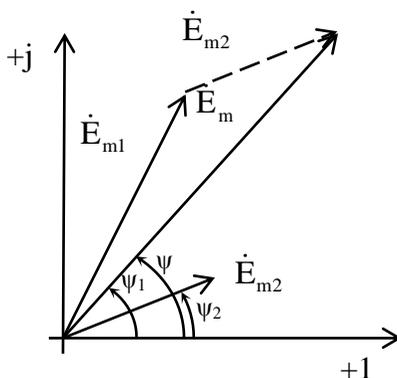


Л.В. Никифорова Т.В. Попова Ж.А. Ген

**ИССЛЕДОВАНИЕ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ
В ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ:
ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**

Учебное пособие



Воронеж 2014

ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный
технический университет»

Л.В. Никифорова Т.В. Попова Ж.А. Ген

ИССЛЕДОВАНИЕ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ
В ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ:
ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Утверждено Редакционно-издательским советом
университета в качестве учебного пособия

Воронеж 2014

УДК 621.313

Никифорова Л.В. Исследование электромагнитных процессов в линейных и нелинейных электрических цепях: лабораторный практикум: учеб. пособие/ Л.В. Никифорова, Т.В. Попова, Ж.А. Ген. Воронеж: ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет», 2014. 170 с.

Учебное пособие предназначено для оказания помощи студентам при выполнении лабораторных работ по всем разделам дисциплины «Теоретические основы электротехники». В пособии приводятся подробные теоретические сведения, задания, схемы установок, описание программы работы и обработки результатов экспериментов.

Издание соответствует требованиям Федерального Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению 210100.62 «Электроника и наноэлектроника (профили «Микроэлектроника и твердотельная электроника» и «Электронное машиностроение»), дисциплине «Теоретические основы электротехники».

Предназначено для студентов очной формы обучения.

Табл. 22. Ил. 101. Библиогр.: 8 назв.

Рецензенты: кафедра электрификации сельского хозяйства
ФГБОУ ВПО государственного аграрного
университета имени императора Петра I
(зав. кафедрой канд. техн. наук, доц.
В.В. Картавец);
канд. техн. наук, доц. В.А. Трубецкой

© Никифорова Л.В., Попова Т.В.,
Ген Ж.А., 2014

© Оформление. ФГБОУ ВПО
«Воронежский государственный
технический университет», 2014

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Теоретические основы электротехники» является основой для ряда профилирующих дисциплин при подготовке бакалавров по направлению 210100.62 «Электроника и наноэлектроника», по учебному плану, которой предусматривает изучение данного предмета в течение двух семестров.

Теоретическая и практическая направленность учебного пособия определяется изучением специальных дисциплин, освоение которых базируется на знаниях, полученных в курсе «ТОЭ».

Наряду с изучением теоретических разделов предусмотрено выполнение студентами лабораторных работ, структура, содержание и технология проведения которых приведены в предлагаемом учебном пособии.

Перечень лабораторных работ охватывает основные разделы дисциплины и предусматривает исследования различных видов электрических цепей.

Лабораторные работы посвящены изучению линейных и нелинейных электрических цепей, процессов, протекающих в них в различных режимах работы. В описании каждой работы приведены достаточно подробные теоретические сведения, но тем не менее, для подготовки к их выполнению необходимо изучение соответствующих разделов дисциплины.

Материал учебного пособия может быть использован при проведении лабораторного практикума для студентов и других специальностей, изучающих дисциплины «Теоретические основы электротехники» и «Электротехника».

УКАЗАНИЯ ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

Во время лабораторных занятий должны выполняться следующие требования:

1. К выполнению лабораторных работ студенты допускаются только после проведения руководителем инструктажа по технике безопасности и пожарной безопасности с записью об этом в журнале и личной росписью в нем каждого студента.

2. Все работы по сборке цепей или их изменению должны проводиться только при отключенном напряжении. Напряжение на источники лабораторного стенда подается путем поворота пакетного переключателя по часовой стрелке на пол-оборота. При этом загораются сигнальные лампы на передней панели стенда.

3. При сборке цепи запрещается пользоваться проводами с неисправной изоляцией и без наконечников и штырей. Необходимо следить за надежностью крепления (зажима) наконечников и штырей токонесущих проводов и избегать случаев их перекрещивания.

4. Напряжение на собранные цепи подается только с разрешения преподавателя после проверки им правильности сборки цепи.

5. Запрещается прикасаться к неизолированным элементам устройств, находящихся под напряжением.

6. Не разрешается оставлять без присмотра цепь, находящуюся под напряжением.

7. О неисправностях в цепи необходимо докладывать преподавателю или лаборанту.

8. После окончания работы разборка цепи должна производиться только после разрешения преподавателя и при отключенном напряжении.

9. В аварийных ситуациях для быстрого отключения напряжения студент должен нажать красную кнопку **аварийного отключения**, предусмотренную на каждом стенде.

10. В случае поражения работающего электрическим током цепь должна быть немедленно отключена от источника питания и пострадавшему должна быть оказана первая помощь.

ТРЕБОВАНИЯ К ПОДГОТОВКЕ И ОФОРМЛЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

1. Перед началом лабораторных работ необходимо изучить соответствующий раздел дисциплины «ТОЭ».

2. Для допуска к выполнению лабораторной работы необходимо представить рабочую тетрадь по лабораторным работам с результатами предварительных расчетов, которые являются составной частью лабораторной работы.

3. Рабочую тетрадь по лабораторным работам необходимо заранее взять в электронном виде у преподавателя или на сайте ВГТУ и распечатать на листах произвольного формата.

4. Рабочая тетрадь должна содержать:

а) титульный лист, на котором указаны Ф.И.О. студента, группа и таблица, в которой проставляется отметка о допуске, выполнении и защите лабораторных работ, (пример оформления титульного листа приведен в Приложении);

б) номер работы, название и цель работы;

в) электрические схемы лабораторной установки и расчетные схемы замещения;

г) предварительные расчеты;

д) таблицы, в которые заносятся экспериментальные и расчетные данные;

е) графики и диаграммы, построенные по расчетным и экспериментальным данным;

ж) выводы по работе.

Графики и диаграммы выполняются по ГОСТу с помощью чертежных инструментов в выбранном масштабе в рабочей тетради или на миллиметровой бумаге.

6. Результаты проделанных экспериментов **обязательно проверяются и подписываются преподавателем.**

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Цель работы: экспериментальная проверка выполнения законов Кирхгофа; исследование распределения потенциалов в сложной электрической цепи; проверка выполнения баланса мощностей.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Электрическая схема и ее элементы

Электрической цепью называют совокупность устройств, предназначенных для получения, передачи, распределения и взаимного преобразования электрической (электромагнитной) и других видов энергии, в которой процессы, протекающие в устройствах, могут быть описаны при помощи понятий об электродвижущей силе (ЭДС), токе и напряжении.

Основными элементами электрических цепей являются *источники* и *приемники* электрической энергии. Кроме источников и приемников электрической энергии электрическая цепь содержит соединительные провода, защитную и коммутационную аппаратуру, измерительные приборы. При анализе электрических цепей считают, что все эти элементы не влияют на токораспределение в цепи, а только выполняют функции коммутации, защиты или измерения.

Любая реальная электрическая цепь может быть представлена расчетной электрической схемой замещения.

Расчетной схемой электрической цепи называют условное графическое изображение идеализированной электрической цепи, показывающее последовательность соединения ее участков и их характер.

Геометрическую конфигурацию схемы характеризуют понятиями *ветвь*, *узел*, *контур*.

Ветвь - участок электрической схемы, который включен между двумя соседними узлами и вдоль которого протекает один и тот же ток.

Узел – место соединения не менее трех ветвей электрической схемы.

Контур – любой замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям, в котором один узел является и началом, и концом пути.

Независимый (или элементарный) контур – контур, содержащий хотя бы один элемент, не принадлежащий другим контурам.

Например, схема электрической цепи, представленная на рис. 1.1, имеет четыре узла (1, 2, 3, 4), шесть ветвей с токами I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 и I_6 и три независимых контура (I, II, III).

Направления токов в ветвях схемы и обходов контуров выбраны произвольно.

Соотношения между токами и напряжениями на участках электрической цепи или в отдельной ветви определяют законом Ома, а между токами в узлах и напряжениями в контурах – законами Кирхгофа.

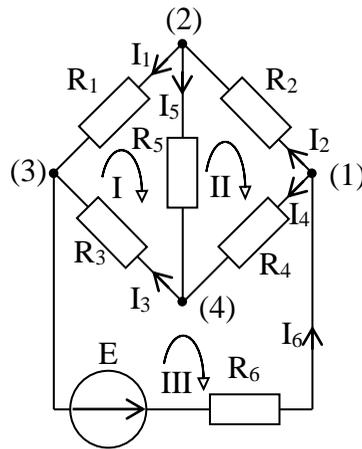


Рис. 1.1

Источники электрической энергии

В источниках электрической энергии происходит преобразование различных видов энергии (механической, тепловой, химической и т.д.) в электрическую энергию. Источники электрической энергии можно рассматривать как *источники ЭДС* или как *источники тока*. Каждый из них может быть идеальным или реальным.

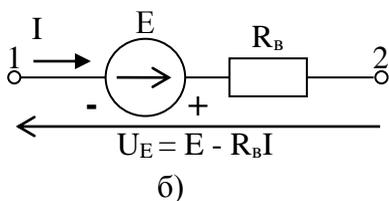
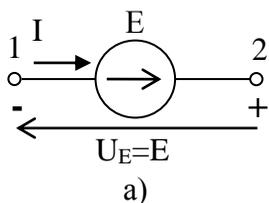


Рис. 1.2

следовательного соединения идеального источника ЭДС и его внутреннего сопротивления (рис. 1.2, б). Такой источник часто называют *источником напряжения*. Напряжение на зажимах реального источника ЭДС:

$$U_E = E - R_B I.$$

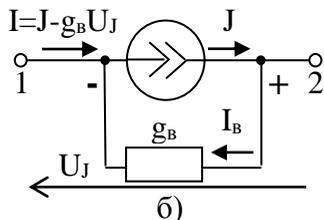
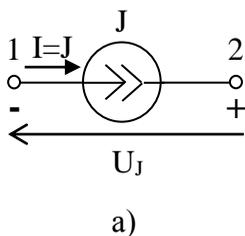


Рис. 1.3

К источникам ЭДС относят источники электрической энергии, в которых напряжение U_E мало зависит от величины протекающего по нему тока и у которых внутреннее сопротивление R_B мало. *Идеальным* источником ЭДС называют источник, внутреннее сопротивление которого равно нулю и напряжение на зажимах источника U_E всегда равно ЭДС (рис. 1.2, а).

Реальные источники ЭДС, обладающие внутренним сопротивлением, отличным от нуля, на схеме замещения показывают в виде последовательного соединения идеального источника ЭДС и его внутреннего сопротивления (рис. 1.2, б). Такой источник часто называют *источником напряжения*. Напряжение на зажимах реального источника ЭДС:

К *источникам тока* обычно относят источники электрической энергии, в которых ток мало зависит от величины приложенного напряжения, которое создается источником на зажимах приемника.

Идеальным источником тока J называют источник, внутреннее сопротивление которого равно бесконечности, то есть внутренняя проводимость g_B равна нулю (рис. 1.3, а). Ток ветви, содержащей такой идеальный источник, всегда равен току источника J .

Реальный источник тока, внут-

решения проводимость которого отлична от нуля, на схеме замещения показывают в виде параллельного соединения идеального источника тока и ветви с проводимостью g_B (рис. 1.3, б). Ток ветви, содержащей реальный источник тока:

$$I = J - I_B = J - g_B U_J.$$

На рис. 1.2 и 1.3 показаны положительные направления напряжений U_E и U_J на зажимах источников электрической энергии.

Источники электрической энергии могут быть представлены двумя эквивалентными схемами (рис. 1.4).

Реальные источники ЭДС и тока эквивалентны при условии:

$$E = \frac{J}{g_B} \text{ и } R_B = \frac{1}{g_B} \iff J = \frac{E}{R_B} \text{ и } g_B = \frac{1}{R_B}.$$

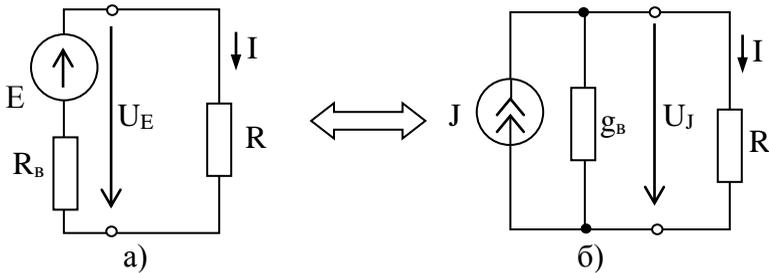


Рис. 1.4

Приемники электрической энергии

В приемниках происходит преобразование электрической энергии в другие виды энергии. Все приемники электрической энергии характеризуют такой величиной, как электрическое сопротивление R .

В том случае, если величина сопротивления не зависит от величины тока, протекающего по нему и величины приложенного к нему напряжения ($R = \text{const}$), приемник называют *линейным*, и его вольт-амперная характеристика (ВАХ) линейна (рис. 1.5, а). Если же величина сопротивления зависит от величины тока, протекающего по нему или величины приложенного к нему напряжения

$R = f(U, I)$, то такой приемник имеет нелинейную ВАХ (рис. 1.5, б) и его называют *нелинейным*.

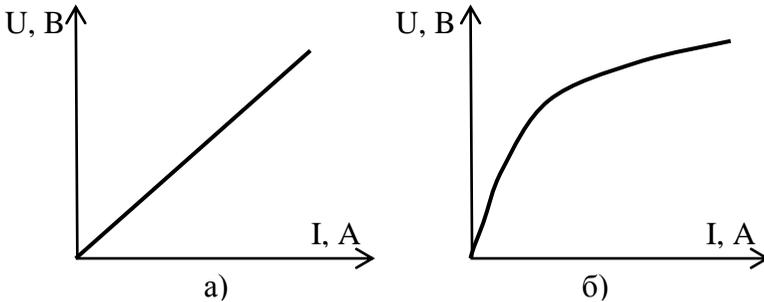


Рис. 1.5

Закон Ома

Закон Ома устанавливает связь между током, напряжением и сопротивлением отдельной ветви или во всей цепи.

а) закон Ома для участка цепи без источников электрической энергии (рис. 1.6)

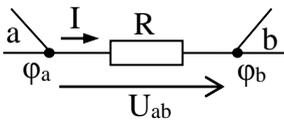


Рис. 1.6

$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{R} = \frac{U_{ab}}{R}$$

Закон Ома для участка цепи, не содержащего источника ЭДС, устанавливающий связь между напряжением и током этого участка, может быть записан в виде:

$$U_{ab} = RI,$$

где R - коэффициент пропорциональности между напряжением и током на участке ab .

Ток в резисторе направлен от точки с *большим* потенциалом (а) к точке с *меньшим* потенциалом (b). Положительное направление напряжения на сопротивлении всегда совпадает по направлению с током.

Напряжение U_{ab} между двумя точками равно разности потенциалов этих точек, тогда:

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = RI.$$

б) закон Ома для участка цепи с источниками ЭДС (рис. 1.7)

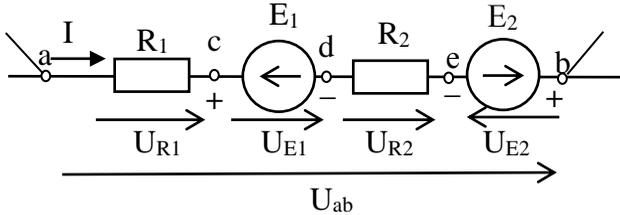


Рис. 1.7

Определим напряжение на участке цепи, содержащей источник ЭДС (рис. 1.7). Для этого запишем значение потенциала точки a относительно потенциала точки b . Примем потенциал точки b равным нулю и последовательно определим потенциалы всех остальных точек участка.

При переходе от точки b к точке e потенциал уменьшается на величину ЭДС E_2 , так как распределение потенциалов на зажимах источника не зависит от направления тока и «минус» источника подсоединен к точке e

$$\varphi_b = 0; \varphi_e = \varphi_b - E_2.$$

При переходе от точки e к точке d через резистор с сопротивлением R_2 потенциал увеличивается на величину напряжения на этом участке, так как ток течет от точки e к точке d к точке с меньшим потенциалом:

$$\varphi_d = \varphi_e + R_2 I.$$

Потенциал точки c больше потенциала точки d на величину ЭДС E_1 , так как ЭДС всегда направлена в сторону высокого потенциала независимо от направления тока:

$$\varphi_c = \varphi_d + E_1.$$

При переходе от точки c к точке a через резистор с сопротивлением R_1 потенциал увеличивается на величину напряжения

на этом резисторе, так как мы движемся против тока:
 $\varphi_a = \varphi_c + R_1 I$.

Запишем значение потенциала точка **a** через потенциал точки **b**:
 $\varphi_a = \varphi_b - E_2 + R_2 I + E_1 + R_1 I$.

Выразив из этого уравнения ток, получим выражение для закона Ома для участка цепи с источником ЭДС:

$$I = \frac{(\varphi_a - \varphi_b) - E_1 + E_2}{R_1 + R_2} = \frac{U_{ab} - E_1 + E_2}{R_1 + R_2},$$

или в обобщенном виде

$$I = \frac{U_{ab} + \sum E_k}{\sum R_k} = \frac{\varphi_a - \varphi_b + \sum E_k}{\sum R_k},$$

где $U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b$ – напряжение между началом и концом участка цепи, совпадающее по направлению с искомым током;

$\sum E_k$ – алгебраическая сумма ЭДС ветви, в которую ЭДС, совпадающие по направлению с искомым током, входят со знаком «плюс», а не совпадающие – со знаком «минус»;

$\sum R_k$ – сумма сопротивлений рассматриваемого участка цепи.

В случае, если полученное в результате расчета значение тока отрицательно, значит, его действительное направление противоположно ранее принятому за положительное.

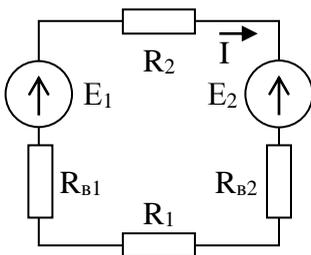


Рис. 1.8

в) закон Ома для неразветвленной цепи (рис. 1.8) в общем виде: ток прямо пропорционален алгебраической сумме ЭДС цепи и обратно пропорционален сумме сопротивлений этой цепи:

$$I = \frac{\sum E_k}{\sum R_k}.$$

Направление тока в такой цепи соответствует направлению большей по величине ЭДС. При записи

алгебраической суммы ЭДС принимают: если ЭДС одинаково направлена с током, она считается положительной; если ЭДС направлена навстречу току, то она считается отрицательной. Для цепи рис. 1.8 ток можно записать

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_{в1} + R_2 + R_{в2}}.$$

Законы Кирхгофа

Первый закон Кирхгофа применяют к узлам схемы и формулируют следующим образом: алгебраическая сумма токов в узле равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

В этом уравнении одинаковые знаки берут для токов, имеющих одинаковые направления относительно узла схемы.

Для узла **а** схемы рис. 1.9 уравнение, составленное по первому закону Кирхгофа будет иметь вид

$$I_1 + I_3 - I_4 = 0.$$

Второй закон Кирхгофа применяют к контурам схемы электрической цепи и формулируют следующим образом: алгебраическая сумма напряжений на всех элементах контура равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n U_k = 0.$$

В этом уравнении слагаемые берут со знаком «плюс», если направления напряжений совпадают с произвольно выбранным направлением обхода контура и со знаком «минус» - если не совпадают.

Например, составим уравнение по второму закону Кирхгофа для контура, схема которого изображена на рис. 1.9. При этом необходимо помнить, что направление напряжения на приемниках совпадает по направлению с током, а напряжение источника про-

тывоположно направлению ЭДС. Напряжения на всех элементах контура и произвольно выбранный обход показаны на схеме. Уравнение имеет вид

$$U_{E1} + U_{R1} - U_{E2} + U_{R2} - U_{R3} = 0 \quad \text{или}$$

$$E_1 + R_1 I_1 - E_2 + R_2 I_2 - R_3 I_3 = 0.$$

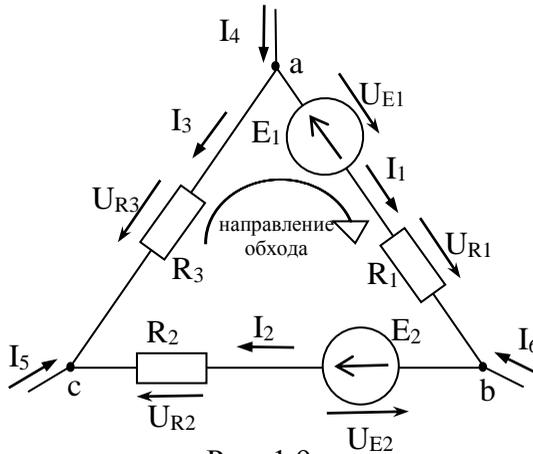


Рис. 1.9

Перенесем напряжения источников в правую часть уравнения

$$R_1 I_1 + R_2 I_2 - R_3 I_3 = -E_1 + E_2.$$

Тогда второй закон Кирхгофа можно сформулировать следующим образом: в любом контуре алгебраическая сумма напряжений на приемниках, входящих в контур, равна алгебраической сумме ЭДС этого контура:

$$\sum_{k=1}^n R_k I_k = \sum_{k=1}^n E_k.$$

В этом уравнении положительные знаки принимают для напряжений и ЭДС, направления которых совпадают с произвольно выбранным направлением обхода рассматриваемого контура.

Метод расчета электрических цепей, основанный на непосредственном применении законов Кирхгофа

Если известны величины сопротивлений всех резисторов электрической цепи, а также величины и направления всех ЭДС, то токи в ветвях можно определить, используя законы Кирхгофа.

При этом рекомендуется придерживаться следующей последовательности расчета:

- определяют число узлов и количество ветвей в схеме;
- произвольно выбирают положительные направления токов во всех ветвях схемы и обходов контуров;
- на основании законов Кирхгофа составляют систему алгебраических уравнений, необходимую для определения неизвестных токов в ветвях схемы;
- полученную систему уравнений решают любым удобным способом.

Число совместно решаемых уравнений, составляемых по законам Кирхгофа, равно количеству неизвестных токов в ветвях схемы. Из них число уравнений, составляемых по первому закону Кирхгофа, на одно меньше, чем количество узлов в схеме; остальные недостающие уравнения составляют по второму закону Кирхгофа.

Если в результате решения составленной системы уравнений значение какого-либо тока получится отрицательным, то это значит, что действительное направление этого тока противоположно ранее выбранному. По найденным значениям токов можно определить напряжения на участках схемы и расходуемые в резисторах мощности.

Пример. Для схемы рис.1.10 составим систему уравнений на основании законов Кирхгофа. Схема содержит шесть ветвей. Одна из ветвей содержит идеальный источник тока и поэтому ток в этой ветви равен току источника J . В остальных пяти ветвях токи неизвестны.

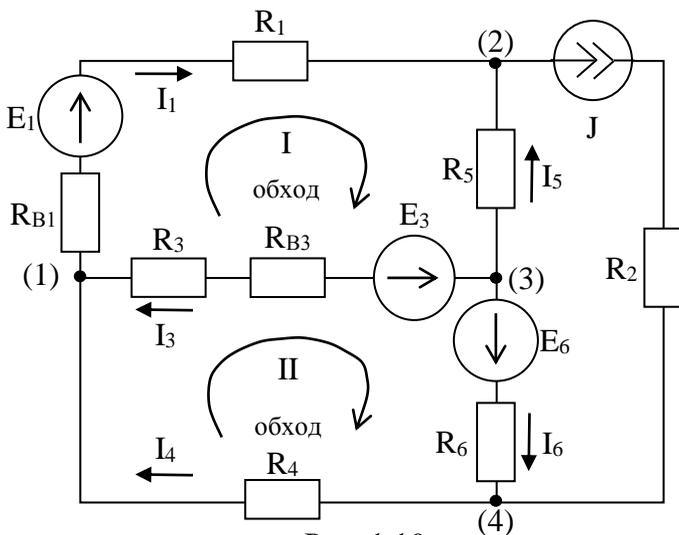


Рис. 1.10

Так как в схеме четыре узла, то по первому закону Кирхгофа составляем три уравнения, то есть на одно меньше, чем количество узлов. Недостающие два уравнения составляем по второму закону Кирхгофа для двух элементарных контуров. Контур выбираем таким образом, чтобы ветвь с источником тока, то есть с известным током, ни в один контур не входила. Направления обходов контуров выбираем произвольно, как показано на рис. 1.10.

$$\text{Для узла (1): } I_1 - I_3 - I_4 = 0,$$

$$\text{Для узла (2): } -I_1 + J - I_5 = 0,$$

$$\text{Для узла (3): } +I_3 + I_5 + I_6 = 0,$$

$$\text{Для контура I: } (R_1 + R_{В1})I_1 - R_5I_5 + (R_3 + R_{В3})I_3 = E_1 - E_3,$$

$$\text{Для контура II: } -(R_3 + R_{В3})I_3 + R_6I_6 + R_4I_4 = E_3 + E_6.$$

Режимы работы источников электрической энергии

Рассмотрим работу реального источника ЭДС, к зажимам которого присоединен линейный резистор с сопротивлением R_n (рис. 1.11).

Ток в такой цепи
$$I = \frac{E}{R_B + R_H},$$

а напряжение на зажимах источника $U_E = E - R_B I.$

При изменении сопротивления нагрузочного резистора R_H будут изменяться ток в цепи и напряжение источника. Зависимость между напряжением и током источника показана на вольт-амперной характеристике (ВАХ) рис. 1.12.

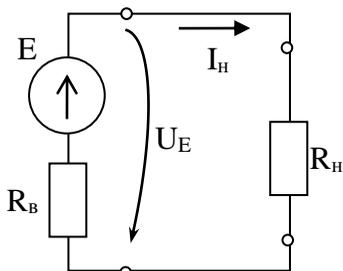


Рис. 1.11

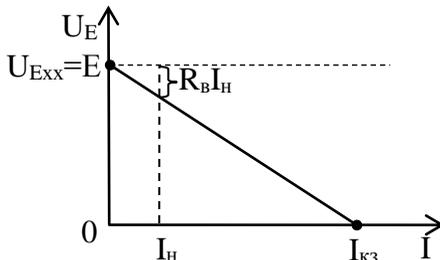
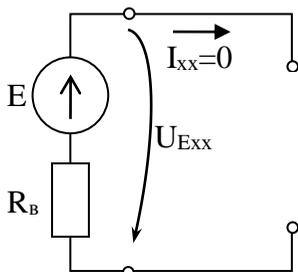
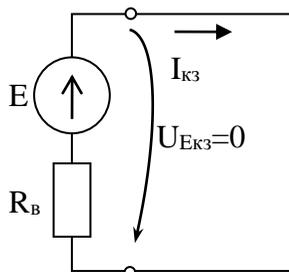


Рис. 1.12

Если зажимы источника разомкнуты (рис. 1.13, а), т.е. нагрузка не подключена ($R_H = \infty$), то источник работает в *режиме холостого хода*. При этом ток в цепи отсутствует $I_{xx} = 0$. Напряжение источника в этом случае равно ЭДС ($U_{E_{xx}} = E$).



а)



б)

Рис.1.13

Если зажимы источника соединены проводником с сопротивлением, равным нулю ($R_H = 0$) (рис. 1.13, б), то источник работа-

ет в *режиме короткого замыкания*. Напряжение источника равно нулю ($U_{\text{Екз}} = 0$). Ток цепи в этом случае $I_{\text{кз}} = \frac{E}{R_{\text{в}}}$.

В схеме рис.1.14 два реальных источника ЭДС включены встречно. Если $E_1 > E_2$, то ток в схеме совпадает по направлению с направлением первого источника ЭДС и его находят по закону Ома для неразветвленной цепи:

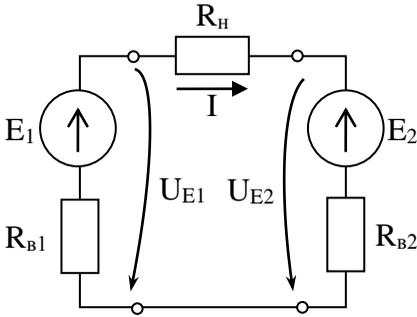


Рис. 1.14

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R + R_{\text{в1}} + R_{\text{в2}}}$$

При этом, первый источник, под действием которого в цепи возникает ток, работает в *режиме генератора*. У него направление ЭДС совпадает по направлению с током схемы. Напряжение на его зажимах равно

$$U_{\text{Е1}} = E_1 - R_{\text{в1}} I.$$

Направление ЭДС E_2 не совпадает по направлению с током схемы. Второй источник работает в *режиме нагрузки* или в *режиме активного приемника* и напряжение на его зажимах

$$U_{\text{Е2}} = E_2 + R_{\text{в2}} I.$$

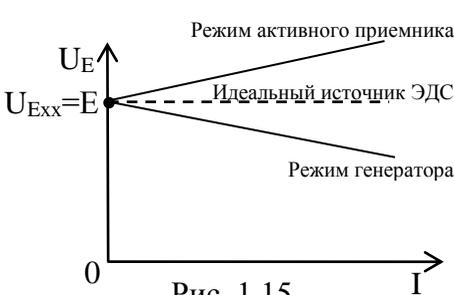


Рис. 1.15

На рис. 1.15 показаны три ВАХ - идеального источника ЭДС ($R_{\text{в}}=0$), реального источника, работающего в режиме генератора и реального источника, работающего в режиме активного приемника.

Потенциальная диаграмма

Потенциальная диаграмма представляет собой график рас-

пределения потенциала вдоль какого-либо участка цепи или замкнутого контура.

При построении потенциальной диаграммы один из узлов схемы принимается в качестве *опорного* и потенциал этого узла считают равным нулю. Сообщить опорному узлу нулевой потенциал можно, заземлив этот узел, при этом токораспределение в схеме не изменится. Относительно опорного узла просчитывают или измеряют потенциалы других точек схемы и в прямоугольной системе координат строят потенциальную диаграмму.

По оси абсцисс в выбранном масштабе сопротивлений mR откладывают сопротивления в том порядке их следования, в каком они встречаются при обходе цепи. По оси ординат в выбранном масштабе для потенциалов $m\phi$ откладывают значения рассчитанных или измеренных потенциалов.

Рассмотрим построение потенциальной диаграммы для первого контура электрической схемы, представленной на рис. 1.10, содержащего два источника ЭДС E_1 и E_3 с внутренними сопротивлениями R_{B1} и R_{B3} . Схема рассматриваемого контура представлена на рис. 1.16.

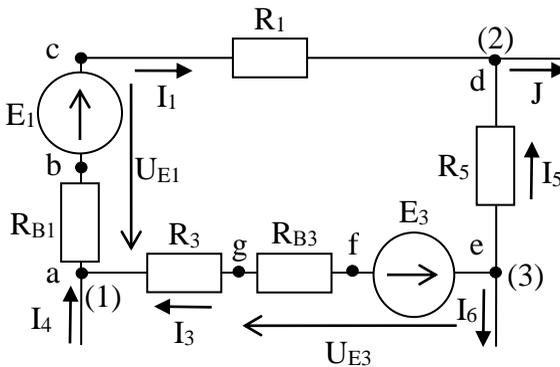


Рис. 1.16

Укажем в контуре точки таким образом, чтобы между двумя соседними был включен только один элемент.

Между точками **a-c** и точками **e-g** включены реальные источники ЭДС с внутренним сопротивлением, представленные на

схеме в виде последовательного соединения идеального источника ЭДС и его внутреннего сопротивления.

Примем потенциал точки **a** равным нулю ($\varphi_a=0$). Потенциал точки **b** больше потенциала точки **a** на величину ЭДС E_1 , так как распределение потенциалов на зажимах источника ЭДС не зависит от тока, протекающего через него, и ЭДС всегда направлена в сторону большего потенциала: $\varphi_b = \varphi_a + E_1$.

Потенциал точки **c** по отношению к потенциалу точки **b** меньше на величину напряжения на внутреннем сопротивлении источника ЭДС R_{B1} , так как ток через него протекает от точки **b** к точке **c**: $\varphi_c = \varphi_b - R_{B1}I_1$.

Потенциал точки **d** по сравнению с потенциалом точки **c** уменьшается на величину напряжения на сопротивлении R_1 , так как ток на этом участке протекает от точки **c** к точке **d**: $\varphi_d = \varphi_c - R_1I_1$.

Аналогично рассчитываем потенциалы остальных точек контура: $\varphi_e = \varphi_d + R_5I_5$, $\varphi_f = \varphi_e - E_3$, $\varphi_g = \varphi_e - R_{B3}I_3$.

Необходимо заметить, что при правильном расчете токов в схеме потенциал точки **a** должен получиться равным нулю: $\varphi_a = \varphi_g - R_3I_3 = 0$.

На рис. 1.17 показана потенциальная диаграмма для рассматриваемого контура. Пользуясь потенциальной диаграммой, можно определить напряжение между двумя любыми точками схемы.

Как видно на потенциальной диаграмме, напряжение на зажимах источника ЭДС E_1 меньше значения его ЭДС на величину напряжения на внутреннем сопротивлении R_{B1} :

$$U_{E1} = \varphi_c - \varphi_a = E_1 - R_{B1}I_1.$$

Такой источник работает в режиме генератора, при этом направление ЭДС и тока ветви, в которую включен источник, совпадают.

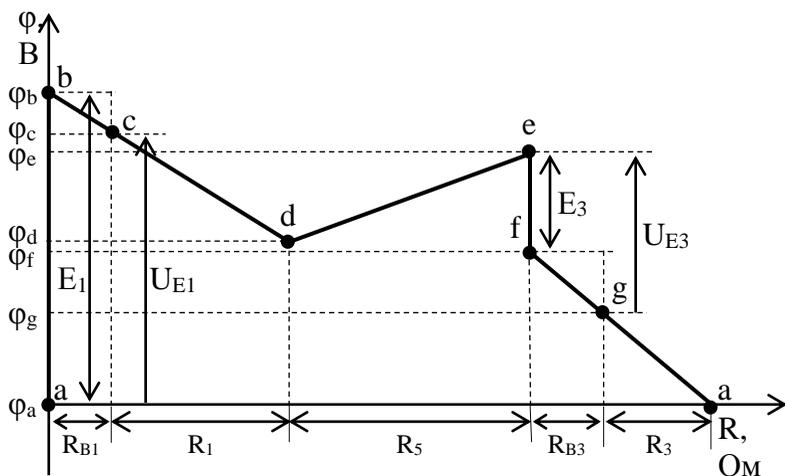


Рис. 1.17

Напряжение на зажимах источника ЭДС E_3 больше значения его ЭДС на величину напряжения на внутреннем сопротивлении R_{B3} : $U_{E3} = \varphi_e - \varphi_g = E_3 + R_{B3} I_3$.

Такой источник работает в режиме потребителя, и в этом случае направление его ЭДС и тока противоположные.

Баланс мощностей

Баланс мощностей является следствием закона сохранения энергии и его записывают следующим образом:

$$\sum_{K=1}^l E_K I_K + \sum_{K=1}^m U_{JK} J_K = \sum_{K=1}^n R_K I_K^2,$$

где $\sum_{K=1}^l E_K I_K$ - мощность, генерируемая источниками ЭДС;

$\sum_{K=1}^m U_{JK} J_K$ - мощность, генерируемая источниками тока;

$\sum_{K=1}^n R_K I_K^2$ - мощность, рассеиваемая в резисторах.

Мощность, рассеиваемая в резисторах, всегда положительна, мощность источников энергии может быть как положительной, так и отрицательной.

Для идеального источника ЭДС (рис. 1.18,а) мощность $P_E=EI$ положительна, если направления ЭДС источника E и тока ветви I совпадают, то есть источник работает в режиме *отдачи энергии* (в генераторном режиме). В противном случае мощность отрицательна, то есть источник работает в режиме *потребления энергии* (в режиме активного приемника).

Для источника тока (рис. 1.18, б) мощность определяют как $P_J=U_J \cdot J=(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot J$.

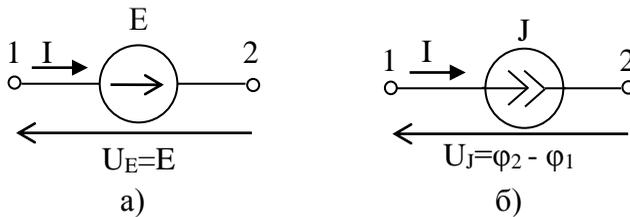


Рис. 1.18

Выполнение баланса мощностей является одним из критериев правильности расчета электрической схемы исследуемой цепи.

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

В работе исследуется электрическая цепь, содержащая два источника ЭДС, схема которой приведена на рис. 1.19.

Источники энергии установлены в блоке лабораторного стенда справа внизу панели.

Резисторы расположены на переносном блоке, который устанавливается в левой части стенда.

Измерительные приборы: стендовый вольтметр М 903; амперметры Э59 $0,25 \pm 1,0$ А – 3 шт.

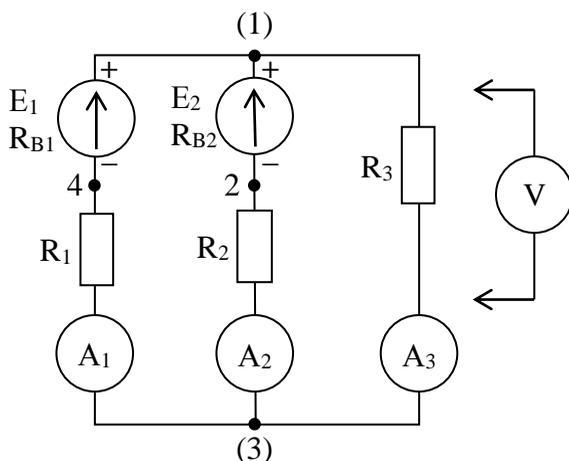


Рис. 1.19

ЗАДАНИЕ НА ПОДГОТОВИТЕЛЬНУЮ РАБОТУ

1. Повторить разделы дисциплины «Теоретические основы электротехники», в которых рассматривают законы Ома и Кирхгофа, методы расчета электрических цепей, основанные на этих законах, построение потенциальных диаграмм и составление баланса мощностей.

2. Ознакомиться с программой работы.

3. Распечатать рабочую тетрадь к лабораторной работе и ознакомиться с ее содержанием.

ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Измерить ЭДС E_1 и E_2 источников, расположенных на лабораторном стенде. Данные измерений занести в табл. 1.1.

Таблица 1.1

$E_1,$ В	$E_2,$ В	$U_{E1},$ В	$U_{E2},$ В	$I_1,$ А	$I_2,$ А	$I_3,$ А	$U_{R1},$ В	$U_{R2},$ В	$U_{R3},$ В

2. Собрать исследуемую электрическую цепь (рис. 1.19). Номиналы сопротивлений $R_1 \div R_3$ согласно варианту указаны в табл. 1.2.

Таблица 1.2

№ вар.	R_1 , Ом	R_2 , Ом	R_3 , Ом	Номер точки $\varphi=0$
1	75	100	150	1
2	150	75	30	2
3	100	160	75	3
4	35	75	100	4
5	35	100	75	4
6	40	75	30	3
7	100	75	35	2
8	35	75	150	1
9	35	100	40	2
10	75	165	35	4
11	150	100	75	1
12	75	165	100	3

3. Измерить токи в ветвях цепи и напряжения на зажимах источников ЭДС и резисторов R_1 , R_2 , R_3 . Данные измерений занести в табл. 1.1.

4. Измерить потенциалы точек схемы относительно точки, потенциал которой принимается равным нулю. Номер точки, потенциал которой принимается за нулевой, указан согласно варианту в табл. 1.2. Данные измерений занести в табл. 1.3.

Таблица 1.3

φ_1 , В	φ_2 , В	φ_3 , В	φ_4 , В

5. По данным табл. 1.3 определить направления токов в резисторах цепи и указать их на схеме лабораторной работы, вычислить напряжения на всех элементах цепи, сравнить их с данными табл. 1.1. Сделать выводы о режимах работы источников.

6. Для цепи лабораторной работы записать законы Кирхгофа и выполнить проверку их выполнения по данным табл. 1.1.

7. Для цепи лабораторной работы составить баланс мощностей и выполнить его проверку по данным измерений.

8. По данным измерений п. 3 рассчитать сопротивления резисторов и внутренние сопротивления источников ЭДС. Данные расчетов занести в табл. 1.4. Расчет выполнить на основании закона Ома для пассивного и активного участков цепи.

Таблица 1.4

$R_{B1},$ Ом	$R_{B2},$ Ом	$R_1,$ Ом	$R_2,$ Ом	$R_3,$ Ом

9. Составить схему замещения исследуемой цепи с учетом измеренных ЭДС и рассчитанных значений внутренних сопротивлений источников энергии и сопротивлений нагрузочных резисторов.

На схеме замещения реальные источники ЭДС показывают в виде последовательного соединения идеального источника и его внутреннего сопротивления (рис. 1.4).

10. Для схемы замещения исследуемой цепи составить систему уравнений по законам Кирхгофа, определить токи в ветвях схемы и сравнить их с измеренными значениями, составить уравнение баланса мощностей и проверить его выполнение.

11. Для контура, содержащего оба источника ЭДС, построить потенциальную диаграмму, используя данные табл. 1.3 и 1.4.

12. Сделать выводы о проделанной работе.

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ, ФОРМУЛЫ И СООТНОШЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

<p>Закон Ома для участка с резистором:</p> <p>для участка цепи с ЭДС:</p> <p>для неразветвленной цепи:</p>	$I = \frac{U_{ab}}{R} = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{R}$ $I = \frac{U_{ab} + \sum E}{\sum R} = \frac{\varphi_a - \varphi_b + \sum E}{\sum R}$ $I = \frac{\sum E_k}{\sum R_k}$
Первый закон Кирхгофа	$\sum_{k=1}^n I_k = 0$
Второй закон Кирхгофа:	$\sum_{k=1}^n R_k I_k = \sum_{k=1}^n E_k$ $\sum_{k=1}^n U_k = 0$
<p>Напряжение на зажимах источника ЭДС:</p> <p>в режиме генератора:</p> <p>в режиме активного приемника:</p>	$U_E = E - R_B I$ $U_E = E + R_B I$
Сопротивление резистора:	$R = \frac{U_R}{I}$
<p>Внутреннее сопротивление источника ЭДС:</p> <p>в режиме генератора:</p> <p>в режиме активного приемника:</p>	$R_B = \frac{E - U_E}{I}$ $R_B = \frac{U_E - E}{I}$
Мощность приемника	$P_R = R_K I_K^2$

Мощность источника ЭДС: идеального: реального: в режиме генератора: в режиме активного приемника:	$P_E = E \cdot I$ $P_E = U_E \cdot I$ $P_G = E \cdot I - R_B I^2$ $P_{II} = E \cdot I + R_B I^2$
Мощность источника тока:	$P_J = U_J \cdot J = (\varphi_2 - \varphi_1) \cdot J$
Уравнение баланса мощностей:	$\sum_{K=1}^l E_K I_K + \sum_{K=1}^m U_{JK} J_K = \sum_{K=1}^n R_K I_K^2$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Схема электрической цепи и ее основные элементы.
2. Закон Ома. Применение закона Ома для определения тока на участке, содержащем источник ЭДС.
3. Законы Кирхгофа.
4. Схемы замещения реальных источников ЭДС и тока. Эквивалентное преобразование реального источника тока в источник ЭДС.
5. Определение токов в ветвях разветвленной электрической схемы путем непосредственного применения законов Кирхгофа.
6. Как в лабораторной работе определялись сопротивления приемников и внутренние сопротивления источников электрической энергии.
7. Определение мощности источников и приемников электрической энергии.
8. Поясните составление уравнения баланса мощностей.
9. Режимы работы источников электрической энергии.
10. Построение потенциальной диаграммы.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Цель работы: экспериментальная проверка принципа наложения; определение параметров эквивалентного активного двух-полюсника опытным путем; определение условий, при которых в нагрузке выделяется максимальная мощность.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Метод наложения

Метод наложения, вытекающий из принципа наложения, справедлив для линейной цепи любой сложности, содержащей несколько источников электрической энергии.

Принцип наложения формулируют следующим образом: ток в « k -той» ветви сложной линейной электрической цепи, содержащей несколько источников электрической энергии, равен алгебраической сумме частичных токов, вызываемых каждым источником энергии в отдельности.

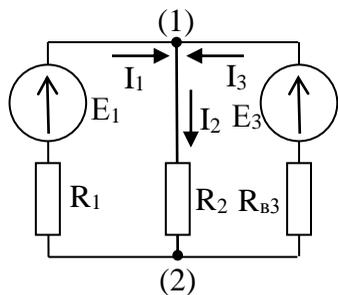


Рис. 2.1

Рассчитаем токи в электрической цепи, схема которой приведена на рис. 2.1, методом наложения. Расчет выполним в следующей последовательности:

1) Определяем частичные токи от действия источника ЭДС E_1 . Для этого составим схему, содержащую только источник ЭДС E_1 . При этом зажимы источника ЭДС E_3 закорачиваем, а его внутреннее сопротивление $R_{в3}$ оставляем в схеме (рис. 2.2). Необходимо заметить, что в схеме с одним источником мы можем сразу правильно показать положительные направления токов во всех ветвях схемы.

Токи в цепи, содержащей один источник ЭДС, удобнее всего определять методом эквивалентных преобразований.

Путем постепенного упрощения схемы находим ее эквивалентное сопротивление относительно зажимов источника ЭДС E_1 , что позволит определить ток I'_1 в неразветвленной части схемы.

Сопротивления второй и третьей ветвей соединены параллельно, поэтому их эквивалентное сопротивление, найденное относительно зажимов 1-2, записываем в виде

$$R'_{12} = \frac{R_{в3} \cdot R_2}{R_2 + R_{в3}}.$$

Сопротивление первой ветви и найденное сопротивление R'_{12} соединены последовательно, поэтому эквивалентное сопротивление относительно зажимов источника ЭДС E_1 находим как $R'_3 = R'_{12} + R_1$.

Ток в неразветвленной части схемы определяем по закону

Ома: $I'_1 = \frac{E_1}{R'_3}$.

Напряжение между узлами 1-2: $U'_{12} = R'_{12} I'_1$.

Тогда по закону Ома определяем токи параллельных ветвей:

$$I'_2 = U'_{12} / R_2 \text{ и } I'_3 = U'_{12} / R_{в3}.$$

2) Определяем частичные токи от действия источника ЭДС E_3 . Расчет этих токов выполняем аналогично расчету токов от действия первого источника. При этом рассматриваем схему, в которой действует только источник E_3 , зажимы источника ЭДС E_1 закорачиваем (рис. 2.3).

Входное сопротивление для определения частичных токов от действия третьего источника ЭДС находим относительно зажимов

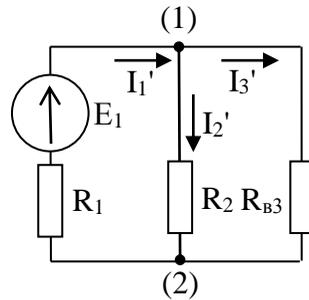


Рис. 2.2

этого источника.

Сопротивления первой и второй ветвей относительно зажимов 1-2 соединены в рассматриваемой схеме параллельно:

$$R_{12}'' = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Входное сопротивление относительно зажимов источника ЭДС находим как последовательное соединение внутреннего сопротивления третьего источника ЭДС и сопротивления R_{12}'' : $R_{\text{в}}'' = R_{12}'' + R_{\text{в}3}$.

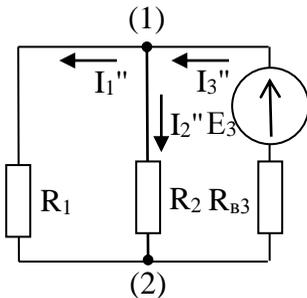


Рис. 2.3

Ток в неразветвленной части цепи:

$$I_3'' = \frac{E_3}{R_{\text{в}}''}.$$

Напряжение между точками 1 и 2:

$$U_{12}'' = R_{12}'' I_3''.$$

Определяем токи параллельных

ветвей: $I_1'' = U_{12}''/R_1$ и $I_2'' = U_{12}''/R_2$.

3) Определяем действительные токи в ветвях схемы путем алгебраического суммирования частичных токов. Причем, частичные токи, направление которых совпадает с выбранным ранее положительным направлением действительных токов, берем в этой сумме со знаком «плюс», а те, которые не совпадают, со знаком «минус»:

$$I_1 = I_1' - I_1'', \quad I_2 = I_2' + I_2'', \quad I_3 = -I_3' + I_3''.$$

Метод эквивалентного генератора

В том случае, когда в электрической цепи требуется определить ток только в одной ветви, применяют *метод эквивалентного генератора*.

Этот метод основан на теореме об активном двухполюснике, согласно которой ветвь с искомым током рассматривают в качестве нагрузки к активному двухполюснику (эквивалентному гене-

ратору), которым заменяют всю остальную часть электрической цепи (рис. 2.4).

Активный двухполюсник представляют либо в виде эквивалентного источника ЭДС, либо в виде эквивалентного источника тока.

Рассмотрим представление активного двухполюсника в виде эквивалентного источника напряжения (рис. 2.5). ЭДС эквивалентного источника $E_{\text{Э}}$ определяем как напряжение холостого хода на разомкнутых зажимах резистора, в котором рассчитываем ток; сопротивление эквивалентного источника ЭДС $R_{\text{Э}}$ находим, как входное сопротивление пассивного двухполюсника относительно тех же разомкнутых зажимов.

Величину искомого тока в схеме рис. 2.5 определяем по закону Ома для неразветвленной цепи:

$$I = \frac{E_{\text{Э}}}{R + R_{\text{Э}}}$$

Последнее выражение представляет собой аналитическую запись теоремы об активном двухполюснике.

Параметры эквивалентного источника $E_{\text{Э}}$ и $R_{\text{Э}}$ могут быть определены как расчетным, так и опытным путем.

Определение параметров активного двухполюсника *опытным путем* выполняют с помощью опытов холостого хода (рис. 2.6) и короткого замыкания (рис. 2.7).

Напряжение на зажимах $a-b$ эквивалентного источника согласно закону Ома для участка цепи с ЭДС:

$$U_{ab} = E_{\text{Э}} - R_{\text{Э}}I$$

Для определения ЭДС эквивалентного источника проводят опыт *холостого хода*, то есть зажимы $a-b$ ветви, относительно которой остальная часть схемы заменяется активным двухполюсни-

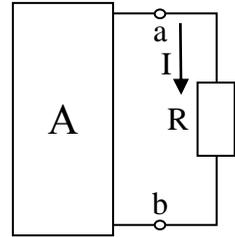


Рис. 2.4

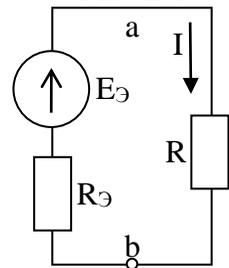


Рис. 2.5

ком, размыкают и измеряют напряжение холостого хода на этих разомкнутых зажимах (рис. 2.6). Так как ток I в цепи рис. 2.6 отсутствует и напряжение на внутреннем сопротивлении $R_{\text{Э}}$ эквивалентного генератора равно нулю, то напряжение на разомкнутых зажимах $a-b$ равно ЭДС $E_{\text{Э}}$ источника:

$$U_{\text{abxx}} = E_{\text{Э}}.$$

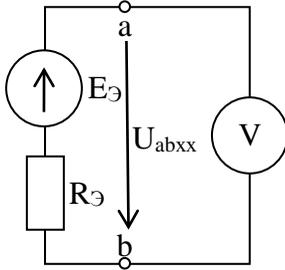


Рис. 2.6

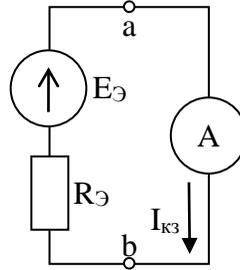


Рис. 2.7

Для определения внутреннего сопротивления эквивалентного источника проводят опыт *короткого замыкания*, при котором напряжение на зажимах эквивалентного источника равно нулю (рис. 2.7). Зажимы $a-b$ ветви замыкают накоротко амперметром и измеряют ток короткого замыкания $I_{\text{кз}}$.

В этом случае

$$U_{\text{ab}} = E_{\text{Э}} - R_{\text{Э}} I_{\text{кз}} = 0, \text{ откуда } R_{\text{Э}} = \frac{E_{\text{Э}}}{I_{\text{кз}}} = \frac{U_{\text{abxx}}}{I_{\text{кз}}}.$$

Аналитическое определение параметров активного двухполюсника. Рассмотрим применение теоремы об активном двухполюснике к расчету тока в одной из ветвей разветвленной электрической цепи, схема которой представлена на рис. 2.8. Определим ток I_1 в первом резисторе.

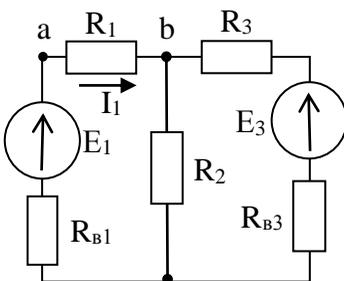


Рис. 2.8

Согласно теореме об активном двухполюснике ток в резисторе R_1 :

$$I_1 = \frac{E_3}{R_1 + R_3}.$$

Далее задачу сводим к определению двух величин: ЭДС эквивалентного генератора E_3 и его внутреннего сопротивления R_3 .

ЭДС эквивалентного источника рассчитываем, как напряжение холостого хода на разомкнутых зажимах **ab**. Для этого размыкаем первую ветвь, исключив из нее резистор R_1 (рис. 2.9).

Для определения ЭДС эквивалентного двухполюсника E_3 , равно- го напряжению холостого хода на разомкнутых зажимах **a-b** рассчитываем токи холостого хода в остальных ветвях схемы рис. 2.9, используя любой из методов расчета.

Для рассматриваемой схемы ток I_{3XX} удобно рассчитываем с помощью закона Ома
$$I_{3XX} = \frac{E_3}{R_2 + R_3 + R_{B3}}.$$

Согласно второму закону Кирхгофа запишем

$$U_{abxx} + R_2 I_{3XX} = E_1, \text{ откуда } U_{abxx} = E_1 - R_2 I_{3XX}.$$

Тогда $E_3 = U_{abxx}$.

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора R_3 находим как входное сопротивление пассивного двухполюсника относительно зажимов **a-b**.

Преобразуем активный двухполюсник (рис. 2.9) в пассивный (рис. 2.10). Для этого зажимы источников ЭДС закорачиваем, а их внутренние сопротивления оставляем в схеме.

Входное сопротивление пассивного двухполюсника

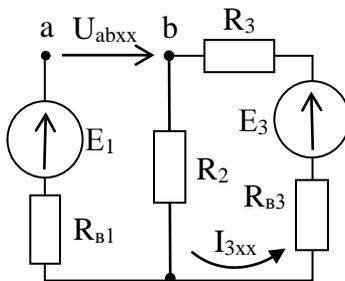


Рис. 2.9

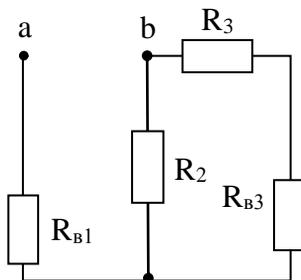


Рис. 2.10

$$R_{\mathcal{E}} = R_{\text{вхвб}} = \frac{R_2 \cdot (R_3 + R_{B3})}{R_2 + R_3 + R_{B3}} + R_{B1}.$$

Искомый ток первого резистора

$$I_1 = \frac{E_{\mathcal{E}}}{R_1 + R_{\mathcal{E}}}.$$

Передача энергии от активного двухполюсника к пассивному

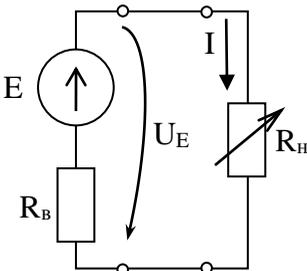


Рис. 2.11

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из источника ЭДС с внутренним сопротивлением R_B и нагрузочного резистора с сопротивлением R_H (рис. 2.11). В схеме ЭДС источника E и его внутреннее сопротивление R_B остаются неизменными, а сопротивление нагрузочного резистора может принимать любые значения.

На практике часто возникает необходимость подбора такого сопротивления нагрузки, при котором при заданных параметрах источника питания (E , R_B) обеспечивается передача максимальной мощности от источника к нагрузке

Мощность, выделяющуюся в нагрузочном резисторе, определяем как

$$P_{R_H} = P_E - P_{R_B} = EI - R_B I^2.$$

На рис. 2.12 построены зависимости $P_E(I)$, $P_{R_H}(I)$.

Установим соотношение между сопротивлениями R_B и R_H , при котором в нагрузке будет выделяться максимальная мощность. Для этого найдем производную от мощности P_{R_H} по току I и приравняем ее к нулю.

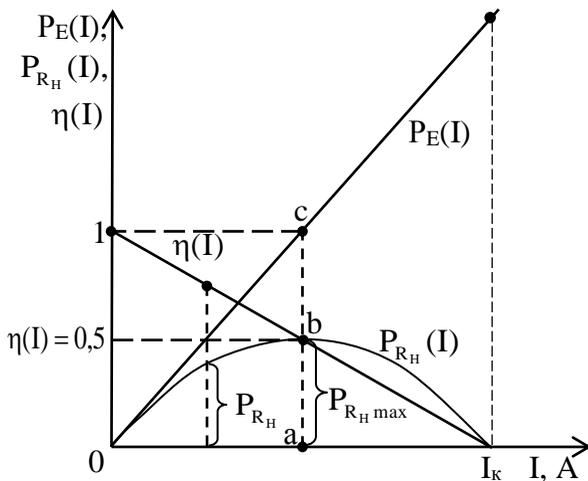


Рис. 2.12

$$\frac{dP_{R_H}}{dI} = E - 2R_B I = 0, \quad \text{откуда } I = \frac{E}{2R_B} - \text{ток, при котором}$$

мощность P_{R_H} максимальна.

Так как согласно закону Ома для неразветвленной цепи

$$I = \frac{E}{R_H + R_B}, \quad \text{то мощность максимальна при } R_B = R_H.$$

Мощность, выделяющаяся в нагрузке:

$$P_{R_H} = R_H I^2.$$

График зависимости мощности от величины нагрузочного сопротивления приведен на рис. 2.13. Эта функция имеет максимальное значение при сопротивлении нагрузки R_H , равном внутреннему сопротивлению источника ЭДС R_B :

$$P_{R_H \max} = \frac{E^2}{4R_B}.$$

Отношение мощности нагрузки к мощности, генерируемой источником ЭДС, называют *коэффициентом полезного действия*

(КПД). На рис. 2.12 приведена зависимость КПД от тока нагрузки.

$$\eta = \frac{P_{R_H}}{P_E} = \frac{EI - R_B I^2}{EI} = 1 - \frac{R_B I}{E} = 1 - \frac{R_B}{R_B + R_H} = \frac{R_H}{R_B + R_H}.$$

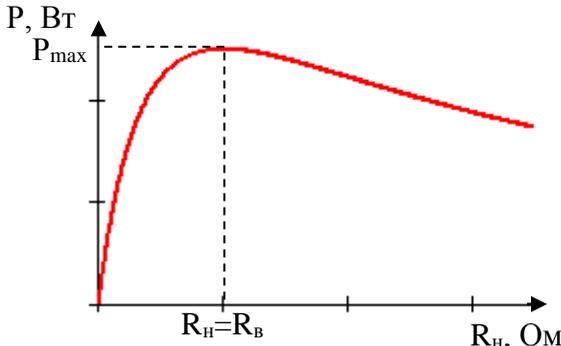


Рис. 2.13

Откуда следует, что при $R_B = R_H$ коэффициент полезного действия η равен 0,5 (рис. 2.12) и более высокие его значения будут при $R_H > R_B$.

Режим, при котором $R_B = R_H$, называют *режимом согласованной нагрузки* и его применяют в основном в линиях связи, где важно не значение КПД, а устойчивый прием сигнала, т.е. наибольшее значение мощности. Чтобы добиться большего значения мощности необходимо выполнение условия: $R_H \gg R_B$.

В линиях электропередачи значение коэффициента полезного действия выбирают возможно большим, тогда передаваемая мощность уменьшается.

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

В работе исследуется электрическая цепь с двумя источниками питания (рис. 2.14). Источники ЭДС E_1 и E_2 установлены в блоке лабораторного стенда справа внизу панели. Переключатели Π_1 и Π_2 находятся в правой верхней части панели. Резисторы уста-

новлены в съемных блоках лабораторного стенда и устанавливаются в левой части панели. Параметры элементов электрической цепи такие же, как в лабораторной работе № 1.

Измерительные приборы: амперметры типа Э59А с пределом измерения $0,25 \div 1,0$ А - 3 шт.; стендовый вольтметр М903.

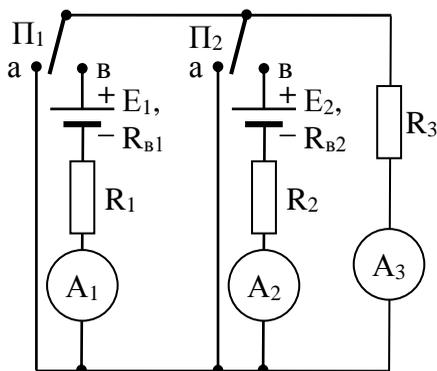


Рис. 2.14

ЗАДАНИЕ НА ПОДГОТОВИТЕЛЬНУЮ РАБОТУ

1. Повторить разделы дисциплины «Теоретические основы электротехники», в которых рассматриваются принцип и метод наложения, метод эквивалентного генератора, условия передачи максимальной мощности в нагрузку.

2. Ознакомиться с программой работы.

3. Распечатать рабочую тетрадь к лабораторной работе и ознакомиться с ее содержанием.

4. Произвести расчет токов в ветвях схемы замещения лабораторной работы № 1 методом наложения.

Значения ЭДС источников, их внутренних сопротивлений и сопротивлений резисторов взять из данных лабораторной работы № 1.

Результаты расчетов занести в табл. 2.1 и сравнить полученные величины действительных токов со значениями токов, полученных из расчета токов в ветвях схемы замещения лабораторной

работы № 1.

Таблица 2.1

I_1' , А	I_2' , А	I_3' , А	I_1'' , А	I_2'' , А	I_3'' , А	I_1 , А	I_2 , А	I_3 , А	Примечание
									Расчет
									Эксперимент

5. Методом эквивалентного генератора рассчитать ток в одной из ветвей цепи, номер которой, согласно варианту, указан в табл. 2.2. Результаты расчетов занести в табл. 2.3.

Таблица 2.2

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Номер сопротивления	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3

Таблица 2.3

U_{XX} , В	I_{K3} , А	$R_{Э}$, Ом	I , А	Примечание
				Расчет
				Эксперимент

Определить, при каком значении сопротивления в этой ветви будет выделяться максимальная мощность.

ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Собрать цепь лабораторной установки (рис. 2.14). Величины сопротивлений указаны в лабораторной работе № 1.

2. Измерить частичные токи от действия ЭДС первого источника, для чего поставить переключатель Π_1 в положение «в», а переключатель Π_2 - в положение «а». Данные измерений занести в табл. 2.1.

3. Измерить частичные токи от действия ЭДС второго источника, для чего необходимо поменять позиции переключателей, то есть поставить переключатель Π_1 в положение «а», а переключатель Π_2 - в положение «в». Данные измерений занести в табл. 2.1.

4. Сравнить полученные в результате расчета и эксперимента значения частичных токов в ветвях цепи.

5. Вычислить действительные токи ветвей, используя значения измеренных частичных токов из табл. 2.1 (строка «эксперимент»). Полученные значения занести в табл. 2.1 и сравнить их с вычисленными значениями и измеренными в лабораторной работе № 1.

6. Определить ток в ветви с сопротивлением, номер которого указан в табл. 2.2, методом эквивалентного генератора. Для этого необходимо заменить сопротивление рассматриваемой ветви ключом B_1 , установленным в блоке сопротивлений лабораторного стенда, и измерить:

а) при разомкнутом ключе B_1 напряжение холостого хода U_{xx} ;

б) при замкнутом ключе B_1 ток короткого замыкания $I_{кз}$.
Результаты измерений занести в табл. 2.3.

7. По результатам измерений п. 7 рассчитать внутреннее сопротивление эквивалентного двухполюсника и ток в рассматриваемой ветви. Результаты расчета занести в табл. 2.3. Сравнить полученное значение тока с его измеренным ранее значением.

8. Заменить сопротивление, номер которого указан в табл. 2.2, регулируемым реостатом. Изменяя сопротивление регулируемого реостата от 0 до 200 Ом, измерить ток и напряжение на его зажимах. Одно из измерений провести для такого значения сопротивления реостата, при котором его ток будет равен половине тока короткого замыкания, измеренного в п. 7. Результаты измерений занести в табл. 2.4.

9. По данным табл. 2.4 вычислить значения сопротивления регулируемого реостата R_p и выделяемой в нем мощности P_p . Результаты расчета занести в табл. 2.4.

Построить зависимость мощности, выделяемой в реостате от величины его сопротивления. Определить, при каком значении сопротивления регулируемого реостата эта мощность достигает максимального значения.

10. Сделать выводы о проделанной работе в соответствии с поставленной целью.

Таблица 2.4

№ опыта	I_p, A	U_p, B	$R_p, Ом$	$P_p, Вт$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				

**ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ,
ФОРМУЛЫ И СООТНОШЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ
В ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ**

Эквивалентное сопротивление двух параллельно включенных резисторов	$R_{\text{парал}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$
Эквивалентное сопротивление двух последовательно включенных резисторов	$R_{\text{послед}} = R_1 + R_2$
Напряжение на параллельных ветвях	$U_{\text{парал}} = R_{\text{парал}} I_{\text{вх}}$
Ток в одной из параллельных ветвей:	$I_{\text{ветви}} = U_{\text{парал}} / R_{\text{ветви}}$
По методу наложения величина действительного тока k-той ветви	$I_k = \pm I'_k \pm I''_k \pm \dots$
Параметры эквивалентного генератора: эквивалентная ЭДС внутреннее сопротивление эквивалентного источника:	$E_{\text{Э}} = U_{\text{abxx}}$ $R_{\text{Э}} = R_{\text{вх участка}}$ ИЛИ $R_{\text{Э}} = \frac{E_{\text{Э}}}{I_{\text{КЗ}}} = \frac{U_{\text{abxx}}}{I_{\text{КЗ}}}$

ток в резисторе R_H :	$I_H = \frac{E_{\mathcal{E}}}{R_H + R_{\mathcal{E}}}$
напряжение на зажимах эквивалентного источника:	$U_{ab} = E_{\mathcal{E}} - R_{\mathcal{E}}I$
Условие передачи максимальной мощности (условие согласования)	$R_B = R_H$
Максимальная выделяемая мощность	$P_{R_H \max} = \frac{E^2}{4R_B}$
КПД источника энергии	$\eta = \frac{P_{R_H}}{P_E} \text{ или}$ $\eta = \frac{R_H}{R_B + R_H}$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте принцип наложения и поясните алгоритм расчета токов в цепях с несколькими источниками электрической энергии методом наложения.

2. Объясните по схеме лабораторной установки как опытным путем проверить принцип наложения.

3. Объясните расхождение между расчетными значениями токов и полученными опытным путем.

4. Определение параметров активного двухполюсника опытным и аналитическим путем.

5. Условие выделения максимальной мощности в нагрузочном сопротивлении. Как рассчитать сопротивление нагрузочного резистора, при котором КПД будет иметь максимальное значение.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Цель работы: экспериментальное определение параметров пассивных элементов электрической цепи; исследование свойств электрической цепи с последовательным соединением элементов R, L, C; получение навыков построения векторных диаграмм по опытным данным.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Синусоидальный ток. Основные понятия

Синусоидальными называют ток и напряжение, изменяющиеся во времени по синусоидальному закону.

Мгновенные значения синусоидальных тока и напряжения записывают как

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i), \quad u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u),$$

где I_m , U_m – максимальные значения тока и напряжения, которые называют *амплитудами*;

$(\omega t + \psi)$ – аргумент синусоидальной функции, который называют *фазой* колебаний. Фаза показывает стадию колебания в данный момент *времени* t ;

ω [рад/с] – *угловая частота*, которую определяют как

$$\omega = 2\pi f = 2\pi/T,$$

где f [Гц] – *линейная частота*, равная числу колебаний за 1 с;

T [с] – *период* колебаний – это время, за которое совершается одно полное колебание. *Началом периода* называют момент времени, в который синусоидальная величина равна нулю и переходит от отрицательных значений к положительным.

ψ_i , ψ_u – *начальные фазы* тока и напряжения – это величины, определяющие значения тока и напряжения в момент $t=0$.

На рис. 3.1 показаны *временные диаграммы* мгновенных значений тока и напряжения одинаковой частоты.

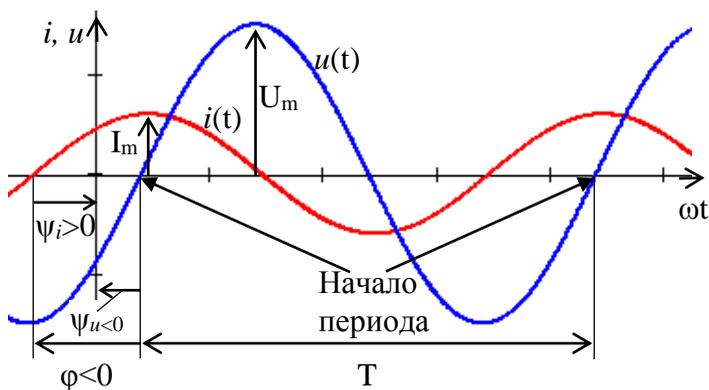


Рис. 3.1

Начальные фазы отсчитывают от начала периода синусоиды до начала координат. Начальная фаза может быть положительной, отрицательной и равной нулю. При $\psi > 0$ начало синусоиды сдвинуто влево относительно начала координат (как $i(t)$ на рис. 3.1), при $\psi < 0$ – вправо (как $u(t)$ на рис. 3.1), а при $\psi = 0$ синусоида имеет начало в начале координат.

Разность начальных фаз напряжения и тока называют *углом сдвига фаз*: $\varphi = \psi_u - \psi_i$. Если $\varphi > 0$, то ток отстает по фазе от напряжения; если $\varphi < 0$, то ток опережает напряжение по фазе (рис. 3.1); при значении угла сдвига фаз $\varphi = 0$, ток совпадает по фазе с напряжением.

Среднее и действующее значения синусоидального тока

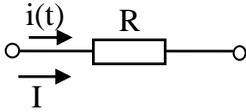
Под *средним* значением величины, изменяющейся по синусоидальному закону, понимают среднее значение этой величины за половину ее периода. Так, среднее значение синусоидального тока

$$I_{cp} = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} I_m \sin(\omega t) dt = \frac{2}{\pi} I_m.$$

Аналогично, среднее значение синусоидального напряжения и ЭДС:

$$\boxed{U_{\text{cp}} = \frac{2}{\pi} U_m, \quad E_{\text{cp}} = \frac{2}{\pi} E_m.}$$

Обычно о величине периодических ЭДС, напряжений и токов судят по их средним квадратичным значениям за период, которые называют *действующими значениями* ЭДС, напряжения или тока и обозначают, соответственно, как E , U , I .



Под действующим значением синусоидального тока $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$, понимают такой постоянный ток I , который при протекании через резистор с сопротивлением R выделяет такое же количество тепла, что и синусоидальный ток за время, равное одному периоду синусоидального тока:

$$RI^2 = \frac{1}{T} \int_0^T Ri(t) dt.$$

Откуда

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2(\omega t) dt} = \sqrt{\frac{I_m^2}{T} \int_0^T \frac{(1 - \cos 2\omega t) dt}{2}} = \\ &= \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} \left(\int_0^T dt - \int_0^T \cos 2\omega t dt \right)} = \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} (T - 0)} = \sqrt{\frac{I_m^2}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

Действующие значения ЭДС и напряжения определяют аналогичными соотношениями:

$$\boxed{E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}}, \quad \boxed{U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}}.$$

Большинство систем измерительных приборов измеряют действующие значения токов и напряжений, поэтому расчеты в цепях синусоидального тока чаще всего выполняют по действующим значениям.

Представление синусоидальных токов и напряжений векторами. Комплексные токи и напряжения

Синусоидальные ЭДС, напряжения и токи, изменяющиеся с частотой ω изображают векторами, вращающимися с угловой скоростью, равной ω . Причем длины векторов пропорциональны амплитудам ЭДС, напряжения или тока.

На рис. 3.2 изображены две синусоидальные ЭДС $e_1(t) = E_{1m} \sin(\omega t + \psi_1)$, $e_2(t) = E_{2m} \sin(\omega t + \psi_2)$ в виде векторов в момент времени $t=0$.

Начальные фазы этих ЭДС откладывают от горизонтальной оси (+1) против часовой стрелки, если они положительны, и по часовой стрелке, если они отрицательны. Длины векторов равны амплитудным значениям, отложенным в соответствии с масштабом.

Найдем ЭДС $e(t)$, равную сумме ЭДС $e_1(t)$ и $e_2(t)$. Тогда эту ЭДС $e(t)$ изобразим вращающимся вектором, равным геометрической сумме векторов, изображающих ЭДС $e_1(t)$ и $e_2(t)$.

В любой момент времени взаимное расположение этих вращающихся векторов остается неизменным, поэтому достаточно построить вектора в момент времени, равный нулю, и все операции выполнять над ними.

Совокупность векторов, характеризующих процессы, происходящие в той или иной цепи синусоидального тока, и построенных с соблюдением правильной ориентации их друг относительно друга для момента времени равного нулю, называют *векторной диаграммой*.

Часто при расчетах используют действующие значения синусоидальных функций, которые в $\sqrt{2}$ раз меньше их амплитуд, в этих случаях целесообразно на векторной диаграмме длину векторов выбирать равной, в избранном масштабе, действующим значениям ЭДС, напряжений или токов.

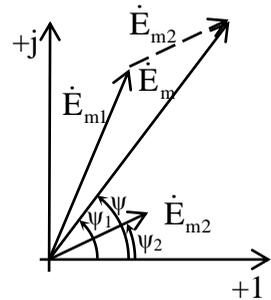


Рис. 3.2

На рис. 3.3 изображена векторная диаграмма напряжения и тока, причем ток отстает от напряжения на угол φ , который на векторной диаграмме всегда показывают стрелкой, направленной от вектора тока к вектору напряжения.

Синусоидальную функцию $a = A_m \sin(\omega t + \psi)$ изображают вектором на комплексной плоскости (рис. 3.4) или записывают в виде комплексного числа в показательной форме

$$\dot{A} = \frac{A_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi},$$

где модуль комплексного числа равен действующему значению синусоидальной функции:

$$A = \frac{A_m}{\sqrt{2}}.$$

На векторной диаграмме A соответствует длине вектора в выбранном масштабе напряжений.

ψ – аргумент комплексного числа, соответствующий начальной фазе синусоидальной функции, которую на комплексной плоскости откладывают от положительного направления оси действительных чисел (+1);

$j = \sqrt{-1}$ - мнимое число.

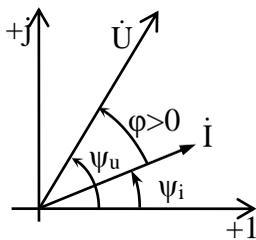


Рис. 3.3

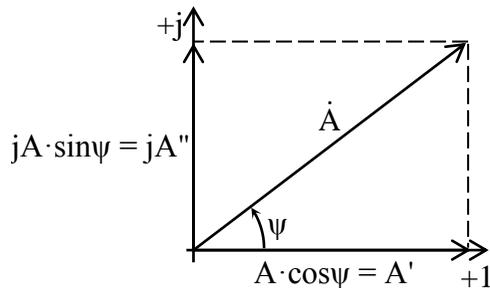


Рис. 3.4

Комплексное число в соответствии с формулой Эйлера записывают также в тригонометрической и алгебраической формах записи:

$$\dot{A} = Ae^{j\psi} = A \cdot \cos\psi + jA \cdot \sin\psi = A' + jA'',$$

где $A' = A \cdot \cos\psi$ - действительная часть комплексного числа;

$A'' = A \cdot \sin\psi$ - мнимая часть комплексного числа.

Для обратного перехода от алгебраической к показательной форме записи находят модуль этого комплексного числа с помощью теоремы Пифагора (рис. 3.4) и аргумент путем определения тангенса соответствующего угла:

$$A = \sqrt{(A')^2 + (A'')^2}, \quad \psi = \arctg \frac{A''}{A'}.$$

Все формы записи комплексной величины и связь между ними можно представить:

$$\begin{aligned} \dot{A} &= Ae^{j\psi} = A \cdot \cos\psi + jA \cdot \sin\psi = \\ &= A' + jA'' = \sqrt{(A')^2 + (A'')^2} e^{j \arctg \frac{A''}{A'}}. \end{aligned}$$

Если вектор лежит во второй или третьей четвертях, т.е. действительная часть комплексного числа отрицательная, то при определении начальной фазы прибавляют или отнимают 180° :

$$\psi = \arctg \frac{(\pm)A''}{(-)A'} \pm 180^\circ.$$

Действия с комплексными числами

Пусть мы имеем два комплексных числа, записанных в показательной и алгебраической формах:

$$\dot{A} = Ae^{j\alpha} = A' + jA'' \quad \text{и} \quad \dot{B} = Be^{j\beta} = B' + jB''.$$

Алгебраическое сложение комплексных чисел выполняют при записи их в алгебраической форме, при этом суммируют отдельно действительные части комплексных величин, отдельно - мнимые:

$$\dot{A} \pm \dot{B} = (A' + jA'') \pm (B' + jB'') = (A' \pm B') + j(A'' \pm B'').$$

Умножение действительного числа a на комплексную величину выполняют, как в показательной, так и в алгебраической

формах записи:

$$a \cdot \dot{A} = a \cdot Ae^{j\alpha} \quad \text{или} \quad a \cdot \dot{A} = a \cdot (A' + jA'') = a \cdot A' + ja \cdot A''.$$

Умножение комплексных чисел выполняют в показательной форме записи, при этом модуль нового комплексного числа получают путем перемножения модулей комплексных величин, а аргумент – путем сложения фаз:

$$\dot{A} \cdot \dot{B} = Ae^{j\alpha} \cdot Be^{j\beta} = AB \cdot e^{j(\alpha+\beta)}.$$

Реже *перемножение* комплексных чисел выполняют при их записи в алгебраической форме. При этом необходимо помнить, что мнимое число $j = \sqrt{-1}$, а $j^2 = -1$:

$$\begin{aligned} \dot{A} \cdot \dot{B} &= (A' + jA'') \cdot (B' + jB'') = \\ &= A' \cdot B' + jA'' \cdot B' + jA' \cdot B'' + j^2 A'' \cdot B'' = \\ &= A' \cdot B' + jA'' \cdot B' + jA' \cdot B'' - A'' \cdot B'' = \\ &= (A' \cdot B' - A'' \cdot B'') + j(A' \cdot B'' + A'' \cdot B'). \end{aligned}$$

Деление комплексных величин выполняют в показательной форме записи. Для получения модуля новой комплексной величины модуль числителя делят на модуль знаменателя, а для получения аргумента из фазы числителя вычитают фазу знаменателя:

$$\dot{A} / \dot{B} = Ae^{j\alpha} / Be^{j\beta} = A/B \cdot e^{j(\alpha-\beta)}.$$

Иногда *деление* выполняют при записи в алгебраической форме. При этом избавляются от иррациональности в знаменателе, помножив числитель и знаменатель дроби на число, комплексно сопряженное знаменателю:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{A}}{\dot{B}} &= \frac{(A' + jA'')}{(B' + jB'')} = \frac{(A' + jA'')}{(B' + jB'')} \cdot \frac{(B' - jB'')}{(B' - jB'')} = \\ &= \frac{(A'B' + A''B'') + j(-A'B'' + A''B')}{(B')^2 - (jB'')^2} = \\ &= \frac{(A'B' + A''B'')}{(B')^2 + (B'')^2} + j \frac{(-A'B'' + A''B')}{(B')^2 + (B'')^2}. \end{aligned}$$

Возведение в степень n выполняют в показательной форме,

для этого модуль комплексного числа возводят в соответствующую степень, а показатель просто умножают на n :

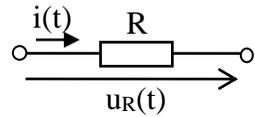
$$(\dot{A})^n = (Ae^{j\psi})^n = A^n e^{jn\psi}.$$

Извлечение корня n -ой степени равносильно возведению в степень $1/n$:

$$\sqrt[n]{\dot{A}} = (\dot{A})^{1/n} = (Ae^{j\psi})^{1/n} = \sqrt[n]{A} e^{j\frac{\psi}{n}}.$$

Линейные элементы R , L , C в цепи синусоидального тока

Резистивный элемент как элемент схемы соответствует элементу цепи – резистору с сопротивлением R , если последний идеализирован, то есть этот элемент учитывает необратимые потери электрической энергии и пренебрегает энергиями электрического и магнитного полей.



При синусоидальном токе, протекающем по резистивному элементу $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$, напряжение на его зажимах и ток связаны законом Ома:

$$u_R(t) = R i(t) = R I_m \sin(\omega t + \psi_i) = U_{Rm} \sin(\omega t + \psi_u).$$

Амплитудные и действующие значения тока и напряжения на резистивном элементе также связаны законом Ома:

$$U_{Rm} = R I_m, \quad U_R = R I.$$

Из полученного выражения для мгновенного значения напряжения видно, что начальные фазы напряжения и тока одинаковы, то есть **напряжение и ток резистивного элемента совпадают по фазе**

$$\Phi_R = \psi_u - \psi_i = 0.$$

На рис. 3.5, а представлены временные диаграммы тока и напряжения. При построении временных диаграмм начальная фаза тока принята положительной, $\psi_i > 0$.

При замене синусоидальной функции времени $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ ее комплексной величиной закон Ома в комплексной форме записывают следующим образом:

$$\dot{U}_{Rm} = R\dot{I}_m = R\dot{I}_m e^{j\psi_i},$$

где \dot{U}_{Rm} , \dot{I}_m - комплексные амплитуды.

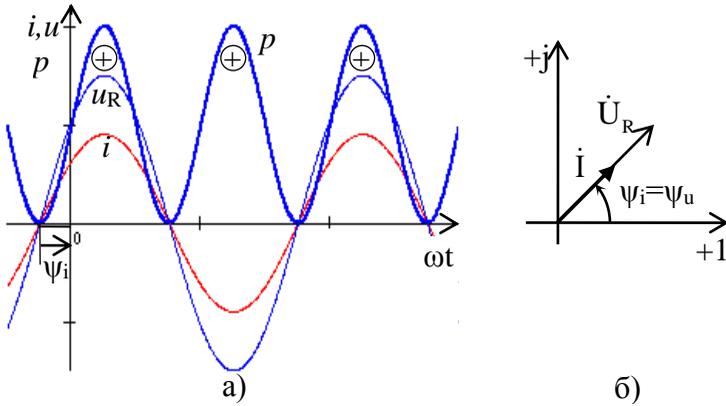


Рис. 3.5

Закон Ома для действующих комплексных величин

$$\dot{U}_R = R\dot{I} = R\dot{I}e^{j\psi_i},$$

здесь $R = Re^{j0}$ - активное сопротивление - сопротивление резистора в комплексной форме записи.

На рис. 3.5, б представлены векторы, изображающие синусоидальные функции времени на комплексной плоскости.

Мгновенная мощность резистивного элемента

$$\begin{aligned} p(t) &= u_R \cdot i = U_{Rm} \sin(\omega t + \psi_u) \cdot I_m \sin(\omega t + \psi_i) = \\ &= U_{Rm} I_m \sin^2(\omega t + \psi_i) = U_{Rm} I_m \frac{1 - \cos 2(\omega t + \psi_i)}{2} = \\ &= U_R I - U_R I \cos 2(\omega t + \psi_i). \end{aligned}$$

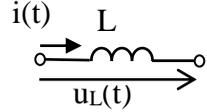
Временная диаграмма мгновенной мощности представлена на рис. 3.5, а. Из графика хорошо видно, что в каждый момент времени значения мгновенной мощности резистора положительны. Это означает, что электрическая энергия направлена от генератора к потребителю, т.е вся энергия, поступающая в резистивный элемент, расходуется в нем и не возвращается генератору.

Среднее значение мгновенной мощности за время, равное периоду синусоидального тока, называют *активной мощностью*:

$$P[\text{Вт}] = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = U_R I = RI^2.$$

Активная мощность характеризует ту часть электрической энергии, которая преобразуется в другие виды энергии, т.е. выполняет полезную работу.

Индуктивный элемент - идеальная индуктивная катушка с индуктивностью L , которая учитывает энергию магнитного поля $\frac{Li^2}{2}$ и явление



самоиндукции. В этом случае пренебрегают потерями электромагнитной энергии и наличием энергии электрического поля.

Напряжение на зажимах индуктивного элемента при протекании синусоидального тока $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ определяют как:

$$u_L(t) = -e_L(t) = L \frac{di}{dt} = L \frac{d[I_m \sin(\omega t + \psi_i)]}{dt} = \omega L \cdot I_m \cos(\omega t + \psi_i) = \\ = X_L I_m \sin(\omega t + \psi_i + \pi/2) = U_{Lm} \sin(\omega t + \psi_u),$$

где $X_L = \omega L$ - *реактивное индуктивное* сопротивление синусоидальному току;

$U_{Lm} = X_L \cdot I_m$ - амплитудное значение напряжения на индуктивном элементе;

$\psi_u = \psi_i + \pi/2$ - начальная фаза напряжения, то есть **напряжение на индуктивном элементе опережает свой ток на четверть периода или $\pi/2$ радиан**:

$$\phi_L = \psi_u - \psi_i = \pi/2.$$

На рис. 3.6, а представлена временная диаграмма тока и напряжения индуктивного элемента.

При переходе к действующим значениям:

$$U_L = X_L I.$$

В комплексной форме записи:

$$\dot{U}_{Lm} = \omega L I_m e^{j(\psi_i + \pi/2)} = \omega L I_m e^{j\psi_i} e^{j\pi/2} = j\omega L \dot{I}_m = jX_L \dot{I}_m.$$

Закон Ома для действующих комплексных значений:

$$\dot{U}_L = j\omega L \cdot \dot{I} = jX_L \dot{I},$$

здесь $j\omega L = jX_L = X_L e^{j90^\circ}$ – реактивное индуктивное сопротивление в комплексной форме записи.

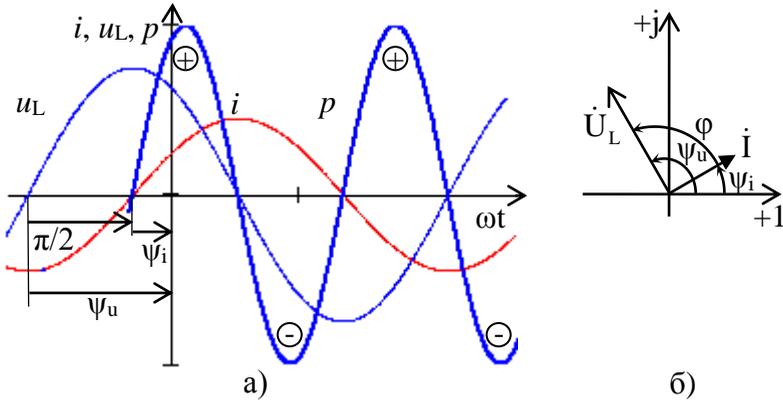


Рис. 3.6

На рис. 3.6, б показана векторная диаграмма для действующих комплексных значений тока и напряжения. Угол сдвига фаз φ на векторной диаграмме показывают стрелкой, направленной от вектора тока к вектору напряжения.

Мгновенная мощность индуктивного элемента:

$$\begin{aligned} p(t) &= i(t)u_L(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i) U_{Lm} \sin(\omega t + \psi_u) = \\ &= I_m \sin(\omega t + \psi_i) U_{Lm} \cos(\omega t + \psi_i) = I_m U_{Lm} \frac{\sin 2(\omega t + \psi_i)}{2} = \\ &= IU_L \sin 2(\omega t + \psi_i). \end{aligned}$$

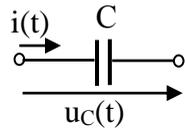
Как видно из полученного выражения, мгновенная мощность изменяется по синусоидальному закону с частотой в два раза больше, чем частота тока. График мгновенной мощности для индуктивного элемента представлен на рис. 3.6, а.

Среднее значение мгновенной мощности за период равно нулю. В те промежутки времени, когда значение мгновенного тока увеличивается, мощность имеет положительное значение – энергия передается от генератора к индуктивному элементу и накаплива-

ется в нем. Когда же мгновенный ток уменьшается, мощность имеет отрицательное значение - энергия возвращается от индуктивного элемента к генератору.

Для того чтобы количественно охарактеризовать обменные процессы магнитной энергией между источником и индуктивным элементом, вводят понятие *реактивной индуктивной мощности*, величину которой принимают равной амплитудному значению мгновенной мощности: $Q_L[\text{ВАр}] = U_L I = X_L I^2$.

Емкостный элемент - идеальный конденсатор с емкостью C , который учитывает только энергию электрического поля $\frac{Cu^2}{2}$, пренебрегая при этом необратимым расходом энергии в диэлектрике и наличием энергии магнитного поля.



Ток ветви с конденсатором определяют как:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt},$$

отсюда

$$\begin{aligned} u_C &= \frac{1}{C} \int i(t) dt = \frac{1}{C} \int I_m \sin(\omega t + \psi_i) dt = -\frac{I_m}{\omega C} \cos(\omega t + \psi_i) = \\ &= \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t + \psi_i - \pi/2) = U_{Cm} \sin(\omega t + \psi_u). \end{aligned}$$

В приведенных выражениях:

$$U_{Cm} = \frac{1}{\omega C} I_m = X_C I_m - \text{амплитудное значение напряжения}$$

конденсатора;

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

- *реактивное емкостное сопротивление*

синусоидальному току;

$\psi_u = (\psi_i - \pi/2)$ - начальная фаза напряжения, то есть **напряжение на емкостном элементе отстает от своего тока на четверть периода или на $\pi/2$ радиан**:

$$\varphi_C = \psi_u - \psi_i = -\pi/2.$$

Для действующих значений: $U_C = \frac{1}{\omega C} I = X_C I$.

В комплексной форме записи:

$$\dot{U}_C = \frac{1}{\omega C} I e^{j(\psi_i - 90^\circ)} = \frac{1}{\omega C} I e^{j\psi_i} e^{-j90^\circ} = -j \frac{1}{\omega C} I e^{j\psi_i} = -j X_C \dot{I}.$$

Закон Ома для действующих комплексных значений

$$\dot{U}_C = \frac{-j}{\omega C} \cdot \dot{I} = -j X_C \dot{I},$$

где $-j \frac{1}{\omega C} = -j X_C = X_C e^{-j90^\circ}$ — реактивное емкостное сопротивление в комплексной форме записи.

На рис. 3.7, а и б представлены временная и векторная диаграммы тока и напряжения емкостного элемента.

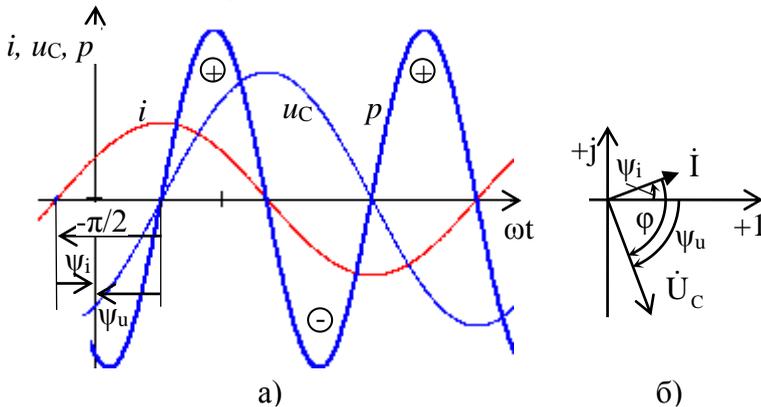


Рис. 3.7

Мгновенная мощность емкостного элемента:

$$\begin{aligned} p(t) &= i(t)u_C(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i) U_{Cm} \sin(\omega t + \psi_u) = \\ &= -I_m \sin(\omega t + \psi_i) U_{Cm} \cos(\omega t + \psi_i) = \\ &= -I_m U_{Cm} \frac{\sin 2(\omega t + \psi_i)}{2} = -I U_C \sin 2(\omega t + \psi_i). \end{aligned}$$

Временная диаграмма мгновенной мощности построена на

рис. 3.7, а. Из графика мгновенной мощности следует, что среднее значение мощности за период также, как и у индуктивного элемента, равно нулю. В те промежутки времени, когда напряжение на емкостном элементе увеличивается, конденсатор заряжается, то есть энергия поступает от генератора к элементу (мощность положительна). В те промежутки времени, когда напряжение уменьшается, емкостный элемент возвращает генератору накопленную энергию (мощность отрицательна).

Для того чтобы количественно охарактеризовать эти обменные процессы, вводят понятие *реактивной емкостной* мощности, величину которой принимают равной амплитудному значению мгновенной мощности: $-Q_C[\text{ВАр}] = -U_C I = -X_C I^2$.

Как видно из временных диаграмм (рис. 3.6 и 3.7), в каждый момент времени индуктивная и емкостная мгновенные мощности находятся в противофазе. При расчете суммарной реактивной мощности значение индуктивной реактивной мощности берут положительным, а емкостной реактивной мощности - отрицательным.

Последовательное соединение идеальных элементов R, L, C

Пусть в цепи, состоящей из последовательно соединенных элементов R, L, C (рис. 3.8), известен ток $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ и необходимо определить напряжение на ее зажимах.

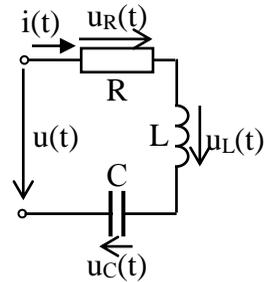


Рис. 3.8

Запишем для цепи уравнение по второму закону Кирхгофа для мгновенных значений напряжений:

$$u(t) = u_R + u_L + u_C = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt.$$

Сумме синусоидальных напряжений соответствует сумма изображающих их комплексных величин. Для действующих комплексных значений:

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C,$$

где комплексные напряжения на элементах цепи определяют согласно закону Ома:

$$\dot{U}_R = R\dot{I}, \quad \dot{U}_L = j\omega L \cdot \dot{I} = jX_L \cdot \dot{I}, \quad \dot{U}_C = (-j\frac{1}{\omega C})\dot{I} = (-jX_C) \cdot \dot{I}.$$

Тогда
$$\dot{U} = R\dot{I} + jX_L \cdot \dot{I} + (-jX_C)\dot{I} = [R + j(X_L - X_C)] \cdot \dot{I} = Z\dot{I},$$

где Z – комплексное сопротивление участка цепи, которое определяют как сумму комплексных сопротивлений каждого из последовательно соединенных элементов:

$$Z = R + j(X_L - X_C),$$

или в показательной форме записи:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} e^{j \arctg \frac{X_L - X_C}{R}} = ze^{j\varphi},$$

где модуль комплексного сопротивления $z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ называют *полным* сопротивлением;

аргумент комплексного сопротивления - *угол сдвига фаз* между входным напряжением и током, определяется соотношением реактивных и активных сопротивлений, включенных в электрическую цепь:

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}.$$

При $\omega L > 1/\omega C$ угол $\varphi > 0$, ток отстает по фазе от напряжения. При $\omega L < 1/\omega C$ угол $\varphi < 0$, ток опережает напряжение по фазе. При $\omega L = 1/\omega C$ угол $\varphi = 0$, ток совпадает по фазе с напряжением и цепь ведет себя как чисто активное сопротивление. Такой режим работы цепи называют *резонансным*.

Из закона Ома для всей цепи комплексное действующее значение напряжения: $Ue^{j\psi_u} = ze^{j\varphi} \cdot Ie^{j\psi_i}$, где $U = z \cdot I$ - действующее значение напряжения, приложенного к цепи; $\psi_u = \psi_i + \varphi$ - начальная фаза напряжения; φ - угол сдвига фаз между

напряжением на зажимах цепи и током.

Так как амплитудные значения тока и напряжения связаны с действующими значениями соотношениями

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}},$$

то амплитудное значение входного напряжения

$$U_m = z \cdot I_m.$$

Запишем мгновенное значение напряжения на входе цепи, которое при синусоидальном токе изменяется по синусоидальному закону:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u) = z \cdot I_m \sin(\omega t + \psi_i + \varphi).$$

Векторные диаграммы для цепи с последовательным соединением элементов R, L, C

В цепи с последовательным соединением элементов R, L, C ток во всех участках один и тот же, а напряжения связаны между собой вторым законом Кирхгофа. В комплексной или векторной форме запишем:

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = R\dot{I} + jX_L \cdot \dot{I} + (-jX_C)\dot{I}.$$

В соответствии с тремя возможными вариантами соотношения между реактивными сопротивлениями X_L и X_C ($X_L > X_C$, $X_L = X_C$, $X_L < X_C$) построим три векторные диаграммы для каждого из случаев (рис. 3.9, а, б, в).

При построении векторных диаграмм примем начальную фазу тока равной нулю ($\psi_i = 0$). Тогда сдвиг фаз φ между входным напряжением и током и начальная фаза входного напряжения ψ_u будут равны друг другу. Напряжение \dot{U}_R на активном сопротивлении совпадает по фазе с током, напряжение на индуктивном элементе \dot{U}_L опережает ток на 90° , напряжение на емкостном элементе \dot{U}_C отстает от тока по фазе на 90° .

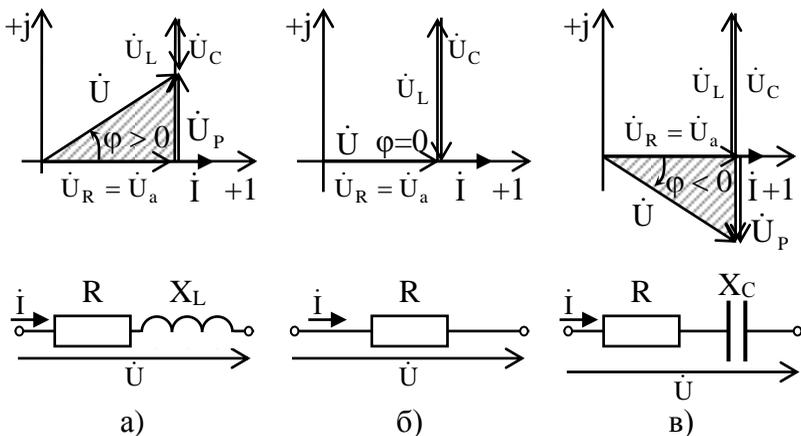


Рис. 3.9

Как известно, на векторных диаграммах угол сдвига фаз φ отсчитывают от вектора тока \dot{I} к вектору напряжения \dot{U} . Угол φ положителен при отстающем токе (рис. 3.9, а) и отрицателен при опережающем токе (рис. 3.9, в).

При неизменной частоте источника питания цепь рис. 3.8 представляют одной из эквивалентных схем, представленных на рис. 3.9, а, б, в: при $X_L > X_C$ как последовательное соединение активного и индуктивного сопротивлений (R и $X_L' = X_L - X_C$); при $X_L = X_C$ как активное сопротивление R ; при $X_L < X_C$ как последовательное соединение активного и емкостного сопротивлений (R и $X_C' = X_C - X_L$).

Заштрихованные треугольники, показанные на векторных диаграммах рис. 3.9, а, в называют *треугольниками напряжений*.

Проекцию вектора напряжения на направление вектора тока называют *активной* составляющей напряжения и обозначают \dot{U}_a . Проекцию вектора напряжения на направление, перпендикулярное вектору тока, называют *реактивной* составляющей напряжения и обозначают \dot{U}_p . Из векторных диаграмм рис. 3.9 видно:

$$\dot{U} = \dot{U}_a + \dot{U}_p, \quad U_a = U \cos \varphi, \quad U_p = U \sin \varphi.$$

Необходимо заметить, что напряжения на L и C - элементах

находятся в противофазе, вследствие чего в цепи переменного тока с последовательным соединением элементов могут создаваться условия, невозможные для цепей постоянного тока - когда напряжения на отдельных участках цепи значительно превышают напряжение на входе.

При делении каждой стороны треугольника напряжений (рис. 3.9, а) на величину тока получают треугольник, подобный исходному и его называют *треугольником сопротивлений* (рис. 3.10). Этот же треугольник можно получить, построив на комплексной плоскости диаграмму, соответствующую выражению комплексного сопротивления (рис. 3.10):

$$Z = R + j(X_L - X_C) = R + jX.$$

Активная, реактивная и полная мощности.

Комплексная мощность.

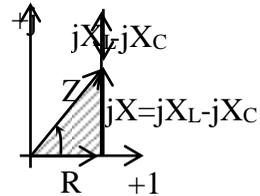


Рис. 3.10

Помножив каждую сторону треугольника сопротивлений (рис. 3.10) на величину, равную квадрату действующего значения тока I^2 , получим так называемый *треугольник мощностей*, соответствующая ему диаграмма представлена на рис. 3.11.

Комплексная мощность, как видно из диаграммы мощностей:

$$\tilde{S} = P + j(Q_L - Q_C) = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2} e^{j \arctg \frac{Q_L - Q_C}{P}} = S e^{j\varphi},$$

где модуль комплексной мощности называют *полной* мощностью:

$$S[BA] = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI ;$$

аргумент комплексной мощности - угол сдвига фаз между напряжением и током цепи:

$$\varphi = \arctg \frac{Q_L - Q_C}{P}.$$

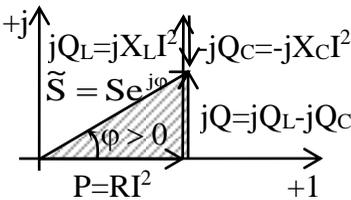


Рис. 3.11

Или

$$\tilde{S} = \dot{U} I^* = U e^{j\psi_u} I e^{-j\psi_i} = UI e^{j(\psi_u - \psi_i)} = UI e^{j\varphi} = UI \cos \varphi + j UI \sin \varphi,$$

где I^* - комплексно сопряженный ток;

действительная часть комплексной мощности - активная мощность

$$P[\text{Вт}] = S \cos \varphi = UI \cos \varphi = RI^2;$$

мнимая часть комплексной мощности - реактивная мощность

$$Q[\text{ВАр}] = S \sin \varphi = UI \sin \varphi = XI^2 = (X_L - X_C)I^2 = Q_L - Q_C.$$

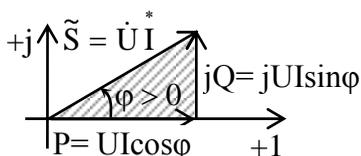


Рис. 3.12

Соответствующая диаграмма представлена на рис. 3.12.

Отношение активной мощности к полной мощности называют *коэффициентом мощности*:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}}.$$

Коэффициент мощности

Энергетические процессы в электрических цепях синусоидального тока рассматривают, используя понятия *полной*, *активной* и *реактивной* мощностей, которые образуют треугольник мощностей (рис. 3.12).

Генераторы, электрические машины и аппараты конструктивно рассчитаны для работы при определенных значениях тока и напряжения. Поэтому их характеризуют *полной мощностью* $S=UI$.

Активная мощность $P=UI \cos \varphi$ имеет всегда только положи-

тельные значения ($P > 0$) и определяет энергию, поступающую от генератора, но не возвращающуюся к нему, а преобразуемую потребителем в другие виды энергии. Потребителями активной мощности являются лампы накаливания, электропечи сопротивления, синхронные двигатели, работающие при $\cos\varphi=1$ и т.д.

Реактивная мощность $Q=UI\sin\varphi$ присутствует в цепях с реактивными индуктивными и емкостными элементами. Она определяет скорость обмена энергией между генератором и приемником. В случае, когда $Q > 0$, энергия поступает от генератора к потребителю, если же $Q < 0$, то энергия возвращается к генератору, загружая провода линий электропередач (ЛЭП) встречными токами, что нежелательно.

Но большинство приемников нуждаются в реактивной энергии, необходимой для создания магнитных полей. Потребителями реактивной энергии являются трансформаторы, линии электропередачи, реакторы, асинхронные двигатели, индукционные печи и др. 80-85% всей реактивной энергии потребляют асинхронные двигатели (~60%) и трансформаторы (~25%). Остальную часть реактивной энергии потребляют индукционные печи, сварочные трансформаторы, люминесцентные лампы, линии электропередачи и пр.

Таким образом, для обеспечения работы большинства приемников необходимо передавать реактивную энергию. И в то же время, экономический ущерб, вызванный передачей реактивной энергии, достигает внушительных цифр (увеличение сечения проводов, потери мощности при протекании больших значений токов). Следовательно, необходимо принимать меры для снижения реактивной мощности, или, как это следует из треугольника мощностей (рис. 3. 11), повышать коэффициент мощности

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}} .$$

Для снижения реактивной мощности (увеличения коэффициента мощности) необходимо применять электродвигатели и электрическое оборудование с высоким коэффициентом мощности и

осуществлять работу оборудования с полной нагрузкой. Потребители, работающие в номинальном режиме, обычно имеют коэффициент мощности $\cos \varphi = 0,7 \div 0,9$.

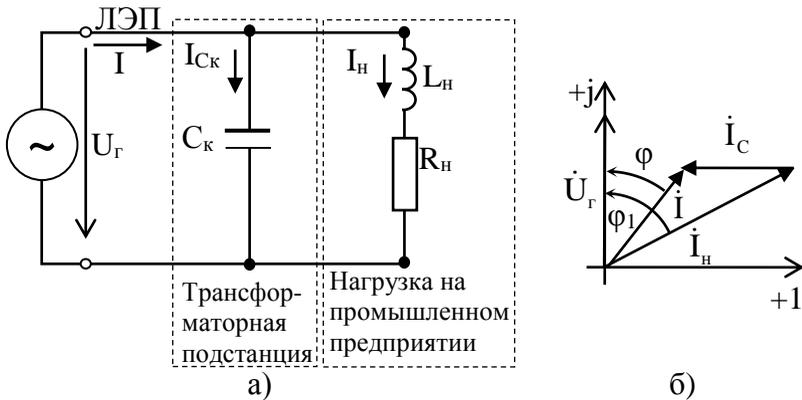


Рис. 3.13

Кроме этого, коэффициент мощности можно увеличивать путем компенсации реактивной мощности непосредственно у потребителей, что значительно разгружает генератор от выработки, а звенья электропередачи – от передачи реактивной энергии.

В общем случае к генератору с напряжением U подключена нагрузка (рис. 3.13, а), которая в промышленном масштабе всегда имеет активно-индуктивный характер (R_n, L_n).

На векторной диаграмме (рис. 3.13, б) показан угол сдвига фаз φ_1 между напряжением генератора U_G и током в нагрузке I_n . Для уменьшения угла сдвига фаз (увеличения коэффициента мощности $\cos \varphi$) параллельно нагрузке подключают батарею конденсаторов C_k , ток которой $I_{СК}$ опережает напряжение на угол 90° и в результате сдвиг фаз уменьшается и становится равным φ .

Увеличение коэффициента мощности уменьшает ток линии электропередач I и уменьшает потери мощности при передаче энергии от генератора к нагрузке. При данной активной мощности приемника, ток в линии тем меньше, чем выше коэффициент

$$\text{мощности } I = \frac{P}{U \cos \varphi} .$$

При помощи компенсирующих устройств (батареи конденсаторов или синхронных двигателей, работающих в режиме перевозбуждения) повышение коэффициента мощности осуществляют до величины $\cos \varphi = 0,9 \div 0,95$. Еще большее повышение коэффициента мощности экономически не выгодно.

Параллельное соединение идеальных элементов R, L, C

На вход электрической цепи (рис. 3.14), состоящей из соединенных параллельно идеальных элементов R, L, C, подано синусоидальное напряжение $u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$.

Запишем уравнение по первому закону Кирхгофа для мгновенных значений токов цепи:

$$i(t) = i_R + i_L + i_C = \frac{u}{R} + \frac{1}{L} \int u dt + C \frac{du}{dt}.$$

Сумме синусоидальных токов соответствует сумма изображающих их комплексных величин. Для действующих комплексных значений запишем:

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{R} + \frac{\dot{U}}{j\omega L} + \frac{\dot{U}}{-j/(\omega C)} = \left[\frac{1}{R} + j\left(-\frac{1}{\omega L} + \omega C\right) \right] \cdot \dot{U} = Y \dot{U}.$$

Величину $Y = \frac{1}{R} + j\left(-\frac{1}{\omega L} + \omega C\right) = g - j(b_L - b_C)$ называют *комплексной проводимостью* цепи, которую определяют как сумма проводимостей параллельных ветвей;

$g = \frac{1}{R}$ активная составляющая проводимости;

$b_L = \frac{1}{\omega L}$ - реактивная индуктивная составляющая проводимости;

$b_C = \omega C$ - реактивная емкостная составляющая проводимости.

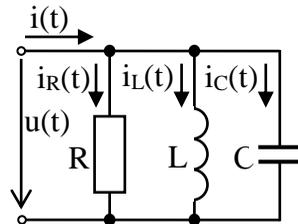


Рис. 3.14

Запишем комплексную проводимость в показательной форме:

$$Y = g - j(b_L - b_C) = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2} e^{-j \arctg \frac{b_L - b_C}{g}} = ye^{-j\varphi},$$

где модуль комплексной проводимости называют *полной проводимостью*: $y = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2}$;

$$\varphi = \arctg \frac{b_L - b_C}{g} = \arctg \frac{1/\omega L - \omega C}{1/R} \quad - \text{угол сдвига фаз между}$$

напряжением на зажимах цепи и током в неразветвленной части цепи, φ определяют как соотношение активной и реактивной проводимостей.

Тогда комплексный ток

$$\dot{I} = Y\dot{U} = ye^{-j\varphi} U e^{j\psi_u} = yU \cdot e^{j(\psi_u - \varphi)} = I e^{j\psi_i},$$

где $I = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2} \cdot U = yU$ - действующее значение входного тока;

$\psi_i = \psi_u - \varphi$ - начальная фаза тока.

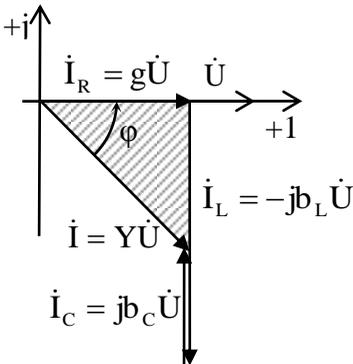


Рис. 3.15

Построим векторную диаграмму токов и напряжений на зажимах цепи, приняв начальную фазу напряжения за ноль (рис. 3.15).

Ток активного элемента совпадает по фазе с напряжением, поэтому на векторной диаграмме вектор I_R изображён параллельно вектору напряжения. Ток индуктивного элемента отстает от напряжения на 90 градусов, поэтому вектор I_L повернут относительно вектора напряжения на 90

градусов по ходу часовой стрелки. Ток емкостного элемента опережает напряжение на 90 градусов, поэтому вектор I_C повернут относительно вектора напряжения против хода часовой стрелки на 90 градусов.

Необходимо отметить, что ток индуктивного и емкостного элементов находятся в противофазе, вследствие чего в цепи переменного тока при параллельном соединении этих элементов могут создаваться условия, невозможные для цепей постоянного тока - когда токи отдельных элементов будут значительно превышать ток в неразветвленной части цепи.

Треугольник, образованный векторами токов, принято называть *треугольником токов*.

Если каждую сторону треугольника токов поделить на величину напряжения, то получим треугольник, подобный исходному и называемый *треугольником проводимостей*, соответствующая ему векторная диаграмма представлена на рис. 3.16.

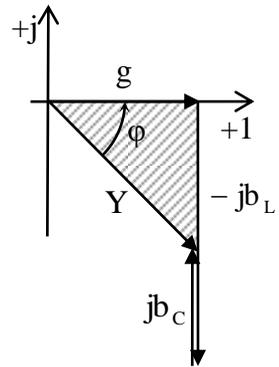


Рис. 3.16

Из векторных диаграмм рис. 3.15 и 3.16 видно:

при $b_L > b_C$ или $1/\omega L > \omega C$ угол $\varphi > 0$, ток отстает по фазе от напряжения;

при $b_L < b_C$ или $1/\omega L < \omega C$ угол $\varphi < 0$, ток опережает по фазе напряжение;

при $b_L = b_C$ или $1/\omega L = \omega C$ угол $\varphi = 0$, ток совпадает по фазе с напряжением и цепь ведет себя как чисто активное сопротивление; такой режим работы цепи называют режимом *резонанса токов*.

Определение параметров пассивного двухполюсника опытным путем

Параметры пассивных двухполюсников определяют опытным путем с помощью амперметра, вольтметра и фазометра, подключая их к сети согласно схеме рис. 3.17.

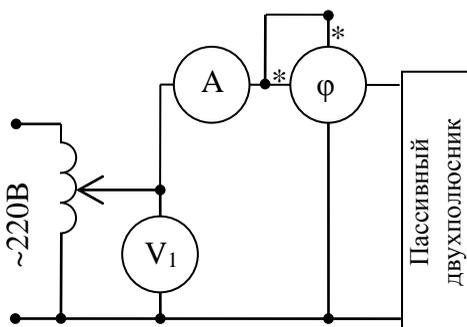


Рис. 3.17

Определив по приборам действующие значения напряжения на зажимах цепи U , тока I и с помощью фазометра угол сдвига фаз φ_k между ними, рассчитывают модуль полного сопротивления приемника, а также его активную и реактивную составляющие.

Из треугольника сопротивлений (рис. 3.10) получают:

полное сопротивление приемника
$$z = \frac{U}{I};$$

его активное сопротивление
$$R = z \cos \varphi;$$

и реактивное сопротивление
$$X = z \sin \varphi.$$

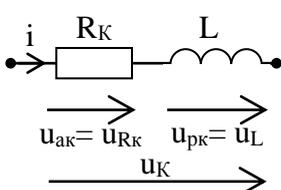


Рис. 3.18

В случае, когда индуктивную катушку представляют на схеме замещения последовательным соединением активного и индуктивного элементов (рис. 3.18), ее полное со-

противление определяют как:
$$z_k = \frac{U_k}{I}.$$

Его активная и реактивная составляющая:

$$R_k = z_k \cos \varphi_k; \quad X_L = z_k \sin \varphi_k.$$

Из выражения $X_L = \omega L = 2\pi f$ индуктивность катушки:

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_L}{2\pi f}.$$

Аналогичным образом можно определить параметры схемы замещения конденсатора. Но так как потери в диэлектрике на низкой частоте невелики, то в данной лабораторной работе конденсатор будем считать идеальным с заданной емкостью C .

Резонансные режимы в цепях синусоидального тока

Резонансные режимы возникают только в электрических цепях переменного тока, содержащих реактивные элементы L и C . Резонансным режимом называют такой режим, при котором входное напряжение и ток совпадают по фазе (угол сдвига фаз $\varphi=0$), входное сопротивление или проводимость должны быть чисто активными.

Различают два резонансных режима: резонанс напряжений и резонанс токов.

Резонанс напряжений возникает в цепях с последовательным соединением элементов R, L, C (рис. 3.8).

В такой цепи сдвиг фаз между входным напряжением и током определяется соотношением:

$$\varphi = \text{artg} \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}.$$

Сдвиг фаз становится равным нулю при равенстве реактивных сопротивлений

$$\omega L = 1/\omega C$$

и это равенство называют *условием* возникновения резонанса напряжений.

Резонанс в цепи при последовательном соединении элементов называют *резонансом напряжений*, так как равны между собой напряжения на реактивных элементах.

Напряжения на индуктивном $U_L = \omega L \cdot I$

и емкостном $U_C = \frac{1}{\omega C} I$ элементах равны по

величине, противоположны по фазе и их сумма равна нулю. Напряжение источника питания при этом равно напряжению на активном сопротивлении, как видно на векторной диаграмме рис. 3.19.

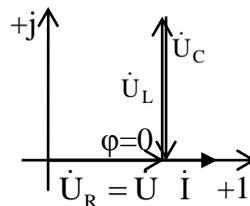


Рис. 3.19

Из условия возникновения резонансного режима

$$2\pi fL = 1/(2\pi fC)$$

следует: резонанс напряжений в цепи можно получить путем изменения одной из трех величин при постоянстве двух других:

- 1) $f=\text{var}$, $L=\text{const}$, $C=\text{const}$;
- 2) $f=\text{const}$, $L=\text{var}$, $C=\text{const}$;
- 3) $f=\text{const}$, $L=\text{const}$, $C=\text{var}$.

Характеристики, показывающие изменение напряжений, тока и сдвига фаз при изменении одного из параметров, называют *резонансными характеристиками*.

Схему (рис. 3.8) называют *последовательным контуром*. И чаще всего такой контур настраивают в резонанс, изменяя емкость конденсатора. Для этого случая рассчитаем и построим резонансные кривые тока и напряжения индуктивной катушки и конденсатора по их аналитическим выражениям:

ток в цепи определяем по закону Ома:

$$I = \frac{U}{z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}};$$

напряжение катушки и конденсатора: $U_L = \omega L \cdot I$, $U_C = \frac{1}{\omega C} I$.

В этих выражениях единственная переменная – емкость конденсатора, а напряжение источника питания цепи U , параметры R и L , частота источника питания f – постоянные величины.

На рис. 3.20 показаны резонансные кривые $I(C)$, $U_C(C)$, $U_L(C)$, $\varphi(C)$.

Форма кривых $U_C(C)$ и $U_L(C)$ аналогична форме кривой тока $I(C)$, но максимума эти функции достигают при емкостях отличных от резонансной емкости.

Из аналитических выражений тока и напряжений, а также графиков рис. 3.20 видно, что в момент резонанса (при $C=C_{\text{рез}}$) ток достигает своего максимального значения, напряжения U_C и U_L превышают напряжение питания. Поэтому для цепей, элементы которых не рассчитаны на большой ток и высокое напряжение, явление резонанса напряжений представляет опасность.

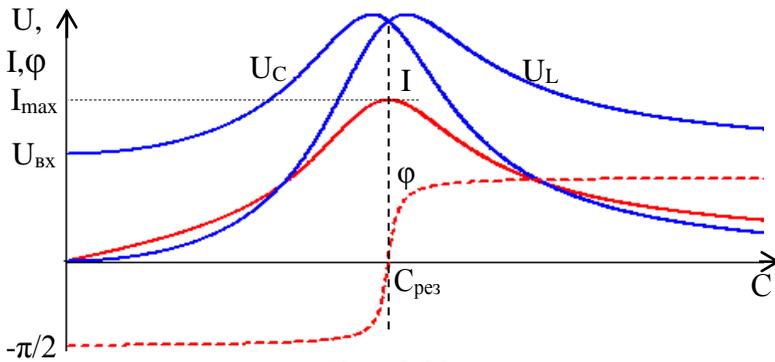


Рис. 3.20

Отношение напряжений индуктивного и емкостного элементов к напряжению питания в резонансном режиме называют *добротностью* Q контура

$$Q = \frac{U_{Lp}}{U} = \frac{U_{Cp}}{U} \quad \text{или} \quad Q = \frac{\omega_p L}{R} = \frac{1}{\omega_p C R}.$$

Откуда следует: чем меньше активное сопротивление, тем больше добротность. Так как активным сопротивлением в основном обладает индуктивная катушка, то указывают ее добротность. В радиотехнических цепях применяют катушки с добротностью 200-300.

Резонанс токов возникает в электрических цепях при параллельном соединении элементов R, L, C (рис. 3.14).

В такой цепи угол сдвига фаз между напряжением источника питания и током в неразветвленной части цепи определяют через проводимости ветвей:

$$\varphi = \arctg \frac{b_L - b_C}{g} = \arctg \frac{1/\omega L - \omega C}{1/R}.$$

Угол сдвига фаз будет равен нулю при *условии* равенства реактивных проводимостей

$$\boxed{b_L = b_C \quad \text{или} \quad 1/(\omega L) = \omega C},$$

что является *условием резонансного режима*.

Этот режим называют *резонансом токов*, так как при этом

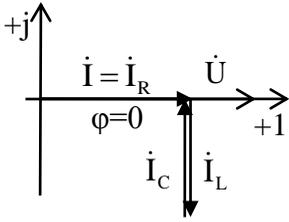


Рис. 3.21

токи реактивных элементов $I_L = b_L U$ и $I_C = b_C U$ равны по величине, противоположны по фазе и их сумма равна нулю. Тогда ток в неразветвленной части будет равен току активного элемента и иметь минимальное значение $I = I_R = gU$. Векторная диаграмма для резонансного режима

показана на рис. 3.21.

Резонансные кривые для параллельной резонансной цепи рассчитывают и строят по их аналитическим выражениям:

$$I = yU = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2} \cdot U; \quad I_R = gU;$$

$$I_L = b_L U = \frac{1}{\omega L} U;$$

$$I_C = b_C U = \omega C \cdot U;$$

$$\varphi = \text{arctg} \frac{b_L - b_C}{g} = \text{arctg} \frac{1/\omega L - \omega C}{1/R}.$$

На рис. 3.22 показаны резонансные кривые при изменении емкости конденсатора и постоянстве остальных параметров.

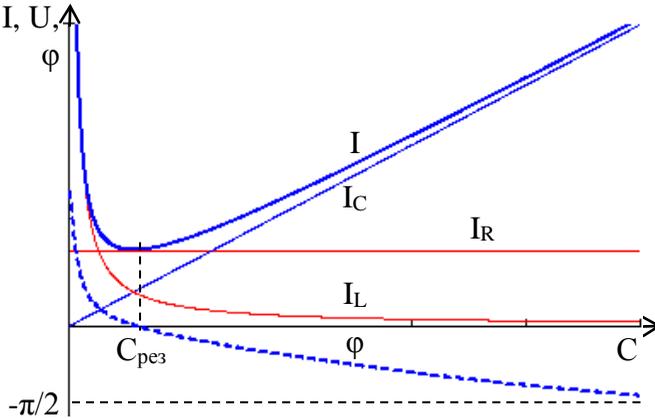


Рис. 3. 22

Рассмотрим цепь с параллельным соединением реальной индуктивной катушки и идеального конденсатора с переменной емкостью (рис. 3.23).

Условие возникновения резонанса токов будет таким же, как и для схемы рис. 3. 14: $b_L = b_C$. Но реактивную проводимость реальной катушки определим иначе:

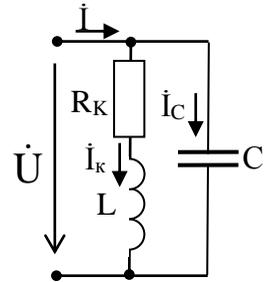


Рис. 3.23

$$b_L = \frac{\omega L}{R_k^2 + (\omega L)^2}.$$

Тогда условие резонанса выглядит так:

$$\frac{\omega L}{R_k^2 + (\omega L)^2} = \omega C.$$

Откуда резонансную емкость:

$$C_{\text{рез}} = \frac{L}{R_k^2 + (\omega L)^2}.$$

Векторная диаграмма токов и напряжения для схемы рис. 3.23 построена на рис. 3.24. Из векторной диаграммы видно, что при резонансе токов входной ток в неразветвленной части цепи значительно меньше токов параллельных ветвей. Реактивные составляющие токов катушки и конденсатора равны по величине, противоположны по фазе и их сумма равна нулю.

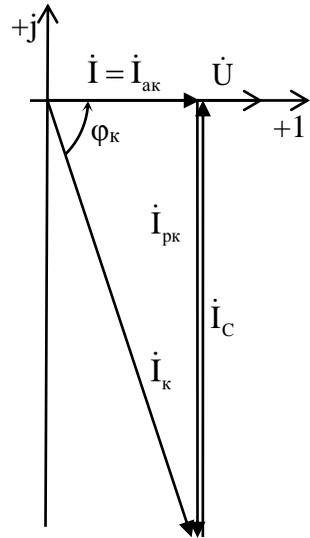


Рис. 3.24

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

На рис. 3.25 приведены схемы исследуемых электрических цепей. Цепи подключают к лабораторному автотрансформатору (ЛАТр), позволяющему регулировать напряжение источника питания цепи в пределах от 0 до 250 В.

В качестве приемников используют: катушку однофазного универсального трансформатора с параметрами R_K , L (клеммы 2-3, сердечник разомкнут); батарею конденсаторов, емкость которой можно изменять от 0 до 34,75 мкФ; резисторы с сопротивлениями 100 Ом, 150 Ом, 75 Ом.

Измерительные приборы:

вольтметр типа Э59 $0 \div 600$ В - 1 шт.;

амперметр типа Э59 $0 \div 1$ А - 1 шт.;

фазометр электродинамической системы.

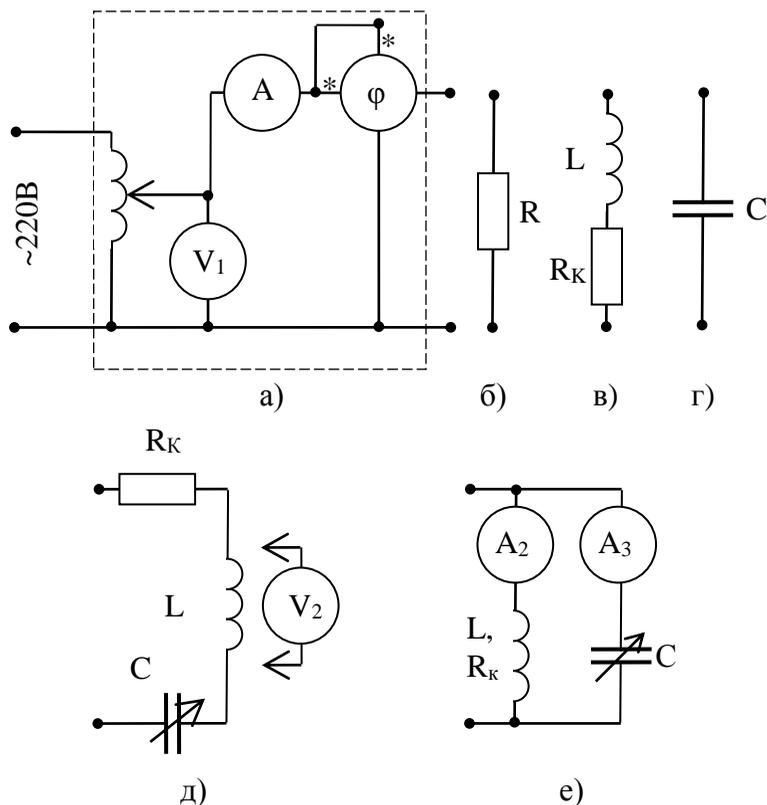


Рис. 3.25

ЗАДАНИЕ НА ПОДГОТОВИТЕЛЬНУЮ РАБОТУ

1. Повторить разделы дисциплины «ТОЭ», в которых рассматриваются вопросы расчета однофазных цепей синусоидального тока при последовательном и параллельном соединении приемников, построение векторных диаграмм, резонансные режимы в цепях синусоидального тока.

2. Ознакомиться с программой работы.

3. Распечатать рабочую тетрадь к лабораторной работе и ознакомиться с ее содержанием.

ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Собрать цепь по схеме рис. 3.25,а. Поочередно подключать резистор (рис. 3.25,б), индуктивную катушку (рис. 3.25,в) и конденсатор (рис. 3.25,г), параметры резистора и конденсатора, согласно варианту, указаны в табл. 3.1.

Таблица 3.1

№ варианта	R, Ом	C, мкФ
1	100	10
2	150	15
3	75	20
4	100	25
5	150	30
6	75	10
7	100	15
8	150	20
9	75	25
10	100	30
11	150	15
12	75	30

На входе цепи (рис. 3.25,а) установить с помощью ЛАТРа напряжение 50 В, измерить ток и угол сдвиг фаз для соответствующего элемента. Результаты измерений занести в табл. 3.2.

2. По измеренным значениям рассчитать параметры резистора, индуктивной катушки и конденсатора. Результаты расчета занести в табл. 3.2.

3. Подключать к цепи рис. 3.25,а цепь рис. 3.25,д, используя элементы, указанные согласно варианту в табл. 3.1. Установить на входе цепи с помощью ЛАТРа напряжение питания $U=50$ В. Измерить ток и напряжения на всех участках цепи. Показания измерительных приборов записать в табл. 3.3.

Таблица 3.2

Приемник	Измерено			Вычислено			
	U, В	I, А	φ , град	z, Ом	R, Ом	X, Ом	Дополнит. параметр
Резистор	50						-
Индуктивная катушка	50						L= Гн
Конденсатор	50						C= мкФ

Таблица 3.3

Режим работы	I, А	φ , град	U_R , В	U_K , В	U_C , В	U, В
Нерезонансный						50
Резонансный		0				50

4. Рассчитать емкость батареи конденсаторов $C_{рез}$, при которой в цепи рис. 3.25, д наступит резонанс напряжений. Установить ее на стенде.

5. Изменяя емкость батареи конденсатора вблизи рассчитанного значения $C_{рез}$, настроить цепь рис. 3.25, д в резонанс напряжений. ($\varphi=0$). Результаты измерений записать в табл. 3.3.

6. Подключать к цепи рис. 3.25, а цепь рис. 3.25, е, используя

элементы, указанные согласно варианту в табл. 3.1. Установить на входе цепи с помощью ЛАТРа напряжение 100 В. Измерить токи в ветвях и угол сдвига фаз в цепи. Результаты расчета записать в табл. 3.4.

Таблица 3.4

Режим работы	$I_1,$ А	$I_2,$ А	$I_3,$ А	$\varphi,$ град	U, В
Нерезонансный					100
Резонансный				0	100

7. Рассчитать емкость батареи конденсатов $C_{рез}$, при которой в цепи рис. 3.25, е наступит резонанс токов и установите ее на стенде.

8. Изменяя емкость батареи конденсатора вблизи рассчитанного значения $C_{рез}$, настроить цепь рис. 3.25, е в резонанс токов ($\varphi=0$). Результаты измерений записать в табл. 3.4.

9. По результатам проведенных экспериментов выполнить следующее:

- для цепи рис. 3.25, д, используя измеренные величины (табл. 3.3), построить векторные диаграммы тока и напряжений на элементах для двух исследованных режимов;

- для цепи рис. 3.25, е, используя результаты эксперимента (табл. 3.4) построить векторные диаграммы напряжения и токов ветвей цепи для двух исследованных режимов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПОСТРОЕНИЮ ВЕКТОРНЫХ ДИАГРАММ ПО ОПЫТНЫМ ДАННЫМ

Последовательное соединение приемников. Векторные диаграммы для последовательного соединения резистора, катушки и конденсатора (схема рис. 3.25,д) строим (удобнее на миллиметровой бумаге) в масштабе в следующей последовательности:

1) построение начинаем с построения вектора тока, так как при последовательном соединении по всем элементам протекает один и тот же ток.

- Используя данные табл. 3.3 с учетом выбранного масштаба тока m_i определяем длину вектора тока \dot{I} .

- Принимая произвольно начальную фазу тока ψ_i равной нулю, направляем вектор \dot{I} вдоль оси действительных чисел (+1) на комплексной плоскости (рис. 2.26).

2) Векторы напряжений на резисторе, индуктивной катушке и конденсаторе строим относительно вектора тока.

- Используя данные табл. 3.3 в соответствии с выбранным масштабом напряжений m_u определяем длины векторов напряжений \dot{U}_R , \dot{U}_K и \dot{U}_C .

- Согласно данным табл. 3.2 угол сдвига фаз φ_R между напряжением \dot{U}_R и током резистора \dot{I} практически равен нулю, поэтому вектор напряжения \dot{U}_R направляем на векторной диаграмме вдоль вектора тока \dot{I} .

- Согласно данным табл. 3.2 напряжение на катушке \dot{U}_K опережает ток на угол φ_K , поэтому вектор напряжения на катушке \dot{U}_K повернем относительно вектора тока \dot{I} против часовой стрелки на угол φ_K .

- По данным табл. 3.2 напряжение \dot{U}_C отстает от тока на угол φ_C , поэтому вектор напряжения на конденсаторе \dot{U}_C повернем относительно вектора тока \dot{I} по часовой стрелке на угол φ_C .

3) На полученной векторной диаграмме (рис. 2.26) проверяем соблюдение второго закона Кирхгофа: $\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_K + \dot{U}_C$. Для этого:

- вектор входного напряжения \dot{U} получаем суммированием

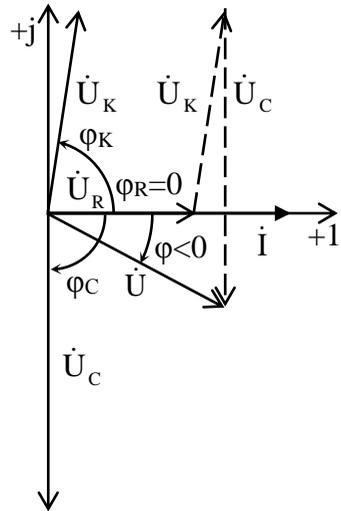


Рис. 2 26

векторов напряжений \dot{U}_R , \dot{U}_K и \dot{U}_C . Длина вектора \dot{U} и сдвиг фаз φ между этим напряжением и током \dot{I} должны совпасть с данными табл. табл. 3.3.

Параллельное соединение приемников. Векторные диаграммы для параллельного соединения катушки и конденсатора (схема рис. 3.25,д) строим в масштабе (на миллиметровой бумаге) в следующей последовательности:

1) построение начинаем с построения вектора напряжения, так как при параллельном соединении напряжение на всех ветвях одно и то же.

• Используя данные табл. 3.4 с учетом выбранного масштаба напряжения m_u определяем длину вектора напряжения цепи \dot{U} .

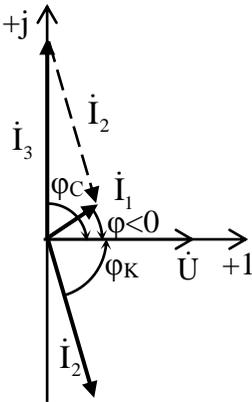


Рис. 2.27

• Принимая произвольно начальную фазу напряжения ψ_u равной нулю, направляем вектор напряжения \dot{U} вдоль оси действительных чисел (+1) на комплексной плоскости (рис. 2.27).

2) Векторы токов ветвей откладываем относительно вектора напряжения.

• Используя данные табл. 3.4 в соответствии с выбранным масштабом токов m_i определяем длины векторов токов \dot{I}_1 , \dot{I}_2 и \dot{I}_3 .

• Согласно данным табл. 3.2 ток в катушке отстает от напряжения на угол φ_k , поэтому вектор тока в катушке \dot{I}_2 повернем относительно вектора напряжения по часовой стрелке на угол φ_k .

• По данным табл. 3.2 ток в конденсаторе опережает напряжение на угол φ_c , поэтому вектор тока в конденсаторе \dot{I}_3 повернем относительно вектора напряжения против часовой стрелки на угол φ_c .

3) На полученной векторной диаграмме (рис. 3.27) проверя-

ем соблюдение первого закона Кирхгофа: $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$. Для этого:

• вектор тока в неразветвленной части цепи \dot{I}_1 получаем суммированием векторов токов параллельных ветвей \dot{I}_2 и \dot{I}_3 .

Длина вектора \dot{I}_1 и сдвиг фаз φ между этим током и напряжением \dot{U} должны совпасть с данными табл. табл. 3.4.

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ, ФОРМУЛЫ И СООТНОШЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Мгновенное значение	$a = A_m \sin(\omega t + \psi)$
Действующее значение синусоидальной величины	$A = \frac{A_m}{\sqrt{2}}$
Комплексное действующее значение синусоидальной величины	$\dot{A} = \frac{A_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi}$
Формула перевода комплексного числа из показательной формы в алгебраическую (формула Эйлера)	$\begin{aligned} \dot{A} &= Ae^{j\psi} = \\ &= A \cdot \cos \psi + jA \cdot \sin \psi = \\ &= A' + jA'' \end{aligned}$
Формула перевода комплексного числа из алгебраической формы в показательную	$\begin{aligned} \dot{A} &= A' + jA'' = \\ &= \sqrt{(A')^2 + (A'')^2} e^{j \arctg \frac{A''}{A'}} = Ae^{j\psi} \end{aligned}$
Модуль и аргумент комплексного числа	$A = \sqrt{(A')^2 + (A'')^2}, \psi = \arctg \frac{A''}{A'}$
Активное сопротивление	$R = \frac{U_R}{I}$
Комплексное активное сопротивление	$R = Re^{j0}$
Индуктивное сопротивление	$X_L = \omega L$

Комплексное индуктивное сопротивление	$jX_L = j\omega L$ $X_L e^{j90} = \omega L e^{j90}$
Емкостное сопротивление	$X_C = 1/(\omega C)$
Комплексное емкостное сопротивление	$-jX_C = -j/(\omega C) = 1/(j\omega C)$ $X_C e^{-j90} = e^{-j90}/(\omega C)$
Угол сдвига фаз	$\varphi = \arctg \frac{X}{R}$
Полное сопротивление	$z = \sqrt{R^2 + X^2}$ $z = \frac{U}{I}$
Активная составляющая сопротивления	$R = z \cos \varphi$
Реактивная составляющая сопротивления	$X = z \sin \varphi$
Комплексное сопротивление	$Z = R + jX = z e^{j\varphi}$ $Z = \sqrt{R^2 + X^2} e^{j \arctg \frac{X}{R}}$ $Z = \dot{U} / \dot{I}$
Закон Ома для действующих значений	$I = \frac{U}{z}$
Закон Ома в комплексной форме	$\dot{I} = \dot{U} / Z$
Напряжение на резистивном элементе в мгновенной форме записи	$u_R(t) = R i(t)$
Действующее значение напряжения на резистивном элементе	$U_R = RI$
Комплексное действующее значение на резистивном элементе	$\dot{U}_R = R\dot{I} = RIe^{j\psi_i}$

Напряжение на индуктивном элементе в дифференциальной форме	$u_L(t) = -e_L(t) = L \frac{di}{dt}$
Действующее значение напряжения на индуктивном элементе	$U_L = \omega L \cdot I = X_L I$
Комплексное действующее значение на индуктивном элементе	$\dot{U}_L = j\omega L \cdot \dot{I} = jX_L \dot{I},$
Напряжение на емкостном элементе в интегральной форме	$u_C(t) = \frac{1}{C} \int idt$
Действующее значение напряжения на емкостном элементе	$U_C = \frac{1}{\omega C} I = X_C I$
Комплексное действующее значение на емкостном элементе	$\dot{U}_C = \frac{-j}{\omega C} \cdot \dot{I} = -jX_C \dot{I},$
Второй закон Кирхгофа для последовательного соединения: для мгновенных значений и в комплексной форме	$u(t) = u_R + u_L + u_C$ $\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$
Закон Ома для резистивного элемента в мгновенной форме записи	$i_R(t) = \frac{u_R}{R}$
Ток в индуктивном элементе в интегральной форме	$i_L(t) = \frac{1}{L} \int u_L dt$
Ток в емкостном элементе в дифференциальной форме	$i_C(t) = C \frac{du_C}{dt}$
Первый закон Кирхгофа для параллельного соединения для мгновенных значений	$i(t) = i_R + i_L + i_C$

и в комплексной форме	$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C$
Активная проводимость	$g = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2}$
Реактивная проводимость	$b = \frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{X}{Z^2}$
Полная проводимость	$y = \sqrt{g^2 + b^2}$
Угол сдвига фаз	$\varphi = \arctg \frac{b}{g}$
Комплексная проводимость	$Y = g - jb = ye^{-j\varphi}$
Условие резонанса напряжений	$X=0$
Резонансная емкость (резонанс напряжений)	$C_{\text{рез}} = \frac{1}{\omega^2 L}$
Условие резонанса токов	$b=0$
Резонансная емкость (резонанс токов)	$C_{\text{рез}} = \frac{L}{R_k^2 + (\omega L)^2}$
Добротность контура	$Q = \frac{\omega_p L}{R} = \frac{1}{\omega_p C R}$
Активная мощность	$P = U_R I = RI^2$ $P = S \cos \varphi = UI \cos \varphi$
Реактивная мощность	$Q_L = U_L I = X_L I^2$ $-Q_C = -U_C I = -X_C I^2$ $Q = S \sin \varphi = UI \sin \varphi =$ $= XI^2 = Q_L - Q_C$
Полная мощность	$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI$
Угол сдвига фаз	$\varphi = \arctg \frac{Q}{P}$

Комплексная мощность	$\tilde{S} = Se^{j\varphi} = P + j(Q_L - Q_C) =$ $= \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2} e^{j \arctg \frac{Q_L - Q_C}{P}}$ $\tilde{S} = \dot{U} I^*$
Коэффициент мощности	$\cos \varphi = \frac{P}{S}$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Мгновенное значение синусоидального тока и его временная диаграмма.
2. Изображение синусоидальных величин векторами и комплексными числами.
3. Действия с комплексными числами.
4. Временные и векторные диаграммы токов и напряжений при включении в цепь синусоидального тока активного, индуктивного и емкостного элементов.
5. Понятие активной и реактивной мощности.
6. Режим резонанса напряжений в цепи синусоидального тока. Добротность резонансного контура.
7. По данным, полученным в лабораторной работе, поясните ход резонансных кривых.
8. Определение параметров приемников, включаемых в цепь синусоидального тока, опытным путем.
9. Поясните порядок построения векторных диаграмм для различных режимов работы цепи по отчету по лабораторной работе.
10. Закон Ома в комплексной форме записи.
11. Законы Кирхгофа в комплексной форме записи.
12. Определение комплексного сопротивления при последовательном, параллельном соединении приемников.
13. На примере электрической схемы, рассматриваемой в лабораторной работе, поясните алгоритм расчета токов и напряжений в цепях синусоидального тока при последовательном, параллельном

лельном соединении приемников.

14. Построение векторных диаграмм. Как на векторной диаграмме показывают угол сдвига фаз между напряжением и током участка цепи.

15. На векторной диаграмме, построенной по экспериментальным данным, покажите выполнение законов Кирхгофа.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

РАЗВЕТВЛЕННАЯ ЦЕПЬ ОДНОФАЗНОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Цель работы: экспериментальная проверка основных законов и методов расчета разветвленных линейных электрических цепей синусоидального тока.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Расчет токов и напряжений при смешанном соединении приемников

Для облегчения расчетов цепи переменного тока синусоидально изменяющиеся токи, напряжения, ЭДС и т.д. изображают векторами и комплексными числами. Тогда для расчета цепей синусоидального тока можно применять все те методы, которые использовались для расчета цепей постоянного тока. При этом все токи, напряжения и сопротивления необходимо записывать в комплексной форме записи.

Пример. Рассмотрим определение всех токов и напряжений в

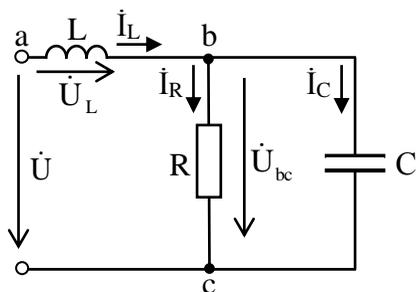


Рис. 4.1

схеме, питающейся от источника синусоидального напряжения (рис. 4.1). Расчет будем вести для комплексных действующих значений.

Параметры элементов цепи:
 $R = X_L = X_C = 100 \text{ Ом}$.

Комплексное действующее значение напряжения источника
 $\dot{U} = 50 \text{ В}$.

Решение. Схема содержит два узла (b и c), три ветви с токами I_L , I_R , и I_C и один источник с напряжением U . Определим токи во всех ветвях с помощью закона Ома, используя метод эквивалент-

ных преобразований.

Начнем с определения величины тока в неразветвленной части цепи I_L , для этого рассчитываем комплексное сопротивление цепи относительно зажимов источника **a-c** Z_{ac} .

Сначала записываем комплексные сопротивления ветвей схемы:

$$Z_L = Z_{ab} = jX_{L_1} = j100 = 100e^{j90^\circ}, \text{ Ом}; \quad Z_R = R = 100, \text{ Ом};$$

$$Z_C = -jX_C = -j100 = 100e^{-j90^\circ}, \text{ Ом}.$$

Затем для участка **b-c**, на котором резистивный и емкостный элементы соединены параллельно, определяем эквивалентное сопротивление Z_{bc} :

$$\begin{aligned} Z_{bc} &= \frac{Z_R Z_C}{Z_R + Z_C} = \frac{R(-jX_C)}{R + (-jX_C)} = \frac{100(-j100)}{100 - j100} = \frac{10000e^{-j90^\circ}}{100\sqrt{2}e^{-j45^\circ}} = \\ &= 50\sqrt{2}e^{-j45^\circ}, \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Далее эквивалентное сопротивление всей цепи определяем как сумму комплексных сопротивлений участков **a-b** и **b-c**, соединенных последовательно:

$$\begin{aligned} Z_{ac} &= Z_{ab} + Z_{bc} = j100 + 50\sqrt{2}e^{-j45^\circ} = \\ &= j100 + 50\sqrt{2} \cos 45^\circ - j50\sqrt{2} \sin 45^\circ = j100 + 50 - j50 = \\ &= 50 + j50 = \sqrt{50^2 + 50^2} e^{j \arctg \frac{50}{50}} = 50\sqrt{2}e^{j45^\circ}, \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Тогда ток, протекающий в неразветвленной части схемы, равен:

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{U}}{Z_{ac}} = \frac{50e^{j0^\circ}}{50\sqrt{2}e^{j45^\circ}} = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j45^\circ}, \text{ А}.$$

Напряжение на индуктивном элементе:

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_L = jX_L \dot{I}_L = j100 \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j45^\circ} = 100e^{j90^\circ} \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j45^\circ} = 50\sqrt{2}e^{j45^\circ} \text{ В},$$

напряжение между узлами цепи:

$$\dot{U}_{bc} = \dot{U}_R = \dot{U}_C = Z_{bc} \dot{I}_L = 50\sqrt{2}e^{-j45^\circ} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-j45^\circ} = 50e^{-j90^\circ} \text{ В.}$$

Зная напряжения на зажимах параллельных ветвей, определяем по закону Ома токи в параллельных ветвях:

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}_{bc}}{R} = \frac{50e^{-j90^\circ}}{100} = 0,5e^{-j90^\circ} \text{ А,}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_{bc}}{-jX_C} = \frac{50e^{-j90^\circ}}{-j100} = \frac{50e^{-j90^\circ}}{100e^{-j90^\circ}} = 0,5e^{j0^\circ} \text{ А.}$$

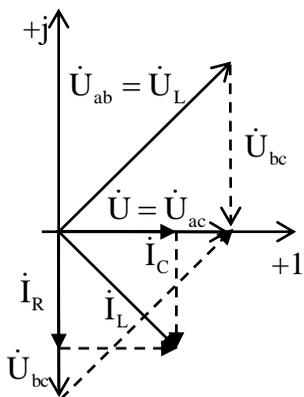


Рис. 4.2

Векторная диаграмма

Строим векторную диаграмму токов и напряжений цепи (рис. 4.1). Для этого на комплексной плоскости в соответствующих масштабах тока m_i и напряжения m_u построим векторы рассчитанных напряжений и токов со своими начальными фазами. На векторной диаграмме покажем выполнение законов Кирхгофа:

$$\dot{I}_L = \dot{I}_R + \dot{I}_C, \quad \dot{U} = \dot{U}_L + \dot{U}_{bc}.$$

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

На рис. 4.3 представлена схема исследуемой электрической цепи. Цепь подключают к лабораторному трансформатору (ЛАТр), позволяющему регулировать напряжение на входе цепи в пределах от 0 до 250 В. В качестве приемников используют: катушку однофазного универсального трансформатора с параметрами R_k, L (клеммы 2-3, сердечник разомкнут), которые были определены в лабораторной работе № 3; конденсаторы с емкостью $C_1=10$ мкФ, $C_2=20$ мкФ, $C_3=30$ мкФ; резисторы с сопротивлениями

$R_1=100 \text{ Ом}$, $R_2=150 \text{ Ом}$, $R_3=30 \text{ Ом}$.

Измерительные приборы:

вольтметр типа Э59 0÷600 В- 1 шт.; амперметр типа Э59 0÷1 А - 3 шт.; фазометр электродинамической системы.

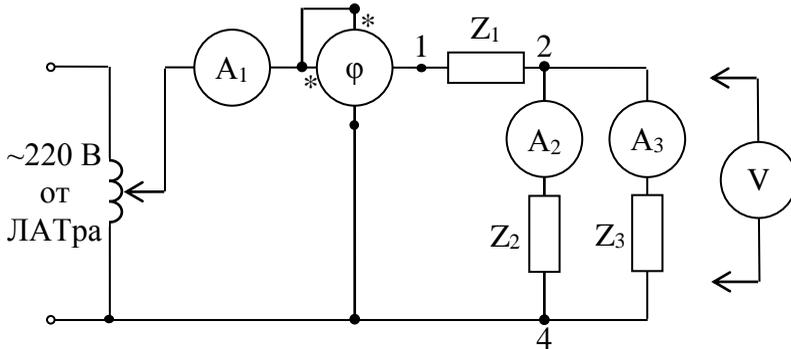


Рис. 4.3

ЗАДАНИЕ НА ПОДГОТОВИТЕЛЬНУЮ РАБОТУ

1. Повторить разделы дисциплины «ТОЭ», в которых рассматривается расчет однофазных цепей синусоидального тока при смешанном соединении приемников, построение векторных и топографических диаграмм.

2. Ознакомиться с программой работы.

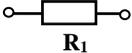
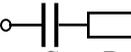
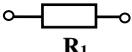
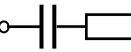
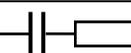
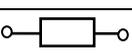
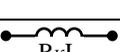
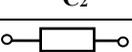
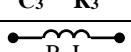
3. Распечатать рабочую тетрадь к лабораторной работе и ознакомиться с ее содержанием.

4. Рассчитать токи и напряжения в цепи, схема которой показана на рис. 4.3. Параметры сопротивлений ветвей Z_1 , Z_2 , Z_3 выбирают согласно варианту по табл. 4.1. Построить векторную диаграмму напряжений, совмещенную с векторной диаграммой токов. Результаты расчетов токов и напряжений занести в табл. 4.2.

ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Собрать цепь по схеме рис. 4.7, используя элементы Z_1 , Z_2 , Z_3 из табл. 4.1 согласно варианту.

Таблица 4.1

№	UП, В	Z ₁	Z ₂	Z ₃
1	100			
2	100			
3	100			
4	100			
5	100			
6	100			
7	100			
8	100			
9	100			
10	100			
11	100			
12	100			

2. Измерить токи в ветвях и напряжения на всех участках цепи для значения напряжения питания $U=100$ В; показания приборов записать в табл. 4.2.

Таблица 4.2

$I_1,$ А	$I_2,$ А	$I_3,$ А	$\varphi,$ град	$U_{12},$ В	$U_{23},$ В	$U_{34},$ В	$U_{24},$ В	$U_{14},$ В	
								100	Вычислено
								100	Измерено

3. По опытным данным пункта 2 построить векторную диаграмму напряжений, совмещенную с векторной диаграммой токов.

4. Сделать выводы по проделанной работе.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПОСТРОЕНИЮ ВЕКТОРНОЙ ДИАГРАММЫ ПО ОПЫТНЫМ ДАННЫМ

Векторную диаграмму токов и напряжений цепи по экспериментальным данным строят на комплексной плоскости в соответствующих масштабах тока m_i и напряжения m_u .

На примере цепи лабораторной работы (рис. 4.3), произвольно приняв начальную фазу напряжения источника питания равной нулю, вектор U совмещают с осью действительных чисел, а вектор тока в ветви с источником I_1 поворачивают относительно вектора напряжения на угол сдвига фаз φ , полученный в эксперименте с помощью фазометра.

Далее, с учетом характера нагрузки, строят вектор напряжения на приемнике, расположенном в одной ветви с источником питания и находящийся на пути тока I_1 (вектор U_{12} на рис. 4.4).

Затем, используя второй закон Кирхгофа, путем вычитания этого вектора напряжений из вектора напряжения источника пита-

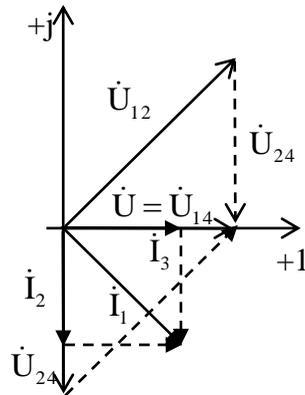


Рис. 4.4

ния U , получают вектор напряжения, приложенного к разветвленной части цепи (вектор U_{24} на рис. 4.4). Длина полученного вектора напряжения должна совпасть с измеренной величиной напряжения U_{24} .

Учитывая характеры приемников, расположенных в параллельно соединенных ветвях цепи, строят вектора токов этих ветвей I_2 и I_3 . Если в результате сложения векторов токов, протекающих в параллельно соединенных ветвях, получают вектор тока, совпадающий как по направлению, так и по величине с вектором тока I_1 , то диаграмма построена правильно.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Поясните порядок построения векторной диаграммы для разветвленной электрической цепи однофазного синусоидального тока.
2. Поясните порядок построения векторной диаграммы для цепи лабораторной работы по экспериментальным значениям.
3. Как рассчитать комплексное сопротивление цепи при смешанном соединении приемников?
4. Как вычислить токи в разветвленной части схемы?
5. Как вычислить токи в неразветвленной части схемы?
6. Поясните понятия: активная мощность, полная мощность, реактивная мощность, коэффициент мощности. Какой необходимо выбирать коэффициент мощности, и как этого можно добиться?
7. Возможен ли резонанс в схеме лабораторной установки?
8. Расскажите, что вы знаете о резонансе токов и условиях его возникновения, роли резонанса в электротехнике.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ ЭДС И ТОКАХ

Цель работы: экспериментальное определение гармонического состава несинусоидального напряжения; наблюдение влияния индуктивности и емкости на форму кривой тока в цепи с несинусоидальными источниками ЭДС.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Способы представления периодических несинусоидальных электрических величин

Первым способом является представление периодических несинусоидальных электрических величин графиками зависимости их мгновенных значений от времени.

Вторым способом представления периодических несинусоидальных величин является аналитическое разложение периодических функций в ряд Фурье.

Как известно, любая периодическая функция $f(\omega t)$, удовлетворяющая условиям Дирихле, то есть имеющая на всяком конечном интервале конечное число разрывов первого рода и конечное число максимумов и минимумов, может быть разложена в тригонометрический ряд Фурье:

$$f(\omega t) = A^{(0)} + A_m^{(1)} \sin(\omega t + \psi_1) + A_m^{(2)} \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots \\ + A_m^{(k)} \sin(k\omega t + \psi_k) = A^{(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} A_m^{(k)} \sin(k\omega t + \psi_k),$$

где $A^{(0)}$ называют постоянной составляющей или *нулевой гармоникой*, второй член разложения $A_m^{(1)} \sin(\omega t + \psi_1)$ - *основной синусоидой* или *первой гармоникой*, период T которой равен периоду данной несинусоидальной функции, а все остальные члены разложе-

ния вида $A_m^{(k)} \sin(k\omega t + \psi_k)$ при $k > 1$ носят название *высших гармоник*. Гармонические составляющие для краткости часто называют *гармониками*.

Для несинусоидальных функций токов и напряжений, наиболее часто встречающихся в электротехнике, разложение в ряд Фурье можно найти в справочниках по математике и электротехнике.

На рис. 5.1 представлены графики мгновенных значений несинусоидальных функций, соответствующих последовательности прямоугольных разнополярных импульсов (рис. 5.1, а) и сигналам с выхода однополупериодного (рис. 5.1, б) и двухполупериодного (рис. 5.1, в) выпрямителей. А так же приведено разложение в ряд Фурье этих функций.

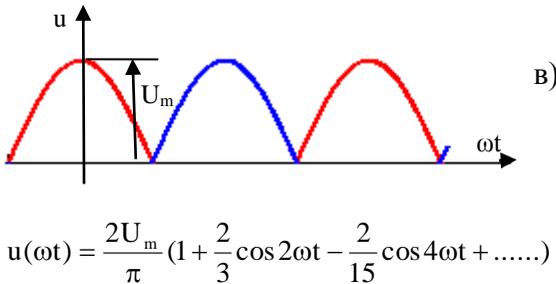
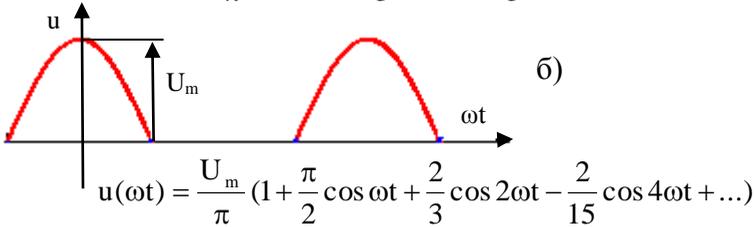
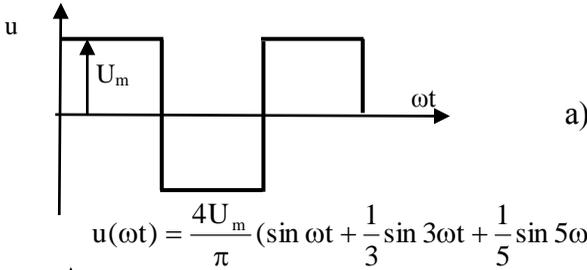


Рис. 5.1 92

Несинусоидальные напряжения имеют различный состав гармоник в ряду Фурье. Начальные фазы гармоник в приведенных выражениях равны нулю. Однако довольно часто начальные фазы имеют ненулевые значения.

Амплитуды и начальные фазы гармоник определяют спектральный состав несинусоидальной кривой. Спектры амплитуд и начальных фаз представлены на рис. 5.2. На диаграмме амплитудно-частотного спектра отложены относительные значения постоянной составляющей и амплитуд остальных гармоник ряда. Значения амплитуд берутся положительными, а их отрицательный знак учитывается фазой.

Как правило, амплитуда гармонических составляющих резко уменьшается с ростом номера гармоники, поэтому при анализе электрических цепей несинусоидального тока ограничиваются учетом только нескольких первых членов ряда.

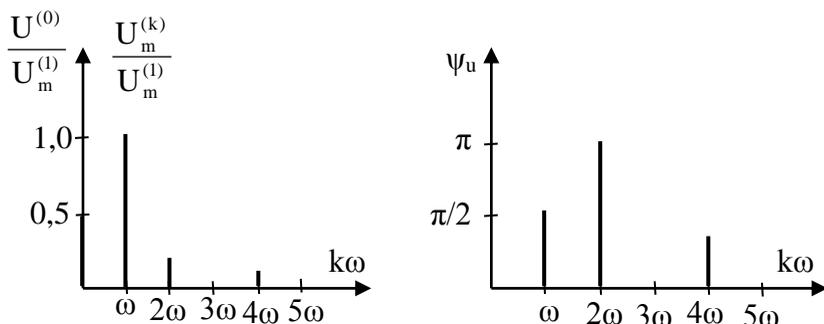


Рис. 5.2

Действующее и среднее значения несинусоидальных электрических величин

Пусть несинусоидальный ток выражается в виде аналитического разложения в ряд Фурье

$$i(\omega t) = I^{(0)} + I_m^{(1)} \sin(\omega t + \psi_{(1)}) + I_m^{(2)} \sin(2\omega t + \psi_{(2)}) + \dots + I_m^{(k)} \sin(k\omega t + \psi_{(k)}) + \dots$$

Под действующим значением несинусоидального тока

понимают такой постоянный ток I , который при протекании через резистор с сопротивлением R выделяет такое же количество тепла, что и несинусоидальный ток, за время равное периоду T несинусоидальной функции:

$$RI^2T = \int_0^T Ri^2 dt, \quad \text{откуда действующее значение тока}$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}.$$

После интегрирования это выражение будет иметь вид

$$I = \sqrt{I^{(0)2} + \frac{I_m^{(1)2}}{2} + \frac{I_m^{(2)2}}{2} + \dots + \frac{I_m^{(k)2}}{2}} = \sqrt{I^{(0)2} + I^{(1)2} + I^{(2)2} + \dots + I^{(k)2}},$$

где $I^{(k)} = \frac{I_m^{(k)}}{\sqrt{2}}$ – действующее значение тока k -той гармоники.

Таким образом, действующее значение несинусоидального тока равно квадратному корню из суммы квадратов постоянной составляющей и действующих значений токов всех гармонических составляющих.

Аналогичное выражение можно записать для определения действующего значения несинусоидального напряжения:

$$U = \sqrt{U^{(0)2} + \frac{U_m^{(1)2}}{2} + \frac{U_m^{(2)2}}{2} + \dots + \frac{U_m^{(k)2}}{2}} = \\ = \sqrt{U^{(0)2} + U^{(1)2} + U^{(2)2} + \dots + U^{(k)2}},$$

где $U^{(k)} = \frac{U_m^{(k)}}{\sqrt{2}}$ – действующее значение тока k -той гармоники.

Активная, реактивная и полная мощности

Активная мощность определяют как среднее значение мгновенной мощности:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t) dt.$$

После подстановки мгновенных значений тока и напряжения получают выражение

$$P = U^{(0)}I^{(0)} + U^{(1)}I^{(1)} \cos \varphi_{(1)} + U^{(2)}I^{(2)} \cos \varphi_{(2)} + \dots + U^{(k)}I^{(k)} \cos \varphi_{(k)} = \\ = P^{(0)} + P^{(1)} + P^{(2)} + \dots + P^{(k)} + \dots$$

Таким образом, активная мощность электрической цепи при несинусоидальных напряжениях и токах равна сумме активных мощностей от постоянной и каждой из гармонических составляющих.

Произведение действующих значений напряжения и тока представляет собой полную мощность:

$$S = UI = \\ = \sqrt{U^{(0)2} + U^{(1)2} + U^{(2)2} + \dots + U^{(k)2}} \cdot \sqrt{I^{(0)2} + I^{(1)2} + I^{(2)2} + \dots + I^{(k)2}}.$$

$$\text{Реактивная мощность } Q = \sum_{k=1}^{\infty} U^{(k)}I^{(k)} \sin \varphi_{(k)} = \sum_{k=1}^{\infty} Q^{(k)}.$$

Для цепей с несинусоидальными токами и напряжениями $S^2 \neq P^2 + Q^2$.

Коэффициенты, характеризующие форму несинусоидальных кривых

Несинусоидальность кривых тока и напряжения в ряде случаев оценивают с помощью коэффициентов амплитуды, формы и искажения. Сопоставление этих коэффициентов с такими же коэффициентами для синусоидальной кривой показывает, насколько данная функция отличается от синусоидальной.

Коэффициент амплитуды равен отношению максимального значения несинусоидального напряжения или тока к действующему значению:

$$K_a = \frac{U_{\max}}{U}.$$

Коэффициент амплитуды для синусоидальной функции

$$K_a = \frac{U_m}{U} = \sqrt{2}.$$

Коэффициент формы равен отношению действующего значения несинусоидальной функции к его среднему по модулю значению:

$$K_\Phi = \frac{U}{|U_{CP}|}.$$

Для синусоидальной функции $K_\Phi = 1,11$.

Коэффициент искажения определяют, как отношение действующего значения первой гармоники к действующему значению несинусоидальной функции:

$$K_{\text{и}} = \frac{U^{(1)}}{U}.$$

Для синусоидальной функции коэффициент искажения $K_{\text{и}} = 1$.

В промышленных сетях кривые напряжения отличаются от идеальной синусоиды. Поэтому в электроэнергетике вводят понятие о *практически синусоидальной* кривой. По стандарту коэффициент искажения напряжения сети равен 0,995, поэтому анализ систем электроснабжения проводят в предположении синусоидальности напряжения.

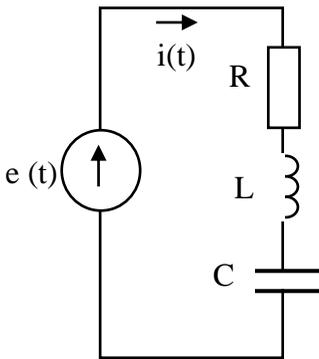


Рис. 5.3

Расчет электрических цепей при несинусоидальных токах и напряжениях

В линейной электрической цепи действует несинусоидальный периодический источник ЭДС (рис. 5.3). Расчет токов и напряжений в такой цепи выполняют следующим образом: заданную несинусоидальную ЭДС представляют в виде разложения в ряд Фурье

$$e(t) = e^{(0)} + e^{(1)} + e^{(2)} + \dots + e^{(k)}$$

и на эквивалентной схеме замещения (рис. 5.4, а) представляют в

виде последовательного соединения нескольких синусоидальных источников ЭДС различной частоты.

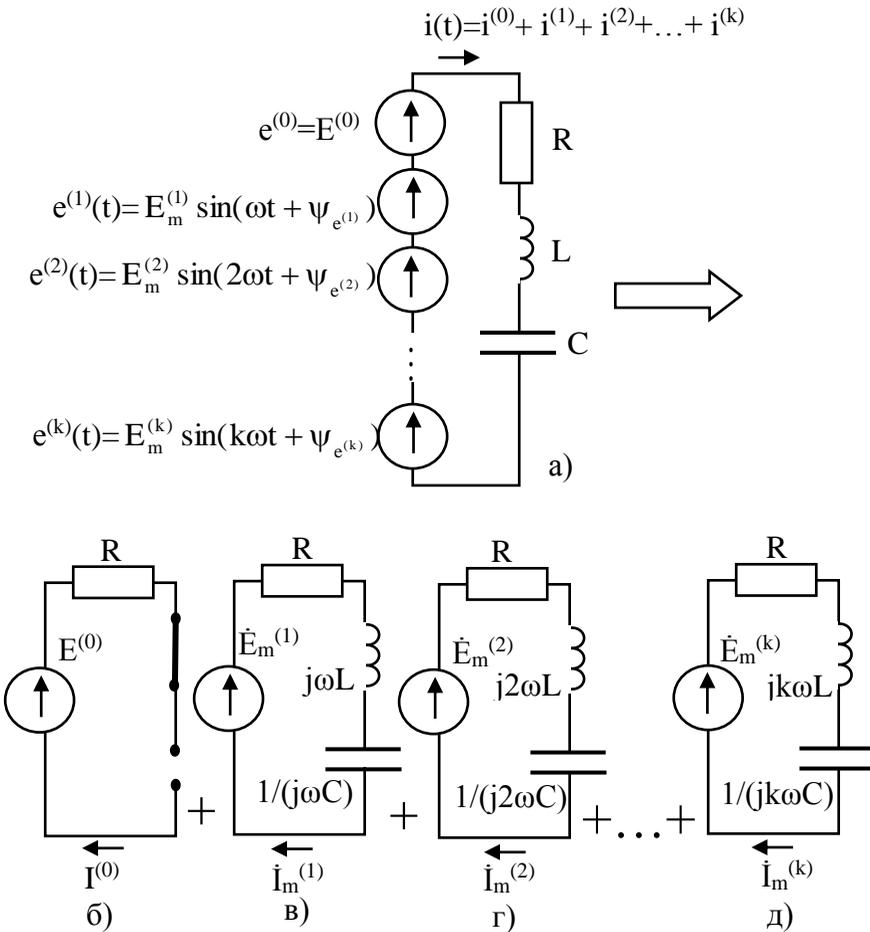


Рис. 5.4

Расчет линейной цепи с несинусоидальными ЭДС и токами выполняют методом наложения. Несинусоидальные токи или напряжения определяют, как сумму частных токов или напряжений, возникающих от действия ЭДС каждой гармоники (рис. 5.4, б, в, г). То есть решение сводят к решению к задач с синусои-

дальними ЭДС и токами, где k – число синусоидальных составляющих ряда Фурье, и одной задачи с постоянными ЭДС и токами при условии наличия нулевой гармоники в аналитическом разложении несинусоидальных величин в ряд Фурье.

В пределах одной гармоники расчеты можно выполнять в комплексной форме, так как все напряжения и токи в каждой схеме изменяются во времени по синусоидальному закону.

При расчете гармонических составляющих необходимо иметь в виду, что сопротивления индуктивных и емкостных элементов зависят от частоты, то есть от порядкового номера гармоники: $X_L^{(k)} = k\omega L$ и $X_C^{(k)} = \frac{1}{k\omega C}$.

Активное сопротивление при достаточно низких частотах и малых сечениях проводов можно считать независящим от номера гармоники.

В частичной схеме рис. 5.4, б, являющейся схемой замещения по постоянной составляющей ($\omega=0$) сопротивление индуктивного элемента ωL равно нулю, поэтому постоянная составляющая напряжения $u_L^{(0)}$ также равна нулю. Сопротивление емкостного элемента $1/(\omega C)$ равно бесконечности, то есть он представляет собой разомкнутый участок цепи, поэтому постоянная составляющая тока ветви, содержащей конденсатор, $i_C^{(0)}$ отсутствует.

В цепи (рис. 5.4, в) действует ЭДС первой гармоники $e^{(1)}(t) = E_m^{(1)} \sin(\omega t + \psi_{e(1)})$. Запишем комплексную амплитуду этой ЭДС:

$$\dot{E}_m^{(1)} = E_m^{(1)} e^{j\psi_{e(1)}}.$$

Комплексное сопротивление цепи

$$Z^{(1)} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} e^{j \arctg \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}} = z^{(1)} e^{j\varphi(1)}.$$

Комплексная амплитуда тока

$$\dot{I}_m^{(1)} = \frac{\dot{E}_m^{(1)}}{Z^{(1)}} = \frac{E_m^{(1)} e^{j\psi_{e(1)}}}{z^{(1)} e^{j\varphi(1)}} = \frac{E_m^{(1)}}{z^{(1)}} e^{j\psi_{e(1)} - j\varphi(1)} = I_m^{(1)} e^{j\psi_{i(1)}},$$

тогда мгновенное значение тока первой гармоники

$$i^{(1)}(t) = I_m^{(1)} \sin(\omega t + \psi_{i(1)}).$$

В цепи рис. 4.2, г действует ЭДС второй гармоники

$$e^{(2)}(t) = E_m^{(2)} \sin(2\omega t + \psi_{e(2)}).$$

Комплексная амплитуда ЭДС второй гармоники:

$$\dot{E}_m^{(2)} = E_m^{(2)} e^{j\psi_{e(2)}}.$$

Комплексное сопротивление цепи второй гармоники

$$\begin{aligned} Z^{(2)} &= R + j2\omega L - j \frac{1}{2\omega C} = \\ &= \sqrt{R^2 + (2\omega L - \frac{1}{2\omega C})^2} e^{j \arctg \frac{2\omega L - 1/(2\omega C)}{R}} = Z^{(2)} e^{j\varphi(2)}. \end{aligned}$$

Комплексная амплитуда тока второй гармоники

$$\dot{I}_m^{(2)} = \frac{\dot{E}_m^{(2)}}{Z^{(2)}} = \frac{E_m^{(2)} e^{j\psi_{e(2)}}}{Z^{(2)} e^{j\varphi(2)}} = \frac{E_m^{(2)}}{Z^{(2)}} e^{j\psi_{e(2)} - j\varphi(2)} = I_m^{(2)} e^{j\psi_{i(2)}},$$

тогда мгновенное значение тока второй гармоники

$$i^{(2)}(t) = I_m^{(2)} \sin(2\omega t + \psi_{i(2)}).$$

Аналогичные расчеты выполняются и для остальных гармоник. Для k-той гармоники (рис. 4.2, д)

$$e^{(k)}(t) = E_m^{(k)} \sin(k\omega t + \psi_{e(k)}).$$

Комплексная амплитуда ЭДС k-той гармоники: $\dot{E}_m^{(k)} = E_m^{(k)} e^{j\psi_{e(k)}}$.

Комплексное сопротивление цепи

$$\begin{aligned} Z^{(k)} &= R + jk\omega L - j \frac{1}{k\omega C} = \\ &= \sqrt{R^2 + (k\omega L - \frac{1}{k\omega C})^2} e^{j \arctg \frac{k\omega L - 1/(k\omega C)}{R}} = Z^{(k)} e^{j\varphi(k)}. \end{aligned}$$

Комплексная амплитуда тока

$$\dot{I}_m^{(k)} = \frac{\dot{E}_m^{(k)}}{Z^{(k)}} = \frac{E_m^{(k)} e^{j\psi_{e(k)}}}{Z^{(k)} e^{j\varphi(k)}} = \frac{E_m^{(k)}}{Z^{(k)}} e^{j\psi_{e(k)} - j\varphi(k)} = I_m^{(k)} e^{j\psi_{i(k)}}.$$

Мгновенное значение тока k-той гармоники

$$i^{(k)}(t) = I_m^{(k)} \sin(k\omega t + \psi_{i(k)}).$$

Мгновенное значение несинусоидального тока цепи определяют, как сумму токов всех гармоник

$$i(t) = i^{(0)}(t) + i^{(1)}(t) + i^{(2)}(t) + \dots + i^{(k)}(t) = 0 + I_m^{(1)} \sin(\omega t + \psi_{i(1)}) + \\ + I_m^{(2)} \sin(2\omega t + \psi_{i(2)}) + \dots + I_m^{(k)} \sin(k\omega t + \psi_{i(k)}) + \dots$$

Аналогичным образом выполняют расчет несинусоидальных напряжений на отдельных участках цепи.

Для построения графика временной зависимости несинусоидальной функции строят в одних осях координат графики синусоидальных составляющих всех гармоник. При вычерчивании кривых отдельных гармоник необходимо учитывать тот факт, что период гармоники обратно пропорционален ее номеру. Так как по оси абсцисс откладывают величину ωt , то при построении графика k -той гармоники несинусоидальной функции ее начальную фазу делят на номер гармоники.

Алгоритм расчета токов и напряжений в линейных цепях при воздействии несинусоидальной ЭДС

Алгоритм расчета токов и напряжений в линейных цепях при воздействии несинусоидальной ЭДС можно записать:

1. Заданные несинусоидальные ЭДС представляют в виде разложения в ряд Фурье.
2. Проводят расчет методом наложения, то есть рассчитывают токи и напряжения в цепи для каждой составляющей ряда в отдельности.
3. Записывают мгновенные значения токов и напряжений, алгебраически суммируя мгновенные значения всех гармонических составляющих.

Измерение несинусоидальных периодических токов и напряжений

При определении показаний измерительных приборов учитывают систему прибора.

Большинство систем приборов реагируют на действующее

значение любой периодической кривой. Их шкалы градуируются в действующих значениях. Действующие значения тока и напряжения (I , U) измеряют приборы электромагнитной, электродинамической, электростатической и тепловой систем.

Приборы магнитоэлектрической системы с выпрямителем реагируют на среднее по модулю значение ($I_{\text{ср}}$, $U_{\text{ср}}$) и их шкала искусственно градуируется.

Приборы электронной системы (амплитудные электронные вольтметры) реагируют на амплитудное значение измеряемых напряжений и шкала таких приборов градуирована с учетом коэффициента амплитуды $K_a = \sqrt{2}$ (но это справедливо только для синусоидальной функции).

Поэтому измерительные приборы магнитоэлектрической системы с выпрямителем и амплитудные электронные вольтметры нельзя использовать для измерений в цепях несинусоидального тока и без учета их градуировок.

Примеры расчета токов и напряжений в линейных цепях при воздействии несинусоидальной ЭДС

Пример 1. Определить показания приборов электромагнитной системы в цепи, схема которой показана на рис. 5.5. Записать выражения мгновенных значений тока и напряжений на всех элементах цепи и построить

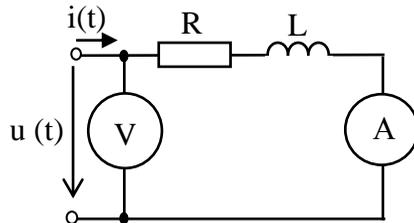


Рис. 5.5

временные зависимости напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$. Параметры элементов цепи: $\omega L = 11$ Ом, $R = 10$ Ом.

На вход цепи подано несинусоидальное напряжение, представленное в виде аналитического разложения в ряд Фурье:

$$u(t) = 100 + 310 \sin \omega t + 176 \sin(3\omega t + 73,14^\circ), \text{ В.}$$

При расчете *постоянной* составляющей тока и напряжений необходимо помнить, что в цепи постоянного тока идеальная индуктивная катушка представляет собой короткозамкнутый участок, то есть напряжение $U_L^{(0)} = 0$. Тогда постоянная составляющая тока равна

$$I^{(0)} = \frac{U^{(0)}}{Z^{(0)}} = \frac{U^{(0)}}{R} = \frac{100}{10} = 10 \text{ А.}$$

Постоянная составляющая напряжения резистора в рассматриваемой цепи равна входному напряжению

$$U_R^{(0)} = U_{\text{вх}}^{(0)} = 100 \text{ В.}$$

Расчет гармонических составляющих тока и напряжения проведем методом комплексных амплитуд.

Определим *основную (первую) гармонику* тока и напряжений. Комплексная амплитуда тока гармоники

$$\dot{I}_m^{(1)} = \frac{\dot{U}_m^{(1)}}{Z^{(1)}} = \frac{\dot{U}_m^{(1)}}{R + j\omega L} = \frac{310}{10 + j11} = \frac{310}{14,87e^{j47,73^\circ}} = 20,9e^{-j47,73^\circ} \text{ А.}$$

Напряжения резистора и катушки

$$\dot{U}_{Rm}^{(1)} = R\dot{I}_m^{(1)} = 10 \cdot 20,9e^{-j47,73^\circ} = 209e^{-j47,73^\circ} \text{ В,}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{Lm}^{(1)} &= jX_L^{(1)}\dot{I}_m^{(1)} = j\omega L\dot{I}_m^{(1)} = j11 \cdot 20,9e^{-j47,73^\circ} = \\ &= 11e^{j90^\circ} 20,9e^{-j47,73^\circ} = 229,9e^{j42,27^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Мгновенные значения тока и напряжений первой гармоники

$$i^{(1)}(t) = I_m^{(1)} \sin(\omega t + \psi_{i(1)}) = 20,9 \sin(\omega t - 47,73^\circ), \text{ А,}$$

$$u_R^{(1)}(t) = U_{Rm}^{(1)} \sin(\omega t + \psi_{uR(1)}) = 209 \sin(\omega t - 47,73^\circ),$$

$$u_L^{(1)}(t) = U_{Lm}^{(1)} \sin(\omega t + \psi_{uL(1)}) = 299,9 \sin(\omega t + 42,27^\circ).$$

Рассчитаем ток и напряжения *третьей* гармоники.

При расчете необходимо иметь в виду, что сопротивление индуктивного элемента зависит от частоты и для третьей гармоники комплексное сопротивление

$$Z^{(3)} = R + j3X_L^{(1)} = R + j3\omega L = 10 + j33 = 34,48e^{j73,14^\circ} \text{ Ом.}$$

Комплексная амплитуда тока третьей гармоники

$$\dot{i}_m^{(3)} = \frac{\dot{U}_m^{(3)}}{Z^{(3)}} = \frac{\dot{U}_m^{(3)}}{R + j3\omega L} = \frac{176e^{j73,14^\circ}}{10 + j33} = \frac{176e^{j73,14^\circ}}{34,48e^{j73,14^\circ}} = 5,1e^{j0^\circ} \text{ А.}$$

Третья гармоника напряжения резистора и катушки

$$\begin{aligned}\dot{U}_{Rm}^{(3)} &= R\dot{i}_m^{(3)} = 10 \cdot 5,5e^{j0^\circ} = 55e^{j0^\circ} \text{ В,} \\ \dot{U}_{Lm}^{(3)} &= jX_L^{(3)}\dot{i}_m^{(3)} = j3\omega L\dot{i}_m^{(3)} = j33 \cdot 5,1e^{j0^\circ} = \\ &= 33e^{j90^\circ} 5,1e^{j0^\circ} = 168,3e^{j90^\circ} \text{ В.}\end{aligned}$$

Мгновенные значения тока и напряжений третьей гармоники

$$\begin{aligned}i^{(3)}(t) &= I_m^{(3)} \sin(3\omega t + \psi_{i(3)}) = 5,5 \sin(3\omega t), \text{ А,} \\ u_R^{(3)}(t) &= U_{Rm}^{(3)} \sin(3\omega t + \psi_{uR(3)}) = 55 \sin(3\omega t), \text{ В,} \\ u_L^{(3)}(t) &= U_{Lm}^{(3)} \sin(3\omega t + \psi_{uL(3)}) = 168,3 \sin(3\omega t + 90^\circ), \text{ В.}\end{aligned}$$

Запишем выражения для мгновенных значений тока и напряжений:

$$\begin{aligned}i(t) &= i^{(0)} + i^{(1)}(t) + i^{(3)}(t) = \\ &= I^{(0)} + I_m^{(1)} \sin(\omega t + \psi_{i(1)}) + I_m^{(3)} \sin(3\omega t + \psi_{i(3)}) = \\ &= 10 + 20,9 \sin(\omega t - 47,73^\circ) + 5,1 \sin(3\omega t), \text{ А,} \\ u_R(t) &= u_R^{(0)} + u_R^{(1)}(t) + u_R^{(3)}(t) = \\ &= U_R^{(0)} + U_{Rm}^{(1)} \sin(\omega t + \psi_{uR(1)}) + U_{Rm}^{(3)} \sin(3\omega t + \psi_{uR(3)}) = \\ &= 100 + 209 \sin(\omega t - 47,73^\circ) + 51 \sin(3\omega t), \text{ В,} \\ u_L(t) &= u_L^{(0)} + u_L^{(1)}(t) + u_L^{(3)}(t) = \\ &= U_L^{(0)} + U_{Lm}^{(1)} \sin(\omega t + \psi_{uL(1)}) + U_{Lm}^{(3)} \sin(3\omega t + \psi_{uL(3)}) = \\ &= 0 + 299,9 \sin(\omega t + 42,47^\circ) + 168,3 \sin(3\omega t + 90^\circ), \text{ В.}\end{aligned}$$

На рис. 5.6 и 5.7 представлены графики временных зависимостей входного напряжения и тока, а также составляющих их гармоник.

При вычерчивании кривых отдельных гармоник учитываем тот факт, что период гармоники обратно пропорционален ее номеру, так как по оси абсцисс откладываем величину ωt , то при построении графика третьей гармоники напряжения ее начальная фаза ($73,14^\circ$) разделена на номер гармоники ($73,14^\circ / 3 = 24,38^\circ$).

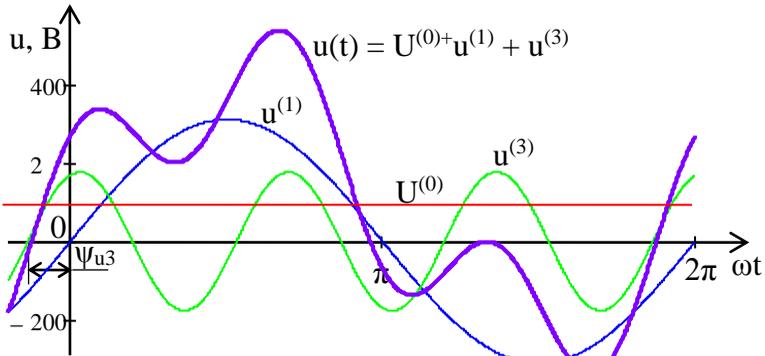


Рис. 5.6

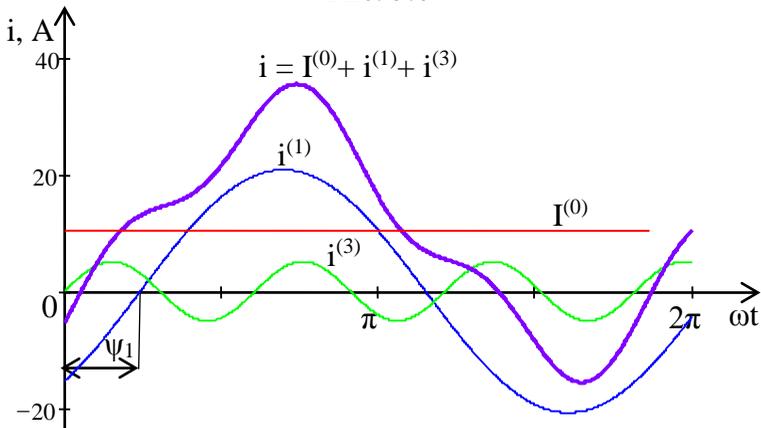


Рис. 5.7

Определим показания измерительных приборов.

Показание амперметра

$$I = \sqrt{I^{(0)} + I^{(1)2} + I^{(3)2}} = \sqrt{10^2 + 14,8^2 + 3,6^2} = 18,22 \text{ А},$$

где действующие значения гармонических составляющих тока

$$I^{(1)} = \frac{I_m^{(1)}}{\sqrt{2}} = \frac{20,9}{\sqrt{2}} = 14,8 \text{ А}, \quad I^{(3)} = \frac{I_m^{(3)}}{\sqrt{2}} = \frac{5,1}{\sqrt{2}} = 3,6 \text{ А}.$$

Показание вольтметра

$$U = \sqrt{U^{(0)} + U^{(1)2} + U^{(3)2}} = \sqrt{100^2 + 219,2^2 + 124,5^2} = 271,2 \text{ В},$$

где действующие значения гармонических составляющих

$$U^{(1)} = \frac{U_m^{(1)}}{\sqrt{2}} = \frac{310}{\sqrt{2}} = 219,2 \text{ В}; \quad U^{(3)} = \frac{U_m^{(3)}}{\sqrt{2}} = \frac{176}{\sqrt{2}} = 124,5 \text{ В}.$$

Пример 2. Определить мгновенные значения тока и напряжений на всех элементах цепи. Построить временные зависимости входного напряжения $u(t)$ и тока в цепи $i(t)$. Определить показания амперметра в цепи, схема которой представлена на рис. 5.8. Рассчитать активную мощность всей цепи.

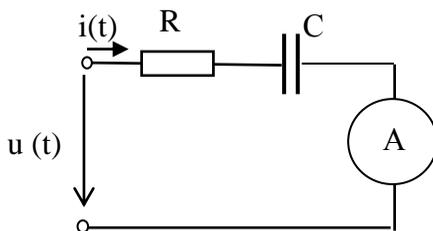


Рис. 5.8

Данные для расчета $1/\omega C = 11 \text{ Ом}$; $R = 10 \text{ Ом}$; напряжение источника $u(t) = 50 + 310\sin\omega t + 176\sin 3\omega t$.

Рассчитаем *постоянную составляющую* тока и напряжений на элементах цепи. При расчете постоянной составляющей тока и напряжений необходимо помнить, что в цепи постоянного тока идеальный конденсатор представляет собой разомкнутый участок, то есть ток $I_C^{(0)} = 0$. Тогда постоянная составляющая тока равна

$$I^{(0)} = \frac{U^{(0)}}{\infty} = 0.$$

Постоянная составляющая напряжения резистора равно нулю, а напряжение конденсатора в рассматриваемой цепи равно входному напряжению

$$U_C^{(0)} = U_{\text{вх}}^{(0)} = 50 \text{ В}.$$

Расчет гармонических составляющих тока и напряжения проведем методом комплексных амплитуд.

Определим *основную (первую) гармонику* тока и напряжений.

Комплексное входное сопротивление первой гармоники

$$Z^{(1)} = R - j \frac{1}{\omega C} = 10 - j11 = 14,87e^{-j47,73^\circ} \text{ Ом}.$$

Ток основной гармоники

$$\dot{I}_m^{(1)} = \frac{\dot{U}_m^{(1)}}{Z^{(1)}} = \frac{\dot{U}_m^{(1)}}{R - j\frac{1}{\omega C}} = \frac{310}{10 - j11} = \frac{310}{14,87e^{-j47,73^\circ}} = 20,9e^{j47,73^\circ} \text{ А.}$$

Действующее значение тока первой гармоники

$$I^{(1)} = \frac{I_m^{(1)}}{\sqrt{2}} = \frac{20,9}{\sqrt{2}} = 14,8 \text{ А.}$$

Напряжения резистора и конденсатора

$$\dot{U}_{Rm}^{(1)} = R\dot{I}_m^{(1)} = 10 \cdot 20,9e^{j47,73^\circ} = 209e^{j47,73^\circ} \text{ В,}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{Cm}^{(1)} &= -jX_C^{(1)}\dot{I}_m^{(1)} = -j\frac{1}{\omega C}\dot{I}_m^{(1)} = -j11 \cdot 20,9e^{j47,73^\circ} = \\ &= 11e^{-j90^\circ} 20,9e^{j47,73^\circ} = 229,9e^{-j42,27^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Мгновенные значения тока и напряжений первой гармоники

$$i^{(1)}(t) = I_m^{(1)} \sin(\omega t + \psi_{i(1)}) = 20,9 \sin(\omega t + 47,73^\circ), \text{ А,}$$

$$u_R^{(1)}(t) = U_{Rm}^{(1)} \sin(\omega t + \psi_{uR(1)}) = 209 \sin(\omega t + 47,73^\circ),$$

$$u_C^{(1)}(t) = U_{Cm}^{(1)} \sin(\omega t + \psi_{uC(1)}) = 299,9 \sin(\omega t - 42,27^\circ).$$

Рассчитаем ток и напряжения *третьей* гармоники.

При расчете необходимо иметь в виду, что сопротивление емкостного элемента зависит от частоты и для третьей гармоники комплексное сопротивление будет определяться

$$Z^{(3)} = R - j\frac{1}{3\omega C} = R - j\frac{X_C^{(1)}}{3} = 10 - j\frac{11}{3} = 10,65e^{-j20^\circ} \text{ Ом.}$$

Ток третьей гармоники

$$\dot{I}_m^{(3)} = \frac{\dot{U}_m^{(3)}}{Z^{(3)}} = \frac{\dot{U}_m^{(3)}}{R - j\frac{X_C^{(1)}}{3}} = \frac{176}{10,65e^{-j20^\circ}} = 16,52e^{j20^\circ} \text{ А.}$$

Действующее значение тока третьей гармоники

$$I^{(3)} = \frac{I_m^{(3)}}{\sqrt{2}} = \frac{16,52}{\sqrt{2}} = 11,72 \text{ А.}$$

Третья гармоника напряжения резистора и конденсатора

$$\begin{aligned}\dot{U}_{Rm}^{(3)} &= R\dot{I}_m^{(3)} = 10 \cdot 16,52e^{j20^\circ} = 165,2e^{j20^\circ} \text{ В}, \\ \dot{U}_{Cm}^{(3)} &= -jX_C^{(3)}\dot{I}_m^{(3)} = -j\frac{1}{3\omega C}\dot{I}_m^{(3)} = -j\frac{11}{3} \cdot 16,52e^{j20^\circ} = \\ &= 3,67e^{-j90^\circ} 16,52e^{j20^\circ} = 60,56e^{-j70^\circ} \text{ В}.\end{aligned}$$

Мгновенные значения тока и напряжений третьей гармоники

$$\begin{aligned}i^{(3)}(t) &= I_m^{(3)} \sin(3\omega t + \psi_{i(3)}) = 16,52 \sin(3\omega t + 20^\circ), \text{ А}, \\ u_R^{(3)}(t) &= U_{Rm}^{(3)} \sin(3\omega t + \psi_{uR(3)}) = 165,2 \sin(3\omega t + 20^\circ), \text{ В}, \\ u_C^{(3)}(t) &= U_{Cm}^{(3)} \sin(3\omega t + \psi_{uC(3)}) = 60,56 \sin(3\omega t - 70^\circ), \text{ В}.\end{aligned}$$

Запишем выражения для мгновенных значений тока и напряжений:

$$\begin{aligned}i(t) &= i^{(0)} + i^{(1)}(t) + i^{(3)}(t) = \\ &= I^{(0)} + I_m^{(1)} \sin(\omega t + \psi_{i(1)}) + I_m^{(3)} \sin(3\omega t + \psi_{i(3)}) = \\ &= 0 + 20,9 \sin(\omega t + 47,73^\circ) + 16,52 \sin(3\omega t + 20^\circ), \text{ А}, \\ u_R(t) &= u_R^{(0)} + u_R^{(1)}(t) + u_R^{(3)}(t) = \\ &= U_R^{(0)} + U_{Rm}^{(1)} \sin(\omega t + \psi_{uR(1)}) + U_{Rm}^{(3)} \sin(3\omega t + \psi_{uR(3)}) = \\ &= 0 + 209 \sin(\omega t + 47,73^\circ) + 16,52 \sin(3\omega t + 20^\circ), \text{ В}, \\ u_C(t) &= u_C^{(0)} + u_C^{(1)}(t) + u_C^{(3)}(t) = \\ &= U_C^{(0)} + U_{Cm}^{(1)} \sin(\omega t + \psi_{uC(1)}) + U_{Cm}^{(3)} \sin(3\omega t + \psi_{uC(3)}) = \\ &= 50 + 299,9 \sin(\omega t - 42,47^\circ) + 60,56 \sin(3\omega t - 70^\circ), \text{ В}.\end{aligned}$$

На рис. 5.9 и 5.10 представлены графики временных зависимостей входного напряжения и тока, а также составляющих их гармоник.

Амперметр измеряет действующее значение входного тока

$$I = \sqrt{I^{(1)2} + I^{(3)2}} = \sqrt{14,8^2 + 11,72^2} = 18,9 \text{ А}.$$

Активная мощность цепи

$$\begin{aligned}P &= P^{(1)} + P^{(3)} = U^{(1)}I^{(1)} \cos \varphi_1 + U^{(3)}I^{(3)} \cos \varphi_3 = \\ &= RI^{(1)2} + RI^{(3)2} = RI^2 = 10 \cdot 18,9^2 = 3570 \text{ Вт}.\end{aligned}$$

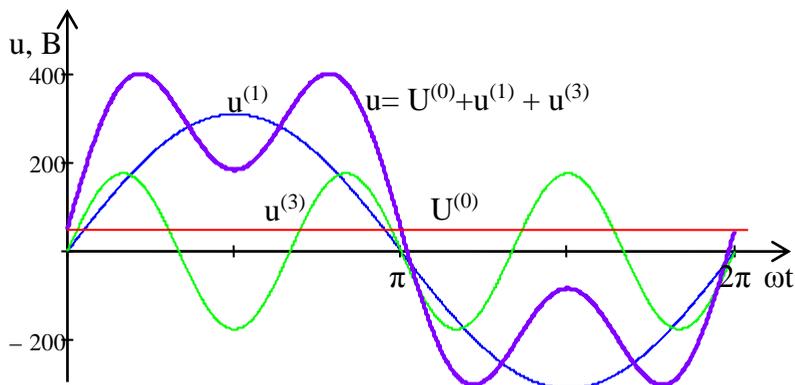


Рис. 5.9

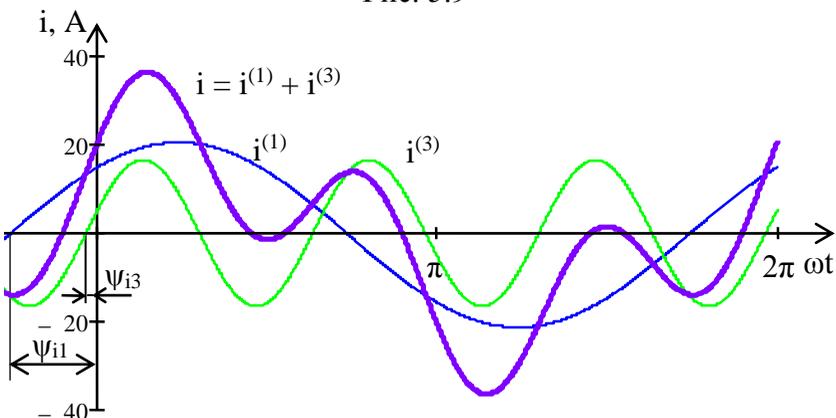


Рис. 5.10

Резонансные явления в цепи несинусоидального тока

Резонансным режимом работы электрической цепи, содержащей индуктивные и емкостные элементы, называют такой режим, при котором ток и напряжение на входе цепи совпадают по фазе.

При несинусоидальных напряжениях и токах резонансные режимы (резонанс токов или резонанс напряжений) могут возникать.

кать не только на первой гармонике, но и на высших гармониках. Условие возникновения резонансного режима в идеальных последовательных или параллельных LC контурах на любой гармонике одинаково:

$$k\omega L = \frac{1}{k\omega C}, \quad \text{где } k - \text{ номер гармоника.}$$

Из этого условия следует, что резонансный режим работы электрической цепи при несинусоидальных ЭДС и токах может быть достигнут изменением любой из трех величин при постоянстве двух оставшихся.

Резонансы напряжений и токов для отдельных гармоник используют для выделения требуемых частот, а также для подавления нежелательных частот.

В настоящей лабораторной работе ставится задача определения гармонического состава несинусоидальных напряжений, форма которых показана на рис. 5.1. С этой целью собирается цепь, содержащая параллельный LC контур (рис. 5.9), в котором на k -тых гармониках добиваются резонанса токов изменением частоты исследуемого сигнала.

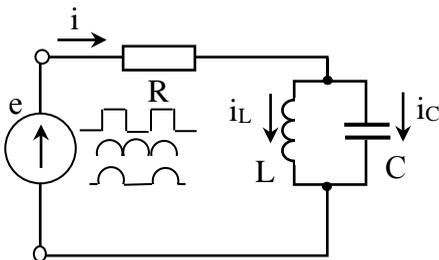


Рис. 5.9

Контур LC имеет резонансную частоту $\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Если на вход схемы (рис. 5.9) подать синусоидальное напряжение, то при достижении резонансного режима сопротивление параллельного контура можно считать бесконечно большим, ток через резистор R становится равным нулю и входное напряжение цепи полностью приложено к контуру. При уходе от резонансной частоты сопротивление контура становится конечным, возникает ток через резистор R и напряжение на контуре уменьшается. Сопротивление резистора R выбирается таким образом, что при частотах, отличных от резонансной, сопротивле-

нечно большим, ток через резистор R становится равным нулю и входное напряжение цепи полностью приложено к контуру. При уходе от резонансной частоты сопротивление контура становится конечным, возникает ток через резистор R и напряжение на контуре уменьшается. Сопротивление резистора R выбирается таким образом, что при частотах, отличных от резонансной, сопротивле-

ние резонансного контура намного меньше сопротивления резистора и практически все входное напряжение приложено к резистору, а напряжение на контуре незначительно.

Если на вход схемы подать несинусоидальное напряжение, то заданную несинусоидальную ЭДС можно представлять в виде разложения в ряд Фурье

$$e(t) = e^{(0)} + e^{(1)} + e^{(2)} + \dots + e^{(k)}$$

и на эквивалентной схеме замещения (рис. 5.10) изобразить в виде последовательного соединения нескольких синусоидальных источников ЭДС различной частоты.

В случае, если частота входного несинусоидального сигнала $\omega = \omega_p$, то резонанс будет наблюдаться на первой гармонике. Все напряжение первой гармоники будет приложено к контуру LC и его можно измерить с помощью вольтметра. Напряжения остальных гармоник в этом случае практически полностью приложены к резистору R (рис. 5.10).

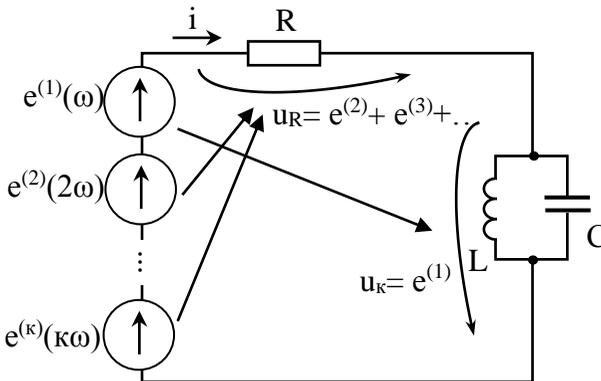


Рис. 5.10

В случае, если частоту входного сигнала уменьшить в два раза, то резонанс будет наблюдаться на второй гармонике, так как $\omega_p = 2 \cdot \frac{\omega_p}{2}$. Тогда все напряжение второй гармоники будет приложено к контуру LC и его можно измерить с помощью вольтмет-

ра. Напряжения остальных гармоник в этом случае практически полностью приложены к резистору R .

Если частоту входного сигнала уменьшить в k раз, резонанс будет наблюдаться на k -той гармонике, так как $\omega_p = k \cdot \frac{\omega_p}{k}$.

Напряжение k -той гармоники будет приложено к контуру LC и его можно измерить с помощью вольтметра. Напряжения остальных гармоник в этом случае практически полностью приложены к резистору R (рис. 5.11).

Таким образом, изменяя частоту входного сигнала, мы можем наблюдать резонансные режимы на всех гармониках, содержащихся в сигнале.

В момент резонанса на k -той гармонике вольтметр или осциллограф, подключенные к параллельному контуру, покажут максимально возможное напряжение.

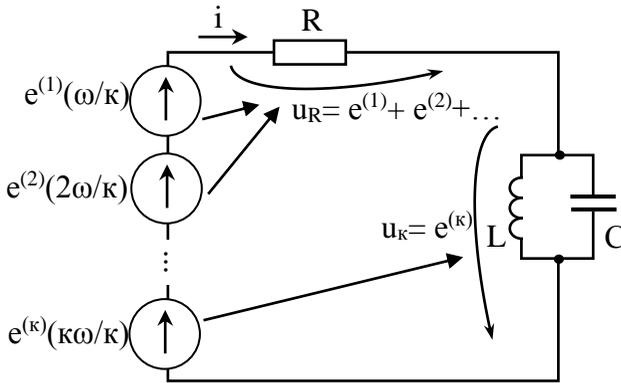


Рис. 5.11

Еще раз подчеркнем тот факт, что для наблюдения резонансного режима на высших гармониках, или, говоря другими словами, для выделения высших гармоник, частоту входного сигнала необходимо уменьшать по отношению к частоте основной или первой гармоники $\omega_0(f_0)$ в k раз.

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

В лабораторной работе исследуется электрическая цепь с не-синусоидальными источниками ЭДС (рис. 5.10).

Генератор звуковых сигналов (ЗГ) вырабатывает напряжение синусоидальной формы с регулируемой амплитудой и частотой. На вход преобразователя подается синусоидальное напряжение от ЗГ, с выхода снимается несинусоидальное напряжение прямоугольной формы и сигналы, соответствующие одно- и двухполупериодному выпрямленному напряжению.

Преобразователь синусоидального сигнала и элементы R , L , C представлены в виде блока универсального стенда.

К выходу преобразователя могут подключаться цепи различной конфигурации, показанные на рис. 5.10, а, б, в.

В лабораторной работе используются электронный вольтметр и осциллограф любого типа.

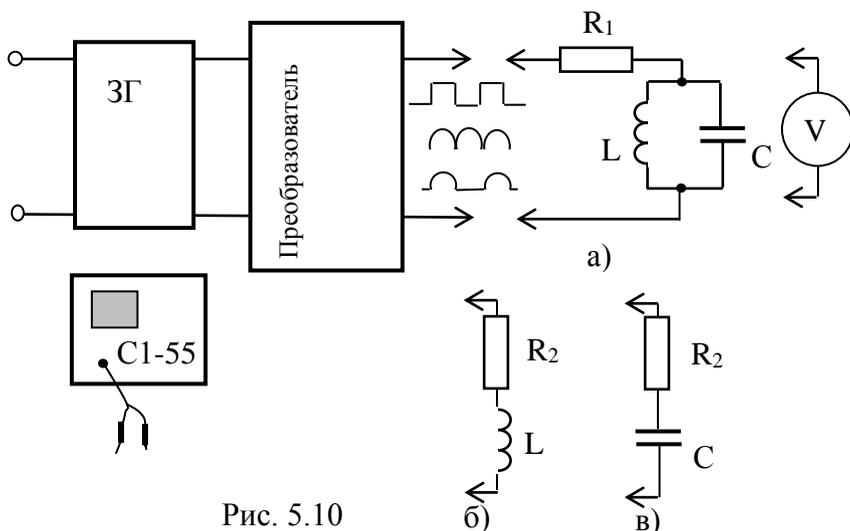
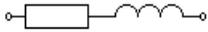
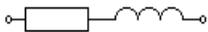
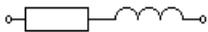
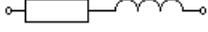
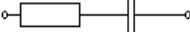
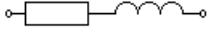


Рис. 5.10

ЗАДАНИЕ НА ПОДГОТОВИТЕЛЬНУЮ РАБОТУ

1. Изучить соответствующий раздел курса «Электротехника».
2. Выписать из справочной литературы разложение в ряд Фурье сигналов, используемых в данной лабораторной работе (прямоугольной формы, одно- и двухполупериодного выпрямленного синусоидального напряжения), ограничив запись ряда тремя слагаемыми.
3. Построить амплитудные спектры несинусоидальных функций, указанных в п. 2, приняв амплитуду первой из гармоник за единицу.
4. Вычислить ориентировочно резонансную частоту параллельного контура, составленного из элементов с параметрами $L=42$ мГн и $C=6800$ пФ.
5. Рассчитать согласно варианту ток или напряжение в цепи, которая указана в табл. 5.1. Параметры цепи принять равными $R_2=2500$ Ом, $\omega=\omega_r$, номиналы L и C указаны в п.4. Для расчета использовать теоретическое разложение кривой напряжения, приняв амплитуду первой гармоники за единицу.
6. Построить график мгновенного значения рассчитанного тока $i(t)$ или напряжения $u(t)$.

Таблица 5.1

№ варианта	Исследуемая цепь	Форма напряжения питания	Определить
1			$i(t)$
2			$u_C(t)$
3			$u_L(t)$
4			$i(t)$
5			$u_R(t)$
6			$u_C(t)$
7			$i(t)$
8			$i(t)$
9			$u_R(t)$
10			$u_R(t)$
11			$u_L(t)$
12			$i(t)$

ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Собрать электрическую цепь в соответствии с рис. 5.10,а, используя на панели стенда элементы: $R_1=100$ кОм, $L=42$ мГн, $C=6800$ пФ.

2. Установить на выходе преобразователя напряжение синусоидальной формы с частотой, равной расчетной резонансной частоте f_R . Проверить с помощью осциллографа форму сигнала. Изменяя частоту звукового генератора вблизи f_R , уточнить значение резонансной частоты, для чего необходимо определить, при какой частоте напряжение параллельного резонансного контура будет иметь максимальное значение.

3. Установить на выходе преобразователя напряжение прямоугольной формы. Частоту генератора сделать равной экспериментальному значению резонансной частоты. Изменяя частоту генератора вблизи f_R , убедиться в наличии резонанса на 1-й гармонике. Измерить с помощью вольтметра или осциллографа амплитуду 1-й гармоники.

Уменьшая частоту прямоугольных импульсов с помощью генератора, определить номера гармоник, присутствующих в сигнале, и измерить их амплитуду (измерения вести до 5-й гармоники). Результаты измерений занести в табл. 5.2.

При проведении эксперимента необходимо поддерживать выходное напряжение генератора неизменным.

Достигнув резонанса при частоте f_k , о номере гармоники можно судить по соотношению частот f_R / f_k .

4. Установить последовательно на выходе преобразователя сигналы, имеющие форму одно- и двухполупериодного выпрямленного напряжения. Аналогичным п. 3 образом определить номера гармоник, присутствующих в этих сигналах и измерить их амплитуды. Результаты измерения амплитуд гармоник и соответствующих им частот занести в табл. 5.2.

5. Построить полученные экспериментально спектры амплитуд исследуемых сигналов на одном графике с расчетными. Сравнить полученные результаты и сделать выводы.

Таблица 5.2

Форма напряжения	Номер гармоники									
	1		2		3		4		5	
	f, Гц	U _m В	f, Гц	U _m В	f, Гц	U _m В	f, Гц	U _m В	f, Гц	U _m В
										
										
										

6. Собрать электрическую цепь из последовательно соединенных активного сопротивления $R_2=2500$ Ом и реактивного элемента и подключить к выходу преобразователя. Характер реактивного элемента и форма несинусоидального сигнала согласно варианту указаны в табл. 5.1.

Напряжение генератора частотой f_p установить таким, чтобы на выходе преобразователя получить устойчивый сигнал требуемой формы. Контроль формы сигнала осуществляется с помощью осциллографа.

7. Снять осциллограмму указанных согласно варианту в табл. 5.1 тока или напряжения на участке цепи, отметив масштабы по оси ОХ и ОУ.

8. Построить в одинаковом масштабе времени функции тока $i(t)$ или напряжения $u(t)$, полученные по результатам расчета и экспериментальным путем.

9. Сделать выводы по работе.

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ, ФОРМУЛЫ И СООТНОШЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Реактивные сопротивления индуктивных и емкостных элементов	$X_L^{(k)} = k\omega L,$ $X_C^{(k)} = \frac{1}{k\omega C}$
Резонансная частота	$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
Комплексное сопротивление k-той гармоники	$Z^{(k)} = R + jk\omega L - j\frac{1}{k\omega C}$
Полное сопротивление k-той гармоники	$z^{(k)} = \sqrt{R^2 + \left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right)^2}$
Фаза k-той гармоники	$\varphi_k = \arctg \frac{k\omega L - 1/(k\omega C)}{R}$
Закон Ома для k-той гармоники	$\dot{I}_m^{(k)} = \frac{\dot{U}_m^{(k)}}{Z^{(k)}}$
Активная мощность цепи	$P = P^{(0)} + P^{(1)} + P^{(2)} + \dots + P^{(k)} + \dots$
Активная мощность k-той гармоники	$P^{(k)} = +U^{(k)}I^{(k)} \cos \varphi_k$
Полная мощность	$S = UI$
Действующее значение несинусоидального тока	$I = \sqrt{I^{(0)2} + \frac{I_m^{(1)2}}{2} + \frac{I_m^{(2)2}}{2} + \dots + \frac{I_m^{(k)2}}{2}} =$ $= \sqrt{I^{(0)2} + I^{(1)2} + I^{(2)2} + \dots + I^{(k)2}}$
Действующее значение несинусоидального напряжения	$U = \sqrt{U^{(0)2} + \frac{U_m^{(1)2}}{2} + \frac{U_m^{(2)2}}{2} + \dots + \frac{U_m^{(k)2}}{2}} =$ $= \sqrt{U^{(0)2} + U^{(1)2} + U^{(2)2} + \dots + U^{(k)2}}$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Способы представления несинусоидальных периодических токов и напряжений.
2. Амплитудочастотные и фазочастотные характеристики.
3. Коэффициенты, характеризующие форму несинусоидальных токов и напряжений.
4. Действующее значение несинусоидального тока.
5. Активная, реактивная и полная мощности в цепях с несинусоидальными токами и напряжениями.
6. Алгоритм расчета токов и напряжений в цепях с несинусоидальными источниками ЭДС.
7. Резонансные явления в цепях с несинусоидальными токами и напряжениями.
8. Поясните определение в лабораторной работе наличия различных гармонических составляющих и измерение их амплитуд.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИК

Цель работы: исследование режимов работы пассивного четырехполюсника, определение коэффициентов А- формы записи уравнений четырехполюсника, характеристического сопротивления, постоянной передачи.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Системы автоматического регулирования энергетических систем, ЭВМ, другие сложные электрические устройства имеют в своем составе блоки, которые связаны с внешней цепью четырьмя зажимами - двумя входными и двумя выходными. При анализе работы системы в целом такие блоки, зачастую имеющие достаточно сложную внутреннюю структуру, могут рассматриваться как четырехполюсники, служащие для передачи или преобразования энергии или электрических сигналов. Если четырехполюсник не содержит в своем составе источники энергии или содержит источники энергии, но действие их не обнаруживается на входных и выходных зажимах, то такие четырехполюсники называют пассивными. Например: трансформаторы, электрические фильтры, линии электропередач, линии связи и т.д.

Уравнения четырехполюсника

В том случае, если на входные зажимы четырехполюсника подается напряжение источника питания, а к выходным зажимам подключается нагрузка, то такое включение четырехполюсника называется прямым (рис. 6.1,а). Если же напряжение источника подается на выходные зажимы четырехполюсника, а нагрузка подключается к входным, то такое включение называется обратным (рис. 6.1,б). Положительные направления токов и напряжений при прямом и обратном включении показаны на рис. 6.1.

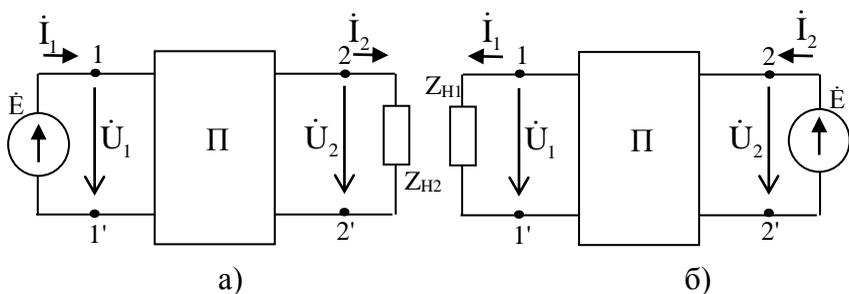


Рис. 6.1

Зависимости между двумя напряжениями и двумя токами, определяющими режим на первичных и вторичных выводах, могут быть записаны в различных формах. Если считать две из указанных величин заданными, то две другие величины будут связаны с ними системой из двух уравнений, которые называются уравнениями четырехполюсника.

При прямом включении четырехполюсника входные напряжения и ток можно связать с выходными напряжением и током уравнениями четырехполюсника в А-форме (6.1). При обратном включении можно связать выходные напряжение и ток с входными с помощью уравнений в В-форме (6.2). Коэффициенты А, В, С и D в этих уравнениях в общем случае являются комплексными величинами и зависят от внутренней структуры рассматриваемого четырехполюсника и частоты источника питания.

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A \dot{U}_2 + B \dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 = C \dot{U}_2 + D \dot{I}_2. \end{cases} \quad (6.1)$$

$$\begin{cases} \dot{U}_2 = D \dot{U}_1 + B \dot{I}_1; \\ \dot{I}_2 = C \dot{U}_1 + A \dot{I}_1. \end{cases} \quad (6.2)$$

Коэффициенты уравнений взаимного четырехполюсника в А- и В-формах записи связаны зависимостью $AD - BC = 1$.

Определение коэффициентов А- и В- форм записи уравнений четырехполюсника

Коэффициенты А, В, С и D можно рассчитать аналитически на основании схемы четырехполюсника или определить опытным путем.

В том случае, если внутренняя структура и параметры элементов, составляющих четырехполюсник, известны, можно связать входные и выходные токи и напряжения четырехполюсника и получить выражения для определения коэффициентов уравнений через известные параметры элементов, составив уравнения по законам Кирхгофа.

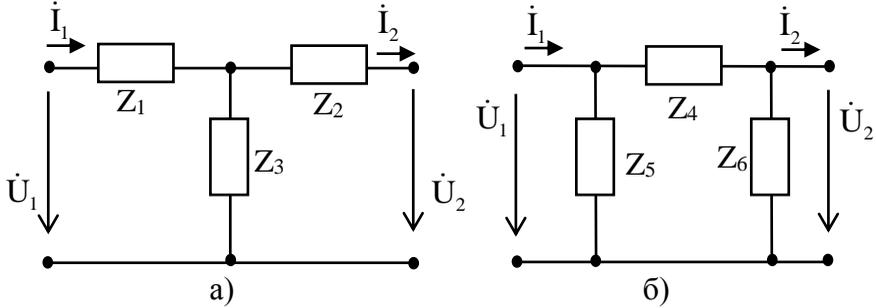


Рис. 6.2

Для простейших T- и П-образных схем четырехполюсников (рис. 6.2, а, б) коэффициенты, полученные в результате расчетов с помощью законов Кирхгофа, имеют следующий вид:

Для T - схемы:

Для П - схемы:

$$\begin{cases} A = 1 + Z_1 / Z_3; \\ B = Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 / Z_3; \\ C = 1 / Z_3; \\ D = 1 + Z_2 / Z_3. \end{cases} \quad (6.3)$$

$$\begin{cases} A = 1 + Z_4 / Z_6; \\ B = Z_4; \\ C = (Z_4 + Z_5 + Z_6) / Z_5 Z_6; \\ D = 1 + Z_4 / Z_5. \end{cases} \quad (6.4)$$

Коэффициенты A-формы записи уравнений также можно определить, рассчитав входные комплексные сопротивления четырехполюсника при прямом и обратном включении в режимах холостого хода и короткого замыкания.

При прямом включении четырехполюсника в режиме холостого хода ток $I_{2x}=0$, а в режиме короткого замыкания напряжение $U_{2K}=0$, тогда уравнения (6.1) примут вид:

$$\begin{cases} \dot{U}_{1X} = A \dot{U}_{2X}; \\ \dot{I}_{1X} = C \dot{U}_{2X}; \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{U}_{1K} = B \dot{I}_{2K}; \\ \dot{I}_{1K} = D \dot{I}_{2K}. \end{cases} \quad (6.5)$$

При обратном включении четырехполосника в режиме холостого хода ток $I_{1X}=0$, а в режиме короткого замыкания напряжение $U_{1K}=0$ и уравнения (6.2) примут вид:

$$\begin{cases} \dot{U}_{2X} = D \dot{U}_{1X}; \\ \dot{I}_{2X} = C \dot{U}_{1X}; \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{U}_{2K} = B \dot{I}_{1K}; \\ \dot{I}_{2K} = A \dot{I}_{1K}. \end{cases} \quad (6.6)$$

Используя данные уравнений (6.5) и (6.6), можно выразить входные сопротивления четырехполосника для режимов холостого хода и короткого замыкания для прямого включения - Z_{1X} , Z_{1K} и обратного включения - Z_{2X} , Z_{2K} :

$$\begin{aligned} Z_{1X} &= \dot{U}_{1X} / \dot{I}_{1X} = \frac{U_{1X}}{I_{1X}} e^{j\varphi_{1X}} = z_{1X} e^{j\varphi_{1X}} = A / C; \\ Z_{2X} &= \dot{U}_{2X} / \dot{I}_{2X} = \frac{U_{2X}}{I_{2X}} e^{j\varphi_{2X}} = z_{2X} e^{j\varphi_{2X}} = D / C; \\ Z_{1K} &= \dot{U}_{1K} / \dot{I}_{1K} = \frac{U_{1K}}{I_{1K}} e^{j\varphi_{1K}} = z_{1K} e^{j\varphi_{1K}} = B / D; \\ Z_{2K} &= \dot{U}_{2K} / \dot{I}_{2K} = \frac{U_{2K}}{I_{2K}} e^{j\varphi_{2K}} = z_{2K} e^{j\varphi_{2K}} = B / A. \end{aligned} \quad (6.7)$$

Решая совместно уравнения (6.7) и учитывая связь коэффициентов А-формы $AD-BC=1$, можно получить значения коэффициентов четырехполосника, выраженные через сопротивления холостого хода и короткого замыкания:

$$A = \sqrt{\frac{Z_{1X}}{Z_{2X} - Z_{2K}}}, \quad \text{или} \quad A = \sqrt{\frac{Z_{1X} Z_{1K}}{Z_{2K} (Z_{1X} - Z_{1K})}}; \quad (6.8)$$

$$B = A Z_{2K}; \quad C = A / Z_{1X}; \quad D = A Z_{2X} / Z_{1X} = A Z_{2K} / Z_{1K}.$$

Этот способ определения коэффициентов четырехполосника используют и в том случае, если внутренняя структура четырехпо-

люсника и параметры составляющих его элементов неизвестны. Для этого проводят опыты холостого хода и короткого замыкания при прямом и обратном включении четырехполюсника (рис. 6.3). С помощью вольтметра и амперметра измеряют действующие значения входного напряжения и тока для каждого режима, а также измеряют фазометром угол сдвига фаз между ними.

По формулам (6.7) определяют комплексные сопротивления в режимах холостого хода и короткого замыкания. Затем по формулам (6.8) рассчитывают коэффициенты А-формы записи уравнений.

Вторичные параметры четырехполюсника

К вторичным параметрам четырехполюсника относятся характеристические сопротивления и постоянная передачи.

Для каждого пассивного четырехполюсника существуют два таких характеристических сопротивления Z_{1C} , Z_{2C} (со стороны входных и выходных зажимов соответственно), которые удовлетворяют следующим условиям: если сопротивление нагрузки Z_{H2} на выходе четырехполюсника равно характеристическому Z_{2C} , то входное сопротивление со стороны первичных зажимов равно характеристическому Z_{1C} ; если при обратном включении четырехполюсника сопротивление нагрузки Z_{H1} равно характеристическому Z_{1C} , то входное сопротивление со стороны вторичных зажимов будет равно характеристическому сопротивлению Z_{2C} .

Такая нагрузка четырехполюсника называется согласованной. При согласованной нагрузке потери в четырехполюснике минимальны.

Характеристические сопротивления можно вычислить как по известным коэффициентам четырехполюсника, так и по опытным данным, полученным при проведении опытов холостого хода и короткого замыкания:

$$Z_{1C} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} = \sqrt{Z_{1X} Z_{1K}}; \quad Z_{2C} = \sqrt{\frac{DB}{CA}} = \sqrt{Z_{2X} Z_{2K}}.$$

При согласованной нагрузке $Z_H = Z_{2C} = \sqrt{\frac{DB}{CA}}$.

Выходной ток и напряжение связаны зависимостью $\dot{U}_2 = Z_{2C} \dot{I}_2$.

Тогда напряжение и ток на входе четырехполюсника

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A \dot{U}_2 + B \dot{I}_2 = A \dot{U}_2 + B \frac{\dot{U}_2}{Z_{2C}} = (\sqrt{AD} + \sqrt{BC}) \dot{U}_2; \\ \dot{I}_1 = C \dot{U}_2 + D \dot{I}_2 = CZ_{2C} \dot{I}_2 + D \dot{I}_2 = (\sqrt{AD} + \sqrt{BC}) \dot{I}_2. \end{cases}$$

Комплексное число $\sqrt{AD} + \sqrt{BC}$ полагают равным e^g ,

где $g = a + jb = \ln(\sqrt{AD} + \sqrt{BC})$ - постоянная передачи.

Входные и выходные токи и напряжения при согласованной нагрузке связаны соотношением

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \sqrt{AD} + \sqrt{BC} = e^g = e^a e^{jb}.$$

$$\text{Или } \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{U_1 e^{j\psi u1}}{U_2 e^{j\psi u2}} = e^a e^{jb}; \quad \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{I_1 e^{j\psi i1}}{I_2 e^{j\psi i2}} = e^a e^{jb},$$

откуда $\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_1}{I_2} = e^a$, то есть модуль входного напряжения в e^a раз

отличается от модуля выходного напряжения, а модуль входного тока в e^a раз отличается от модуля выходного тока;

$$\frac{e^{j\psi u1}}{e^{j\psi u2}} = \frac{e^{j\psi i1}}{e^{j\psi i2}} = e^{jb}, \text{ то есть входное напряжение опережает}$$

выходное напряжение на угол b и начальные фазы входного и выходного токов отличаются на такой же угол.

Величина a называется коэффициентом *затухания*. Единицами измерения коэффициента затухания являются неперы (Нп) и белы (Б).

$$\text{Затухание в неперах } a_{\text{Нп}} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{S_1}{S_2} \right| = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{U_1}{U_2} \right)^2.$$

Если $U_1/U_2 = e$, то затухание равно 1 Нп.

Затухание в белых $a_b = \lg \left| \frac{S_1}{S_2} \right| = \lg \left(\frac{U_1}{U_2} \right)^2 = 2 \lg \left(\frac{U_1}{U_2} \right)$, а в деци-
 белых $a_{дБ} = 20 \lg \left(\frac{U_1}{U_2} \right)$.

Величина b называется коэффициентом *фазы* и измеряется в градусах или в радианах.

Передача энергии от источника через пассивный четырехполюсник к приемнику характеризуется коэффициентом полезного действия четырехполюсника и потерями мощности в нем. КПД определяется как отношение мощности нагрузки $P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2$ к входной мощности $P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1$, а потери мощности как разность этих мощностей $\Delta P = P_1 - P_2$.

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Источник питания: сеть переменного тока лабораторного стенда напряжением 220 В и частотой 50 Гц. Напряжение на входе исследуемой цепи устанавливается с помощью лабораторного автотрансформатора (ЛАТР).

Схема исследуемой цепи приведена на рис. 6.3.

Схема соединения элементов четырехполюсника согласно варианту приведена в табл. 6.1.

Параметры элементов четырехполюсника:

резисторы $R = 100 \text{ Ом}$, $R_1 = 150 \text{ Ом}$;

конденсаторы $C = 10 \text{ мкФ}$ и $C_1 = 30 \text{ мкФ}$;

катушка с индуктивностью $L_k = 0,5 \text{ Гн}$ и активным сопротивлением $R_k = 25 \text{ Ом}$.

Измерительные приборы:

амперметры типа Э 359 0,25 - 1,0 А - 2 шт.;

вольтметры типа Э 359 150-300 В - 2 шт.; фазометр.

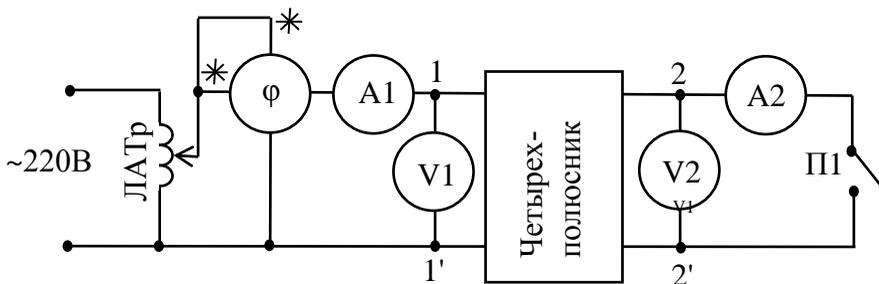


Рис. 6.3

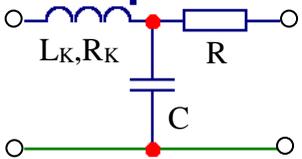
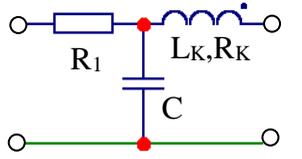
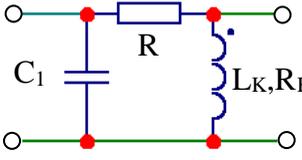
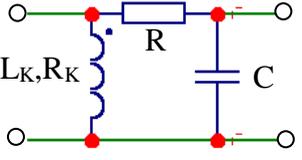
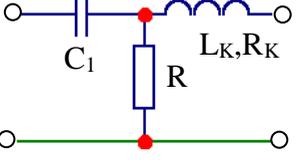
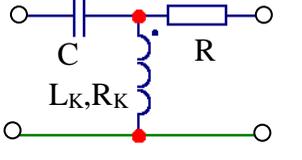
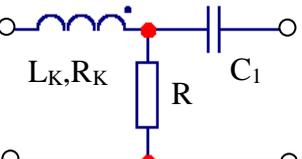
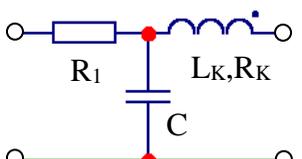
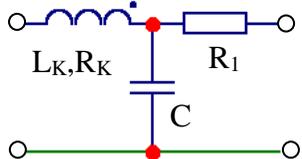
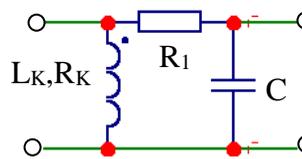
ЗАДАНИЕ НА ПОДГОТОВИТЕЛЬНУЮ РАБОТУ

1. Изучить материал по теме “Четырехполюсники”.
2. Рассчитать коэффициенты A, B, C, D четырехполюсника, заданного согласно варианту в табл. 6.1, используя формулы (6.3) или (6.4). Результаты расчетов занести в табл. 6.2.
3. Используя формулы (6.5) и (6.6), произвести расчет входных и выходных токов и напряжений в режимах холостого хода и короткого замыкания при прямом и обратном включении четырехполюсника при питании от источника напряжением 50 В. Результаты расчетов занести в табл. 6.3.

ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Собрать исследуемую электрическую цепь (рис. 6.3).
2. При питании четырехполюсника со стороны первичных зажимов (1 -1') провести опыты холостого хода и короткого замыкания ($U_{пит} = 50$ В). Результаты измерений занести в табл. 6.3.
3. Провести опыты холостого хода и короткого замыкания для обратного включения четырехполюсника (питание со стороны зажимов 2-2'). При этом необходимо учитывать, что вольтметр V_1 и амперметр A_1 будут показывать выходные напряжение и ток, а вольтметр V_2 и амперметр A_2 - входные. Фазометр в этом случае измерит угол сдвига фаз между векторами напряжения U_2 и тока I_2 . Результаты измерений занести в табл. 6.3.

Таблица 6.1

<p>1</p> 	<p>2</p> 
<p>3</p> 	<p>4</p> 
<p>5</p> 	<p>6</p> 
<p>7</p> 	<p>8</p> 
<p>9</p> 	<p>10</p> 

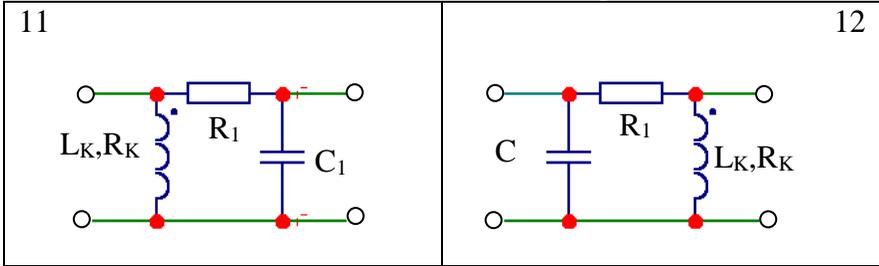


Таблица 6.2

Коэффициенты	A	B, Ом	C, Сим	D
Расчет				
Эксперимент				

Таблица 6.3

Способ включения	Режим	Измерено						Вычислено						
		U_1 , В	I_1 , А	φ_1 , гр	U_2 , В	I_2 , А	φ_2 , гр	U_1 , В	I_1 , А	φ_1 , гр	U_2 , В	I_2 , А	φ_2 , гр	
Прямое включен.	ХХ													
	КЗ													
Обратное включен.	ХХ													
	КЗ													

4. По результатам проведенных опытов холостого хода и короткого замыкания рассчитать комплексные входные сопротивления при прямом и обратном включении четырехполюсника. Используя формулы (6.8) вычислить коэффициенты A, B, C, D четырехполюсника. Результаты расчета коэффициентов занести в табл. 6.2. Сравнить их с результатами, полученными в предварительных расчетах.

5. Рассчитать характеристические сопротивления четырехполюсника Z_{1C} , Z_{2C} , постоянную передачи g , коэффициент затухания a и коэффициент фазы b .

6. Построить векторные диаграммы токов и напряжений для режимов холостого хода и короткого замыкания при прямом и

обратном включении четырехполюсника, используя расчетные данные.

7. Сделать выводы о проделанной работе.

Построение линейных векторных диаграмм четырехполюсников

Для проверки правильности расчетов коэффициентов четырехполюсника А, В, С, D можно воспользоваться линейными векторными диаграммами.

Для этого вычисленные по экспериментальным данным значения коэффициентов четырехполюсника А, В, С, D необходимо представить в показательной форме:

$$A = |A| \cdot e^{j\alpha}; \quad B = |B| \cdot e^{j\beta}; \quad C = |C| \cdot e^{j\gamma}; \quad D = |D| \cdot e^{j\delta}.$$

Для каждого из рассматриваемых режимов работы четырехполюсника необходимо выбрать опорный вектор.

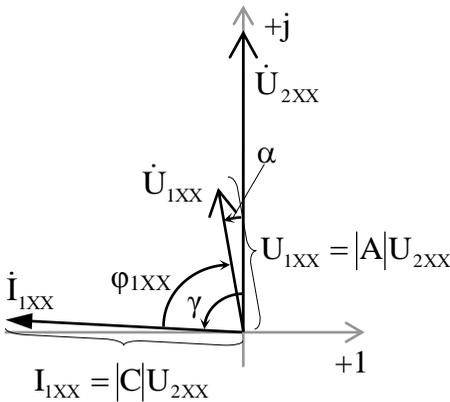


Рис. 6.4

Так для режима холостого хода при прямом включении в качестве опорного вектора принимаем вектор выходного напряжения U_2 , который располагаем на плоскости произвольно, например, вертикально (рис. 6.4). Длина вектора U_2 должна соответствовать измеренному значению выходного напряжения в соответствии с выбранным масштабом.

Из системы уравнений четырехполюсника **формы А**

для режима холостого хода:

$$\dot{U}_{1XX} = A\dot{U}_{2XX}; \quad \dot{I}_{1XX} = C\dot{U}_{2XX}$$

получаем вектор входного U_{1XX} , умножив длину вектора выходного напряжения U_{2XX} на модуль коэффициента А и повернув полу-

ченный вектор на угол α , а вектор входного тока I_{1XX} - умножив длину вектора выходного напряжения U_{2XX} на модуль коэффициента C и повернув полученный вектор на угол γ (рис. 6.4).

Если длины векторов входного напряжения U_{1XX} и входного тока I_{1XX} совпадут с их экспериментальными значениями, а также угол сдвига фаз между ними будет соответствовать измеренному значению ϕ_{1XX} , тогда коэффициенты A и C были вычислены правильно.

Для режима короткого замыкания при прямом включении в качестве опорного вектора выбираем вектор выходного тока I_{2K3} , длина которого соответствует измеренному значению (с учетом выбранного масштаба) и направляем его на плоскости вертикально (рис. 6.5).

Из системы уравнений четырехполюсника **формы А** для режима короткого замыкания:

$$\dot{U}_{1K3} = B\dot{I}_{2K3}; \quad \dot{I}_{1K3} = D\dot{I}_{2K3}$$

вектор входного напряжения U_{1K3} получаем умножением длины вектора выходного тока I_{2K3} на модуль коэффициента B и поворотом полученного вектора на угол β , а вектор входного тока I_{1K3} - умножением длины вектора выходного тока I_{2K3} на модуль коэффициента D и поворотом полученного вектора на угол δ (рис. 6.5).

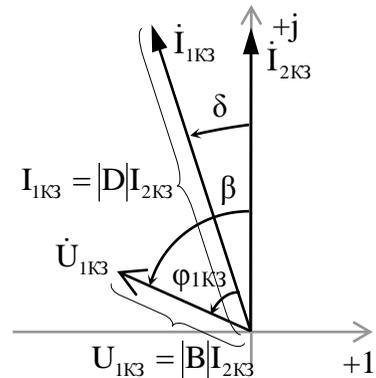


Рис. 6.5

Длины векторов входного напряжения U_{1K3} и входного тока I_{1K3} должны совпадать с их измеренными значениями, а также угол сдвига фаз между ними ϕ_{1K3} должен соответствовать экспериментальному значению, тогда коэффициенты B и D вычислены правильно.

Используя систему уравнений четырехполюсника для обратного включения (**В-форма**):

$$\dot{U}_2 = D\dot{U}_1 + B\dot{I}_1; \quad \dot{I}_2 = C\dot{U}_1 + A\dot{I}_1;$$

аналогично строим векторные диаграммы для режимов холостого хода (рис. 6.6) и короткого замыкания (рис. 6.7), при котором выполняются соотношения:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{2XX} &= D\dot{U}_{1XX}; & \dot{U}_{2K3} &= B\dot{I}_{1K3}; \\ \dot{I}_{2XX} &= C\dot{U}_{1XX}; & \dot{I}_{2K3} &= A\dot{I}_{1K3}. \end{aligned}$$

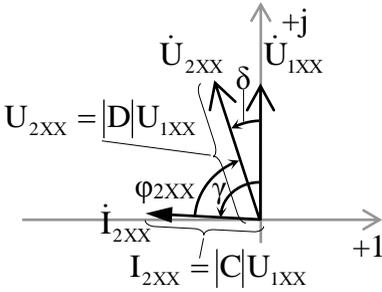


Рис. 6.6

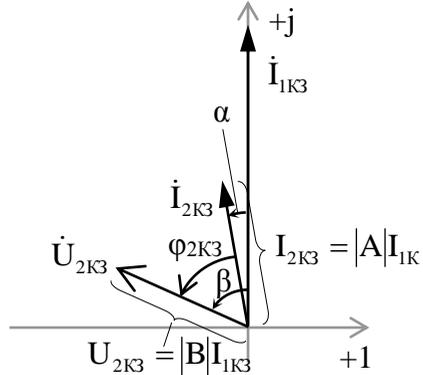


Рис. 6.7

Примечание: Для всех векторных диаграмм применяются одни масштабы как по току, так и по напряжению. Тогда **на всех векторных диаграммах длина вектора питающего напряжения выглядит одинаково**, что соответствует условиям эксперимента.

**ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ, ФОРМУЛЫ И СООТНОШЕНИЯ,
ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ**

А-форма записи уравнений четырехполюсника	$\begin{cases} \dot{U}_1 = A \dot{U}_2 + B \dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 = C \dot{U}_2 + D \dot{I}_2. \end{cases}$
В-форма записи уравнений четырехполюсника	$\begin{cases} \dot{U}_2 = D \dot{U}_1 + B \dot{I}_1; \\ \dot{I}_2 = C \dot{U}_1 + A \dot{I}_1. \end{cases}$
Параметры Т-образной схемы замещения	$\begin{cases} A = 1 + Z_1 / Z_3; \\ B = Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 / Z_3; \\ C = 1 / Z_3; \\ D = 1 + Z_2 / Z_3. \end{cases}$
Параметры П-образной схемы замещения	$\begin{cases} A = 1 + Z_4 / Z_6; \\ B = Z_4; \\ C = (Z_4 + Z_5 + Z_6) / Z_5 Z_6; \\ D = 1 + Z_4 / Z_5. \end{cases}$
Коэффициенты А-формы записи уравнений четырехполюсника, выраженные через сопротивления холостого хода и короткого замыкания	$A = \sqrt{\frac{Z_{1X}}{Z_{2X} - Z_{2K}}}, \text{ или}$ $A = \sqrt{\frac{Z_{1X} Z_{1K}}{Z_{2K} (Z_{1X} - Z_{1K})}};$ $B = A Z_{2K}; \quad C = A / Z_{1X};$ $D = A Z_{2X} / Z_{1X} = A Z_{2K} / Z_{1K}.$
Характеристические сопротивления	$Z_{1C} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} = \sqrt{Z_{1X} Z_{1K}};$ $Z_{2C} = \sqrt{\frac{DB}{CA}} = \sqrt{Z_{2X} Z_{2K}}.$
Постоянная передачи.	$g = a + jb = \ln(\sqrt{AD} + \sqrt{BC})$

Коэффициент затухания в неперлах	$a[\text{Нп}] = \frac{1}{2} \ln \left \frac{S_1}{S_2} \right = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{U_1}{U_2} \right)^2.$
Коэффициент затухания в беллах и в децибеллах	$a[\text{Б}] = 2 \lg \left(\frac{U_1}{U_2} \right),$ $a[\text{дБ}] = 20 \lg \left(\frac{U_1}{U_2} \right).$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие устройства называют четырехполюсником. Приведите примеры четырехполюсников.
2. Формы записи уравнений четырехполюсников.
3. Определение коэффициентов А-формы записи уравнений четырехполюсника аналитическими методами.
4. Определение коэффициентов А-формы записи уравнений четырехполюсника по опытным данным для режимов холостого хода и короткого замыкания.
5. Согласованный режим работы четырехполюсника. Характеристическое сопротивление. Определение характеристического сопротивления по опытным данным.
6. Постоянная передачи. Коэффициенты затухания и фазы.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Цель работы: исследование переходных процессов в линейных электрических цепях постоянного тока.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Переходными процессами называют процессы перехода от одного установившегося режима в электрической цепи к другому установившемуся режиму. Переходные процессы возникают в электрических цепях вследствие *коммутации*, то есть подключения или отключения источников энергии или элементов цепи, а также в результате скачкообразного изменения параметров R , L , C элементов цепи. Считают, что коммутация в цепи происходит мгновенно, то есть при $t=0$.

Переходные процессы не возникают в цепях, содержащих только резистивные элементы. Возникновение переходных процессов в электрических цепях связано с наличием в них индуктивных и емкостных элементов, так как эти элементы являются инерционными элементами, то есть изменение энергии электрического или магнитного поля в них не может происходить мгновенно.

Теоретически длительность переходного процесса бесконечно велика, а практически она измеряется долями секунды. Переходные процессы чаще всего длятся десятые, сотые, а иногда и миллионные доли секунды, и очень редко их длительность составляет секунды и десятки секунд.

Тем не менее, изучение переходных процессов весьма важно, так как во время переходного процесса токи или напряжения на некоторых элементах цепи могут во много раз превышать номинальные значения, на которые рассчитаны эти элементы.

В ряде электротехнических устройств и особенно в устрой-

ствах промышленной электроники переходные процессы являются основными процессами их работы.

Законы коммутации

Энергия магнитного поля катушки и энергия электрического поля конденсатора определяются выражениями:

$$W_M = \frac{Li^2}{2}, \quad W_C = \frac{Cu^2}{2}.$$

Скачкообразное изменение энергии требует бесконечно больших мощностей, так как

$$P_M = \frac{dW_M}{dt}, \quad P_C = \frac{dW_C}{dt},$$

что лишено физического смысла. Из энергетических соотношений очевидно, что ток в индуктивном элементе и напряжение на емкостном элементе не могут изменяться скачком. Для этих величин в момент коммутации можно записать равенства, называемые *законами коммутации*. Законы коммутации лежат в основе анализа переходных процессов.

Первый закон коммутации: в любой ветви с индуктивной катушкой ток и потокосцепление в момент коммутации сохраняют те же значения, которые они имели непосредственно перед коммутацией, и дальше начинают изменяться именно с этих значений:

$$i_L(0+) = i_L(0-); \quad \psi(0+) = \psi(0-).$$

Второй закон коммутации: в любой ветви напряжение и заряд конденсатора в момент коммутации сохраняют те же значения, которые они имели непосредственно перед коммутацией, и дальше начинают изменяться именно с этих значений:

$$u_C(0+) = u_C(0-); \quad q(0+) = q(0-).$$

Классический метод расчета переходных процессов

Рассчитать переходный процесс – это значит определить функцию изменения во времени тока $i(t)$ или напряжения $u(t)$ при переходе цепи из одного (докоммутационного) установившегося

состояния в другое (послекоммутационное) установившееся состояние.

Значения переходных функций в момент времени, равный нулю, называют начальными условиями и обозначают как $i(0+)$, $u(0+)$ или $i(0)$, $u(0)$.

Начальные значения, которые определяют по законам коммутации, то есть $i_L(0+)$ и $u_C(0+)$, называют *независимыми начальными условиями*. А начальные значения любых других электрических величин называют *зависимыми начальными условиями*, например $u_L(0+)$, $i_C(0+)$, $\left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0}$ и так далее.

Переходные процессы в любой электрической цепи с постоянными параметрами R , L , C описывают дифференциальными уравнениями, составленными в соответствии с законами Кирхгофа для мгновенных значений токов и напряжений. Решение дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами можно проводить различными методами: классическим, операторным и др.

В данной лабораторной работе расчет переходных процессов проводят классическим методом.

Решение дифференциального уравнения записывают в виде суммы двух решений: частного и общего. Частное решение неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами называют *принужденной* составляющей, а общее решение однородного уравнения - *свободной* составляющей.

Тогда переходная функция может быть записана:

$$i(t) = i_{пр}(t) + i_{св}(t), \quad u(t) = u_{пр}(t) + u_{св}(t)$$

Принужденная составляющая переходной функции определяется частным решением неоднородного дифференциального уравнения, составленного для послекоммутационной цепи. И при синусоидальных и при постоянных токах частное решение дифференциального уравнения характеризует новый установившийся режим.

Принужденную составляющую находят путем определения

тока или напряжения в установившемся послекоммутационном режиме работы цепи, когда переходный процесс практически закончился (теоретически он длится бесконечно долго).

При расчете принужденных значений необходимо помнить:

- напряжение на зажимах индуктивной катушки в цепи постоянного тока равно нулю, то есть индуктивная катушка в установившемся режиме в цепи постоянного тока представляет собой проводник с нулевым сопротивлением;

- в ветви с конденсатором не протекает постоянный ток и конденсатор, включенный в цепь постоянного тока, представляет собой разомкнутый участок цепи.

Свободная составляющая переходного процесса представляет собой общее решение однородного уравнения для послекоммутационной схемы, т.е. при отсутствии источников энергии в схеме. Выражение для свободной составляющей содержит постоянные интегрирования и зависит от вида корней характеристического уравнения

$$i_{cb}(t) = A_1 e^{\rho_1 t} + A_2 e^{\rho_2 t} + \dots, \quad u_{cb}(t) = B_1 e^{\rho_1 t} + B_2 e^{\rho_2 t} + \dots,$$

где A_1 , A_2 и B_1 , B_2 – постоянные интегрирования;

ρ_1 , ρ_2 – корни характеристического уравнения, они представляют собой постоянные числа, не зависящие от времени; количество слагаемых определяется числом корней характеристического уравнения.

Характеристическое уравнение можно составить двумя способами:

- первый способ предполагает замену производных искомой функции в однородном дифференциальном уравнении на p^n , где n – степень соответствующей производной;

- второй способ состоит в определении входного сопротивления $Z(p)$ относительно любых разомкнутых зажимов пассивной части послекоммутационной схемы, в которой все источники электрической энергии исключены, а реактивные индуктивные и емкостные элементы заменены на операторные сопротивления pL

и $1/pC$. Полученное выражение приравняют к нулю $Z(p)=0$ и решают алгебраическое уравнение относительно корней p_k .

Корни характеристического уравнения всегда отрицательны, поэтому слагаемые свободной составляющей представляют собой затухающие экспоненты.

Постоянные интегрирования A_k находят с помощью начальных значений искомых функций.

Постоянные интегрирования определяют следующим образом: в случае решения дифференциального уравнения первой степени постоянную интегрирования находят из выражения искомой величины для $t=0$:

$$i(0+) = i_{np}(0+) + A; \quad u(0+) = u_{np}(0+) + B.$$

Значения функций и их производных в момент времени $t=0$ находят путем решения уравнений, составленных по законам Кирхгофа для послекоммутационной схемы и первых производных этих уравнений, рассмотренных при $t=0$.

При расчете переходных процессов в ряде случаев наиболее целесообразно в первую очередь определять функции $i_L(t)$ и $u_C(t)$, начальные значения которых $i_L(0)$ и $u_C(0)$ известны из законов коммутации и далее через них находить искомые функции по законам Ома и Кирхгофа, записанным в дифференциальной форме.

Время переходного процесса зависит от времени затухания свободной составляющей и определяется через постоянную времени $\tau = \frac{1}{|p_{min}|}$. Переходный процесс практически заканчивается через время

$$t_{mn} = 3 \div 5\tau.$$

Алгоритм расчета переходных процессов классическим методом

Искомую переходную функцию записывают в виде суммы принужденной и свободной составляющих

$$i(t) = i_{\text{пр}}(t) + i_{\text{св}}(t), \quad u(t) = u_{\text{пр}}(t) + u_{\text{св}}(t).$$

1. Выбирают положительные направления токов и напряжений в рассматриваемой схеме.
2. Определяют независимые начальные условия:

$$i_L(0+) = i_L(0-); \quad u_C(0+) = u_C(0-).$$

Для этого в докоммутационном режиме рассчитывают токи в индуктивных $i_L(0-)$ и напряжения на емкостных $u_C(0-)$ элементах.

3. В новом установившемся режиме определяют принужденную составляющую искомой функции.
4. Составляют характеристическое уравнение и находят его корни.
5. Определяют вид записи свободной составляющей. Находят постоянные интегрирования.
6. Строят графики переходных функций по их полученным значениям.

Переходный процесс в цепи с последовательно соединенными резистором и катушкой индуктивности

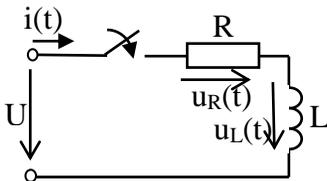


Рис. 7.1

Пусть цепь, показанная на рис. 7.1, включается на постоянное напряжение U .

В электротехнической практике это может быть подключение к источнику постоянного напряжения электромагнитов, реле, электрических машин постоянного тока и других электромагнитных устройств. После коммутации в цепи возникает переходный процесс, во время которого все электрические величины будут изменяться до своего установившегося значения.

Уравнение электрического состояния цепи после замыкания ключа, записанное относительно тока, имеет вид

$$u_L(t) + u_R(t) = L \frac{di}{dt} + Ri = U.$$

Решение этого уравнения находят в виде суммы частного решения неоднородного (принужденная составляющая) и общего решения однородного (свободная составляющая) уравнений: $i(t) = i_{пр}(t) + i_{св}(t)$.

Для определения принужденного значения искомого тока необходимо рассчитать ток цепи в установившемся послекоммутационном режиме. Применительно к рассматриваемой цепи принужденный ток $i_{пр}(t) = U/R$, так как индуктивное сопротивление катушки постоянному току равно нулю.

Для определения свободной составляющей необходимо найти корни характеристического уравнения, которое получают путем замены в однородном дифференциальном уравнении первой производной тока на p , а самой функции тока на p^0 , то есть на единицу: $pL + R = 0$, тогда $p = -R/L$.

Характеристическое уравнение имеет один корень, поэтому свободная составляющая будет состоять из одного слагаемого и выражение для переходного тока записывают в виде:

$$i(t) = U/R + Ae^{pt} = U/R + Ae^{-\frac{R}{L}t}.$$

Для определения постоянной интегрирования A рассмотрим искомую функцию в момент времени $t=0$:

$$i(0+) = U/R + A.$$

В докоммутационной схеме ток индуктивности был равен нулю, так как цепь была отключена от источника энергии. Тогда согласно первому закону коммутации

$$i(0+) = i_L(0+) = i_L(0-) = 0$$

Постоянная интегрирования определяем из уравнения

$$i(0+) = U/R + A \quad \text{или} \quad 0 = U/R + A,$$

откуда $A = -U/R$.

Искомая функция переходного тока будет иметь вид

$$i(t) = \frac{U}{R} - \frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t})..$$

Напряжение на резистивном элементе цепи с сопротивлением R находим по закону Ома:

$$u_R(t) = R \cdot i(t) = U - Ue^{-\frac{R}{L}t} = U(1 - e^{-\frac{R}{L}t}).$$

Напряжение на индуктивном элементе с индуктивностью L находим:

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = L \frac{d(\frac{U}{R} - \frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t})}{dt} = Ue^{-\frac{R}{L}t}.$$

Кривые изменения переходных токов и напряжений показаны на рис. 7.2 и 7.3 соответственно.

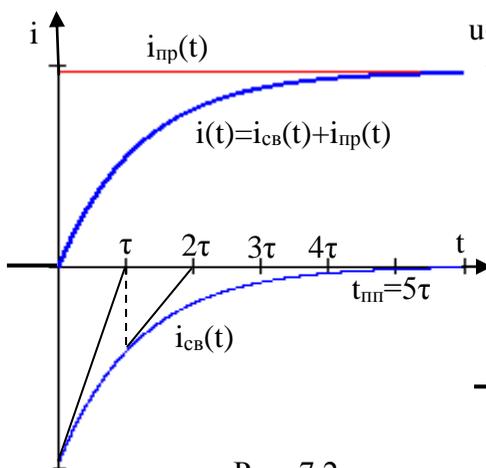


Рис. 7.2

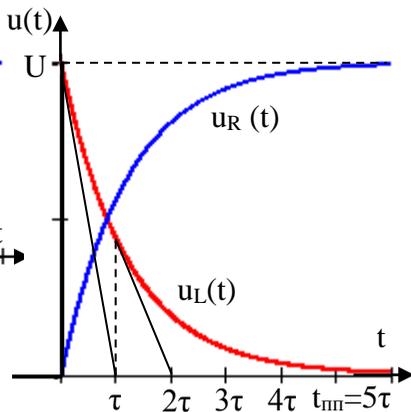


Рис. 7.3

Свободную составляющую тока удобно представлять в виде

$$i_{св}(t) = -\frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}},$$

где $\tau = \frac{1}{|p|} = \frac{L}{R}$ имеет размерность времени и называют *постоянной*

времени переходного процесса. Постоянная времени имеет физический и геометрический смысл.

Физический смысл постоянной времени τ - это время, в течение которого свободная составляющая, затухая, уменьшается в e раз по сравнению со своим предыдущим значением. Например, для времени $t = \tau$

$$i_{CB}(\tau) = i_{CB}(0+) \cdot e^{-\frac{\tau}{\tau}} = i_{CB}(0+) \cdot e^{-1} = \frac{i_{CB}(0+)}{e} = \frac{A}{e} = \frac{-U/R}{e}.$$

Геометрический смысл постоянной времени τ - постоянная времени численно равна длине любой подкасательной (рис. 7.2). Для графического определения τ проводят касательную к кривой свободной составляющей любой электрической величины в любой точке, и на оси времени находят подкасательную.

Переходный процесс можно считать практически законченным через промежуток времени $t = 3 \div 5\tau$, а теоретически он длится бесконечно долго, так как экспонента свободной составляющей никогда не пересечет ось времени.

Переходный процесс в цепи с последовательно соединенными резистором и конденсатором

Рассмотрим переходный процесс при включении цепи RC к источнику постоянного напряжения (рис. 7.4).

После замыкания ключа происходит процесс заряда конденсатора до величины напряжения U источника питания. В течение этого времени в цепи протекает ток, который после полной зарядки конденсатора становится равным нулю. Это физическое понимание переходного процесса. Опишем процесс математически.

В соответствии со вторым законом Кирхгофа составим уравнение электрического состо-

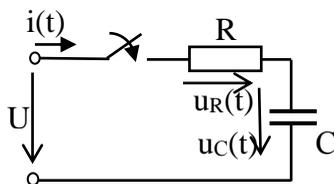


Рис. 7.4

яния для рассматриваемой цепи относительно напряжения конденсатора: $Ri(t) + u_c(t) = U$,

или с учетом того, что $i_c(t) = C \frac{du_c(t)}{dt}$

$$RC \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = U.$$

Решение этого дифференциального уравнения находится как сумма принужденной и свободной составляющих:

$$u_c(t) = u_{cnp}(t) + u_{cсв}(t) = U + Be^{pt}.$$

Характеристическое уравнение для этой схемы:

$$RCp + 1 = 0,$$

корень этого уравнения $p = -1/(RC)$.

Постоянная времени переходного процесса

$$\tau = \frac{1}{|p|} = RC.$$

Постоянную интегрирования B найдем, рассмотрев искомую функцию в момент времени $t=0$. Так как схема до коммутации была отключена от источника питания, то есть конденсатор не был заряжен, то согласно второму закону коммутации начальное значение напряжения конденсатора

$$u_c(0+) = u_c(0-) = 0.$$

Так как $u_c(0+) = U + B = 0$, то $B = u_c(0+) - U = -U$.

Искомая переходная функция имеет вид

$$u_c(t) = U - U \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = U(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Ток в цепи

$$i(t) = C \frac{du_c(t)}{dt} = C \frac{d(U - Ue^{-t/RC})}{dt} = \frac{U}{R} e^{-t/RC} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Напряжение на резистивном элементе

$$u_R(t) = R \cdot i(t) = R \left(\frac{U}{R} e^{-t/RC} \right) = U e^{-t/RC} = U e^{-t/\tau}.$$

Графики переходных функций тока и напряжений представлены на рис. 7.5.

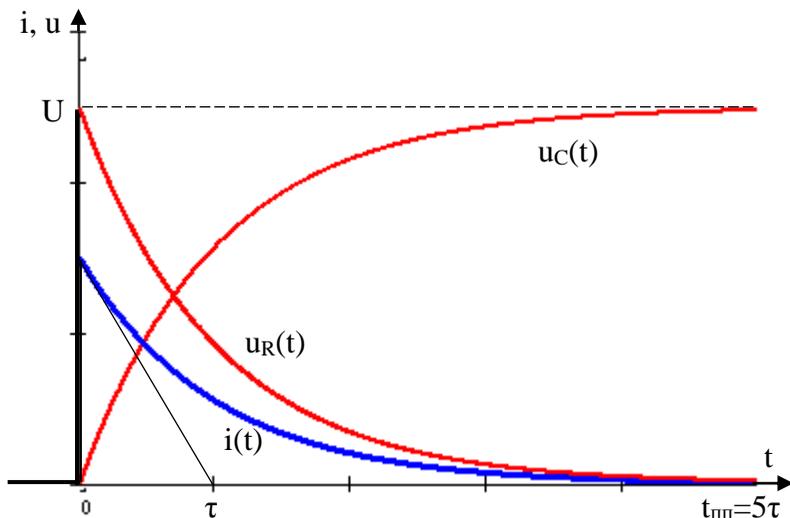


Рис. 7. 5

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Для получения устойчивой картины переходного процесса на экране осциллографа исследуемые цепи подключают к источнику прямоугольных импульсов – транзисторному ключу (рис. 7.6, а), форма выходного сигнала которого показана на рис. 7.7.

Амплитуда выходного сигнала транзисторного ключа $U_m=10$ В. Транзисторный ключ управляется звуковым генератором (рис. 7.6,а). Частота коммутации ключа равна частоте сигнала генератора.

Для исследования цепи важен момент коммутации и интервал времени до следующего включения.

Для того чтобы за время равное половине длительности прямоугольных импульсов, переходный процесс успевал завершиться, необходимо выполнение условия $t_{пп} \leq T/2$. А так как $t_{пп} = 5\tau$, то длительность прямоугольно импульса определяется как $T/2 = 5\tau$ или $T = 10\tau$. Частота прямоугольных импульсов (частота сигнала

генератора) $f = 1/T$.

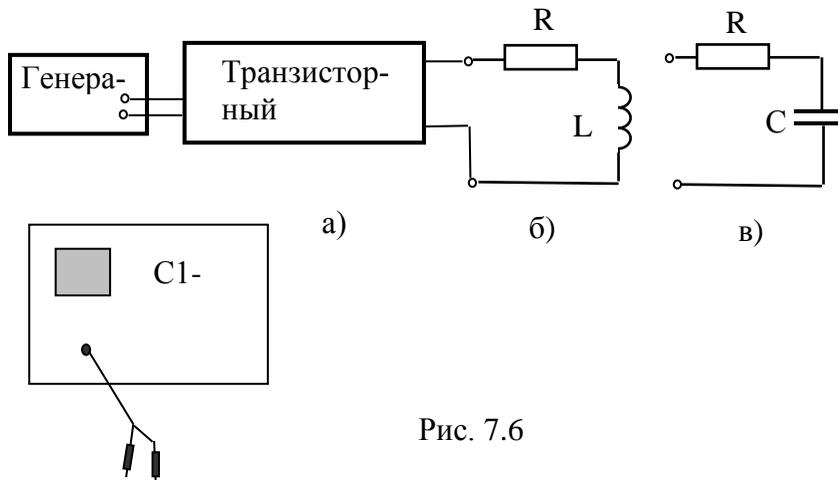


Рис. 7.6

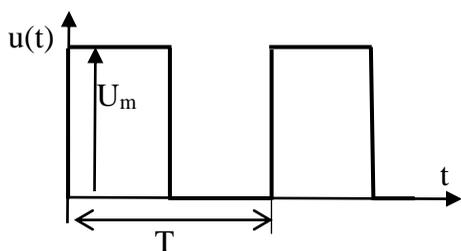


Рис. 7.7

Для экспериментального снятия кривых переходного процесса используется осциллограф С1-55, позволяющий учитывать масштабы напряжения и времени.

Резистор с сопротивлением R представляет собой магазин сопротивлений $0 \div 10000$ Ом, конденсатор с емкостью C - блок конденсаторов универсального стенда $0 \div 34.75$ мкФ, катушка с индуктивностью L - обмотка однофазного универсального трансформатора на разомкнутом сердечнике из комплекта стенда: катушка с *разомкнутым сердечником*: клеммы 2-3 - $L=0,5$ Гн; клеммы 1-3 - $L=0,16$ Гн; клеммы 1-2 - $L=0,18$ Гн.

ЗАДАНИЕ НА ПОДГОТОВИТЕЛЬНУЮ РАБОТУ

1. Изучить теоретический материал по теме “ Классический метод расчёта переходных процессов”.

2. Произвести расчет переходных процессов в цепи первого порядка (рис. 7.6, б) в соответствии с вариантом задания, приведённым в табл. 7.1, при коммутации питающего напряжения с $U_m = 0$ на напряжение $U_m = 10$ В. Построить график требуемого переходного процесса. Определить постоянную времени этого процесса и указать её величину на графике.

3. Произвести расчет переходного процесса по схеме рис. 7.6, в в соответствии с вариантом задания по данным табл. 7.2. Построить график требуемого переходного процесса. Рассчитать постоянную времени этого процесса и показать ее на графике.

4. Рассчитать необходимую длительность и частоту прямоугольных импульсов на выходе транзисторного ключа для каждой цепи.

Таблица 7.1

№ вар	R, Ом	L, Гн	Искомая функция
1	1200	0,18	$u_R(t)$
2	400	0,16	$u_L(t)$
3	800	0,5	$i(t)$
4	1000	0,5	$u_R(t)$
5	600	0,18	$i(t)$
6	450	0,16	$u_L(t)$
7	800	0,18	$u_R(t)$
8	650	0,5	$i(t)$
9	450	0,18	$u_L(t)$
10	400	0,5	$i(t)$
11	900	0,16	$u_R(t)$
12	850	0,5	$u_L(t)$

Таблица 7.2

№ вар	R, Ом	C, мкФ	Искомая функция
1	600	1	$u_R(t)$
2	300	0,5	$u_C(t)$
3	500	0,25	$i(t)$
4	350	0,75	$u_R(t)$
5	400	0,5	$i(t)$
6	700	0,75	$u_C(t)$
7	550	0,25	$u_R(t)$
8	800	0,5	$i(t)$
9	650	0,75	$u_C(t)$
10	900	0,5	$i(t)$
11	450	1	$u_R(t)$
12	650	0,25	$u_C(t)$

ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Подключить транзисторный ключ к выходу звукового генератора (рис. 7.6, а). Установить на выходе генератора напряжение 5 – 10 В и расчетную частоту. Подключить осциллограф к клеммам Выход транзисторного ключа. Убедиться, что выходное напряжение имеет вид последовательности прямоугольных импульсов.

2. Подключить к выходу транзисторного ключа цепь, собранную по схеме рис. 7.6, б с параметрами элементов, выбранными согласно варианту по данным табл. 7.1. Получить на экране осциллографа требуемую кривую переходного процесса. Для чего осциллограф необходимо подключить к исследуемому элементу. Снять в масштабе исследуемую кривую, используя сетку экрана осциллографа и установленные масштабы напряжения и времени (В/дел.; сек/дел.). По графику определить постоянную времени и сравнить ее с расчетной.

3. Подключить к выходу транзисторного ключа цепь, со-

бранную по схеме рис. 7.6, в с параметрами элементов, выбранными согласно варианту по данным табл. 7.2. Получить на экране осциллографа требуемую кривую переходного процесса. По полученному графику определить постоянную времени и сравнить ее с расчетной.

4. Сделать выводы о проделанной работе.

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ, ФОРМУЛЫ И СООТНОШЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Первый закон коммутации	$i_L(0+) = i_L(0-),$
Второй закон коммутации	$u_C(0+) = u_C(0-)$
Закон Ома в дифференциальной форме записи	
для резистора	$u_R(t) = R \cdot i(t);$
для катушки индуктивности	$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt},$
для конденсатора	$i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt},$
Начальные условия	
для резистора	$u_R(0) = R \cdot i(0);$
для катушки индуктивности	$u_L(0) = L \left. \frac{di_L}{dt} \right _{t=0+}$
для конденсатора	$i_C(0) = C \left. \frac{du_C}{dt} \right _{t=0+}$
Вид свободной составляющей	$i_{cb}(t) = Ae^{pt}, u_{cb}(t) = Be^{pt}.$
Характеристическое уравнение и его корни	
для цепи RL	$pL + R = 0; p = -\frac{R}{L}.$
для цепи RC	$\frac{1}{pC} + R = 0; p = -\frac{1}{RC}.$

Постоянная времени	
для цепи RL	$\tau = \frac{L}{R}$.
для цепи RC	$\tau = RC$.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Причины возникновения переходных процессов.
2. Законы коммутации.
3. Классический метод расчета. Алгоритм расчета.
4. Определение принужденной составляющей переходной функции.
5. Составление характеристического уравнения.
6. Определение свободной составляющей переходной функции.
7. Начальные условия. Независимые начальные условия. Определение зависимых начальных условий.
8. Постоянная времени. Физический смысл постоянной времени. Графическое определение постоянной времени.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8

ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА С НЕЛИНЕЙНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Цель работы: экспериментальное получение вольтамперных характеристик (ВАХ) резистивных нелинейных элементов (НЭ), использование полученных ВАХ для расчета цепей постоянного тока с нелинейными элементами.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Электрическая цепь считается нелинейной, если она содержит хотя бы один нелинейный элемент (НЭ), ток и напряжение на зажимах которого связаны нелинейной зависимостью.

Классификация нелинейных элементов

Нелинейные элементы могут быть классифицированы по разным признакам. Если нелинейность вольт-амперной характеристики (ВАХ) обусловлена тепловыми процессами, то такие элементы называют *инерционными* (лампы накаливания, бареттеры, газоразрядные приборы и др.).

Если же нелинейность ВАХ обусловлена не тепловыми, а иными процессами, то такие элементы называют *безынерционными* (полупроводниковые и электронные приборы). Однако полупроводниковые приборы при импульсном или высокочастотном воздействии переключаются с задержкой из-за наличия нелинейной емкости р-п перехода, то есть приборы становятся инерционными.

Различают *управляемые* и *неуправляемые* НЭ. Неуправляемыми, как правило, бывают двухполюсные НЭ. Характеристика неуправляемого НЭ изображается одной кривой. Управляемыми являются многополюсные НЭ: транзисторы, тиристоры, электронные лампы, операционные усилители и т.д., которые кроме основ-

ной цепи имеют хотя бы еще одну управляющую цепь, ток или напряжение которой влияют на ВАХ основной цепи. Поэтому управляемый НЭ характеризуется семейством нелинейных характеристик, параметром которых является управляющий фактор.

В зависимости от вида ВАХ различают НЭ с симметричной и несимметричной характеристикой.

На рис. 8.1,а показана симметричная характеристика лампы накаливания с металлической нитью. Загиб кривой $I(U)$ объясняется тем, что по мере увеличения тока нить нагревается сильнее и ее сопротивление возрастает.

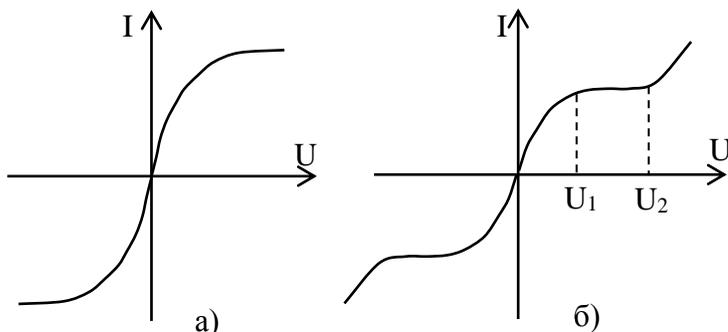


Рис. 8.1

Характеристику, представленную на рис. 8.1,б, имеет бареттер, с помощью которого поддерживается неизменный ток при колебаниях напряжения на его зажимах в определенных пределах от U_1 до U_2 .

На рис. 8.2 показаны несимметричные характеристики.

Вольт-амперную характеристику, изображенную на рис. 8.2, а, имеет выпрямительный диод. Для удобства изображения характеристики прямой и обратный токи, а также прямое и обратное напряжение даны на одном рисунке в разных масштабах.

На рис. 8.2, б показана вольт-амперная характеристика полупроводникового стабилитрона – прибора, напряжение на котором в некотором диапазоне изменения тока остается практически неизменным.

При постоянном токе не имеет принципиального значения, является ли характеристика НЭ симметричной или несимметричной

ной. В цепях переменного тока зависимость ВАХ от полярности приложенного напряжения или направления тока очень существенна. Приборы с несимметричной характеристикой используются для преобразования переменного тока в постоянный, для выделения четных гармоник тока при синусоидальном напряжении источника и для других целей.

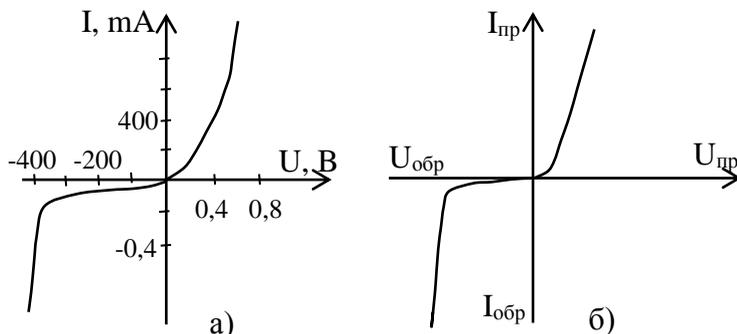


Рис. 8.2

Экспериментальное получение ВАХ

Вольтамперные характеристики НЭ могут быть получены экспериментально. Для этого собирают электрическую цепь по одной из двух схем, показанных на рис. 8.3, а, б.

При этом следует иметь в виду, что измерительные приборы обладают сопротивлениями, указанными на их лицевой стороне. Сопротивления амперметра R_A и вольтметра R_V могут быть соизмеримы с сопротивлениями НЭ, поэтому при снятии ВАХ следует производить перерасчет данных для построения характеристик.

Так, при снятии ВАХ по схеме рис. 8.3, а следует учесть, что вольтметр покажет суммарное напряжение амперметра и нелинейного элемента

$$U_V(I) = U_{НЭ}(I) + U_A(I).$$

Поэтому при заданных значениях тока напряжение на НЭ определяют по формуле

$$U_{\text{НЭ}}(I) = U_V(I) - R_A I$$

и только после этого строят вольтамперную характеристику.

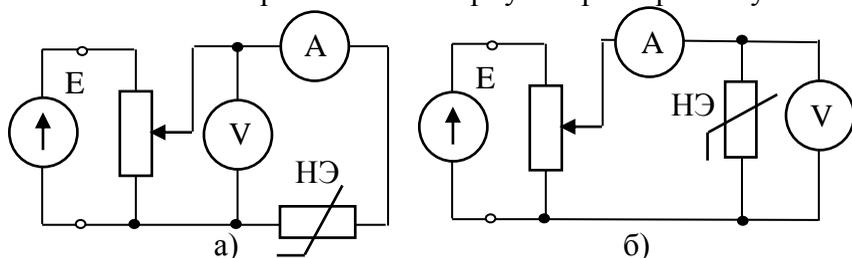


Рис. 8.3

В случае, если сопротивление нелинейного элемента намного больше сопротивления амперметра, то напряжением амперметра можно пренебречь и считать, что

$$U_{\text{НЭ}}(I) = U_V(I).$$

При снятии ВАХ по схеме рис. 8.3,б получают погрешность вследствие того, что амперметр измеряет суммарный ток

$$I_A(U) = I_V(U) + I_{\text{НЭ}}(U).$$

Поэтому при заданных значениях напряжения определяют ток НЭ по формуле

$$I_{\text{НЭ}}(U) = I_A(U) - I_V(U) = I_A(U) - \frac{U_V}{R_V},$$

после чего строят зависимость $I_{\text{НЭ}}(U)$.

В случае, если сопротивление нелинейного элемента намного меньше сопротивления вольтметра, то током вольтметра можно пренебречь и считать, что

$$I_{\text{НЭ}}(U) = I_A(U).$$

Полученные экспериментальным способом вольт-амперные характеристики НЭ используют далее для описания свойств НЭ и для расчета электрической цепи, содержащей нелинейные элементы.

Статическое и динамическое сопротивления НЭ

При расчете нелинейных цепей помимо ВАХ используют также некоторые числовые параметры, например *статическое* и *динамическое* сопротивления нелинейного элемента.

Статическим сопротивлением R_{CT} нелинейного элемента в заданной точке a его характеристики называют отношение напряжения

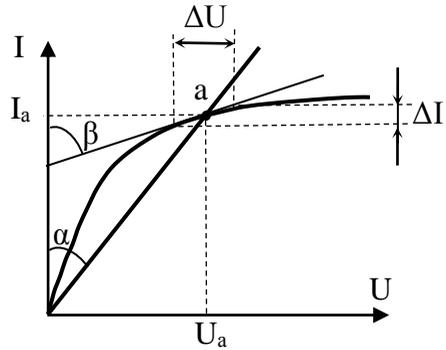


Рис. 8.4

на НЭ к току в нем. Из рис. 8.4 видно, что это сопротивление пропорционально тангенсу угла α , образованного прямой, соединяющей точку a с началом координат, и осью токов:

$$R_{CT} = \frac{U_a}{I_a} = \frac{m_U}{m_I} \operatorname{tg} \alpha = m_R \operatorname{tg} \alpha,$$

где m_U , m_I , m_R — соответственно масштабы осей напряжения, тока, сопротивления.

Дифференциальным или *динамическим* сопротивлением $R_{\text{диф}}$ НЭ в заданной точке a его характеристики называют производную от напряжения по току. Это сопротивление пропорционально тангенсу угла β между касательной к ВАХ в точке a и осью токов (рис. 8.4):

$$R_{\text{диф}} = \frac{dU}{dI} = \frac{m_U}{m_I} \operatorname{tg} \beta = m_R \operatorname{tg} \beta.$$

Для участка ВАХ дифференциальное сопротивление равно отношению конечного приращения напряжения к конечному приращению тока: $R_{\text{диф}} = \frac{\Delta U}{\Delta I}$.

Если рабочая точка a находится на падающем участке ВАХ, то дифференциальное сопротивление в таком случае будет отрицательным.

Графический метод расчета нелинейных цепей постоянного тока

Нелинейные цепи простой конфигурации удобно рассчитывать графическим методом. Рассмотрим графический метод расчета нелинейных цепей с последовательным, параллельным и смешанным соединением нелинейных элементов.

Последовательное соединение НЭ. На рис. 8.5,а показано последовательное соединение двух НЭ, вольтамперные характеристики которых $I(U_1)$ и $I(U_2)$ представлены на рис. 8.6 (кривые 1 и 2 соответственно).

Эти два элемента можно заменить одним эквивалентным (рис. 8.5, б) с вольтамперной характеристикой $I(U)$, построенной на рис. 8.6 (кривая 3).

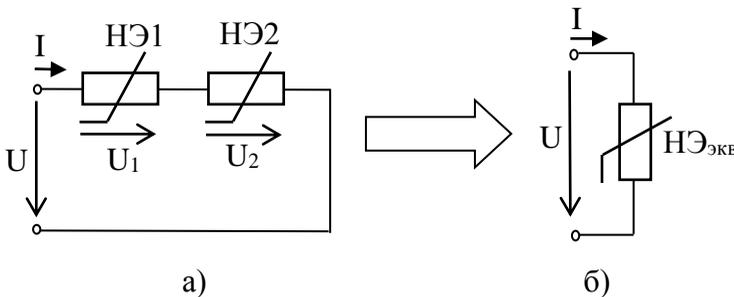


Рис. 8.5

Построение каждой точки этой характеристики выполняет-ся на основании уравнения, записанного по второму закону Кирхгофа для цепи рис. 8.5, а

$$U(I) = U_1(I) + U_2(I).$$

Задаваясь значением тока I' , по ВАХ определяют напряжения U'_1 и U'_2 на нелинейных элементах (кривые 1 и 2) и рассчитывают напряжение U' в соответствии со вторым законом Кирхгофа

$$U'(I') = U'_1(I') + U'_2(I').$$

По координатам U' и I' получают точку суммарной ВАХ (кривая 3). Все остальные точки характеристики эквивалентного нелинейного элемента строят аналогичным образом.

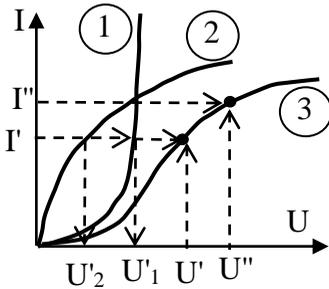


Рис. 8.6

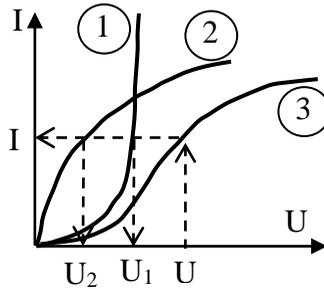


Рис. 8.7

Полученная характеристика $I(U)$ (кривая 3) позволяет определить ток I цепи для любого заданного значения входного напряжения U (рис. 8.7). А по значению этого тока определить напряжения на НЭ U_1 и U_2 по вольтамперным характеристикам этих элементов.

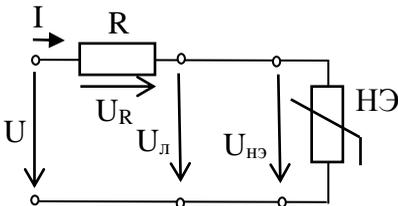


Рис. 8.8

Для расчета цепи (рис. 8.8), где одним из элементов является линейный резистор с сопротивлением R , графические построения можно провести и другим методом - методом пересечения характеристик.

Согласно второму закону

Кирхгофа записывают

$$U(I) = U_R(I) + U_{НЭ}(I) \quad \text{или} \quad U_{НЭ}(I) = U(I) - U_R(I).$$

Полученное уравнение решают графически. Для этого на координатной плоскости строят ВАХ нелинейного элемента $U_{НЭ}(I)$ - кривая 1 рис. 8.9 и ВАХ линейной части схемы $U_{л}(I) = U(I) - U_R(I)$ - прямая 2, проходящая через точки М и N.

Как показано на рис. 8.9, прямая MN соответствует линейному уравнению

$$U_{л}(I) = U(I) - U_R(I)$$

и построена по двум точкам, соответствующим режиму холостого хода ($I=0, U_{лхх}=U$) и режиму короткого замыкания ($U_{л}=0, I=I_K=\frac{U}{R}$) на участке цепи с НЭ.

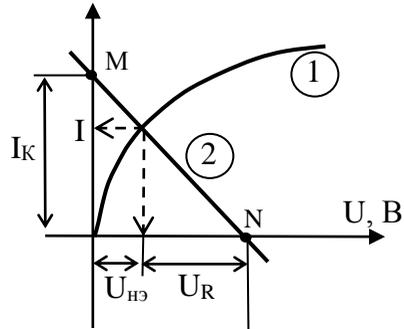


Рис. 8.9

Графическим решением уравнения $U_{НЭ}(I) = U(I) - U_R(I)$ является точка пересечения кривой 1 и прямой 2.

Параллельное соединение нелинейных элементов показано на рис. 8.10,а. Характеристики этих НЭ $I_1(U)$ и $I_2(U)$ представлены на рис. 8.11 (кривые 1 и 2 соответственно).

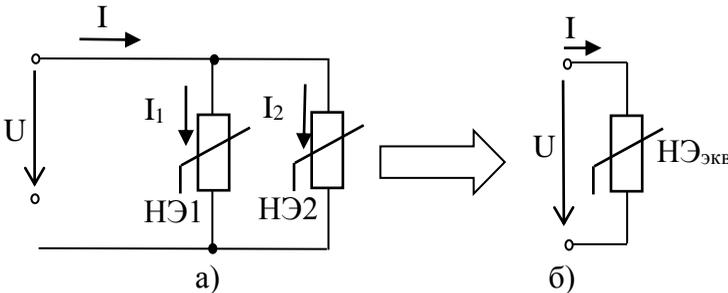


Рис. 8.10

Эти два элемента можно заменить одним эквивалентным (рис. 8.10, б) с вольт-амперной характеристикой $I(U)$, изображенной на рис. 8.11 – кривая 3. Для этого задаются произвольными значениями напряжения и суммируют соответствующие ординаты характеристик НЭ, то есть графически реализуют первый закон Кирхгофа: $I(U)=I_1(U)+I_2(U)$.

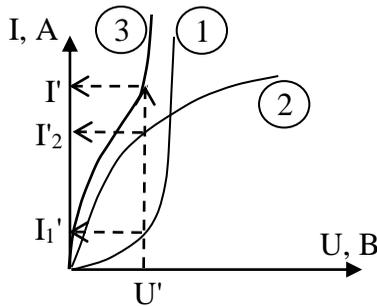


Рис. 8.11

Для нахождения токов в параллельно соединенных НЭ, в случае если известно входное напряжение, построение результирующей характеристики не требуется, так как токи находятся непосредственно по характеристикам НЭ.

Результирующая характеристика параллельно соединенных нелинейных элементов используется в том случае, если по заданному току I требуется определить напряжение U на зажимах цепи, а также при расчете цепей при смешанном соединении элементов.

Смешанное соединение НЭ. На рис. 8.12,а показана схема смешанного соединения НЭ, а на рис 8.2, б приведены их ВАХ $I_1(U_1)$, $I_2(U_2)$, $I_3(U_2)$ - кривые 1, 2 и 3 соответственно.

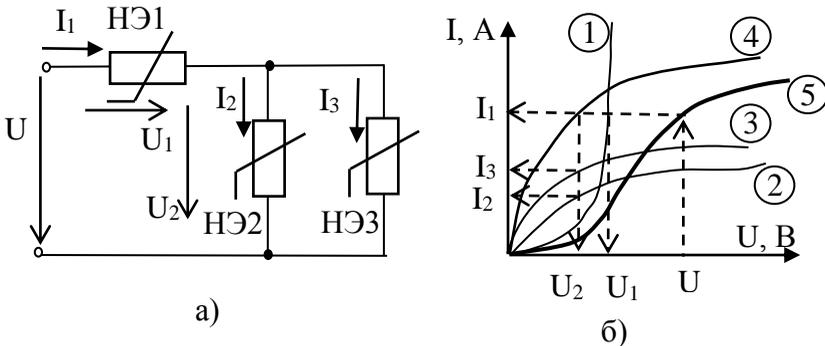


Рис. 8.12

Графическое построение для определения токов и напряжений приведено на рис. 10.11,б. Сначала производим замену двух

параллельно соединенных элементов одним эквивалентным с характеристикой (кривая 4 рис. 8.12, б)

$$I_1(U_2) = (I_2 + I_3)(U_2).$$

Затем строим вольт-амперную характеристику всей цепи (кривая 5 рис. 8.12, б)

$$U(I_1) = U_1(I_1) + U_2(I_1) = U_1(I_1) + U_2(I_2 + I_3).$$

Для этого, задаваясь произвольными значениями тока I_1 , суммируют соответствующие абсциссы кривых 4 и 1.

Далее, на оси абсцисс откладываем заданное напряжение U и проводим прямую, параллельную оси ординат, до пересечения с кривой $I_1(U)$ и на оси ординат находим ток I_1 , соответствующий заданному напряжению. При этом значении тока по кривой $I_1(U_2)$ находим напряжение U_2 , а по кривой $I_1(U_1)$ — значение напряжения U_1 . По найденному значению напряжения U_2 на кривых $I_2(U_2)$ и $I_3(U_2)$ находим токи параллельных ветвей I_2 и I_3 .

Стабилизатор напряжения

Стабилизатором напряжения называют устройство, поддерживающее с определенной точностью неизменным напряжение на нагрузке. Изменение напряжения на нагрузке может быть вызвано рядом причин: колебаниями напряжения первичного источника питания (сети переменного напряжения, аккумулятора, гальванического элемента), изменением нагрузки, изменением температуры окружающей среды и др.

Для стабилизации напряжения в параметрических стабилизаторах напряжения при помощи стабилитрона (рис. 8.13) используют обратную ветвь вольт-амперной характеристики полупроводникового стабилитрона (рис. 8.14).

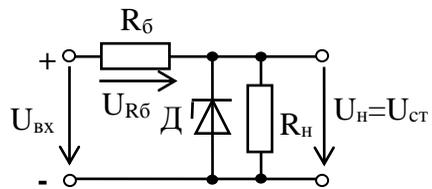


Рис. 8.13

С помощью такого стабилизатора можно получить стабилизированное напряжение от нескольких вольт до нескольких сотен вольт при токах от единиц миллиампер до нескольких ампер.

Стабилитрон в параметрическом стабилизаторе включают параллельно нагрузочному резистору R_H (рис. 8.13). Последовательно со стабилитроном для создания требуемого режима работы включают балластный резистор R_6 .

При увеличении входного напряжения увеличивается ток стабилитрона. В результате увеличивается напряжение на бал-

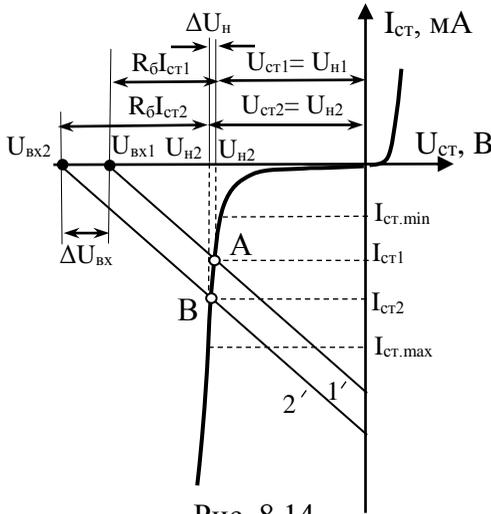


Рис. 8.14

ластном резисторе R_6 , а выходное напряжение, согласно второму закону Кирхгофа, остается неизменным

$$U_{\text{ст}}(I) = U_{\text{вх}}(I) - R_6 I_{\text{ст}}.$$

Принцип действия параметрического стабилизатора удобно проиллюстрировать с помощью ВАХ стабилитрона, на которой построена опрокинутая вольт-амперная характеристика резистора R_6 (прямые 1 и 2 рис. 8.14). Такое построение позволяет графически решить уравнение электрического состояния стабилизатора напряжения

$$U_{\text{вх1}}(I_{\text{ст1}}) = U_{\text{ст1}}(I_{\text{ст1}}) + R_6 I_{\text{ст1}}$$

и найти значения тока стабилизатора $I_{ст1}$ и выходного напряжения, т.е. напряжения на нагрузке стабилизатора $U_{н1}$, которые соответствуют входному значению напряжения $U_{вх1}$ (прямая 1).

При увеличении входного напряжения $U_{вх1}$ на величину $\Delta U_{вх}$, например, из-за повышения напряжения сети, ВАХ балластного резистора $R_б$ (прямая 1) переместится параллельно самой себе и займет положение 2. Из рис. 8.14 видно, что при этом напряжение $U_{ст2}$ мало отличается от напряжения $U_{ст1}$, т.е. практически напряжение на стабилизаторе и на нагрузочном резисторе остается неизменным. Напряжение на нагрузочном устройстве остается неизменным также при снижении входного напряжения и изменении тока нагрузки I_n .

Для нормальной работы параметрического стабилизатора сопротивление балластного резистора $R_б$ должно быть таким, чтобы его ВАХ пересекала ВАХ стабилизатора в точке А, соответствующей номинальному току стабилизатора $I_{ст.ном}$, значение которого указано в его паспортных данных. Диапазон изменения тока стабилизатора должен лежать в пределах от $I_{ст.мин}$ до $I_{ст.мах}$, также указанных в паспортных данных.

Основным коэффициентом, характеризующим работу стабилизатора, является коэффициент стабилизации по напряжению $K_{стU}$. Коэффициент стабилизации есть отношение относительного изменения выходного напряжения $\Delta U_{вых} / U_{вых}$ к вызвавшему его относительному изменению входного напряжения $\Delta U_{вх} / U_{вх}$,

$$K_{стU} = \frac{\Delta U_{вых} / U_{вых}}{\Delta U_{вх} / U_{вх}} ;$$

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Для снятия ВАХ используется электрическая цепь, схема которой приведенная на рис. 8.15.

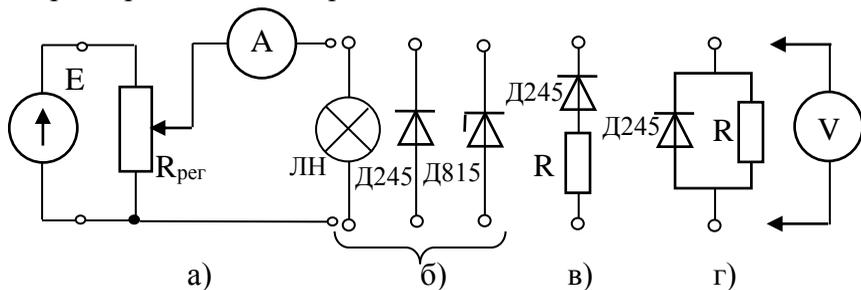


Рис. 8.15

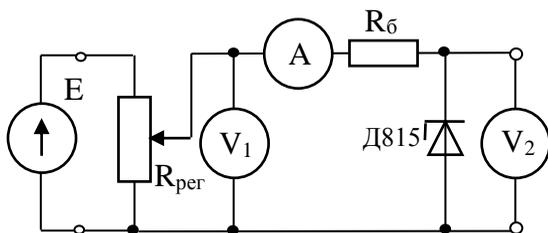


Рис. 8.16

В качестве источника постоянного напряжения используется источник постоянной ЭДС $E=15$ В. В качестве нелинейных элементов - лампа накаливания на напряжение 12 В, полупроводниковый диод Д 245, стабилитрон Д 815. Все необходимые элементы расположены на одном блоке лабораторного стенда. Кроме этого используют линейные резисторы с сопротивлениями 100 и 75 Ом.

Для регулирования напряжения используют реостат с сопротивлением $0 \div 200$ Ом.

Измерительные приборы: миллиамперметр Э 513 с пределами измерения 200 мА; вольтметр типа АВО-501.

Для снятия характеристик параметрического стабилизатора напряжения используется схема рис. 8.16, содержащая стабилитрон Д 815 и балластный резистор $R_6=100 \text{ Ом}$.

Измерительные приборы: амперметр Э 513 с пределами измерения $0,25 \div 1,0 \text{ А}$; вольтметры типа АВО-501.

ЗАДАНИЕ НА ПОДГОТОВИТЕЛЬНУЮ РАБОТУ

Изучить раздел дисциплины «ТОЭ» «Нелинейные цепи постоянного тока». Ознакомиться с ВАХ лампы накаливания, диода и стабилитрона.

ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Используя схему рис. 8.15, снять ВАХ следующих НЭ: лампы накаливания, диода, стабилитрона. Характеристики снимаются как для прямого, так и для обратного включения. Для этого к схеме рис. 8.14, а поочередно подключают элементы рис. 8.15,б и изменяя напряжение питания от 0 до 15 В, перемещая ползунок реостата, снять по 7-10 точек для каждой ВАХ, как для прямого включения, так и для обратного. Для снятия ВАХ обратного включения необходимо поменять полярность источника питания.

Данные измерений занести в табл. 8.1.

По данным табл. 8.1 на листе формата А4 разными цветами на одном графике построить ВАХ нелинейных элементов.

2. На одном графике в том же масштабе по току m_i и напряжению m_u , что и в п.1, построить ВАХ диода и линейного резистора с сопротивлением $R=75 \text{ Ом}$, а также общую характеристику цепи для последовательного соединения этих элементов.

3. Собрать электрическую цепь с последовательным соединением диода и линейного резистора с сопротивлением $R=75 \text{ Ом}$ (рис. 8.15, в) и снять общую характеристику цепи. Данные эксперимента занести в табл.8.2. Полученную ВАХ построить в одних осях координат с ВАХ, полученной в п. 2. Сравнить расчетную и экспериментальную кривые и сделать вывод.

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ, ФОРМУЛЫ И СООТНОШЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Статическое сопротивление	$R_{\text{ст}} = \frac{U}{I} = \frac{m_U}{m_I} \operatorname{tg} \alpha = m_R \operatorname{tg} \alpha$
Дифференциальное сопротивление	$R_{\text{диф}} = \frac{dU}{dI} = \frac{m_U}{m_I} \operatorname{tg} \beta = m_R \operatorname{tg} \beta$
Коэффициент стабилизации	$K_{\text{ст}U} = \frac{\Delta U_{\text{ВЫХ}} / U_{\text{ВЫХ}}}{\Delta U_{\text{ВХ}} / U_{\text{ВХ}}}$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Классификация нелинейных элементов.
2. Статическое и дифференциальное сопротивление нелинейных элементов.
3. Анализ цепей с нелинейными элементами при последовательном соединении приемников.
4. Анализ цепей с нелинейными элементами при параллельном соединении приемников.
5. Анализ цепей с нелинейными элементами при смешанном соединении приемников.
6. Принцип работы параметрического стабилизатора напряжения.
7. Определение коэффициента стабилизации стабилизатора напряжения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данное учебное пособие содержит материал, необходимый для проведения лабораторных работ по дисциплине «Теоретические основы электротехники», являющемуся одной из основных общетехнических дисциплин, на которой основывается изучение ряда специальных дисциплин.

Темы лабораторных работ, приведенных в пособии, охватывают практически все разделы изучаемой дисциплины. Порядок проведения лабораторных работ соответствует порядку изучения дисциплины «Теоретические основы электротехники».

Данное учебное пособие поможет студентам самостоятельно готовиться к выполнению лабораторных работ, а также будет полезно при непосредственном выполнении работы и оформлении результатов эксперимента.

Лабораторный практикум также может использоваться студентами других специальностей, изучающих дисциплину «ТОЭ».

ПРИЛОЖЕНИЕ

Пример оформления рабочей тетради по лабораторным работам

ФГБОУ ВПО

«Воронежский государственный технический университет»
Кафедра электропривода, автоматики и управления
в технических системах

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

по лабораторным работам
по дисциплине «Электротехника и электроника»
для студентов направления подготовки бакалавров
210100.62 «Электроника и наноэлектроника»
профиля _____

очной формы обучения

Студента _____
Фамилия, инициалы

Группы _____

Номер бригады _____

Принял(а) _____
Должность преподавателя

Фамилия, инициалы

№ лабораторной работы	К занятию Допущен (подпись преподавателя)	Отметка о выполнении (дата выполнения работы)	Отметка о зачете	Дата	Подпись преподавателя
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					

Воронеж 20____

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники [Текст] / Л. А. Бессонов. - М.: Высш. шк., 1984. - 527 с.
2. Зевеке, Г. В. Основы теории цепей [Текст] / Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А. В. Нетушил, С. В. Страхов. - М.: Энергоатомиздат, 1989. - 529 с.
3. Поливанов, К. М. Теоретические основы электротехники [Текст] / К. М. Поливанов. - М.: Энергия, 1975. - 239 с.
4. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники / Г.И. Атабеков. - М.: Энергия, 1978. 245 с.
5. Шебес, М. Р. Задачник по теории линейных электрических цепей / М. Р. Шебес, М. В. Каблукова. - М.: Высш. шк., 1990. - 485 с.
6. Поливанов, К.М. Задачник по теоретическим основам электротехники (теория цепей) [Текст] / под ред. К. М. Поливанова. – М.: Энергия, 1973. - 160 с.
7. Ионкин, П. А. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники [Текст] / под ред. П. А. Ионкина. - М.: Энергоиздат, 1982. - 350 с.
8. Бессонов, Л. А. Сборник задач по теоретическим основам электротехники [Текст] / под ред. Л. А. Бессонова.- М.: Высш. шк., 1988. - 543 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.	3
Указания по технике безопасности	4
Требования к подготовке и оформлению лабораторных работ.	5
Лабораторная работа № 1. Исследование разветвленной электрической цепи постоянного тока.	6
Лабораторная работа № 2. Методы расчета электрических цепей постоянного тока.	28
Лабораторная работа № 3. Исследование режимов работы цепей синусоидального тока.	42
Лабораторная работа № 4. Разветвленная цепь однофазного синусоидального тока.	84
Лабораторная работа № 5. Анализ линейных электрических цепей при несинусоидальных ЭДС и токах.	91
Лабораторная работа № 6. Четырехполосник.	119
Лабораторная работа № 7. Переходные процессы в линейных электрических цепях.	134
Лабораторная работа № 8. Исследование цепей постоянного тока с нелинейными элементами.	150
Заключение.	167
Приложение.	168
Библиографический список.	169

Учебное издание

Никифорова Лариса Васильевна
Попова Татьяна Владимировна
Ген Жанна Александровна

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ
ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ:
ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

В авторской редакции

Подписано в печать 11.11.2014.

Формат 60x84/16. Бумага для множительных аппаратов.

Усл. печ. л. 10,7 . Уч.- изд. л. 8,5 . Тираж 250 экз.

Зак.№

ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический
университет»
394026 Воронеж, Московский просп., 14