощью секундомера время истечения воды τ_{293K} . Опыт повторить три раза.

4. Резервуар правого вискозиметра заполнить нефтепродуктом объемом 100 мл до риски на его внутренней поверхности.

5. Измерить начальную температуру нефтепродукта и зафиксировать время его истечения τ из резервуара вискозиметра. Опыт повторить три раза.

6. Резервуар правого вискозиметра заполнить нефтепродуктом объемом 100 мл (как указано в п. 4) и с помощью водяной ванны довести температуру исследуемой жидкости до заданной (на 15 градусов выше начальной). Определить время истечения нефтепродукта. Опыт повторить три раза.

7. Резервуар правого вискозиметра заполнить нефтепродуктом объемом 100 мл (как указано в п. 4) и с помощью водяной ванны довести температуру нефтепродукта до заданной (на 15 градусов выше, чем в предыдущем опыте). Определить время истечения нефтепродукта. Опыт повторить три раза.

8. По формулам (1.6) и (1.8) вычислить величины кинематического коэффициента вязкости нефтепродукта.

1.4. Оборудование, инструменты, материалы

1. вискозиметр Энглера;
2. термометры;
3. вода;
4. нефтепродукт;
5. секундомер;
6. электроплитка;

1.5. Указания по технике безопасности

1. Не разрешается нагрев нефтепродукта непосредственно на электроплитке.
2. Перед началом работы внешним осмотром убедиться в исправности электронагревательного прибора.
3. После завершения эксперимента не оставлять в резервуаре нефтепродукт, тщательно протереть прибор фильтровальной бумагой.

1.6. Содержание отчета и его форма

Отчет содержит описание вискозиметра, расчетные формулы, графическое изображение зависимости кинематического коэффициента вязкости ν от температуры. Результаты вычислений и замеров занести в отчет в форме таблицы.

Результаты измерений и вычислений

Жидкость	Время истечения τ , с			Среднее значение	Градус Энглера $E = \frac{\tau}{\tau_{293K}}$	Кинематический коэффициент вязкости ν .	
	Номер замера		Ст			м ² /с	
	1	2		3			
Дистиллированная вода при 293 К							
Нефтепродукт при комнатной температуре $T_{нач}$							
Нефтепродукт при $T = T_{нач} + 15^{\circ}C$							
Нефтепродукт при $T = T_{нач} + 30^{\circ}C$							

1.7. Контрольные вопросы

1. Что такое вязкость?
2. Записать формулу Ньютона для определения силы внутреннего трения.
3. Как зависит от температуры вязкость жидкостей, газов?
4. Динамический коэффициент вязкости: определение, физический смысл, размерность.
5. Кинематический коэффициент вязкости: определение, физический смысл, размерность.
6. В чем заключается принцип работы вискозиметра Энглера?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ – изучение свойств гидростатического давления.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ – определение основных видов гидростатического давления в замкнутой области.

2.1. Теоретическое обоснование

Рассмотрим площадку ΔS , m^2 на которую действует сила ΔF , Н. Отношение:

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S}, \quad (2.1)$$

очевидно, представляет собой "напряжение", т.е. силу, приходящуюся на единицу площади. Так как при равновесии, жидкости ΔF , Н является сжимающей силой, то p , Па представляет собой среднее для данной площадки напряжение сжатия, которое называют средним гидростатическим давлением на площадке. Для получения точного значения p , Па в данной точке надо определить предел этого отношения при $\Delta S \rightarrow 0$, что и определит гидростатическое давление в данной точке:

$$p = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta S}. \quad (2.2)$$

Размерность, давления. $[p]$ равна размерности напряжения. В частности, в системе СИ эта размерность выражается:

$$[p] = \frac{[\Delta F]}{[\Delta S]} = 1 \frac{H}{m^2} = 1 Па.$$

Гидростатическое давление обладает рядом свойств, основными из которых являются следующие:

оно всегда направлено по внутренней нормали к площадке, на которую действует;

величина гидростатического давления в данной точке не зависит от ориентации в пространстве площадки, на которой она расположена, т.е. $p_x = p_y = p_z = p_n$, где p_x, p_y, p_z – гидростатическое давление по направлению координатных осей, а p_n – то же, по произвольному направлению n ;

гидростатическое давление зависит от координат рассматриваемой точки, т.е. p есть функция координат:

$$p = f(x, y, z). \quad (2.3)$$

Используя основное дифференциальное уравнение гидростатики, которое записывается в виде $dp = (Xdx + Ydy + Zdz)$ и учитывая тот факт, что в случае равновесия жидкости в поле земного тяготения $X = 0, Y = 0, Z = -g$, с учетом некоторых преобразований, можно получить основное уравнение гидростатики:

$$p = p_0 + \gamma(z_0 - z). \quad (2.4)$$

Так как разность $(z_0 - z)$ представляет собой глубину h погружения данной точки под уровень (рис. 2.1), то можно написать уравнение в виде:

$$p = p_0 + \gamma h. \quad (2.5)$$

Именно в такой записи и используют это уравнение для вычисления гидростатического давления.

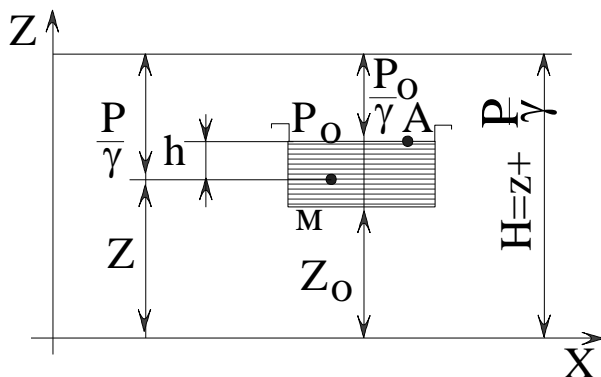


Рис. 2.1. Иллюстрация уравнения гидростатики

Из уравнения (2.3) видно, что в любой точке жидкости (на любой глубине h , м) гидростатическое давление p_0 , Па зависит от величины внешнего давления p , Па на свободной поверхности. При увеличении внешнего давления точно на ту же величину увеличивается и давление в данной точке. Таким образом, жидкость обладает свойством передавать внешнее давление всем расположенным внутри ее частицам жидкости без изменения. В этом заключается закон Паскаля.

Рассмотрим основные виды гидростатического давления.

Барометрическое (атмосферное) давление $P_{бар}$, мм.рт.ст. зависит от высоты точки над уровнем моря и от состояния погоды. За нормальное барометрическое давление принимается давление, равное 760 мм.рт.ст., называемое физической атмосферой.

Абсолютным давлением $p_{абс}$, Па называется гидростатическое давление, определяемое по формуле (2.5).

Из этой формулы следует, что абсолютное давление складывается из двух составляющих: внешнего давления p_0 , Па передаваемого жидкостью по закону Паскаля; и давления, опреде-

ляемого величиной γh . Последнее называют относительным или, если на свободной поверхности действует атмосферное давление, избыточным давлением. Исходя из принятой формулировки формулу (2.5) можно переписать в следующем виде:

$$p_{абс} = p_{вн} + p_{изб} \text{ или } \frac{p_{абс}}{\gamma} = \frac{p_{вн}}{\gamma} + \frac{p_{изб}}{\gamma}, \quad (2.6)$$

где избыточное давление $p_{изб} = \gamma h$.

Из последнего равенства следует, что избыточное давление $p_{изб}$, Па изменяется с глубиной по линейному закону:

$$\frac{p_{изб}}{\gamma} = h, \quad (2.7)$$

и в координатах $\frac{p}{\gamma}$ и h изобразится в виде биссектрисы координатного угла (рис. 2.2).

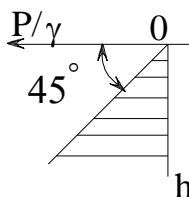


Рис. 2.2. График $p_{изб}$ в координатах $\frac{p}{\gamma}$ и h

Абсолютное давление не может быть отрицательным, т.к. жидкость не сопротивляется растяжению, поэтому $p_{абс} \geq 0$ (или $\frac{p}{\gamma} \geq 0$). Избыточное давление как разность ($p_{абс} - p_{вн}$) может быть и больше и меньше нуля, т.е.

Отрицательное избыточное давление называют вакуумметрическим давлением, т.е.

$$-P_{изб} = P_{вак} \text{ или } -\frac{P_{изб}}{\gamma} = h_{вак}, \quad (2.8)$$

(здесь $h_{вак}$, м называют вакуумметрической высотой). Можно записать:

$$h_{вак} = -\frac{P_{изб}}{\gamma} = -\left(\frac{P_{абс} - P_0}{\gamma}\right) = \frac{P_0 - P_{абс}}{\gamma}, \quad (2.9)$$

тогда вакуумметрическая высота $h_{вак}$, м выразится формулой:

$$h_{вак} = \frac{P_0 - P_{абс}}{\gamma}. \quad (2.10)$$

Вакуумметрическая высота $h_{вак}$, м возрастает по величине с уменьшением абсолютного давления и в пределе, когда $P_{абс} = 0$ (отрицательным абсолютное давление быть не может), достигает максимума:

$$h_{вак.макс} = \frac{h_0}{\gamma}, \quad (2.11)$$

т.е. величины атмосферного давления.

Измерение давления покоящихся или движущихся жидкостей и газов имеет большое значение в экспериментальной технике. Приборами для измерения давления служат манометры, для измерения давления и разрежения – вакуумметры, а для измерения двух давлений (ни одно из которых не является давлением окружающей среды) – дифференциальные манометры.

метры.

Простейшим прибором для измерения давления или разности двух давлений является U-образный жидкостный манометр. Здесь разность давлений $\Delta p = p_1 - p_2$, Па уравнивается весом столба манометрической жидкости $P = \rho \gamma H$, где ρ , кг/м^3 – плотность жидкости, H , м - разница высот уровней в коленях манометра. Для уменьшения отсчитываемого размера H , м необходимо применять жидкость с большим удельным весом (вода, ртуть); однако даже при использовании ртути верхний предел измерений обычно не превышает $(2 \dots 3) \cdot 10^5$ Па.

Для измерения вакуумметрического давления применяют вакуумметры различных конструкций. Наибольшее распространение получили жидкостные и пружинные вакуумметры.

Рассмотрим жидкостный вакуумметр (рис.2.3).

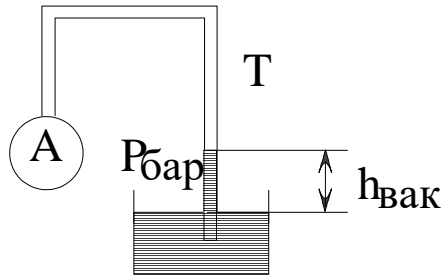


Рис. 2.3. Жидкостный вакуумметр

Допустим, что требуется найти вакуумметрическое давление в сосуде А, т.е. найти $p_{\text{вак}} = (p_{\text{бар}} - p_{\text{абс}})$, где $p_{\text{абс}}$, Па – абсолютное давление в сосуде А. Присоединяем к сосуду А изогнутую трубку Т, опущенную в жидкость с плотностью ρ , кг/м^3 . Применяя основное уравнение гидростатики для точки, расположенной в трубке Т на уровне свободной поверхности жидкости в резервуаре, получим:

$$P_{бар} = P_{абс} + \rho g h_{вак} . \quad (2.12)$$

Таким образом, вакуумметрическому давлению соответствует высота $h_{вак}$, м подъема жидкости в изогнутой трубке над уровнем в резервуаре.

2.2. Описание лабораторной установки

Схема лабораторной установки приведена на рис. 2.4.

Установка включает в себя замкнутый сосуд 1, в котором создается избыточное или вакуумметрическое давление. Сосуд сообщается с атмосферой посредством вентиля 5. К сосуду 1 присоединен U-образный манометр 4, который заполнен водой с удельным весом $\gamma = 9760 \text{ Н/м}^3$. Отсчет показаний манометра осуществляется по шкале измерительной линейки 6. Избыточное давление и давление разрежения в сосуде 1 создается перемещением сосуда 3 по направляющим. Сосуд 3 подсоединяется к сосуду 1 посредством гибкого шланга 2.

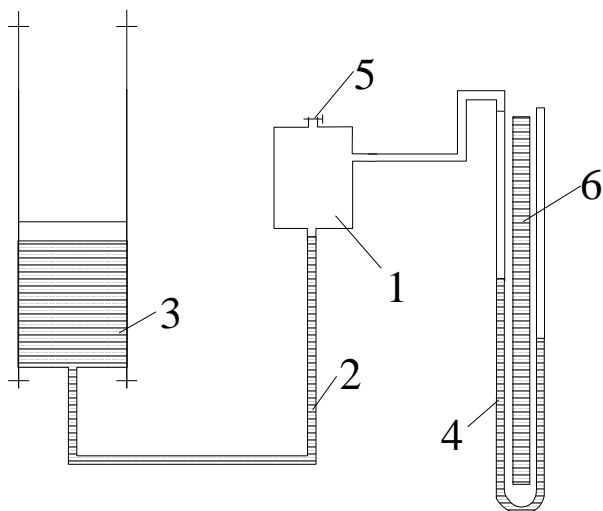


Рис. 2.4. Схема лабораторной установки

2.3. Порядок выполнения работы

2.3.1. Измерение избыточного давления

1. Открыть вентиль 5, соединив сосуд 1 с атмосферой.
2. Опустить сосуд 3 в крайнее нижнее положение, убедиться в том, что вся жидкость перетекла в него из сосуда 1. Закрыть вентиль 5.
3. Поднять сосуд 3 в такое положение, при котором жидкость будет перетекать из него в сосуд 1, сжимая находящийся там газ. Установить разность показаний ΔH манометра 4, равной 8...10 см. Записать показания правого и левого колена манометра 4 в таблицу.
4. Поднять сосуд 3 выше и добиться разности показаний ΔH в манометре 4 12...15 см. Записать показания манометра в таблицу.
5. Поднять сосуд 3 и установить разность показаний ΔH в

манометре 4 20...30 см. Записать показания манометров в таблицу.

2.3.2. Измерение вакуумметрического давления

6. Открыть вентиль 5. Поднять сосуд 3 в положение, при котором вся жидкость из него перельется в сосуд 1. Закрывать вентиль 5.

7. Опускать сосуд 3 до тех пор, когда в него начнет поступать жидкость из сосуда 1. Добиться разности показаний ΔH , м в манометре, указанных в пп. 3, 4, 5. Записать показания манометра 4 в таблицу.

8. Провести расчет избыточного $p_{изб}$, абсолютного $p_{абс}$ и вакуумметрического $p_{вак}$ давлений и сделать перевод полученных значений в систему СИ.

2.4. Оборудование, инструменты, материалы

1. U-образный манометр;
2. сосуды;
3. мерительная линейка;
4. вода.

2.5. Указания по технике безопасности

1. Не прикасаться к стеклянным трубкам манометра.
2. Не допускать выплескивания воды из манометра.

2.6. Содержание отчета и его форма

В отчете по лабораторной работе необходимо представить теоретические сведения, описание установки. Результаты замеров и вычислений занести в таблицу.

Результаты измерений и вычислений

Опыты	Показания пьезометров	1	2	3
Сжатие	Левое колено, м			
	Правое колено, м			
	ΔH , м			
Избыточное давление	кгс/см ²			
	Па			
Абсолютное давление	кгс/см ²			
	Па			
Разрежение	Левое колено, м			
	Правое колено, м			
	ΔH , м			
	Вакуумметр, ΔH , м			
Вакуумметрическое давление	кгс/см ²			
	Па			
Абсолютное давление	кгс/см ²			
	Па			

2.7. Контрольные вопросы

1. Дать определение гидростатического давления в точке. Размерность давления.
2. Основные свойства гидростатического давления.
3. Основное уравнение гидростатики.
4. Основные виды гидростатического давления.
5. Приборы для измерения давления.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ИЛЛЮСТРАЦИЯ УРАВНЕНИЯ Д. БЕРНУЛЛИ. ПОСТРОЕНИЕ НАПОРНОЙ И ПЬЕЗОМЕТРИЧЕСКОЙ ЛИНИИ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ – построение наглядной иллюстрации уравнения Д. Бернулли.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ – экспериментальное определение и изучение составляющих полного напора и их взаимосвязи при движении жидкости по трубопроводу, построение напорной и пьезометрической линий.

3.1. Теоретическое обоснование

Основным уравнением гидродинамики является уравнение Д. Бернулли, устанавливающее связь между давлением P , P в жидкости и скоростью ее движения U , м/с.

Уравнение Д. Бернулли, записанное для двух произвольно взятых сечений элементарной струйки (скорости в различных точках сечения элементарной струйки одинаковы, а сама струйка с течением времени не изменяет своей формы) идеальной несжимаемой жидкости имеет вид:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g}, \quad (3.1)$$

где Z – геометрическая высота, или геометрический напор, м;

$\frac{P}{\gamma}$ – пьезометрическая высота, или пьезометрический напор, м;

$\frac{U^2}{2g}$ – скоростная высота, или скоростной напор, м.

Термин высота применяется при геометрической, а напор – при энергетической интерпретациях уравнения Д. Бернулли.

Трехчлен вида:

$$Z + \frac{P}{\gamma} + \frac{U^2}{2g} = H, \quad (3.2)$$

называется полным напором, под которым понимают удельную энергию жидкости, отнесенную к единице силы тяжести. Первые два члена представляют собой удельную потенциальную энергию жидкости, а третий член кинетическую энергию.

Энергетический смысл уравнения Д. Бернулли заключается в том, что для элементарной струйки идеальной жидкости полный напор, т.е. сумма геометрического, пьезометрического и скоростного напоров, есть величина постоянная во всех ее сечениях, т.е.:

$$Z + \frac{P}{\gamma} + \frac{U^2}{2g} = H = const. \quad (3.3)$$

Таким образом, уравнение Д. Бернулли выражает закон сохранения механической энергии движущейся жидкости, которая может иметь три формы: энергия положения, энергия давления и кинетическая энергия.

С геометрической точки зрения уравнение Д. Бернулли может быть сформулировано так: для элементарной струйки идеальной жидкости сумма трех высот – геометрической, пьезометрической, скоростной – есть величина постоянная вдоль струйки. При этом члены уравнения Д. Бернулли имеют следующий физический смысл:

Z , м – расстояние от произвольно выбранной горизонтальной плоскости сравнения до центра тяжести рассматриваемого сечения (в данной лабораторной работе трубопровод расположен горизонтально, поэтому плоскость сравнения может проходить через ось трубопровода, тогда $Z = 0$).

$\frac{P}{\gamma}$, м – пьезометрическая высота такого столба жидкости,

который у своего основания создает давление P , Па, равное давлению в рассматриваемом сечении элементарной струйки.

$\frac{U^2}{2g}$ – высота, с которой должно упасть в пустоте тело,

чтобы приобрести скорость U , м/с.

При геометрической интерпретации уравнения Д. Бернулли вводится понятие пьезометрической и напорной линии.

Линия, соединяющая сумму отрезков $\left(Z + \frac{P}{\gamma} \right)$ называется пьезометрической линией.

Линия, соединяющая сумму отрезков $\left(Z + \frac{P}{\gamma} + \frac{U^2}{2g} \right)$ называется напорной линией (для идеальной жидкости это горизонтальная линия).

Если вместо идеальной жидкости рассматривать жидкость реальную (вязкую), в которой при движении происходят потери на сопротивление, то уравнение Д. Бернулли для двух сечений элементарной струйки реальной жидкости примет вид:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g} + \Delta h_w, \quad (3.4)$$

где Δh_w , м – потеря напора между рассматриваемыми сечениями струйки 1 и 2, включающая в себя потери напора на преодоление сил трения (h_{mp}) и потери напора на местных сопротивлениях (h_m), т.е. $\Delta h_w = h_{mp} + h_m$.

При переходе от элементарной струйки к потоку реальной (вязкой) жидкости, имеющему конечные размеры и ограниченному стенками, необходимо учесть неравномерность распределения скоростей по сечению, а также потери энергии.

Уравнение Д. Бернулли для потока реальной жидкости имеет вид:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \Delta h_w, \quad (3.5)$$

где α - коэффициент Кориолиса или коэффициент кинетической энергии;

V_1, V_2 - соответственно средние значения скоростей потока в сечениях 1 и 2, м/с.

Коэффициент Кориолиса представляет собой отношение действительной кинетической энергии потока в данном сечении к величине кинетической энергии, вычисленной по средней скорости, и зависит от степени неравномерности распределения скоростей в поперечном сечении потока. Для ламинарного режима $\alpha = 2$, а для турбулентного режима $\alpha \approx 1,1$.

Член Δh_w , м в уравнении (3.5) учитывает потери напора на преодоление сопротивлений движению жидкости между двумя сечениями потока.

Таким образом, уравнение Д. Бернулли свидетельствует о том, что по длине потока реальной жидкости полный напор уменьшается на величину потерь. Кроме того, по длине потока с увеличением скорости уменьшается давление (пьезометрический напор) и наоборот, с увеличением давления скорости уменьшаются.

Необходимо помнить, что существует три основных условия применимости уравнения Д. Бернулли:

1. движение жидкости должно быть установившимся;
2. расход между двумя рассматриваемыми сечениями должен быть постоянным ($Q = const$);
3. Движение жидкости в сечениях должно быть параллельноструйным.

Уравнение Д. Бернулли может быть изображено графически. Для этого по оси абсцисс откладывают расстояния между

сечениями трубопровода, а по оси ординат – значения составляющих напора для этих же сечений. Обычно, чтобы иметь полную характеристику трубопровода, строят пьезометрическую и напорную линии.

Расстояние от пьезометрической линии до плоскости сравнения указывает в каждом сечении потока величину пьезометрического напора, а расстояния от линии полного напора до плоскости сравнения дают значения гидравлического напора в соответствующих сечениях трубопровода.

График полного напора является нисходящей линией, так как часть напора Δh_w , м затрачивается на преодоление сопротивлений движению. Пьезометрическая линия может понижаться и повышаться.

При равномерном движении, т.е. когда средняя скорость на рассматриваемом участке во всех сечениях одинакова, напорные пьезометрические линии представляют собой взаимно параллельные прямые.

3.2. Схема стенда Бернулли

В лабораторную установку Бернулли (рисунок) входят следующие части и узлы:

1. бак, создающий запас воды;
2. центробежный насос с электроприводом;
3. кран для регулирования расхода воды;
4. промышленный ротаметр;
5. стандартный, промышленный, показывающий расходомер;
6. расходомерная диафрагма;
7. промышленная труба с внутренним диаметром 39 мм.

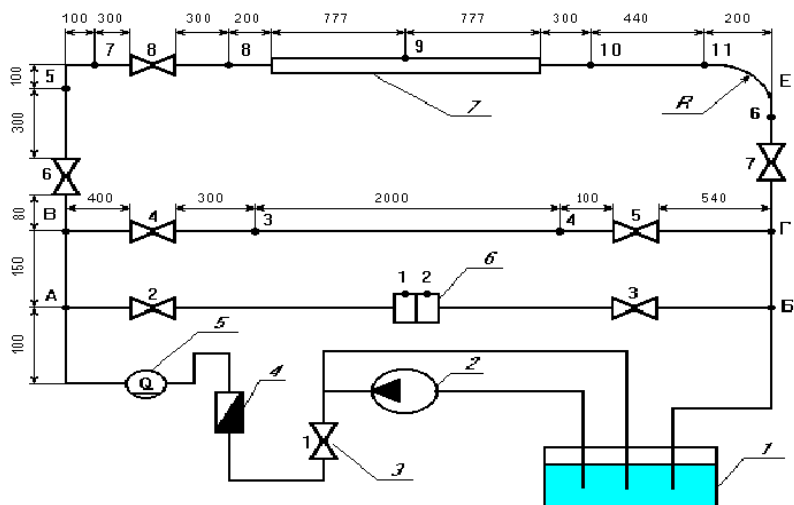


Схема лабораторной установки

Лабораторная установка состоит из трех основных гидравлических участков:

А-Б предназначена для тарирования расходомерной шайбы.

В-Г для определения потерь напора в прямой горизонтальной трубе.

Д-Е используется для определения потерь напора на местных сопротивлениях: прямое колено, пробковый кран, внезапное расширение, внезапное сужение и круглое колено.

3.3 Методика выполнения работы

При выполнении лабораторной работы используется экспериментально-теоретический метод с графическим представлением результатов расчетов. Экспериментально определяются пьезометрическая линия и расход жидкости при установившемся течении жидкости. Затем вычисляются скоростной и полный напоры потока. Результаты изображаются графически

в виде пьезометрической и напорной линий.

3.4. Порядок выполнения работы

1. Подсоединить исследуемый участок Д-Е (рисунок) трубопровода, открыв пробковые краны 6, 7, 8. Остальные пробковые краны должны быть закрытыми.

2. При закрытом кране 1 включить насос, а затем, постепенно открывая кран 1, установить в трубопроводе произвольный постоянный расход воды.

3. При установившемся движении воды в трубопроводе записать показания расходомера и пьезометров $\frac{P}{\gamma}$.

4. Определить скорости движения жидкости V , м/с во всех сечениях трубопровода по формуле:

$$V = \frac{Q}{\omega}, \quad (3.6)$$

где ω - площадь живого сечения.

5. По значениям средней скорости в сечениях определить скоростные напоры $\alpha \frac{V^2}{2g}$.

6. По показаниям пьезометров $\frac{P}{\gamma}$ и значениям скоростных напоров $\alpha \frac{V^2}{2g}$, подсчитать полный напор H в сечениях :

$$H = Z + \frac{P}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g}. \quad (3.7)$$

7. Построить график пьезометрической и напорной линий. Для этого по оси абсцисс отложить расстояния (в масштабе) между сечениями, к которым подсоединены пьезометры, по

оси ординат отложить значения пьезометрических высот $\left(Z + \frac{P}{\gamma} \right)$ и значения полного напора $Z + \frac{P}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g}$.

3.5. Содержание отчета и его форма

В отчете по лабораторной работе необходимо представить теоретические сведения, описание установки. Результаты замеров и вычислений занести в таблицу. Построить график пьезометрической и напорной линий.

3.6. Протокол результатов измерений и вычисления

Результаты измерений и вычислений

Номер опыта	Наименование	Ед. измер.	Номера пьезометров							
			5	7	8	9	10	11	6	
1.	Расстояние между пьезометрами	м								
2.	Площадь живого сечения ω	м ²								
3.	Расход воды Q	м ³ /с								
4.	Средняя скорость V	м/с								
5.	Скоростной напор $\alpha \frac{V^2}{2g}$	м								
6.	Показания пьезометров $\frac{P}{\gamma}$	м								
7.	Полный напор H	м								

3.7. Контрольные вопросы

1. Физический, энергетический и геометрический смыслы уравнения Д. Бернулли.
2. Понятие полного напора и его составляющих.
3. Понятие пьезометрической и напорной линий.
4. Уравнение Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости и для потока реальной жидкости.
5. Физический смысл коэффициента Кориолиса.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОТЕРЬ НА ТРЕНИЕ ПО ДЛИНЕ ТРУБОПРОВОДА (КОЭФФИ- ЦИЕНТА ДАРСИ)

ЦЕЛЬ РАБОТЫ – исследование равномерного движения жидкости в трубе круглого сечения при ламинарном и турбулентном режимах течения.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ – экспериментальное определение коэффициента гидравлического трения для трубы круглого сечения в зависимости от режима течения жидкости.

4.1. Теоретическое обоснование

При движении жидкости по трубопроводу между нею и стенками трубы возникают силы сопротивления, в результате чего частицы жидкости, прилегающие к поверхности трубы тормозятся. Это торможение благодаря вязкости жидкое передается следующим слоям, причем скорость движения частиц по мере удаления их от оси трубы постоянно уменьшается. Равнодействующая сил сопротивления направлена в сторону противоположенную движению, и параллельна направлению движения. Это и есть силы гидравлического трения (сопротивление гидравлического трения).

Для определения сопротивления трения и поддержания равномерного поступательного движения жидкости необходимо, чтобы на жидкость действовала сила, направленная в сторону ее движения, т.е. необходимо затрачивать энергию. Энергию, или напор, необходимые для преодоления сил сопротивления, называют потерянной энергией, или потеряннным напором.

Потери напора, затрачиваемые на преодоление сопротивления трения, носят название потерь напора на трение или потерь напора по длине потока и обозначают через $h_{тр}$, м.

При равномерном движении величина средней скорости и распределение скоростей по сечению должны оставаться неизменными по длине трубопровода. Из этого следует, что равномерное движение возможно лишь в трубах постоянного сечения, т.к. в противном случае при заданном расходе будет изменяться средняя скорость в соответствии с уравнением:

$$V = \frac{Q}{\omega} \quad (4.1)$$

Равномерное движение имеет место в прямых трубах с очень большим радиусом кривизны R , м (прямолинейное движение), поскольку средняя скорость может изменяться по направлению.

Условие неизменяемости по длине трубы характера распределения скоростей по живому сечению можно записать в виде $\alpha = const$, где α - коэффициент Кориолиса.

В данной лабораторной работе рассматривается сопротивление трения по длине лишь при равномерном движении жидкости.

Составляя уравнение Д. Бернулли для двух сечений трубопровода постоянного сечения и учитывая, что члены, зависящие от кинетической энергии сократятся, а также то, что при горизонтальном расположении трубопровода $Z_1 = Z_2$ получим выражение для определения потерь напора на трение:

$$h_{mp} = \frac{P_1 - P_2}{\gamma}. \quad (4.2)$$

Уравнение (4.2) является основным уравнением равномерного движения жидкости в трубопроводах, из которого следует, что можно экспериментально определять потери напора (энергии) по длине трубопровода только по показаниям пьезометров, установленных в конечных его сечениях.

Если пропускать воду в трубе с различной скоростью и замерив при этом потери напора, построить график $h_{mp} = f(V)$, то можно заметить, что до какого-то значения скорости потери напора изменяются прямо пропорционально скорости, а затем вид кривой внезапно меняется и потери напора становятся пропорциональными более высокой степени скорости (примерно ее квадрату). Переход от одного закона к другому происходит в момент перехода от ламинарного движения к турбулентному. Отсюда можно сделать вывод о том, что при ламинарном движении потери напора пропорциональны скорости в первой степени, а при турбулентном скорости – в степени, большей единицы.

Опыты показывают, что величина потерь напора на трение при движении жидкости в трубах может зависеть от следующих факторов:

- диаметра трубы d , м и ее длины l , м;
- физических свойств жидкости (плотность ρ , кг/м³ и вязкость ν , м²/с);
- средней скорости движения в трубе V , м/с;
- средней высоты выступов шероховатости k на стенках трубы.

Используя метод анализа размерностей, можно получить формулу для определения величины h_{mp} , м:

$$h_{mp} = \lambda \frac{l V^2}{d 2g}. \quad (4.3)$$

Эта формула была получена в XIX в. эмпирическим путем и называется формулой Дарси-Вейсбаха.

Из (4.3) следует, что потери напора на трение при движении жидкости в трубе возрастают с увеличением средней скорости потока и длины рассматриваемого участка и обратно пропорциональны ее диаметру. Кроме того, в формулу входит неизвестный безразмерный коэффициент λ – так называемый

коэффициент гидравлического трения (коэффициент Дарси).

Для получения физического смысла коэффициента Дарси можно воспользоваться основным уравнением равномерного движения, но не в форме (4.2), а в иной форме:

$$i = \frac{2\tau_0}{\gamma r}, \quad (4.4)$$

Где τ_0 – касательное напряжение на стенке трубы;

i – гидравлический уклон ($i = \frac{h_{mp}}{l}$);

r – радиус трубопровода.

Уравнение (4.2) представляет собой общее выражение для потерь напора при равномерном движении жидкости в трубопроводах круглого сечения, причем оно справедливо как для ламинарного, так и для турбулентного режима течения.

Проведя некоторые преобразования и используя формулу (4.3), можно получить выражение для коэффициента гидравлического трения в виде:

$$\lambda = 8 \frac{U_H^2}{V^2}, \quad (4.5)$$

где U_H – так называемая скорость касательного напряжения на стенке или динамическая скорость, м/с.

Таким образом, коэффициент Дарси прямопропорционален квадрату отношения динамической скорости к средней скорости потока.

Коэффициент Дарси зависит от числа Рейнольдса и от некоторой безразмерной величины, характеризующей пограничную геометрию потока.

Под пограничной геометрией понимают не только форму поперечного сечения и его характерный линейный размер, но и геометрические характеристики поверхности трубы (высота

выступов шероховатости, их форма, взаимное расположение на поверхности и т.д.). Поскольку шероховатость реальных поверхностей (естественная шероховатость) весьма разнообразна, вводят искусственную шероховатость одинаковой высоты и формы, расположенную на поверхности. Для такой плотной однородной, равномерной искусственной шероховатости геометрической характеристикой поверхности является относительная шероховатость:

$$\frac{k}{d} = \bar{\Delta}. \quad (4.6)$$

Вид функции $\lambda = f(\text{Re}, \bar{\Delta})$ впервые был установлен А. Никурадзе и А.П. Загжда для плотной, однородной, равномерной шероховатости из песка, нанесенной на поверхность круглых труб (рисунок). При этом было установлено существование четырех зон сопротивлений, каждая из которых характеризуется определенными закономерностями.

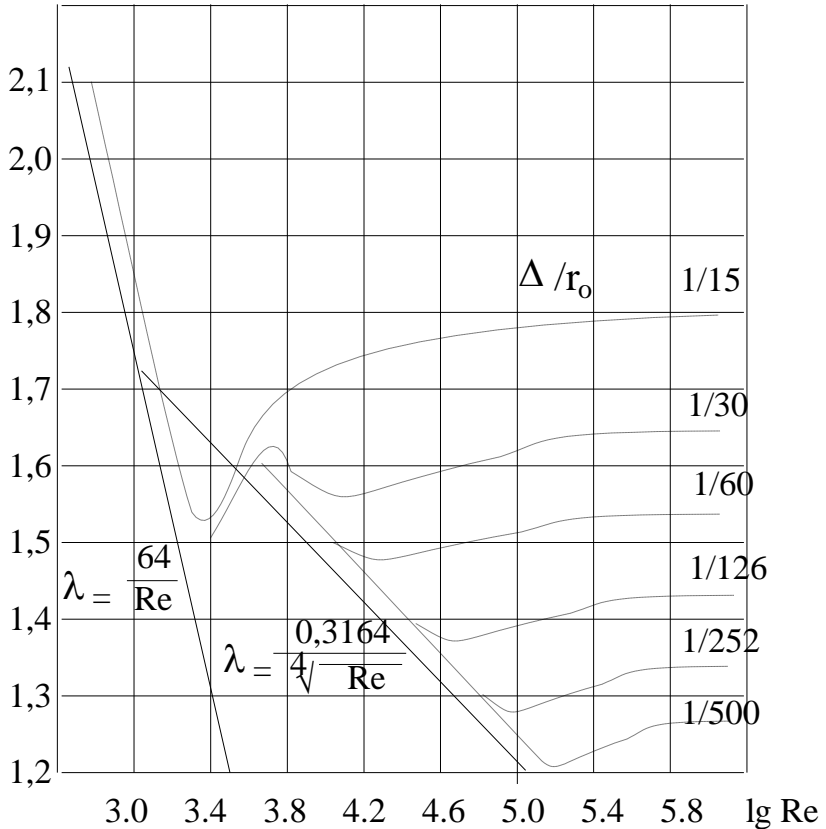
1 зона – зона ламинарного течения (вязкостного сопротивления) имеет место при $\text{Re} < 2300$. В этой зоне поток сплошь является ламинарным. Выступы шероховатости плавно обтекаются потоком и поэтому их высота не влияет на величину коэффициента. В 1 зоне $\lambda = f(\text{Re})$, причем эта функция получена теоретически Пуазейлем и имеет вид:

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}. \quad (4.7)$$

Потери напора в этой зоне пропорциональны первой степени скорости течения.

В диапазоне $2300 < \text{Re} < 4000 \dots 5000$ происходит смена режима течения от ламинарного к турбулентному. Этой смене режимов соответствует небольшая переходная зона.

$\lg(1000 \lambda)$



. Зависимость $\lg(1000\lambda)$ от $\lg Re$ для труб с искусственной шероховатостью

При $Re > 4000 \dots 5000$ в трубе устанавливается турбулентный режим течения, однако при турбулентном режиме у стенки сохраняется ламинарный подслой, толщина которого может быть определена выражением:

$$\delta_{nl} = \frac{30d}{\text{Re}\sqrt{\lambda}}. \quad (4.8)$$

В зависимости от соотношения δ_{nl} и k явления при турбулентном течении можно разбить на три зоны.

2 зона – зона гидравлически гладких труб. Для этой зоны характерно $\delta_{nl} > k$, турбулентное ядро потока движется как бы в гладкой трубе и не испытывает никакого влияния со стороны выступов шероховатости. Поэтому коэффициент трения λ зависит только от числа Рейнольдса и может быть определен по формуле Блазиуса:

$$\lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}}. \quad (4.9)$$

Для всей зоны 2 зависимость между потерей напора и скоростью имеет вид:

$$h_{mp} = A \cdot V^{1,75}. \quad (4.10)$$

3 зона - зона доквадратичного сопротивления. Начиная с некоторых значений числа Рейнольдса, ламинарная пленка уже не полностью покрывает выступы шероховатости. При обтекании турбулентным потоком вершин этих выступов за ними образуются дополнительные вихри, накладывающиеся на естественные вихри турбулентного ядра. В этой зоне коэффициент λ зависит как от числа Рейнольдса, так и от относительной шероховатости $\bar{\Delta}$.

Зависимость между потерей напора и скоростью потока в 3 зоне может быть выражена одночленной формулой вида:

$$h_{mp} = A \cdot V^m, \quad (4.11)$$

лишь приближенно и только для узких интервалов числа Рей-

нольдса. При этом показатель степени m оказывается различным в различных частях зоны. В этой зоне λ определяем по формуле Альтшулля:

$$\lambda = 0,1 \left(1,46 \frac{k}{d} + \frac{100}{\text{Re}} \right)^{0,25}. \quad (4.12)$$

4 зона – зона квадратичного сопротивления. Здесь ламинарная пленка разрушается полностью, выступы шероховатости обнажаются и омываются турбулентным ядром потока. Коэффициент λ практически не зависит от числа Рейнольдса, а является функцией только относительной шероховатости ($\lambda = f(\bar{\Delta})$). Потери напора по длине оказываются пропорциональными квадрату скорости потока ($h_{mp} = A \cdot V^2$).

Поскольку шероховатость реальных поверхностей отличается от равномерно зернистой песочной шероховатости, имевшей место в опытах Никурадзе, то для получения расчетных формул, определяющих коэффициент λ для 3 и 4 зон труб с естественной шероховатостью, вводится понятие эквивалентная шероховатость – k_s .

Под шероховатостью, эквивалентной данной естественной шероховатости, понимается такая песочная шероховатость, которая в 4 зоне сопротивления дает одинаковое с данной λ . Эквивалентная шероховатость различных поверхностей может быть определена лишь постановкой гидравлических экспериментов.

В 4 зоне коэффициент λ может быть определен по полуэмпирической формуле Прандтля-Никурадзе:

$$\lambda = \frac{1}{\left(2 \lg \frac{d}{k_s} + 1,74 \right)^2}, \quad (4.13)$$

или по формуле Б.Л. Шифринсона:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{k_2}{d} \right)^{0,25}. \quad (4.14)$$

Опыты Никурадзе производились на трубах, снабженных искусственной шероховатостью. Для натуральных шероховатых труб закон изменения λ от числа Рейнольдса получается несколько иным. Различие в характере кривых объясняется тем, что в натуральной трубе бугорки шероховатости имеют различную высоту и при увеличении числа Рейнольдса начинают вы ступать за пределы ламинарного слоя не одновременно, а при разных числах Рейнольдса. Ввиду этого переход от линии, соответствующей линии гладких труб, к горизонтальным прямым соответствующим квадратичному закону, происходит для натуральных труб более плавно, без провала кривых, характерной для графика И.И. Никурадзе.

4.2. Методика выполнения работы

Потери напора определяются экспериментально с помощью основного уравнения равномерного движения (4.2), где $\frac{P_1}{\gamma}$ и $\frac{P_2}{\gamma}$ – показания начального и конечного пьезометров, установленных на трубопроводе В-Г (пьезометры №3, №4) стенда Бернулли (рисунок 3.1). Определив в процессе эксперимента среднюю скорость движения жидкости $V = \frac{Q}{\omega}$ (Q – объемный расход жидкости, ω – площадь сечения трубопровода), из уравнения Дарси-Вейсбаха можно найти коэффициент гидравлического трения). Полученное значение λ сравнивается со значением коэффициента λ_s , вычисленным по эмпирическим формулам для соответствующих зон сопротивления.

4.3. Порядок выполнения работы

1. Подключить к насосу магистраль В-Г (рисунок). Для этого открыть пробковые краны 4, 5. Остальные пробковые краны и вентиль 1 должны быть закрыты.

2. Включить насос.

3. Приоткрыть вентиль 1 и выждать 3...4 мин, чтобы движение жидкости в трубопроводе установилось.

4. Снять показания пьезометров 3 и 4, подключенных на входе и выходе трубопровода В-Г, и расходомера.

5. Открывая вентиль 1, установить новый режим движения и вновь снять показания приборов. Опыт повторить пять раз, увеличивая расход.

6. По данным опытов рассчитать среднюю скорость течения жидкости в трубопроводе V , число Рейнольдса Re , потери напора на трение $h_{тр}$ и значение λ из уравнения Дарси-Вейсбаха.

7. Определить значение коэффициента λ_s для различных значений скорости течения с помощью эмпирических формул для соответствующих зон сопротивления.

8. Построить графическую зависимость $\lg(1000\lambda)$ от $\lg Re$ и отметить на ней характерные зоны сопротивления.

9. Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 4.1.

4.4 Содержание отчета и его форма

В отчете по лабораторной работе необходимо представить теоретические сведения, описание установки. Результаты замеров и вычислений занести в таблицу. Построить графическую зависимость $\lg(1000\lambda)$ от $\lg Re$ и отметить на ней характерные зоны сопротивления.

4.5. Протокол результатов измерений и вычислений

Результаты измерений и вычислений

№	Наименование	Ед. изм.	Опыты				
			1.	2.	3.	4.	5.
1.	Расход воды Q	м ³ /с					
2.	Средняя скорость V	м/с					
3.	Показания пьезометра 3 $\frac{P_4}{\gamma}$	м					
4.	Показания пьезометра 4 $\frac{P_5}{\gamma}$	м					
5.	Потери напора на трение $h_{mp} = \frac{P_1 - P_2}{\gamma}$	м					
6.	Коэффициент Дарси λ						
7.	Температура воды t	°С					
8.	Кинематическая вязкость ν	м ² /с					
9.	Число Рейнольдса Re						
10.	$\lg(1000\lambda)$						
11.	$\lg Re$						
12.	λ_s , при ламинарном режиме течения						
13.	λ_s , при турбулентном режиме течения						

4.5. Контрольные вопросы

1. Дать определение сил гидравлического трения.
2. Что такое потерянный напор?
3. Основное уравнение равномерного движения жидкости в трубопроводах.
4. Формула Дарси-Вейсбаха.
5. Влияние режима течения на зависимость коэффициента Дарси λ от числа Рейнольдса Re и относительной шероховатости.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. / Л.Г. Лойцянский. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
2. Фалеев В.В. Гидравлические расчеты в теплоэнергетических системах: учеб. пособие / В.В. Фалеев, И.Г. Дроздов, С.В. Фалеев. - Воронеж: ВГТУ, 2000. 109 с.
3. Альтшуль А.Д. Гидравлические сопротивления. / А.Д. Альтшуль. 2-е изд. - М.: Недра, 1982. - 223 с.
4. Самойлович Г.С. Сборник задач по гидроаэромеханике: учеб. пособие / Г.С. Самойлович. В.В, Нитусов. - М.: Машиностроение, 1986. - 162 с.
5. Теплофизические свойства веществ: справочник. - М.: Энергоиздат, 1982. - 406 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа № 1. Исследование вязкости жидкости	1
Лабораторная работа № 2. Определение гидростатического давления	9
Лабораторная работа № 3. Экспериментальная иллюстрация уравнения Д. Бернулли. Построение напорной и пьезометрической линии	19
Лабораторная работа № 4. Определение коэффициента потерь на трение по длине трубопровода (коэффициента Дарси)	28
Библиографический список	40

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ по дисциплине
«Гидрогазодинамика» для студентов специальности
140104 «Промышленная теплоэнергетика» и направления
подготовки бакалавров 140100 «Теплоэнергетика и теплотех-
ника» профиля, «Промышленная теплоэнергетика» заочной
формы обучения

Составители:

Дроздов Игорь Геннадьевич
Муравьев Анатолий Викторович

В авторской редакции

Подписано к изданию 26.11.2011.

Уч.-изд. л. 2,4.

ФГБОУВПО «Воронежский государственный технический
университет»

394026 Воронеж, Московский просп.,14