

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра электропривода, автоматике и управления в технических системах

ДИСКРЕТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторной работы
«Динамические характеристики дискретных систем»
для студентов направления 27.03.04 «Управление в технических системах»
очной формы обучения

Воронеж 2023

УДК 62-503.4:681.5(07)

ББК 2.965.6я7

Составители:

д-р техн. наук В. Л. Мурзинов,
канд. техн. наук Ю. В. Мурзинов

Дискретное управление в технических системах: методические указания к выполнению лабораторной работы «Динамические характеристики дискретных систем» для студентов направления 27.03.04 «Управление в технических системах» очной формы обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: В. Л. Мурзинов, Ю. В. Мурзинов. - Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2023. - 12 с.

Методические указания разработаны с целью организации процессов выполнения лабораторной работы «Динамические характеристики дискретных систем» по дисциплине «Теория дискретных систем». В рекомендациях определены подходы к выбору варианта индивидуального задания. Показан пример выполнения задания.

Предназначены для студентов направления 27.03.04 «Управление в технических системах».

Подготовлены в электронном виде и содержатся в файле МУ_КУР_ЦМЭ_2023.pdf.

Ил. 8. Табл. 1. Библиогр.: 4 назв.

УДК 62-503.4:681.5(07)

ББК 2.965.6я7

Рецензент - С. Д. Кургалин, д-р физ.-мат. наук, проф. кафедры цифровых технологий Воронежского государственного университета

*Издается по решению редакционно-издательского совета
Воронежского государственного технического университета*

1. Теоретическое обоснование. Временные характеристики дискретных систем автоматического управления

ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- ДСАУ - дискретная система автоматического управления;
- ДПФ - дискретная передаточная функция;
- ДПХ - дискретная переходная характеристика;
- ДПИХ - дискретная переходная импульсная характеристика;
- АЧХ - амплитудно-частотная характеристика;
- ФЧХ - фазово-частотная характеристика.

К динамическим характеристикам систем автоматического управления в ТАУ относят *временные* характеристики, а именно *переходную* и *переходную импульсную*, а также *частотные* характеристики. Следует помнить, что временные характеристики описывают динамическое поведение системы в переходных режимах, а частотное – в режимах установившихся гармонических колебаний.

По аналогии с линейными системами для исследования поведения дискретных систем в переходных режимах используют временные характеристики, то есть дискретную переходную характеристику и дискретную переходную импульсную характеристику.

Дискретная переходная характеристика (ДПХ) - это реакция дискретного элемента или дискретной системы на дискретизированный единичный ступенчатый сигнал (см. рис. 1).

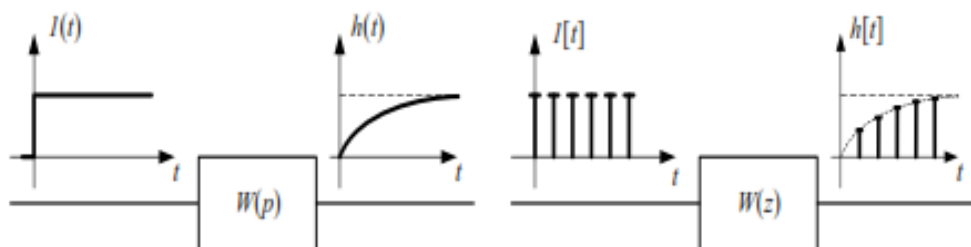


Рис. 1. Общий вид переходных характеристик в случае линейного и дискретного звеньев

Расчет дискретных переходных процессов осуществляется в соответствии со следующими выражениями:

$$H(z) = \frac{z}{z-1} W(z), \quad (1)$$

$$h(t) = Z^{-1}\{H(z)\}, \quad (2)$$

где Z^{-1} – функция обратного преобразования.

Дискретная переходная импульсная характеристика (ДПИХ) – это реакция дискретного элемента или дискретной системы на элементарный импульс (δ – функцию) (см. рис. 2).

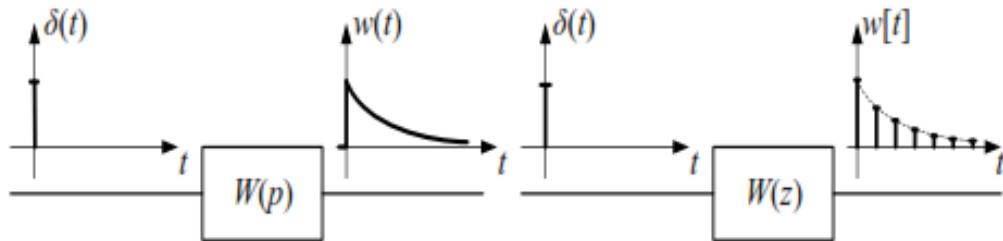


Рис. 2. Общий вид переходных импульсных характеристик в случае линейного и дискретного звеньев

Расчет ДПИХ осуществляется в соответствии со следующими выражениями:

$$w(z) = W(z), \quad (3)$$

$$w[t] = Z^{-1}[w(z)]. \quad (4)$$

2. Частотные характеристики дискретных систем

Частотные характеристики дискретных систем можно получить из ДПФ соответствующих систем путем следующей подстановки:

$$z = e^{pT} \Big|_{p=j\omega} = \cos(\omega T) + j \cdot \sin(\omega T), \quad (5)$$

где $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

Очень часто при анализе дискретных систем, а точнее – их характеристик, вместо абсолютной круговой частоты используют относительную $\bar{\omega} = \omega T$. В результате соответствующая подстановка приобретает следующий вид:

$$z = \cos(\bar{\omega}) + j \cdot \sin(\bar{\omega}). \quad (6)$$

Удобство применения относительной частоты обусловлено тем, что результат, то есть соответствующие частотные характеристики, не будут функциями времени дискретизации системы T .

Вследствие того, что описанная выше подстановка содержит в себе функции косинуса и синуса, являющиеся периодическими функциями, очевидно, что результирующие АЧХ и ФЧХ дискретных систем будут также периодическими функциями.

Результирующая амплитудно-частотная характеристика системы по сути представляет собой комбинацию АЧХ линейной части системы и дополнительных периодически транслированных составляющих, напоминающих гармоники, причем взаимодействующих между собой

вследствие наложения (см. рис. 3). На данном рисунке имеются следующие обозначения: $\omega_T = 2\pi/T$ – является частотой дискретизации системы; ω_{Π} – полоса пропускания линейной части системы, определяющая интервал частот гармонических сигналов, воздействующих на линейную часть, при которых амплитуды соответствующих выходных сигналов линейной части дискретной системы в отношении к входным не являются пренебрежимо малыми относительно нуля.

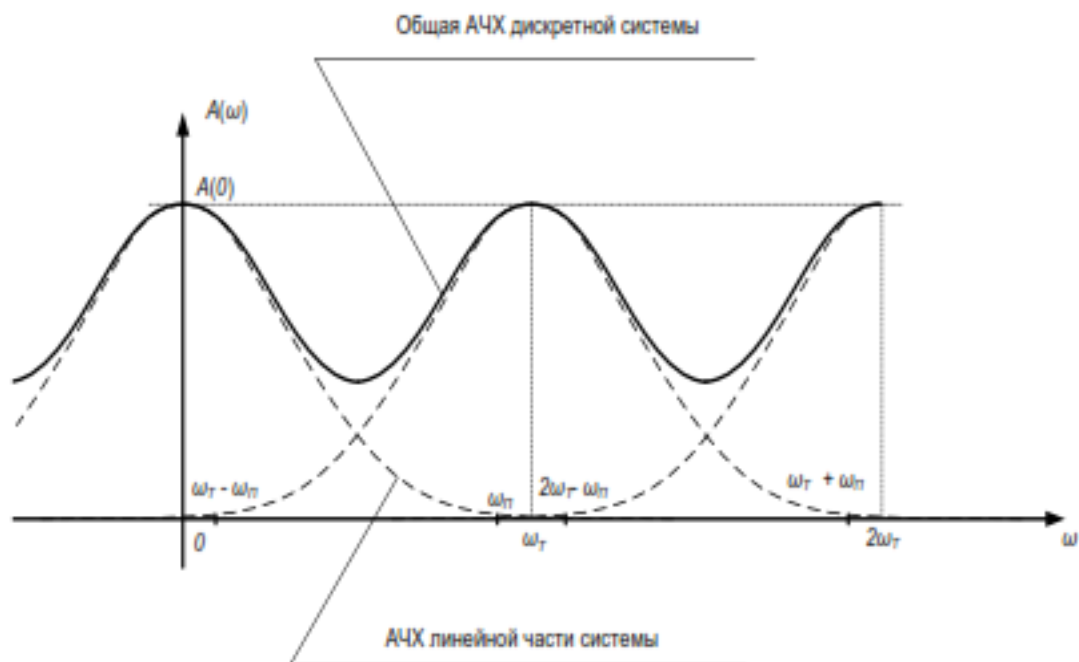


Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика ДСАУ

Условие взаимодействия основных и дополнительных частот при формировании АЧХ дискретных систем регламентируется следующим правилом, получившим название «условие неискаженной передачи дискретного сигнала» или «условие эквивалентности дискретной системы линейной», предложенное Котельниковым: дискретная система эквивалентна по своим свойствам линейной и может быть описана как таковая, если выполняется следующее условие $\omega_T \geq 2\omega_{\Pi}$.

3. Пример решения задачи по определению временных характеристик ДСАУ

Условие. Структурная схема ДСАУ показана на рис. 4. Для этой схемы получить и построить временные и частотные характеристики при условии, что $K_v T = 1.5$.

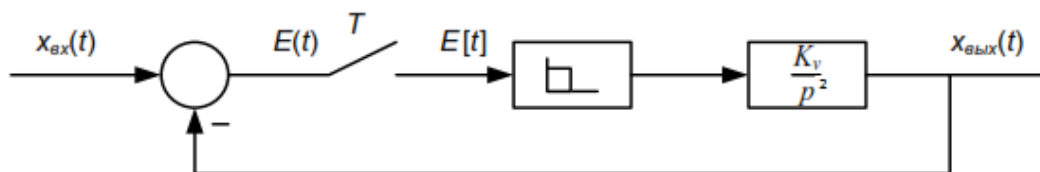


Рис. 4. Структурная схема ДСАУ

Решение. Дискретная передаточная функция данной системы в замкнутом состоянии будет равна

$$W(z) = \frac{K_v T}{z - (1 - K_v T)}$$

Используя выражения (1) и (3) можно записать следующее:

$$H(z) = \frac{z}{z - 1} \frac{K_v T}{z - (1 - K_v T)},$$

$$W(z) = \frac{K_v T}{z - (1 - K_v T)}$$

Записанные выражения являются изображениями соответственно ДПХ и ДПИХ нашей системы. Применим к ним обратное Z-преобразование, чтобы получить соответствующие оригиналы дискретных переходной и переходной импульсной характеристик:

$$\begin{aligned} h[t] &= Z^{-1}\{H(z)\} = Z^{-1}\left\{\frac{z}{z - 1} \frac{K_v T}{z - (1 - K_v T)}\right\} = \\ &= Z^{-1}\left\{\frac{z}{z - 1} - \frac{z}{z - (1 - K_v T)}\right\} = \\ &= 1(t) - e^{-(1 - K_v T)t} \Big|_{t=iT}, \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} h[i] &= 1[i][1 - (1 - K_v T)^i] = 1[i][1 - (-0,5)^i]. \\ w[t] &= Z^{-1}\{w(z)\} = Z^{-1}\left\{\frac{K_v T}{z - (1 - K_v T)}\right\} = \\ &= Z^{-1}\left\{\frac{K_v T z}{z - (1 - K_v T)} z^{-1}\right\} = \\ &= K_v T e^{-(1 - K_v T)(t - T)} \Big|_{t=iT}, \end{aligned}$$

или

$$w[i] = 1[i - 1] K_v T (1 - K_v T)^{i-1} = 1,5 \cdot 1[i - 1] (-0,5)^{i-1}.$$

Соответствующие графики дискретных временных характеристик показаны на рис. 5 и рис. 6.

Получение выражения частотных характеристик базируется на

следующих положениях. Оператор P является аргументом функции $W(p)$ и представляет собой комплексное число

$$p = \alpha + \beta \cdot j,$$

где α – вещественная часть числа P ; β – мнимая часть числа P ; $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

Далее используется показательная форма комплексного числа, которая будет иметь вид степенного выражения.

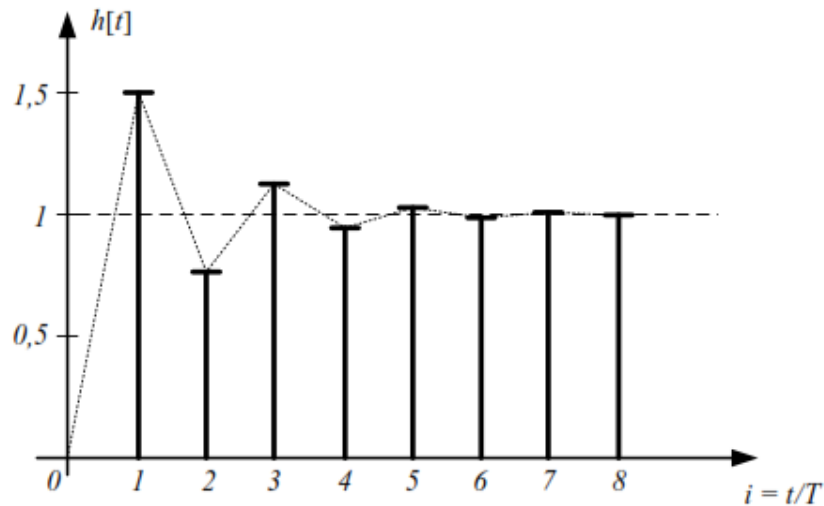


Рис. 5. График дискретной временной характеристики $h[t]$

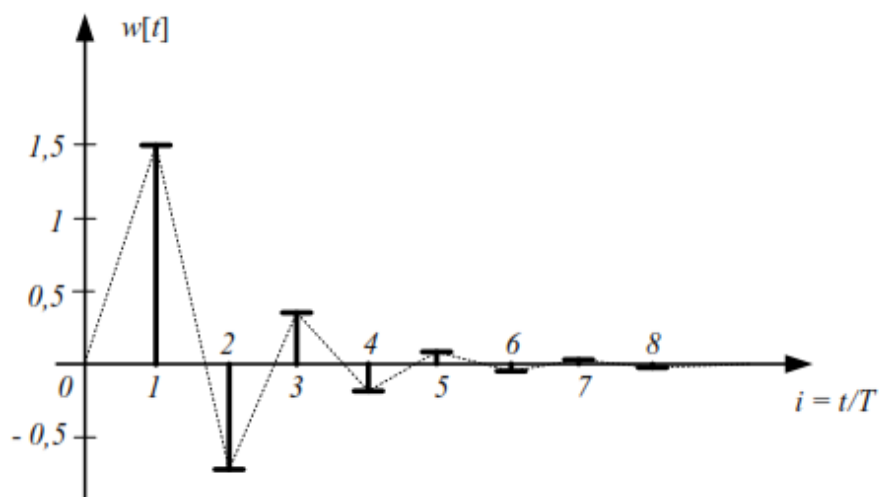


Рис. 6. График дискретной временной характеристики $w[t]$

Показательная форма комплексного числа будет

$$p = M e^{j\varphi},$$

где $M = |p| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ – модуль комплексного числа P ; $\varphi = \arctg\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$ – фаза часть числа P .

Сделаем замену $p = j\omega$ в функции $W(p)$, тогда получим

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega),$$

где $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ – соответственно вещественные и мнимые части функции $W(j\omega)$, а также в виде

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)},$$

где $A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$ – модуль функции $W(j\omega)$;

$\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}\right)$ – фаза функции $W(j\omega)$.

Функция $W(j\omega)$ называется амплитудно-фазовой частотной характеристикой; её модуль $A(\omega)$ является амплитудной частотной характеристикой элемента; фаза $\varphi(\omega)$ – фазовой частотной характеристикой.

Получим выражения частотных характеристик данной системы, выполнив подстановку соотношения (6) в выражение ДПФ системы, тогда будет

$$\begin{aligned} W(j\bar{\omega}) &= \frac{K_v T}{\cos\bar{\omega} + j\sin\bar{\omega} - (1 - K_v T)} = K_v T \frac{[\cos\bar{\omega} - (1 - K_v T)] - j\sin\bar{\omega}}{[\cos\bar{\omega} - (1 - K_v T)]^2 + \sin^2\bar{\omega}} = \\ &= K_v T \frac{[\cos\bar{\omega} - (1 - K_v T)] - j\sin\bar{\omega}}{[1 + (1 - K_v T)^2] - 2(1 - K_v T)\cos\bar{\omega}}. \end{aligned}$$

Теперь можно рассчитать модуль и фазу полученной комплексной функции с целью получения амплитудно-частотной характеристики (АЧХ, рис. 7) и фазово-частотной характеристики (ФЧХ, рис. 8) системы.

$$A(\bar{\omega}) = \frac{K_v T}{\sqrt{[1 + (1 - K_v T)^2] - 2(1 - K_v T)\cos\bar{\omega}}} = \frac{1,5}{\sqrt{1,25 + \cos\bar{\omega}}},$$

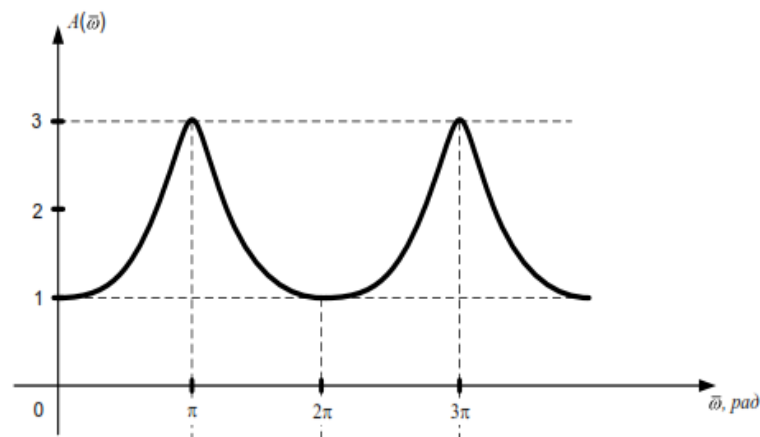


Рис. 7. График амплитудно-частотной характеристики

$$\varphi(\bar{\omega}) = -\operatorname{arctg} \left[\frac{\sin \bar{\omega}}{\cos \bar{\omega} - (1 - K_p T)} \right] = -\operatorname{arctg} \left[\frac{\sin \bar{\omega}}{\cos \bar{\omega} + 0,5} \right].$$

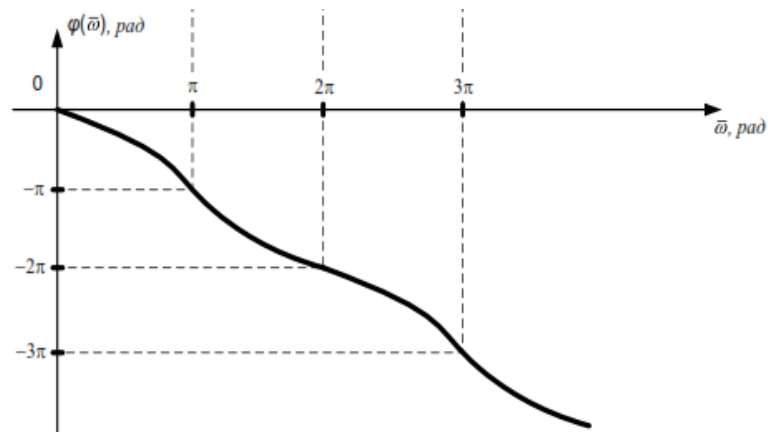


Рис. 8. График фазово-частотной характеристики

4. Самостоятельная работа

Студент получает задание от преподавателя в виде структурной схемы, для которой он должен построить дискретную временную характеристику системы в замкнутом состоянии и амплитудно-частотную и фазово-частотную характеристики.

Отчет должен содержать:

1. Название и цель работы;
2. Результаты выполнения примера и задания и их анализа;
3. Выводы по проведенным исследованиям.

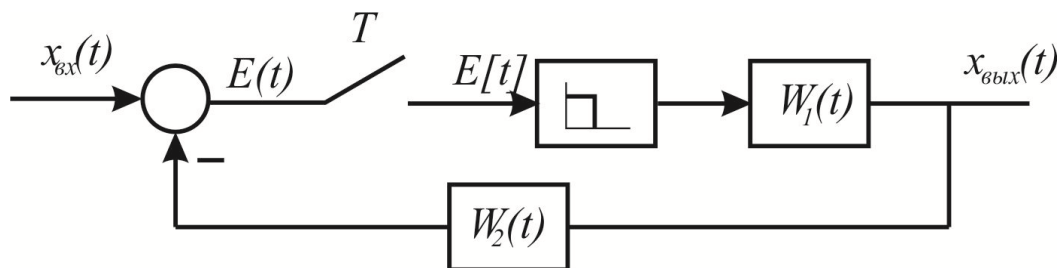


Таблица 1

Варианты	$W_1(t)$	$W_2(t)$
1	$\frac{K}{p} + \frac{B}{p^2}$	1
2	$\frac{K}{p^2}$	$\frac{B}{p}$
3	$\frac{K}{p}$	$\frac{B}{p^2}$
4	$\frac{C}{p+0.5} + \frac{K}{p}$	1
5	$\frac{C}{p+0.4} + \frac{K}{p^2}$	1
6	$\frac{C}{p+0.2}$	$\frac{K}{p}$
7	$\frac{C}{p+0.8}$	$\frac{B}{p^2}$
8	$\frac{0.5}{p^2 + 0.5^2}$	1
9	$\frac{p}{p^2 + 0.2^2}$	1
10	$\frac{C}{p+0.8} + \frac{K}{p}$	1

Библиографический список

1. Шамриков Б. Н. Основы теории цифровых систем управления / Б. Н. Шамриков. – М.: Машиностроение, 1985. – 296 с.
2. Острем К., Виттенмарк Б. Системы управления с ЭВМ / К. Острем, Б. Виттенмарк. – М.: Мир, 1987. – 480 с.
3. Первозванский А. А. Курс теории автоматического управления / А. А. Первозванский. – М.: Наука, 1980. – 615 с.
4. Реклейтис Г. и др. Оптимизация в технике. – М.: Мир, 1986. – 349 с.

Оглавление

1. Теоретическое обоснование. Временные характеристики дискретных систем автоматического управления.....	3
2. Частотные характеристики дискретных систем.....	4
3. Пример решения задачи по определению временных характеристик ДСАУ.....	5
4. Самостоятельная работа.....	9
Библиографический список.....	10

ДИСКРЕТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторной работы
«Динамические характеристики дискретных систем»
для студентов направления 27.03.04 «Управление в технических системах»
очной формы обучения

Составители:
Мурзинов Валерий Леонидович
Мурзинов Юрий Валериевич

Издается в авторской редакции

Компьютерный набор В. Л. Мурзинова

Подписано к изданию 03.03.2023.
Уч.-изд. л. 0,6.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»
394006 Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84