

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра прикладной математики и механики

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторным работам
для студентов специальности 24.05.02

«Проектирование авиационных и ракетных двигателей»
всех форм обучения

Воронеж 2021

УДК 517(07)
ББК 22.1я7

Составители:

канд. физ.-мат. наук А. В. Ряжских,
канд. физ.-мат. наук Е. А. Соболева,
докт. техн. наук А. А. Хвостов

Численные методы: методические указания к лабораторным работам студентов специальности 24.05.02 «Проектирование авиационных и ракетных двигателей» / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: А. В. Ряжских, Е. А. Соболева, А. А. Хвостов. - Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2021, - 17 с.

Содержат комплекс заданий и методических рекомендаций к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Численные методы». Выполнение предусмотренных заданий позволит студентам закрепить теоретические знания и приобрести необходимые практические навыки.

Предназначены для студентов специальности 24.05.02 «Проектирование авиационных и ракетных двигателей».

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле LR_ChislMethod.pdf.

Библиогр.: 4 назв.

УДК 517(07)
ББК 22.1я7

Рецензент - Т. И. Костина, канд. физ.-мат. наук, доцент
кафедры прикладной математики и механики ВГТУ

*Издается по решению редакционно-издательского совета
Воронежского государственного технического университета*

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания составлены по программе дисциплины «Численные методы» для студентов направления 24.05.02 «Проектирование авиационных и ракетных двигателей» Воронежского государственного технического университета.

Данные методические указания предназначены студентам в процессе выполнения лабораторных работ по курсу «Численные методы» как в аудитории, так и вне аудитории. Для каждой темы разработаны 24 варианта типовых заданий, позволяющих выяснить основные алгоритмы и подходы при решении практических задач.

Данная разработка должна быть использована на лабораторных занятиях.

1. ТОЧНОСТЬ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

I. Число X , все цифры которого верны, округлите до трех значащих цифр. Для полученного числа $X_1 \approx X$ найдите предельную абсолютную и предельную относительную погрешности.

II. Вычислите значение величины Z при заданных значениях параметров a , b и c , используя расчетные таблицы для пошаговой регистрации результатов вычислений двумя способами:

- 1) по правилу подсчета цифр;
- 2) по методу учета границ абсолютных погрешностей.

Варианты:

<p>1. $X=0.068147$.</p> $Z = \frac{(b-c)^2}{2a+b},$ <p>где $a=1.105$, $b=6.453$, $c=3.54$.</p>	<p>2. $X=0.12138$.</p> $Z = \frac{\ln b - a}{a^2 + 12c},$ <p>где $a=0.9319$, $b=15.347$, $c=0.409$.</p>
<p>3. $X=7.32147$.</p> $Z = \frac{\ln(b+c)}{b-ac},$ <p>где $a=0.2399$, $b=4.893$, $c=1.172$.</p>	<p>4. $X=0.007275$.</p> $Z = \frac{(a-c)^2}{\sqrt{a+3b}},$ <p>где $a=11.437$, $b=0.60937$, $c=8.67081$.</p>
<p>5. $X=45.548$.</p> $Z = \frac{a-bc}{\ln a + 3b},$ <p>где $a=10.589$, $b=0.5894$, $c=0.125$.</p>	<p>6. $X=10.7818$.</p> $Z = \frac{b^2 - \ln c}{\sqrt{c-a}},$ <p>где $a=2.038$, $b=3.91253$, $c=5.0075$.</p>
<p>7. $X=1.005745$.</p> $Z = \frac{a - \cos b}{13c + b},$ <p>где $a=3.149$, $b=0.85$, $c=0.007$.</p>	<p>8. $X=2.18901$.</p> $Z = \frac{\cos^2 a + 2b}{\sqrt{2c - a}},$ <p>где $a=1.06832$, $b=3.043$, $c=2.7817$.</p>
<p>9. $X=35.3085$.</p> $Z = \frac{\sqrt{a+b}}{3a-c},$ <p>где $a=9.6574$, $b=1.4040$, $c=1.126$.</p>	<p>10. $X=78.5457$.</p> $Z = \frac{a - \sin b}{b^2 + 6c},$ <p>где $a=2.751$, $b=1.215$, $c=0.1041$.</p>
<p>11. $X=0.9538$.</p> $Z = \frac{\ln a + 4b}{ab - c},$ <p>где $a=7.0345$, $b=0.231$, $c=0.6572$.</p>	<p>12. $X=2.0543$.</p> $Z = \frac{\sqrt{ab}}{b - 2c},$ <p>где $a=3.124$, $b=5.92$, $c=1.789$.</p>

<p>13. $X=0,10834$.</p> $Z = \frac{c + \sin b}{c - a^2},$ <p>где $a=0.3107, b=13.27, c=4.711$.</p>	<p>14. $X=0.001245$.</p> $Z = \frac{b - \sin a}{a + 3c},$ <p>где $a=3.672, b=3.863, c=0.1098$.</p>
<p>15. $X=11.2621$.</p> $Z = \frac{\ln c - 10a}{\sqrt{ab}},$ <p>где $a=0.1135, b=0.10156, c=89.453$.</p>	<p>16. $X=2.73491$.</p> $Z = \frac{\ln(a - b)}{\sqrt{b - c}},$ <p>где $a=8.32574, b=3.156, c=1.0493$.</p>
<p>17. $X=37.5461$.</p> $Z = \frac{b + \cos c}{b + 2a},$ <p>где $a=0.13487, b=14.025, c=3.00129$.</p>	<p>18. $X=23.6394$.</p> $Z = \frac{a^2 - b}{\sqrt{ab + c}},$ <p>где $a=2.7252, b=3.034, c=0.7065$.</p>
<p>19. $X=14.1674$.</p> $Z = \frac{\sqrt{b - c}}{\ln a + b},$ <p>где $a=19.03473, b=3.751, c=0.1071$.</p>	<p>20. $X=1.45006$.</p> $Z = \frac{ac + b}{\sqrt{b - c}},$ <p>где $a=0.093, b=2.3471, c=1.23174$.</p>
<p>21. $X=0,5485$.</p> $Z = \frac{10c + \sqrt{b}}{a^2 - b},$ <p>где $a=1.289, b=1.0346, c=0.34$.</p>	<p>22. $X=3.8469$.</p> $Z = \frac{a + \sqrt{c}}{\ln(a^2 + b)},$ <p>где $a=1.621, b=5.5943, c=16.65$.</p>
<p>23. $X=15.0897$.</p> $Z = \frac{(a - c)^2}{\sqrt{a} + 3b},$ <p>где $a=11.7, b=0.0937, c=5.081$.</p>	<p>24. $X=0,05864$.</p> $Z = \frac{10 + \sqrt{c}}{a - b},$ <p>где $a=1.24734, b=0.346, c=0.051$.</p>

2. АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИЙ

Задача №1. Дана таблица значений функции $Y = f(X)$. Интерполируя эту таблицу многочленами Лагранжа и Ньютона, найти приближенное значение функции для заданного значения аргумента X .

Варианты:

1.

X	2.5	3.0	3.5	4.0	3.2
Y	0.532	0.801	1.13	0.749	

2.

X	2.0	2.5	3.0	3.5	2.7
Y	1.33	0.912	0.755	0.966	

3.

X	6.0	6.5	7.0	7.5	6.3
Y	0.809	0.854	0.801	1.04	

4.

X	4.0	4.5	5.0	5.5	4.4
Y	0.567	0.759	0.991	1.57	

5.

X	2.0	2.5	3.0	3.5	2.2
Y	1.59	0.935	0.596	1.78	

6.

X	5.5	6.0	6.5	7.0	5.7
Y	0.790	1.11	0.674	0.948	

7.

X	2.5	3.0	3.5	4.0	3.3
Y	0.964	0.927	0.780	0.585	

8.

X	2.0	2.5	3.0	3.5	2.3
Y	0.622	0.720	1.05	0.831	

9.

X	3.0	3.5	4.0	4.5	3.8
Y	0.789	0.979	0.682	0.685	

10.

X	1.0	1.5	2.0	2.5	1.7
Y	0.865	1.83	0.521	0.889	

11.

X	3.0	3.5	4.0	4.5	3.2
Y	0.880	0.764	0.981	0.909	

12.

X	5.0	5.5	6.0	6.5	5.2
Y	0.710	0.991	0.501	0.892	

13.

X	2.5	3.0	3.5	4.0	2.6
Y	0.714	0.644	0.674	1.04	

14.

X	4.5	5.0	5.5	6.0	4.7
Y	0.760	1.26	0.585	1.74	

15.

X	4.0	4.5	5.0	5.5	5.2
Y	0.778	1.17	0.933	0.772	

16.

X	4.0	4.5	5.0	5.5	4.7
Y	0.594	1.01	0.726	0.798	

17.

X	5.0	5.5	6.0	6.5	5.8
Y	0.770	0.825	1.35	0.775	

18.

X	4.0	4.5	5.0	5.5	4.7
Y	0.671	0.969	0.667	0.589	

19.

X	5.0	5.5	6.0	6.5	6.1
Y	0.594	0.601	0.840	0.517	

20.

X	3.0	3.5	4.0	4.5	
Y	1.19	0.671	0.542	0.750	

21.

X	5.0	5.5	6.0	6.5	5.8
Y	0.726	0.798	0.569	0.842	

22.

X	6.0	6.5	7.0	7.5	6.2
Y	1.35	0.775	1.79	0.862	

23.

X	5.0	5.5	6.0	6.5	5.7
Y	0.667	0.589	0.922	0.993	

24.

X	6.0	6.5	7.0	7.5	7.7
Y	0.840	0.517	1.94	1.05	

Задача №2. Дана таблица значений функции $Y = f(X)$. Используя метод наименьших квадратов, подобрать для заданных значений X и Y

I) линейную функцию $Y = A_0 + A_1X$;

II) квадратичную функцию $Y = A_0 + A_1X + A_2X^2$.

Построить графики этих функций и данные точки. Найти значения функции в точке X.

Варианты заданий взять из Задача №1. (стр.)

3. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

Задача №1. Вычислить интеграл по формуле левых и правых прямоугольников при $n = 4$ и $n = 10$. Оценить погрешность результата, вычислив интеграл аналитически.

Задача №2. Вычислить интеграл по формуле трапеций при $n = 6$ и $n = 10$. Оценить погрешность результата, вычислив интеграл аналитически.

Задача №3. Вычислить интеграл по формуле Симпсона при $n = 4$ и $n = 8$. Оценить погрешность результата, вычислив интеграл аналитически.

1. $\int_0^1 3(x^2 + x \cdot e^{x^2}) dx$	2. $\int_0^1 \arctg \sqrt{x} dx$	3. $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{\sqrt{1 - e^{2x}}} dx$
4. $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x^2} dx$	5. $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1 + \ln x}}$	6. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{x}{2}\right) \cos^2 x dx$
7. $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{xdx}{\sqrt{4 - x^2}}$	8. $\int_5^{10} \sqrt{x-1} dx$	9. $\int_0^1 x \cdot \arctg x dx$

10. $\int_0^2 (5x - 10)e^{-2x} dx$	11. $\int_0^1 \arctg x dx$	12. $\int_{-1}^0 \frac{dx}{1 + \sqrt{x+2}}$
13. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{12x^5 dx}{\sqrt{x^6 + 1}}$	14. $\int_{-\frac{1}{2}}^1 (x^2 - 1)e^{2x+1} dx$	15. $\int_1^e \frac{\sqrt[5]{(\ln x + 1)^4}}{x} dx$
16. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 3x dx$	17. $\int_5^{12} \frac{dx}{\sqrt{4+x}}$	18. $\int_{-\frac{1}{2}}^1 (1-x^2)e^{2-x} dx$
19. $\int_0^{\sqrt{5}} \frac{7x^5 dx}{\sqrt{x^6 + 1}}$	20. $\int_0^2 (5-x^2)e^{-3x} dx$	21. $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx$
22. $\int_{-1}^2 \frac{dx}{9x^2 - 16}$	23. $\int_0^1 2x \cdot \arctg x dx.$	24. $\int_1^{e^3} \frac{3dx}{x\sqrt{1 + \ln x}}$

4. СИСТЕМА ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Найти решение системы алгебраических уравнений тремя способами:

- 1) методом Гаусса (прямой метод);
- 2) методом простой итерации;
- 3) методом Гаусса-Зейделя.

Требуемая точность для итерационных методов составляет $\varepsilon = 0.05$. Для каждого метода сделать проверку.

1. $\begin{cases} 0.66x_1 + 0.44x_2 + 0.22x_3 = -0.58 \\ 1.54x_1 + 0.74x_2 + 1.54x_3 = -0.32 \\ 1.42x_1 + 1.42x_2 + 0.86x_3 = 0.83 \end{cases}$	2. $\begin{cases} 0.72x_1 + 3.54x_2 + 7.28x_3 = 0.33 \\ -0.28x_1 - 0.72x_2 + 3.04x_3 = 0.22 \\ 1.00x_1 + 0.35x_2 - 0.75x_3 = 1.12 \end{cases}$
3. $\begin{cases} 0.45x_1 - 0.94x_2 - 0.15x_3 = -0.15 \\ -0.01x_1 + 0.34x_2 + 0.06x_3 = 0.31 \\ -0.35x_1 + 0.05x_2 + 0.65x_3 = 0.37 \end{cases}$	4. $\begin{cases} 1.02x_1 - 0.73x_2 - 9.11x_3 = -1.25 \\ 6.25x_1 + 2.32x_2 + 7.62x_3 = 2.32 \\ 1.13x_1 - 8.88x_2 + 4.64x_3 = -3.75 \end{cases}$
5. $\begin{cases} 0.78x_1 - 0.02x_2 - 0.12x_3 = 0.56 \\ 0.02x_1 - 0.86x_2 + 0.04x_3 = 0.77 \\ 0.12x_1 + 0.44x_2 - 0.72x_3 = 1.01 \end{cases}$	6. $\begin{cases} 0.34x_1 + 0.71x_2 + 0.63x_3 = 2.08 \\ 0.71x_1 - 0.65x_2 - 0.17x_3 = 0.18 \\ 1.18x_1 - 2.35x_2 + 0.75x_3 = 1.28 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 0.21x_1 - 0.18x_2 + 0.75x_3 = 0.11 \\ 0.13x_1 + 0.75x_2 - 0.11x_3 = 2.01 \\ 3.01x_1 - 0.33x_2 + 0.11x_3 = 0.13 \end{cases}$	8. $\begin{cases} 0.92x_1 - 0.83x_2 + 0.62x_3 = 2.15 \\ 0.24x_1 - 0.54x_2 + 0.43x_3 = 0.62 \\ 0.73x_1 - 0.81x_2 - 0.67x_3 = 0.88 \end{cases}$
9. $\begin{cases} 0.63x_1 + 0.05x_2 + 0.15x_3 = 0.34 \\ 0.15x_1 + 0.10x_2 + 0.71x_3 = 0.42 \\ 0.03x_1 + 0.34x_2 + 0.10x_3 = 0.32 \end{cases}$	10. $\begin{cases} 0.62x_1 + 0.92x_2 + 0.03x_3 = -0.82 \\ 0.99x_1 + 0.01x_2 + 0.07x_3 = 0.66 \\ 1.01x_1 - 0.02x_2 + 0.99x_3 = -0.98 \end{cases}$
11. $\begin{cases} -0.20x_1 + 1.60x_2 - 0.10x_3 = 0.30 \\ -0.30x_1 + 0.10x_2 - 1.50x_3 = 0.40 \\ 1.20x_1 - 0.20x_2 + 0.30x_3 = -0.60 \end{cases}$	12. $\begin{cases} 0.10x_1 - 0.07x_2 - 0.96x_3 = -2.04 \\ 0.04x_1 - 0.99x_2 - 0.85x_3 = -3.73 \\ 0.91x_1 + 1.04x_2 + 0.19x_3 = -1.67 \end{cases}$
13. $\begin{cases} 0.30x_1 + 1.20x_2 - 0.20x_3 = -0.60 \\ -0.10x_1 - 0.20x_2 + 1.60x_3 = 0.30 \\ 0.50x_1 + 0.34x_2 + 0.10x_3 = 0.32 \end{cases}$	14. $\begin{cases} 0.62x_1 + 0.84x_2 + 0.77x_3 = -8.18 \\ 0.03x_1 - 1.11x_2 - 1.08x_3 = 0.08 \\ 0.97x_1 + 0.02x_2 - 1.08x_3 = 0.06 \end{cases}$
15. $\begin{cases} 0.13x_1 - 0.14x_2 - 2.00x_3 = 0.15 \\ 0.75x_1 + 0.18x_2 + 0.77x_3 = 0.11 \\ 0.28x_1 - 0.17x_2 + 0.39x_3 = 0.12 \end{cases}$	16. $\begin{cases} 0.21x_1 - 0.94x_2 - 0.94x_3 = -0.25 \\ 0.98x_1 - 0.19x_2 + 0.93x_3 = 0.23 \\ 0.87x_1 + 0.56x_2 - 0.14x_3 = 0.33 \end{cases}$
17. $\begin{cases} 0.98x_1 + 0.88x_2 - 0.24x_3 = 1.36 \\ 0.16x_1 - 0.44x_2 - 0.88x_3 = -1.27 \\ 9.74x_1 - 10x_2 + 1.74x_3 = -5.31 \end{cases}$	18. $\begin{cases} 0.20x_1 + 0.44x_2 + 0.81x_3 = 0.74 \\ 0.58x_1 + 0.29x_2 + 0.05x_3 = 0.02 \\ 0.05x_1 + 0.34x_2 + 0.10x_3 = 0.32 \end{cases}$
19. $\begin{cases} 0.20x_1 + 0.44x_2 + 0.81x_3 = 0.74 \\ 0.58x_1 + 0.29x_2 + 0.05x_3 = 0.02 \\ 0.05x_1 + 0.34x_2 + 0.10x_3 = 0.32 \end{cases}$	20. $\begin{cases} 0.63x_1 - 0.37x_2 + 1.76x_3 = -9.29 \\ 0.90x_1 + 0.99x_2 + 0.05x_3 = 0.12 \\ 0.13x_1 - 0.95x_2 + 0.69x_3 = 0.69 \end{cases}$
21. $\begin{cases} 0.9x_1 + 2.7x_2 - 3.9x_3 = 2.41 \\ 2.51x_1 + 5.86x_2 - 0.5x_3 = 3.96 \\ 4.45x_1 - 2.57x_2 + 3.9x_3 = -1.28 \end{cases}$	22. $\begin{cases} 7.6x_1 + 5.8x_2 + 4.7x_3 = 10.01 \\ 3.8x_1 + 4.1x_2 + 2.7x_3 = 9.7 \\ 2.9x_1 + 2.1x_2 + 3.89x_3 = 7.37 \end{cases}$
23. $\begin{cases} -3.3x_1 + 2.1x_2 - 4.3x_3 = -0.21 \\ 4x_1 - 3.2x_2 + 5x_3 = 6 \\ 2x_1 + 1.23x_2 + 3.5x_3 = -1.2 \end{cases}$	24. $\begin{cases} 5.4x_1 - 2.46x_2 + 3.9x_3 = 5.51 \\ 2.57x_1 + 6.28x_2 - 1.3x_3 = 4.45 \\ 2.71x_1 - 0.76x_2 + 1.59x_3 = -3.57 \end{cases}$

5. НЕЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Найти решение нелинейного уравнения 3 методами с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$:

- 1) метод деления отрезка пополам;
- 2) метод Ньютона (касательных);
- 3) метод хорд.

Корни отделить с помощью теоремы Коши или графически

1. $t^2 - \sin(t) = 45$	2. $-x^5 = 2x + 5$
3. $2x - \ln x = 5$	4. $x^3 - 2x^2 - 4x + 7 = 0$
5. $x^2 - \cos^2 \pi x = 0$	6. $3x^3 = x^4 + 3x^2 - 12$
7. $e^x - 6x - 3 + \operatorname{tg} x = 0, x \in [-\pi, \pi]$	8. $2x^2 = x^4 - 8x^3 + 16x - 3$
9. $\sqrt{x+1} - 1/x = 0$	10. $x^3 - 3x^2 = 10$
11. $3x - \cos x - 1 = 0$	12. $x^3 - 2x^2 - 4x + 7 = 0$
13. $2e^x = 5x + 2$	14. $x^3 - 6x^2 = -20$
15. $x^4 - 5x^3 - 4x^2 - 3x + 12 = 0$	16. $x^2 \cos 2x = -1$
17. $2x^2 = x^4 - 8x^3 + 16x - 3$	18. $5 = x^2 - 2x$
19. $e^{x+1} + x + \frac{1}{5} = 0$	20. $(x+1)^5 + 3x + \frac{26}{5} = 0$
21. $-\frac{x^3}{8} - x + \frac{1}{2} = 0$	22. $e^{-\frac{x}{2}} - \frac{x}{2} - \frac{3}{2} = 0.$
23. $-\frac{2}{x} - \frac{\sqrt{-2x}}{2} + \frac{1}{2} = 0$	24. $\ln\left(-\frac{x}{2}\right) - \frac{x}{2} - \frac{11}{2} = 0$

6. СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Найти решение системы методом Ньютона с точностью $\varepsilon = 10^{-2}$

1. $\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1.2 \\ 2x + \cos y = 2 \end{cases}$	2. $\begin{cases} \sin x + 2y = 2 \\ \cos(y-1) + x = 0.7 \end{cases}$	3. $\begin{cases} \sin(x-1) = 1.3 - y \\ x - \sin(y+1) = 0.8 \end{cases}$
4. $\begin{cases} \cos(y-1) + x = 0.8 \\ y - \cos x = 2 \end{cases}$	5. $\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0.5 \\ x + \cos y = 3 \end{cases}$	6. $\begin{cases} \cos x + y = 1.5 \\ 2x - \sin(y-0.5) = 1 \end{cases}$

7. $\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0.8 \\ x - \cos y = 2 \end{cases}$	8. $\begin{cases} \cos(y-1) + x = 0.9 \\ y - \cos x = 2 \end{cases}$	9. $\begin{cases} \cos(y+0.5) + x = 0.8 \\ \sin x - 2y = 1.6 \end{cases}$
10. $\begin{cases} \sin(x+0.5) - y = 1.2 \\ x + \cos(y-2) = 0 \end{cases}$	11. $\begin{cases} 2y - \cos(x-1) = 0 \\ x + \sin y = -0.4 \end{cases}$	12. $\begin{cases} \sin(x+0.6) - y = 0.5 \\ \cos(x-2) + y = 0 \end{cases}$
13. $\begin{cases} \sin(y-1) + x = 1.3 \\ y + \sin(x+1) = 0.8 \end{cases}$	14. $\begin{cases} \sin(y+1) - x = 1.2 \\ 2y + \cos x = 2 \end{cases}$	15. $\begin{cases} \sin x + 2y = 1.6 \\ x + \cos(y-1) = 1 \end{cases}$
16. $\begin{cases} \cos(x-1) + y = 1 \\ 2x + \sin y = 1.6 \end{cases}$	17. $\begin{cases} 2x - \cos(y+1) = 0 \\ y + \sin x = -0.4 \end{cases}$	18. $\begin{cases} \cos(x+0.5) + y = 1 \\ \sin y - 2x = 2 \end{cases}$
19. $\begin{cases} \cos(x+0.5) - y = 2 \\ \sin y - 2x = 1 \end{cases}$	20. $\begin{cases} \cos(y+0.5) - x = 2 \\ \sin x - 2y = 1 \end{cases}$	21. $\begin{cases} \cos(y-1) + x = 0.5 \\ y + \cos x = 3 \end{cases}$
22. $\begin{cases} \cos x + y = 1.2 \\ 2x - \sin(y-0.5) = 2 \end{cases}$	23. $\begin{cases} \sin(x+0.5) - y = 1 \\ x + \cos(y-2) = 0 \end{cases}$	24. $\begin{cases} \sin(x-1) + y = 1.5 \\ x - \sin(y+1) = 1 \end{cases}$

7. ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Задача №1. Получить численное решение дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющее заданному начальному условию $y(x_0) = y_0$ на отрезке $[a, b]$ методом Эйлера для h и $h/2$. Сравнить результаты с аналитическим решением.

Задача №2. Получить численное решение дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющее заданному начальному условию $y(x_0) = y_0$ на отрезке $[a, b]$ усовершенствованным методом Эйлера для h и $h/2$. Сравнить результаты с аналитическим решением.

Задача №3. Получить численное решение дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющее заданному начальному условию $y(x_0) = y_0$ на отрезке $[a, b]$ методом Рунге-Кутты 4-го порядка для h и $h/2$. Сравнить результаты с аналитическим решением.

1. $y' + \frac{2y^2x}{x^2+1} = 0, \quad y(0) = 1, \quad x \in [0, 5]$	2. $y' = -yx + x, \quad y(0) = 2, \quad x \in [0, 5]$
3. $2y'y = (y^2 - 1)x, \quad y(1) = 2, \quad x \in [1, 3]$	4. $y' = \frac{y}{x}, \quad y(1) = 1, \quad x \in [1, 2]$

5. $(1+e^x)y' = \frac{e^x}{y}$, $y(0)=1$, $x \in [0,2]$	6. $y'x = y+x^2$, $y(1)=1$, $x \in [1,4]$
7. $y' = (y+1)^2 \ln x$, $y(1)=1$, $x \in [1,2]$	8. $y' = y-1$, $y(1)=2$, $x \in [1,2]$
9. $y' = \frac{y(x-1)}{x^2}$, $y(1)=e$, $x \in [1,5]$	10. $y' + \frac{y}{x} = x^2$, $y(1)=1$, $x \in [1,3]$
11. $y' = \frac{1+xy}{x^2}$, $y(1)=0$, $x \in [1,3]$	12. $y' = x + \frac{2y}{x}$, $y(1)=1$, $x \in [1,2]$
13. $y' = yx$, $y(1)=1$, $x \in [1,2]$	14. $y' = \frac{y^2 + yx}{x^2}$, $y(1)=1$, $x \in [1,2.5]$
15. $y' = \frac{1-y+\ln x}{x}$, $y(1)=0$, $x \in [1,6]$	16. $y' = \frac{y+x}{x}$, $y(1)=0$, $x \in [1,3]$
17. $(x^2-1)y' = y^2$, $y(2)=1$, $x \in [2,3]$	18. $xy' + y = y^2$, $y(1)=5$, $x \in [1,3]$
19. $xy' - y = y^3$, $y(0)=2$, $x \in [0,1]$	20. $(y^2+1)y' = x^2$, $y(0)=1$, $x \in [0,2]$
21. $y' - y = e^x$, $y(0)=1$, $x \in [0,1]$	22. $xy' - 2y = 2x^4$, $y(1)=0$, $x \in [1,3]$
23. $y' + \frac{y}{2x} = x^2$, $y(1)=1$, $x \in [1,4]$	24. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}$, $y(1)=4$, $x \in [1,2]$

8. КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОБЫКОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Найти численное решение линейной краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка:

- 1) конечно-разностным методом, используя аппроксимацию производных второго порядка и шаги $h = 0.5$ и $h = 0.1$
- 2) методом прогонки с точностью $\varepsilon = 10^{-2}$; шаг $h = 0.05$.

$$1. \begin{cases} y'' + \frac{y'}{x} + 2y = x; \\ y(0.7) = 0.5, \quad 2y(1) + 3y'(1) = 1.2. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} y'' - xy' + 2y = x + 1; \\ y(0.9) - 0.5y'(0.9) = 2, \quad y(1.2) = 1. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} y'' + xy' + y = x + 1; \\ y(0.5) + 2y'(0.5) = 1, \quad y'(0.8) = 1.2. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} y'' + 2y' - xy = x^2; \\ y'(0.6) = 0.7, \quad y(0.9) - 0.5y'(0.9) = 1. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} y'' + 2y' - \frac{y}{x} = 3; \\ y(0.2) = 2, \quad 0.5y(0.5) - y'(0.5) = 1. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} y'' - y' + \frac{2y}{x} = x + 0.4; \\ y(1.1) - 0.5y'(1.1) = 2, \quad y'(1.4) = 4. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} y'' - 3y' + \frac{y}{x} = 1; \\ y(0.4) = 2, \quad y(0.7) + 2y'(0.7) = 0.7. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} y'' + 3y' - \frac{y}{x} = x + 1; \\ y'(1.2) = 1, \quad 2y(1.5) - y'(1.5) = 0.5. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} y'' - \frac{y'}{2} + 3y = 2x^2; \\ y(1) + 2y'(1) = 0.6, \quad y(1.3) = 1. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} y'' + 1.5y' - xy = 0.5; \\ 2y(1.3) - y'(1.3) = 1, \quad y(1.6) = 3. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} y'' + 2xy' - y = 0.4; \\ 2y(0.3) + y'(0.3) = 1, \quad y'(0.6) = 2. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} y'' - 0.5xy' + y = 2; \\ y(0.4) = 1.2, \quad y(0.7) + 2y'(0.7) = 1.4. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} y'' + \frac{2y'}{x} - 3y = 2; \\ y'(0.8) = 1.5, \quad 2y(1.1) + y'(1.1) = 3. \end{cases}$$

14.
$$\begin{cases} y'' + 2x^2y' + y = x; \\ 2y(0.5) - y'(0.5) = 1, \quad y(0.8) = 3. \end{cases}$$
15.
$$\begin{cases} y'' - 3xy' + 2y = 1.5; \\ y'(0.7) = 1.3, \quad 0.5y(1) + y'(1) = 2. \end{cases}$$
16.
$$\begin{cases} y'' + 2xy' - 2y = 0.6; \\ y'(2) = 1, \quad 0.4y(2.3) - y'(2.3) = 1. \end{cases}$$
17.
$$\begin{cases} y'' + \frac{y'}{x} - 0.4y = 2x; \\ y(0.6) - 0.3y'(0.6) = 0.6, \quad y'(0.9) = 1.7. \end{cases}$$
18.
$$\begin{cases} y'' - \frac{y'}{2x} + 0.8y = x; \\ y(1.7) + 1.2y'(1.7) = 2, \quad y'(2) = 1. \end{cases}$$
19.
$$\begin{cases} y'' - \frac{y'}{3} + xy = 2; \\ y(0.8) = 1.6, \quad 3y(1.1) - 0.5y'(1.1) = 1. \end{cases}$$
20.
$$\begin{cases} y'' + 2y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{x}; \\ 0.5y(0.9) + y'(0.9) = 1, \quad y(1.2) = 0.8. \end{cases}$$
21.
$$\begin{cases} y'' - 0.5xy' + y = 2; \\ y(0.4) = 1.2, \quad y(0.7) + 2y'(0.7) = 1.4. \end{cases}$$
22.
$$\begin{cases} y'' + 2y' - xy = x^2; \\ y'(0.6) = 0.7, \quad y(0.9) - 0.5y'(0.9) = 1. \end{cases}$$
23.
$$\begin{cases} y'' + \frac{y'}{x} - 0.4y = 2x; \\ y(0.6) - 0.3y'(0.6) = 0.6, \quad y'(0.9) = 1.7. \end{cases}$$
24.
$$\begin{cases} y'' - xy' + 2y = x + 1; \\ y(0.9) - 0.5y'(0.9) = 2, \quad y(1.2) = 1. \end{cases}$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Турчак Л.И., Плотников П.В. Основы численных методов: Учебное пособие - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 304 с.
2. Бахвалов Н.С. , Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы.- М.: Наука, 2011. – 636 с.
3. Березин И.С. , Жидков Н.П. Методы вычислений. Т.1.- М.: Физматгиз, 1962. – 464с.
4. Воробьева Г.Н., Данилова А.Н. Практикум по вычислительной математике.- М.: Высшая школа, 1990. – 209с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. ТОЧНОСТЬ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА.....	4
2. АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИЙ.....	5
3. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ.....	8
4. СИСТЕМА ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ	9
5. НЕЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ.....	11
6. СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ.....	11
7. ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ.....	12
8. КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ.....	13
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	16

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторным работам
для студентов специальности 24.05.02
«Проектирование авиационных и ракетных двигателей»
всех форм обучения

Составители:

Хвостов Анатолий Анатольевич,
Ряжских Александр Викторович,
Соболева Елена Александровна

Издается в авторской редакции

Компьютерный набор А. В. Ряжских

Подписано к изданию 09.12.2021.

Уч.-изд. л. 1,0.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический
университет»

394006 Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84