

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета энергетика и систем  
управления



А.В. Бурковский /

16.02. 2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

«Теория экстремальных задач и математическое  
программирование»

Направление подготовки 27.03.04 Управление в технических системах

Профиль Управление и информатика в технических системах

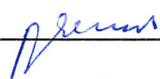
Квалификация выпускника бакалавр

Нормативный период обучения 4 года

Форма обучения очная

Год начала подготовки 2023

Автор программы

 Е.М. Васильев

Заведующий кафедрой


Электропривода,

автоматики и управления в

технических системах

 В.Л. Бурковский

Руководитель ОПОП

 Ю.В. Мурзинов

Воронеж 2023

## **1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

**1 Цель изучения дисциплины** – овладение студентами концепцией многоальтернативности технических решений и принципа оптимального выбора

**Для достижения цели ставятся задачи:**

изучение методов нахождения безусловных и условных экстремумов различных классов функций одной и нескольких переменных;

умение применять полученные знания для правильной постановки задачи поиска оптимального значения функции цели и выбора метода её решения;

приобретение навыков самостоятельного решения задач оптимизации путём составления программ на языках высокого уровня, а также с помощью современных математических пакетов.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП**

Дисциплина «Теория экстремальных задач и математическое программирование» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений блока Б.1 учебного плана.

## **3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций

- ПК-1 Способность осуществлять проведение работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований, по выполнению экспериментов и оформлению результатов исследований, осуществлять подготовку проектов планов и программ проведения этих работ.
- ПК-3 Способность к определению целесообразности автоматизации процессов управления, к разработке информационного обеспечения автоматизированной системы управления производством и заданий на

проектирование её оригинальных компонентов, к контролю ввода её в действие и эксплуатации.

### В результате освоения дисциплины обучающийся должен

№ п/п	Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Тип ОМ	Показатели оценивания
1	ПК-1	<b>Знать:</b> методы нахождения безусловных и условных экстремумов различных классов функций одной и нескольких переменных	Вопросы	Полнота знаний
		<b>Уметь:</b> применять полученные знания для правильной постановки задачи поиска оптимального значения функции цели и выбора метода её решения	Стандартные задания	Наличие умений
		<b>Владеть:</b> навыками самостоятельного решения задач оптимизации путём составления программ на языках высокого уровня, а также с помощью современных математических пакетов.	Прикладные задания	Наличие навыков
2	ПК-3	<b>Знать:</b> классификацию экстремальных задач и принципы их решения	Вопросы	Полнота знаний
		<b>Уметь:</b> применять полученные знания для правильной постановки задачи на проектирование систем	Стандартные задания	Наличие умений
		<b>Владеть:</b> навыками формализации вербальной постановки экстремальных задач	Прикладные задания	Наличие навыков

## 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины «Теория экстремальных задач и математическое программирование» составляет 5 зачетных единиц. Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий очная форма обучения

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры
		5
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	84	84
В том числе:		
Лекции	36	36
Практические занятия (ПЗ)	24	24
Лабораторные работы (ЛР)	24	24
<b>Самостоятельная работа</b>	60	60
Часы на контроль	36	36
Виды промежуточной аттестации - экзамен	+	+
Общая трудоемкость: академические часы	180	180
зач.ед.	5	5

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по занятиям

#### очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Лабо рат.	Пра к зан.	СРС	Всего, час
1	Введение	Понятие о задачах оптимизации в теории управления и принятия решений. Предмет и задачи теории оптимизации, её основные термины: локальный и абсолютный экстремум, максимум и минимум, мода. Выпуклые множества и функции, их свойства, используемые в теории оптимизации.	2	-	-	-	2
2	Критерии эффективности системы и ограничения.	<p>Определение критерия эффективности системы и проблема выбора критерия в задачах оптимизации. Специальные и общие критерии цели. Требования к критериям.</p> <p>Ограничения в задачах оптимизации и их взаимосвязь с критериями эффективности. Многокритериальные задачи оптимизации, способы их сведения к задаче с одним критерием</p>	4	-	2	6	12
3	Методы нахождения экстремума функции	Постановка задачи нахождения экстре-	8	10	4	16	38

	<p>одной переменной.</p>	<p>мума функции одной переменной. Необходимые и достаточные условия существования одномерного экстремума для дискретных, непрерывных и гладких функций.</p> <p>Аналитический метод нахождения одномерного экстремума. Его взаимосвязь с необходимыми и достаточными условиями существования экстремума. Примеры применения метода. Его достоинства и недостатки.</p> <p>Численные методы одномерного поиска экстремума. Способ равномерного перебора. Сущность способа и характеристики его сходимости. Модификации способа перебора, их достоинства, недостатки и область применения. Метод деления пополам. Сущность метода и алгоритм его реализации.</p> <p><u>Самостоятельное изучение.</u> Характеристики сходимости метода деления пополам в сравнении со способом равномерного перебора.</p> <p>Метод Фибоначчи. Числа Фибоначчи и использование их свойств в алгоритме оптимизации. Характеристики сходимости метода и его коренные от-</p>					
--	--------------------------	--	--	--	--	--	--

		<p>личия от метода дихотомии. Недостатки метода. Метод “золотого” сечения. Сущность метода, его взаимосвязь с методом Фибоначчи и отличия. Характеристики сходимости.</p> <p><u>Самостоятельное изучение.</u> Сравнение характеристик сходимости различных методов одномерного поиска.</p>					
4	<p>Методы нахождения экстремума функции многих переменных без ограничений.</p>	<p>Постановка задачи нахождения безусловного экстремума функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия существования безусловного многомерного экстремума для дискретных, непрерывных и гладких функций. Матрица Гессе и пример её использования для анализа стационарных точек.</p> <p>Аналитический метод нахождения многомерного безусловного экстремума. Взаимосвязь метода с необходимыми и достаточными условиями существования экстремума, его достоинства и недостатки. Примеры решения задач оптимизации.</p> <p>Численные методы многомерной безусловной оптимизации. Метод покоординатно-</p>	12	14	12	9	47

		<p>го поиска. Сущность метода и его сопоставление с попытками прямого применения методов одномерного поиска для решения многомерных задач. Достоинства и недостатки метода.</p> <p><u>Самостоятельное изучение.</u> Способы смягчения недостатков метода по координатного поиска.</p> <p>Градиентные методы поиска экстремума. Сущность движения по градиенту и алгоритм метода наискорейшего спуска. Модификации метода. Достоинства и недостатки. Примеры решения задач оптимизации при аналитическом и численном определении градиента.</p> <p>Метод сопряженных направлений. Понятие о сопряженных направлениях и способы их определения с помощью матрицы Гессе. Численные способы нахождения матрицы Гессе.</p> <p>Определение сопряженных направлений с помощью градиентов функции цели (метод сопряженных градиентов).</p> <p><u>Самостоятельное изучение.</u> Особенности вычисления направ-</p>					
--	--	---	--	--	--	--	--

		<p>ляющих множителей при организации поиска экстремумов квадратичных и неквадратичных функций.</p>					
5	<p>Методы нахождения экстремума функции многих переменных с ограничениями.</p>	<p>Общая постановка задачи нахождения условного многомерного экстремума. Отличие этой задачи от задачи безусловной оптимизации. Необходимые и достаточные условия существования экстремума при ограничениях-равенствах. Графическое представление необходимых условий.</p> <p>Неопределенные множители Лагранжа и их роль в формировании условий существования экстремума. Функция Лагранжа и её использование для перехода от задачи условной оптимизации к задаче безусловного поиска экстремума.</p> <p>Необходимые и достаточные условия существования экстремума при ограничениях-неравенствах. Особенности, вносимые в задачу оптимизации ограничениями в виде неравенств. Теорема Куна и Таккера.</p> <p><u>Самостоятельное изучение.</u> Приёмы перехода от системы ограничений в виде неравенств к ограничениям</p>	10	-	18	8	36



		<p>равенствам.</p> <p>Аналитические методы решения задачи нелинейного программирования. Метод исключения переменных. Метод множителей Лагранжа. Взаимосвязь этих методов с условиями существования экстремумов. Достоинства и недостатки.</p> <p>Численные методы решения задач условной многомерной оптимизации. Виды математического программирования. Общие сведения о методах решения задач целочисленного, квадратичного, геометрического и динамического программирования.</p>					
<b>Итого</b>			36	24	24	60	144

## 5.2 Перечень лабораторных работ

1. Определение экстремума функции одной переменной методами полного перебора и деления пополам.
2. Определение экстремума функции одной переменной методом золотого сечения и методом Фибоначчи.
3. Определение экстремума функции многих переменных без ограничений методом покоординатного поиска
4. Нахождение безусловного экстремума функции градиентным методом.
5. Нахождение безусловного экстремума функции методом наискорейшего спуска.
6. Нахождение экстремума функции нескольких переменных методом сопряженных градиентов.

## 6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ)

В учебном плане не предусмотрено.

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

#### 7.1.1 Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Способ оценивания	Аттестован	Не аттестован
ПК-1	<b>Знать:</b> методы нахождения безусловных и условных экстремумов различных классов функций одной и нескольких переменных	Опрос на практических занятиях	Активная работа на практических занятиях, ответы на теоретические вопросы	Неудовлетворительные ответы на практических занятиях
	<b>Уметь:</b> применять полученные знания для правильной постановки задачи поиска оптимального значения функции цели и выбора метода её решения	Решение стандартных практических задач,	Выполнение теста на оценку "отлично", "хорошо" или "удовлетворительно".	Выполнение теста на оценку "неудовлетворительно".
	<b>Владеть:</b> навыками самостоятельного решения задач оптимизации путём составления программ на языках высокого уровня, а также с помощью современных математических пакетов.	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Верное решение задач	Задачи не решены

ПК-3	<b>Знать:</b> классификацию экстремальных задач и принципы их решения	Опрос на практических занятиях	Активная работа на практических занятиях, ответы на теоретические вопросы	Неудовлетворительные ответы на практических занятиях
	<b>Уметь:</b> применять полученные знания для правильной постановки задачи на проектирование систем	Решение стандартных практических задач,	Выполнение теста на оценку "отлично", "хорошо" или "удовлетворительно".	Выполнение теста на оценку "неудовлетворительно".
	<b>Владеть:</b> навыками формализации вербальной постановки экстремальных задач	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Верное решение задач	Задачи не решены

### 7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 3 семестре для очной формы обучения по четырехбалльной системе:

«отлично»;  
«хорошо»;  
«удовлетворительно»;  
«неудовлетворительно».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Способ оценивания	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неудовл.
ПК-1	<b>Знать:</b> методы нахождения безусловных и условных экстремумов различных классов функций одной и нескольких пе-	Опрос	Полный ответ. Делаются обоснован-	Демонстрируется умение анализировать мате-	Демонстрируются поверхностные знания	Затрудняется ответить

	ременных		ные вы- воды. Демон- стриру- ются глубокие знания.	риал, од- нако не все выводы носят ар- гументи- рованный и доказа- тельный характер. Неполный ответ.	вопроса. Имеются затрудне- ния с вы- водами.			
	<b>Уметь:</b> применять полученные знания для правильной постановки задачи поиска оптимального значения функции цели и выбора метода её решения	Решение стандартных практических задач в форме теста	Выполнение теста на 90-100%	Выполнение теста на 80-90%	Выполнение теста на 70-80%	В тесте менее 70% правильных ответов		
	<b>Владеть:</b> навыками самостоятельного решения задач оптимизации путём составления программ на языках высокого уровня, а также с помощью современных математических пакетов.	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены		
ПК-3	<b>Знать:</b> классификацию экстремальных задач и принципы их решения	Опрос	Полный ответ. Делаются обоснованные выводы. Демонстрируются глубокие знания.	Демонстрируется умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер.	Демонстрируются поверхностные знания вопроса. Имеются затруднения с выводами.	Затрудняется ответить		

				Неполный ответ.			
	<b>Уметь:</b> применять полученные знания для правильной постановки задачи на проектирование систем	Решение стандартных практических задач в форме теста	Выполнение теста на 90-100%	Выполнение теста на 80-90%	Выполнение теста на 70-80%	В тесте менее 70% правильных ответов	
	<b>Владеть:</b> навыками формализации вербальной постановки экстремальных задач	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены	

## 7.2 Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

### 7.2.1 Примерный перечень вопросов для подготовки к тестированию

1. Аналитический метод нахождения безусловного экстремума функции одной переменной. Достоинства и недостатки метода.
2. Нахождение экстремума функции одной переменной методом равномерного перебора; его достоинства и недостатки.
3. Сущность метода деления пополам и алгоритм поиска этим методом.
4. Характеристики сходимости метода дихотомии и их связь с настраиваемыми параметрами алгоритма.
5. Понятие о золотом сечении отрезка. Числовые характеристики золотого сечения и его основные свойства.
6. Нахождение экстремума функции одной переменной методом золотого сечения. Сущность метода, алгоритм поиска и его отличие от метода деления пополам.
7. Характеристики сходимости золотого сечения и их связь с настраиваемыми параметрами алгоритма поиска.
8. Аналитический метод нахождения безусловных экстремумов функции не-

скольких переменных. Достоинства и недостатки метода.

9. Возможность численного нахождения многомерного экстремума с помощью методов одномерного поиска.

10. Сущность метода покоординатного поиска многомерного экстремума. Достоинства метода, недостатки и пути их смягчения.

11. Настраиваемые параметры алгоритма покоординатного поиска и их влияние на сходимость метода

12. Понятие о градиенте функции нескольких переменных. Графическое представление градиента и его составляющих.

13. Нахождение экстремума методом движения по градиенту. Достоинства и недостатки метода.

14. Влияние настраиваемых параметров алгоритма поиска на сходимость метода.

15. Сущность метода крутого восхождения, сравнение этого метода с градиентным.

16. Настраиваемые параметры алгоритма крутого восхождения и их влияние на сходимость метода.

17. Нахождение экстремума функции многих переменных методом сопряженных градиентов. Графическая иллюстрация метода.

18. Сопоставительный анализ сходимости различных градиентных методов.

### **7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач**

Тесты:

1. Что такое критерий оптимизации?

1.1. Правило поиска экстремума

1.2. Признак, используемый для отбора вариантов

1.3. Способ вычисления функции цели

1.4. Показатель точности нахождения экстремума

2. Что определяют ограничения в задачах оптимизации?

2.1. Допустимую область определения функции цели.

2.2. Допустимую область существования функции цели

2.3. Допустимое количество шагов поиска

2.4. Допустимое количество переменных

3. Что такое необходимое условие существования экстремума?

3.1. Условие, при выполнении которого у функции существует экстремум

3.2. Условие, при выполнении которого экстремум может существовать или не существовать

3.3. Условие, при невыполнении которого у функции не существует экстремум

3.4. Условие, при невыполнении которого у функции экстремум может существовать или не существовать

4. Что такое достаточное условие существования экстремума?

4.1. Условие, при выполнении которого у функции существует экстремум

4.2. Условие, при выполнении которого экстремум может существовать или не существовать

4.3. Условие, при невыполнении которого у функции не существует экстремум

4.4. Условие, при невыполнении которого у функции экстремум может существовать или не существовать

5. Что такое необходимое и достаточное условие существования экстремума?

5.1. Условие, при выполнении которого у функции существует экстремум

5.2. Условие, при выполнении которого экстремум может существовать или не существовать

5.3. Условие, при невыполнении которого у функции не существует экстремум

5.4. Условие, при невыполнении которого у функции экстремум может существовать или не существовать

6. Что такое одномерный поиск экстремума?

6.1. Поиск одного экстремума функции цели

6.2. Поиск по одному критерию оптимизации

6.3. Поиск по одной переменной

6.4. Однократный поиск

7. Во сколько раз сокращается интервал неопределённости за один цикл поиска экстремума методом деления пополам?

7.1. В два раза

7.2. Больше, чем в два раза

7.3. Меньше, чем в два раза

7.4. Заранее не известно.

8. В каком соотношении должны находиться длина  $h$  пробного шага и длина  $\varepsilon$  конечного интервала неопределённости при поиске экстремума методом деления пополам?

8.1. В любом

8.2.  $h < 2\varepsilon$

8.3.  $h \leq \varepsilon$

8.4.  $h < \varepsilon$

9. Какое наименьшее количество шагов поиска методом деления пополам надо сделать, чтобы уменьшить начальный интервал неопределённости в 100 раз?

9.1. 4

9.2. 5

9.3. 7

9.4. 9

10. Какое число соответствует золотой пропорции?

10.1. 0,707

10.2.  $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

10.3.  $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$

10.4.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

11. Во сколько раз сокращается интервал неопределённости за один цикл поиска экстремума методом золотого сечения?

11.1.  $0,707^{-1}$

11.2.  $(\frac{-1+\sqrt{5}}{2})^{-1}$

11.3.  $(\frac{-1+\sqrt{3}}{2})^{-1}$

11.4.  $(\frac{\sqrt{2}}{2})^{-1}$

12. Каким методом поиска экстремума (делением пополам (1) или золотого сечения (2)) придётся делать больше шагов для достижения экстремума с одинаковой точностью?

8.1. 1

8.2. 2

8.3. Одинаково

8.4. Нельзя сказать заранее

13. Какое наименьшее количество шагов поиска методом золотого сечения надо сделать, чтобы уменьшить начальный интервал неопределённости в 100 раз?

9.1. 8

9.2. 10

9.3. 12

9.4. 14

14. Куда направлен градиент функции?

14.1. В направлении наибольшего возрастания функции

14.2. В направлении наибольшего убывания функции

14.3. По касательной к линии равного уровня функции

14.4. В направлении глобального экстремума



15. Какие выражения описывают квадратичную функцию?

15.1.  $bx + \frac{x^T Gx}{2}$

15.2.  $a + bx + \frac{xGx}{2}$

15.3.  $a + \frac{x^T Gx}{2}$

15.4.  $a + bx + \frac{Gx^2}{2}$

16. Какой метод сходится к экстремуму неквадратичной функции за меньшее число шагов?

16.1. Метод покоординатного поиска

16.2. Метод наискорейшего спуска

16.3. Метод сопряжённых градиентов

16.4. Метод крутого восхождения

### 7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

Сформулировать задачу оптимизации. Осуществить выбор переменных задачи, критерия оптимизации и ограничений. Обосновать сделанный выбор.

#### Варианты объектов оптимизации

1. Блок питания стационарной системы управления.
2. Блок питания автономной системы управления.
3. Система городского пассажирского транспорта.
4. Система электроснабжения передвижного средства.
5. Система электроснабжения населённого пункта.
6. Система противовоздушной обороны.
7. Загрузка контейнеров в трюм корабля.
8. Производственная программа предприятия.
9. Распределение инвестиций по отраслям производства.
10. Распределение транспортных средств по маршрутам.
11. Снабжение сырьём сети перерабатывающих предприятий.
12. Летательный аппарат гражданского назначения.
13. Летательный аппарат военного назначения.
14. Сеть ретрансляционных станций телекоммуникационной системы.
15. Технологический процесс обогащения сырья.
16. Загрузка технологического оборудования изделиями различного вида.
17. Организация ремонтной службы распределённой технической системы.

#### **7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету**

Учебным планом зачет не предусмотрен

#### **7.2.5 Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену**

##### Билет 1

1.Общее понятие о задачах оптимизации систем в теории управления и принятия решений. Примеры таких задач.

2.Нахождение безусловного экстремума функции многих переменных методом покоординатного поиска. Сущность метода и его отличие от попыток механического переноса приемов одномерного поиска на многомерные задачи. Достоинства метода, недостатки и пути их смягчения.

3.Необходимые и достаточные условия существования экстремума функции многих переменных при ограничениях в виде неравенств. Формулировка этих условий в виде теоремы Куна и Таккера. Приёмы практического использования.

##### Билет 2

1.Основные понятия и терминология теории оптимизации : оптимум, экстремум, мода; выпуклые множества и функции, их свойства.

2.Нахождение безусловного экстремума функции многих переменных методом движения по градиентам. Сущность метода и алгоритм поиска. Модификации метода. Достоинства и недостатки. Пример.

3.Необходимые условия существования экстремума функции многих переменных при ограничениях в виде неравенств. Приёмы формирования и практического использования этих условий.

##### Билет 3

1.Понятия о критерии эффективности системы. Проблема выбора специальных и обобщенных критериев и требования к ним. Ограничения и их связь с критериями. Примеры.

2.Нахождение безусловного экстремума функции многих переменных методом сопряженных направлений (градиентов). Сущность метода и его реализация с помощью матрицы Гессе. Алгоритм поиска .Пример.

3.Решение задачи поиска многомерного экстремума при наличии ограничений в виде неравенств методом множителей Лагранжа. Сущность метода и алгоритм решения. Пример.

##### Билет 4

1. Многокритериальные задачи оптимизации и способы их сведения к задачам с одним критерием. Примеры.

2.Нахождение безусловного экстремума функции многих переменных методом сопряженных градиентов. Сущность метода и его реализация с

помощью вычисления направляющих множителей. Алгоритм поиска. Пример.

3. Решение задачи поиска многомерного экстремума при ограничениях-равенствах методом множителей Лагранжа. Сущность метода и алгоритм решения. Пример.

#### Билет 5

1. Постановка задачи нахождения экстремума функции одной переменной. Необходимое и достаточное условие существования одномерного экстремума для различных классов функций (функции с разрывами, непрерывные, гладкие).

2. Нахождение безусловного экстремума функции многих переменных методом движения по градиентам. Сущность метода и алгоритм поиска. Модификации метода. Достоинства и недостатки. Пример.

3. Решение задачи поиска многомерного экстремума при наличии ограничений в виде неравенств методом множителей Лагранжа. Сущность метода и алгоритм решения. Пример.

#### Билет 6

1. Аналитический метод нахождения экстремума функции с одной переменной. Связь этого метода с необходимым и достаточным условиями существования экстремума. Достоинства и недостатки метода. Пример.

2. Нахождение безусловного экстремума функции многих переменных методом сопряженных градиентов. Сущность метода и его реализация с помощью вычисления направляющих множителей. Алгоритм поиска. Пример.

3. Необходимые условия существования экстремума функции многих переменных при ограничениях в виде равенств. Графическая интерпретация этих условий. Примеры практического использования.

#### Билет 7

1. Нахождение экстремума функции одной переменной способом равномерного перебора. Модификации способа. Характеристики сходимости. Достоинства и недостатки. Пример.

2. Нахождение безусловного экстремума функции многих переменных методом сопряженных направлений (градиентов). Сущность метода и его реализация с помощью матрицы Гессе. Алгоритм поиска. Пример.

3. Необходимые и достаточные условия существования экстремума функции многих переменных при ограничениях в виде равенств. Примеры практического использования.

#### Билет 8

1. Нахождение экстремума функции одной переменной методом

деления пополам. Сущность и алгоритм поиска. Характеристики сходимости в сравнении с другими методами. Пример.

2 Нахождение безусловного экстремума функции многих переменных методом покоординатного поиска. Сущность метода и его отличие от попыток механического переноса приемов одномерного поиска на многомерные задачи. Достоинства метода, недостатки и пути их смягчения.

3. Решение задачи поиска многомерного экстремума при ограничениях-равенствах методом множителей Лагранжа. Сущность метода и алгоритм решения. Пример.

#### Билет 9

1. Нахождение экстремума функции одной переменной методом Фибоначчи. Числа Фибоначчи и использование их свойств в методе оптимизации. Алгоритм поиска. Характеристики сходимости в сравнении с другими методами. Пример.

2. Нахождение безусловного экстремума функции многих переменных методом сопряженных градиентов. Сущность метода и его реализация с помощью вычисления направляющих множителей. Алгоритм поиска. Пример.

3. Аналитический метод решения задачи условного многомерного экстремума путем исключения переменных. Достоинства и недостатки метода. Пример.

#### Билет 10

1. Нахождение экстремума функции одной переменной методом "золотого сечения". Сущность метода, его отличие от метода Фибоначчи, алгоритм поиска. Характеристики сходимости. Пример.

2. Постановка задачи нахождения экстремума функции многих переменных без ограничений. Необходимые и достаточные условия существования многомерного безусловного экстремума для различных классов функции (функции с разрывами, непрерывные, гладкие).

3. Необходимые условия существования экстремума функции многих переменных при ограничениях в виде неравенств. Приёмы формирования и практического использования этих условий.

#### Билет 11

1. Общее понятие о задачах оптимизации систем в теории управления и принятия решений. Примеры таких задач.

2. Нахождение безусловного экстремума функции многих переменных методом сопряженных градиентов. Сущность метода и его реализация с помощью вычисления направляющих множителей. Алгоритм поиска. Пример.

3. Решение задачи поиска многомерного экстремума при ограничениях-равенствах методом множителей Лагранжа. Сущность метода и алгоритм решения. Пример.

### Билет 12

1. Основные понятия и терминология теории оптимизации: оптимум, экстремум, мода; выпуклые множества и функции, их свойства.

2. Нахождение безусловного экстремума функции многих переменных методом сопряженных направлений (градиентов). Сущность метода и его реализация с помощью матрицы Гессе. Алгоритм поиска. Пример.

3. Решение задачи поиска многомерного экстремума при наличии ограничений в виде неравенств методом множителей Лагранжа. Сущность метода и алгоритм решения. Пример.

### Билет 13

1. Понятия о критерии эффективности системы. Проблема выбора специальных и обобщенных критериев и требования к ним. Ограничения и их связь с критериями. Примеры.

2. Нахождение безусловного экстремума функции многих переменных методом покоординатного поиска. Сущность метода и его отличие от попыток механического переноса приемов одномерного поиска на многомерные задачи. Достоинства метода, недостатки и пути их смягчения.

3. Необходимые и достаточные условия существования экстремума функции многих переменных при ограничениях в виде неравенств. Формулировка этих условий в виде теоремы Куна и Таккера. Приёмы практического использования.

### Билет 14

1. Многокритериальные задачи оптимизации и способы их сведения к задачам с одним критерием. Примеры.

2. Аналитический метод нахождения безусловного экстремума функции многих переменных. Связь этого метода с необходимыми и достаточными условиями существования экстремума. Достоинства и недостатки метода. Пример.

3. Необходимые условия существования экстремума функции многих переменных при ограничениях в виде неравенств. Приёмы формирования и практического использования этих условий.

### Билет 15

1. Постановка задачи нахождения экстремума функции одной переменной. Необходимое и достаточное условие существования одномерного экстремума для различных классов функций (функции с разрывами, непрерывные, гладкие).

2. Нахождение безусловного экстремума функции многих переменных методом сопряженных направлений (градиентов). Сущность метода и его реализация с помощью матрицы Гессе. Алгоритм поиска.

Пример.

3. Решение задачи поиска многомерного экстремума при ограничениях-равенствах методом множителей Лагранжа. Сущность метода и алгоритм решения. Пример.

#### Билет 16

1. Аналитический метод нахождения экстремума функции с одной переменной. Связь этого метода с необходимым и достаточным условиями существования экстремума. Достоинства и недостатки метода. Пример.

2. Нахождение безусловного экстремума функции многих переменных методом движения по градиентам. Сущность метода и алгоритм поиска. Модификации метода. Достоинства и недостатки. Пример.

3. Необходимые условия существования экстремума функции многих переменных при ограничениях в виде неравенств. Приёмы формирования и практического использования этих условий.

#### Билет 17

1. Нахождение экстремума функции одной переменной способом равномерного перебора. Модификации способа. Характеристики сходимости. Достоинства и недостатки. Пример.

2. Нахождение безусловного экстремума функции многих переменных методом покоординатного поиска. Сущность метода и его отличие от попыток механического переноса приемов одномерного поиска на многомерные задачи. Достоинства метода, недостатки и пути их смягчения.

3. Необходимые и достаточные условия существования экстремума функции многих переменных при ограничениях в виде неравенств. Формулировка этих условий в виде теоремы Куна и Таккера. Приёмы практического использования.

#### Билет 18

1. Нахождение экстремума функции одной переменной методом деления пополам. Сущность и алгоритм поиска. Характеристики сходимости в сравнении с другими методами. Пример.

2. Постановка задачи нахождения экстремума функции многих переменных без ограничений. Необходимые и достаточные условия существования многомерного безусловного экстремума для различных классов функции (функции с разрывами, непрерывные, гладкие).

3. Решение задачи поиска многомерного экстремума при ограничениях-равенствах методом множителей Лагранжа. Сущность метода и алгоритм решения. Пример.

#### Билет 19

1. Нахождение экстремума функции одной переменной методом Фибоначчи. Числа Фибоначчи и использование их свойств в методе оптимизации. Алгоритм поиска. Характеристики сходимости в сравнении с другими методами. Пример.

2. Аналитический метод нахождения безусловного экстремума

функции многих переменных. Связь этого метода с необходимыми и достаточными условиями существования экстремума. Достоинства и недостатки метода. Пример.

3. Решение задачи поиска многомерного экстремума при наличии ограничений в виде неравенств методом множителей Лагранжа. Сущность метода и алгоритм решения. Пример.

#### Билет 20

1. Нахождение экстремума функции одной переменной методом "золотого сечения". Сущность метода, его отличие от метода Фибоначчи, алгоритм поиска. Характеристики сходимости. Пример.

2. Нахождение безусловного экстремума функции многих переменных методом сопряженных направлений (градиентов). Сущность метода и его реализация с помощью матрицы Гессе. Алгоритм поиска. Пример.

3. Постановка задачи нахождения экстремума функции многих переменных с ограничениями и её отличия от задачи безусловной оптимизации.

### **7.2.6. Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации**

Экзамен проводится по билетам, каждый из которых содержит 2 вопроса и тест.

За ответы на вопросы билета выставляется:

5 баллов, если ответы на поставленные вопросы в билете излагаются логично, последовательно и не требуют дополнительных пояснений. Делаются обоснованные выводы. Демонстрируются глубокие знания базовых положений курса;

4 балла, если ответы на поставленные вопросы излагаются систематизировано и последовательно. Материал излагается уверенно. Демонстрируется умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер;

3 балла, если имеются нарушения в последовательности изложения. Демонстрируются поверхностные знания вопроса. Имеются затруднения с выводами;

2 балла, если материал излагается непоследовательно, сбивчиво, не представляет определенной системы знаний;

0 баллов, если обучающийся затрудняется ответить на вопрос.

За выполнение теста на 90-100% выставляется 5 баллов, на 80—90% - 4 балла, на 70-80% - 3 балла, 50-60% - 2 балла; 40-50 % - 1 балл; менее 40 % - 0 баллов.

Максимальное количество набранных баллов – 15.

1. Оценка «Неудовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал менее 7 баллов.

2. Оценка «Удовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал от 7 до 9 баллов
3. Оценка «Хорошо» ставится в случае, если студент набрал от 10 до 12 баллов.
4. Оценка «Отлично» ставится, если студент набрал от 13 до 15 баллов.

### 7.2.7 Паспорт оценочных материалов

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Введение	ПК-1, ПК-3	Тесты, проверочные задания
2	Критерии эффективности системы и ограничения.	ПК-1, ПК-3	Тесты, проверочные задания
3	Методы нахождения экстремума функции одной переменной.	ПК-1, ПК-3	Тесты, проверочные задания
4	Методы нахождения экстремума функции многих переменных без ограничений.	ПК-1, ПК-3	Тесты, проверочные задания
5	Методы нахождения экстремума функции многих переменных с ограничениями.	ПК-1, ПК-3	Тесты, проверочные задания

### 7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.



## **8 УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)**

### **8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

1. Пантелеев А.В. Методы оптимизации [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Пантелеев А.В., Летова Т.А.— Электрон. текстовые данные.— Москва: Логос, 2011.— 424 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/9093.html>.— ЭБС «IPRbooks»

2. Методы оптимизации [Электронный ресурс]: учебное пособие/ О.А. Васильева [и др.].— Электрон. текстовые данные.— Москва: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 96 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/26859.html>.— ЭБС «IPRbooks»

3. Методы оптимизации и теории управления [Электронный ресурс]: методические указания к самостоятельной работе по дисциплинам «Методы оптимизации», «Математические методы теории управления»/ — Электрон. текстовые данные.— Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2013.— 18 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/22891.html>.— ЭБС «IPRbooks»

4. Пантелеев А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах. Учебное пособие. М.: Высш. шк., 2002. – 544 с.

5. Гаврилов Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике. Учебное пособие. М.: Физматлит., 2005. – 416 с

6. Белецкая С.Ю. Решение задач математического программирования. Учебное пособие. Воронеж: ВГТУ, 2001. – 97 с.

7. Абрамов Л.М. Математическое программирование. СПб: СПбГТУ, 2001. – 264 с.

8. Методы оптимизации технических систем [Электронный ресурс]: методические указания к самостоятельной работе студентов/ — Электрон. текстовые данные.— Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2014.— 36 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/55641.html>.— ЭБС «IPRbooks»

9. Васильев Е.М. Методы и алгоритмы поиска экстремума : Методические указания для выполнения лабораторных работ по дисциплине “Оптимизация систем и математическое программирование”. - Воронеж : ГОУВПО "Воронежский государственный технический университет", 2009. - 29 с.

### **8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-**

**телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:**

**Лицензионное программное обеспечение**

MicrosoftOfficeWord 2013/2007

MicrosoftOfficeExcel 2013/2007

MicrosoftOfficePowerPoint 2013/2007

MatLab

Windows Professional 8.1 (7 и 8) Single Upgrade MVL A Each Academic

**Свободное ПО**

OpenOffice

Mozilla Firefox

Zip

**Отечественное ПО**

**Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

<http://www.edu.ru/>

Образовательный портал ВГТУ

<https://electrono.ru>

<https://www.tehnari.ru/>

<https://ieeexplore.ieee.org/Xplore/home.jsp>

<https://www.sql.ru/>

**Информационные справочные системы**

<http://window.edu.ru>

<https://wiki.cchgeu.ru/>

**Современные профессиональные базы данных**

**База данных zbMath**

Адрес ресурса: <https://lib.tusur.ru/ru/resursy/bazy-dannyh/zbmath>

**Association for Computing Machinery, ACM**

Адрес ресурса: [https://dl.acm.org/contents\\_dl.cfm](https://dl.acm.org/contents_dl.cfm)

**Единый портал инноваций и уникальных изобретений**

Адрес ресурса: <http://innovationportal.ru/>

**Инновации в России**

Адрес ресурса: <http://innovation.gov.ru/>

**Росстандарт. Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии**

Адрес ресурса: <https://www.gost.ru/portal/gost/>

## 9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Дисплейный класс, оснащенный компьютерами с доступом в Интернет и программным обеспечением, необходимым для выполнения заданий

### 10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

По дисциплине «Теория экстремальных задач и математическое программирование» читаются лекции, проводятся лабораторные работы и практические занятия.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков логического синтеза. Занятия проводятся путем решения конкретных задач в аудитории.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометить важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Практическое занятие	Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоению учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие: <ul style="list-style-type: none"><li>- работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций;</li><li>- выполнение домашних заданий и расчетов;</li><li>- работа над темами для самостоятельного изучения;</li><li>- участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад;</li><li>- подготовка к промежуточной аттестации.</li></ul>
Подготовка к промежуточной аттестации	Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации.

**Методические рекомендации по организации изучения дисциплины.**

## 1. Рекомендации преподавателю.

Прежде всего, во вводной лекции, следует рассказать студентам, что настоящий курс является первоначальным в цепочке последовательно возрастающих по сложности дисциплин: математические методы системного анализа, идентификация систем, системы оптимального и адаптивного управления, - и что именно в этом курсе закладываются исходные понятия и определения теории оптимизации в любых её приложениях.

Раздел “Критерии эффективности систем и ограничения” целесообразно построить с минимальным количеством формальных определений, подчёркивая тем самым, что понятие цели оптимизации вытекает из понимания содержания задачи и функционального назначения объекта исследования. Полезно привести примеры задач, решение которых существенно изменяется в зависимости от выбора различных критериев.

Особое внимание рекомендуется уделить актуальным в настоящее время многокритериальным задачам и способам их сведения к однокритериальным.

Раздел “Методы нахождения экстремума функции одной переменной” следует связать с понятиями функционального анализа, изученными студентами в курсе математики. Важно разъяснить различия между необходимыми, достаточными и необходимыми и достаточными условиями и показать, как из этих условий существования экстремума вытекают методы его поиска.

Хорошо воспринимаются студентами приёмы изложения методов дихотомии и золотого сечения, опирающиеся на их сопоставление с известными, интуитивно применяемыми практическими навыками поиска лучших решений, в том числе и созданных природой.

Раздел “Методы нахождения экстремума функции многих переменных без ограничений” целесообразно начать с демонстрации попытки распространить на эти задачи приёмы поиска экстремума, применяемые в одномерных задачах. Анализ выявленных трудностей позволяет обоснованно перейти к необходимости специальных методов многомерного поиска.

В этом разделе у студентов часто возникают затруднения с пониманием сущности понятия “градиент функции”, “компоненты градиента”, поэтому рекомендуется повторить эти понятия с обязательной графической иллюстрацией на двумерной функции. Полезно также указать студентам, что применяемые, например, в математическом пакете Mathcad встроенные методы поиска, опираются на изучаемые ими процедуры.

Раздел “Методы нахождения экстремума функции многих переменных с ограничениями” целесообразно посвятить классическому методу Лагранжа, подробно изложив плодотворную идею возникновения этого метода и его основополагающую роль в развитии математического программирования.

## 2. Рекомендации студентам.

При самостоятельном изучении тем учесть следующие рекомендации.

Тема. Характеристики сходимости метода деления пополам в сравнении со способом равномерного перебора.

Рекомендуемая литература: Белецкая С.Ю. Решение задач математического программирования. Учебное пособие. Воронеж: ВГТУ, 2001. – 97 с.

При изучении этой темы рекомендуется составить простую задачу оптимизации любого содержания и графически проиллюстрировать её решение. разными методами. Сопоставляя трудоёмкость методов на простой задаче по индукции распространить полученные выводы на общий случай.

Тема. Способы смягчения недостатков метода покоординатного поиска.

Рекомендуемая литература: Абрамов Л.М. Математическое программирование. СПб: СПбГТУ, 2001. – 264 с., Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.:Факториал, 2002-824 с.

Работая над этой темой, следует выяснить причины недостатков метода покоординатного поиска, и именно из понимания причин должны вытекать приёмы их смягчения. Важно обратить внимание, что устранение этих недостатков невозможно по сущности метода - они являются принципиальными.

Тема. Приёмы перехода от системы ограничений в виде неравенств к ограничениям равенствам.

Рекомендуемая литература: Пантелеев А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах. Учебное пособие. М.: Высш. шк., 2002. – 544 с., Гаврилов Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике. Учебное пособие. М.: Физматлит., 2005. – 416 с.

Рекомендуется изучать эту тему в следующем порядке:

причины появления в постановке задачи ограничений неравенств;

из чего вытекает необходимость перехода к ограничениям равенствам;

процедуры перехода от неравенств к равенствам;

как изменяется размерность задачи в результате такого перехода.

Тема. Особенности вычисления направляющих множителей при организации поиска экстремумов квадратичных и неквадратичных функций.

Рекомендуемая литература: Абрамов Л.М. Математическое программирование. СПб: СПбГТУ, 2001. – 264 с.

Ключ к пониманию этой темы в различиях свойств квадратичной и неквадратичной функций, с повторения которых и следует начать изучение темы.

При выполнении лабораторных работ следует пользоваться методическими указаниями: Методы и алгоритмы поиска экстремума. Методические указания для выполнения лабораторных работ по дисциплине “Оптимизация систем и математическое программирование”. Составитель Васильев Е.М. Воронеж: ВГТУ, 2009. 29 с.