ЛЕКЦИЯ 1 2 семестр

Электрическое поле, вектор напряженности, поток вектора.

Электрическое поле – пространство, где электрические заряды реализуют силовое взаимодействие. Любой электрический заряд изменяет свойство окружающего пространства – создаёт силовое поле, в котором другой заряд приобретает и потенциальную энергию оказывается под действием этой силы. Для точечного пробного заряда величина модуля этой силы (известно из школьного курса): $f = q_{пр}\left(q/4\pi\varepsilon_0 r^2\right)$, где $\mathbf{q_{пр}}$ – величина пробного заряда; **q** - величина заряда, создающего поле; ε_0 – электрическая постоянная (не имеет физического смысла; используется в международной системе СИ для согласования основных единиц измерения, $\varepsilon_0=8.85\cdot10^{-12}$ ф/м); **r** – радиус вектор из местоположения точечного заряда, создающего поле, в точку расположения пробного заряда. Основной характеристикой электрического поля называют векторную величину, равную силе действующей в данной точке пространства со стороны поля на единичный пробный заряд:

$$\vec{E}=\vec{f}/q_{пр}=\vec{f}=\left(q/4\pi\varepsilon_0 r^3\right)\vec{r} \qquad \textbf{(1.1).}$$

В СИ единица напряженности электрического поля вольт/метр. В точке поля с напряженностью $\vec{E}$ на всякий точечный заряд **q**, будет действовать сила $\vec{f}=q\vec{E}$, если заряд **q** положителен, то направление действия силы совпадает с вектором напряженности поля, если **q** отрицателен, то $\vec{f}$ и $\vec{E}$ противоположны.

Принцип суперпозиции полей: *напряженность поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым из зарядов в отдельности:* $\vec{E}=\sum_1^N \vec{E_i}$ **(1.2).**

Электрическим диполем (см. рис. 1) называют два одинаковых по модулю, но разного знака точечных зарядов **+q** и **–q** расположенных на фиксированном расстоянии друг от друга **l**. Главная характеристика диполя именуется *электрическим моментом или моментом диполя*: $\vec{p}=q\vec{l}$ (1.3).

При условии, что вектор $\vec{l}$ проведен от отрицательного к положительному заряду диполя.

На оси диполя $\vec{E}=\left(2p/4\pi\varepsilon_0 r^3\right)$, где **r** – расстояние до центра диполя (1.4).

Если **r**>>***l***, напряженность электрического поля на оси диполя ничтожно мала.

Напряженность поля диполя в любой точке пространства можно вычислить:

$$\vec{E}=\left(p/4\pi\varepsilon_0 r^3\right)\sqrt{1+3\cos^2\alpha} \qquad (1.5),$$

где **r** – расстояние до центра диполя, α – угол между осью диполя и **r.** (см. рис. 1)

Очевидно, что электрические заряды создающие поле расположены в пространстве: 1) в виде дискретных точечных зарядов $q_1+\ldots+q_n=Q$; 2) распределены одномерно, например, вдоль линии длиной ***l*** (нити) с линейной плотностью $\boldsymbol{\tau}$ = *Q/l;* 3) расположены на произвольной поверхности площадью **S** с поверхностной плотностью $\boldsymbol{\sigma}$ = Q/S; 4) в объёме **V** с объёмной плотностью $\boldsymbol{\rho}$ =Q/V.

Поток вектора напряженности.

На рисунке 1 изображены силовые линии поля; вектор напряженности направлен по касательной к силовым линиям в направлении от заряда положительного к отрицательному заряду (сколько линий выходит от положительного заряда, столько же приходит к отрицательному). Это свойство силовых линий электростатических (заряды не перемещаются, не прибывают и не убывают) полей.

Поток вектора напряженности электрического поля, имеющий физический смысл густоты расположения силовых линий в пространстве, определён следующей формулой: $\Phi_E = \int_0^S \boldsymbol{E_n dS}$ (1.6),

где E_n – проекция вектора **E** на нормаль к площади **dS;** для замкнутых поверхностей (содержащих внутри объем) под нормалью понимают нормаль, обращенную наружу (внешняя нормаль). (см. рис. 1)

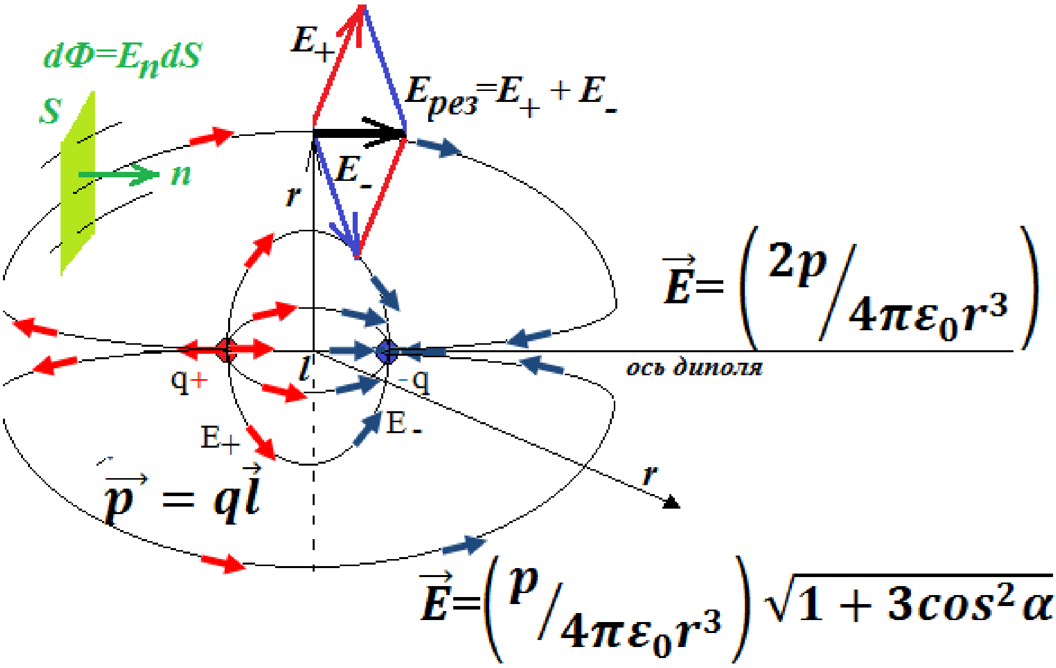


Рис. 1. – Иллюстрация силовых линий, вектора напряженности (**E**) электрического поля и потока вектора (Ф), создаваемых диполем с электрическим моментом $\vec{p} = q\vec{l}$

Теорема Гаусса.

Поток вектора напряженности электростатического поля через замкнутую (замыкает объём пространства) поверхность пропорционален алгебраической сумме зарядов, заключенных (замкнутых) этой поверхностью. В системе СИ коэффициент пропорциональности 1/**ε₀.** Знак потока совпадает с результирующим знаком заряда. Аналитически возможны алгебраическая, интегральная и дифференциальная формы записи теоремы Гаусса:

Алгебраическая: $\Phi_E = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_i}{\varepsilon_0}$ (1.7),

Интегральная: $\Phi_E = \oint_0^S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^V \rho dV$ (1.8),

Дифференциальная: div$E=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$ (1.9),

Дивергенция вектора E ($divE = \frac{dE_x}{dx} + \frac{dE_y}{dy} + \frac{dE_z}{dz}$) имеет физический смысл потока Φ_E через замкнутую поверхность, которая ограничивает исчезающе малый объём (V→0), в предельном случае – точку. Очевидно, что алгебраическая запись (1.7) удобнее для задач определения напряженности электрического поля, создаваемого дискретными зарядами; уравнение (1.8) универсально для любых ситуаций; (1.9) удобно при анализе местоположения «истоков» и «стоков» электростатических полей.

Физический смысл теоремы Гаусса: из неразрывности силовых линий следует, что *положительные электрические заряды служат «истоком», а отрицательные – «стоком» потока вектора напряженности электрического поля.* Как следствие: *поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность, которая ограничивает объем пространства без электрического заряда, всегда равен нулю*. Т.е. какой поток проникает в эту поверхность – точно такой же и покидает её.

Теорема о циркуляции вектора напряженности электростатического поля.

Работа сил электростатического поля. Изучая законы механики, мы определили работу, как $A = \int_a^b f dx$, следовательно, работа по перемещению заряда в электростатическом поле из т. ***a*** в т. ***b*** $A = \int_a^b qE_l dl$, где $\boldsymbol{E_l}$ проекция вектора Е на перемещение (скалярное произведение $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{l}$). Если заряд перемещать по замкнутой траектории: $A = \oint qE_l dl$. В поле консервативных сил работа по замкнутой траектории (перемещение равно нулю) равна нулю. Поэтому,

$$\oint \boldsymbol{E_l dl} = \boldsymbol{0} \qquad (1.10).$$

Выражение $\oint E_l dl$ называют циркуляцией вектора напряженности электростатического поля, а выражение (1.10) – теоремой о циркуляции вектора напряженности.
Физический смысл теоремы о циркуляции: *электростатическое поле – поле консервативных сил и работа этих сил не зависит от траектории движения заряда*, а определяется только начальным и конечным местоположением.

Потенциал электростатического поля. Если считать потенциальную энергию пробного заряда, бесконечно удаленного от поля, равной нулю, то работа по перемещению этого заряда из бесконечности в точку пространства, можно записать, как:

$$\boldsymbol{A = \int_\infty^r q_{\text{пр}} E_l dl = \left({qq_{\text{пр}}}/{4\pi\varepsilon_0 r} \right)} \qquad (1.11),$$

а работу по перемещению единичного положительного пробного заряда из бесконечности, или удельную потенциальную энергию, называемую потенциалом электростатического поля, запишем как:

$$\boldsymbol{\varphi = \left({q}/{4\pi\varepsilon_0 r} \right)} \qquad (1.12),$$

Потенциал (измеряется в вольтах) электростатического поля, созданного системой зарядов, - алгебраическая сумма потенциалов, создаваемых каждым электрическим зарядом.

$$\boldsymbol{\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i}} \qquad (1.13).$$

Связь напряженности и потенциала электрического поля

Работа сил поля по перемещению заряда может быть записана, как $A = \int_a^b qE_l dl$. А можно записать, как убыль потенциальной энергии $\Delta W = -\int_a^b q \frac{d\varphi}{dl} dl$. Видно, что $qE_l dl = -q\frac{d\varphi}{dl}dl$ и $E_l dl = -\frac{d\varphi}{dl}dl$. Следовательно, $E_l = -\frac{d\varphi}{dl}$, где l – может быть любой из координат пространства: **x, y, z**. $E_x = -\frac{d\varphi}{dx}$ $E_y = -\frac{d\varphi}{dy}$ $E_z = -\frac{d\varphi}{dz}$. В итоге:

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{i}E_x + \boldsymbol{j}E_y + \boldsymbol{k}E_z = -(\boldsymbol{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \boldsymbol{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \boldsymbol{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}). \qquad (1.14).$$

Это известная нам запись градиента и можно записать:

$$\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{grad\varphi} \qquad (1.15).$$

Напряженность электрического поля определена, как градиент потенциала с обратным знаком. **Физический смысл выражения** (1.15): *быстрое пространственное изменение потенциальной энергии указывает на возрастание силовой характеристики поля (соответствующей проекции **E**); направление нормали к эквипотенциальной поверхности совпадает с направлением вектора **E** в той же точке поля; в эквипотенциальном пространстве нет силового воздействия (**E=0**).*

<u>Диполь во внешнем электрическом поле.</u> На рисунке 2 представлена иллюстрация поведения диполей во внешнем электростатическом поле.

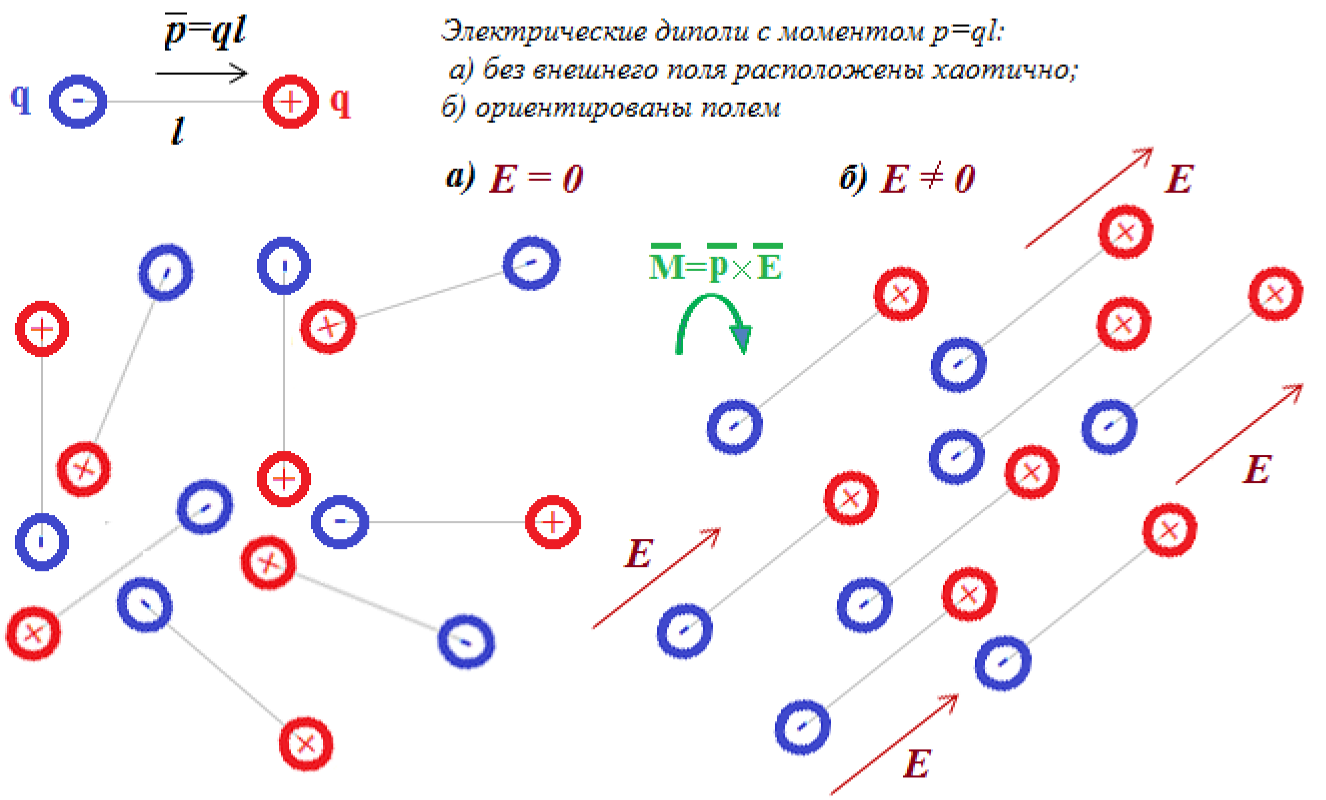


Рис. 2. – Ориентирующее влияние электрического поля (**E**) на электрические диполи с электрическим моментом $\vec{p} = q\vec{l}$; вращение диполей под действием вращающего момента **M**.

Если внешнее электрическое поле отсутствует, то диполи (например, молекулы) под действием теплового движения ориентированы в пространстве хаотично (см. рис. 1а). Во внешнем электрическом поле (Е) на электрический диполь действует вращающий момент сил, который стремится повернуть его так, чтобы дипольный момент развернулся вдоль направления поля. Величина вращающего момента определена, как векторное произведение дипольного момента и напряженности электростатического поля: $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{p} \times \boldsymbol{E} = \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{sin\alpha}$ ***(1.16),*** где **α** – угол между векторами дипольного момента и напряженности поля. Потенциальная энергия электрического диполя в электрическом поле определена, как скалярное произведение дипольного момента и напряженности электростатического поля: $\mathbf{W_p} = -(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{E}) = -\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{cos\alpha}$ ***(1.16),*** где **α** – угол между векторами дипольного момента и напряженности поля. Таким образом, вращающий момент сил максимален, если **$\alpha=\pi/2$**, а наибольшей потенциальной энергией обладает диполь при условии **$\alpha=\pi$.**

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1) Заряд **Q** равномерно распределен с плотностью $\boldsymbol{\tau}$ [Кл×м$^{-2}$] на поверхности сферы радиуса **R** (см. рис А). Руководствуясь теоремой Гаусса для электростатического поля, представить графическую зависимость напряженности электростатического поля от расстояния до т. **O**, т.е. **E=f(x)**.

2) Заряд **Q** равномерно распределен с плотностью $\boldsymbol{\tau}$ [Кл×м$^{-2}$] на поверхности сферы радиуса **R** (см. рис А). Руководствуясь теоремой Гаусса для электростатического поля, представить графическую зависимость потенциала электростатического поля от расстояния до т. **O**, т.е. **φ=f(x)**.

3) В объеме шара радиуса **R** распределен заряд **Q** с плотностью $\boldsymbol{\sigma}$ [Кл×м$^{-3}$] (см. рис В). Руководствуясь теоремой Гаусса для электростатического поля, представить графическую зависимость напряженности электростатического поля от расстояния до т. **O**, т.е. **E=f(x)**.

4) В объеме шара радиуса **R** распределен заряд **Q** с плотностью $\boldsymbol{\sigma}$ [Кл×м$^{-3}$] (см. рис В). Руководствуясь теоремой Гаусса для электростатического поля, представить графическую зависимость потенциала электростатического поля от расстояния до т. **O**, т.е. **φ=f(x)**.

рис А

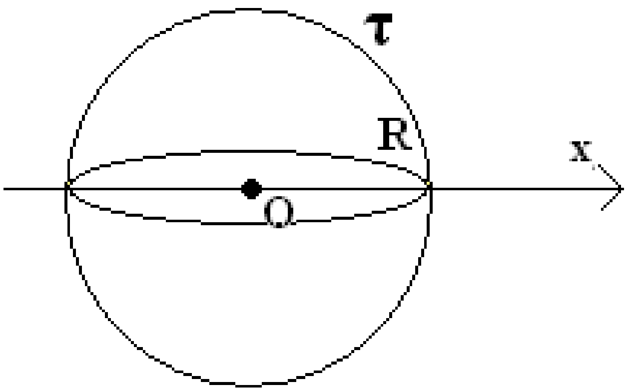
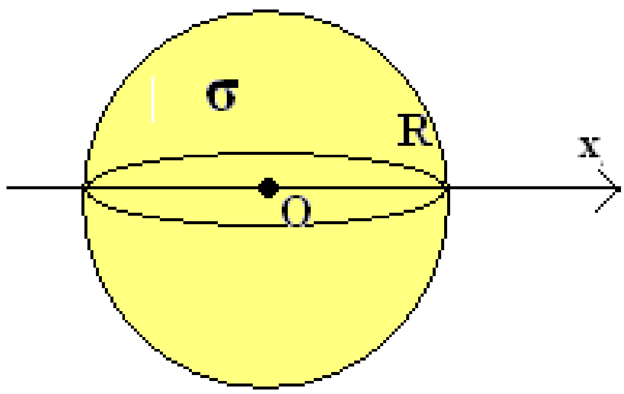
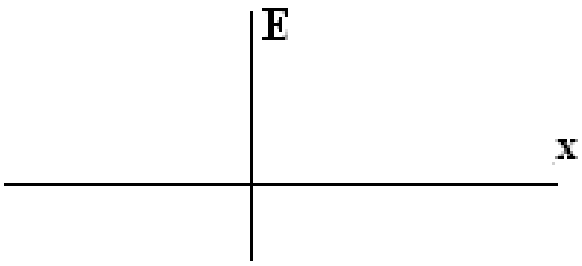
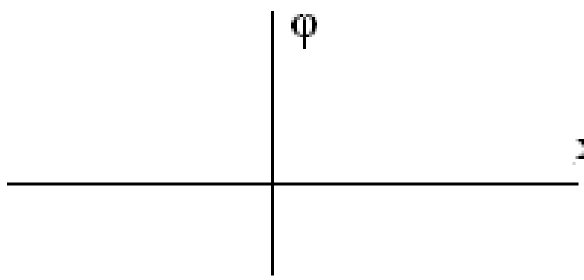


рис В





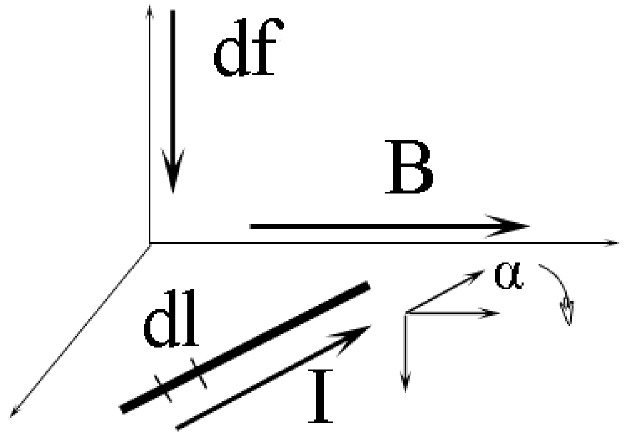
E=f(x)



φ=f(x)

Закон Ампера

В дифференциальной форме: $\mathbf{df = I\,[dl\,B]}$, где $\mathbf{df}$ – сила, действующая в магнитном поле с индукцией $\mathbf{B}$ на элементарную длину проводника $\mathbf{dl}$, по которому протекает ток $\mathbf{I}$ **(рис.1)**; модуль $\mathbf{df = I\,B\,dl\,\sin\alpha}$.
в интегральной форме: $\mathbf{f = \mu_0\,2\,I_1 \cdot I_2 / 4\pi b}$, где **f –** сила между двумя проводниками с токами $\mathbf{I_1}$·и $\mathbf{I_2}$ на расстоянии **b** друг от друга, **(рис.2)**; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м.



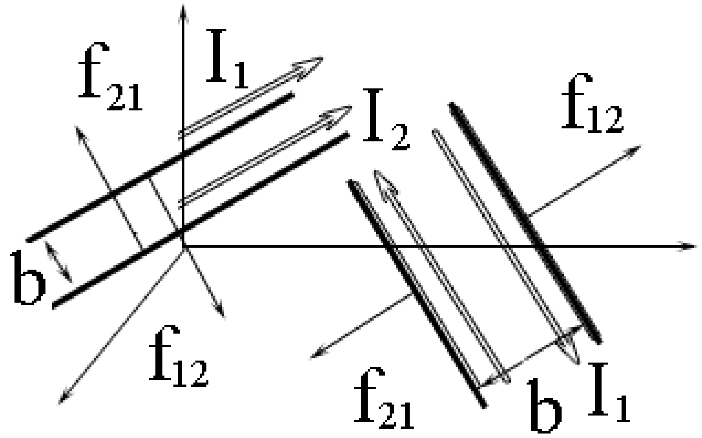


Рис.1 Схема действия магнитного поля на проводник с током. Рис.2 Сила Ампера

Сила Лоренца

$\mathbf{F = qE + q[VB]}$, **F,** [Н]– векторная сумма сил действующих со стороны электрического поля (первое слагаемое) с напряженностью **E** [В/м] и магнитного поля (второе слагаемое) с индукцией **B** [Тл] на электрический заряд величиной **q** [Кл]**,** движущийся со скоростью **V** [м/с]**.** При отсутствии электрического поля $\mathbf{F = q\,V\,B\,\sin\alpha}$**,** где **α** – угол между векторами **V** и **B.** Сила Лоренца не совершает работы. Величину вектора магнитной индукции $\mathbf{B = F_{max}/qV}$ можно определить как максимальную силу, действующую на заряд в 1 кулон, который движется со скоростью 1 м/с; **Тл = Н с/Кл м.**

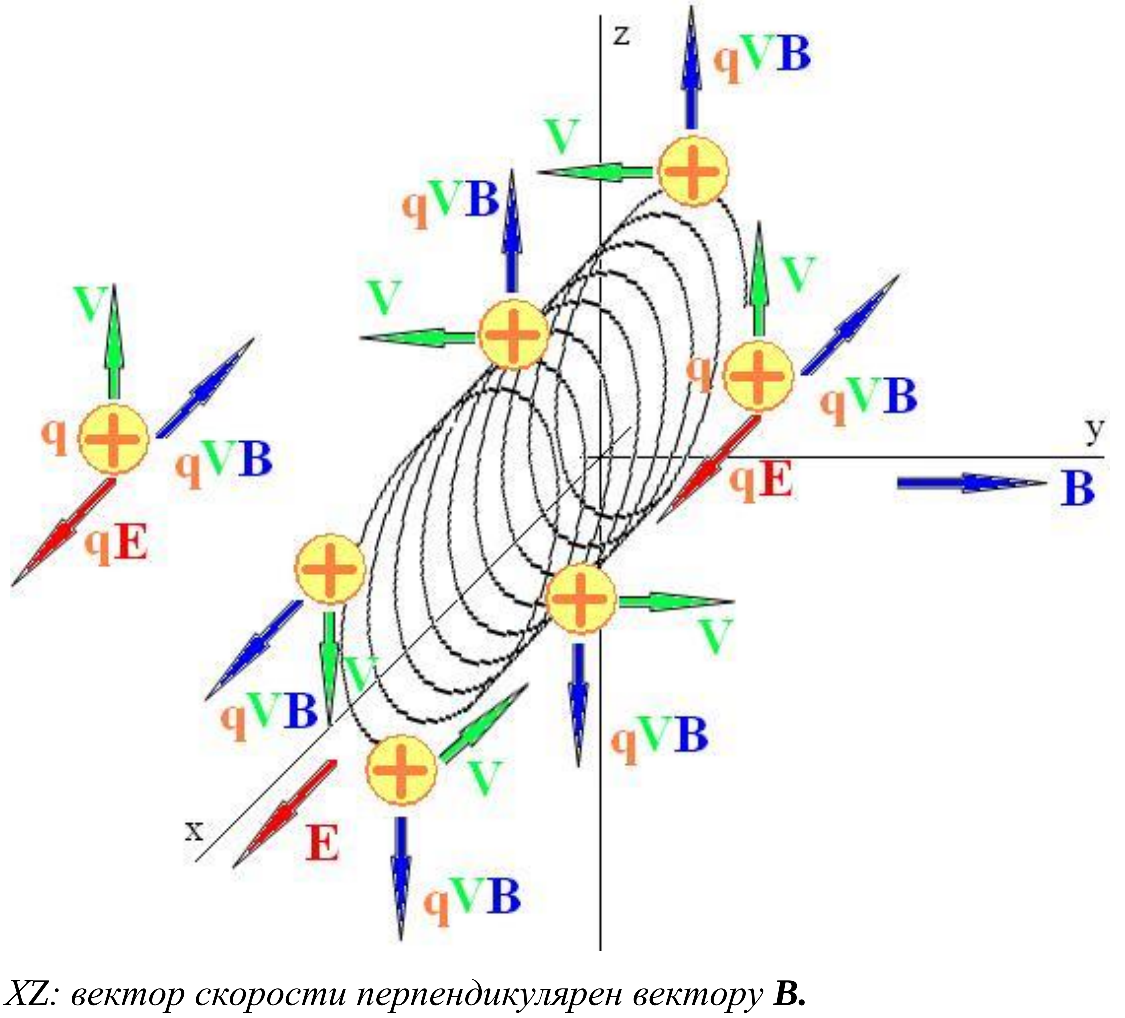


Рис. 3 Схема действия магнитного поля на подвижный электрический заряд. При условии ***E<<[VB],*** *траектория движения – кривая линия в плоскости XZ: вектор скорости перпендикулярен вектору* ***B.***

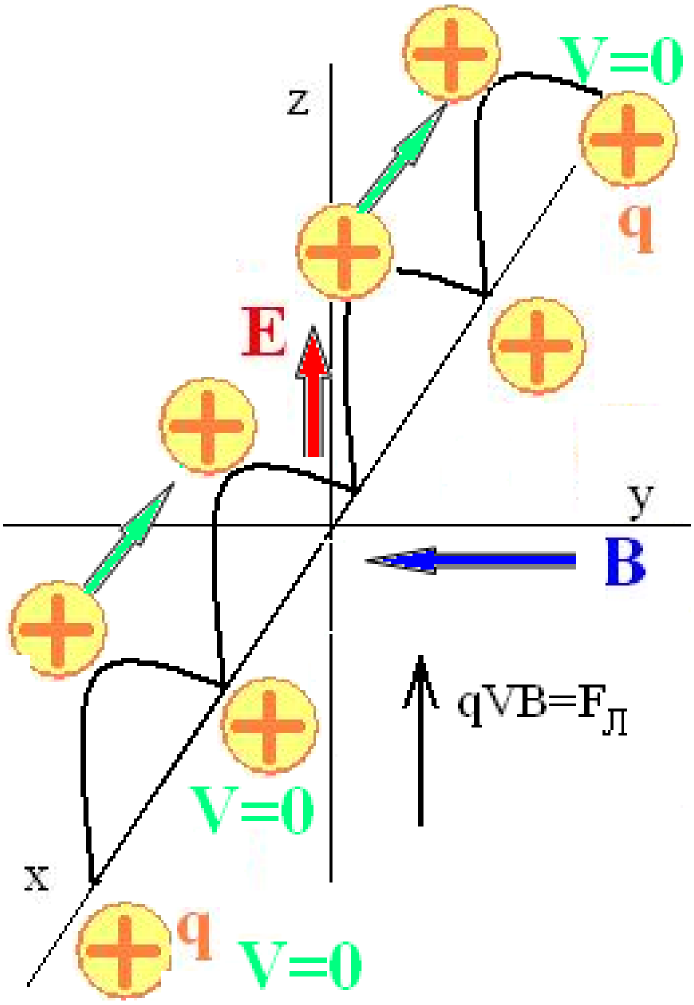
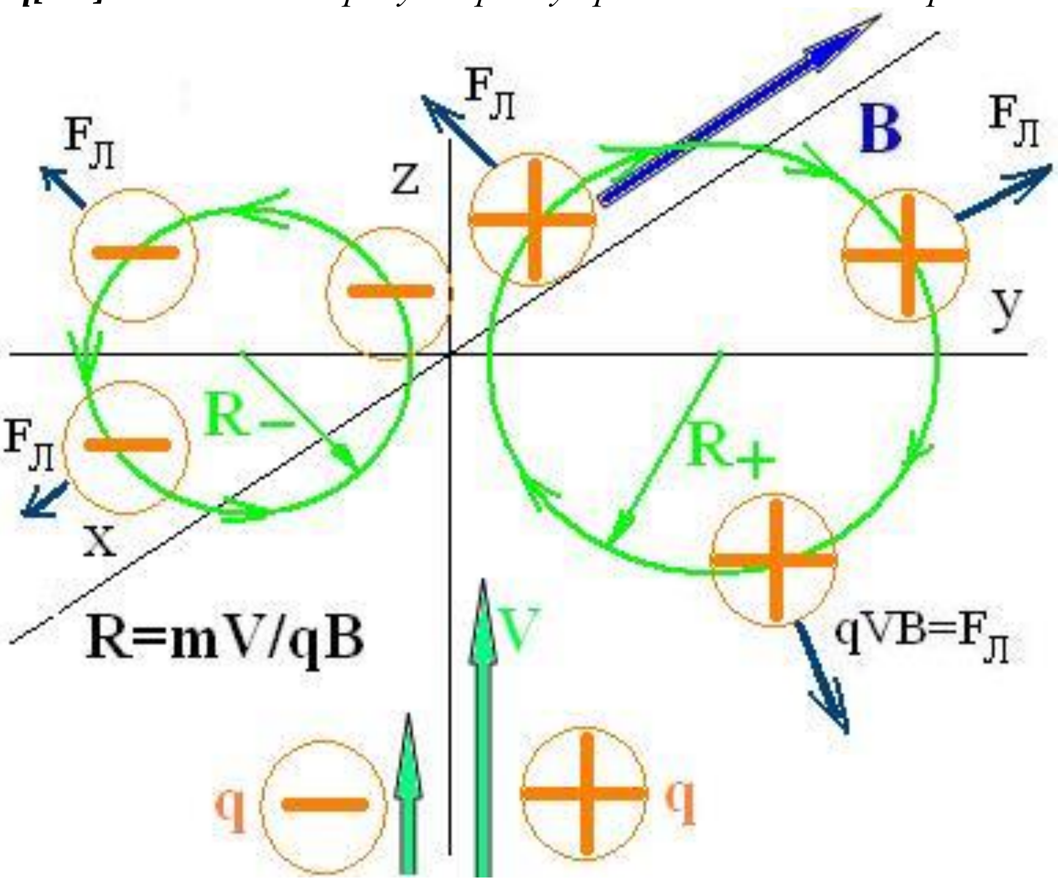


*Рис. 4 Схема совместного действия скрещенных (под углом 90^0) электрического и магнитного полей на подвижный электрический заряд. Траектория движения заряда – кривая линия в плоскости XZ: вектор скорости **V**, вектор магнитной индукции **B** и вектор силы Лоренца **F$_Л$=q[VB]** перпендикулярны друг другу.*

На рисунках №№ 3 - 5 представлены схемы действия магнитного поля на подвижный электрический заряд в зависимости от пространственного расположения направления движения заряда и векторов магнитной индукции и напряженности электростатического поля.

*Рис. 5 Схема силового воздействия магнитного поля на подвижные электрические заряды. Траектория движения заряда – окружность в плоскости **YZ**: вектор скорости **V**, вектор магнитной индукции **B** и вектор силы Лоренца **F$_Л$=q[VB]** составляют правую тройку ортогональных векторов.*



Закон Био – Савара – Лапласа.

В дифференциальной форме: **dB** = $\boldsymbol{\mu_0}$ **I[dl r]/ 4π r**^{3}, где **dB** – приращение вектора магнитной индукции, возникающей при протекании тока **I** по элементарному участку проводника **dl, r** – радиус вектор из **dl** в точку искомого приращения вектора магнитной индукции;

в интегральной форме: **B** = $\frac{\mu_0}{4\pi}\int_a^b \frac{I \sin\alpha\, dl}{r^2}$, где a и b начало и конец проводника **l, α** – угол между векторами **r** и **dl** (совпадает с направлением тока); размерность Тесла **[Тл].**

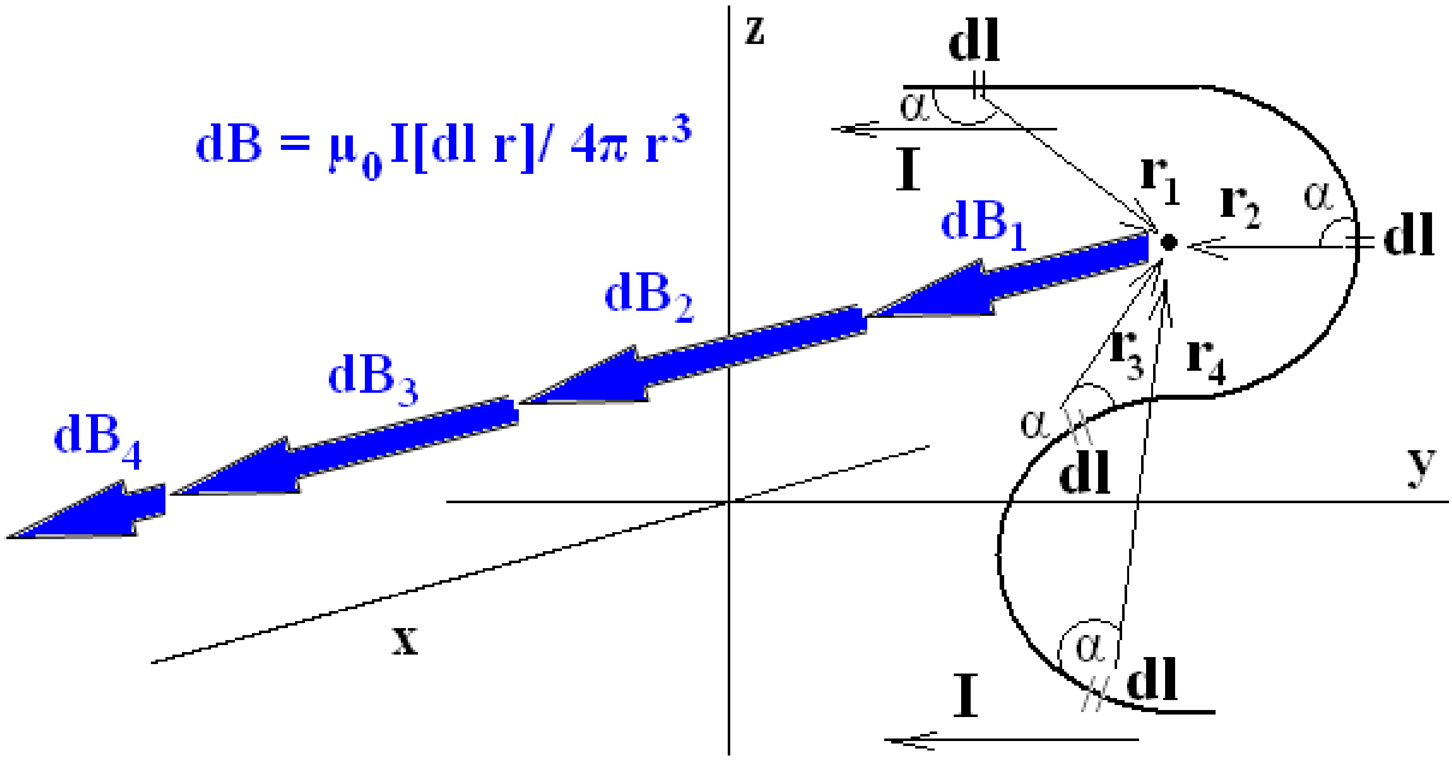


Рис. 6 Схема, иллюстрирующая Закон Био – Савара – Лапласа. Приращение вектора магнитной индукции от соответствующих участков проводника при протекании тока ***I.*** *Вектор магнитной индукции* ***B,*** *участок с током* ***dl****, и радиус вектор* ***r*** *составляют правую тройку ортогональных векторов.*

Магнитный момент.

Магнитный момент замкнутого контура с током: $\mathbf{p_m = I\ S\ n}$, где **I –** сила тока, **S –** площадь ограниченная контуром, **n** – единичный вектор нормали к **S**. Действие магнитного поля на замкнутый контур определяет $\mathbf{p_m}$**.** Вращательный момент сил (**M**), действующий со стороны магнитного поля на замкнутый контур с током не зависит от его формы: $\mathbf{M = [p_m B] = p_m B \sin\alpha}$**.**

Величину вектора магнитной индукции можно определить как: $\mathbf{B = M_{max} / p_m}$. Сл-но, вектор магнитной индукции – силовая характеристика магнитного поля, аналог напряженности электростатического поля.

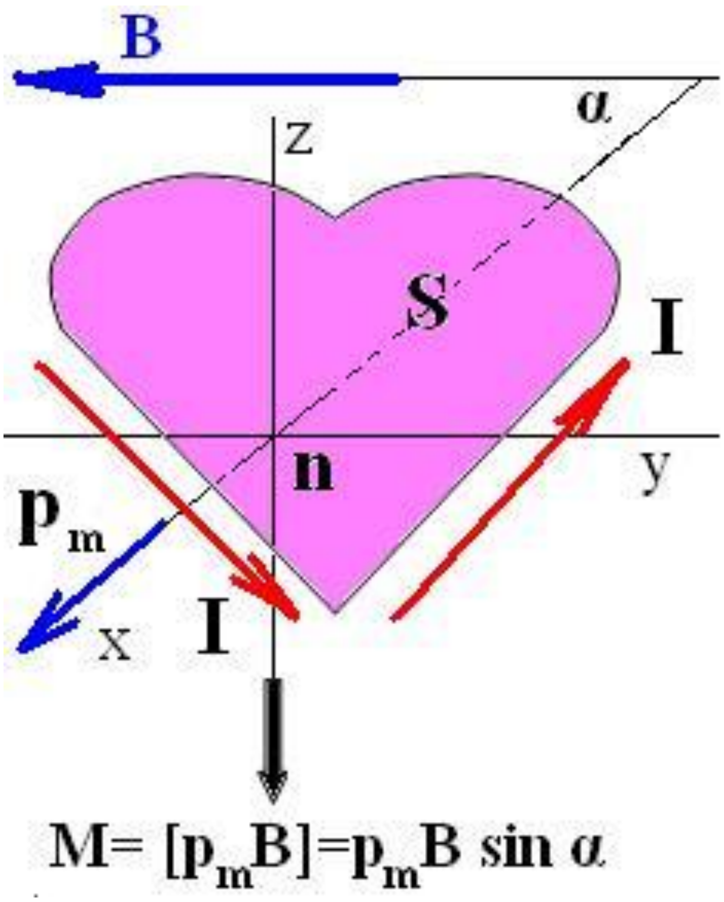


*Рис. 7 Схема, иллюстрирующая взаимодействие магнитного поля и замкнутого плоского контура с током. Вектор магнитного момента контура с током совпадает с осью **X**, т.к. контур с током лежит в плоскости **УZ.** Если вектор **B** и ось **У** коллинеарные возникает механический момент сил **M** коллинеарный с осью **Z.** Момент сил **M** ортогонален векторам **B** и $\mathbf{p_m}$.*

Поток вектора магнитной индукции

$\Phi_B = \int B, dS$ - скалярное произведение, где **Φ_B [Вб]** – поток вектора магнитной индукции, **B** – вектор магнитной индукции, **S –** площадь, через которую воздействует магнитное поле, **dS** имеет смысл вектора с модулем **dS** и направлением нормали к поверхности **dS**. Φ_B=B S cos α.

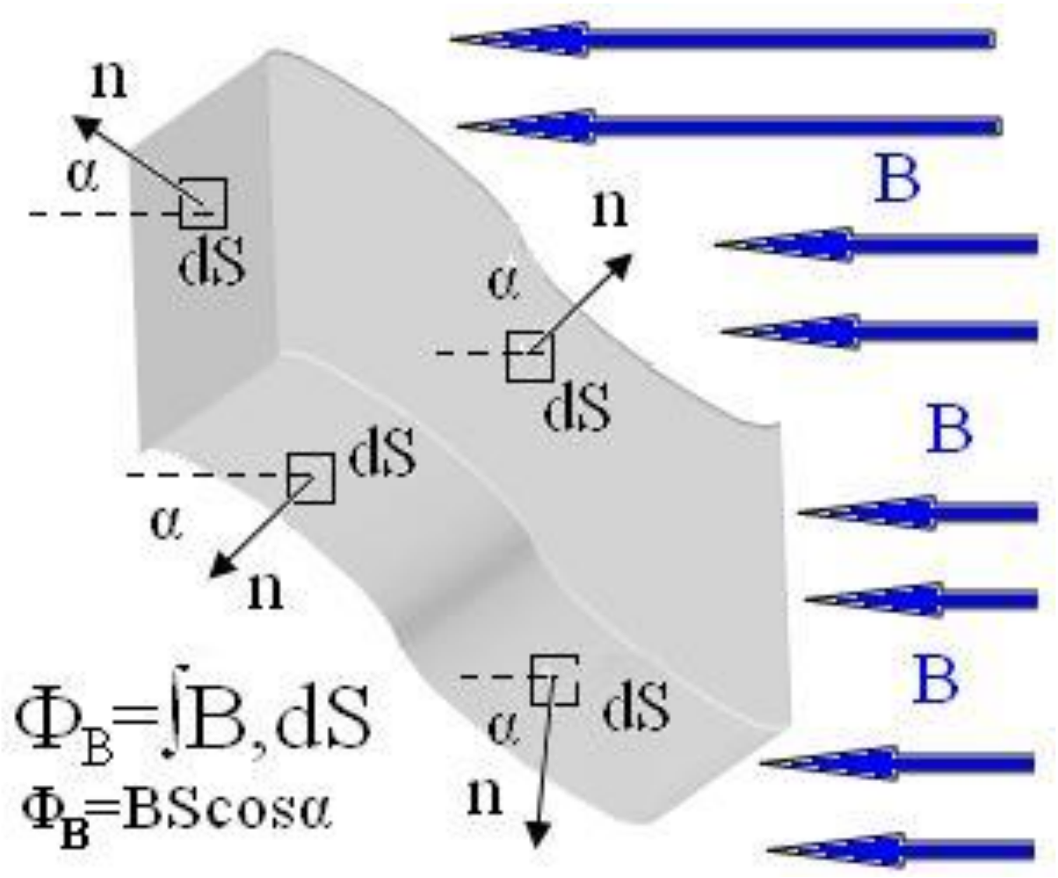


Рис. 8 Схема, иллюстрирующая величину магнитного потока через произвольную поверхность. Магнитный поток имеет смысл плотности силовых линий магнитного поля на заданной поверхности. *Магнитный поток имеет положительный знак, когда угол* ***α<90⁰****, отрицательный при* ***α>90⁰*** *и равен нулю если* ***α=90⁰***.

Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции.

В дифференциальной форме: **divB=0**; в интегральной форме: $\oint \mathbf{B}, \mathbf{dS} = \mathbf{0}$.

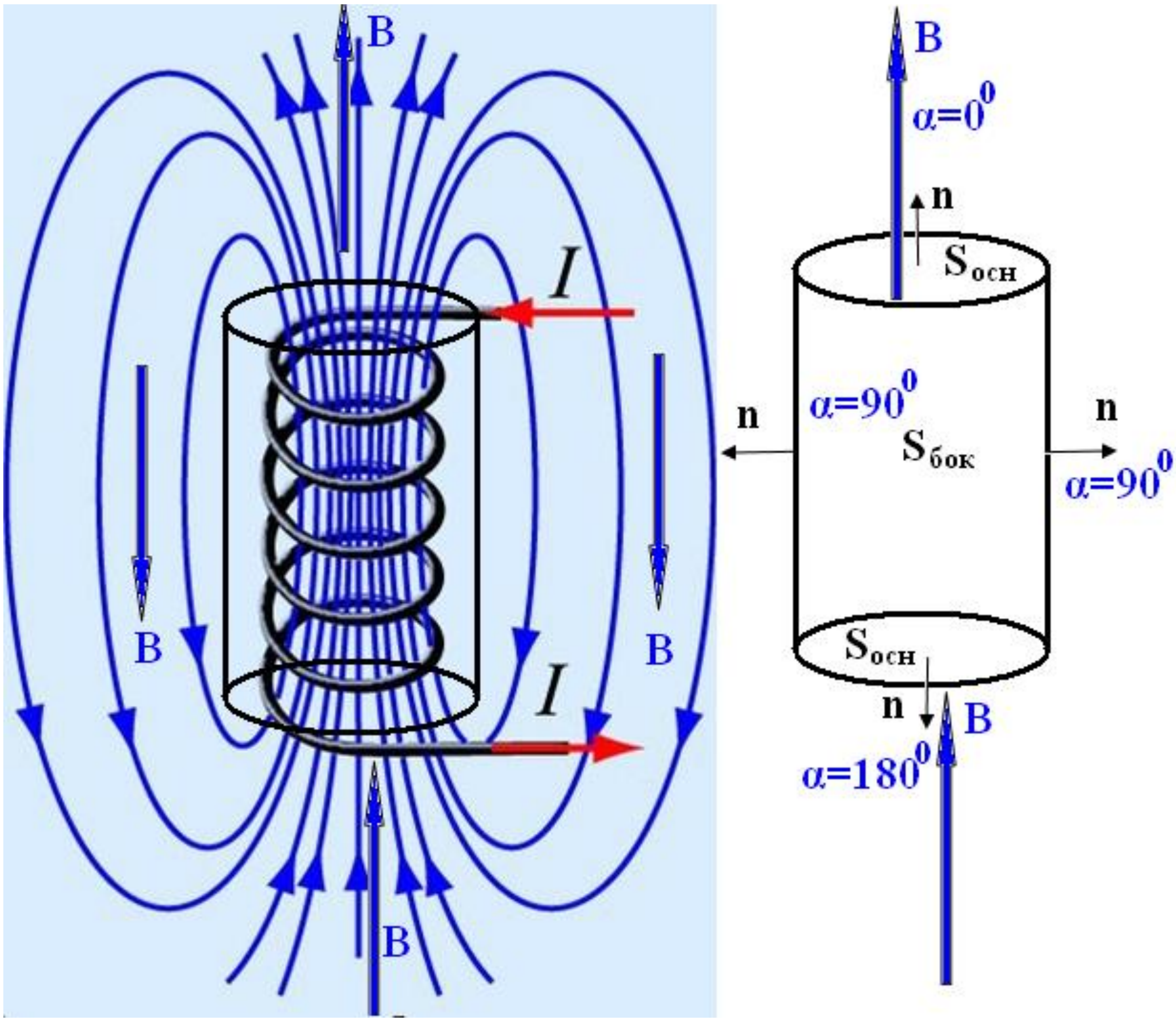


*Рис. 9 Иллюстрация теоремы Гаусса для потока вектора магнитной индукции на примере соленоида внутри воображаемого цилиндра. Магнитный поток через боковую поверхность равен нулю (**α=90⁰**), а через нижнее и верхнее основания цилиндра магнитные потоки равны по величине и противоположны по знаку. В итоге, суммарный поток **Φ_B=0**.*

Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции (закон полного тока).

В дифференциальной форме: **rotB=** $\boldsymbol{\mu_0}$**j**, где **j** – вектор плотности тока;
в интегральной форме: $\oint B_l \mathbf{dl} = \mu_0 \int \mathbf{j}, \mathbf{dS} = \boldsymbol{\mu_0} \sum_{\mathbf{i=0}}^{\mathbf{n}} \mathbf{I_i}$, где ***dl*** элементарный участок замкнутого контура ***l***, который охватывает поверхность площадью **S, j –** вектор плотности тока проходящего сквозь поверхность **dS,** $\mathbf{I_i}$ – токи, проходящие сквозь поверхность dS со знаком, который учитывает направление тока.

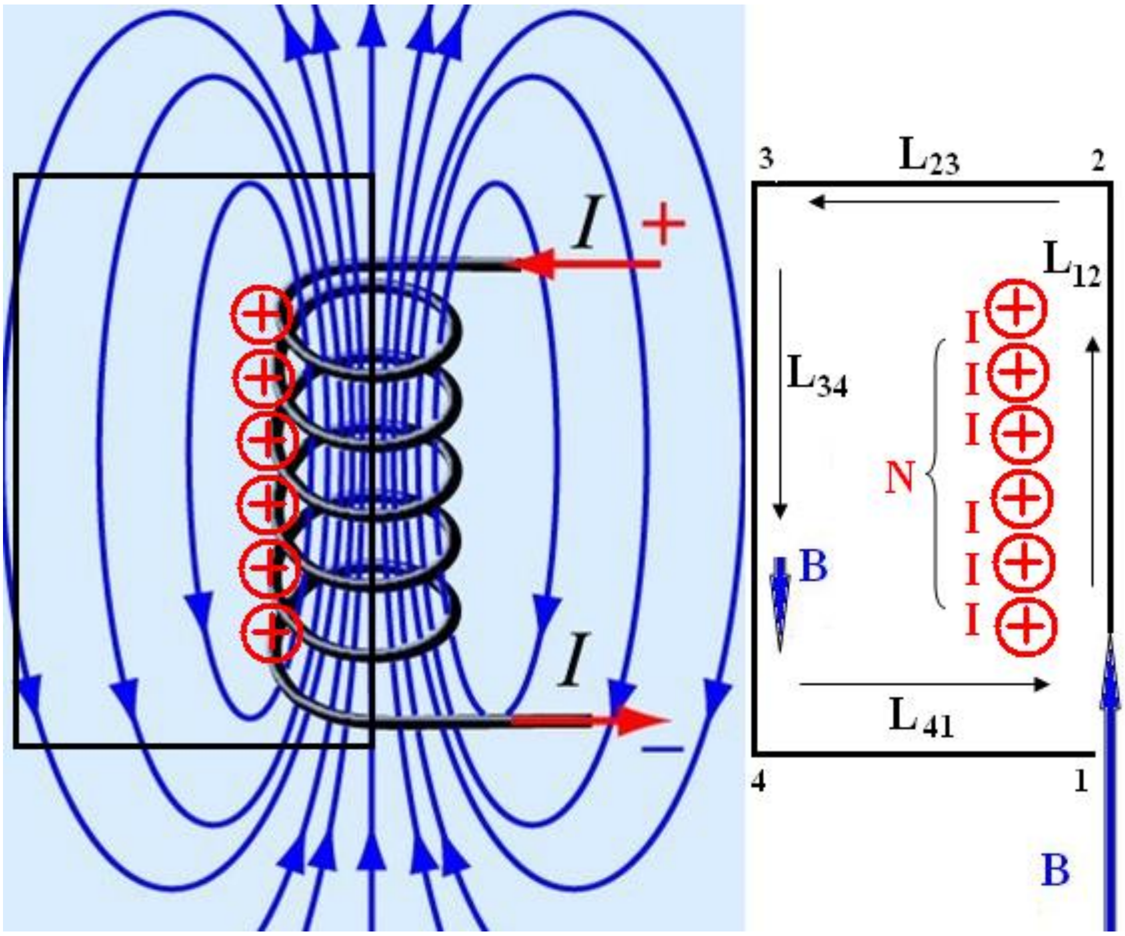


Рис. 10 Иллюстрация теоремы о циркуляции вектора магнитной индукции на примере соленоида и воображаемого прямоугольника 1234. $\boldsymbol{Bl=B_{12}l_{12}+B_{23}l_{23}+B_{34}l_{34}+B_{41}l_{41}=NI.}$ *Поскольку,* $\boldsymbol{B_{23}l_{23}= -B_{41}l_{41}}$*, а* $\boldsymbol{B_{34}l_{34} \ll B_{12}l_{12}}$ *в силу малости* ***B*** *на участке 34, следует:* $\boldsymbol{B_{12}l_{12}=NI.}$

Напряженность магнитного поля.

Напряженность магнитного поля - физическая величина с размерностью **[А/м]**, определяемая соотношением **$H=-J+B/\mu_0$,** где **J -** суммарный магнитный момент **микроскопических токов** (в масштабе размеров атомов и молекул) единицы объема вещества, **B** – вектор магнитной индукции в веществе. Таким образом, величина магнитной индукции в веществе **$B=\mu_0 H+J$.** Теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля: циркуляция вектора **H** по замкнутому контуру равна алгебраической сумме **макроскопических токов** (в масштабе много больше размера молекул): $\oint H_l \mathbf{dl} = \sum_{i=0}^{n} \mathbf{I_i}$.

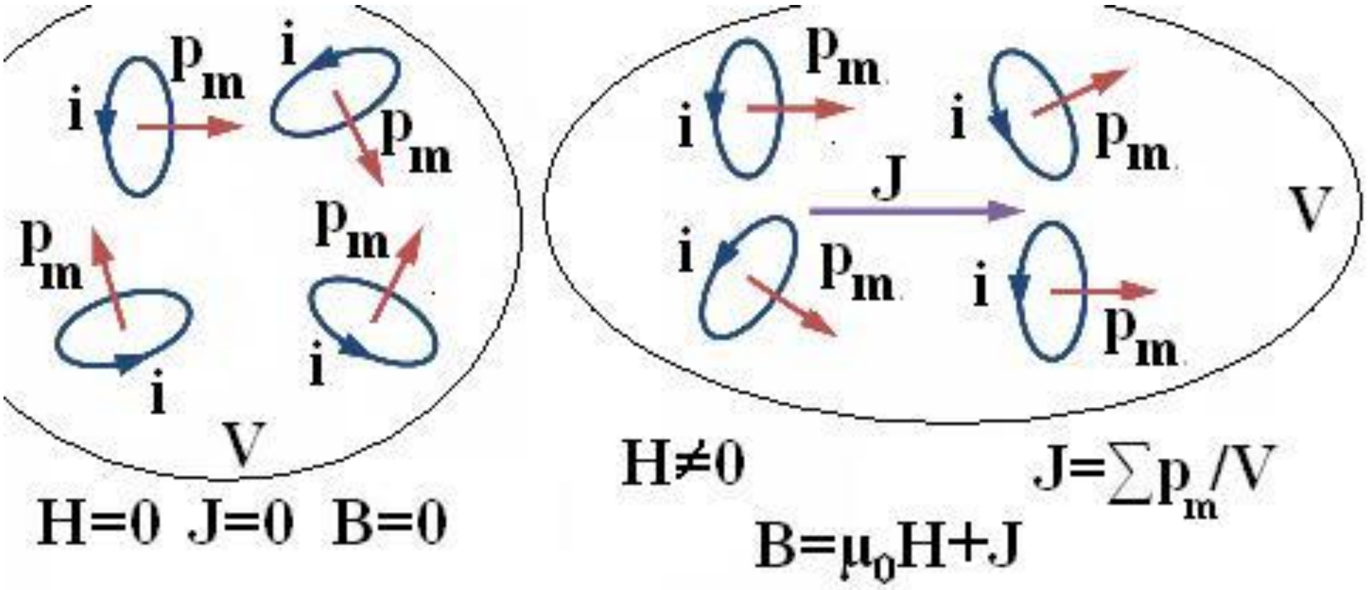


Рис. 11 Иллюстрация процесса намагничивания вещества за счет ориентации микроскопических токов и соответствующих им магнитных моментов атомов и молекул

Работа в магнитном поле, совершаемая при перемещении проводника с током.

В магнитном поле при перемещении проводника с током **I** возникает сила Ампера **df=I[dl B]**. На прямолинейный проводник длиной **l** результирующая сила **f= I l B.**При перемещении проводника на расстояние **dx**, эта сила совершит работу **dA= f dx= I l B dx.** Поскольку **l B dx= Φ_B –** поток вектора магнитной индукции через поверхность площадью **l dx**, **dA= I dΦ_B**, где – поток магнитной индукции пересекаемый проводником за время движения. С учетом того, что сила Лоренца не может совершать работы, работу совершает источник тока.

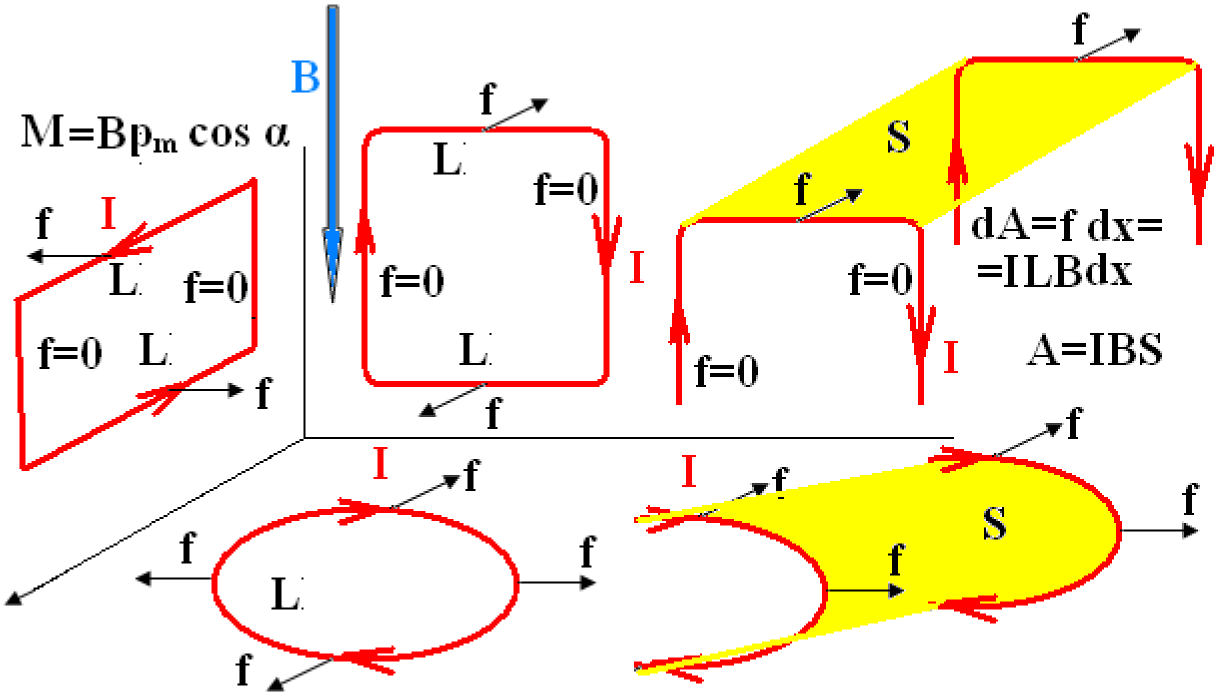


Рис. 12 Схема пространственного расположения и действия сил и моментов сил со стороны магнитного поля на замкнутые и незамкнутые контуры с током I, соответственно. Работа в магнитном поле, совершаемая при перемещении проводника с током.

Электромагнитная индукция. Электродвижущая сила индукции. Закон Фарадея. Правило Ленца.

Изменение (величины и/или направления) потока магнитной индукции (Φ_B) через поверхность, ограниченную электропроводящим контуром, вызывает электрический ток (индукционный) в этом замкнутом контуре. Это явление называют *электромагнитной индукцией*, которая создает (*электродвижущую силу индукции* (э.д.с.). Появление э.д.с. обусловлено действием силы Лоренца: **f=evB**, где **e** – заряд электрона, **v** – его скорость, **B** – индукция магнитного поля. Эквивалентно можно записать: **f=eE=evB,** сл - но, **E=vB**, где **E** – вектор напряженности поля не электростатического происхождения (поле сторонних сил), а э.д.с. - его циркуляция по замкнутому контуру (рис. 13): $\boldsymbol{\varepsilon_i} = \oint \boldsymbol{E_l dl} = \boldsymbol{EL} = \boldsymbol{vBL} = \boldsymbol{B}\frac{\boldsymbol{Lvdt}}{\boldsymbol{dt}} = \boldsymbol{B}\frac{\boldsymbol{dS}}{\boldsymbol{dt}} = \frac{\boldsymbol{d\Phi_B}}{\boldsymbol{dt}}$.

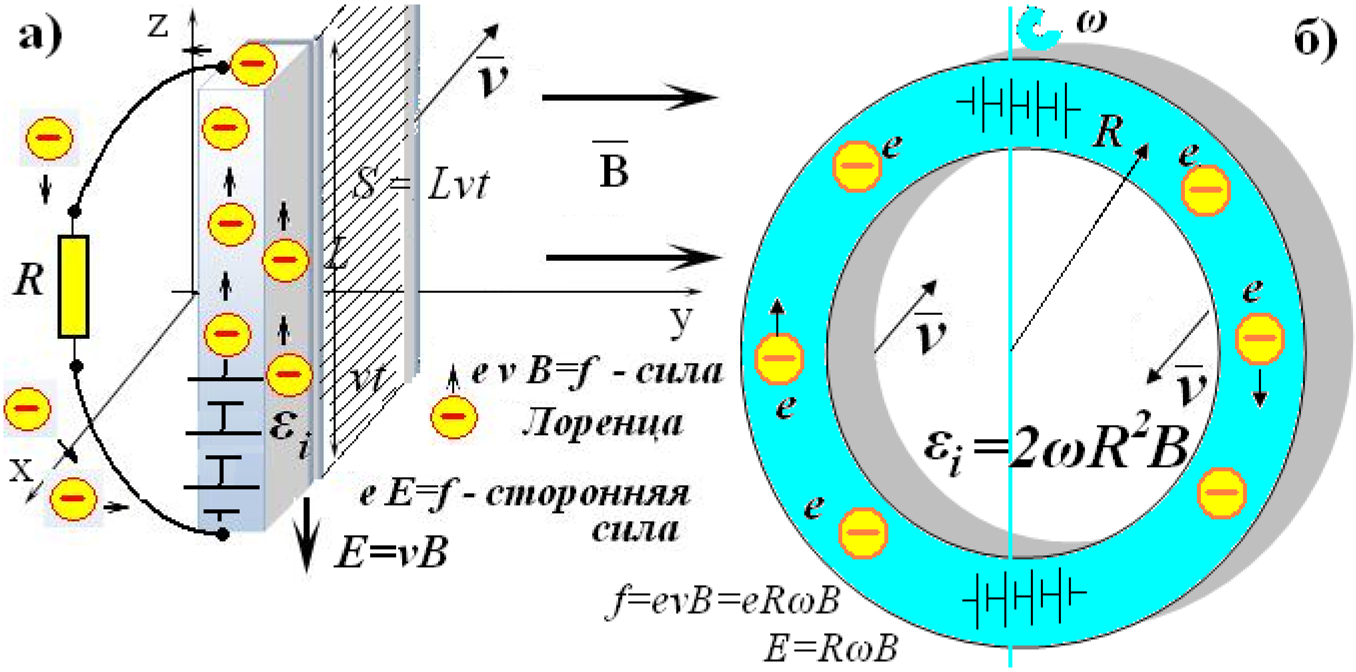


Рис. 13 Появление э.д.с. при прямолинейном (а) и вращательном (б) движении проводника в магнитном поле. Вектор скорости свободных электронов в проводнике совпадает с осью X, вектор индукции магнитного поля - с осью У, э.д.с. формирует ток вдоль оси **Z** (при прямолинейном движении $\boldsymbol{\varepsilon_i = BLv}$**,** при вращении $\boldsymbol{2\omega R^2 B}$, причем $\boldsymbol{\varepsilon_i}$ дважды за период меняет знак; по правилу Ленца индукционный ток создает магнитное поле, тормозящее движение проводника; чем больше скорость, тем сильнее торможение).

Закон Фарадея: $\boldsymbol{\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$, где знак «-», согласно правилу Ленца, указывает на противоположные направления приращений э.д.с. и Φ_B. *Правило Ленца:* действие э.д.с. направлено так, чтобы индукционный ток противодействовал причине его вызывающей. Т.е., растущий Φ_B формирует э.д.с., которая вызывает индукционный ток, создающий Φ_B противоположный по направлению исходному, и наоборот, убывающий Φ_B формирует э.д.с., из-за которой возникает индукционный ток, создающий Φ_B совпадающий по направлению с исходным. В обоих случаях реализуется принцип отрицательной обратной связи, когда реакция системы направлена на ослабление силы, вызывающей эффект электромагнитной индукции.

Явление самоиндукции.

Электрический ток **I** в любом контуре (см. рис. 14) создает магнитный поток $\mathbf{\Phi_B}$ или полный магнитный поток (потокосцепление) $\mathbf{\Psi=\sum \Phi_B}$. Из закона Био - Савара следует: $\mathbf{\Psi=LI}$, где **L** – ***индуктивность контура*** - коэффициент пропорциональности между силой тока и создаваемым потокосцеплением зависящий от геометрии контура и магнитных свойств среды (диа-, пара-, ферромагнетики и др. материалы) в которой создается магнитный поток. **L** – не зависит от силы тока (напряженности магнитного поля) если контур с током окружен средой не содержащей ферромагнетики; в противном случае **L** сложным образом возрастает с увеличением силы тока.

Из-за эффекта электромагнитной индукции с увеличением силы тока в контуре возникает э.д.с. самоиндукции, которая пропорциональна скорости изменения потокосцепления $\boldsymbol{\xi_{s.i.} = -\frac{d\psi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right)}$. Если в окрестности контура нет ферромагнетиков, второе слагаемое обращается в ноль и $\boldsymbol{\xi_{s.i.} = -L\frac{dI}{dt}}$. По правилу Ленца, э.д.с. самоиндукции направлено так чтобы противодействовать изменению потокосцепления, а именно: 1) при возрастании магнитного потока индуцируется ток, создающий противоположный по направлению магнитный поток; 2) при убывании магнитного потока индуцируется ток, создающий магнитный поток сонаправленный исходному. Следовательно, реализуется принцип *отрицательной обратной связи*: 1) при возрастании тока - индуцируется ток в противоположном направлении; 2) при убывании тока - индуцируется сонаправленный ток.

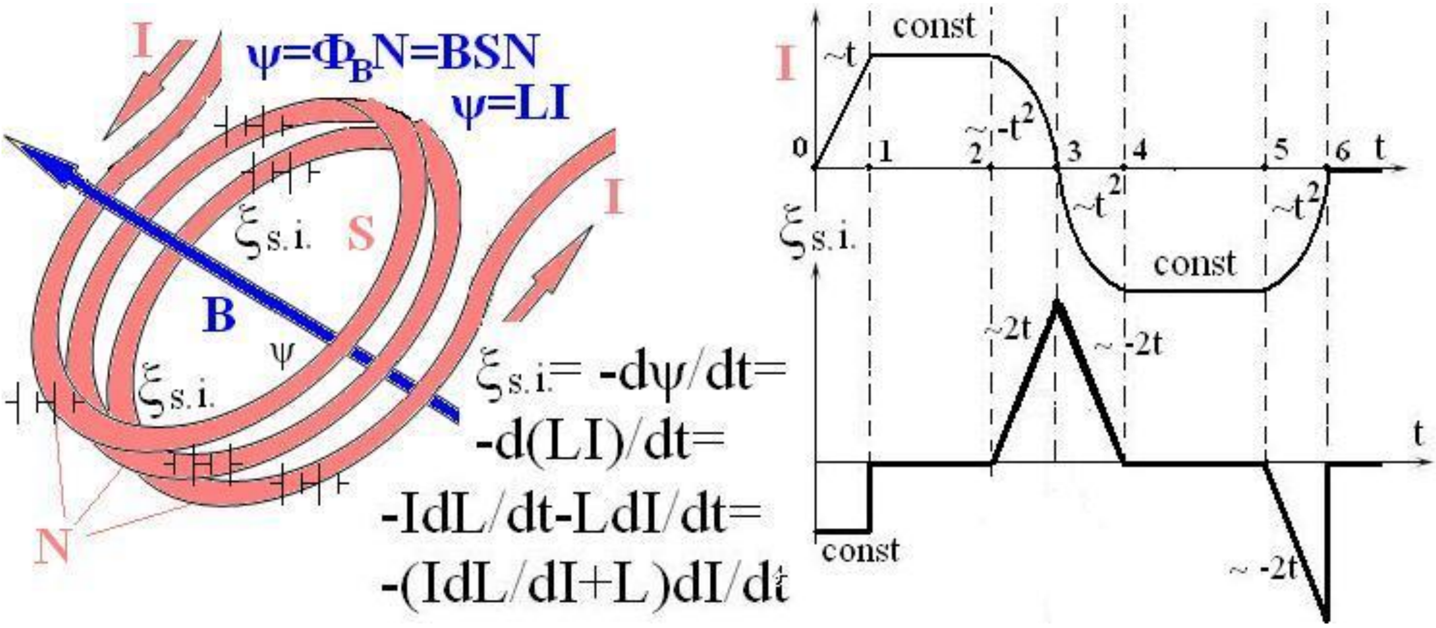


Рис. 14 Появление э.д.с. самоиндукции. Э.д.с. самоиндукции $\xi_{s.i.}$ возникает при изменении во времени величины потокосцепления, зависящего от размеров, геометрии контура с током, магнитных свойств среды. Графическая иллюстрация э.д.с, как функции силы тока и времени; при ***L****=const,* $\boldsymbol{\xi_{s.i.}}$***=-LdI/dt*** *и известной* ***I=f(t).*** *На временных отрезках 1-2 и 4-5 э.д.с. самоиндукции не возникает. На 0-1 э.д.с. =const, т.к. ток линейно возрастает. Для 2-3, 3-4, 5-6 характерно линейное изменение со временем, т.к. сила тока на этих участках имеет параболическую зависимость от времени.*

Электрические колебания.

Незатухающие колебания величин напряженности электрического и магнитного поля могут возникнуть в замкнутом контуре, содержащем индуктивность и ёмкость без активного сопротивления (см. рис. 15).

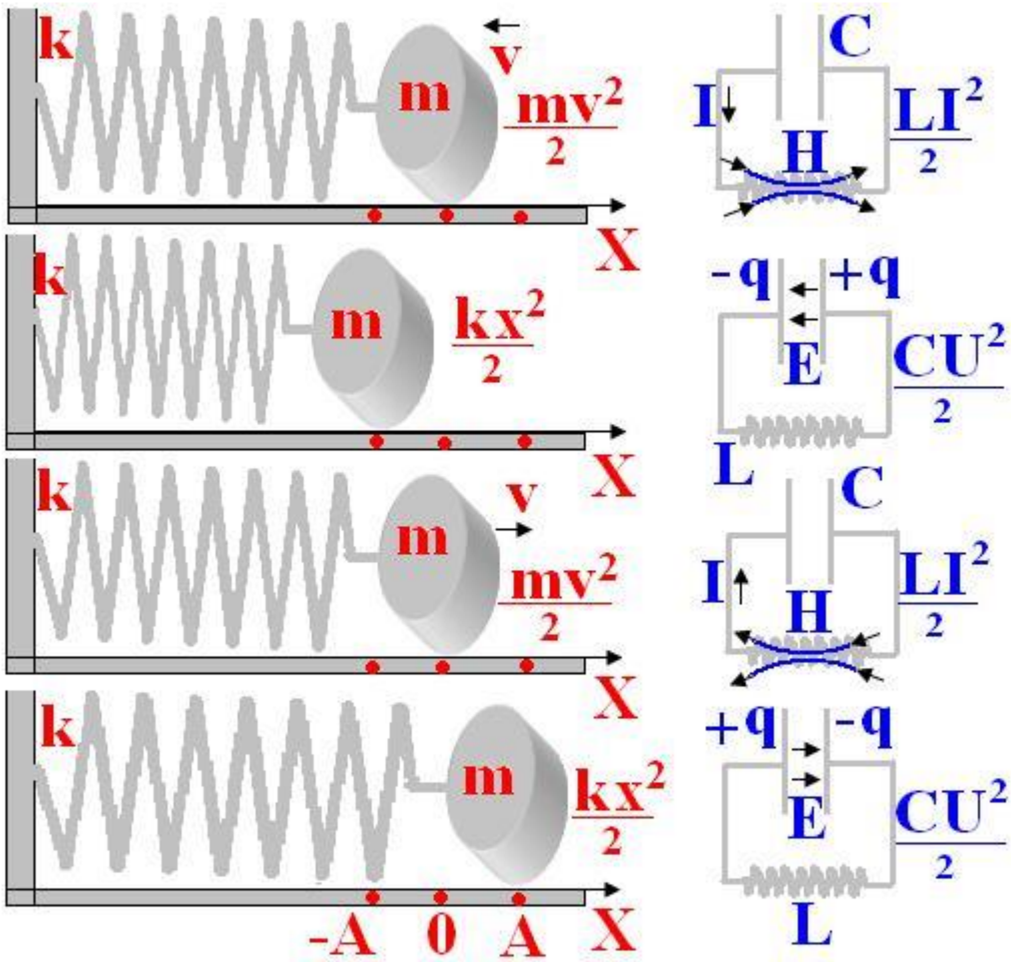


Рис. 15 – Ряд превращений механической энергии пружинного маятника и аналогичная последовательность для энергии электрического и магнитного полей при незатухающих колебаниях в замкнутом контуре, содержащем индуктивность и ёмкость без активного сопротивления.

Падение напряжения на конденсаторе $\mathbf{U_C=q/C}$, а на соленоиде $\mathbf{U_L=LdI/dt}$. Сл-но, $\mathbf{d^2q/dt^2+q/LC=0}$ $\ddot{q}+\omega_0^2 q=0$ **-** каноническое дифференциальное уравнение для незатухающих колебаний, где $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – собственная частота, а $T = 2\pi\sqrt{LC}$ – период колебаний. Решение канонического диф. уравнения: $q = q_m \cos(\omega_0 t + \alpha)$.

Для реального (с активным сопротивлением) контура: $\mathbf{d^2q/dt^2+RI/L+q/LC=0}$

$\ddot{q}+2\beta\dot{q}+\omega_0^2 q=0$ **-** каноническое дифференциальное уравнение затухающих колебаний, где **β=R/2L** – коэффициент затухания. Решение канонического диф. уравнения: $\boldsymbol{q = q_m e^{-\beta t}\cos(\omega t + \alpha)}$, где $\boldsymbol{\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$**.**

<u>Вынужденные колебания</u> возникают при внешнем периодическом воздействии **переменных э.д.с. ($\xi_m$cosωt) или напряжения ($U_m$cosωt)**. Тогда:
$\mathbf{Ld^2q/dt^2+Rdq/dt+q/C=U_m\cos\omega t}$ $\boldsymbol{\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{U_m}{L}\cos\omega t}$ **-** каноническое дифференциальное уравнение вынужденных колебаний. Частное решение канонического диф. уравнения: $\boldsymbol{q = q_m\cos(\omega t - \psi)}$, где $\boldsymbol{q_m = \frac{U_m}{L}/\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}, tg\psi = 2\beta\omega/(\omega_0^2 + \omega^2)}$. А полное решение, как сумма частного решения неоднородного и общего решения однородного уравнений: $\boldsymbol{q = q_m\,[\cos(\omega t - \psi) + e^{-\beta t}\cos(\omega t + \alpha)]}$**,** где второе слагаемое обращается в ноль вскоре после начала действия переменного напряжения.

При вынужденных колебаниях: $\boldsymbol{U_C = \frac{q_m}{C} = U_{C_m}\cos(\omega t - \psi)}$, и $\boldsymbol{I = \dot{q} = \omega q_m\,\mathrm{si}(\omega t - \psi)}$, где $\boldsymbol{U_{C_m} = U_m\Big/\omega C\sqrt{R^2 + (\omega L - {}^{1}/_{\omega C})^2}, I_m = \omega q_m = U_m\Big/\sqrt{R^2 + (\omega L - {}^{1}/_{\omega C})^2}}$.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Как видно на рис. 15 запас энергии электрического поля превращается в энергию магнитного - и наоборот; эта последовательность вызывает электромагнитные колебания в замкнутом контуре. Переменное электрическое поле возбуждает переменное магнитное поле, которое в свою очередь вызывает переменное электрическое поле. Эта последовательность означает периодическое изменение векторов напряженности, индукции (**D, E**) электрического и магнитного (**H**, **B**) полей в соответствующих участках контура, обладающих электроёмкостью и индуктивностью.

Теорема о циркуляции напряженности электрического поля, Закон Фарадея (закон электромагнитной индукции), теорема Гаусса для индукции магнитного поля в интегральной форме дают основание записать

ПЕРВОЕ: $\oint E_l dl = -\int \left(\frac{\partial B}{\partial t}\right)_n dS$ и **ВТОРОЕ**: $\oint \mathrm{B_n} dS = 0$ **уравнения Максвелла**.

Абсолютно симметрично, теорема о циркуляции напряженности магнитного поля (закон полного тока), теорема Гаусса для индукции электрического поля в интегральной форме дают основание записать

ТРЕТЬЕ: $\oint \mathrm{H}_l dl = \int j_n\, dS + \int \left(\frac{\partial D}{\partial t}\right)_n dS$ и **ЧЕТВЁРТОЕ**: $\oint \mathrm{D_n} dS = \int \rho\, dV$ **уравнения Максвелла**.

Третье уравнение дает закон возникновения магнитного поля и связывает величину напряженности с токами проводимости (макроскопические токи) и токами смещения (микроскопические токи), порождающими магнитное поле. Четвёртое уравнение указывает на наличие «истоков» и «стоков» в объеме окружающей среды (электрические заряды) для вектора индукции электрического поля. Каждому из четырех уравнений в интегральной форме соответствует дифференциальная форма: **ПЕРВОЕ: rotE= -*dB/dt*, ВТОРОЕ: divB=0, ТРЕТЬЕ: rotH=j+*d*D/*d*t, ЧЕТВЁРТОЕ: divD=ρ.**

Пятым, Шестым и Седьмым уравнениями Максвелла будут:

$D=\varepsilon_0\varepsilon E$, $B=\mu_0\mu H$, $j=\sigma E$. Первое и третье уравнения записаны для векторов, следовательно, в скалярном виде их шесть. Итого получается система из одиннадцати уравнений Максвелла. Решение этой системы уравнений – фундаментальный подход электродинамики. Если записать систему уравнений для нейтральной (без разделенных зарядов, **ρ=0**) и непроводящей (без носителей заряда или с их нулевой подвижностью, **j=0**) окружающей среды, то получим:

$dB/dt=\mu_0\mu dH/dt$; $\partial D/\partial t=\varepsilon_0\varepsilon\partial E/\partial t$; $divB=\mu_0\mu divH$; $divD=\varepsilon_0\varepsilon divE$; $divH=0$; $divE=0$;

$rotE=-\mu_0\mu dH/dt$; $rotH=\varepsilon_0\varepsilon\partial E/\partial t$; $rot(rotE)=-\mu_0\mu dH/dt$; $rot(rotH)=\varepsilon_0\varepsilon dE/dt$.

Следовательно, **rot(rotE)=-$\mu_0\mu\varepsilon_0\varepsilon$($d^2E/dt^2$)** и симметрично **rot(rotH)=-$\mu_0\mu\varepsilon_0\varepsilon$($d^2H/dt^2$)**, т.к. **rot(rotE)=graddivE-ΔE**, а поскольку **graddivE=0**, то **rot(rotE)=-ΔE, а rot(rotH)=-ΔH**, где $\Delta\boldsymbol{E} = \frac{d^2E}{dx^2} + \frac{d^2E}{dy^2} + \frac{d^2E}{dz^2}$ и $\Delta\boldsymbol{H} = \frac{d^2H}{dx^2} + \frac{d^2H}{dy^2} + \frac{d^2H}{dz^2}$. Получаем два симметричных уравнения: **ΔE=$\mu_0\mu\varepsilon_0\varepsilon$($d^2E/dt^2$)**; **ΔH=$\mu_0\mu\varepsilon_0\varepsilon$($d^2H/dt^2$)**; которые называют дифференциальными уравнениями волнового процесса – *распространение в пространстве энергии электрического и магнитного полей (электромагнитное излучение или электромагнитная волна).* Реальные колебательные контуры представляют собой источники электромагнитных волн (см. рис. 16). На краях конденсатора или соленоида линии напряженности выходят за конструктивные пределы ёмкости и индуктивности, что приводит к распространению энергии за пределы замкнутого контура и возбуждению электромагнитной волны.

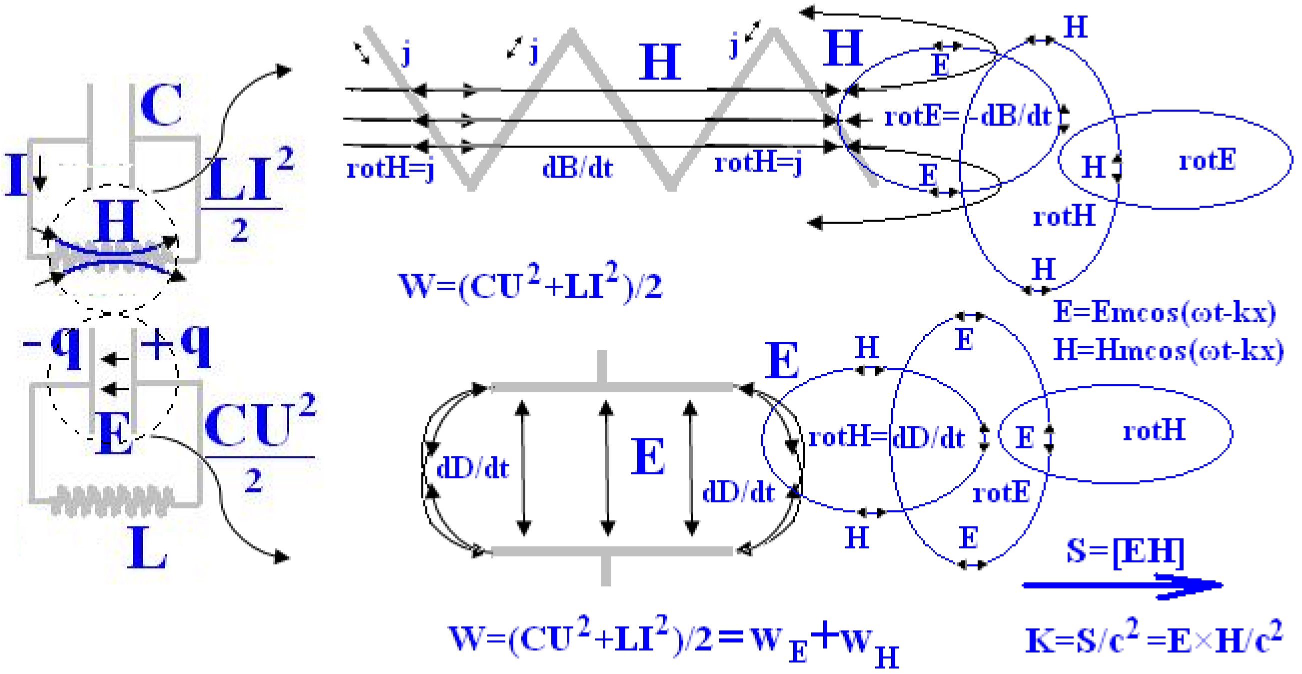


Рис. 16 – Иллюстрация вихревого характера электроиагнитного поля. Последовательность возбуждения электромагнитной волны за счет энергии электрического и магнитного полей колебательного контура, содержащем не идеальные индуктивность и ёмкость. Изменение во времени электрического поля на краях конденсатора возбуждает переменное магнитное поле. Изменение во времени магнитного поля на краях соленоида возбуждает переменное электрическое поле, которое в свою очередь вызывает переменное магнитное поле.

Теория Максвелла утверждает принципиальную возможность существования электромагнитных полей в виде распространения энергии электромагнитными волнами (излучением). Фазовая скорость электромагнитной волны $\boldsymbol{v} = (\boldsymbol{\varepsilon_0\mu_0\varepsilon\mu})^{-0.5}$, в вакууме

$\varepsilon=1$ и $\mu=1$, тогда $\boldsymbol{v} = (\boldsymbol{\varepsilon_0 \mu_0})^{-0.5} = \text{с} = \mathbf{3 \times 10^8}$ $^{\text{м}}/_{\text{с}}$. Таким образом в вакууме электромагнитные волны в вакууме распространяются со скоростью света.

Для электромагнитной волны с волновым фронтом в плоскости **YZ:** $\mathbf{E_y=E_m\cos(\omega t-kx+\alpha)}$ и $\mathbf{H_z=H_m\cos(\omega t-kx+\alpha)}$ направление скорости $\boldsymbol{v}$ совпадает с осью **X.** Кроме того, соблюдаются равенства: $\mathbf{kE_m=\mu_0\mu\omega H_m}$ и $\mathbf{\varepsilon_0\varepsilon\omega E_m=kH_m}$, откуда $\mathbf{\varepsilon_0\varepsilon E_m^2= \mu_0\mu H_m^2}$ и $\mathbf{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}E_m=\sqrt{\mu_0\mu}H_m}$.

Энергия и импульс электромагнитного поля.

Векторы E и H в вакууме изменяются синфазно. Плотность распространяющейся в пространстве электромагнитной энергии представляет совокупность плотностей энергии полей электрического и магнитного:

$$\boldsymbol{w = w_E + w_H = (\varepsilon_0 \varepsilon E^2 + \mu_0 \mu H^2)/2}.$$

В непроводящей среде $w_E=w_H$, с учетом $\mathbf{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}E_m=\sqrt{\mu_0\mu}H_m}$ можно записать:

$$\boldsymbol{w = \varepsilon_0 \varepsilon E^2 \equiv \mu_0 \mu H^2 \equiv \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}\, EH = EH/v}.$$

Для характеристики потока электромагнитной энергии (произведение плотности энергии на скорость распространения электромагнитной волны с размерностью $\text{Вт}\times\text{м}^{-2}$) используют вектор Пойнтинга: $\boldsymbol{S = [EH]}$.

Магнитное поле действует на единичный объем любого тела, по которому протекает электрический ток, пропорционально плотности тока и индукции поля: $\boldsymbol{F = [jB]}$, если тело полностью поглощает энергию поля, то оказываемое давление совпадает по величине с плотностью энергии этого поля $\mathbf{P= w}$, если тело отражает электромагнитную волну и коэффициент отражения **k** от 0 до1, тогда давление $\mathbf{P=(1+k)\,w}$.

Т.к. импульс воспринимаемый телом от электромагнитной волны – быстрота изменения действующей силы, то импульс единичного объема (м^3) электромагнитного поля: $\mathbf{K=S/c^2=E\times H/c^2}$. Поскольку поле обладает импульсом и скоростью, то формально, можно ввести термин эффективной массы или массы одного кубического метра поля ($\mathbf{m_{\text{ед. об}}}$) - плотности, тогда $\mathbf{K= m_{\text{ед. об}}\, c}$, где $\mathbf{m_{\text{ед. об}} =EH/c^3}$, $\mathbf{m_{\text{ед. об}} =w/c^2}$, что позволяет опять же формально записать соотношение между энергией и массой $\mathbf{W=mc^2}$.

ЗАКОНЫ ОПТИКИ

Световая волна. В электромагнитной волне происходит распространение колебаний векторов **E** и **H** (напряженности электрического и магнитного полей). *Волновая оптика* – совокупность явлений электромагнитного излучения энергии, в основе которых волновая природа света. В качестве *светового вектора* общепринято использовать вектор **E**, помня о том, что вектор **H** изменяется аналогично. Изменение светового вектора во времени и пространстве описывает уравнение:

$E = A\cos(\omega t - kr + \alpha)$, где модуль амплитуды светового вектора $\mathbf{A=E_{max}}$, $\boldsymbol{\omega}$ – частота колебаний светового вектора, **k** – волновой вектор, **r** – радиус вектор от источника вдоль направления распространения волны, α начальная фаза колебания, которую для удобства будем полагать равной нулю. Для сферической волны **A** убывает, как 1/r, а для плоской неизменна. Отношение скорости световой волны в вакууме (**c**=$3{\times}10^8$м/с) к фазовой скорости в среде $\mathbf{v=\omega/k=(\varepsilon_0\mu_0\varepsilon\mu)^{-0.5}}$ называется абсолютным показателем среды **n=c/v** или оптической плотностью среды. В переменных электромагнитных полях **ε** зависит от частоты изменения вектора **E**, что вызывает явление *дисперсии* – зависимости скорости распространения света в среде (плотности среды) от частоты (длины волны). Длина световой волны **λ** в среде с показателем преломления **n** связана с длиной волны $\boldsymbol{\lambda_0}$в вакууме соотношением: $\boldsymbol{\lambda=\lambda_0/n}$. Для характеристики усредненного потока энергии света используют вектор Пойнтинга: $\boldsymbol{S} = [\boldsymbol{EH}]$. Поскольку $\boldsymbol{\varepsilon_0\varepsilon E_m^2= \mu_0\mu H_m^2}$, а $\mathbf{n\sim\varepsilon^{-0.5}}$ можно записать, что $\mathbf{A=E_{max}\sim H_{max}/n}$ и среднее значение величины вектора Пойнтинга $\mathbf{S=I=nA^2}$, где **I** – *интенсивность световой волны*. Интенсивность света пропорциональна оптической плотности среды и квадрату амплитуды световой волны.

Световое излучение тела слагается из волн, испускаемых атомами (за время излучения отдельного атома ~10^{-8} с создается *цуг волн* длиной около 3м). Возбужденные отдельными атомами цуги волн налагаются друг на друга и образуют результирующую световую волну. Плоскость колебаний вектора **E** в каждом цуге волн ориентирована случайным образом, поэтому естественный свет образован огромным числом колебаний вектора **E**, произвольно ориентированных в пространстве. Если световой поток образован упорядоченными колебаниями вектора **E**, то такой свет называют поляризованным. Если все колебания вектора **E** в одной плоскости – *плоскополяризованный свет* (линейнополяризованный). Если вектор **E** поворачивается вокруг направления распространения, описывая эллипс или окружность, такой свет называют *эллиптически поляризованным* или *поляризованным по кругу*.

Фотометрические величины и единицы. *Сила света* – поток излучения в одном стерадиане: **I=dΦ/dΩ,** где **Ω** – телесный угол распространения света, **Φ** – полный световой поток. Единица силы света – кандела (кд). *Световой поток* – излучение изотропного источника света с силой света 1 кд в пределах угла 1ср. Единица светового потока – люмен (лм). *Освещенность* – поток света в 1 лм, равномерно распределенный на площади 1 $м^2$, $\mathbf{E=d\Phi_{падающий}/dS}$. Единица освещенности – люкс (лк). *Светимость* – характеристика протяженного источника света. $\mathbf{M=d\Phi_{испускаемый}/dS}$. Единица светимости – люмен на квадратный метр (лм/$м^2$) по всем направлениям от источника. *Яркость* – характеризует излучение в выбранном направлении. $\mathbf{L=d\Phi_{испускаемый}/ d\Omega\, \Delta S \cos\Theta}$, где **dΩ** – телесный угол; $\mathbf{\Delta S{\times}\cos\Theta}$ – площадь источника перпендикулярная направлению распространения света. Единица яркости – кандела от квадратного метра (кд/м^2). Для ламбертовских источников (яркость одинакова по всем направлениям) **M=πL**.

Геометрическая оптика. *Принцип Ферма*: свет распространяется по такому пути, оптическая длина которого минимальна. Оптическая длина на величину оптической плотности среды всегда больше, чем геометрическая длина $\mathbf{l_{оптич}}=\int_1^2 \boldsymbol{n dl}_{\text{геометр.}}$ Все возможные пути распространения света называются *таутохронными*, т.е. одинаковое время прохождения. Следовательно, луч света пройдет путь из т.1 в т. 2 за такое же время, как и путь т.2 в т. 1. Из принципа Ферма следуют законы геометрической оптики.

Принцип Гюйгенса. Каждая точка фронта световой волны – центр вторичных сферических волн; положение волнового фронта в следующий момент времени совпадает с поверхностью, огибающей вторичные волны. Принцип Гюйгенса иллюстрирует законы геометрической оптики.

Интерференция света. Если две волны одинаковой частоты (монохроматические волны) возбуждают в некоторой точке пространства колебания вектора E, т.е. $\mathrm{E}_\mathbf{1} = \mathrm{A}_\mathbf{1}\cos(\omega t - kr_1)$ **и** $\mathrm{E}_2 = \mathrm{A}_2\cos(\omega t - kr_2)$**.** Тогда, амплитуда результирующего колебания $\mathrm{A}^2 = \mathrm{A}_1^2 + \mathrm{A}_2^2 + 2\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2\cos\delta$**,** где $\delta = kr_2 - kr_1$**.** Если величина **δ** остается во времени постоянной, то такие волны называют *когерентными*. В случае некогерентных волн **δ** непрерывно меняется во времени и принимает с равной вероятностью разные значения, что приводит к среднему значению **cosδ=0**. Поэтому $\mathrm{A}^2 = \mathrm{A}_1^2 + \mathrm{A}_2^2$**.** Следовательно, соотношения: $\mathbf{I} = \mathbf{I_1} + \mathbf{I_2} + 2\sqrt{\mathbf{I_1 I_2}}\cos\delta$ и $\mathbf{I} = \mathbf{I_1} + \mathbf{I_2}$ выполняются для когерентных и некогерентных волн, соответственно. Таким образом, при наложении когерентных волн происходит перераспределение светового потока в пространстве. В результате чего в одних точках пространства возникают максимумы интенсивности света, а в других минимумы. Это явление называют *интерференцией света*. Чтобы наблюдать интерференцию, необходимо создать когерентные волны света, преломляя или отражая световую волну; если лучи света пройдут разные оптические пути, то при их наложении возникнет интерференция. Разность оптических путей должна быть много меньше, чем длина одного цуга волн (~3м), а в противном случае, в наложении будут участвовать колебаний разных цугов волн, для которых разность фаз изменяется стохастическим образом.

Рис. 17 иллюстрирует наложение двух когерентных волн, когда после разделения на две волны в т. О и встречаясь в т. Р, одна волна прошла путь $\mathbf{l_{геометр.1}}$ в среде с оптической плотностью $\mathbf{n_1}$, а другая в среде с оптической плотностью $\mathbf{n_2}$ прошла путь $\mathbf{l_{геометр.2}}$.

Разность фаз в т. Р составит

$$\delta = \frac{\omega}{c}\left(\mathbf{n_2 l}_{\text{геометр.}\mathbf{2}} - \mathbf{n_1 l}_{\text{геометр.}\mathbf{1}}\right) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta \qquad \mathbf{(1),}$$

где $\boldsymbol{\lambda_0}$ – длина волны в вакууме, $\mathbf{\Delta = l_{оптич}}$ – оптическая разность хода лучей света.

Если оптическая разность хода лучей равна целому числу длин волн в вакууме,

$$\Delta = \pm m\lambda_0 \ \mathbf{(m=0,1,2\ldots)} \qquad \mathbf{(2),}$$

то разность фаз кратна 2π и колебания вектора **E** в т. **P**, возбуждаемые когерентными волнами, происходят с одинаковой фазой и условие (2) – ***условие интерференционного максимума***.

Если оптическая разность хода лучей равна полуцелому числу длин волн в вакууме,

$$\Delta = \pm\left(m + \tfrac{1}{2}\right)\lambda_0 \ \mathbf{(m=0,1,2\ldots)} \qquad \mathbf{(3),}$$

то разность фаз кратна π и колебания вектора **E** в т. **P**, возбуждаемые когерентными волнами, происходят в противофазе и условие (3) – ***условие интерференционного минимума***.

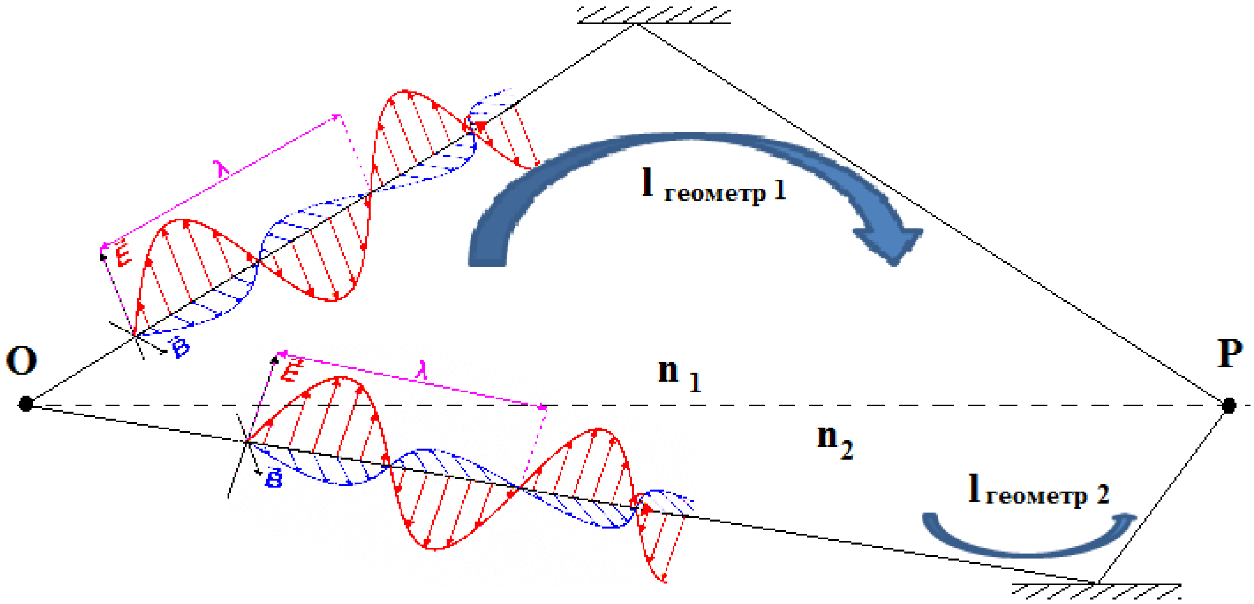


Рис. 17 Иллюстрация наложение двух когерентных волн, когда после разделения на две волны в т. О они встречаются в т. Р

Интерференция в результате дифракции света на щели.

Рисунок 18 иллюстрирует наложение двух когерентных волн, образованных в результате дифракции света на щели шириной **d**, и формирование интерференционной картины на экране.

Из рисунка видно, что $\mathbf{s_1^2=l^2+(x\text{-}d/2)^2}$, $\mathbf{s_2^2=l^2+(x+d/2)^2}$ и $\mathbf{s_1^2\text{-}\ s_2^2=(s_1\text{-}s_2)(s_1\text{-}s_2)=2dx}$.

Если **d<<l,** то и x<<l, тогда $\mathbf{(s_1+s_2)\ =\ 2l}$ и $\mathbf{(s_1\text{-}s_2)=xd/l}$. Умножая на показатель преломления геометрическую разность хода $\mathbf{(s_1\text{-}s_2)}$, получаем оптическую разность хода лучей от краёв щели:

$$\Delta = nxd/l \qquad (4).$$

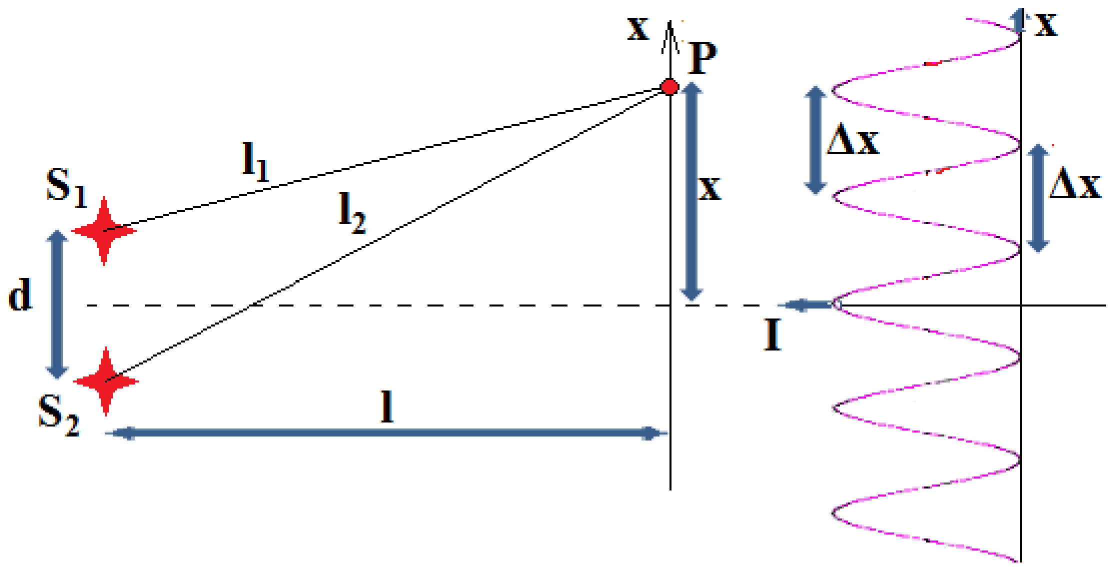


Рис. 18 Иллюстрация формирования интерференционной картины на экране (**I=f(x)**) наложением двух когерентных волн (от источников S_1 и S_2), образованных в результате дифракции света на щели шириной **d**.

Подставляя (4) в (3) и (2), получим условия максимума и минимума для координаты т. Р на экране:

$$x_{max} = \pm m\frac{l}{d}\lambda \text{ (m=0,1,2…)} \quad \textbf{(2.1),}$$

$$x_{min} = \pm\left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{l}{d}\lambda \text{ (m=0,1,2…)} \quad \textbf{(3.1)},$$

где $\lambda = \lambda_0/n$ – длина волны в среде между щелью и экраном.

Из (2.1) и (3.1) следует, что расстояние между полосами интерференции и ширина полосы (максимума и минимума) имеют одинаковую величину: $\Delta x = \frac{l}{d}\lambda$ **(5).**

Интерференция света от тонких пластинок. Рисунок 19 иллюстрирует наложение двух когерентных волн, образованных в результате отражения света от границ раздела сред разной оптической плотности, например, тонкая плоскопараллельная прозрачная (стеклянная) пластина в воздухе. От пластины исходят два параллельных пучка света **1** отразился от границы воздух/стекло, а 2 – от границы раздела стекло/воздух.

Оптическая разность хода лучей 1 и 2 составляет:

$$\Delta = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2\Theta_1} \quad (6).$$

В т. С (см. рис. 19) отражение света происходит от границы раздела со средой, которая оптически более плотная. В т. О, наоборот, свет отражается от границы раздела со средой с меньшей оптической плотностью. В первом случае происходит изменение фазы колебания вектора **E** на величину π, а во втором случае волна отражается без изменения фазы колебания вектора **E**.

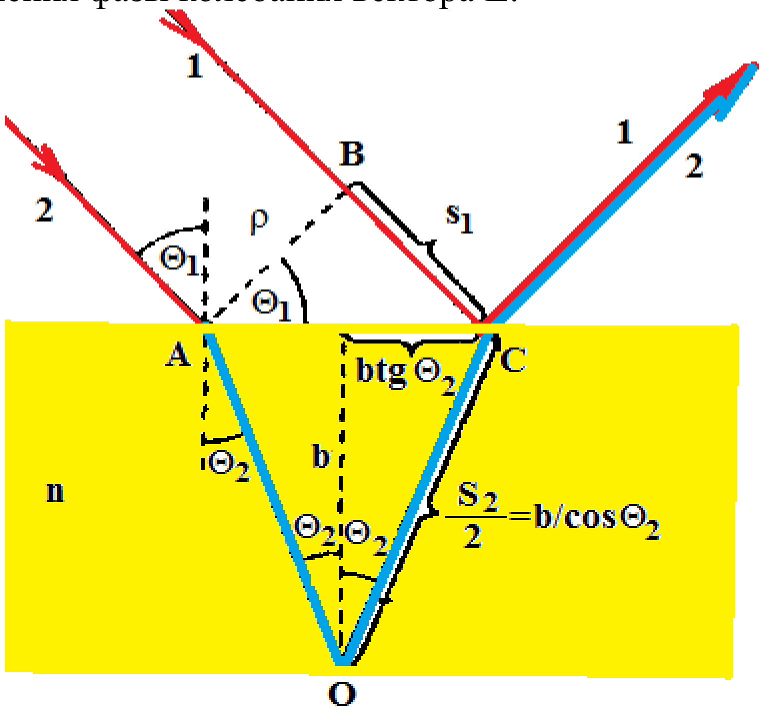


Рис. 19 Иллюстрация наложение двух когерентных волн, образованных в результате отражения света от первой границы раздела воздух/стекло и второй - стекло/воздух.

Следовательно между лучами 1 и 2 возникает дополнительная разность фаз, которую можно учесть, если к оптической разности хода добавить $\pm\lambda_0/2$ и тогда:

$$\Delta = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2\Theta_1} - \frac{\lambda_0}{2} \quad (7).$$

Вследствие необходимости условия когерентности, интерференция при освещении стеклянной пластины солнечным светом будет наблюдаться только при условии ρ~ b и толщине пластины не более 0.2 мм. В этих условиях можно наблюдать интерференционную картину, которую называют ***полосы равного наклона***. На тонких пластинках и пленках переменной толщины (клин) возникают интерференционные картины, называемые ***полосами равной толщины***. Самый наглядный пример ***полос равной толщины*** – кольца Ньютона. Интерференционная картина возникает при отражении света от соприкасающихся пластины и выпуклой линзы с большим радиусом кривизны. Роль пленки переменной толщины выполняет воздушная прослойка. Радиусы светлых и тёмных колец Ньютона можно вычислить по формуле:

$$\boldsymbol{r = \sqrt{R\lambda_0(m-1)/2}} \ \ \mathbf{(m=1,2,3,\ldots)} \qquad \mathbf{(8).}$$

Чётным **m** отвечают светлые, а нечетным – тёмные кольца Ньютона. При **m=1** кольцо вырождается в точку в месте касания пластины и линзы и наблюдается минимум из-за изменения фазы на $\boldsymbol{\pi}$ при отражении света от пластинки.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракция – совокупность явлений при распространении света в неоднородной среде с переменной оптической плотностью (отклонение от законов геометрической оптики – перераспределение интенсивности вследствие суперпозиции волн).

Принцип Гюйгенса – Френеля. Каждая точка волновой поверхности – источник сферической волны. Результирующее колебание вектора **E** в любой точке **P** пространства:

$$\boldsymbol{E}(\mathrm{P}) = \int_S \boldsymbol{K(\varphi)\frac{a_0}{r}\cos(\omega t - kr + \alpha)dS} \qquad \mathbf{(9),}$$

где K(φ) коэффициент пропорциональности зависящий от угла (если φ=0, K(φ) – максимален, если $\varphi=90^0$, K(φ)=0) между нормалью к поверхности волнового фронта и направлением от dS в т. P, a_0 – амплитуда волны и (ωt+α) – фаза колебания в месте расположения волновой поверхности dS, k – волновое число, r – радиус вектор от элемента волновой поверхности dS до т. P. Выражение (9) – аналитическая запись принципа Гюйгенса – Френеля.

Зоны Френеля. На рисунке 20 представлена методика Френеля для определения амплитуды светового колебания в т. P из источника S. Разбивая волновой фронт на кольцевые зоны, отстоящие от т. P на расстоянии b+nλ/2, где n – номер зоны. Разность площадей соседних зон: $\mathbf{\Delta S_m=S_m-S_{m-1}}$ и из рис. 20 видно, что $\mathbf{r_m^2=a^2-(a-h_m)^2=(b+m\lambda/2)^2-(b+h_m)^2}$ ($\mathbf{h_m}$ - высота сферического сегмента, **a** – радиус волновой поверхности, $\mathbf{r_m}$ - радиус внешней границы **m**–й зоны Френеля).

Площадь **m**–й зоны Френеля $\mathbf{S_m=\pi abm\lambda/(a+b)}$ и

$$\mathbf{\Delta S_m=\pi ab\lambda/(a+b)} \qquad \mathbf{(10)}.$$

Площади зон Френеля примерно равны. Колебания, приходящие в т. P от соседних зон находятся в противофазе и результирующее колебание при равенстве площадей этих зон будет иметь почти нулевую амплитуду. Если на пути световой волны перекрыть все четные (нечетные), то интенсивность света в т. P возрастет в два раза. Ещё больший эффект достигается, если изменить фазу колебания на $\boldsymbol{\pi}$ для всех четных (нечетных) - интенсивность света в т. P возрастет в четыре раза.

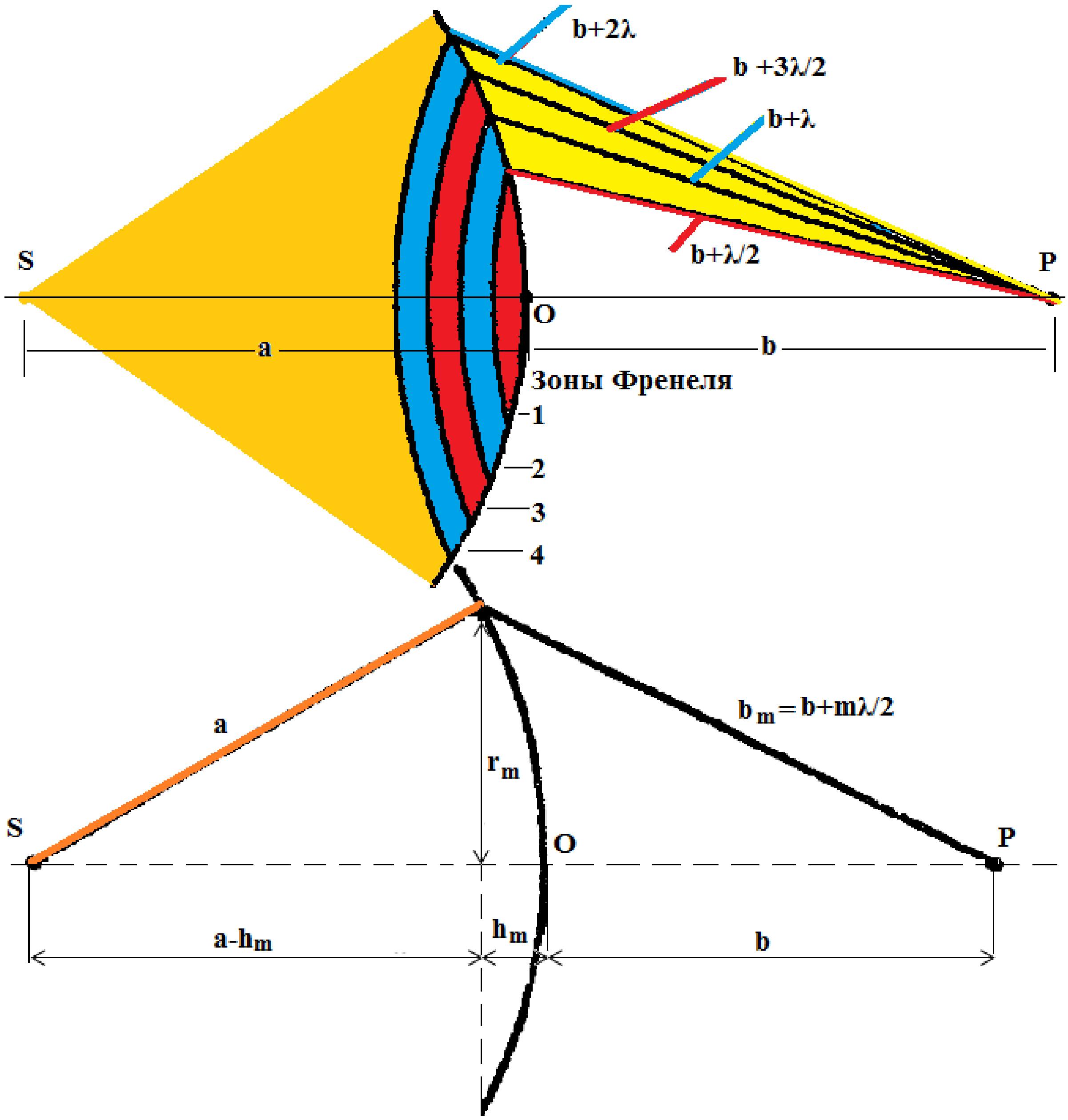


Рис. 20 Зоны Френеля

Дифракция Фраунгофера от щели.

Если световая волна встречает на своём пути большое число щелей, расположенных периодически, то соотношение (9) дает для результирующего вектора **E**:

$$\boldsymbol{E(\varphi)} = \boldsymbol{E_0} \frac{\sin\left(\pi b \sin^{\varphi}/_{\lambda}\right)}{\pi b \sin^{\varphi}/_{\lambda}} \qquad (11).$$

При углах φ, удовлетворяющих условию $\pi b\sin {}^{\varphi}/_{\lambda} = \pm k\pi$, т.е.

$b\sin\varphi = \pm k\lambda$ (k=1,2,3,….) (12)

и $b\sin\varphi = \pm(k + \frac{1}{2})\lambda$ (k=1,2,3,….) (13)

будут наблюдаться минимум и максимум интенсивности света, соответственно.

Характер дифракции зависит от величины безразмерного параметра:

$\mathbf{b^2/l\lambda}$, где b – ширина щели; l – расстояние от щели до экрана; λ – длина волны. Ели этот параметр << 1, то наблюдается дифракция Фраунгофера; если $\mathbf{b^2 \sim l\lambda}$ – дифракция Френеля и если $\mathbf{b^2} \gg \mathbf{l\lambda}$ дифракции нет, работают законы геометрической оптики.