

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета Бредихин А.В.



29.08. 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Алгебра»

Специальность 10.05.01 Компьютерная безопасность

Специализация специализация № 4 "Безопасность компьютерных систем и сетей (связь, информационные и коммуникационные технологии)"

Квалификация выпускника специалист по защите информации

Нормативный период обучения 5 лет и 6 м.

Форма обучения очная

Год начала подготовки 2025

Авторы программы

И.Л. Батаронов

О.А. Дорохова

Заведующий кафедрой
Высшей математики и
физико-математического
моделирования

И.Л. Батаронов

Руководитель ОПОП

С.С. Куликов

Воронеж 2025

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цели дисциплины

Обеспечение фундаментальной подготовки в одной из важнейших областей современной математики; ознакомление с основами классической и современной алгебры, а также с примыкающими к алгебре разделами теории чисел; обучение основным алгебраическим методам решения задач, возникающих в других математических дисциплинах и в практике.

1.2. Задачи освоения дисциплины

Формирование у обучаемых научного мировоззрения, понимания универсальности алгебраических методов исследования и умения применять эти методы в решении прикладных задач; ознакомление обучаемых с фундаментальными основами алгебры и современными методами ее развития; обучение различным методам исследования свойств алгебраических объектов в целях решения практических задач; воспитание у обучаемых математической и технической культуры.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Алгебра» относится к дисциплинам обязательной части блока Б1.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины «Алгебра» направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-3 - Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции
ОПК-3	Знать: - основные свойства важнейших алгебраических систем: групп, колец, полей; - основы линейной алгебры и важнейшие свойства векторных пространств над произвольными полями; - основные свойства колец многочленов над кольцами и полями; - основные свойства отображений важнейших алгебраических систем
	Уметь: - решать основные задачи линейной алгебры; - производить стандартные алгебраические операции в основных числовых и конечных полях, кольцах, а также оперировать с подстановками, многочленами, матрицами, в том числе с использованием компьютерных программ

	Владеть: - навыками решения алгебраических, матричных, подстановочных уравнений; - навыками решения линейных уравнений над полем и кольцом вычетов; - навыками решения стандартных задач в векторных пространствах
--	--

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Алгебра» составляет 9 з.е.

Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий

очная форма обучения

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры		
		1	2	3
Аудиторные занятия (всего)	180	54	54	72
В том числе:				
Лекции	108	36	36	36
Практические занятия (ПЗ)	72	18	18	36
Самостоятельная работа	108	18	18	72
Часы на контроль	36	-	-	36
Виды промежуточной аттестации - зачет с оценкой, экзамен	+	+	+	+
Общая трудоемкость:				
академические часы	324	72	72	180
зач.ед.	9	2	2	5

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий

очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекции	Практ. зан.	СРС	Всего час
Первый семестр						
1	Элементы комбинаторики	Перестановки элементов множества, их число. Четные и нечетные перестановки множества чисел. Изменение четности перестановок при транспозиции. Число четных и нечетных перестановок. Подстановки n -й степени, четность подстановок.	2	2	2	6
2	Линейная алгебра	Понятие определителя n -го порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Матрицы и операции над ними. Определитель произведения	18	8	8	34

		матриц. Обратная матрица. Критерий существования обратной матрицы. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений, основные понятия, матричная форма записи. Правило Крамера, матричный метод и метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Исследование систем, теорема Кронекера-Капелли. Однородные системы линейных уравнений, фундаментальная система решений, структура общего решения. Неоднородные системы линейных уравнений, структура множества решений.				
3	Основные алгебраические структуры	Внутренние бинарные операции на множестве, их свойства: ассоциативность, коммутативность. Нейтральный и обратный элементы. Понятие группы, кольца и поля, их простейшие свойства, примеры. Делители нуля. Обратимые элементы кольца с единицей. Отсутствие делителей нуля в поле.	4	2	2	8
4	Поле комплексных чисел	Построение поля комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа, действия над комплексными числами. Комплексные корни из единицы. Комплексно сопряженные числа.	4	2	2	8
5	Кольцо целых чисел	Отношение делимости в кольце целых чисел, его свойства. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель целых чисел, алгоритм Евклида его вычисления, линейное представление НОД. Наименьшее общее кратное целых чисел. Простые числа. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение целых чисел.	8	4	4	16
Второй семестр						
6	Кольца и поля классов вычетов	Отношение сравнимости целых чисел по модулю данного натурального числа и его свойства. Теоремы о разрешимости сравнений первой степени с одним неизвестным. Решение сравнений первой степени с помощью простейших свойств, по рекуррентной формуле, с помощью функции Эйлера. Системы сравнений.	12	6	6	24

		Китайская теорема об остатках. Классы вычетов и операции над ними, кольцо классов вычетов. Обратимые элементы кольца вычетов. Критерий того, что кольцо классов вычетов является полем.				
7	Кольцо многочленов	Построение кольца многочленов от одного переменного над кольцом с единицей. Отношение делимости в кольце многочленов. Значение и корень многочлена. Схема Горнера, теорема Безу. Кольцо многочленов над полем. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное многочленов над полем. Алгоритм Евклида нахождения НОД двух многочленов, линейное представление НОД. Неприводимые многочлены над полем, их свойства. Каноническое разложение многочлена. Неприводимые многочлены над полями комплексных и действительных чисел. Неприводимые многочлены над полем рациональных чисел, методы отыскания рациональных корней, признак неприводимости Эйзенштейна. Отношение сравнимости многочленов по модулю данного многочлена, его свойства. Кольцо классов вычетов. Критерий того, что это кольцо является полем. Использование многочленов для построения конечных колец и полей. Поле из четырех элементов.	12	6	6	24
8	Основы теории групп	Определение и примеры групп, конечные группы. Гомоморфизм и изоморфизм групп. Группа подстановок. Разложение подстановки в произведение независимых циклов и транспозиций. Определение четности подстановки при помощи транспозиций и по декременту. Понятие подгруппы. Подгруппа четных подстановок. Циклические группы. Порядок элемента группы, порядок подстановки. Разложение группы в смежные классы по	12	6	6	24

		подгруппе. Теорема Лагранжа. Разложение группы в классы сопряженных элементов. Критерий сопряженности подстановок. Уравнение Коши.				
Третий семестр						
9	Линейные пространства и их преобразования	Понятие и примеры линейных пространств. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе. Матрица перехода. Преобразование координат вектора при изменении базиса. Подпространства линейного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Размерность и базис подпространства конечномерного пространства. Соотношение между размерностями суммы и пересечения подпространств. Прямая сумма подпространств. Линейные операторы и их матрицы. Кольцо и векторное пространство линейных операторов. Обратный оператор. Связь между матрицами одного и того же линейного оператора в разных базисах. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду. Линейная независимость собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям.	20	20	40	80
10	Пространства со скалярным произведением	Евклидовы и унитарные пространства. Длина вектора, ортогональность, ортогональное дополнение к подпространству. Неравенство Коши-Буняковского, неравенство треугольника и теорема Пифагора в пространствах со скалярным произведением. Ортонормированный базис. Построение ортонормированного базиса в евклидовом пространстве. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств. Оператор, сопряженный данному, его свойства. Самосопряженный оператор, его матрица, свойства собственных векторов и собственных	12	12	24	48

		значений. Ортогональный оператор, его свойства, сохранение расстояний и углов ортогональным оператором.				
11	Квадратичные формы	Квадратичная форма над полем действительных чисел и ее матрица. Канонический вид квадратичной формы. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Квадратичная форма над полем комплексных чисел.	4	4	8	16
Итого			108	72	108	288

5.2 Перечень лабораторных работ

Не предусмотрено учебным планом

6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В соответствии с учебным планом освоение дисциплины не предусматривает выполнение курсового проекта (работы) или контрольной работы.

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

7.1.1 Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Аттестован	Не аттестован
ОПК-3	Знать: -основные свойства важнейших алгебраических систем: групп, колец, полей; -основы линейной алгебры и важнейшие свойства векторных пространств над произвольными полями; -основные свойства колец многочленов над кольцами и полями; -основные свойства	Знает основные понятия и методы алгебры, основные свойства алгебраических структур, способен их использовать для построения алгоритмов решения практических задач, а также построения требуемых алгебраических структур над произвольными полями	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах

	отображений важнейших алгебраических систем			
	Уметь: -решать основные задачи линейной алгебры; -производить стандартные алгебраические операции в основных числовых и конечных полях, кольцах, а также оперировать с подстановками, многочленами, матрицами, в том числе с использованием компьютерных программ	Способен решать основные задачи алгебры, проводить вычисления в числовых и конечных кольцах и полях, решать системы линейных уравнений, оперировать с многочленами, матрицами, подстановками, умеет применять методы алгебры для решения прикладных задач	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Владеть: навыками решения систем линейных уравнений над полем и кольцом вычетов; навыками решения стандартных задач в векторных пространствах	Способен использовать методы алгебры в смежных дисциплинах	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах

7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 1, 2, 3 семестре для очной формы обучения по четырехбалльной системе:

«отлично»;

«хорошо»;

«удовлетворительно»;

«неудовлетворительно».

Компе- тенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неудовл.
ОПК-3	Знать: -основные свой- ства важнейших алгебраических систем: групп, колец, полей; -основы линейной алгебры и важнейшие свойства векторных пространств над произвольными	Тест	Выполнение теста на 90- 100%	Выполнение теста на 80- 90%	Выполнение теста на 60- 80%	В тесте менее 60% правильных ответов

	полями; -основные свойства колец много- членов над кольцами и полями; -основные свойства отображений важнейших алгебраических систем					
	Уметь: -решать основные задачи линейной алгебры; -производить стандартные алгебраические операции в основных числовых и конечных полях, кольцах, а также оперировать с подстановками, многочленами, матрицами, в том числе с использованием компьютерных программ	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстр ирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстр ирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	Владеть: навыками решения систем линейных уравнений над полем и кольцом вычетов; навыками решения стандартных задач в векторных пространствах	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстр ирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстр ирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

7.2. Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию

1. Определитель $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 0 \\ -3 & k & -6 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ равен нулю при $k = \dots$ 1) 1; 2) -12; 3) -3; 4) 12
2. Пусть определитель матрицы A третьего порядка равен 5. Чему равен определитель матрицы $2A^2$? 1) 10, 2) 25, 3) 50, 4) 200
3. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Укажите, какие из следующих операций можно

- выполнить: а) $A+B$; б) AB ; в) BA ; г) $B^T A$; д) A^2 ; е) B^2 .
4. Дана матрица A размера 4×5 . Известно, что $\text{rang } A = 4$. Как изменится ранг, если добавить еще одну строку? 1) увеличится на 1; 2) уменьшится на 1; 3) не изменится; 4) указанных условий для ответа недостаточно.
5. Определите, при каких значениях $\lambda \in \mathbb{R}$ существует матрица, обратная данной
- $$\begin{pmatrix} 2 & -\lambda & 3 \\ -2 & 1 & -4 \\ 2 & 7 & 6 \end{pmatrix}. \quad 1) \lambda = 1; \quad 2) \lambda = 5; \quad 3) \lambda \neq 1; \quad 4) \lambda \neq 5$$
6. Если определитель Δ основной матрицы системы n линейных уравнений с n неизвестными отличен от нуля, то система:
- 1) имеет n решений; 2) имеет единственное решение;
3) не имеет решений; 4) имеет бесконечно много решений.
7. Пусть A и A_p - основная и расширенная матрицы системы линейных уравнений. Система совместна, если
- 1) $\text{rang } A < \text{rang } A_p$, 2) $\text{rang } A \geq \text{rang } A_p$, 3) $\text{rang } A \leq \text{rang } A_p$, 4) $\text{rang } A = \text{rang } A_p$.
8. Укажите, при каких значениях λ система $\begin{cases} \lambda x + 4y = 3 \\ \lambda y + x = 4 \end{cases}$ имеет единственное решение: 1)
- $\lambda \neq \pm 2$, 2) $\lambda = 2$, 3) $\lambda \neq 0$, 4) при любом λ
9. Укажите, какая из данных операций не является коммутативной на множестве $\mathbb{R}_+$ положительных действительных чисел:
- 1) $x * y = \frac{1}{x \cdot y}$; 2) $x * y = \frac{x+y}{2}$; 3) $x * y = x^y$; 4) $x * y = \frac{1}{x+y}$.
10. Укажите, какое из данных множеств относительно операции сложения действительных чисел является группой:
- 1) $\mathbb{R}_+$ - множество всех положительных действительных чисел;
2) $\mathbb{R}_-$ - множество всех отрицательных действительных чисел;
3) $\mathbb{R}$ - множество всех действительных чисел;
4) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ - множество всех ненулевых действительных чисел.
11. Укажите, какое из данных множеств является группой относительно операции умножения: 1) множество $\mathbb{Z}$ целых чисел; 2) множество $\mathbb{Q}$ рациональных чисел;
3) множество $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$ рациональных чисел, отличных от нуля;
4) множество $\mathbb{N}$ натуральных чисел.
12. Действительная часть комплексного числа $(3+i)^2$ равна 1) 8, 2) 3, 3) 10, 4) 9
13. Найдите аргумент комплексного числа $z = \frac{\sqrt{3}+i}{1-i}$ 1) $\frac{7\pi}{12}$, 2) $\frac{5\pi}{12}$, 3) $\frac{\pi}{12}$, 4) $-\frac{\pi}{6}$
14. Решение сравнения $29x \equiv 35 \pmod{123}$ имеет вид:
- 1) $x \equiv 20 \pmod{123}$; 2) $x \equiv 35 \pmod{123}$; 3) $x \equiv 103 \pmod{123}$; 4) нет решений.
15. Обратимыми элементами кольца вычетов $\mathbb{Z}_{135}$ являются:
- 1) 1, 5, 127; 2) 1, 34, 114; 3) 2, 19, 121; 4) 8, 41, 125.
16. Найдите НОД многочленов $f, g \in \mathbb{Q}[x]$, где $f(x) = 12x^4 - 12x^3 - 9x^2 + 12x - 6$,
 $g(x) = 6x^3 - 3x^2 - 3x + 3$. 1) $x^2 - x + 1$; 2) $6x^3 - 3x^2 - 3x + 3$; 3) $x - 1$; 4) 1.
17. Разложение многочлена $f(x) = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12$ на неприводимые множители над полем $\mathbb{Q}$ рациональных чисел имеет вид: 1) $(x+1)(x-2)(x^2 - x + 6)$;
2) $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)$; 3) $(x+1)(x-3)(x-2)^2$; 4) $(x+2)(x+3)(x-1)(x-2)$.
18. Какова наибольшая степень многочленов $f(x) \in \mathbb{Q}[x]$, неприводимых над полем $\mathbb{Q}$ рациональных чисел? 1) 1; 2) 2; 3) 4, 4) наибольшей степени нет
19. Кратность корня $x_0 = 3$ многочлена $x^7(x-3)^2(3x^2-2)^2$ над полем $\mathbb{Z}_5$ равна: 1) 2; 2) 3; 3) 4; 4) 0.

20. Найдите координаты вектора $\mathbf{a} = (24, -13)$ в базисе $\mathbf{e}_1 = (2, -3)$, $\mathbf{e}_2 = (7, 1)$:
 1) $(-2, 4)$; 2) $(5, 2)$; 3) $(5, -3)$; 4) $(-2, 1)$.
21. Найдите размерность пересечения подпространств $A, B \subset \mathbb{R}^4$, порожденных соответственно векторами $\mathbf{a}_1 = (1, 1, 1, 1)$, $\mathbf{a}_2 = (-1, -2, 0, 1)$, $\mathbf{a}_3 = (0, -1, 1, 2)$ и $\mathbf{b}_1 = (-1, -1, 1, -1)$, $\mathbf{b}_2 = (2, 2, 0, 1)$, $\mathbf{b}_3 = (1, 1, -1, 2)$.
 1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) 3.
22. В пространстве $\mathbb{R}^3$ заданы два линейных оператора: $A\mathbf{x} = (2x_1 + x_3, x_2 - x_3, x_1)$, $B\mathbf{x} = (x_2 + 2x_3, x_1, x_1 - x_2)$. Найдите матрицу оператора AB .
 1) $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.
23. Пусть λ_1, λ_2 - различные собственные значения линейного оператора, действующего в пространстве $\mathbb{R}^2$. Какой вид имеет матрица этого оператора в базисе из собственных векторов? 1) E ; 2) $(\lambda_1 + \lambda_2)E$; 3) $\begin{pmatrix} \lambda_1 & 1 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$.
24. Найдите все значения λ , при которых квадратичная форма $x_1^2 - 2\lambda x_1 x_2 + 4x_2^2$ является положительно определенной: 1) $\lambda < 4$; 2) $-\frac{1}{2} < \lambda < \frac{1}{2}$; 3) $\lambda > 2$; 4) $-2 < \lambda < 2$.

7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач

1. Для данных матриц A и B найдите матрицы AB , BA , $A+B$, $A-B$, $A^2 - B^2$, $3A^2 - 5A + 2E$, где E - единичная матрица. Вычислите определители матриц A , B , AB , $A+B$, $A^T B^T$, $A^T + B^T$, $A^3 B^4$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 2 & 5 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Для данной матрицы A найдите обратную матрицу A^{-1} . Сделайте проверку, т.е. покажите, что $AA^{-1} = E$. Вычислите определитель матрицы A^{-1} . Убедитесь, что выполняется равенство $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & -5 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Исследуйте совместность данной системы линейных уравнений. В случае совместности решите систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3 \end{cases}$$

4. Исследуйте совместность каждой из данных систем уравнений, найдите общее решение каждой системы двумя способами: а) методом Гаусса; б) с помощью фундаментальной системы решений.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 5 \end{cases}$$

5. Является ли группой $(\mathbb{Z}, +)$, $(\mathbb{R}, +)$, $(\mathbb{R}, \cdot)$, $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$?

6. Является ли кольцом (полем) множество чисел $\{a + b\sqrt{2}; a, b \in \mathbb{Z}\}$?

7. Вычислите $\frac{z_1 + z_1 z_2 + z_2^2}{z_1 + z_3}$, где $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 3 - 4i$, $z_3 = 1 + i$.
8. Вычислите $\sqrt[3]{z}$, где $z = \frac{(2 + 2i)^7 (-1 + \sqrt{3}i)^5}{(\sqrt{3} - i)^{13}}$.
9. Выясните, какие из сравнений имеют решения, и решите их, сделайте проверку:
 $3x \equiv 5 \pmod{19}$, $5x \equiv 12 \pmod{26}$, $8x \equiv 7 \pmod{14}$, $18x \equiv 15 \pmod{69}$, $285x \equiv 51 \pmod{363}$
10. Для колец $\mathbb{Z}/11$ и $\mathbb{Z}/20$ укажите множества всех обратимых элементов и всех делителей нуля. Для каждого обратимого элемента найдите обратный.
11. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ над полем $\mathbb{Z}_7$ найдите обратную матрицу A^{-1} . Сделайте проверку.
12. Разложите многочлен $f(x) = 6x^6 + 16x^5 + 5x^4 - 8x^3 - 7x^2 - 8x - 4$ на неприводимые множители над полями $\mathbb{Q}$ и $\mathbb{Z}_3$.
13. Найдите НОД многочленов $f(x)$, $g(x)$ над полем $\mathbb{Z}_2$ и его линейное представление, если $f(x) = x^5 + x + 1$, $g(x) = x^4 + x^3 + 1$.
14. Для данных матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ над полем $\mathbb{Z}_3$ вычислите произведение AB и BA .
15. Вычислите над полем $\mathbb{Z}_5$ определитель
- $$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 0 & 4 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$
16. Покажите, что данная система векторов $\mathbf{e}_1 = (1, 0, 1)$, $\mathbf{e}_2 = (0, 1, 0)$, $\mathbf{e}_3 = (2, 3, 4)$ образует базис в пространстве $\mathbb{R}^3$, и найдите координаты вектора $\mathbf{x} = (1, -3, -3)$ в этом базисе.
17. Найдите координаты вектора $\mathbf{x} = (9, 3, 7)$ в базисе $B': e'_1, e'_2, e'_3$, если он задан в базисе $B: e_1, e_2, e_3$, где $e'_1 = 5e_1 + 2e_2 + 4e_3$, $e'_2 = 8e_1 + 3e_2 + 7e_3$, $e'_3 = 4e_1 + e_2 + 4e_3$.
18. Найдите базис и размерность подпространства линейного пространства $\mathbb{R}^4$, порожденного векторами $\mathbf{a}_1 = (2, 1, 1, 0)$, $\mathbf{a}_2 = (3, 2, -1, -2)$, $\mathbf{a}_3 = (1, 1, -2, -2)$, $\mathbf{a}_4 = (-1, 0, -3, -2)$.
19. Найдите размерность и базисы подпространств $A + B$, $A \cap B$, если A - подпространство, порожденное векторами $\mathbf{a}_1 = (1, 2, -1, -2)$, $\mathbf{a}_2 = (3, 1, 1, 1)$, $\mathbf{a}_3 = (-1, 0, 1, -1)$, и B - подпространство, порожденное векторами $\mathbf{b}_1 = (2, 5, -6, -5)$, $\mathbf{b}_2 = (-1, 2, -7, -3)$, $\mathbf{b}_3 = (4, 1, 8, 1)$.
20. В пространстве $\mathbb{R}^3$ заданы два линейных оператора $A\mathbf{x} = (x_1 + x_2, x_3, x_2 - x_3)$ и $B\mathbf{x} = (2x_2, x_3, x_1)$. Найдите матрицу и явный вид оператора $2A - 3B^2$.
21. Найдите собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -8 \\ -4 & 7 & -4 \\ -8 & -4 & 1 \end{pmatrix}$. Приводима ли матрица A к диагональному виду?
22. С помощью процесса ортогонализации постройте ортонормированный базис подпространства, порожденного векторами $(1, 2, 2, -1)$, $(1, 1, -5, 3)$, $(3, 2, 8, -7)$.
23. Приведите квадратичную форму к каноническому виду: $3x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3$;
24. Найдите все значения параметра λ , при которых квадратичная форма отрицательно

определена: $-2x_1^2 - 8x_2^2 - 3x_3^2 + 2\lambda x_1 x_2 + 4x_1 x_3 - 2\lambda x_2 x_3$.

7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

- 1) В некоторых алгоритмах шифрования с открытым ключом требуется факторизация (разложение на множители) многочленов над конечными полями. Многочлен $x^3 + 2x^2 + 4x + 1$ разложите на неприводимые множители над полем $\mathbb{Z}_5$.
- 2) Каждая буква русского алфавита (кроме букв ё, й) кодируется числом, соответствующим порядковому номеру буквы в алфавите. По одному из методов полиалфавитной замены закодированная фраза шифруется следующим образом: последовательность чисел (кодов) разбивается на блоки длиной 3, и затем каждый из полученных трехмерных векторов умножается на **обратимую** матрицу, заданную над полем $\mathbb{Z}_{31}$. Можно ли

матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 29 & 0 & 1 \\ 30 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ использовать для такого шифрования?

- 3) Для построения ряда криптосистем используются конечные поля. Можно ли построить конечное поле из 16 элементов? из 80 элементов? из 57 элементов?
- 4) При использовании криптосистемы RSA формируется открытый ключ следующим образом. Выбираются два различных простых числа p и q , и вычисляется их произведение $n = pq$. Может ли число n быть равным 103, 527, 1443?
- 5) При использовании метода шифрования RSA генерируется открытый ключ – пара натуральных чисел (n, e) . Здесь число n равно произведению двух различных простых чисел p и q ; число e удовлетворяет условиям: $e < m$ и $\text{НОД}(e, m) = 1$, где $m = \varphi(n)$ и φ – это функция Эйлера. Известно, что $n = 11 \cdot 37$. Можно ли взять $e = 180$, $e = 359$?
- 6) Абонент получил сообщение, зашифрованное методом RSA, и открытый ключ, состоящий из двух чисел $n = 407$ и $e = 89$. Известно, что число n является произведением двух простых чисел p и q , причем число p абонент знает ($p = 11$). Для расшифрования полученного сообщения абонент должен знать число d , которое удовлетворяет условию $ed \equiv 1 \pmod{m}$, где $m = (p-1)(q-1)$. Найдите это число d .
- 7) К базе данных с конфиденциальной информацией имеют доступ всего два человека, причем никто из них не должен заходить в базу данных в одиночку. Каждый день для первого из них генерируется матрица A , а для второго – матрица-столбец B . Код доступа X к базе данных можно получить, лишь решив систему линейных уравнений

$AX = B$. Найдите код доступа, если $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & -4 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- 8) Для описания алгоритма шифрования AES используется конечное поле Галуа $GF(2^8)$, построенное по модулю неприводимого многочлена $m(x)$. Можно ли взять $m(x) = x^8 + x^4 + x^3 + 1$?
- 9) В группе подстановок S_6 решите уравнение $xa = b$, где $a = (1, 2, 5)(3)(4, 6)$ и $b = (1, 4, 3, 2, 5)(6)$.
- 10) Для криптоанализа дисковых шифраторов используют уравнение Коши, заданное в группе подстановок S_n . Найдите все решения уравнения Коши $x^{-1}ax = b$, где

подстановки $a, b \in S_5$ и $a = (1, 3, 4)(2)(5)$, $b = (1, 5, 3)(2)(4)$.

7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету

Первый семестр

- 1) Перестановки из n элементов, их число. Изменение четности перестановки при транспозиции.
- 2) Четные и нечетные перестановки. Теорема о числе четных и нечетных перестановок.
- 3) Подстановки. Теорема о числе подстановок n -й степени. Четные и нечетные подстановки, их число.
- 4) Понятие определителя n -го порядка. Свойства определителей. Определитель Вандермонда
- 5) Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца), следствие.
- 6) Миноры k -го порядка. Теорема Лапласа. Определитель с «углом» из нулей.
- 7) Матрицы, основные понятия. Определитель верхней(нижней) треугольной матрицы, определитель диагональной матрицы.
- 8) Действия с матрицами (сумма, произведение матриц, умножение матрицы на число), их свойства. Определитель произведения матриц.
- 9) Обратная матрица. Критерий существования обратной матрицы, ее свойства.
- 10) Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы методом элементарных преобразований.
- 11) Системы линейных уравнений, основные понятия. Матричная форма записи систем.
- 12) Правило Крамера и матричный метод решения систем линейных уравнений.
- 13) Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
- 14) Теорема Кронекера-Капелли (критерий совместности) и условие определенности систем линейных уравнений.
- 15) Однородные системы линейных уравнений, их свойства. Структура множества решений однородной системы. Фундаментальная система решений.
- 16) Неоднородные системы линейных уравнений. Структура общего решения.
- 17) Системы линейных неравенств, основные понятия. Геометрическая интерпретация множества решений системы линейных неравенств.
- 18) Сведение системы линейных неравенств к системе линейных уравнений. Критерий совместности систем линейных неравенств.
- 19) Внутренние бинарные операции на множестве, их виды, примеры. Нейтральный и обратный элементы, их свойства.
- 20) Понятие группы, ее простейшие свойства, примеры групп. Аддитивная и мультипликативная формы записи.
- 21) Кольцо, его простейшие свойства, примеры. Виды колец. Делители нуля, обратимые элементы кольца с единицей, их свойства.
- 22) Понятие поля, его простейшие свойства, примеры.
- 23) Построение поля комплексных чисел.
- 24) Алгебраическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами, заданными в алгебраической форме.
- 25) Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме, возведение в степень и извлечение корня.
- 26) Комплексные корни из единицы, их свойства. Группа корней n -й степени из единицы.
- 27) Комплексно сопряженные числа и их свойства.

Второй семестр

- 1) Кольцо целых чисел. Отношение делимости в кольце целых чисел, его свойства. Теорема о делении с остатком.
- 2) Наибольший общий делитель целых чисел, алгоритм Евклида его вычисления. Свойства НОД. Наименьшее общее кратное целых чисел.

- 3) Простые числа. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение целых чисел.
- 4) Сравнения целых чисел по модулю данного натурального числа, свойства сравнений. Критерий сравнимости.
- 5) Теоремы о разрешимости сравнений первой степени с одним неизвестным.
- 6) Функция Эйлера, ее свойства. Решение сравнений с помощью функции Эйлера.
- 7) Системы сравнений. Китайская теорема об остатках.
- 8) Классы вычетов, действия над ними. Кольцо классов вычетов, его обратимые элементы.
- 9) Критерий того, что кольцо классов вычетов является полем.
- 10) Построение кольца многочленов над кольцом с единицей.
- 11) Отношение делимости в кольце многочленов, его свойства.
- 12) Значение и корень многочлена. Схема Горнера, теорема Безу.
- 13) Кольцо многочленов над полем. Теорема о делении с остатком.
- 14) Наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида его вычисления. Теорема о линейном представлении НОД.
- 15) Неприводимые многочлены над полем и их свойства. Каноническое разложение многочлена.
- 16) Неприводимые многочлены над полями комплексных и действительных чисел.
- 17) Неприводимые многочлены над полем рациональных чисел. Теорема о рациональных корнях многочлена с целыми коэффициентами. Признак неприводимости Эйзенштейна.
- 18) Сравнения в кольце многочленов по модулю данного многочлена. Кольцо классов вычетов $P[x]/f$. Критерий того, что это кольцо является полем.
- 19) Использование многочленов для построения конечных колец и полей. Поле из четырех элементов. Критерий Батлера неприводимости многочлена над конечным полем.
- 20) Понятие группы, конечные группы, примеры групп. Группа подстановок, ее свойства.
- 21) Четные и нечетные подстановки. Теорема о четности произведения двух подстановок.
- 22) Разложение подстановки в произведение независимых циклов и транспозиций. Определение четности подстановки при помощи транспозиций.
- 23) Декремент подстановки. Определение четности подстановки по ее декременту.
- 24) Изоморфизм и гомоморфизм групп, свойства, примеры.
- 25) Порядок элемента группы. Порядок подстановки. Понятие циклической группы, примеры.
- 26) Подгруппы группы. Примеры, свойства. Теорема Кэли, теорема Лагранжа.
- 27) Разложение группы в смежные классы по подгруппе. Свойства смежных классов. Нормальные делители группы.
- 28) Разложение группы в классы сопряженных элементов. Свойства классов сопряженных элементов.
- 29) Разложение группы в классы сопряженных элементов. Свойства классов сопряженных элементов.
- 30) Критерий сопряженности подстановок. Уравнение Коши.

7.2.5. Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену

- 1) Понятие линейного пространства, примеры, свойства.
- 2) Линейная зависимость и независимость систем векторов. Критерий линейной зависимости. Свойства линейно зависимых и независимых систем векторов.
- 3) Базис и размерность линейного пространства. Единственность разложения вектора по данному базису.
- 4) Матрица перехода, ее свойства. Преобразование координат вектора при изменении базиса.
- 5) Подпространство линейного пространства. Определение, примеры, свойства. Подпространство, порожденное данной системой векторов.
- 6) Сумма и пересечение подпространств, их свойства.
- 7) Теорема Грассмана о размерности суммы двух подпространств.

- 8) Прямая сумма подпространств, ее свойства.
- 9) Изоморфизм линейных пространств одинаковой размерности.
- 10) Линейные операторы, определение, примеры. Матрица линейного оператора.
- 11) Действия над линейными операторами. Кольцо и линейное пространство операторов. Обратный оператор.
- 12) Связь между матрицами одного и того же линейного оператора в разных базисах.
- 13) Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
- 14) Линейная независимость собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям.
- 15) Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.
- 16) Евклидово и унитарное пространства. Определение, примеры, свойства.
- 17) Геометрия евклидовых и унитарных пространств (длина вектора, угол между векторами, ортогональность).
- 18) Неравенство Коши-Буняковского в пространствах со скалярным произведением.
- 19) Неравенство треугольника и теорема Пифагора в пространствах со скалярным произведением.
- 20) Ортонормированный базис. Линейная независимость системы попарно ортогональных векторов. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
- 21) Ортогональное дополнение к подпространству, его свойства, примеры.
- 22) Оператор, сопряженный данному, его свойства. Существование и линейность сопряженного оператора, его матрица.
- 23) Самосопряженный оператор, его матрица. Свойства собственных значений и собственных векторов самосопряженного оператора.
- 24) Ортогональный оператор, его матрица. Свойства ортогонального оператора (о собственных значениях, сохранение длин и углов между векторами).
- 25) Билинейные и квадратичные формы в вещественном линейном пространстве. Выражение квадратичной формы в координатах.
- 26) Матричная запись квадратичной формы. Изменение матрицы квадратичной формы при переходе к новому базису.
- 27) Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием.
- 28) Закон инерции квадратичных форм.
- 29) Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерии знакоопределенности.
- 30) Квадратичные формы над полем комплексных чисел.

7.2.6. Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации

Экзамен проводится по билетам, каждый из которых содержит два теоретических вопроса и две задачи.

Каждый правильный ответ на теоретический вопрос в билете оценивается в 2 балла, задача оценивается в 3 баллов. Максимальное количество набранных баллов – 10. Критерии оценки теоретического вопроса: 2 балла – студент знает и владеет основными понятиями и фактами, умеет проводить доказательства логично и грамотно или с небольшими неточностями; 1 балл – студент знает и владеет основными понятиями и фактами, доказательство теорем проводится с грубыми ошибками или отсутствует; 0 баллов – студент не знает и не владеет основными понятиями и фактами. Критерии оценки задачи: 3 балла – задание выполнено верно; 2 балла – имеются незначительные арифметические или логические погрешности;

1 балл – задание не выполнено, но имеется правильный подход к решению;
0 баллов – в остальных случаях.

Оценка «Неудовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал не более 4 баллов.

Оценка «Удовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал 5-6 баллов.

Оценка «Хорошо» ставится в случае, если студент набрал 7-8 баллов.

Оценка «Отлично» ставится, если студент набрал 9-10 баллов.

7.2.7. Паспорт оценочных материалов

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Элементы комбинаторики	ОПК-3	Тест, решение задач, зачет
2	Линейная алгебра	ОПК-3	Тест, решение задач, зачет
3	Основные алгебраические структуры	ОПК-3	Тест, решение задач, зачет
4	Поле комплексных чисел	ОПК-3	Тест, решение задач, зачет
5	Кольцо целых чисел	ОПК-3	Тест, решение задач, зачет
6	Кольца и поля вычетов	ОПК-3	Тест, решение задач, зачет
7	Кольцо многочленов	ОПК-3	Тест, решение задач, зачет
8	Основы теории групп	ОПК-3	Тест, решение задач, зачет
9	Линейные пространства и их преобразования	ОПК-3	Тест, решение задач, экзамен
10	Пространства со скалярным произведением	ОПК-3	Тест, решение задач, экзамен
11	Квадратичные формы	ОПК-3	Тест, решение задач, экзамен

7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Тестирование осуществляется, с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе фронтальным способом в аудитории. Не разрешается пользоваться интернетом, разрешается – калькулятором. Время тестирования 90 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации. В тест включается также решение стандартных и прикладных задач.

8 УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)

8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

- 1) Глухов, М.М., Елизаров В.П., Нечаев А.А. Алгебра : учеб. пособие . Т. 1 / М.М. Глухов, В.П. Елизаров, А.А. Нечаев. - М. : Гелиос АРВ, 2003. - 336 с.
- 2) Глухов, М.М., Елизаров В.П., Нечаев А.А. Алгебра : учеб. пособие . Т. 2 / М.М. Глухов, В.П. Елизаров, А.А. Нечаев. - М. : Гелиос АРВ, 2003. - 416 с.
- 3) Кострикин, А. И. Введение в алгебру: учебник. Ч.1-3. / А.И. Кострикин. – Москва: МЦНМО, 2009.
URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140>
- 4) Майорова С.П., Завгородний М.Г. Алгебра [Электронный ресурс] : Курс лекций: Учеб. пособие. Ч.1. - Электрон. текстовые дан. (1 324 Кбайт). - Воронеж : ГОУВПО "Воронежский государственный технический университет", 2010.
- 5) Майорова С.П., Завгородний М.Г. Алгебра [Электронный ресурс] : Курс лекций: Учеб. пособие. Ч.2. - Электрон. текстовые дан. (2 001 Кбайт). - Воронеж : ГОУВПО "Воронежский государственный технический университет", 2010.
- 6) Майорова С.П., Завгородний М.Г. Алгебра [Электронный ресурс] : Курс лекций: Учеб. пособие. Ч.3. - Электрон. текстовые, граф. дан. (910 Мб). - Воронеж : ФГБОУ ВПО "Воронежский государственный технический университет", 2011.
- 7) Майорова С.П., Завгородний М.Г. Алгебра [Электронный ресурс] : Курс лекций: Учеб. пособие. Ч.4. - Электрон. текстовые, граф. дан. (0,99 Мб). - Воронеж : ФГБОУ ВПО "Воронежский государственный технический университет", 2011.
- 8) Майорова С.П., Завгородний М.Г. Практикум по алгебре : учеб. пособие. - Воронеж : ГОУВПО "Воронежский государственный технический университет", 2006. - 158 с.
- 9) Майорова С.П., Завгородний М.Г. Сборник индивидуальных заданий по алгебре и геометрии [Электронный ресурс] : Учеб. пособие. - Электрон. текстовые, граф. дан. (976 Кб). - Воронеж : ФГБОУ ВПО "Воронежский государственный технический университет", 2012.
- 10) Майорова С.П. Элементы теории сравнений : Методические указания для организации самостоятельной работы по курсу "Алгебра" для студентов специальностей 090102, 090105 очной формы обучения - Воронеж : ГОУВПО "Воронежский государственный технический университет", 2008. - 44 с. - № 404-2008
- 11) Методические указания для организации самостоятельной работы по дисциплине «Алгебра и геометрия» для студентов специальностей 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем», 10.05.03

«Информационная безопасность автоматизированных систем» очной формы обучения [Электронный ресурс] / Сост.: С. П. Майорова, М. Г. Завгородний. - Воронеж : ФГБОУ ВПО "Воронежский государственный технический университет", 2015. - № 249-2015

- 12) Майорова С.П., Завгородний М.Г. Сборник задач по алгебре и геометрии [Текст] : учебное пособие / ФГБОУ ВО "Воронеж. гос. техн. ун-т". - Воронеж : Воронежский государственный технический университет, 2017 - 200 с.

8.2. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Компьютеры, оснащенные операционной системой Windows, программой для чтения документов в формате pdf Acrobat Reader.

Электронная образовательная среда ВГТУ <https://old.education.cchgeu.ru/>

Электронная научная библиотека <http://elibrary.ru/>

Электронно-библиотечная система <http://www.iprbookshop.ru/>

Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru/>

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Учебные аудитории, оснащенные техническими средствами, для проведения лекционных и практических занятий по математике.

10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

По дисциплине «Алгебра» читаются лекции, проводятся практические занятия.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков использования математического аппарата для решения задач, в том числе прикладного характера. Занятия проводятся путем решения конкретных задач в аудитории.

Большое значение по закреплению и совершенствованию знаний имеет самостоятельная работа студентов. Информацию о всех видах самостоятельной работы студенты получают на занятиях.

Освоение дисциплины оценивается на зачете и экзамене.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Практическое занятие	Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоению учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие: - работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций; - выполнение домашних заданий и расчетов; - работа над темами для самостоятельного изучения; - участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад; - подготовка к промежуточной аттестации.
Подготовка к промежуточной аттестации	При подготовке к зачету и экзамену необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и решение задач на практических занятиях Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед зачетом, экзаменом три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.