

Введение

Вторая часть курса математики для студентов заочного факультета специальности «Энергетика, энергетическое машиностроение и электротехника» состоит из двух разделов: первый – определенный, кратный и криволинейные интегралы, второй – дифференциальные уравнения, теория вероятностей и математическая статистика.

Перед изучением первого раздела необходимо повторить таблицу интегралов, в достаточной степени овладеть методами взятия неопределенных интегралов, уметь вычислять определенные интегралы по формуле Ньютона-Лейбница. Для вычисления кратных и криволинейных интегралов необходимо умение сводить их к определенным интегралам.

При изучении второго раздела требуется хорошо усвоить основные понятия для дифференциальных уравнений: порядок дифференциальных уравнений, их общее и частное решения, задача Коши, овладеть основными методами решения дифференциальных уравнений. Нужно уметь вычислять вероятности случайных событий, основные числовые характеристики случайных величин. Уметь работать с выборками, вычислять их точечные и интервальные оценки.

При изучении материала, относящегося ко второй части курса высшей математики, удобно пользоваться литературой, указанной после каждой темы. Номера источников из приведенного выше списка пишутся в квадратных скобках. Например, [7. гл. II, §2] означает: учебник Гмурмана В.Е., глава II, §2.

Для закрепления изученного материала, рекомендуется решить примеры из соответствующих задачников. Решив несколько примеров, иллюстрирующих, ту или иную тему, и получив определенный навык, сделайте задачи из своей контрольной работы по этой теме. Почувствовав себя уверенным, можно переходить к изучению следующей темы.

Список рекомендуемой литературы

1. Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление [текст]: учеб. пособие; Т.1 /Н.С. Пискунов.– М.: Интеграл–Пресс, 2008. – 416 с.
2. Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление [текст]: учеб. пособие; Т.2 /Н.С. Пискунов.– М.: Интеграл–Пресс, 2008. – 544 с.
3. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1: Учеб. пособие для вузов / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – 7-е изд., испр. –

М.: ООО «Издательство Оникс»: ООО Издательство «Мир и образование», 2009. – 368 с.

4. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.2: Учеб. пособие для вузов / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – 7-е изд., испр. – М.: ООО «Издательство Оникс»: ООО Издательство «Мир и образование», 2009. – 357 с.
5. Щипачев В.С. Высшая математика: Учеб. пособие/В.С. Щипачев – М.: Высшая школа, 2003 г. – 479 с.
6. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В.Е. Гмурман. – М.: Высшее образование, 2008. – 403 с.
7. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – М.: Высшее образование, 2005. – 479 с.
8. Интегральное исчисление: методические указания и задания по высшей математике для студентов 2-го курса строительных специальностей заочного факультета ВГАСУ / С.М. Алейников, Л.В. Акчурина, В.С. Муштенко, С.А. Шабров / – Воронеж, ВГАСУ, – 2008 г. – 82 с.
9. Дифференциальные уравнения. Ряды. Учебное пособие для студентов заочной формы обучения всех специальностей, кроме ЭУС Воронежского ГАСУ / В.В. Горяйнов, Т.Г. Святская, Л.В. Акчурина, В.А. Попова / – Воронеж, ВГАСУ, – 2007 г. – 136 с.
10. Дифференциальные уравнения: методические указания и задания по математике для студентов 2-го курса всех специальностей Воронежского ГАСУ / А.М. Дементьева, Т.Г. Святская, М.Ю. Глазкова, Р.В. Чернышова / – Воронеж, ВГАСУ, – 2004 г. – 32 с.
11. Теория вероятностей: методические указания и контрольные задания к типовому расчету №8 по курсу высшей математике для студентов 2-го курса Воронежского ГАСУ / Л.В. Акчурина, А.Б. Куцев, Е.И. Ханкин / – Воронеж, ВГАСУ, – 2010 г. – 44 с.

Программа 2-й части курса математики

I. Определенные, криволинейные и кратные интегралы.

Раздел 1. Определенный интеграл

1. Определение определенного интеграла, его геометрический смысл и свойства.
2. Формула Ньютона – Лейбница.
3. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
4. Замена переменной в определенном интеграле.
5. Вычисление площадей плоских фигур.
6. Вычисление длины дуги плоской кривой.
7. Вычисление объема тела вращения.
8. Физические приложения определенного интеграла.

Литература: [1, глава XI, §§2-6, §8, глава XII, §§1-3, §5, §7]; [5, глава 8, §1, §4, §6 – 10]; [3, глава X, §1, §§3-5, §9], [8].

Раздел 2. Двойной интеграл

9. Определение двойного интеграла, его геометрический смысл и свойства.
10. Вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат.
11. Вычисление объемов тел и площадей плоских фигур.
12. Физические приложения двойных интегралов.

Литература: [1, глава XIV, §§1-5, §§8-10]; [5, глава 13, §§ 1-4]; [4, глава I, §§1-4., §6], [8].

Раздел 3. Криволинейный интеграл

13. Определение и свойства криволинейного интеграла I рода (по дуге).
14. Вычисление криволинейного интеграла I рода.
15. Вычисление длины дуги.
16. Физические приложения криволинейного интеграла I рода.
17. Определение и свойства криволинейного интеграла II рода (по координатам).
18. Вычисление криволинейного интеграла II рода.
19. Физические приложения криволинейного интеграла II рода.

Литература: [1, глава XV, §1, §2, §4]; [5, глава 13, §5, §§7 – 9]; [4, глава II, §1, §2, §4], [8].

II. Дифференциальные уравнения

1. Определение дифференциального уравнения, его порядок, общее и частное решения.
2. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши.
3. Решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.
4. Однородные дифференциальные уравнения I-го порядка.
5. Линейные дифференциальные уравнения I-го порядка, их решение методом Бернулли.
6. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка:
 - а) уравнения вида $y^{(n)} = f(x)$,
 - б) уравнения вида $y'' = f(x, y')$,
 - в) уравнения вида $y'' = f(y, y')$.
7. Линейные однородные дифференциальные уравнения II-го порядка, свойства их решений.
8. Общее решение линейных однородных дифференциальных уравнений II-го порядка с постоянными коэффициентами:
 - а) в случае вещественных различных корней характеристического уравнения,
 - б) в случае кратных вещественных корней,
 - в) в случае комплексных корней.
9. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения II-го порядка.
10. Решение линейных неоднородных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами $y'' + py' + qy = f(x)$ со специальной правой частью $f(x) = e^{\alpha x} (P_n(x) \cos \beta x + Q_m(x) \sin \beta x)$.

Литература: [4, глава IV, §1, №515-538, 550-563, 603-624, §2, №644-648, 651-655, 659-665, 668-671, §3, №696-709, 721-739, §5, №778, 779, 783, 797, 800, 801, 804, 805]; [2, глава XIII, §§1 – 9, 16 – 18, 20-25, 29, 30]; [5, глава 15, §§1.1 – 1.7., §§2 – 4], [9], [10].

III. Теория вероятностей и математическая статистика

Раздел I. Теория вероятностей

Тема 1. Случайные события и свойства вероятности

на множестве событий

1. Основные формулы комбинаторики.

2. Случайные события. Достоверные и невозможные события. Классическое и статистическое определения вероятности.
3. Совместные и несовместные события. Вычисление вероятности суммы событий. Противоположное событие, вычисление его вероятности.
5. Условная вероятность для зависимых событий. Вычисление вероятности произведения событий.
6. Полная группа событий. Формула полной вероятности.
7. Схема Бернулли. Формулы Бернулли и Пуассона.
8. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.

Литература: [7, гл. 1-4, 5 §§ 1, 2, 3], [4, §§ 1-4], [6, гл. 1-3 §§ 1, 2], [11].

Тема 2. Случайные величины

1. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Примеры
2. Закон распределения дискретной случайной величины.
3. Математическое ожидание случайной величины, его вычисление и свойства.
4. Дисперсия случайной величины, ее вычисление и свойства.
5. Среднее квадратическое отклонение значения случайной величины.
6. Функция распределения и плотность распределения непрерывной случайной величины, их свойства.
7. Биномиальное распределение случайной величины и его числовые характеристики.
8. Равномерное распределение случайной величины и его числовые характеристики.
9. Нормальное распределение случайной величины и его числовые характеристики. Правило трех сигм.

Литература: [7, гл. 6 §§ 1-5, гл. 7 §§ 1-4, гл. 8 §§ 1-5, 7, гл. 10, гл. 12 §§ 1-8], [4 гл. V §§ 5, 6, 8, 9, 11], [6, гл. 4, §§ 1, 3, гл. 6 §§ 1-5], [11].

Раздел II. Математическая статистика

1. Понятие выборки значений случайной величины, полученных опытным путем. Вариационный ряд. Полигон частот и относительных частот по выборке дискретной случайной величины.
3. Интервальное распределение и гистограмма, составленные по выборке значений непрерывной случайной величины.
4. Вариационный ряд, сопоставляемый интервальному распределению. Эмпирическая функция распределения.

5. Точечные оценки числовых параметров случайной величины на основе выборки: выборочные среднее, дисперсия и среднее квадратическое отклонение.
6. Состоятельность, несмещенность и эффективность точечных оценок. Исправленные выборочные дисперсия и среднее квадратическое отклонение.
7. Интервальная оценка. Точность и надежность интервальной оценки.
8. Доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины.

Литература: [7, гл. 15 §§ 1-5, 7-10, 13-19], [4, гл.V, §§ 17, 18], [6, гл. 9, гл. 10, §§ 1, 4], [11].

ЗАДАЧИ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Номер варианта определяется следующим образом: если двузначное число, на которое заканчивается номер зачетной книжки меньше 20, то это и есть номер варианта. Если больше 20, то номер варианта – остаток от деления на 20. Если остаток равен 0, то выполняется вариант 20.

При оформлении контрольной работы условия задач следует обязательно переписывать полностью. Контрольная работа выполняется в отдельной тетради с полями и сдается для проверки в установленное деканатом время.

Контрольная работа №3

Задачи 1 – 20. Вычислить определенные интегралы

1. а) $\int_1^6 \frac{x dx}{\sqrt{4x+5}}$,

б) $\int_0^1 x e^x dx$.

2. а) $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$,

б) $\int_0^1 \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$.

3. а) $\int_0^{\ln 3} \frac{dx}{\sqrt{e^x+1}}$,

б) $\int_0^1 \arctg x dx$.

4. а) $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(1+5x)^3}$,

б) $\int_e^e \frac{dx}{x \ln x}$.

5. а) $\int_1^4 \frac{dx}{(1+\sqrt{x})^2}$,

б) $\int_0^1 x \ln x dx$.

$$6. a) \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{\cos^2 2x},$$

$$7. a) \int_0^1 \frac{x^2}{x^2 + 1} dx,$$

$$8. a) \int_1^3 \sqrt{x+1} dx,$$

$$9. a) \int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{x}},$$

$$10. a) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx,$$

$$11. a) \int_{-25}^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-x)^4}},$$

$$12. a) \int_0^{\pi/6} \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx,$$

$$13. a) \int_0^{\sqrt{3}} x \arctg x dx,$$

$$14. a) \int_{-1}^1 \frac{x dx}{(1+x^2)^2},$$

$$15. a) \int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x}-1},$$

$$16. a) \int_1^e \frac{\sin \ln x}{x} dx,$$

$$17. a) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos^3 x dx,$$

$$18. a) \int_{\pi/6}^{\pi/2} \cos x \cdot \sin^3 x dx,$$

$$6) \int_0^3 \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}.$$

$$6) \int_{\frac{8}{3}}^{20} \frac{(x-2)^{\frac{2}{3}}}{(x-2)^{\frac{2}{3}} + 3} dx.$$

$$6) \int_1^2 \ln(x+1) dx.$$

$$6) \int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx.$$

$$6) \int_0^5 \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}.$$

$$6) \int_0^{1/2} \arcsin x dx.$$

$$6) \int_0^1 \frac{x dx}{1+x^4}.$$

$$6) \int_1^e \frac{2 - \ln x}{x} dx.$$

$$6) \int_0^{2\pi} x \sin \frac{x}{2} dx.$$

$$6) \int_1^{e^2} \ln(2x) dx.$$

$$6) \int_1^2 (x-1) \ln x dx.$$

$$6) \int_2^3 x \cdot \ln(x-1) dx.$$

$$6) \int_1^{10} x \lg x dx.$$

$$19. \text{ а) } \int_0^{\sqrt{\pi/4}} \frac{x dx}{\cos^2(x^2)},$$

$$\text{б) } \int_{-1}^0 (x+1) \cdot e^{-2x} dx.$$

$$20. \text{ а) } \int_{\pi^2/9}^{\pi^2} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx,$$

$$\text{б) } \int_{-2}^0 x e^{-\frac{x}{2}} dx.$$

Задачи 21 – 40. Приложение определенного интеграла к геометрическим задачам

21. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox кривой $y = -x^2 - 2x$, где $-2 \leq x \leq 0$.

22. Вычислить длину линии $y(t) = 1 - \sin t$, $x(t) = 1 - \cos t$, где $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.

23. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 - 2x$, $y = 0$ и $x = 1$.

24. Вычислить длину линии $y(t) = \frac{3}{\sqrt{2}} \sin^2 t$, $x(t) = \frac{3}{\sqrt{2}} \cos^2 t$, где $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.

25. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3$, $y = \sqrt[3]{x}$.

26. Вычислить длину дуги кривой $2y = x^2 - 2$ между точками пересечения с осью Ox .

27. Найти площадь, ограниченную гиперболой $xy = 6$ и прямой $y = 7 - x$.

28. Найти периметр фигуры, ограниченной линиями $|x| + |y| = 1$.

29. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной $y = \sin x$ (одной полуволной), $y = 0$ вокруг оси Ox .

30. Вычислить площадь фигуры, ограниченной прямыми $x = 0$; $x = 2$ и кривыми $y = 2^x$, $y = 2x - x^2$.

31. Вычислить площадь криволинейного треугольника, ограниченного осью абсцисс и линиями $y = \sin x$ и $y = \cos x$, где $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

32. Вычислить длину дуги полукубической параболы $y^2 = x^3$, заключенной между точками $(0;0)$ и $(4;8)$.
33. Найти площадь астроида $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$, $0 \leq t \leq 2\pi$.
34. Вычислить площадь части гиперболы $y = 3/x$, отсекаемой от нее прямой $y + x = 4$.
35. Вычислить длину дуги развертки круга $x = a(\cos t + t \sin t)$, $y = a(\sin t - t \cos t)$ от $t = 0$ до $t = 2\pi$.
36. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2 + 1$ и прямой $y + x = 3$.
37. Вычислить длину дуги кривой $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x}$, заключенной между точками с абсциссами $x = 0$ и $x = 3$.
38. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параблами $x = -2y^2$, $x = 1 - 3y^2$.
39. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параблами $x = y^2$; $x = \frac{3}{4}y^2 + 1$.
40. Вычислить объем тела, образованного вращением отрезка прямой $y = \frac{x}{2} - 1$, заключенного между осями координат.

Задачи 41 – 60. Вычислить двойной интеграл

41. Вычислить $\iint_D xy^2 dx dy$ по области D , ограниченной кривыми: $y = x$, $y = x^2$.
42. Вычислить $\iint_D (x - y) dx dy$ по области D , ограниченной кривыми: $y = x^3$, $y = x^2$.
43. Вычислить $\iint_D (x + y^3) dx dy$ по области D , ограниченной прямыми: $y = x$, $y = 2x$, $x = 2$.

44. Вычислить $\iint_D (x+y) dx dy$ по области D , ограниченной прямыми:

$y+x=1, y+x=4$ в первой четверти.

45. Вычислить $\iint_D (x+y^2) dx dy$ по области D , ограниченной кривыми:

$y=x^2, y=\sqrt{x}$.

46. Вычислить $\iint_D x(y-2) dx dy$ по области D , ограниченной прямыми:

$y+x=1, y=0, x=0$.

47. Вычислить $\iint_D (x-1)y dx dy$ по области D , ограниченной кривыми:

$y=x^3, y=x$.

48. Вычислить $\iint_G x^2(y-x) dx dy$ по области G , ограниченной кривыми:

$x=y^2, x^2=y$.

49. Вычислить интеграл $\iint_G \frac{x^2}{y^2} dx dy$, где область G ограничена прямыми $x=2$, $x=y$ и гиперболой $xy=1$.

50. Вычислить интеграл $\iint_G x^2 y dx dy$, где область G ограничена кривыми

$y=-x^2, x=y^2$.

51. Вычислить интеграл $\iint_G 2x^2 y dx dy$, где область G ограничена кривыми

$y=x^2, x=-y^2$.

53. Вычислить интеграл $\int_{-2}^1 dx \int_{x^2+1}^{3-x} f(x,y) dy$, где $f(x,y)=x-y$. Область интегрирования изобразить на чертеже.

54. Вычислить $\iint_G (x+2y) dx dy$, если область G ограничена прямыми $x=-1$,

$y=4x+6$ и $y=\frac{1}{2}x-1$.

55. Вычислить $\iint_G (2x + y) dx dy$, если область G ограничена прямыми $x = 3$, $y = -\frac{2}{3}x + 6$ и $y = \frac{1}{2}x - 1$.

56. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (xy^2 + 1) dx dy$, где область D определяется неравенствами: $\frac{x}{2} \leq y \leq \sqrt{\frac{x}{2}}$.

57. Вычислить интеграл $\int_0^4 dx \int_{\sqrt{4x-x^2}}^{2\sqrt{x}} f(x, y) dy$, где $f(x, y) = (x-1)y$. Область интегрирования изобразить на чертеже.

58. Вычислить интеграл $\int_0^4 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy$, где $f(x) = 2xy$. Область интегрирования изобразить на чертеже.

59. Вычислить интеграл $\int_0^4 dy \int_y^{2y} f(x, y) dx$, где $f(x) = 2xy$. Область интегрирования изобразить на чертеже.

60. Вычислить $\iint_D 3xy^2 dx dy$ по области D , ограниченной кривыми: $x = y$, $y^2 = x$.

Задачи 61 – 80. Вычислить криволинейный интеграл

61. Вычислить $\int_L y dx - x dy$ если L — описывается линией $x(t) = \cos t$, $y(t) = \sin 2t$, где $0 \leq t \leq \pi/4$.

62. Вычислить криволинейный интеграл $\int_{OA} y(x - y) dx + x dy$ по линии $y^2 = 4x$, где $O(0;0)$, $A(1;2)$.

63. Вычислить криволинейный интеграл $\int_{OA} \frac{dl}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ по линии $x - y = 4$, где $A(0;-4)$, $O(4;0)$.

64. Вычислить криволинейный интеграл $\int_{MN} 2y \sin 2x dx - \cos 2x dy$ по отрезку прямой линии от $N(\frac{\pi}{4}; 1)$ до $M(\frac{\pi}{4}; 2)$.

65. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L \sqrt{2y} dl$, где $L: x(t) = a(t - \sin t)$, $y(t) = a(1 - \cos t)$.

66. Вычислить криволинейный интеграл $\oint_G 2x(y-1)dx + x^2 dy$ по замкнутому контуру $G: y = x^2, y = 9$.

67. Вычислить криволинейный интеграл $\int_{OC} y dx + z dy + x dz$ по отрезку прямой $OC: O(0;0;0), C(1;1;1)$. (Задайте прямую параметрически.)

68. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L y dl$, где L - отрезок прямой $y = x$, отсеченный параболой $y = x^2$.

69. Вычислить интеграл $\int_{(0;0)}^{(2;1)} 2xy dx + x^2 dy$ по отрезку прямой.

70. Вычислить интеграл $\int_L x^3 dx + x^2 dy$, где L - дуга кривой $y = x^2$ от точки $A(1,1)$ до $B(3,9)$.

71. Вычислить $\int_L \frac{\cos^2 x}{\sqrt{1 + \cos^2 x}} dl$, где L - дуга синусоиды $y = \sin x$ от $x_1 = 0$ до $x_2 = \pi$.

72. Вычислить интеграл $\int_L (x^3 + y) dx + (x + y^3) dy$, где L - ломаная ABC , причем точки $A(1,1), B(3,1), C(3,5)$.

73. Вычислить $\int_L \sqrt{1 + x^2} dl$, L - дуга кривой $2y - x^2 = 0$ ($1 \leq x \leq 3$).

74. Вычислить $\int_L (2x + 4y)dx + (4z + 7)dy + (y - 2z)dz$, L - отрезок прямой между точками $A(8, 9, 3)$, $B(6, 10, 5)$. (Задайте прямую параметрически.)
75. Вычислить $\int_L x^2 dx + y^2 dy - z dz$, где L - дуга кривой $x = t^3$, $y = t$, $z = t^2$ от точки $A(0, 0, 0)$ до точки $B(1, 1, 1)$.
76. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L \sin x \sqrt{1 + \sin^4 x} dl$, где L - дуга кривой $y = \operatorname{ctg} x$ ($\pi/4 \leq x \leq \pi/2$).
77. Вычислить интеграл $\int_L (y^2 - 21yx^2)dx + (2xy - 7x^3 + 6y^2)dy$ по отрезку прямой L с началом в точке $O(0, 0)$ и концом в точке $B(-1, 1)$.
78. Вычислить $\int_L \frac{x dx + y dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где L часть кривой $y = \sqrt{8x}$ с началом в точке $O(1, \sqrt{8})$ и концом в точке $B(2, 2\sqrt{8})$.
79. Вычислить $\int_L x^2 dx + \frac{dy}{y^2}$, где L - дуга кривой $x = t$, $y = 1/t$ от точки $A(1, 1)$ до точки $B(4, 1/4)$.
80. Вычислить $\int_L (xy + y)dl$, где L - часть прямой $y = 1 - x$, расположенная в первом координатном углу.

Задачи 81 – 100. Используя двойной или криволинейный интеграл

81. Найти массу дуги AB кривой $y = \ln x$ от точки $x_A = 1$ до точки $x_B = 3$, если в каждой точке ее плотность равна квадрату абсциссы.
82. Найти работу силового поля при перемещении точки из $A(1, 0)$ в $B(2, 1)$ по параболе, если в каждой точке (x, y) поля на нее действует сила $\vec{f} = (16x - y)i - xj$.

83. Найти объем тела, ограниченного цилиндрами $x^2 = y$, $x^2 = 4 - 3y$ и плоскостями $z = 0$, $z = 9$.

83. Найти массу дуги OA дуги $3y = 2x\sqrt{x}$, если в каждой точке M линейная плотность пропорциональна длине дуги OM , $O(0;0)$, $A(4;16/3)$.

84. Найти объем тела, ограниченного плоскостями $y = 0$, $z = 0$, $3x + y = 6$, $3x + 2y = 12$ и $x + y + z = 6$.

85. Проекция силы на оси задаются формулой $\vec{f}(x, y) = 2xy\vec{i} + x^2\vec{j}$, вычислить величину работы при перемещении из точки $A(1,0)$ в точку $B(0,3)$ по прямой.

86. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $xy = 1$, $x = y$ и $x = 2$.

87. Найти массу материальной дуги кривой $2y = x^2$ между точками $A(0,0)$, $B(1, \frac{1}{2})$, если линейная плотность вещества в любой точке кривой пропорциональна абсциссе этой точки.

88. Найти работу, производимую силой $\vec{F} = 4x^6\vec{i} + xy\vec{j}$ вдоль дуги кривой $y = x^3$ от точки $O(0,0)$ до точки $B(1,1)$.

89. Вычислить площадь фигуры, ограниченной указанными линиями: $y = x^2$, $y = 2 - x$.

90. Вычислить длину линии $y = x\sqrt{x}/3 - \sqrt{x}$ между точками пересечения с осью Ox .

91. Вычислить площадь фигуры, определяемой неравенством $|x| + |y| \leq a$.

92. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $x + y - 7 = 0$, $xy = 6$.

93. Найти длину винтовой линии: $x = 4a \cos t$, $y = 4a \sin t$, $z = 3at$, где $(0 \leq t \leq \pi)$.

94. Вычислить длину дуги линии $y = \ln \sin x$ для $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

95. Найти массу материальной дуги линии $x = \ln y (1 \leq y \leq 2)$ с плотностью $\rho = y^3 \sqrt{y^2 + 1}$.

96. Вычислить площадь фигуры, ограниченной указанными линиями:

$$y^2 = x + 1, y^2 = 9 - x.$$

97. Найти массу материальной дуги линии $y = \ln \cos x$, с линейной плотностью $\rho = \sin^3 x$ для $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$.

98. Найти работу, производимую силой $\vec{F} = 4x^3 \vec{i} + xy \vec{j}$ вдоль кривой $y = x^3$ от точки $O(0,0)$ до точки $B(1,1)$.

99. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью $z = x^2 + y^2$ и плоскостями $x + y = 3$, $x = 0$, $y = 0$ и $z = 0$.

100. Вычислить объем тела, ограниченного плоскостями $x + y + z = 2$, $3x + y = 2$, $3x + 2y = 4$, $y = 0$ и $z = 0$.

Контрольная работа №4

Задачи 101 –120. Найти общее решение в задачах (1) и (2). Найти частное решение дифференциального уравнения (3), допускающего понижение порядка уравнения.

Для данных неоднородных дифференциальных уравнений (4) написать вид его частного решения с неопределенными коэффициентами (числовых коэффициентов не находить). Записать также общее решение соответствующего однородного дифференциального уравнения

101 1) $xdy + (y - 3)dx = 0$.

2) $xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}$.

3) $x^2 y'' = (y')^2$,
 $y(1) = -\ln 2$, $y'(1) = 0.5$.

4) $y'' - 9y = 2e^{3x} \cos x + 5xe^{-3x} + x^2$.

102. 1) $ydy - xdx = 0$.

2) $y' \operatorname{ctg} x + y = 2$.

3) $y''(e^x + 1) - e^x = 0$,
 $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.

4) $2y'' + y' = (e^{-x} + \cos \frac{x}{2})x + 4$.

- 103 1) $y' \cos x = (y+1) \sin x$.
- 2) $y' - \frac{4}{x}y = 2x$
- 3) $2xy'y'' = (y')^2 - 1$, $y(1) = \frac{16}{3}$,
 $y'(1) = 2$.
- 4) $y'' + 9y = 3x \cos 3x + 2 \sin x + e^{-3x}$.
104. 1) $4xy' = y$.
- 2) $y' - 2xy = e^{x^2}$.
- 3) $(1+x^2)y'' + (y')^2 + 1 = 0$,
 $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.
- 4) $9y'' + 9 = 3x \sin \frac{x}{3} + xe^{-\frac{x}{3}} + \cos 3x$.
- 105 1) $\sin^2 x dy = dx$.
- 2) $2xy' = \sqrt{y^2 - x^2} + 2y$.
- 3) $yy'' = (y')^2$, $y(1) = 2$, $y'(1) = 4$.
- 4) $4y'' + y' = 3e^{-\frac{x}{2}} + xe^{2x} + 3x - 4$.
106. 1) $dy + x^2 dx = y dx$.
- 2) $y = x(y' - x \cos x)$.
- 3) $x^3 y'' + x^2 y' = 1$,
 $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$.
- 4) $y'' + 4y' = \sin 4x + 1 - x + xe^{-4x}$.
- 107 1) $\frac{x dx}{y} - dy + \frac{dx}{4y} = 0$.
- 2) $xy' + xe^{\frac{x}{y}} - y = 0$.
- 3) $y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x$,
 $y(0) = 0$, $y'(0) = -2$.
- 4) $y'' - 4y = x \sin 2x + x(e^{2x} - 3e^{-2x})$.
108. 1) $dy + y dx = xy dx$.
- 2) $y' + x^2 = -\frac{y}{1+x}$.
- 3) $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$,
 $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.
- 4) $y'' - 4y = x \sin 2x + x(e^{2x} - 3e^{-2x})$.
- 109 1) $2y'x - 1 = y^2$.
- 2) $(x^2 + y^2)dx + 2xydy = 0$.
- 3) $2xy'' = y'$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.
- 4) $y'' - 2y' + y = \frac{1}{2}xe^{-x} + 2e^x + \sin x$.
110. 1) $y - y' = y^2 + xy'$.
- 2) $xy^2 y' = x^3 + y^3$.
- 3) $2yy'' = (y')^2$, $y(1) = -2$, $y'(1) = 1$.
- 5) $4y'' + y = 3x \cos \frac{x}{2} + e^{\frac{x}{2}} \sin \frac{x}{2} + 2e^x$.

111. 1) $y' = -2xy$.
 2) $(2x - y)dx + (x + y)dy = 0$.
 3) $xy'' + 2y' = x^3$,
 $y(1) = 0$, $y'(1) = 0.2$.
 4) $y'' + 25y = e^{5x} \cos 5x + 4e^{-5x}x + x^2$.
112. 1) $(y - 2)dx - (x + 2)dy = 0$.
 2) $xdy - ydx = xdx$.
 3) $y'' - 2y'tgx = \sin x$,
 $y(0) = 0$, $y'(0) = -1/3$.
 4) $y'' + 2y' = 2\sin 2x + (x - 3)e^{-2x} + 5$.
113. 1) $\sqrt{y^2 + 1}dx = xydy$.
 2) $x dy + (y - x - 1)dx = 0$.
 3) $y''' = 8\cos 2x$, $y(\frac{\pi}{2}) = 1$,
 $y'(\frac{\pi}{2}) = 0$, $y''(\frac{\pi}{2}) = 0$.
 4) $4y'' - 4y' + y = e^{\frac{x}{2}} + 3xe^{-\frac{x}{2}} + 1 - x^2$.
114. 1) $y - y' = 1 + xy'$.
 2) $(2x - y)dx - xdy = 0$.
 3) $y'' + \frac{1}{x}y' = x^5$,
 $y(1) = \frac{1}{49}$, $y'(1) = \frac{1}{7}$.
 4) $4y'' + 12y' + 9y = xe^{\frac{3}{2}x} + 5e^{\frac{3}{2}x} + \cos \frac{3}{2}x$.
115. 1) $ydy - xdx = 0$.
 2) $(x + y)dy = ydx$.
 4) $y'' + 2x(y')^2 = 0$,
 $y(1) = 0$, $y'(1) = 1$.
 5) $y'' + 9y' = e^{-9x}(3x - 5\sin 9x) + 1 - x$.
116. 1) $x dy = (y + y^2)dx$.
 2) $y'x^2 + (1 - 2x)y - x^2 = 0$.
 3) $xy'' = y'(1 + 2x^2)$,
 $y(1) = 0.5e$, $y'(1) = e$.
 5) $4y'' + y' = 3e^{-x} + xe^{2x} + 3x - 5$.
117. 1) $xy' + 9 = y^2$.
 2) $xy' - y = xtg \frac{4y}{x}$.
 3) $xy'' = y' + x^2$, $y(1) = \frac{5}{6}$, $y'(1) = 2$.
 4) $y'' + 3y' + 2y = 3e^{-x} \cos 2x + 4 + xe^{-2x}$.
118. 1) $x(1 + y^2)dx + y(1 + x^2)dy = 0$.
 2) $y' \cos x + y \sin x = 1$.
 3) $x(y'' + 1) = 2y'$,
 $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$.
 4) $y'' - 9y = x^2(e^{3x} - 3e^{5x}) + x \sin 3x$.

$$119 \quad 1) xydx + (x+1)dy = 0.$$

$$2) x^2y' + y^2 - 2xy = 0.$$

$$3) (1+y)y'' - 5(y')^2 = 0,$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

$$4) y'' - 6y' + 9y = e^{3x}(\sin 3x - x^2) + (x-1)^2$$

$$120. \quad 1) dy + ydx = 2dx.$$

$$2) xdy - ydx = 4\sqrt{x^2 + y^2}dx.$$

$$3) y''' = 27 \sin 3x, \quad y(0) = 0,$$

$$y'(0) = 1, \quad y''(0) = -9.$$

$$4) y'' + 4y = 5xe^{-2x} + x \sin 2x + \cos x.$$

Задачи 121–140. Найдите вероятности указанных событий, пользуясь формулой классической вероятности, формулами сложения и умножения вероятностей, а так же формулой полной вероятности

121. Студент идет на экзамен, выучив 25 вопросов из 36. Какова вероятность ответить на три вопроса, задаваемых преподавателем поочередно?
122. Вероятность отказа первого узла прибора – $1/8$, а второго – $1/7$. Найти вероятность безотказной работы прибора, состоящего из этих двух узлов.
123. На стройку поступают плиты с трех железобетонных заводов: 200 плит с первого завода, 400 плит со второго и 900 с третьего. Процент брака изделий этих железобетонных заводов равен соответственно 1,5%, 2% и 2,5%. Найти вероятность того, что плита, поднимаемая краном, стандартная.
124. Куратор назначает трех наугад выбранных студентов из своей группы делегатами на профсоюзную конференцию. Какова вероятность того, что делегация будет состоять из одного студента и двух студенток, если в группе 15 студентов и 5 студенток?
125. Вероятность разрушения у двух конкретных домов при 6 бальном землетрясении равны соответственно $1/10$ и $1/15$. Найти вероятность того, что оба дома при землетрясении устоят.
126. На сборку попадают детали с трех станков. Известно, что брак с первого станка составляет 0,3%, со второго – 0,2% с третьего – 0,4%. Найти вероятность попадания на сборку бракованной детали, если с первого и третьего станков поступило по 2000 деталей, а со второго – 1000 деталей.

127. На складе имеется 30 мешков цемента марки 300, 50 – марки 400 и 20 – марки 500. Наугад берется один мешок цемента и привозится на стройку. Какова вероятность того, что его придется обменивать на складе на другой мешок, если цемент марки 300 не подходит для планируемой работы?
128. Прибор состоит из трех жизненно важных узлов, отказ каждого из них выводит из строя весь прибор. Какова вероятность безотказной работы всего прибора, если вероятности отказа узлов равны 0,3; 0,2 и 0,1?
129. Из 50 экзаменационных вопросов студент знает ответы только на 40 из них. Определить вероятность того, что студент ответит на все три вопроса, задаваемых преподавателем?
130. На строительных лесах лежат 12 красных и 8 белых кирпичей. Наугад берут 3 кирпича. Какова вероятность того, что два из них красные, а один белый?
131. На стройке работают два крана. Один из них занят 70% всего рабочего времени, а другой – 80%. Какова вероятность того, что в данный момент работает только один кран?
132. В первой коробке лежит 20 дюбелей, из которых 15 стандартных, а во второй коробке 24 дюбеля, из них 19 стандартных. Какова вероятность того, что из произвольно выбранной коробки рабочий возьмет стандартный дюбель?
133. В бригаде каменщиков 6 мужчин и 4 женщины. Случайным образом отбирают бригаду из 7 человек. Какова вероятность того, что среди отобранных окажется 5 мужчин?
134. Два стрелка стреляют по одной мишени, делая по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле первым стрелком равна 0,8 и вторым – 0,7. Какова вероятность того, что в цель попадет только один стрелок?
135. Ребенок на компьютере случайно нажимает подряд три разные клавиши. Какова вероятность, что будет напечатано слово “МИР”, если имеется всего 106 клавиш?
136. В партии из 40 смесителей 5 бракованных. Наудачу берут 6 смесителей. Какова вероятность того, что из выбранных есть один бракованный?

137. На стройку поставляют партии кирпичей с трех заводов: с первого – 25000, со второго – 35000 и с третьего – 40000 штук. Процент брака у партий кирпича с этих заводов составляет соответственно 2%, 3% и 4%. Какова вероятность того, что каменщик возьмет из пакета стандартный кирпич, если крановщик поднимает ближайший к нему в данный момент пакет кирпичей?
138. Два стрелка стреляют по одной мишени, делая по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле первым стрелком равна 0,7 и вторым – 0,8. Какова вероятность того, что оба попадут в цель?
139. У двоих работающих вместе строителей простои составляют соответственно 20% и 30% от всего рабочего времени. Найти вероятность того, что в данный момент работает хотя бы один из них.
140. Экзаменационный билет содержит три вопроса. Вероятности по отдельности ответить на каждый из этих вопросов равны – 0,7, 0,8 и 0,9, соответственно. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого необходимо ответить на все три вопроса?

Задачи 141 – 160. Повторение испытаний (схема Бернулли)

Производится n независимых испытаний, в каждом из которых событие A происходит с вероятностью p . Найти вероятность того, что событие A произойдет ровно k раз.

№	n	p	k
141.	390	0,6	240
142.	7	0,7	5
143.	9	0,4	3
144.	290	0,7	200
145.	6	0,7	4
146.	110	0,03	4
147.	180	0,7	125
148.	8	0,6	5
149.	195	0,6	115

150.	142	0,02	3
151.	6	0,4	2
152.	625	0,6	380
153.	250	0,01	3
154.	8	0,7	5
155.	120	0,04	5
156.	540	0,4	200
157.	6	0,9	4
158.	7	0,3	3
159.	350	0,6	170
160.	7	0,4	3

Задачи 161–180. Дискретные случайные величины

Два плотника сделали по одному экземпляру одного и того же изделия. Вероятность предоставить готовое изделие без брака для них соответственно равны p_1 , p_2 . Составить закон распределения случайной величины X - числа готовых изделий без брака, найти ее математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

№	p_1	p_2
161.	0,9	0,6
162.	0,6	0,7
163.	0,7	0,4
164.	0,4	0,8
165.	0,9	0,7
166.	0,6	0,3
167.	0,8	0,7
168.	0,8	0,6
169.	0,5	0,4
170.	0,9	0,2

171.	0,7	0,2
172.	0,3	0,5
173.	0,8	0,1
174.	0,9	0,3
175.	0,9	0,4
176.	0,7	0,1
177.	0,2	0,8
178.	0,8	0,3
179.	0,5	0,9
180.	0,2	0,4

Задачи 181–200. Непрерывные случайные величины, их способы задания и основные числовые характеристики

Задана функция $f(x)$ на указанных промежутках. Найти константу A , при которой функция $f(x)$ может быть плотностью распределения некоторой случайной величины X . Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

$$181. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1; \\ A(x+1), & -1 < x \leq 1; \\ 0, & 1 < x. \end{cases}$$

$$182. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ Ax^2, & 0 < x \leq 2; \\ 0, & 2 < x. \end{cases}$$

$$183. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2; \\ A(2-x), & -2 < x \leq 0; \\ 0, & 0 < x. \end{cases}$$

$$184. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ Ax^3, & 0 < x \leq 3; \\ 0, & 3 < x. \end{cases}$$

$$185. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ A(3x+1), & 0 < x \leq 1/3; \\ 0, & 1/3 < x. \end{cases}$$

$$186. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ Ax^4, & 0 < x \leq 1; \\ 0, & 1 < x. \end{cases}$$

$$187. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3; \\ A(2-3x), & -3 < x \leq -1; \\ 0, & -1 < x. \end{cases}$$

$$188. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ Ax^5, & 0 < x \leq 2; \\ 0, & 2 < x. \end{cases}$$

$$189. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1; \\ A(2x+3), & 1 < x \leq 2; \\ 0, & 2 < x. \end{cases}$$

$$190. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ Ax^7, & 0 < x \leq 1; \\ 0, & 1 < x. \end{cases}$$

$$191. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 3; \\ A(2x-3), & 3 < x \leq 4; \\ 0, & 4 < x. \end{cases}$$

$$192. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ Ax^6, & 0 < x \leq 3; \\ 0, & 3 < x. \end{cases}$$

$$193. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -4; \\ A(3-x), & -4 < x \leq -2; \\ 0, & -2 < x. \end{cases}$$

$$194. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2; \\ Ax^2, & -2 < x \leq 0; \\ 0, & 0 < x. \end{cases}$$

$$195. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ A(x^2+x), & 0 < x \leq 2; \\ 0, & 2 < x. \end{cases}$$

$$196. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3; \\ Ax^3, & -3 < x \leq 0; \\ 0, & 0 < x. \end{cases}$$

$$197. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1; \\ A(x^2-x), & -1 < x \leq 0; \\ 0, & 0 < x. \end{cases}$$

$$198. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3; \\ Ax^4, & -3 < x \leq 0; \\ 0, & 0 < x. \end{cases}$$

$$199. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1; \\ A(x^2-3x+2), & 1 < x \leq 2; \\ 0, & 2 < x. \end{cases}$$

$$200. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2; \\ Ax^5, & -2 < x \leq 0; \\ 0, & 0 < x. \end{cases}$$

Задачи 201–220. Математическая статистика

Задано интервальное распределение выборки. Требуется:

- построить гистограмму относительных частот;
- перейти к вариантам, выписать эмпирическую функцию распределения и построить ее график;
- методом условных вариантов найти точечные оценки $\bar{x}_e$ и σ_e .

№ 201	(4, 6)	(6, 8)	(8, 10)	(10, 12)	(12, 14)	(14, 16)
	1	3	19	21	4	2
№ 202	(-3, -1)	(-1, 1)	(1, 3)	(3, 5)	(5, 7)	(7, 9)
	2	8	19	15	5	1

№ 203	$(-12, -10)$	$(-10, -8)$	$(-8, -6)$	$(-6, -4)$	$(-4, -2)$	$(-2, 0)$
	2	9	14	15	8	2
№ 204	$(-7, -5)$	$(-5, -3)$	$(-3, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, 3)$	$(3, 5)$
	3	4	18	20	4	1
№ 205	$(0, 2)$	$(2, 4)$	$(4, 6)$	$(6, 8)$	$(8, 10)$	$(10, 12)$
	1	4	16	18	8	3
№ 206	$(5, 7)$	$(7, 9)$	$(9, 11)$	$(11, 13)$	$(13, 15)$	$(15, 17)$
	3	5	18	17	6	1
№ 207	$(1, 3)$	$(3, 5)$	$(5, 7)$	$(7, 9)$	$(9, 11)$	$(11, 13)$
	3	5	16	17	6	3
№ 208	$(0, 2)$	$(2, 4)$	$(4, 6)$	$(6, 8)$	$(8, 10)$	$(10, 12)$
	2	4	18	17	6	3
№ 209	$(-8, -6)$	$(-6, -4)$	$(-4, -2)$	$(-2, 0)$	$(0, 2)$	$(2, 4)$
	1	4	21	19	3	2
№ 210	$(5, 7)$	$(7, 9)$	$(9, 11)$	$(11, 13)$	$(13, 15)$	$(15, 17)$
	1	5	18	19	4	3
№ 211	$(-2, 0)$	$(0, 2)$	$(2, 4)$	$(4, 6)$	$(6, 8)$	$(8, 10)$
	2	9	15	14	8	2
№ 212	$(4, 6)$	$(6, 8)$	$(8, 10)$	$(10, 12)$	$(12, 14)$	$(14, 16)$
	2	10	12	13	10	3
№ 213	$(-5, -3)$	$(-3, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, 3)$	$(3, 5)$	$(5, 7)$
	1	4	18	20	5	2
№ 214	$(7, 9)$	$(9, 11)$	$(11, 13)$	$(13, 15)$	$(15, 17)$	$(17, 19)$

	2	6	17	19	5	1
№ 215	(1, 3)	(3, 5)	(5, 7)	(7, 9)	(9, 11)	(11, 13)
	3	5	18	16	6	2
№ 216	(-7, -5)	(-5, -3)	(-3, -1)	(-1, 1)	(1, 3)	(3, 5)
	1	5	18	19	4	3
№ 217	(-6, -4)	(-4, -2)	(-2, 0)	(0, 2)	(2, 4)	(4, 6)
	2	6	17	18	4	3
№ 218	(0, 2)	(2, 4)	(4, 6)	(6, 8)	(8, 10)	(10, 12)
	1	3	19	21	4	2
№ 219	(-4, -2)	(-2, 0)	(0, 2)	(2, 4)	(4, 6)	(6, 8)
	3	8	14	15	9	1
№ 220	(-2, 0)	(0, 2)	(2, 4)	(4, 6)	(6, 8)	(8, 10)
	1	4	20	19	4	2