

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра радиоэлектронных устройств и систем

## **ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ**

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

к выполнению лабораторных работ № 4 (часть 1) по дисциплине «Цифровая обработка сигналов» для студентов специальности 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы» очной формы обучения

Воронеж 2022

УДК 621.391.083.92  
ББК 32.811.3

**Составитель:**  
д. ф.-м.н. Кузьменко Р.В

**Цифровая обработка сигналов:** методические указания к выполнению лабораторных работ № 4 (часть 1) по дисциплине «Цифровая обработка сигналов» для студентов специальности 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы» очной формы обучения/ ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост. Р.В. Кузьменко. Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2022. – 27 с.

Основной целью указаний к выполнению лабораторных работ является поддержка выработки навыков цифровой обработки сигналов и средств их компьютерного моделирования в системе MATLAB.

Издание предназначено для проведения лабораторных работ по дисциплине «Цифровая обработка сигналов» для студентов 4-го курса.

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле ЦОС Лаб. работа № 4 (часть 1).docx

Библиогр.: 3 назв.

**УДК 621.391.083.92  
ББК 32.811.3**

Рецензент: Доктор технических наук, заведующий кафедрой  
«Конструирования и производства радиоаппаратуры»  
Башкиров А.В.

*Издаётся по решению редакционно-издательского совета  
Воронежского государственного технического университета*

## Лабораторная работа №4

### Дискретное преобразование Фурье (часть 1)

**Цель работы:** изучить дискретное преобразование Фурье (ДПФ) периодических последовательностей и последовательностей конечной длины и овладеть программными средствами его вычисления в MATLAB с использованием алгоритмов быстрого преобразования Фурье (БПФ).

#### 9.1. Краткая теоретическая справка

В гл. 7 мы познакомились с описанием дискретных сигналов во временной области. Для описания дискретных сигналов в частотной области используется дискретное преобразование Фурье.

##### 9.1.1. Дискретное преобразование Фурье

*Дискретным преобразованием Фурье* (ДПФ) называется пара взаимно однозначных преобразований:

прямое ДПФ (Discrete Fourier Transform — DFT):

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^k, k = 0, 1, \dots, N-1; \quad 9.1)$$

Обратное ДПФ (ОДПФ) (Inverse Discrete Fourier Transform — IDFT):

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) W_N^{-nk}, n = 0, 1, \dots, N-1, \quad 9.2)$$

где  $n$  — дискретноенормированное время  $n = nT/T$ ;  $k$  — дискретная нормированная частота  $k = k\Delta\omega/\Delta\omega$ ;  $\Delta\omega = \omega_d/N = 2\pi/NT$  — период дискретизации по частоте (*разрешение по частоте*);  $x(n)$  —  $N$ -точечная последовательность, т. е. периодическая последовательность во временной области с периодом  $N$ ;  $X(k)$  —  $N$ -точечное ДПФ, т. е. периодическая последовательность в частотной области

с периодом  $N$ ;  $N$  — период последовательности и ДПФ;

$W_N^{nk} = e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$  — поворачивающий множитель;

$X(k)W_N^{-nk} = X(k)e^{j\frac{2\pi}{N}nk}$  —  $k$ -я дискретная гармоника.

Значения абсолютных частот дискретных гармоник связаны со значениями дискретных нормированных частот соотношением:

$$f = kf_d/N \quad 9.3)$$

Дискретное преобразование Фурье (9.1) трактуется по-разному в зависимости от вида последовательности  $x(n)$  — периодическая с периодом  $N$  или конечная длины  $N$ .

Для периодической последовательности  $x(n)$  с периодом  $N$  ДПФ  $X(k)$  (9.1) представляет собой ее спектр с точностью до множителя  $1/N$ .

Модуль ДПФ  $|X(k)|$  (с точностью до множителя  $1/N$ ) называют амплитудным спектром, а аргумент  $\arg\{X(k)\}$  — фазовым спектром периодической последовательности.

Амплитудный спектр вещественной периодической последовательности равен модулю ДПФ  $|X(k)|$  с точностью до множителя:

$$\begin{cases} 1/N, k = 0 \\ 2/N, k \neq 0 \end{cases} \quad 9.4)$$

При вычислении ДПФ (9.1) периодической последовательности она может задаваться на периоде  $N$  или на целом числе периодов  $N$ , что не меняет результата.

Для конечной последовательности  $x(n)$  длины  $N$  ДПФ  $X(k)$  (9.1) представляет собой  $N$  дискретных равноотстоящих значений ее спектральной плотности  $X(e^{j\omega T})$  на периоде  $\omega_d = 2\pi/T$  (см. разд. 9.2.3).

Для вещественных последовательностей, периодических и конечных, модуль ДПФ  $|X(k)|$  — четная, а аргумент  $\arg\{X(k)\}$  — нечетная функция частоты  $k$ .

Согласно определению, при вычислении ДПФ предполагается, что последовательность  $x(n)$  является периодической, и конечная последовательность представляет собой один период периодической последовательности.

При этом точное выделение гармоник последовательности  $x(n)$  с частотами  $f_i$  гарантируется только в том случае, если они кратны периоду дискретизации по частоте  $\Delta = f_f_d/N$ :

$$f_i = \Delta q f, q = 0, 1, \dots, (N - 1) \quad 9.5)$$

что, в свою очередь, возможно только в том случае, если на интервале  $NT$  последовательности  $x(n)$  укладывается целое число периодов  $T_i$ , т. е. отношение

$$P_i = \frac{NT}{T_i} = \frac{Nf_i}{f_d} \quad 9.6)$$

является целым числом.

В случае, если условие (9.5) не выполняется, наблюдается эффект растекания спектра, который рассматривается в разд. 10.1.1.

В MATLAB ДПФ (9.1)–(9.2) вычисляется с использованием алгоритмов БПФ<sup>1</sup> и ОБПФ с помощью функций:

**X = fft(x)**

**x = ifft(X)**

---

<sup>1</sup> Выбор конкретного алгоритма БПФ скрыт от пользователя и осуществляется автоматически в зависимости от длины исходной последовательности.

где  $x$  и  $X$  —  $N$ -точечные последовательность  $x(n)$  и ее ДПФ  $X(k)$  — векторы, нижняя граница индексов которых равна единице, в отличие от ДПФ (9.1) — (9.2), где она равна нулю.

### 9.1.2. Выделение дискретных гармоник полезного сигнала

При вычислении ДПФ часто ставится задача автоматического определения значений модуля ДПФ  $|X(k)|$ , превосходящих некоторый заданный порог  $\varepsilon$ , и соответствующих дискретных нормированных частот  $k$ . Фактически, эта задача сводится к выделению полезного сигнала в его аддитивной смеси с шумом.

В учебных целях мы ограничимся рассмотрением двух наиболее простых критериев, согласно которым значение модуля ДПФ  $|X(k)|$  аддитивной смеси сигнала с шумом относят к полезному сигналу:

❖ первый критерий — при заданном пороге  $\varepsilon_1$  значение модуля ДПФ  $|X(k)|$  относят к полезному сигналу, если выполняется условие:

$$\frac{|X(k)|}{\max|X(k)|} > \varepsilon_1; \quad 9.7)$$

❖ второй критерий — при заданном пороге  $\varepsilon_2$  значение модуля ДПФ  $|X(k)|$  относят к полезному сигналу, если выполняется условие:

$$\frac{|X(k)|^2}{P_{cp}} > \varepsilon_2 \quad 9.8)$$

где  $P_{cp}$  — средняя мощность аддитивной смеси сигнала с шумом:

$$P_{cp} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2 \quad 9.9)$$

Значение порога  $\varepsilon_1$  в первом критерии (9.7) задается в пределах:

$$\frac{\max|X(k)_{шума}|}{\max|X(k)|} < \varepsilon_1 < 1 \quad (9.10)$$

а порога  $\varepsilon_2$  во втором критерии (9.8) — в пределах:

$$\frac{\min|X(k)_{сигн}|^2}{P_{cp}} < \varepsilon_2 \leq \frac{\max|X(k)|^2}{P_{cp}} \quad (9.11)$$

при условии, что

$$|X(k)_{сигн}| > \max|X(k)_{шума}| \quad (9.12)$$

Границные значения порогов в (9.10) и (9.11) можно определить только при априорно известных сигнале и шуме либо их моделях.

При обработке реальных сигналов значение порога  $\varepsilon_1$  или  $\varepsilon_2$  задается исходя из требований конкретной задачи.

### 9.1.3. Восстановление спектральной плотности

Спектральная плотность конечной последовательности  $x(n)$  длины  $N$ :

$$X(e^{j\omega T}) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\omega Tn} \quad (9.13)$$

на периоде  $\omega = \pi_d/2/T$  связана с отсчетами ДПФ  $X(k)$  (9.1) соотношением:

$$X(k) = X(e^{j\omega T})|_{\omega=k\frac{2\pi}{NT}}, k=0, 1, \dots, N-1. \quad (9.14)$$

Значения спектральной плотности (9.13) в  $L$  равноотстоящих точках на периоде  $\omega$  при  $L > N$  определяются по формуле:

$$X\left(e^{j\frac{2\pi}{L}l}\right) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi}{L}ln}, l = 0, 1, \dots, L-1 \quad (9.15)$$

где  $l$  — дискретная нормированная частота, а  $\Delta\omega$  — период дискретизации по частоте:

$$\Delta\omega = \omega_d/L = 2\pi/LT \quad (9.16)$$

Тот же результат будет получен, если конечную последовательность  $x(n)$  длины  $N$  дополнить нулями до длины  $L$ :

$$\tilde{x}(n) = \begin{cases} x(n), & 0 \leq n \leq (N-1) \\ 0, & N \leq n \leq (L-1) \end{cases} \quad (9.17)$$

и найти ее ДПФ (9.1), заменяя  $N$  на  $L$ :

$$\tilde{X}(k) = \sum_{n=0}^{L-1} \tilde{x}(n)W_L^{nk}, k = 0, 1, \dots, L-1 \quad (9.18)$$

С учетом (9.17) формула (9.18) принимает вид (сравните с (9.15)):

$$\tilde{X}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_L^{nk} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi}{L}kn}, k = 0, 1, \dots, L-1$$

Следует помнить, что разрешение по частоте, под которым понимают минимальное расстояние между дискретными гармониками в ДПФ, определяется исключительно периодом дискретизации по частоте  $\Delta f = f_d/N$  и при фиксированной частоте  $f_d$  зависит только от длины (периода) последовательности, поскольку именно она и только она определяет спектральный состав (дискретные гармоники) последовательности.

Поэтому увеличение длины конечной последовательности за счет добавления

$(L-N)$  нулей и, соответственно, уменьшение периода дискретизации по частоте

до  $\Delta = f f_d/L$ , не меняет разрешения по частоте, а лишь улучшает условия различия близко расположенных частот дискретных гармоник. Решение этой задачи рассматривается в разд. 10.1.2.

#### 9.1.4. Восстановление аналогового сигнала

Дискретное преобразование Фурье  $X(k)$  (9.1) может использоваться для восстановления аналогового периодического сигнала с финитным спектром,

расположенным в области<sup>1</sup>  $(-N/2) \leq k \leq (N/2-1)$ , по формуле (усеченный ряд Фурье):

$$x(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} X_a(k) e^{j \frac{2\pi}{NT} kt} \quad (9.19)$$

где отсчеты  $X_a(k)$  связаны с отсчетами ДПФ  $X(k)$  соотношением:

$$X_a(k) = \begin{cases} X(N+k), & -N/2 \leq k \leq -1; \\ X(k), & 0 \leq k \leq (N/2-1) \end{cases} \quad (9.20)$$

Тот же результат будет получен при восстановлении аналогового сигнала непосредственно с помощью усеченного ряда Котельникова:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \frac{\sin \left[ \pi \left( \frac{t}{T} - n \right) \right]}{\pi \left( \frac{t}{T} - n \right)} \quad (9.21)$$

В MATLAB для этого удобно воспользоваться функцией:

$\text{sinc}(t/T-n)$

## 9.2. Содержание лабораторной работы

Содержание работы связано с вычислением ДПФ периодических и конечных последовательностей и применением ДПФ для выделения полезного сигнала в аддитивной смеси с шумом, восстановления аналогового сигнала и спектральной плотности конечной последовательности с использованием программных средств MATLAB.

### 9.3. Задание на лабораторную работу

Лабораторная работа выполняется на основе script-файла lr\_09 и function-файлов fft\_e1 и fft\_e2, которые хранятся на прилагаемом компакт-диске в папке LAB\_DSP\LAB\_09.

Перед выполнением работы необходимо сохранить путь к папке LAB\_09 по команде контекстного меню Add to Path | Selected Folders.

Исходные данные для пунктов задания приводятся в табл. 9.1 для номера бригады

$N_{bp}$ , где  $N_{bp} = 1, 2, \dots, 30$ . Функция  $N_{bp} \bmod M$  в записи исходных данных означает вычисление значения  $N_{bp}$  по модулю  $M$ .

На прилагаемом компакт-диске в папке Tables\Tables\_09 хранятся табл. 9.1 исходных данных и пример ее заполнения для  $N_{bp}=1$ .

**Таблица 9.1.** Таблица исходных данных

Переменная	Назначение	Значение	Идентификатор
$N_{bp}$	Номер бригады	$N_{bp}$	$Nb =$

<sup>1</sup>При  $N$  — четном, и в области  $-(N-1)/2 \leq k \leq (N-1)/2$  — при  $N$  нечетном.

N	Период (длина) последовательности	N=64	N = 64
$f_d$	Частота дискретизации	$f_d = 2000(N_{bp} \bmod 5 + 1)$	$F_s =$

Таблица 9.1 (окончание)

Переменная	Назначение	Значение	Идентификатор
T	Период дискретизации	$T = 1/f_d$	$1/F_s$
$A_1$	Амплитуды дискретных гармоник	$A_1 = +10,01N_{bp}$	$A1 =$
$A_2$		$A_2 = 2A_1$	$A2 =$
$f_1$	Частоты дискретных гармоник	$f1 = f_d/8$	$f1 =$

Задание на лабораторную работу связано с вычислением ДПФ и включает в себя следующие пункты:

1. Вычисление амплитудного и фазового спектров периодической последовательности.

Вычислить амплитудный и фазовый спектры периодической последовательности  $x(n)$  (идентификатор x) с периодом N:

$$x(nT) = A_1 \cos(2\pi f_1 nT + \pi/4) + A_2 \cos(2\pi f_2 nT + \pi/8) \quad (9.22)$$

используя ее тождественное представление в виде: (9.23)

$$\begin{aligned} x(n) &= A_1 \cos\left(\frac{2\pi f_1}{f_d} n + \frac{\pi}{4}\right) + A_2 \cos\left(\frac{2\pi f_2}{f_d} n + \frac{\pi}{8}\right) \\ &= A_1 \cos\left(\hat{\omega}_1 n + \frac{\pi}{4}\right) + A_2 \cos\left(\hat{\omega}_2 n + \frac{\pi}{8}\right) \end{aligned} \quad (9.23)$$

Вывести графики последовательности  $x(n)$  (9.23) на периоде N:

- в шкале дискретного нормированного времени n (идентификатор n);
- в шкале дискретного времени nT (идентификатор nT).

Вычислить ОДПФ от ДПФ последовательности  $x(n)$  и вывести график полученной последовательности в шкале дискретного нормированного времени.

Вычислить амплитудный (идентификатор MOD) и фазовый <sup>1</sup> (идентификатор PHASE) спектры последовательности  $x(n)$  (9.23) с учетом (9.4) и вывести их графики:

- в шкале дискретных нормированных частот  $k$  (идентификатор  $k$ );
- в шкале абсолютных частот  $f$  (Гц) (идентификатор  $f$ ).

Пояснить:

- связь дискретного нормированного времени с дискретным временем;

- связь частоты  $f$  (Гц) с дискретной нормированной частотой;
- вид амплитудного и фазового спектров.

2. Вычисление ДПФ конечной последовательности.

Вычислить ДПФ конечной последовательности  $x(n)$  (9.23) длины  $N$ .

Вывести графики в шкале дискретных нормированных частот:

- модуля ДПФ (идентификатор MOD\_K) конечной последовательности;
- амплитудного спектра периодической последовательности (см. п. 1).

Пояснить связь модуля ДПФ конечной последовательности с амплитудным спектром периодической последовательности.

3. Определение амплитуд и частот дискретных гармоник.

Для автоматического определения амплитуд и частот гармоник в амплитудном спектре периодической последовательности  $x(n)$  (9.23) использовать functionфайл  $fft\_e1$  (см. разд. 9.4.1), задавая малое, сравнимое с нулем, значение порога  $\varepsilon_1 = 10^{-7}$  (идентификатор  $e1$ ).

Вывести:

- выходные параметры function-файла  $fft\_e1$ ;
- значения амплитуд, дискретных нормированных частот и абсолютных частот (Гц) гармоник.

Пояснить:

- смысл выходных параметров function-файла  $fft\_e1$ ;
- соответствие между значениями дискретных нормированных частот и абсолютных частот гармоник.

4. Границные значения порогов для первого (9.7) и второго (9.8) критериев выделения полезного сигнала.

Сформировать аддитивную смесь  $s(n)$  (идентификатор  $s$ ) полезного периодического сигнала  $x(n)$  (9.23) с нормальным белым шумом  $r(n)$  с нулевым средним значением и единичной дисперсией:

---

<sup>1</sup> Если модуль ДПФ меньше заданного, близкого к нулю, порога, то значения фазового спектра следует обнулить. В противном случае отношение малых, сравнимых с нулем, мнимой и вещественной частей может существенно отличаться от нуля, что обусловлено спецификой вычислений в MATLAB.

$$s(n) = x(n) + r(n). \quad (9.24)$$

Для аддитивной смеси  $s(n)$  (9.24) определить:

- граничные значения порога  $\varepsilon_1$  для первого критерия (9.7) (идентификаторы  $e1\_low$  и  $e1\_up$ );

- граничные значения порога  $\varepsilon_2$  для второго критерия (9.8) (идентификаторы  $e2\_low$  и  $e2\_up$ ).

Пояснить, как рассчитываются граничные значения порогов  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ .

5. Выделение полезного сигнала по первому критерию.

Вывести графики:

- аддитивной смеси  $s(n)$  (9.24) на периоде  $N$ ;
- амплитудного спектра аддитивной смеси  $s(n)$  в шкале дискретных нормированных частот;
- амплитудного спектра аддитивной смеси  $s(n)$ , нормированного к его максимальному значению (см. (9.7)).

Этот график позволяет уточнить значение порога  $\varepsilon_1$  в диапазоне его граничных значений, определенных в п. 4.

Ввести значение порога  $\varepsilon_1$ .

Для выделения полезного сигнала по первому критерию (9.7) использовать function-файл  $fft\_e1$  (см. разд. 9.4.1).

Вывести выходные параметры function-файла  $fft\_e1$ .

Пояснить:

- какое значение порога  $\varepsilon_1$  было выбрано и чем обоснован выбор;
- смысл выходных параметров function-файла  $fft\_e1$ ;
- какие амплитуды гармоник соответствуют полезному сигналу согласно первому критерию (9.7);
- в каком случае применение первого критерия будет неэффективным.

6. Выделение полезного сигнала по второму критерию.

Вывести графики:

- амплитудного спектра аддитивной смеси  $s(n)$  (9.24) в шкале дискретных нормированных частот;
- квадрата амплитудного спектра аддитивной смеси  $s(n)$ , нормированного к ее средней мощности (см. (9.8)).

Этот график позволяет уточнить значение порога  $\varepsilon_2$  в диапазоне его граничных значений, определенных в п. 4.

Ввести значение порога  $\varepsilon_2$ .

Для выделения полезного сигнала по второму критерию (9.8) использовать function-файл  $fft\_e2$  (см. разд. 9.4.1).

Вывести выходные параметры function-файла  $fft\_e2$ .

Пояснить:

- какое значение порога  $\varepsilon_2$  было выбрано и чем обоснован выбор;

- смысл выходных параметров function-файла fft\_e2;
- какие амплитуды гармоник соответствуют полезному сигналу согласно второму критерию (9.8);
- в каком случае применение второго критерия будет неэффективным.

### 7. Восстановление аналогового сигнала.

Восстановить периодический аналоговый сигнал  $x(t)$  (идентификатор  $xa$ ) по отсчетам ДПФ  $X(k)$  периодической последовательности  $x(n)$  (9.23). Для вычисления значений сигнала  $x(t)$  использовать формулу (9.19), задавая значения времени  $t$  (идентификатор  $t$ ) на интервале  $t \in [0; (N-1)T]$  с шагом  $\Delta t = 0,25T$ .

В тех же точках вычислить значения исходного аналогового сигнала  $x_{исх}(t)$  (идентификатор  $xt$ ), на основе которого получена последовательность  $x(nT)$

(9.22):

$$x_{исх}(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t + \pi/4) + A_2 \cos(2\pi f_2 t + \pi/8) \quad (9.25)$$

Вывести графики:

- периодической последовательности  $x(n)$  (9.23) и модуля ее ДПФ;
- восстановленного аналогового сигнала  $x(t)$  и его амплитудного спектра (идентификатор MODa);
- исходного аналогового сигнала  $x_{исх}(t)$  (9.25).

Пояснить:

- связь модуля ДПФ последовательности со спектром аналогового сигнала;
- результат визуального сравнения восстановленного и исходного сигналов.

8. Восстановление спектральной плотности конечной последовательности.

Вычислить значения спектральной плотности конечной последовательности  $x(n)$  (9.23) длины  $N$  в  $L = 2$  точках на периоде  $\tilde{\omega}_d = 2\pi$  двумя способами:

- по формуле (9.15) — идентификатор  $XW$ ;
- по формуле (9.18) — идентификатор  $XZ$ .

Вывести графики:

- модуля ДПФ конечной последовательности  $x(n)$  (см. п. 2) в шкале дискретных нормированных частот с помощью функции `stem`;
- модулей спектральной плотности, вычисленной первым и вторым способами в шкале частот  $\hat{\omega}$  (идентификатор  $w$ ) с помощью функции `plot`.

Пояснить:

- связь между ДПФ и спектральной плотностью;

- алгоритмы вычисления значений спектральной плотности по формулам (9.15) и (9.18);
- соответствие между частотами  $\hat{\omega}$  (рад) пиков спектральной плотности и их дискретными нормированными частотами.

9. Уменьшение периода дискретизации по частоте при вычислении ДПФ.

Сформировать три конечные последовательности  $x(n)$  (9.23) (вектор  $xz$ ) с длинами  $L=N, 2N, 4N$  (вектор  $L$ ), дополняя их нулями до длины  $L$  при  $L>N$ .

Вычислить ДПФ  $X(k)$  (9.18) данных последовательностей (вектор  $XZ$ ).

Вывести графики:

- исходной последовательности и последовательностей, дополненных нулями;
- их модулей ДПФ в шкале дискретных нормированных частот (пунктиром с помощью функции `stem`) и одновременно — восстановленных спектральных плотностей (с помощью функции `plot` красным цветом).

Для сравнения графиков удобно воспользоваться кнопкой *Zoom in* на панели инструментов.

Вывести значения периодов ДПФ (вектор  $L$ ) и соответствующих им периодов дискретизации по частоте (вектор  $\Delta_f$ ).

Пояснить:

- причину изменения периода дискретизации по частоте;
- изменяется ли при этом разрешение по частоте;
- чему равно разрешение по частоте;
- с какой целью уменьшают период дискретизации по частоте.

#### 9.4. Типовой script-файл для выполнения лабораторной работы

Перед выполнением работы должна быть представлена табл. 9.1 исходных данных для своего номера бригады  $N_{бр}$ .

Для запуска лабораторной работы необходимо обратиться к script-файлу `lr_09` по его имени:

`>> lr_09`

Для принудительного снятия script-файла с выполнения следует нажать комбинацию клавиш `<Ctrl>+<Break>`.

Листинг script-файла `lr_09` имеет вид:

```
>> type lr_09
script
clc
clear
disp('% ЛР №9. ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ (часть 1)')
disp('%')
disp('%')
```

```

disp('% Ведите ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ');
DATA=0;
while DATA==0
Nb = input('Nb = '); % НОМЕР БРИГАДЫ
N= input('N = '); % ДЛИНА (ПЕРИОД) ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ
Fs = input('Fs = '); % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦИИ
T = input('T = '); % ПЕРИОД ДИСКРЕТИЗАЦИИ 1/Fs
A1 = input('A1 = '); % АМПЛИТУДЫ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК
A2 = input('A2 = ');
f1 = input('f1 = '); % ЧАСТОТЫ (Гц) ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК
f2 = input('f2 = ');
disp('% Проверьте ПРАВИЛЬНОСТЬ ввода ИСХОДНЫХ ДАННЫХ')
disp('% При ПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 1')
disp('% При НЕПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 0 и
ПОВТОРИТЕ ввод')
DATA = input('-->');
end
disp('%')
disp('% Для вывода ИСХОДНЫХ АМПЛИТУД и ЧАСТОТ ДИСКРЕТНЫХ
ГАРМОНИК нажмите
<ENTER>')
pause
disp('%')
disp([' A1 = ' num2str(A1) ' A2 = ' num2str(A2)])
disp([' f1 = ' num2str(f1) ' f2 = ' num2str(f2)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ периодической последовательности нажмите
<ENTER>')
pause
n = 0:(N-1); % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ
k = 0:(N-1); % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА
w1 = 2*pi*f1/Fs; w2 = 2*pi*f2/Fs; % НОРМИРОВАННЫЕ ЧАСТОТЫ
ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК

```

(РАД)

**x** = A1\*cos(w1\*n+pi/4)+A2\*cos(w2\*n+pi/8); % ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ  
**X** = fft(**x**); % ДПФ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ  
**MOD** = (2/N)\*abs(**X**); % АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ  
**MOD(1)** = (1/N)\*abs(**X**(1));  
**PHASE** = angle(**X**); % ФАЗОВЫЙ СПЕКТР ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ  
**for** **i** = 1:N  
    **if** (abs(**X**(**i**)) < 1e-4)  
        **PHASE**(**i**)=0;  
    **end**  
    **end**  
**figure**('Name','**Periodic Sequence**',**NumberTitle**,'off')  
    **subplot**(3,1,1), **stem**(n,**x**,**'MarkerSize'**,3,**'Linewidth'**,2)  
    grid, **xlabel**('n')  
    **ylabel**('x(n)'), **title**(strcat(['Periodic Sequence x(n) N = ',**num2str**(N)]))  
    **subplot**(3,1,2), **stem**(n/Fs,**x**,**'MarkerSize'**,3,**'Linewidth'**,2)  
    grid, **xlabel**('nT')  
    **ylabel**('x(nT)'), **title**(strcat(['Periodic Sequence x(nT) N = ',**num2str**(N)]))  
**x** = ifft(**X**); % ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ, ВЫЧИСЛЕННАЯ С ПОМОЩЬЮ ОДПФ  
    **subplot**(3,1,3), **stem**(n,**x**,**'MarkerSize'**,3,**'Linewidth'**,2)  
    grid, **xlabel**('n')  
    **ylabel**('x(n)'), **title**(strcat(['Periodic Sequence x = ifft(X) N = ',**num2str**(N)]))  
    **disp**('%)  
    **disp**('%)  
    **disp**('% Для вывода ГРАФИКОВ АМПЛИТУДНОГО СПЕКТРА периодической последовательности нажмите <ENTER>')  
    **pause**  
**figure**('Name','**Amplitude Spectrum**',**NumberTitle**, 'off')  
    **subplot**(2,1,1), **stem**(k,MOD,**'MarkerSize'**,3,**'Linewidth'**,2), grid  
    **xlabel**('k'), **ylabel**('1/N|X(k)|')  
    **title**(strcat(['Amplitude Spectrum of the Periodic Sequence N = ',**num2str**(N)]))  
    **subplot**(2,1,2), **stem**(k\*(Fs/N),MOD,**'MarkerSize'**,3,**'Linewidth'**,2),grid  
    **xlabel**('f (Hz)'), **ylabel**('1/N|X(f)|')  
    **title**(strcat(['Amplitude Spectrum of the Periodic Sequence N = ',**num2str**(N)]))  
    **disp**('%)  
    **disp**('%)  
    **disp**('% Для вывода ГРАФИКОВ ФАЗОВОГО СПЕКТРА периодической последовательности')

нажмите <ENTER>')

pause

**figure('Name','Phase Spectrum','NumberTitle', 'off')**  
**subplot(2,1,1), stem(k, PHASE,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid**  
**xlabel('k'), ylabel('arg{X(k)} (rad)')**

**title(strcat(['Phase Spectrum of the Periodic Sequence N = ',num2str(N)]))**  
**subplot(2,1,2), stem(k\*(Fs/N),PHASE,'MarkerSize',3,'Linewidth',2)**

**grid, xlabel('f (Hz)'), ylabel('arg{X(f)} (rad)')**

**title(strcat(['Phase Spectrum of the Periodic Sequence N = ',num2str(N)]))**

**disp('%')**

**disp('%')**

**disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')**

pause

**disp('%')**

**disp('%')**

**disp('% **п.2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ДПФ КОНЕЧНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ'**)**

**disp('%')**

**disp('%')**

**disp('% Для вывода ГРАФИКОВ МОДУЛЯ ДПФ конечной последовательности и АМПЛИТУДНОГО СПЕКТРА')**

**disp('% периодической последовательности нажмите <ENTER>')**

pause

**MOD\_K= abs(fft(x)); % МОДУЛЬ ДПФ КОНЕЧНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ**

**figure('Name','DFT Modulus and Amplitude Spectrum', 'NumberTitle','off')**

**subplot(2,1,1), stem(k,MOD\_K,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid**

**xlabel('k'), ylabel('|X(k)|')**

**title('DFT Modulus of the Finite Sequence')**

**subplot(2,1,2), stem(k,MOD,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid**

**xlabel('k'), ylabel('1/N |X(k)|')**

**title('Amplitude Spectrum of the Periodic Sequence')**

**disp('%')**

**disp('%')**

**disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')**

pause

**disp('%')**

**disp('%')**

**disp('% **п.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ АМПЛИТУД И ЧАСТОТ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК'**)**

**disp('%')**

**disp('%')**

```

disp('% Для вывода ВЫХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ fft_e1 нажмите
<ENTER>')
pause
e1 = 1e-7; % ЗНАЧЕНИЕ ПОРОГА ДЛЯ ПЕРВОГО КРИТЕРИЯ
[MODm,m] = fft_e1(MOD,e1) % ВНЕШНЯЯ ФУНКЦИЯ ДЛЯ ВЫДЕЛЕНИЯ
АМПЛИТУД И ЧАСТОТ
ГАРМОНИК ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА ПО ПЕРВОМУ КРИТЕРИЮ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода АМПЛИТУД и ЧАСТОТ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК
нажмите <ENTER>')
pause
A1 = MODm(1); A2 = MODm(2); % АМПЛИТУДЫ ДИСКРЕТНЫХ
ГАРМОНИК
k1 = m(1); k2 = m(2); % ДИСКРЕТНЫЕ НОРМИРОВАННЫЕ ЧАСТОТЫ
f1 = k1*Fs/N; f2 = k2*Fs/N; % ЧАСТОТЫ (Гц) ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК
disp('%')
disp('%')
disp([' A1 = ' num2str(A1) ' A2 = ' num2str(A2)])
disp([' k1 = ' num2str(k1) ' k2 = ' num2str(k2)])
disp([' f1 = ' num2str(f1) ' f2 = ' num2str(f2)])
disp('%')
disp('%')
disp('% СРАВНИТЕ с ВЫХОДНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ функции fft_e1 и
исходными данными'
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.4. ГРАНИЧНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПОРОГОВ ДЛЯ ПЕРВОГО И
ВТОРОГО КРИТЕРИЕВ
ВЫДЕЛЕНИЯ ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода граничных значений порога для ПЕРВОГО КРИТЕРИЯ
нажмите
<ENTER>')
pause
noise = randn(1,N); % НОРМАЛЬНЫЙ БЕЛЫЙ ШУМ
s = x+noise; % АДДИТИВНАЯ СМЕСЬ СИГНАЛА С ШУМОМ
S = fft(s); % ДПФ СМЕСИ СИГНАЛА С ШУМОМ

```

**MODS** = (2/N)\*abs(S); % АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР СМЕСИ СИГНАЛА С ШУМОМ

**MODS(1)** = (1/N)\*abs(S(1));

**NOISE** = fft(noise); % ДПФ ШУМА

**MODNOISE** = (2/N)\*abs(NOISE); % АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР ШУМА

**MODNOISE(1)** = (1/N)\*abs(NOISE(1));

**MAX\_NOISE** = max(MODNOISE); % МАКСИМУМ АМПЛИТУДНОГО СПЕКТРА ШУМА

**MAXS** = max(MODS); % МАКСИМУМ АМПЛИТУДНОГО СПЕКТРА СМЕСИ СИГНАЛА С ШУМОМ

**e1\_low** = MAX\_NOISE/MAXS; % НИЖНЯЯ ГРАНИЦА ПОРОГА ДЛЯ ПЕРВОГО КРИТЕРИЯ

**e1\_up** = 1; % ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА ПОРОГА ДЛЯ ПЕРВОГО КРИТЕРИЯ  
**P** = (1/N)\*sum(MODS.^2); % СРЕДНЯЯ МОЩНОСТЬ СМЕСИ СИГНАЛА С ШУМОМ

**MAXS2** = MAXS.^2; % КВАДРАТ МАКСИМУМА АМПЛИТУДНОГО СПЕКТРА СМЕСИ СИГНАЛА С ШУМОМ

**MAX\_NOISE2** = MAX\_NOISE.^2; % КВАДРАТ МАКСИМУМА АМПЛИТУДНОГО СПЕКТРА ШУМА

disp('%')

disp('%')

disp([' e1\_low = ' num2str(e1\_low) ' e1\_up = ' num2str(e1\_up)])

disp('%')

disp('%')

disp('% Для вывода граничных значений порога для ВТОРОГО КРИТЕРИЯ  
нажмите

<ENTER>')

pause

**e2\_low** = MAX\_NOISE2/P; % НИЖНЯЯ ГРАНИЦА ПОРОГА ДЛЯ ВТОРОГО КРИТЕРИЯ

**e2\_up** = MAXS2/P; % ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА ПОРОГА ДЛЯ ВТОРОГО КРИТЕРИЯ

disp('%')

disp('%')

disp([' e2\_low = ' num2str(e2\_low) ' e2\_up = ' num2str(e2\_up)])

disp('%')

disp('%')

disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')

pause

disp('%')

disp('%')

```

disp('% п.5. ВЫДЕЛЕНИЕ ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА ПО ПЕРВОМУ КРИТЕРИЮ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКА аддитивной смеси сигнала с шумом нажмите <ENTER>')
pause
figure('Name','Mixture of Signal and Noise','NumberTitle', 'off')
stem(n,s,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('n'), ylabel('s(n)')
title(strcat(['Mixture of Signal and Noise N = ',num2str(N)]))
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ амплитудного и НОРМИРОВАННОГО амплитудного спектров')
disp('% аддитивной смеси сигнала с шумом нажмите <ENTER>')
pause
figure('Name','Amplitude Spectrum and Normalized Amplitude Spectrum','NumberTitle', 'off')
subplot(2,1,1), stem(k,MODS,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('k'), ylabel('|S(k)|')
title(strcat(['Amplitude Spectrum N = ',num2str(N)]))
subplot(2,1,2), stem(k, MODS/MAXS,'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('k'), ylabel('|S(k)|/max|S(k)|')
title(strcat(['Normalized Amplitude Spectrum N = ',num2str(N)]))
disp('%')
disp('%')
disp('% Введите выбранное значение порога e1 для ПЕРВОГО КРИТЕРИЯ')
disp('%')
e1 = input(' e1 = '); % ВЫБРАННОЕ ЗНАЧЕНИЕ ПОРОГА ДЛЯ ПЕРВОГО КРИТЕРИЯ
disp('%')
disp('% Для вывода ВЫХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ fft_e1 нажмите <ENTER>')
pause
[MODm,m] = fft_e1(MODS,e1) % ВНЕШНЯЯ ФУНКЦИЯ ДЛЯ ВЫДЕЛЕНИЯ АМПЛИТУД И ЧАСТОТ
ГАРМОНИК ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА ПО ПЕРВОМУ КРИТЕРИЮ
disp('%')
disp('%')
disp('% СРАВНИТЕ значения ВЫДЕЛЕННЫХ ПО ПЕРВОМУ КРИТЕРИЮ АМПЛИТУД И ЧАСТОТ')

```

```

disp('% с исходными данными')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('%')
п.6. ВЫДЕЛЕНИЕ ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА ПО ВТОРОМУ КРИТЕРИЮ'
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ амплитудного спектра и КВАДРАТА амплитудного')
disp('% спектра, НОРМИРОВАННОГО к величине средней мощности')
disp('% аддитивной смеси сигнала с шумом, нажмите <ENTER>')
pause
figure('Name','Amplitude Spectrum and Normalized Amplitude Spectrum Squire','NumberTitle', 'off')
subplot(2,1,1), stem(k,MODS,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('k'), ylabel('|S(k)|')
title(strcat(['Amplitude Spectrum N = ',num2str(N)]))
subplot(2,1,2), stem(k,(MODS.^2)/P,'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('k'), ylabel('|S(k)|^2/P')
title(strcat(['Normalized Amplitude Spectrum Squire N = ',num2str(N)]))
disp('%')
disp('%')
disp('% Введите выбранное значение порога e2 для ВТОРОГО КРИТЕРИЯ')
disp('%')
e2 = input(' e2 = '); % ВЫБРАННОЕ ЗНАЧЕНИЕ ПОРОГА ДЛЯ ВТОРОГО КРИТЕРИЯ
disp('%')
disp('% Для вывода ВЫХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ fft_e2 нажмите <ENTER> ')
pause
[MODm,m] = fft_e2(MODS,e2)% ВНЕШНЯЯ ФУНКЦИЯ ДЛЯ ВЫДЕЛЕНИЯ АМПЛИТУД И ЧАСТОТ
ГАРМОНИК ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА ПО ВТОРОМУ КРИТЕРИЮ
disp('%')
disp('%')
disp('% СРАВНИТЕ значения ВЫДЕЛЕННЫХ ПО ВТОРОМУ КРИТЕРИЮ АМПЛИТУД И ЧАСТОТ')
disp('% с исходными данными')
disp('%')

```

```

disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.7. ВОССТАНОВЛЕНИЕ АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ и МОДУЛЯ ее
ДПФ,')
disp('% ВОССТАНОВЛЕННОГО АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА и его
СПЕКТРА')
disp('% и ИСХОДНОГО АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА нажмите <ENTER>')
pause
Xa = [X(N/2+1:N),X(1:N/2)]; % СПЕКТР АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА (С
ТОЧНОСТЬЮ ДО
ПОСТОЯННОГО МНОЖИТЕЛЯ)
i = 1; % СЧЕТЧИК ЗНАЧЕНИЙ АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА
fort= 0:0.25*T:(N-1)*T % ЗНАЧЕНИЯ НЕПРЕРЫВНОГО ВРЕМЕНИ
s= 0;
fork= -N/2:N/2-1 % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА
s = s + Xa(k+N/2+1)*exp(j*2*pi*k*t/(N*T)); % ВОССТАНОВЛЕНИЕ
АНАЛОГОВОГО
СИГНАЛА
end
xa(i) = (1/N).*s; % ЗНАЧЕНИЯ ВОССТАНОВЛЕННОГО АНАЛОГОВОГО
СИГНАЛА
i = i+1;
end
t = 0:0.25*T:(N-1)*T;
xt = A1*cos(2*pi*f1*t+pi/4)+A2*cos(2*pi*f2*t+pi/8); % ЗНАЧЕНИЯ
ИСХОДНОГО
АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА
k= 0:N-1; % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА
MODa= (2/N)*abs(Xa); % АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР
ВОССТАНОВЛЕННОГО АНАЛОГОВОГО
СИГНАЛА
MODa(1) = (1/N)*abs(Xa(1));
figure('Name','Original Periodic Sequence & FFT, Reconstructed Analog Signal
&
Spectrum, Original Analog Signal','NumberTitle', 'off')
subplot(3,2,1), stem(n,x,'MarkerSize',3), grid
xlabel('n'), ylabel('x(n)')

```

```

title(strcat(['Original Periodic Sequence N = ',num2str(N)]))
subplot(3,2,2), stem(k,abs(X),'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('k'), ylabel('|X(k)|')
title(strcat(['DFT of Original Periodic Sequence N = ',num2str(N)]))
subplot(3,2,3), plot(t,real(xa)), grid, xlabel('t')
ylabel('x(t)'),title('Reconstructed Analog Signal')
k = -N/2:N/2-1;
subplot(3,2,4), stem(k,MODa,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('k'), ylabel('|Xa(k)|')
title('Amplitude Spectrum of Reconstructed Analog Signal')
subplot(3,2,5), plot(t,xt), grid, xlabel('t')
ylabel('x(t)'), title('Original Analog Signal')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ ДПФ и СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ
КОНЕЧНОЙ
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ ДПФ и СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ
конечной')
disp('% последовательности, вычисленной ДВУМЯ способами, нажмите
<ENTER>')
pause
L = 2*N; % КОЛИЧЕСТВО ОТСЧЕТОВ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ НА
ПЕРИОДЕ
l = 0;
forl = 0:(L-1) % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА
S = 0;
forn= 0:(N-1) % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ
S = S + x(n+1)*exp(-j*2*pi*l*n/L); % ВОССТАНОВЛЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОЙ
ПЛОТНОСТИ
end
XW(l+1) = S; % ЗНАЧЕНИЯ ВОССТАНОВЛЕННОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ
ПЛОТНОСТИ
l = l+1;
end
xz= [xzeros(1,(L-N))]; % ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ, ДОПОЛНЕННАЯ
НУЛЯМИ ДО ДЛИНЫ

```

L

**XZ** = fft(xz); % ДПФ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ, ДОПОЛНЕННОЙ НУЛЯМИ  
**k** = 0:(N-1); % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА  
**w** = 0:2\*pi/L:2\*pi-2\*pi/L; % НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА  
**l** = 0:(L-1); % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА

**figure**('Name','**DFTandSpectralDensity**',**NumberTitle**', 'off')

subplot(3,1,1), stem(k,abs(XZ),'MarkerSize',3,'Linewidth',2)  
grid, xlabel('k'), ylabel('|X(k)|')  
title(strcat(['DFT Modulus N = ',num2str(N)]))

subplot(3,1,2), plot(w,abs(XW),'MarkerSize',3,'Linewidth',2)  
grid, xlabel('w'), ylabel('|X(w)|')  
title(strcat(['Spectral Density Modulus (option 1) L = ',num2str(L)]))

subplot(3,1,3), plot(w,abs(XZ),'MarkerSize',3,'Linewidth',2)  
grid, xlabel('w'), ylabel('|X(w)|')  
title(strcat(['Spectral Density Modulus (option 2) L = ',num2str(L)]))

disp('%')  
disp('%')  
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')  
pause  
disp('%')  
disp('%')  
disp('%')  
**disp**('%' **п.9. УМЕНЬШЕНИЕ ПЕРИОДА ДИСКРЕТИЗАЦИИ ПО ЧАСТОТЕ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ ДПФ')  
**disp**('%'  
**disp**('%'  
**disp**('%' Для вывода ГРАФИКОВ КОНЕЧНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ,')  
**disp**('%' ДПФ и СПЕКТРАЛЬНЫХ ПЛОТНОСТЕЙ нажмите <ENTER>')  
**pause****

**figure**('Name','**Finite Sequences, DFT and Spectral Densities**',**NumberTitle**', 'off')

**L** = [N 2\*N 4\*N];  
**for** **i** = 1:length(L)

**xz** = [xzeros(1,(L(i)-N))]; % ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ, ДОПОЛНЕННАЯ НУЛЯМИ ДО ДЛИНЫ L(i)  
**XZ** = fft(xz);  
**Delta\_f(i)** = Fs/L(i);  
**n** = 0:length(xz)-1; % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ  
**k** = 0:length(XZ)-1; % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА

subplot(3,2,2\*i-1), stem(n,xz,'MarkerSize',3), xlabel('n'), grid  
title(strcat(['Finite Sequence x(n) L = ',num2str(L(i))]))

subplot(3,2,2\*i), plot(k,abs(XZ), 'r','MarkerSize',3, 'Linewidth',2), grid,  
**hold on**, stem(k,abs(XZ),':'), xlabel('k')

```

title(strcat(['DFT and Spectral Density Modulus L = ',num2str(L(i))]))
end
disp('%')
disp('%')
disp('% Для вывода ПЕРИОДОВ ДПФ и ПЕРИОДОВ ДИСКРЕТИЗАЦИИ ПО
ЧАСТОТЕ нажмите
<ENTER>')
pause
disp('%')
disp([' L = [',num2str(L) ']'])
disp('%')
disp([' Delta_f = [',num2str(Delta_f) ']'])
disp('%')
disp(['% РАБОТА ЗАВЕРШЕНА'])

```

#### 9.4.1. Используемые внешние функции

В script-файле lr\_09 используются две внешние функции.

Внешняя функция `fft_e1`, предназначенная для определения значений модуля ДПФ (`MODm`) и дискретных нормированных частот (`m`) гармоник, которые согласно первому критерию (9.7) при заданном пороге  $\varepsilon_1$  (9.10) (`e1`) относят к полезному сигналу:

```

function [MODm,m] = fft_e1(MODX,e1)
% Определение значений модуля ДПФ и частот полезного сигнала
%
% MODX — вектор значений модуля ДПФ смеси сигнала с шумом
% e1 — заданный порог
%
% MODm — вектор значений модуля ДПФ полезного сигнала
% m — вектор значений частот полезного сигнала
%
i = 1;
MAX = max(MODX);
for k = 1:length(MODX)
if (MODX(k)/MAX)>e1
MODm(i) = MODX(k);
m(i) = k-1;
i = i+1;
end
end

```

Внешняя функция `fft_e2`, предназначенная для определения значений модуля ДПФ (`MODm`) и дискретных нормированных частот (`m`) гармоник, которые согласно второму критерию (9.8) при заданном пороге  $\varepsilon_2$  (9.11) (`e2`) относят к полезному сигналу:

```

function [MODm,m] = fft_e2(MODX,e2)
% Определение значений модуля ДПФ и частот полезного сигнала
%
% MODX — вектор значений модуля ДПФ смеси сигнала с шумом
% e2 — заданный порог
%
% MODm — вектор значений модуля ДПФ полезного сигнала
% m — вектор значений частот полезного сигнала
%
i = 1;
P = sum(MODX.^2)/length(MODX); % P — средняя мощность смеси сигнала с
шумом
for k = 1:length(MODX)
if ((MODX(k).^2)/P)>e2
MODm(i) = MODX(k);
m(i) = k-1;
i = i+1;
end
end

```

### 9.5. Задание на самостоятельную работу

Задание на самостоятельную работу заключается в создании function-файлов для вычисления ДПФ последовательностей с использованием исходных данных из табл. 9.1 для своего номера бригады  $N_{\text{бр.}}$ . Последовательности выбираются из представленного далее списка:

1С. Периодическая последовательность с периодом  $N/2$  :

$$x(n) = A_1 \cos(\hat{\omega}_1 n + \pi/4) + A_2 \cos(\hat{\omega}_2 n + \pi/16) \quad (9.26)$$

Вывести графики амплитудного и фазового спектра периодической последовательности.

Определить амплитуды и частоты дискретных гармоник, используя functionфайл fft\_e1.

2С. Конечная последовательность  $x(n)$  (9.26) длины  $N/2$ .

Вывести графики модуля и аргумента ДПФ конечной последовательности.

3С. Конечная последовательность длины  $N$ :

$$x_1(n) = \begin{cases} x_2(n), & n = 0, \dots, N/2 - 1; \\ x_3(n), & n = N/2, \dots, N - 1 \end{cases} \quad (9.27)$$

где

$$\begin{aligned} x_2(n) &= A_1 \cos(\hat{\omega}_1 n), & n = 0, \dots, N/2 - 1; \\ x_3(n) &= A_2 \cos(\hat{\omega}_2 n), & n = 0, \dots, N/2 - 1; \end{aligned}$$

Вывести графики конечных последовательностей  $x(n)$  (9.23) и  $x_1(n)$  (9.27) и модулей их ДПФ.

4С. Цифровой единичный импульс (7.10) на интервале  $n \in [0; N-1]$ .

Вывести графики цифрового единичного импульса и модуля его ДПФ.

5С. Последовательность с однотональной амплитудной модуляцией (7.23):

$$x(n) = C[1 + m \cos(\Omega n + \varphi_\Omega)] \cos(\hat{\omega}_0 n + \varphi_0).$$

Задать значения  $C=1$ ,  $\hat{\omega}_0 = 2\pi/4$ ,  $\varphi_0=0$ ,  $\Omega = \hat{\omega}_0/4$ ,  $\varphi_\Omega=0$ ,  $m=0,5$  и период последовательности  $2N$ .

Вывести графики последовательности и ее амплитудного спектра.

6С. Последовательность  $x(t)$  (7.25):

$$x(t)|_{t=nT} = \frac{\sin \pi t}{\pi t}$$

Задать частоту дискретизации  $f_d=2000$ .

Вывести графики последовательности на интервале  $t = nT \in [-500(N-1); 500(N-1)T]$  с шагом  $T$  и модуля ее ДПФ.

7С. Гауссов радиоимпульс (7.24):

$$x(n) = e^{-an^2} \cos(\hat{\omega}_1 n)$$

Задать  $a=0,0005$  и  $\hat{\omega}_1 = \pi/12$ .

Вывести графики последовательности на интервале  $n \in [-3(N-1); 3(N-1)]$  и модуля ее ДПФ.

## 9.6. Отчет и контрольные вопросы

Отчет составляется в редакторе MS Word и содержит исходные данные и результаты выполнения каждого пункта задания, включая копируемые из окна Command Window результаты вычислений (шрифт Courier New), созданные графики (копируются по команде Edit | Copy Figure в окне Figure) и ответы на поставленные вопросы (шрифт Times New Roman).

Зашита лабораторной работы проводится на основании представленного отчета и контрольных вопросов из следующего списка:

1. Запишите формулы ДПФ.
2. Что такое поворачивающий множитель?
3. Чему равно разрешение по частоте при вычислении ДПФ?
4. С чем связаны трудности прямого вычисления ДПФ по формуле (9.1)?
5. Что такое БПФ?
6. Каков порядок сложности алгоритмов ДПФ и БПФ Кули—Тьюки?
7. Назовите основные свойства ДПФ.
8. Дайте определение дискретной нормированной частоты.
9. Поясните смысл ДПФ для периодической последовательности.
10. Как с помощью ДПФ рассчитывается амплитудный и фазовый спектры периодической последовательности?
11. Поясните смысл ДПФ для конечной последовательности.
12. Как связаны значения абсолютных частот (в герцах [Гц] и радианах в секунду [рад/с]) и дискретных нормированных частот?

13. Поясните смысл приведенных критериев для выделения полезного сигнала из его аддитивной смеси с шумом.

14. Как задаются значения порогов в первом и втором критериях выделения полезного сигнала?

15. Как восстановить аналоговый периодический сигнал с финитным спектром по отсчетам ДПФ и на основе ряда Котельникова?

16. Как вычислить спектральную плотность в  $L$  точках на основе ДПФ при  $L > N$ ?

17. Как определить разрешение по частоте в ДПФ при добавлении нулей к исходной последовательности?



### **Использованные источники:**

1. Цифровая обработка сигналов и MATLAB: учеб. пособие / А. И. Солонина, Д. М. Клионский, Т. В. Меркучева, С. Н. Перов. — СПб.: БХВ-Петербург, 2013. — 512 с.
2. Воробьев С.Н. Цифровая обработка сигналов : учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / С.Н. Воробьев. - М. : Академия, 2013. - 320 с.
3. Голубинский А.Н. Теория цифровой обработки сигналов : учеб, пособие / А.Н. Голубинский, С.В. Ролдугин, И.В. Лазарев. - Воронеж : Воронежский институт МВД России, 2009. - 132 с.

# **ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ**

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

к выполнению лабораторных работ № 4 (часть 1) по дисциплине «Цифровая обработка сигналов» для студентов специальности 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы» очной формы обучения

Составитель:  
д. ф.-м.н. Кузьменко Р.В.

Компьютерный набор Р.В. Кузьменко

Подписано к изданию\_\_\_\_\_  
Уч-изд. л.\_\_\_\_\_

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный  
технический университет»  
394026 Воронеж, Московский просп., 14