

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования**

«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра радиоэлектронных устройств и систем

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**к выполнению лабораторных работ № 4 (часть 1) по дисциплине «Цифровая
обработка сигналов» для студентов специальности 11.05.01 «Радиоэлектронные
системы и комплексы» очной формы обучения**

Воронеж 2022

УДК 621.391.083.92
ББК 32.811.3

Составитель:
д. ф.-м.н. Кузьменко Р.В

Цифровая обработка сигналов: методические указания к выполнению лабораторных работ № 4 (часть 1) по дисциплине «Цифровая обработка сигналов» для студентов специальности 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы» очной формы обучения/ ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост. Р.В. Кузьменко. Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2022. – 27 с.

Основной целью указаний к выполнению лабораторных работ является поддержка выработка навыков цифровой обработки сигналов и средств их компьютерного моделирования в системе MATLAB.

Издание предназначено для проведения лабораторных работ по дисциплине «Цифровая обработка сигналов» для студентов 4-го курса.

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле ЦОС Лаб. работа № 4 (часть 1).docx

Библиогр.: 3 назв.

УДК 621.391.083.92
ББК 32.811.3

Рецензент: Доктор технических наук, заведующий кафедрой
«Конструирования и производства радиоаппаратуры»
Башкиров А.В.

*Издается по решению редакционно-издательского совета
Воронежского государственного технического университета*

Лабораторная работа №4

Дискретное преобразование Фурье (часть 1)

Цель работы: изучить дискретное преобразование Фурье (ДПФ) периодических последовательностей и последовательностей конечной длины и овладеть программными средствами его вычисления в MATLAB с использованием алгоритмов быстрого преобразования Фурье (БПФ).

9.1. Краткая теоретическая справка

В гл. 7 мы познакомились с описанием дискретных сигналов во временной области. Для описания дискретных сигналов в частотной области используется дискретное преобразование Фурье.

9.1.1. Дискретное преобразование Фурье

Дискретным преобразованием Фурье (ДПФ) называется пара взаимно однозначных преобразований:

прямое ДПФ (Discrete Fourier Transform — DFT):

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1; \quad (9.1)$$

Обратное ДПФ (ОДПФ) (Inverse Discrete Fourier Transform — IDFT):

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) W_N^{-nk}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1, \quad (9.2)$$

где n — дискретное нормированное время $n = nT/T$; k — дискретная нормированная частота $k = k\Delta\omega/\Delta\omega$; $\Delta\omega = \omega_d/N = 2\pi/NT$ — период дискретизации по частоте (*разрешение по частоте*); $x(n)$ — N -точечная последовательность, т. е. периодическая последовательность во временной области с периодом N ; $X(k)$ — N -точечное ДПФ, т. е. периодическая последовательность в частотной области

с периодом N ; N — период последовательности и ДПФ;

$W_N^{nk} = e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$ — поворачивающий множитель;

$X(k)W_N^{-nk} = X(k)e^{j\frac{2\pi}{N}nk}$ — k -я дискретная гармоника.

Значения абсолютных частот дискретных гармоник связаны со значениями дискретных нормированных частот соотношением:

$$f = kf_d/N \quad (9.3)$$

Дискретное преобразование Фурье (9.1) трактуется по-разному в зависимости от вида последовательности $x(n)$ — периодическая с периодом N или конечная длины N .

Для периодической последовательности $x(n)$ с периодом N ДПФ $X(k)$ (9.1) представляет собой ее спектр с точностью до множителя $1/N$.

Модуль ДПФ $|X(k)|$ (с точностью до множителя $1/N$) называют амплитудным спектром, а аргумент $\arg\{X(k)\}$ — фазовым спектром периодической последовательности.

Амплитудный спектр вещественной периодической последовательности равен модулю ДПФ $|X(k)|$ с точностью до множителя:

$$\begin{cases} 1/N, k = 0 \\ 2/N, k \neq 0 \end{cases} \quad 9.4)$$

При вычислении ДПФ (9.1) периодической последовательности она может задаваться на периоде N или на целом числе периодов N , что не меняет результата.

Для конечной последовательности $x(n)$ длины N ДПФ $X(k)$ (9.1) представляет собой N дискретных равноотстоящих значений ее спектральной плотности $X(e^{j\omega T})$ на периоде $\omega_d = 2\pi/T$ (см. разд. 9.2.3).

Для вещественных последовательностей, периодических и конечных, модуль ДПФ $|X(k)|$ — четная, а аргумент $\arg\{X(k)\}$ — нечетная функция частоты k .

Согласно определению, при вычислении ДПФ предполагается, что последовательность $x(n)$ является периодической, и конечная последовательность представляет собой один период периодической последовательности.

При этом точное выделение гармоник последовательности $x(n)$ с частотами f_i гарантируется только в том случае, если они кратны периоду дискретизации по частоте $\Delta = f_d/N$:

$$f_i = \Delta q f, q = 0, 1, \dots, (N - 1) \quad 9.5)$$

что, в свою очередь, возможно только в том случае, если на интервале NT последовательности $x(n)$ укладывается целое число периодов T_i , т. е. отношение

$$P_i = \frac{NT}{T_i} = \frac{Nf_i}{f_d} \quad 9.6)$$

является целым числом.

В случае, если условие (9.5) не выполняется, наблюдается эффект растекания спектра, который рассматривается в разд. 10.1.1.

В MATLAB ДПФ (9.1)—(9.2) вычисляется с использованием алгоритмов БПФ¹ и ОБПФ с помощью функций:

X = fft(x)
x = ifft(X)

¹ Выбор конкретного алгоритма БПФ скрыт от пользователя и осуществляется автоматически в зависимости от длины исходной последовательности.

где x и X — N -точечные последовательность $x(n)$ и ее ДПФ $X(k)$ — векторы, нижняя граница индексов которых равна единице, в отличие от ДПФ (9.1)—(9.2), где она равна нулю.

9.1.2. Выделение дискретных гармоник полезного сигнала

При вычислении ДПФ часто ставится задача автоматического определения значений модуля ДПФ $|X(k)|$, превосходящих некоторый заданный порог ε , и соответствующих дискретных нормированных частот k . Фактически, эта задача сводится к выделению полезного сигнала в его аддитивной смеси с шумом.

В учебных целях мы ограничимся рассмотрением двух наиболее простых критериев, согласно которым значение модуля ДПФ $|X(k)|$ аддитивной смеси сигнала с шумом относят к полезному сигналу:

☞ первый критерий — при заданном пороге ε_1 значение модуля ДПФ $|X(k)|$ относят к полезному сигналу, если выполняется условие:

$$\frac{|X(k)|}{\max |X(k)|} > \varepsilon_1; \quad (9.7)$$

☞ второй критерий — при заданном пороге ε_2 значение модуля ДПФ $|X(k)|$ относят к полезному сигналу, если выполняется условие:

$$\frac{|X(k)|^2}{P_{cp}} > \varepsilon_2 \quad (9.8)$$

где P_{cp} — средняя мощность аддитивной смеси сигнала с шумом:

$$P_{cp} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2 \quad (9.9)$$

Значение порога ε_1 в первом критерии (9.7) задается в пределах:

$$\frac{\max |X(k)_{\text{шума}}|}{\max |X(k)|} < \varepsilon_1 < 1 \quad (9.10)$$

а порога ε_2 во втором критерии (9.8) — в пределах:

$$\frac{\min |X(k)_{\text{сигн}}|^2}{P_{cp}} < \varepsilon_2 \leq \frac{\max |X(k)|^2}{P_{cp}} \quad (9.11)$$

при условии, что

$$|X(k)_{\text{сигн}}| > \max |X(k)_{\text{шума}}| \quad (9.12)$$

Граничные значения порогов в (9.10) и (9.11) можно определить только при априорно известных сигнале и шуме либо их моделях.

При обработке реальных сигналов значение порога ε_1 или ε_2 задается исходя из требований конкретной задачи.

9.1.3. Восстановление спектральной плотности

Спектральная плотность конечной последовательности $x(n)$ длины N :

$$X(e^{j\omega T}) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\omega Tn} \quad (9.13)$$

на периоде $\omega = \pi_d 2/T$ связана с отсчетами ДПФ $X(k)$ (9.1) соотношением:

$$X(k) = X(e^{j\omega T})|_{\omega=k\frac{2\pi}{NT}}, k=0, 1, \dots, N-1. \quad (9.14)$$

Значения спектральной плотности (9.13) в L равноотстоящих точках на периоде ω при $L \gg N$ определяются по формуле:

$$X(e^{j\frac{2\pi}{L}l}) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi}{L}ln}, l = 0, 1, \dots, L-1 \quad (9.15)$$

где l — дискретная нормированная частота, а $\Delta\omega$ — период дискретизации по частоте:

$$\Delta\omega = \omega_d/L = 2\pi/LT \quad (9.16)$$

Тот же результат будет получен, если конечную последовательность $x(n)$ длины N дополнить нулями до длины L :

$$\tilde{x}(n) = \begin{cases} x(n), & 0 \leq n \leq (N-1) \\ 0, & N \leq n \leq (L-1) \end{cases} \quad (9.17)$$

и найти ее ДПФ (9.1), заменяя N на L :

$$\tilde{X}(k) = \sum_{n=0}^{L-1} \tilde{x}(n)W_L^{nk}, k = 0, 1, \dots, L-1 \quad (9.18)$$

С учетом (9.17) формула (9.18) принимает вид (сравните с (9.15)):

$$\tilde{X}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_L^{nk} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi}{L}kn}, k = 0, 1, \dots, L-1$$

Следует помнить, что разрешение по частоте, под которым понимают минимальное расстояние между дискретными гармониками в ДПФ, определяется исключительно периодом дискретизации по частоте $\Delta f = f_d/N$ и при фиксированной частоте f_d зависит только от длины (периода) последовательности, поскольку именно она и только она определяет спектральный состав (дискретные гармоники) последовательности.

Поэтому увеличение длины конечной последовательности за счет добавления

$(L-N)$ нулей и, соответственно, уменьшение периода дискретизации по частоте

до $\Delta = f f_d / L$, не меняет разрешения по частоте, а лишь улучшает условия различения близко расположенных частот дискретных гармоник. Решение этой задачи рассматривается в разд. 10.1.2.

9.1.4. Восстановление аналогового сигнала

Дискретное преобразование Фурье $X(k)$ (9.1) может использоваться для восстановления аналогового периодического сигнала с финитным спектром,

расположенным в области¹ $(-N/2) \leq k \leq (N/2-1)$, по формуле (усеченный ряд Фурье):

$$x(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_a(k) e^{j \frac{2\pi}{NT} kt} \quad (9.19)$$

где отсчеты $X_a(k)$ связаны с отсчетами ДПФ $X(k)$ соотношением:

$$X_a(k) = \begin{cases} X(N+k), & -N/2 \leq k \leq -1; \\ X(k), & 0 \leq k \leq (N/2-1) \end{cases} \quad (9.20)$$

Тот же результат будет получен при восстановлении аналогового сигнала непосредственно с помощью усеченного ряда Котельникова:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \frac{\sin \left[\pi \left(\frac{t}{T} - n \right) \right]}{\pi \left(\frac{t}{T} - n \right)} \quad (9.21)$$

В MATLAB для этого удобно воспользоваться функцией:

`sinc(t/T-n)`

9.2. Содержание лабораторной работы

Содержание работы связано с вычислением ДПФ периодических и конечных последовательностей и применением ДПФ для выделения полезного сигнала в аддитивной смеси с шумом, восстановления аналогового сигнала и спектральной плотности конечной последовательности с использованием программных средств MATLAB.

9.3. Задание на лабораторную работу

Лабораторная работа выполняется на основе script-файла `lr_09` и function-файлов `fft_e1` и `fft_e2`, которые хранятся на прилагаемом компакт-диске в папке `LAB_DSP\LAB_09`.

Перед выполнением работы необходимо сохранить путь к папке `LAB_09` по команде контекстного меню `Add to Path | Selected Folders`.

Исходные данные для пунктов задания приводятся в табл. 9.1 для номера бригады

$N_{бр}$, где $N_{бр} = 1, 2, \dots, 30$. Функция $N_{бр} \bmod M$ в записи исходных данных означает вычисление значения $N_{бр}$ по модулю M .

На прилагаемом компакт-диске в папке `Tables\Tables_09` хранятся табл. 9.1 исходных данных и пример ее заполнения для $N_{бр}=1$.

Таблица 9.1. Таблица исходных данных

Переменная	Назначение	Значение	Идентификатор
$N_{бр}$	Номер бригады	$N_{бр}$	Nb =

¹При N — четном, и в области $-(N-1)/2 \leq k \leq (N-1)/2$ — при N нечетном.

N	Период (длина) последовательности	N=64	N = 64
f_d	Частота дискретизации	$f_d = 2000(N_{бр} \bmod 5 + 1)$	$F_s =$

Таблица 9.1 (окончание)

Переменная	Назначение	Значение	Идентификатор
T	Период дискретизации	$T = 1/f_d$	$1/F_s$
A_1	Амплитуды дискретных гармоник	$A_1 = +10,01N_{бр}$	$A_1 =$
A_2		$A_2 = 2A_1$	$A_2 =$
f_1	Частоты дискретных гармоник	$f_1 = f_d/8$	$f_1 =$

Задание на лабораторную работу связано с вычислением ДПФ и включает в себя следующие пункты:

1. Вычисление амплитудного и фазового спектров периодической последовательности.

Вычислить амплитудный и фазовый спектры периодической последовательности $x(n)$ (идентификатор x) с периодом N :

$$x(nT) = A_1 \cos(2\pi f_1 nT + \pi/4) + A_2 \cos(2\pi f_2 nT + \pi/8) \quad (9.22)$$

используя ее тождественное представление в виде: (9.23)

$$\begin{aligned} x(n) &= A_1 \cos\left(\frac{2\pi f_1}{f_d} n + \frac{\pi}{4}\right) + A_2 \cos\left(\frac{2\pi f_2}{f_d} n + \frac{\pi}{8}\right) \\ &= A_1 \cos\left(\hat{\omega}_1 n + \frac{\pi}{4}\right) + A_2 \cos\left(\hat{\omega}_2 n + \frac{\pi}{8}\right) \end{aligned} \quad (9.23)$$

Вывести графики последовательности $x(n)$ (9.23) на периоде N :

- в шкале дискретного нормированного времени n (идентификатор n);
- в шкале дискретного времени nT (идентификатор nT).

Вычислить ОДПФ от ДПФ последовательности $x(n)$ и вывести график полученной последовательности в шкале дискретного нормированного времени.

Вычислить амплитудный (идентификатор MOD) и фазовый ¹ (идентификатор PHASE) спектры последовательности $x(n)$ (9.23) с учетом (9.4) и вывести их графики:

- в шкале дискретных нормированных частот k (идентификатор k);
- в шкале абсолютных частот f (Гц) (идентификатор f).

Пояснить:

- связь дискретного нормированного времени с дискретным временем;

- связь частоты f (Гц) с дискретной нормированной частотой;
- вид амплитудного и фазового спектров.

2. Вычисление ДПФ конечной последовательности.

Вычислить ДПФ конечной последовательности $x(n)$ (9.23) длины N .

Вывести графики в шкале дискретных нормированных частот:

- модуля ДПФ (идентификатор MOD_K) конечной последовательности;
- амплитудного спектра периодической последовательности (см. п. 1).

Пояснить связь модуля ДПФ конечной последовательности с амплитудным спектром периодической последовательности.

3. Определение амплитуд и частот дискретных гармоник.

Для автоматического определения амплитуд и частот гармоник в амплитудном спектре периодической последовательности $x(n)$ (9.23) использовать function-файл `fft_e1` (см. разд. 9.4.1), задавая малое, сравнимое с нулем, значение порога $\varepsilon_1 = 10^{-7}$ (идентификатор `e1`).

Вывести:

- выходные параметры function-файла `fft_e1`;
- значения амплитуд, дискретных нормированных частот и абсолютных частот (Гц) гармоник.

Пояснить:

- смысл выходных параметров function-файла `fft_e1`;
- соответствие между значениями дискретных нормированных частот и абсолютных частот гармоник.

4. Граничные значения порогов для первого (9.7) и второго (9.8) критериев выделения полезного сигнала.

Сформировать аддитивную смесь $s(n)$ (идентификатор s) полезного периодического сигнала $x(n)$ (9.23) с нормальным белым шумом $r(n)$ с нулевым средним значением и единичной дисперсией:

¹ Если модуль ДПФ меньше заданного, близкого к нулю, порога, то значения фазового спектра следует обнулить. В противном случае отношение малых, сравнимых с нулем, мнимой и вещественной частей может существенно отличаться от нуля, что обусловлено спецификой вычислений в MATLAB.

$$s(n) = x(n) + r(n). \quad (9.24)$$

Для аддитивной смеси $s(n)$ (9.24) определить:

- граничные значения порога ε_1 для первого критерия (9.7) (идентификаторы e1_low и e1_up);
- граничные значения порога ε_2 для второго критерия (9.8) (идентификаторы e2_low и e2_up).

Пояснить, как рассчитываются граничные значения порогов ε_1 и ε_2 .

5. Выделение полезного сигнала по первому критерию.

Вывести графики:

- аддитивной смеси $s(n)$ (9.24) на периоде N ;
- амплитудного спектра аддитивной смеси $s(n)$ в шкале дискретных нормированных частот;
- амплитудного спектра аддитивной смеси $s(n)$, нормированного к его максимальному значению (см. (9.7)).

Этот график позволяет уточнить значение порога ε_1 в диапазоне его граничных значений, определенных в п. 4.

Ввести значение порога ε_1 .

Для выделения полезного сигнала по первому критерию (9.7) использовать function-файл fft_e1 (см. разд. 9.4.1).

Вывести выходные параметры function-файла fft_e1.

Пояснить:

- какое значение порога ε_1 было выбрано и чем обоснован выбор;
- смысл выходных параметров function-файла fft_e1;
- какие амплитуды гармоник соответствуют полезному сигналу согласно первому критерию (9.7);
- в каком случае применение первого критерия будет неэффективным.

6. Выделение полезного сигнала по второму критерию.

Вывести графики:

- амплитудного спектра аддитивной смеси $s(n)$ (9.24) в шкале дискретных нормированных частот;
- квадрата амплитудного спектра аддитивной смеси $s(n)$, нормированного к ее средней мощности (см. (9.8)).

Этот график позволяет уточнить значение порога ε_2 в диапазоне его граничных значений, определенных в п. 4.

Ввести значение порога ε_2 .

Для выделения полезного сигнала по второму критерию (9.8) использовать function-файл fft_e2 (см. разд. 9.4.1).

Вывести выходные параметры function-файла fft_e2.

Пояснить:

- какое значение порога ε_2 было выбрано и чем обоснован выбор;

- смысл выходных параметров function-файла `fft_e2`;
- какие амплитуды гармоник соответствуют полезному сигналу согласно второму критерию (9.8);
- в каком случае применение второго критерия будет неэффективным.

7. Восстановление аналогового сигнала.

Восстановить периодический аналоговый сигнал $x(t)$ (идентификатор `xa`) по отсчетам ДПФ $X(k)$ периодической последовательности $x(n)$ (9.23). Для вычисления значений сигнала $x(t)$ использовать формулу (9.19), задавая значения времени t (идентификатор `t`) на интервале $t \in [0; (N-1)]T$ с шагом $\Delta t = 0,25T$.

В тех же точках вычислить значения исходного аналогового сигнала $x_{исх}(t)$ (идентификатор `xt`), на основе которого получена последовательность $x(nT)$

(9.22):

$$x_{исх}(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t + \pi/4) + A_2 \cos(2\pi f_2 t + \pi/8) \quad (9.25)$$

Вывести графики:

- периодической последовательности $x(n)$ (9.23) и модуля ее ДПФ;
- восстановленного аналогового сигнала $x(t)$ и его амплитудного спектра (идентификатор `MODa`);
- исходного аналогового сигнала $x_{исх}(t)$ (9.25).

Пояснить:

- связь модуля ДПФ последовательности со спектром аналогового сигнала;
- результат визуального сравнения восстановленного и исходного сигналов.

8. Восстановление спектральной плотности конечной последовательности.

Вычислить значения спектральной плотности конечной последовательности $x(n)$ (9.23) длины N в L $N=2$ точках на периоде $\tilde{\omega}_d = 2\pi$ двумя способами:

- по формуле (9.15) — идентификатор `XW`;
- по формуле (9.18) — идентификатор `XZ`.

Вывести графики:

- модуля ДПФ конечной последовательности $x(n)$ (см. п. 2) в шкале дискретных нормированных частот с помощью функции `stem`;
- модулей спектральной плотности, вычисленной первым и вторым способами в шкале частот $\hat{\omega}$ (идентификатор `w`) с помощью функции `plot`.

Пояснить:

- связь между ДПФ и спектральной плотностью;

- алгоритмы вычисления значений спектральной плотности по формулам (9.15) и (9.18);
- соответствие между частотами $\hat{\omega}$ (рад) пиков спектральной плотности и их дискретными нормированными частотами.

9. Уменьшение периода дискретизации по частоте при вычислении ДПФ.

Сформировать три конечные последовательности $x(n)$ (9.23) (вектор xz) с длинами $L=N, 2N, 4N$ (вектор L), дополняя их нулями до длины L при $L>N$.

Вычислить ДПФ $X(k)$ (9.18) данных последовательностей (вектор XZ).

Вывести графики:

- исходной последовательности и последовательностей, дополненных нулями;
- их модулей ДПФ в шкале дискретных нормированных частот (пунктиром с помощью функции `stem`) и одновременно — восстановленных спектральных плотностей (с помощью функции `plot` красным цветом).

Для сравнения графиков удобно воспользоваться кнопкой `Zoom in` на панели инструментов.

Вывести значения периодов ДПФ (вектор L) и соответствующих им периодов дискретизации по частоте (вектор Δf).

Пояснить:

- причину изменения периода дискретизации по частоте;
- изменяется ли при этом разрешение по частоте;
- чему равно разрешение по частоте;
- с какой целью уменьшают период дискретизации по частоте.

9.4. Типовой script-файл для выполнения лабораторной работы

Перед выполнением работы должна быть представлена табл. 9.1 исходных данных для своего номера бригады $N_{бр}$.

Для запуска лабораторной работы необходимо обратиться к script-файлу `lr_09` по его имени:

```
>> lr_09
```

Для принудительного снятия script-файла с выполнения следует нажать комбинацию клавиш `<Ctrl>+<Break>`.

Листинг script-файла `lr_09` имеет вид:

```
>> type lr_09
script
clc
clear
disp('% ЛР №9. ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ (часть 1)')
disp('%')
disp('%')
```

```

disp('% Введите ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ');
DATA=0;
while DATA==0
Nb = input('Nb = '); % НОМЕР БРИГАДЫ
N= input('N = '); % ДЛИНА (ПЕРИОД) ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ
Fs = input('Fs = '); % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦИИ
T = input('T = '); % ПЕРИОД ДИСКРЕТИЗАЦИИ 1/Fs
A1 = input('A1 = '); % АМПЛИТУДЫ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК
A2 = input('A2 = ');
f1 = input('f1 = '); % ЧАСТОТЫ (Гц) ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК
f2 = input('f2 = ');
disp('% Проверьте ПРАВИЛЬНОСТЬ ввода ИСХОДНЫХ ДАННЫХ')
disp('% При ПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 1')
disp('% При НЕПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 0 и ПОВТОРИТЕ ввод')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')
disp('% Для вывода ИСХОДНЫХ АМПЛИТУД и ЧАСТОТ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp([' A1 = ' num2str(A1) ' A2 = ' num2str(A2)])
disp([' f1 = ' num2str(f1) ' f2 = ' num2str(f2)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.1. ВЫЧИСЛЕНИЕ АМПЛИТУДНОГО И ФАЗОВОГО СПЕКТРОВ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ периодической последовательности нажмите <ENTER>')
pause
n = 0:(N-1); % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ
k = 0:(N-1); % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА
w1 = 2*pi*f1/Fs; w2 = 2*pi*f2/Fs; % НОРМИРОВАННЫЕ ЧАСТОТЫ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК

```

(РАД)

x = A1*cos(w1*n+pi/4)+A2*cos(w2*n+pi/8); % ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ

X = fft(x); % ДПФ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

MOD = (2/N)*abs(X); % АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

MOD(1) = (1/N)*abs(X(1));

PHASE = angle(X); % ФАЗОВЫЙ СПЕКТР ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

for i = 1:N

if (abs(X(i)) < 1e-4)

PHASE(i)=0;

end

end

figure('Name','Periodic Sequence','NumberTitle','off')

subplot(3,1,1), stem(n,x, 'MarkerSize',3,'Linewidth',2)

grid, xlabel('n')

ylabel('x(n)'), title(strcat(['Periodic Sequence x(n) N = ',num2str(N)]))

subplot(3,1,2), stem(n/Fs,x,'MarkerSize',3,'Linewidth',2)

grid, xlabel('nT')

ylabel('x(nT)'), title(strcat(['Periodic Sequence x(nT) N = ',num2str(N)]))

x = ifft(X); % ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ,

ВЫЧИСЛЕННАЯ С ПОМОЩЬЮ ОДПФ

subplot(3,1,3), stem(n,x,'MarkerSize',3,'Linewidth',2)

grid, xlabel('n')

ylabel('x(n)'), title(strcat(['Periodic Sequence x = ifft(X) N = ',num2str(N)]))

disp('%')

disp('%')

disp('% Для вывода ГРАФИКОВ АМПЛИТУДНОГО СПЕКТРА периодической последовательности нажмите <ENTER>')

pause

figure('Name','Amplitude Spectrum','NumberTitle', 'off')

subplot(2,1,1), stem(k,MOD,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid

xlabel('k'), ylabel('1/N|X(k)|')

title(strcat(['Amplitude Spectrum of the Periodic Sequence N = ',num2str(N)]))

subplot(2,1,2), stem(k*(Fs/N),MOD,'MarkerSize',3,'Linewidth',2),grid

xlabel('f (Hz)'), ylabel('1/N|X(f)|')

title(strcat(['Amplitude Spectrum of the Periodic Sequence N = ',num2str(N)]))

disp('%')

disp('%')

disp('% Для вывода ГРАФИКОВ ФАЗОВОГО СПЕКТРА периодической последовательности

нажмите <ENTER>')

pause

figure('Name','Phase Spectrum','NumberTitle','off')

subplot(2,1,1), stem(k, PHASE,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid

xlabel('k'), ylabel('arg{X(k)} (rad)')

title(strcat(['Phase Spectrum of the Periodic Sequence N = ',num2str(N)]))

subplot(2,1,2), stem(k*(Fs/N),PHASE,'MarkerSize',3,'Linewidth',2)

grid, xlabel('f (Hz)'), ylabel('arg{X(f)} (rad)')

title(strcat(['Phase Spectrum of the Periodic Sequence N = ',num2str(N)]))

disp('%')

disp('%')

disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')

pause

disp('%')

disp('%')

disp('% **п.2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ДПФ КОНЕЧНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ**')

disp('%')

disp('%')

disp('% Для вывода ГРАФИКОВ МОДУЛЯ ДПФ конечной последовательности и АМПЛИТУДНОГО СПЕКТРА')

disp('% периодической последовательности нажмите <ENTER>')

pause

MOD_K= abs(fft(x)); % МОДУЛЬ ДПФ КОНЕЧНОЙ

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

figure('Name','DFT Modulus and Amplitude Spectrum', 'NumberTitle','off')

subplot(2,1,1), stem(k,MOD_K,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid

xlabel('k'), ylabel('|X(k)|')

title('DFT Modulus of the Finite Sequence')

subplot(2,1,2), stem(k,MOD,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid

xlabel('k'), ylabel('1/N |X(k)|')

title('Amplitude Spectrum of the Periodic Sequence')

disp('%')

disp('%')

disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')

pause

disp('%')

disp('%')

disp('% **п.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ АМПЛИТУД И ЧАСТОТ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК**')

disp('%')

disp('%')

```

disp('% Для вывода ВЫХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ fft_e1 нажмите
<ENTER>')
pause
e1 = 1e-7; % ЗНАЧЕНИЕ ПОРОГА ДЛЯ ПЕРВОГО КРИТЕРИЯ
[MODm,m] = fft_e1(MOD,e1) % ВНЕШНЯЯ ФУНКЦИЯ ДЛЯ ВЫДЕЛЕНИЯ
АМПЛИТУД И ЧАСТОТ
ГАРМОНИК ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА ПО ПЕРВОМУ КРИТЕРИЮ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода АМПЛИТУД и ЧАСТОТ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК
нажмите <ENTER>')
pause
A1 = MODm(1); A2 = MODm(2); % АМПЛИТУДЫ ДИСКРЕТНЫХ
ГАРМОНИК
k1 = m(1); k2 = m(2); % ДИСКРЕТНЫЕ НОРМИРОВАННЫЕ ЧАСТОТЫ
f1 = k1*Fs/N; f2 = k2*Fs/N; % ЧАСТОТЫ (Гц) ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК
disp('%')
disp('%')
disp([' A1 = ' num2str(A1) ' A2 = ' num2str(A2)])
disp([' k1 = ' num2str(k1) ' k2 = ' num2str(k2)])
disp([' f1 = ' num2str(f1) ' f2 = ' num2str(f2)])
disp('%')
disp('%')
disp('% СРАВНИТЕ с ВЫХОДНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ функции fft_e1 и
исходными данными')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.4. ГРАНИЧНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПОРОГОВ ДЛЯ ПЕРВОГО И
ВТОРОГО КРИТЕРИЕВ
ВЫДЕЛЕНИЯ ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода граничных значений порога для ПЕРВОГО КРИТЕРИЯ
нажмите
<ENTER>')
pause
noise = randn(1,N); % НОРМАЛЬНЫЙ БЕЛЫЙ ШУМ
s = x+noise; % АДДИТИВНАЯ СМЕСЬ СИГНАЛА С ШУМОМ
S = fft(s); % ДПФ СМЕСИ СИГНАЛА С ШУМОМ

```

```

MODS = (2/N)*abs(S); % АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР СМЕСИ СИГНАЛА С
ШУМОМ
MODS(1) = (1/N)*abs(S(1));
NOISE = fft(noise); % ДПФ ШУМА
MODNOISE = (2/N)*abs(NOISE); % АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР ШУМА
MODNOISE(1) = (1/N)*abs(NOISE(1));
MAX_NOISE = max(MODNOISE); % МАКСИМУМ АМПЛИТУДНОГО
СПЕКТРА ШУМА
MAXS = max(MODS); % МАКСИМУМ АМПЛИТУДНОГО СПЕКТРА СМЕСИ
СИГНАЛА С
ШУМОМ
e1_low = MAX_NOISE/MAXS; % НИЖНЯЯ ГРАНИЦА ПОРОГА ДЛЯ
ПЕРВОГО КРИТЕРИЯ
e1_up = 1; % ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА ПОРОГА ДЛЯ ПЕРВОГО КРИТЕРИЯ
P = (1/N)*sum(MODS.^2); % СРЕДНЯЯ МОЩНОСТЬ СМЕСИ СИГНАЛА С
ШУМОМ
MAXS2 = MAXS.^2; % КВАДРАТ МАКСИМУМА АМПЛИТУДНОГО
СПЕКТРА СМЕСИ СИГНАЛА
С ШУМОМ
MAX_NOISE2 = MAX_NOISE.^2; % КВАДРАТ МАКСИМУМА
АМПЛИТУДНОГО СПЕКТРА ШУМА
disp('%')
disp('%')
disp([' e1_low = ' num2str(e1_low) ' e1_up = ' num2str(e1_up)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода граничных значений порога для ВТОРОГО КРИТЕРИЯ')
disp('нажмите')
disp('<ENTER>')
pause
e2_low = MAX_NOISE2/P; % НИЖНЯЯ ГРАНИЦА ПОРОГА ДЛЯ ВТОРОГО
КРИТЕРИЯ
e2_up = MAXS2/P; % ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА ПОРОГА ДЛЯ ВТОРОГО
КРИТЕРИЯ
disp('%')
disp('%')
disp([' e2_low = ' num2str(e2_low) ' e2_up = ' num2str(e2_up)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
disp('нажмите')
disp('%')
disp('%')

```

```

disp('% п.5. ВЫДЕЛЕНИЕ ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА ПО ПЕРВОМУ  

КРИТЕРИЮ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКА аддитивной смеси сигнала с шумом нажмите  

<ENTER>')
pause
figure('Name','Mixture of Signal and Noise','NumberTitle', 'off')
stem(n,s,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('n'), ylabel('s(n)')
title(strcat(['Mixture of Signal and Noise N = ',num2str(N)]))
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ амплитудного и НОРМИРОВАННОГО  

амплитудного  

спектров')
disp('% аддитивной смеси сигнала с шумом нажмите <ENTER>')
pause
figure('Name','Amplitude Spectrum and Normalized Amplitude  

Spectrum','NumberTitle', 'off')
subplot(2,1,1), stem(k,MODS,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('k'), ylabel('|S(k)|')
title(strcat(['Amplitude Spectrum N = ',num2str(N)]))
subplot(2,1,2), stem(k, MODS/MAXS,'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('k'), ylabel('|S(k)|/max|S(k)|')
title(strcat(['Normalized Amplitude Spectrum N = ',num2str(N)]))
disp('%')
disp('%')
disp('% Введите выбранное значение порога e1 для ПЕРВОГО КРИТЕРИЯ')
disp('%')
e1 = input(' e1 = '); % ВЫБРАННОЕ ЗНАЧЕНИЕ ПОРОГА ДЛЯ ПЕРВОГО  

КРИТЕРИЯ
disp('%')
disp('% Для вывода ВЫХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ fft_e1 нажмите  

<ENTER>')
pause
[MODm,m] = fft_e1(MODS,e1) % ВНЕШНЯЯ ФУНКЦИЯ ДЛЯ ВЫДЕЛЕНИЯ  

АМПЛИТУД И ЧАСТОТ  

ГАРМОНИК ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА ПО ПЕРВОМУ КРИТЕРИЮ
disp('%')
disp('%')
disp('% СРАВНИТЕ значения ВЫДЕЛЕННЫХ ПО ПЕРВОМУ КРИТЕРИЮ  

АМПЛИТУД И ЧАСТОТ')

```

```

disp('% с исходными данными')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.6. ВЫДЕЛЕНИЕ ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА ПО ВТОРОМУ  
КРИТЕРИЮ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ амплитудного спектра и КВАДРАТА  
амплитудного')
disp('% спектра, НОРМИРОВАННОГО к величине средней мощности')
disp('% аддитивной смеси сигнала с шумом, нажмите <ENTER>')
pause
figure('Name','Amplitude Spectrum and Normalized Amplitude Spectrum  
Squire','NumberTitle', 'off')
subplot(2,1,1), stem(k,MODS,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('k'), ylabel('|S(k)|')
title(strcat(['Amplitude Spectrum N = ',num2str(N)]))
subplot(2,1,2), stem(k,(MODS.^2)/P,'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('k'), ylabel('|S(k)|^2/P')
title(strcat(['Normalized Amplitude Spectrum Squire N = ',num2str(N)]))
disp('%')
disp('%')
disp('% Введите выбранное значение порога e2 для ВТОРОГО КРИТЕРИЯ')
disp('%')
e2 = input(' e2 = '); % ВЫБРАННОЕ ЗНАЧЕНИЕ ПОРОГА ДЛЯ ВТОРОГО  
КРИТЕРИЯ
disp('%')
disp('% Для вывода ВЫХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ fft_e2 нажмите  
<ENTER> ')
pause
[MODm,m] = fft_e2(MODS,e2)% ВНЕШНЯЯ ФУНКЦИЯ ДЛЯ ВЫДЕЛЕНИЯ  
АМПЛИТУД И ЧАСТОТ  
ГАРМОНИК ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА ПО ВТОРОМУ КРИТЕРИЮ
disp('%')
disp('%')
disp('% СРАВНИТЕ значения ВЫДЕЛЕННЫХ ПО ВТОРОМУ КРИТЕРИЮ  
АМПЛИТУД И ЧАСТОТ')
disp('% с исходными данными')
disp('%')

```

```

disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.7. ВОССТАНОВЛЕНИЕ АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ и МОДУЛЯ ее ДПФ,')
disp('% ВОССТАНОВЛЕННОГО АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА и его СПЕКТРА')
disp('% и ИСХОДНОГО АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА нажмите <ENTER>')
pause
Xa = [X(N/2+1:N),X(1:N/2)]; % СПЕКТР АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА (С ТОЧНОСТЬЮ ДО ПОСТОЯННОГО МНОЖИТЕЛЯ)
i = 1; % СЧЕТЧИК ЗНАЧЕНИЙ АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА
fort= 0:0.25*T:(N-1)*T % ЗНАЧЕНИЯ НЕПРЕРЫВНОГО ВРЕМЕНИ
s= 0;
fork= -N/2:N/2-1 % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА
s = s + Xa(k+N/2+1)*exp(j*2*pi*k*t/(N*T)); % ВОССТАНОВЛЕНИЕ АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА
end
xa(i) = (1/N).*s; % ЗНАЧЕНИЯ ВОССТАНОВЛЕННОГО АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА
i = i+1;
end
t = 0:0.25*T:(N-1)*T;
xt = A1*cos(2*pi*f1*t+pi/4)+A2*cos(2*pi*f2*t+pi/8); % ЗНАЧЕНИЯ ИСХОДНОГО АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА
k= 0:N-1; % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА
MODa= (2/N)*abs(Xa); % АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР ВОССТАНОВЛЕННОГО АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА
MODa(1) = (1/N)*abs(Xa(1));
figure('Name','Original Periodic Sequence & FFT, Reconstructed Analog Signal & Spectrum, Original Analog Signal', 'NumberTitle', 'off')
subplot(3,2,1), stem(n,x,'MarkerSize',3), grid
xlabel('n'), ylabel('x(n)')

```

```

title(strcat(['Original Periodic Sequence N = ',num2str(N)]))
subplot(3,2,2), stem(k,abs(X),'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('k'), ylabel('|X(k)|')
title(strcat(['DFT of Original Periodic Sequence N = ',num2str(N)]))
subplot(3,2,3), plot(t,real(xa)), grid, xlabel('t')
ylabel('x(t)'),title('Reconstructed Analog Signal')
k = -N/2:N/2-1;
subplot(3,2,4), stem(k,MODa,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('k'), ylabel('|Xa(k)|')
title('Amplitude Spectrum of Reconstructed Analog Signal')
subplot(3,2,5), plot(t,xt), grid, xlabel('t')
ylabel('x(t)'), title('Original Analog Signal')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.8. ВОССТАНОВЛЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ  

КОНЕЧНОЙ  

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ ДПФ и СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ  

конечной')
disp('% последовательности, вычисленной ДВУМЯ способами, нажмите  

<ENTER>')
pause
L = 2*N; % КОЛИЧЕСТВО ОТСЧЕТОВ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ НА  

ПЕРИОДЕ
l = 0;
for l = 0:(L-1) % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА
S = 0;
for n = 0:(N-1) % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ
S = S + x(n+1)*exp(-j*2*pi*l*n/L); % ВОССТАНОВЛЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОЙ  

ПЛОТНОСТИ
end
XW(l+1) = S; % ЗНАЧЕНИЯ ВОССТАНОВЛЕННОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ  

ПЛОТНОСТИ
l = l+1;
end
xz = [xzeros(1,(L-N))]; % ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ, ДОПОЛНЕННАЯ  

НУЛЯМИ ДО ДЛИНЫ

```

```

L
XZ = fft(xz); % ДПФ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ, ДОПОЛНЕННОЙ НУЛЯМИ
k= 0:(N-1); % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА
w = 0:2*pi/L:2*pi-2*pi/L; % НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА
l = 0:(L-1); % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА
figure('Name','DFT and Spectral Density','NumberTitle','off')
subplot(3,1,1), stem(k,abs(X),'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('k'), ylabel('|X(k)|')
title(strcat(['DFT Modulus N = ',num2str(N)]))
subplot(3,1,2), plot(w,abs(XW),'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('w'), ylabel('|X(w)|')
title(strcat(['Spectral Density Modulus (option 1) L = ',num2str(L)]))
subplot(3,1,3), plot(w,abs(XZ),'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('w'), ylabel('|X(w)|')
title(strcat(['Spectral Density Modulus (option 2) L = ',num2str(L)]))
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.9. УМЕНЬШЕНИЕ ПЕРИОДА ДИСКРЕТИЗАЦИИ ПО
ЧАСТОТЕ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ ДПФ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ КОНЕЧНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ,')
disp('% ДПФ и СПЕКТРАЛЬНЫХ ПЛОТНОСТЕЙ нажмите <ENTER>')
pause
figure('Name','Finite Sequences, DFT and Spectral Densities','NumberTitle',
'off')
L = [N 2*N 4*N];
for i = 1:length(L)
xz = [xzeros(1,(L(i)-N))]; % ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ, ДОПОЛНЕННАЯ
НУЛЯМИ ДО
ДЛИНЫ L(i)
XZ = fft(xz);
Delta_f(i) = Fs/L(i);
n = 0:length(xz)-1; % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ
k = 0:length(XZ)-1; % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА
subplot(3,2,2*i-1), stem(n,xz,'MarkerSize',3), xlabel('n'), grid
title(strcat(['Finite Sequence x(n) L = ',num2str(L(i)]))
subplot(3,2,2*i), plot(k,abs(XZ), 'r','MarkerSize',3, 'Linewidth',2), grid,
hold on, stem(k,abs(XZ),':'), xlabel('k')

```

```

title(strcat(['DFT and Spectral Density Modulus L = ',num2str(L(i))]))
end
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода ПЕРИОДОВ ДПФ и ПЕРИОДОВ ДИСКРЕТИЗАЦИИ ПО
ЧАСТОТЕ нажмите
<ENTER>')
pause
disp('%')
disp([' L = ',num2str(L) ''])
disp('%')
disp([' Delta_f = ',num2str(Delta_f) ''])
disp('%')
disp('%')
disp('% РАБОТА ЗАВЕРШЕНА')

```

9.4.1. Используемые внешние функции

В script-файле lr_09 используются две внешние функции.

Внешняя функция `fft_e1`, предназначенная для определения значений модуля ДПФ (`MODm`) и дискретных нормированных частот (`m`) гармоник, которые согласно первому критерию (9.7) при заданном пороге ε_1 (9.10) (`e1`) относят к полезному сигналу:

```

function [MODm,m] = fft_e1(MODX,e1)
% Определение значений модуля ДПФ и частот полезного сигнала
%
% MODX — вектор значений модуля ДПФ смеси сигнала с шумом
% e1 — заданный порог
%
% MODm — вектор значений модуля ДПФ полезного сигнала
% m — вектор значений частот полезного сигнала
%
i = 1;
MAX = max(MODX);
for k = 1:length(MODX)
if (MODX(k)/MAX)>e1
MODm(i) = MODX(k);
m(i) = k-1;
i = i+1;
end
end

```

Внешняя функция `fft_e2`, предназначенная для определения значений модуля ДПФ (`MODm`) и дискретных нормированных частот (`m`) гармоник, которые согласно второму критерию (9.8) при заданном пороге ε_2 (9.11) (`e2`) относят к полезному сигналу:

```
function [MODm,m] = fft_e2(MODX,e2)
```

```
% Определение значений модуля ДПФ и частот полезного сигнала
```

```
%
```

```
% MODX — вектор значений модуля ДПФ смеси сигнала с шумом
```

```
% e2 — заданный порог
```

```
%
```

```
% MODm — вектор значений модуля ДПФ полезного сигнала
```

```
% m — вектор значений частот полезного сигнала
```

```
%
```

```
i = 1;
```

```
P = sum(MODX.^2)/length(MODX); % P — средняя мощность смеси сигнала с шумом
```

```
for k = 1:length(MODX)
```

```
if ((MODX(k).^2)/P)>e2
```

```
MODm(i) = MODX(k);
```

```
m(i) = k-1;
```

```
i = i+1;
```

```
end
```

```
end
```

9.5. Задание на самостоятельную работу

Задание на самостоятельную работу заключается в создании function-файлов для вычисления ДПФ последовательностей с использованием исходных данных из табл. 9.1 для своего номера бригады $N_{бр}$.

Последовательности выбираются из представленного далее списка:

1С. Периодическая последовательность с периодом $N/2$:

$$x(n) = A_1 \cos(\hat{\omega}_1 n + \pi/4) + A_2 \cos(\hat{\omega}_2 n + \pi/16) \quad (9.26)$$

Вывести графики амплитудного и фазового спектра периодической последовательности.

Определить амплитуды и частоты дискретных гармоник, используя function-файл fft_e1.

2С. Конечная последовательность $x(n)$ (9.26) длины $N/2$.

Вывести графики модуля и аргумента ДПФ конечной последовательности.

3С. Конечная последовательность длины N :

$$x_1(n) = \begin{cases} x_2(n), n = 0, \dots, N/2 - 1; \\ x_3(n), n = N/2, \dots, N - 1 \end{cases} \quad (9.27)$$

где

$$x_2(n) = A_1 \cos(\hat{\omega}_1 n), n = 0, \dots, N/2 - 1;$$

$$x_3(n) = A_2 \cos(\hat{\omega}_2 n), n = 0, \dots, N/2 - 1;$$

Вывести графики конечных последовательностей $x(n)$ (9.23) и $x_1(n)$ (9.27) и модулей их ДПФ.

4С. Цифровой единичный импульс (7.10) на интервале $n \in [0; N-1]$.

Вывести графики цифрового единичного импульса и модуля его ДПФ.

5С. Последовательность с однотоновой амплитудной модуляцией (7.23):

$$x(n) = C[1 + m \cos(\Omega n + \varphi_\Omega)] \cos(\hat{\omega}_0 n + \varphi_0).$$

Задать значения $C=1$, $\hat{\omega}_0 = 2\pi/4$, $\varphi_0=0$, $\Omega = \hat{\omega}_0/4$, $\varphi_\Omega=0$, $m=0,5$ и период последовательности $2N$.

Вывести графики последовательности и ее амплитудного спектра.

6С. Последовательность $x(t)$ (7.25):

$$x(t)|_{t=nT} = \frac{\sin \pi t}{\pi t}$$

Задать частоту дискретизации $f_d=2000$.

Вывести графики последовательности на интервале $t = nT \in [-500(N-1); 500(N-1)T]$ с шагом T и модуля ее ДПФ.

7С. Гауссов радиоимпульс (7.24):

$$x(n) = e^{-an^2} \cos(\hat{\omega}_1 n)$$

Задать $a=0,0005$ и $\hat{\omega}_1 = \pi/12$.

Вывести графики последовательности на интервале $n \in [-3(N-1); 3(N-1)]$ и модуля ее ДПФ.

9.6. Отчет и контрольные вопросы

Отчет составляется в редакторе MS Word и содержит исходные данные и результаты выполнения каждого пункта задания, включая копируемые из окна Command Window результаты вычислений (шрифт Courier New), созданные графики (копируются по команде Edit | Copy Figure в окне Figure) и ответы на поставленные вопросы (шрифт Times New Roman).

Защита лабораторной работы проводится на основании представленного отчета и контрольных вопросов из следующего списка:

1. Запишите формулы ДПФ.
2. Что такое поворачивающий множитель?
3. Чему равно разрешение по частоте при вычислении ДПФ?
4. С чем связаны трудности прямого вычисления ДПФ по формуле (9.1)?
5. Что такое БПФ?
6. Каков порядок сложности алгоритмов ДПФ и БПФ Кули—Тьюки?
7. Назовите основные свойства ДПФ.
8. Дайте определение дискретной нормированной частоты.
9. Поясните смысл ДПФ для периодической последовательности.
10. Как с помощью ДПФ рассчитывается амплитудный и фазовый спектры периодической последовательности?
11. Поясните смысл ДПФ для конечной последовательности.
12. Как связаны значения абсолютных частот (в герцах [Гц] и радианах в секунду [рад/с]) и дискретных нормированных частот?

13. Поясните смысл приведенных критериев для выделения полезного сигнала из его аддитивной смеси с шумом.
14. Как задаются значения порогов в первом и втором критериях выделения полезного сигнала?
15. Как восстановить аналоговый периодический сигнал с финитным спектром по отсчетам ДПФ и на основе ряда Котельникова?
16. Как вычислить спектральную плотность в L точках на основе ДПФ при $L > N$?
17. Как определить разрешение по частоте в ДПФ при добавлении нулей к исходной последовательности?

Использованные источники:

1. Цифровая обработка сигналов и MATLAB: учеб. пособие / А. И. Солонина, Д. М. Клионский, Т. В. Меркучева, С. Н. Перов. — СПб.: БХВ-Петербург, 2013. — 512 с.
2. Воробьев С.Н. Цифровая обработка сигналов : учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / С.Н. Воробьев. - М. : Академия, 2013. - 320 с.
3. Голубинский А.Н. Теория цифровой обработки сигналов : учеб, пособие / А.Н. Голубинский, С.В. Ролдугин, И.В. Лазарев. - Воронеж : Воронежский институт МВД России, 2009. - 132 с.

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ № 4 (часть 1) по дисциплине «Цифровая обработка сигналов» для студентов специальности 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы» очной формы обучения

Составитель:
д. ф.-м.н. Кузьменко Р.В.

Компьютерный набор Р.В. Кузьменко

Подписано к изданию _____
Уч-изд. л. _____

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный
технический университет»
394026 Воронеж, Московский просп., 14