

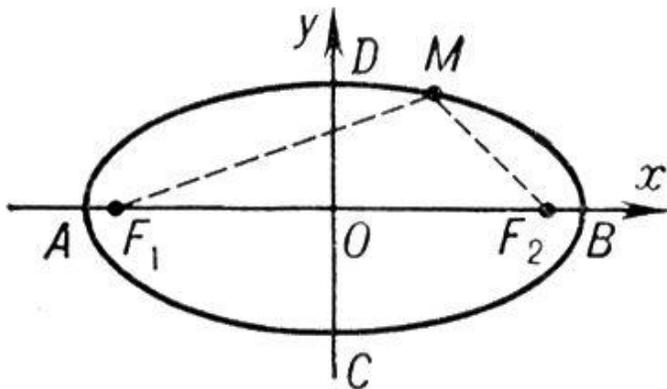
ФГБОУ ВО "Воронежский государственный
технический университет"

Кафедра высшей математики и
физико-математического моделирования

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ К РАЗДЕЛУ «АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для индивидуальной самостоятельной работы по разделу
«Аналитическая геометрия»
курса «Математика» для студентов направления 11.03.01
«Радиотехника»



Воронеж 2021

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ К РАЗДЕЛУ «АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Задача 1. Даны точки A, B, C, D . Найти:

- 1) уравнение плоскости α , проходящей через точку A перпендикулярно вектору \overline{CD} ;
- 2) уравнение плоскости β , проходящей через точки A, B и C ;
- 3) угол между плоскостями α и β ;
- 4) уравнение плоскости, проходящей через точку D параллельно плоскости β ;
- 5) расстояние от точки D до плоскости β .

1.1. $A(1, 3, 6), B(2, 2, 1), C(-1, 0, 1),$
 $D(-4, 6, -3).$

1.2. $A(-4, 2, 6), B(2, -3, 0), C(-10, 5, 8),$
 $D(-5, 2, -4).$

1.3. $A(7, 2, 4), B(7, -1, -2), C(3, 3, 1),$
 $D(-4, 2, 1).$

1.4. $A(2, 1, 4), B(-1, 5, -2), C(-7, -3, 2),$
 $D(-6, -3, 6).$

1.5. $A(-1, -5, 2), B(-6, 0, -3), C(3, 6, -3),$
 $D(-10, 6, 7).$

1.6. $A(0, -1, -1), B(-2, 3, 5), C(1, -5, -9),$
 $D(-1, -6, 3).$

1.7. $A(5, 2, 0), B(2, 5, 0), C(1, 2, 4),$
 $D(-1, 1, 1).$

1.8. $A(2, -1, -2), B(1, 2, 1), C(5, 0, -6),$
 $D(-10, 9, -7).$

1.9. $A(-2, 0, -4), B(-1, 7, 1), C(4, -8, -4),$
 $D(1, -4, 6).$

1.10. $A(14, 4, 5), B(-5, -3, 2), C(-2, -6, -3),$
 $D(-2, 2, -1).$

1.11. $A(1, 2, 0), B(3, 0, -3), C(5, 2, 6),$
 $D(8, 4, -9).$

1.12. $A(2, -1, 2), B(1, 2, -1), C(3, 2, 1),$
 $D(-4, 2, 5).$

1.13. $A(1, 1, 2), B(-1, 1, 3), C(2, -2, 4),$
 $D(-1, 0, -2).$

1.14. $A(2, 3, 1), B(4, 1, -2), C(6, 3, 7),$
 $D(7, 5, -3).$

1.15. $A(1, 1, -1), B(2, 3, 1), C(3, 2, 1),$
 $D(5, 9, -8).$

1.16. $A(1, 5, -7), B(-3, 6, 3), C(-2, 7, 3),$
 $D(-4, 8, -12).$

1.17. $A(-3, 4, -7), B(1, 5, -4), C(-5, -2, 0),$
 $D(2, 5, 4).$

1.18. $A(-1, 2, -3), B(4, -1, 0), C(2, 1, -2),$
 $D(3, 4, 5).$

1.19. $A(4, -1, 3), B(-2, 1, 0), C(0, -5, 1),$
 $D(3, 2, -6).$

1.20. $A(1, -1, 1), B(-2, 0, 3), C(2, 1, -1),$
 $D(2, -2, -4).$

1.21. $A(1, 2, 0), B(1, -1, 2), C(0, 1, -1),$
 $D(-3, 0, 1).$

1.22. $A(1, 0, 2), B(1, 2, -1), C(2, -2, 1),$
 $D(2, 1, 0).$

1.23. $A(1, 2, -3), B(1, 0, 1), C(-2, -1, 6),$
 $D(0, -5, -4).$

1.24. $A(3, 10, -1), B(-2, 3, -5), C(-6, 0, -3),$
 $D(1, -1, 2).$

1.25. $A(-1, 2, 4), B(-1, -2, -4), C(3, 0, -1),$
 $D(7, -3, 1).$

1.26. $A(0, -3, 1), B(-4, 1, 2), C(2, -1, 5),$
 $D(3, 1, -4).$

1.27. $A(1, 3, 0), B(4, -1, 2), C(3, 0, 1),$
 $D(-4, 3, 5).$

1.28. $A(-2, -1, -1), B(0, 3, 2), C(3, 1, -4),$
 $D(-4, 7, 3).$

1.29. $A(-3, -5, 6), B(2, 1, -4), C(0, -3, -1),$
 $D(-5, 2, -8).$

1.30. $A(2, -4, -3), B(5, -6, 0), C(-1, 3, -3),$
 $D(-10, -8, 7).$

Задача 2. Даны точки A, B, C . Найти:

- 1) каноническое и параметрическое уравнение прямой l_1 ,
проходящей через точку A параллельно вектору \overline{BC} ;
- 2) уравнение прямой l_2 , проходящей через точки B и C ;
- 3) величину острого угла между прямыми l_1 и l_2 .

2.1. $A(1, -2, 3), B(0, -1, 2), C(3, -4, 5).$

2.2. $A(0, -3, 6), B(-12, -3, -3), C(-9, -3, -6).$

2.3. $A(3, 3, -1), B(5, 5, -2), C(4, 1, 1).$

2.4. $A(-1, 2, -3), B(3, 4, -6), C(1, 1, -1).$

2.5. $A(-4, -2, 0), B(-1, -2, 4), C(3, -2, 1).$

2.6. $A(5, 3, -1), B(5, 2, 0), C(6, 4, -1).$

2.7. $A(-3, -7, -5), B(0, -1, -2), C(2, 3, 0).$

2.8. $A(2, -4, 6), B(0, -2, 4), C(6, -8, 10).$

2.9. $A(0, 1, -2), B(3, 1, 2), C(4, 1, 1).$

2.10. $A(3, 3, -1), B(1, 5, -2), C(4, 1, 1).$

2.11. $A(2, 1, -1), B(6, -1, -4), C(4, 2, 1).$

2.12. $A(-1, -2, 1), B(-4, -2, 5), C(-8, -2, 2).$

2.13. $A(6, 2, -3), B(6, 3, -2), C(7, 3, -3).$

2.14. $A(0, 0, 4), B(-3, -6, 1), C(-5, -10, -1).$

$$2.15. A(2, -8, -1), B(4, -6, 0), C(-2, -5, -1).$$

$$2.16. A(3, -6, 9), B(0, -3, 6), C(9, -12, 15).$$

$$2.17. A(0, 2, -4), B(8, 2, 2), C(6, 2, 4).$$

$$2.18. A(3, 3, -1), B(5, 1, -2), C(4, 1, 1).$$

$$2.19. A(-4, 3, 0), B(0, 1, 3), C(-2, 4, -2).$$

$$2.20. A(1, -1, 0), B(-2, -1, 4), C(8, -1, -1).$$

$$2.21. A(7, 0, 2), B(7, 1, 3), C(8, -1, 2).$$

$$2.22. A(2, 3, 2), B(-1, -3, -1), C(-3, -7, -3).$$

$$2.23. A(2, 2, 7), B(0, 0, 6), C(-2, 5, 7).$$

$$2.24. A(-1, 2, -3), B(0, 1, -2), C(-3, 4, -5).$$

$$2.25. A(0, 3, -6), B(9, 3, 6), C(12, 3, 3).$$

$$2.26. A(3, 3, -1), B(5, 1, -2), C(4, 1, -3).$$

$$2.27. A(-2, 1, 1), B(2, 3, -2), C(0, 0, 3).$$

$$2.28. A(1, 4, -1), B(-2, 4, -5), C(8, 4, 0).$$

$$2.29. A(0, 1, 0), B(0, 2, 1), C(1, 2, 0).$$

$$2.30. A(-4, 0, 4), B(-1, 6, 7), C(1, 10, 9).$$

Задача 3. Написать каноническое уравнение прямой. Определить величины углов, образованные этой прямой с координатными осями.

$$3.1. \begin{cases} 2x + y + z - 2 = 0, \\ 2x - y - 3z + 6 = 0. \end{cases}$$

$$3.2. \begin{cases} x - 3y + 2z + 2 = 0, \\ x + 3y + z + 14 = 0. \end{cases}$$

$$3.3. \begin{cases} x-2y+z-4=0, \\ 2x+2y-z-8=0. \end{cases}$$

$$3.4. \begin{cases} x+y+z-2=0, \\ x-y-2z+2=0. \end{cases}$$

$$3.5. \begin{cases} 2x+3y+z+6=0, \\ x-3y-2z+3=0. \end{cases}$$

$$3.6. \begin{cases} 3x+y-z-6=0, \\ 3x-y+2z=0. \end{cases}$$

$$3.7. \begin{cases} x+5y+2z+11=0, \\ x-y-z-1=0. \end{cases}$$

$$3.8. \begin{cases} 5x+y-3z+4=0, \\ x-y+2z+2=0. \end{cases}$$

$$3.9. \begin{cases} 3x+4y-2z+1=0, \\ 2x-4y+3z+4=0. \end{cases}$$

$$3.10. \begin{cases} x-y-z-2=0, \\ x-2y+z+4=0. \end{cases}$$

$$3.11. \begin{cases} 4x+y-3z+2=0, \\ 2x-y+z-8=0. \end{cases}$$

$$3.12. \begin{cases} 6x-7y-4z-2=0, \\ x+7y-z-5=0. \end{cases}$$

$$3.13. \begin{cases} 3x+3y-2z-1=0, \\ 2x-3y+z+6=0. \end{cases}$$

$$3.14. \begin{cases} 8x-y-3z-1=0, \\ x+y+z+10=0. \end{cases}$$

$$3.15. \begin{cases} 6x-5y-4z+8=0, \\ 6x+5y+3z+4=0. \end{cases}$$

$$3.16. \begin{cases} x+5y-z-5=0, \\ 2x-5y+2z+5=0. \end{cases}$$

$$3.17. \begin{cases} 2x-3y+z+6=0, \\ x-3y-2z+3=0. \end{cases}$$

$$3.18. \begin{cases} 5x+y+2z+4=0, \\ x-y-3z+2=0. \end{cases}$$

$$3.19. \begin{cases} 4x+y+z+2=0, \\ 2x-y-3z-8=0. \end{cases}$$

$$3.20. \begin{cases} 2x+y-3z-2=0, \\ 2x-y+z+6=0. \end{cases}$$

$$3.21. \begin{cases} x+y-2z-2=0, \\ x-y+z+2=0. \end{cases}$$

$$3.22. \begin{cases} x+5y-z+11=0, \\ x-y+2z-1=0. \end{cases}$$

$$3.23. \begin{cases} x-y+z-2=0, \\ x-2y-z+4=0. \end{cases}$$

$$3.24. \begin{cases} 6x-7y-z-2=0, \\ x+7y-4z-5=0. \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll}
3.25. \begin{cases} x+5y+2z-5=0, \\ 2x-5y-z+5=0. \end{cases} & 3.26. \begin{cases} 7x-3y+z-1=0, \\ 3x-5y+2z+3=0. \end{cases} \\
3.27. \begin{cases} 8x-5y-z-1=0, \\ x+3y+2z+3=0. \end{cases} & 3.28. \begin{cases} 4x-4y-7z+1=0, \\ 3x+5y-z+5=0. \end{cases} \\
3.29. \begin{cases} 2x+7y-z-2=0, \\ 3z-3y+2z+6=0. \end{cases} & 3.30. \begin{cases} 9x-y-z-1=0, \\ x+5y+3z+4=0. \end{cases}
\end{array}$$

Задача 4. Найти точку пересечения прямой с плоскостью и угол между ними.

$$4.1. \frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}, \quad x+2y+3z-14=0.$$

$$4.2. \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{5}, \quad x+2y-5z+20=0.$$

$$4.3. \frac{x-1}{-1} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-1}{2}, \quad x-3y+7z-24=0.$$

$$4.4. \frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{2}, \quad 2x-y+4z=0.$$

$$4.5. \frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{0}, \quad 3x+y-5z-12=0.$$

$$4.6. \frac{x+1}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-2}, \quad x+3y-5z+9=0.$$

$$4.7. \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}, \quad x-2y+5z+17=0.$$

$$4.8. \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-4}{1}, \quad x-2y+4z-19=0.$$

$$4.9. \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{-1}, \quad 2x-y+3z+23=0.$$

$$4.10. \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+3}{0}, \quad 2x-3y-5z-7=0.$$

$$4.11. \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}, \quad 4x+2y-z-11=0.$$

$$4.12. \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-1}{-1}, \quad 3x-2y-4z-8=0.$$

$$4.13. \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{2}, \quad x+2y-z-2=0.$$

$$4.14. \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z+2}{3}, \quad 5x-y+4z+3=0.$$

$$4.15. \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{3}, \quad x+3y+5z-42=0.$$

$$4.16. \frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-4}{2}, \quad 7x+y+4z-47=0.$$

$$4.17. \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{5}, \quad 2x+3y+7z-52=0.$$

$$4.18. \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{2}, \quad 3x + 4y + 7z - 16 = 0.$$

$$4.19. \frac{x-5}{-2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+4}{-1}, \quad 2x - 5y + 4z + 24 = 0.$$

$$4.20. \frac{x-1}{8} = \frac{y-8}{-5} = \frac{z+5}{12}, \quad x - 2y - 3z + 18 = 0.$$

$$4.21. \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{0}, \quad x + 7y + 3z + 11 = 0.$$

$$4.22. \frac{x-5}{-1} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-1}{2}, \quad 3x + 7y - 5z - 11 = 0.$$

$$4.23. \frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{-1}, \quad 4x + y - 6z - 5 = 0.$$

$$4.24. \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-8}{0}, \quad 5x + 9y + 4z - 25 = 0.$$

$$4.25. \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}, \quad x + 4y + 13z - 23 = 0.$$

$$4.26. \frac{x-1}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{3}, \quad 3x - 2y + 5z - 3 = 0.$$

$$4.27. \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{-2}, \quad 3x - y + 4z = 0.$$

$$4.28. \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-3}{-2}, \quad x+2y-5z+16=0.$$

$$4.29. \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+2}{-2}, \quad 3x-7y-2z+7=0.$$

$$4.30. \frac{x+3}{0} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+5}{11}, \quad 5x+7y+9z-32=0.$$

Задача 5. Решить задачу.

5.1. Найти величины отрезков, отсекаемых на осях координат плоскостью, проходящей через точку $M(-2;7;3)$ параллельно плоскости $x-4y+5z-1=0$.

5.2. Составить уравнение плоскости, проходящей через середину отрезка M_1M_2 перпендикулярно к этому отрезку, если $M_1(1;5;6)$, $M_2(-1;7;10)$.

5.3. Найти расстояние от точки $M(2;0;0.5)$ до плоскости $4x-4y+2z+17=0$.

5.4. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2;-3;5)$ параллельно плоскости Oxy .

5.5. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось Ox и точку $A(2;5;-1)$.

5.6. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2;5;-1)$, $B(-3;1;3)$.

5.7. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ и $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$.

5.8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку

$A(3;4;0)$ и прямую $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{2}$.

5.9. Составить общее уравнение прямой, образованной пересечением плоскости $3x - y - 7z + 9 = 0$ с плоскостью, проходящей через ось Ox и точку $A(3;2;-5)$.

5.10. Составить уравнение плоскости в отрезках, если она проходит через точку $M(6;-10;1)$ и отсекает на оси Ox отрезок $a = -3$, а на оси Oz – отрезок $c = 2$.

5.11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2;3;-4)$ параллельно двум векторам $\vec{a}(4;1;-1)$ и $\vec{b}(2;-1;2)$.

5.12. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;1;0)$, $B(2;-1;-1)$ перпендикулярно к плоскости $5x + 2y + 3z - 7 = 0$.

5.13. Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат перпендикулярно к двум плоскостям $2x - 3y + z - 1 = 0$ и $x - y + 5z + 3 = 0$.

5.14. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;-1;2)$, $B(2;1;4)$ параллельно вектору $\vec{a}(5;-2;-1)$.

5.15. Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат перпендикулярно к вектору \overline{AB} , если $A(5;-2;3)$, $B(1;-3;5)$.

5.16. Найти величины отрезков, отсекаемых на осях координат плоскостью, проходящей через точку $M(2;-3;3)$ параллельно плоскости $3x + y - 3z = 0$.

5.17. Составить общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1; -1; 2)$ перпендикулярно отрезку M_1M_2 , если $M_1(2; 3; -4)$, $M_2(-1; 2; -3)$.

5.18. Показать, что прямая $\frac{x}{6} = \frac{y-3}{8} = \frac{z-1}{-9}$ параллельна

плоскости $x+3y-2z-1=0$, а прямая $\begin{cases} x=t+7, \\ y=t-2, \\ z=2t+1 \end{cases}$ лежит в этой

плоскости.

5.19. Составить общее уравнение плоскости, проходящей через точку $A(3; -4; 1)$ параллельно координатной плоскости xOz .

5.20. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось Oy и точку $M(3; -5; 2)$.

5.21. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; 2; 3)$, $B(-3; 4; -5)$ параллельно оси Oz .

5.22. Составить общее уравнение плоскости, проходящей

через точку $A(2; 3; -1)$ и прямую $\begin{cases} x=t-3, \\ y=2t+5, \\ z=-3t+1. \end{cases}$

5.23. Найти проекцию точки $A(4; -3; 1)$ на плоскость $x-2y-z-15=0$.

5.24. Определить, при каком значении B плоскости $x-4y+z-1=0$ и $2x+By+10z-3=0$ будут перпендикулярны.

5.25. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; -3; -4)$ и отсекает на осях координат отличные от нуля отрезки одинаковой длины.

5.26. При каких значениях n и A прямая $\frac{x}{3} = \frac{y-5}{n} = \frac{z+5}{6}$ перпендикулярна к плоскости $Ax + 2y - 2z - 7 = 0$?

5.27. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2; 3; -1)$, $B(1; 1; 4)$ перпендикулярно к плоскости $x - 4y + 3z + 2 = 0$.

5.28. Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат перпендикулярно к плоскостям $x + 5y - z + 7 = 0$ и $3x - y + 2z - 3 = 0$.

5.29. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2; 3; -5)$, $B(-1; 1; -6)$ параллельно вектору $\vec{a}(4; 4; 3)$.

5.30. Определить, при каком значении C плоскости $3x - 5y + Cz - 3 = 0$ и $x - 3y + 2z + 5 = 0$ будут перпендикулярны.

Задача 6. Решить задачу.

6.1. Доказать параллельность прямых $\frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$ и

$$\begin{cases} x - 2y + 2z - 8 = 0, \\ x + 6z - 6 = 0. \end{cases}$$

6.2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(1; -3; 3)$ и образующей с осями координат углы, соответственно равные 60° , 45° и 120° . Доказать, что прямая

6.3. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{3}$ параллельна плоскости

$2x+y-z=0$, а прямая $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{3}$ лежит в этой плоскости.

6.4. Доказать, что прямая $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{6}$

перпендикулярна к прямой $\begin{cases} 2x+y-4z+2=0, \\ 4x-y-5z+4=0. \end{cases}$

6.5. Составить параметрические уравнения медианы треугольника с вершинами $A(3;6;-7)$, $B(-5;1;-4)$, $C(0;2;3)$, проведенной из вершины C .

6.6. При каком значении n прямая $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{n} = \frac{z}{1}$

параллельна прямой $\begin{cases} x+y-z=0, \\ x-y-5z-8=0 \end{cases}$?

6.7. Проверить, лежат ли на одной прямой точки $A(0;0;2)$, $B(4;2;5)$ и $C(2;6;1)$.

6.8. Найти проекцию точки $P(3;1;-1)$ на плоскость $x+2y+3z-30=0$.

6.9. При каком значении C плоскости $3x-5y+Cz-3=0$ и $x-3y+2z+5=0$ будут перпендикулярны?

6.10. При каком значении A плоскость $Ax + 3y - 5z - 3 = 0$

параллельна прямой $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{1}$?

6.11. При каких значениях m и C прямая

$\frac{x-2}{m} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-3}$ перпендикулярна к плоскости $3x - 2y + Cz + 1 = 0$?

6.12. Составить уравнение прямой, проходящей через начало

координат параллельно прямой $\begin{cases} x = 2t + 5, \\ y = -3t + 1, \\ z = -7t - 4. \end{cases}$

6.13. Проверить, лежат ли на одной прямой точки $A(0; 0; 2)$, $B(4; 2; 5)$ и $C(12; 6; 11)$.

6.14. Составить уравнение прямой, проходящей через точку

$M(2; -5; 3)$ параллельно прямой $\begin{cases} 2x - y + 3z - 1 = 0, \\ 5x + 4y - z - 7 = 0. \end{cases}$

6.15. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2; -3; 4)$ перпендикулярно к прямым

$\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{1}$ и $\frac{x+4}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{-3}$.

6.16. При каких значениях A и B плоскость $Ax + By + 6z - 7 = 0$ перпендикулярна к прямой

$\frac{x-2}{2} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z+1}{3}$?

6.17. Показать, что прямая $\frac{x}{6} = \frac{y-3}{8} = \frac{z-1}{-9}$ параллельна

плоскости $x+3y-2z-1=0$, а прямая $\begin{cases} x=t+7, \\ y=t-2, \\ z=2t+1 \end{cases}$ лежит в этой

плоскости.

6.18. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось Oz и точку $M(-3;1;-2)$.

6.19. Показать, что прямые $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3}$ и

$\begin{cases} 3x+y-5z+1=0, \\ 2x+3y-8z+3=0 \end{cases}$ перпендикулярны.

6.20. При каком значении D прямая $\begin{cases} 3x-y+2z-6=0, \\ x+4y-z+D=0 \end{cases}$ пересекает ось Oz ?

6.21. При каком значении p прямые $\begin{cases} x=2t+5, \\ y=-t+2, \\ z=pt-7 \end{cases}$ и

$\begin{cases} x+3y+z+2=0, \\ x-y-3z-2=0 \end{cases}$ параллельны?

6.22. Проверить, лежат ли на одной прямой точки $A(1;-1;2)$, $B(4;2;5)$ и $C(12;6;11)$.

6.23. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2;-5;3)$ параллельно плоскости Oxz .

6.24. Составить общее уравнение прямой, образованной пересечением плоскости $x + 2y - z + 5 = 0$ с плоскостью, проходящей через ось Oy и точку $M (5; 3; 2)$.

6.25. При каких значениях B и D прямая $\begin{cases} x - 2y + z - 9 = 0, \\ 3x + By + z + D = 0 \end{cases}$ лежит в плоскости Oxy ?

6.26. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A (2; 3; 3)$ параллельно двум векторам $\vec{a} (-1; -3; 1)$ и $\vec{b} (4; 1; 6)$.

6.27. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M (3; 4; 5)$ параллельно оси Ox .

6.28. Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M (2; 3; 1)$ перпендикулярно к прямой

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{3}.$$

6.29. Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M (1; -5; 3)$ перпендикулярно к прямой

$$\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1} \text{ и } \begin{cases} x = 3t + 1, \\ y = -t - 5, \\ z = 2t + 3. \end{cases}$$

6.30. Найти точку, симметричную точке $M (4; 3; 10)$

относительно прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{5}$.

Задача 7. Даны вершины треугольника ABC . Составить уравнения: а) стороны BC ; б) высоты, опущенной из вершины A на сторону BC ; в) медианы, проведенной из вершины C .

7.1. $A(-2, 4), B(3, 1), C(10, 7)$.

7.2. $A(-3, -2), B(14, 4), C(6, 8)$.

7.3. $A(1, 7), B(-3, -1), C(11, -3)$.

7.4. $A(1, 0), B(-1, 4), C(9, 5)$.

7.5. $A(1, -2), B(7, 1), C(3, 7)$.

7.6. $A(-2, -3), B(1, 6), C(6, 1)$.

7.7. $A(-4, 2), B(-6, 6), C(6, 2)$.

7.8. $A(4, -3), B(7, 3), C(1, 10)$.

7.9. $A(4, -4), B(8, 2), C(3, 8)$.

7.10. $A(-3, -3), B(5, -7), C(7, 7)$.

7.11. $A(1, -6), B(3, 4), C(-3, 3)$.

7.12. $A(-4, 2), B(8, -6), C(2, 6)$.

7.13. $A(-5, 2), B(0, -4), C(5, 7)$.

7.14. $A(4, -4), B(6, 2), C(-1, 8)$.

7.15. $A(-3, 8), B(-6, 2), C(0, -5)$.

7.16. $A(6, -9), B(10, -1), C(-4, 1)$.

7.17. $A(4, 1), B(-3, -1), C(7, -3)$.

7.18. $A(-4, 2), B(6, -4), C(4, 10)$.

- 7.19. $A(3, -1)$, $B(11, 3)$, $C(-6, 2)$.
- 7.20. $A(-7, -2)$, $B(-7, 4)$, $C(5, -5)$.
- 7.21. $A(-1, -4)$, $B(9, 6)$, $C(-5, 4)$.
- 7.22. $A(10, -2)$, $B(4, -5)$, $C(-3, 1)$.
- 7.23. $A(-3, -1)$, $B(-4, -5)$, $C(8, 1)$.
- 7.24. $A(-2, -6)$, $B(-3, 5)$, $C(4, 0)$.
- 7.25. $A(-7, -2)$, $B(3, -8)$, $C(-4, 6)$.
- 7.26. $A(0, 2)$, $B(-7, -4)$, $C(3, 2)$.
- 7.27. $A(7, 0)$, $B(1, 4)$, $C(-8, -4)$.
- 7.28. $A(1, -3)$, $B(0, 7)$, $C(-2, 4)$.
- 7.29. $A(-5, 1)$, $B(8, -2)$, $C(1, 4)$.
- 7.30. $A(2, 5)$, $B(-3, 1)$, $C(0, 4)$.

Задача 8. Решить задачу.

- 8.1. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $3x - 2y - 7 = 0$ и $x + 3y - 6 = 0$ и отсекающей от оси абсцисс отрезок, равный 3.
- 8.2. Найти проекцию точки $A(-8, 12)$ на прямую, проходящую через точки $B(2, -3)$ и $C(-5, 1)$.
- 8.3. Даны две вершины треугольника ABC : $A(-4, 4)$, $B(4, -12)$ и точка $M(4, 2)$ пересечения его высот. Найти координаты вершины C .

- 8.4. Найти уравнение прямой, отсекающей на оси ординат отрезок, равный 2, и проходящей параллельно прямой $2y - x = 3$.
- 8.5. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(2, -3)$ и точку пересечения прямых $2x - y = 5$ и $x + y = 1$.
- 8.6. Доказать, что четырехугольник $ABCD$ – трапеция, если $A(3, 6)$, $B(5, 2)$, $C(-1, -3)$, $D(-5, 5)$.
- 8.7. Записать уравнение прямой, проходящей через точку $A(3, 1)$, перпендикулярно к прямой BC , если $A(2, 5)$, $C(1, 0)$.
- 8.8. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2, 1)$, параллельно прямой MN , если $M(-3, -2)$, $N(1, 6)$.
- 8.9. Найти точку, симметричную точке $M(2, -1)$ относительно прямой $x - 2y + 3 = 0$.
- 8.10. Найти точку O пересечения диагоналей четырехугольника $ABCD$, если $A(-1, -3)$, $B(3, 5)$, $C(5, 2)$, $D(3, -5)$.
- 8.11. Через точку пересечения прямых $6x - 4y + 5 = 0$, $2x + 5y + 8 = 0$ провести прямую, параллельную оси абсцисс.
- 8.12. Известны уравнения стороны AB треугольника ABC $4x + y = 12$, его высот BH $5x - 4y = 12$ и AM $x + y = 6$. Найти уравнения двух других сторон треугольника ABC .
- 8.13. Даны две вершины треугольника ABC : $A(-6, 2)$, $B(2, -2)$ и точка пересечения его высот $H(1, 2)$. Найти координаты точки M пересечения стороны AC и высоты BH .

8.14. Найти уравнения высот треугольника ABC , проходящих через вершины A и B , если $A (-4, 2)$, $B (3, -5)$, $C (5, 0)$.

8.15. Вычислить координаты точки пересечения перпендикуляров, проведенных через середины сторон треугольника, вершинами которого служат точки $A (2, 3)$, $B (0, -3)$, $C (6, -3)$.

8.16. Составить уравнение высоты, проведенной через вершину A треугольника ABC , зная уравнение его сторон: $AB - 2x - 3y - 3 = 0$, $BC - 3x - 2y + 13 = 0$.

8.17. Дан треугольник с вершинами $A (3, 1)$, $B (-3, -1)$, $C (5, -12)$. Найти уравнение и вычислить длину его медианы, проведенной из вершины C .

8.18. Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку пересечения прямых $2x + 5y - 8 = 0$ и $2x + 3y + 4 = 0$.

8.19. Найти уравнения перпендикуляров к прямой $3x + 5y - 15 = 0$, проведенных через точки пересечения данной прямой с осями координат.

8.20. Даны уравнения сторон четырехугольника: $x - y = 0$, $x + 3y = 0$, $x - y - 4 = 0$, $3x + y - 12 = 0$. Найти уравнения его диагоналей.

8.21. Составить уравнение медианы CM и высоты CK треугольника ABC , если $A (4, 6)$, $B (-4, 0)$, $C (-1, -4)$.

8.22. Через точку $P (5, 2)$ провести прямую: а) отсекающую равные отрезки на осях координат; б) параллельную оси Ox ; в) параллельную оси Oy .

8.23. Записать уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2, 3)$ и составляющей с осью Ox угол: а) 45° ; б) 90° ; в) 0° .

8.24. Какую ординату имеет точка C , лежащая на одной прямой с точками $A(-6, -6)$ и $B(-3, -1)$ и имеющая абсциссу, равную 3?

8.25. Через точку пересечения прямых $2x - 5y - 1 = 0$ и $x + 4y - 7 = 0$ провести прямую, делящую отрезок между точками $A(4, -3)$ и $B(-1, 2)$ в отношении $2/3$.

8.26. Известны уравнения двух сторон ромба $2x - 5y - 1 = 0$ и $2x - 5y - 34 = 0$ и уравнение одной из его диагоналей $x + 3y - 6 = 0$. Найти уравнение второй диагонали.

8.27. Найти точку пересечения медиан треугольника, вершинами которого являются точки $A(-3, 1)$, $B(7, 5)$, $C(5, -3)$.

8.28. Записать уравнения прямых, проходящих через точку $A(-1, 1)$ под углом 45° к прямой $2x + 3y = 6$.

8.29. Даны уравнения высот треугольника ABC : $2x - 3y + 1 = 0$ и $x + 2y + 1 = 0$ и координаты ее вершины $A(2, 3)$.

8.30. Даны уравнения двух сторон параллелограмма $x - 2y = 0$, $x - y - 1 = 0$ и точка пересечения его диагоналей $M(3, -1)$. Найти уравнения двух других сторон.

Задача 9. Составить каноническое уравнение:

- 1) эллипса;
- 2) гиперболы.

A и B – точки, лежащие на кривой, F – фокус, a – большая (действительная полуось),

9.1. а) $b = 15$, $F(-10, 0)$; б) $a = 13$, $e = 14/13$; в) $D: x = -4$.

- 9.2. а) $b=2$, $F(4\sqrt{2}, 0)$; б) $a=7$, $e=\sqrt{85}/7$; в) $D: x=5$.
- 9.3. а) $A(3; 0)$, $B(2; \sqrt{5}/3)$; б) $k=3/4$, $e=5/4$; в) $D: y=-2$.
- 9.4. а) $e=\sqrt{21}/5$, $A(-5; 0)$; б) $A(\sqrt{80}; 3)$, $B(4\sqrt{6}; 3\sqrt{2})$;
в) $D: y=1$.
- 9.5. а) $2a=22$, $e=\sqrt{57}/11$; б) $k=2/3$, $2c=10\sqrt{13}$; в) ось симметрии Ox и $A(27; 9)$.
- 9.6. а) $b=\sqrt{15}$, $e=\sqrt{10}/25$; б) $k=3/4$, $2a=16$; в) ось симметрии Ox и $A(4; -8)$.
- 9.7. а) $a=4$, $F(3, 0)$; б) $b=2\sqrt{10}$, $F(-11; 0)$; в) $D: x=-2$.
- 9.8. а) $b=4$, $F(9, 0)$; б) $a=5$, $e=7/5$; в) $D: x=6$.
- 9.9. а) $A(0; \sqrt{3})$, $B(\sqrt{14}/3; 1)$; б) $k=\sqrt{21}/10$, $e=11/10$;
в) $D: y=-4$.
- 9.10. а) $e=7/8$, $A(8; 0)$; б) $A(3; -\sqrt{3}/5)$, $B(\sqrt{13}/5; 6)$;
в) $D: y=4$.
- 9.11. а) $2a=24$, $e=\sqrt{22}/6$; б) $k=\sqrt{2}/3$, $2c=10$; в) ось симметрии Ox и $A(-7; -7)$.
- 9.12. а) $b=2$, $e=5\sqrt{29}/29$; б) $k=12/13$, $2a=26$; в) ось симметрии Ox и $A(-5; 15)$.
- 9.13. а) $a=6$, $F(-4, 0)$; б) $b=3$, $F(7; 0)$; в) $D: x=-7$.
- 9.14. а) $b=7$, $F(5, 0)$; б) $a=11$, $e=12/11$; в) $D: x=10$.

9.15. а) $A(-\sqrt{17/3}; 1/3)$, $B(\sqrt{21/2}; 1/2)$; б) $k=1/2$,
 $e=\sqrt{5}/2$; в) $D: y=-1$.

9.16. а) $e=3/5$, $A(0; 8)$; б) $A(\sqrt{6}; 0)$, $B(-2\sqrt{2}; 1)$;
в) $D: y=9$.

9.17. а) $2a=22$, $e=10/11$; б) $k=\sqrt{11}/5$, $2c=12$; в) ось
симметрии Ox и $A(-7; 5)$.

9.18. а) $b=5$, $e=12/13$; б) $k=1/3$, $2a=6$; в) ось симметрии
 Oy и $A(-9; 6)$.

9.19. а) $a=9$, $F(7, 0)$; б) $b=6$, $F(12; 0)$; в) $D: x=-1/4$.

9.20. а) $b=5$, $F(-10, 0)$; б) $a=9$, $e=4/3$; в) $D: x=12$.

9.21. а) $A(0; -2)$, $B(\sqrt{15}/2; 1)$; б) $k=2\sqrt{10}/9$, $e=11/9$;
в) $D: y=5$.

9.22. а) $e=2/3$, $A(-6; 0)$; б) $A(\sqrt{8}; 0)$, $B(\sqrt{20}/3; 2)$;
в) $D: y=1$.

9.23. а) $2a=50$, $e=3/5$; б) $k=\sqrt{29}/14$, $2c=30$; в) ось
симметрии Oy и $A(4; 1)$.

9.24. а) $b=2\sqrt{15}$, $e=7/8$; б) $k=5/6$, $2a=12$; в) ось
симметрии Oy и $A(-2; 3\sqrt{2})$.

9.25. а) $a=13$, $F(-5, 0)$; б) $b=44$, $F(-7; 0)$;
в) $D: x=-3/8$.

9.26. а) $b=7$, $F(13, 0)$; б) $b=4$, $F(-11; 0)$; в) $D: x=13$.

9.27. а) $A(-3; 0)$, $B(1; \sqrt{40}/3)$; б) $k=\sqrt{2}/3$, $e=\sqrt{15}/3$;

в) $D: y = 4$.

9.28. а) $e = 5/6$, $A(0; -\sqrt{11})$; б) $A(\sqrt{32/3}; 1)$, $B(\sqrt{8}; 0)$;

в) $D: y = -3$.

9.29. а) $2a = 30$, $e = 17/15$; б) $k = \sqrt{17}/8$, $2c = 18$; в) ось симметрии Oy и $A(4; -10)$.

9.30. а) $b = 2\sqrt{2}$, $e = 7/9$; б) $k = \sqrt{2}/2$, $2a = 12$; в) ось симметрии Oy и $A(-45; 15)$.

Задача 10. Записать уравнение окружности, проходящей через указанные точки и имеющей центр в точке A .

10.1. Вершины гиперболы $12x^2 - 13y^2 = 156$, $A(0; -2)$.

10.2. Вершины гиперболы $4x^2 - 9y^2 = 36$, $A(0; 4)$.

10.3. Фокусы гиперболы $24y^2 - 25x^2 = 600$, $A(0; -8)$.

10.4. $O(0; 0)$, A – вершина параболы $y^2 = 3(x - 4)$.

10.5. Фокусы эллипса $9x^2 + 25y^2 = 1$, $A(0; 6)$.

10.6. Левый фокус гиперболы $3x^2 - 4y^2 = 12$, $A(0; -3)$.

10.7. Фокусы эллипса $3x^2 + 4y^2 = 12$, A – его верхняя вершина.

10.8. Вершину гиперболы $x^2 - 16y^2 = 64$, $A(0; -2)$.

10.9. Фокусы гиперболы $4x^2 - 5y^2 = 80$, $A(0; -4)$.

10.10. $O(0; 0)$, A – вершина параболы $y^2 = -(x + 5)/2$.

10.11. Правый фокус эллипса $33x^2 + 49y^2 = 1617$, $A(1; 7)$.

- 10.12. Левый фокус гиперболы $3x^2 - 5y^2 = 30$, $A(0; 6)$.
- 10.13. Фокусы эллипса $16x^2 + 41y^2 = 656$, A – его нижняя вершина.
- 10.14. Вершину гиперболы $2x^2 - 9y^2 = 18$, $A(0; 4)$.
- 10.15. Фокусы гиперболы $5x^2 - 11y^2 = 55$, $A(0; 5)$.
- 10.16. $B(1; 4)$, A – вершина параболы $y^2 = (x - 4)/3$.
- 10.17. Левый фокус эллипса $3x^2 + 7y^2 = 21$, $A(-1; -3)$.
- 10.18. Левую вершину гиперболы $5x^2 - 9y^2 = 45$, $A(0; -6)$.
- 10.19. Фокусы эллипса $24x^2 + 25y^2 = 600$, A – его верхняя вершина.
- 10.20. Правую вершину гиперболы $3x^2 - 16y^2 = 48$, $A(1; 3)$.
- 10.21. Левый фокус гиперболы $7x^2 - 9y^2 = 63$, $A(-1; -2)$.
- 10.22. $B(2; -5)$, A – вершина параболы $x^2 = -2(y + 1)$.
- 10.23. Правый фокус эллипса $x^2 + 4y^2 = 12$, $A(2; -7)$.
- 10.24. Правую вершину гиперболы $40x^2 - 81y^2 = 3240$, $A(-2; 5)$.
- 10.25. Фокусы эллипса $x^2 + 10y^2 = 90$, A – его нижняя вершина.
- 10.26. Правую вершину гиперболы $3x^2 - 25y^2 = 75$, $A(-5; -2)$.
- 10.27. Фокусы гиперболы $4x^2 - 5y^2 = 20$, $A(0; -6)$.
- 10.28. $B(3; 4)$, A – вершина параболы $y^2 = (x + 7)/4$.

10.29. Левый фокус эллипса $13x^2 + 49y^2 = 837$, $A(1; 8)$.

10.30. Правый фокус гиперболы $57x^2 - 64y^2 = 3648$, $A(2; 8)$.

11. Решить задачу.

11.1. Составить уравнение линии, каждая точка которой одинаково удалена от начала координат и точки $A(-5; 3)$.

11.2. Написать уравнение линии, по которой движется точка $M(x; y)$, оставаясь вдвое дальше от оси Ox , чем от оси Oy .

11.3. Написать уравнение геометрического места точек, равноудаленных от точки $F(2; 2)$ и от оси Ox .

11.4. Найти уравнение траектории точки $M(x; y)$, которая при своем движении все время остается вдвое ближе к точке $A(3; 0)$, чем к оси абсцисс.

11.5. Найти уравнение траектории точки $M(x; y)$, которая в каждый момент движения находится вдвое ближе к точке $A(2; 0)$, чем к точке $B(8, 0)$.

11.6. Написать уравнение геометрического места точек, сумма расстояний каждой из которых от точки $F_1(2; 0)$ и точки $F_2(-2; 0)$ равна $2\sqrt{5}$.

11.7. Написать уравнение линии, по которой движется точка $M(x; y)$, равноудаленная от точек $A(0; 2)$ и $B(4; -2)$.

11.8. Найти уравнение траектории точки $M(x; y)$, которая при своем движении все время остается вдвое ближе к точке $A(1; 0)$, чем к точке $B(-2; 0)$.

11.9. Найти уравнение геометрического места точек, одинаково удаленных от начала координат и от прямой $x = 4$.

11.10. Написать уравнение траектории точки $M(x; y)$, которая при своем движении находится вдвое ближе к точке $A(-1; 1)$, чем к точке $B(-4; 4)$.

11.11. Определить уравнение траектории точки $M(x; y)$, которая при своем движении остается вдвое ближе к точке $A(1; 0)$, чем к точке $B(4; 0)$.

11.12. Составить уравнение геометрического места точек, одинаково удаленных от оси Ox и от точки $F(0; 4)$.

11.13. Найти уравнение геометрического места точек, разность расстояний каждой из которых от точки $F_1(-2; -2)$ и точки $F_2(2; 2)$ равна 4.

11.14. Определить уравнение траектории точки $M(x; y)$, которая движется так, что ее расстояние от точки $A(3; 0)$ остается вдвое меньше расстояния от точки $B(6; 0)$.

11.15. Определить уравнение траектории точки $M(x; y)$, которая движется так, что ее расстояние от точки $F(-1; 0)$ остается вдвое меньше расстояния от прямой $x = -4$.

11.16. Вывести уравнение геометрического места точек, для которых отношение расстояния до точки $F(-4; 0)$ к расстоянию до прямой $4x + 25y = 0$ равно $\frac{4}{5}$.

11.17. Определить уравнение траектории точки $M(x; y)$, которая при своем движении все время остается вдвое ближе к точке $A(1; 0)$, чем к точке $B(4; 0)$.

11.18. Найти уравнение геометрического места точек, одинаково удаленных от начала координат и от прямой $x = 4$.

- 11.19. Написать уравнение линии, по которой движется точка $M(x; y)$, оставаясь вдвое дальше от оси Ox , чем от оси Oy .
- 11.20. Написать уравнение линии, по которой движется точка $M(x; y)$, равноудаленная от точек $A(0; 2)$ и $B(4; -2)$.
- 11.21. Найти уравнение траектории точки $M(x; y)$, которая при своем движении все время остается вдвое ближе к точке $A(3; 0)$, чем к оси абсцисс.
- 11.22. Найти уравнение траектории точки $M(x; y)$, которая в каждый момент движения находится вдвое ближе к точке $A(1; 0)$, чем к точке $B(-2; 0)$.
- 11.23. Найти уравнение траектории точки $M(x; y)$, которая в каждый момент движения находится вдвое ближе к точке $A(2; 0)$, чем к точке $B(8; 0)$.
- 11.24. Написать уравнение геометрического места точек, равноудаленных от точки $F(2; 2)$ и от оси Ox .
- 11.25. Написать уравнение геометрического места точек, сумма расстояний каждой из которых от точки $F_1(2; 0)$ и точки $F_2(-2; 0)$ равна $2\sqrt{5}$.
- 11.26. Найти уравнение геометрического места точек, разность расстояний каждой из которых от точки $F(2; 0)$ и точки $F(-2; 0)$ равна 4.
- 11.27. Определить уравнение траектории точки $M(x; y)$, которая движется так, что ее расстояние от точки $F(-1; 0)$ остается вдвое меньше расстояния от прямой $x = -4$.
- 11.28. Определить уравнение траектории точки $M(x; y)$, которая движется так, что ее расстояние от точки $A(3; 0)$ остается вдвое меньше расстояния от точки $B(6; 0)$.

11.29. Написать уравнение траектории точки $M(x; y)$, которая при своем движении находится вдвое ближе к точке $A(-1; 1)$, чем к точке $B(-4; 4)$.

11.30. Составить уравнение геометрического места точек, одинаково удаленных от оси Ox и от точки $F(0; 4)$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике / Л. А. Кузнецов М., 2007.
2. Рябушко А.П. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике. Часть 1 / А.П. Рябушко, В.В. Бархатов, В.В. Державец, И.Е. Юреть. Минск, Высшэйшая школа, 1990.

Составитель
Борщ Надежда Алексеевна