МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета радиотехники и электроники
_____ / В.А. Небольсин /
31 августа 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
дисциплины
«Методы математической физики»

Направление подготовки 11.03.04 Электроника и наноэлектроника

Профиль Микроэлектроника и твердотельная электроника

Квалификация выпускника бакалавр

Нормативный период обучения 4 года / 4 года и 11 мес.

Форма обучения очная / заочная

Год начала подготовки 2020

Автор программы _____ Г.Е. Шунин

Зав. кафедрой высшей математики и физико-математического моделирования _____ И.Л. Батаронов

Руководитель ОПОП _____ А.В. Арсентьев

Воронеж 2021

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цели дисциплины – освоение принципов построения основных физико-математических моделей и методов математической физики, используемых при их исследовании, а также в овладении практическими навыками применения стандартных аналитических и численных методов математической физики для формулировки и решения конкретных физико-технических задач.

1.2. Задачи освоения дисциплины

– получить представление о физико-математическом моделировании как особом способе исследования и описания физических явлений и процессов, общности ее понятий и представлений; об основных физико-математических моделях и методах математической физики, используемых при их исследовании;

– научиться использовать основные приемы и методы математической физики для исследования основных физико-математических моделей;

– научиться применять системы компьютерной математики и конечно-элементного анализа при решении вычислительных задач математической физики.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина Б1.О.24 «Методы математической физики» относится к дисциплинам обязательной части блока Б1 учебного плана.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины «Методы математической физики» направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-1: способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности;

ОПК-3: способен применять методы поиска, хранения, обработки, анализа и представления в требуемом формате информации из различных источников и баз данных, соблюдая при этом основные требования информационной безопасности.

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции
ОПК-1	**знает** основные физико-математические модели, используемые в профессиональной деятельности; основные положения и методы математической физики, образующие фундаментальную основу физико-математического моделирования объектов, явлений и процессов;
	умеет решать краевые задачи математической физики аналитиче-

	скими и численными методами с использованием систем компьютерной математики, моделировать реальные физические процессы как краевые задачи для уравнений в частных производных;
	владеет современными методами физико-математического моделирования позволяющими выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.
ОПК-3	**знает** основные базы данных по методам математической физики и комплексы программ для решения краевых задач математической физики;
	умеет анализировать и представлять в требуемом формате информацию из различных источников и баз данных по методам математической физики;
	владеет навыками работы с комплексами программ для решения краевых задач математической физики.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины «Методы математической физики» составляет 5 зачетных единиц.

Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий

Очная форма обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры
		4
Аудиторные занятия (всего)	50	50
В том числе:		
Лекции	16	16
Лабораторные работы (ЛР)	34	34
Самостоятельная работа	94	94
Курсовая работа	+	+
Часы на контроль	36	36
Вид промежуточной аттестации – экзамен	+	+
Общая трудоемкость час	180	180
зач. ед.	5	5

Заочная форма обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры
		5
Аудиторные занятия (всего)	10	10
В том числе:		
Лекции	4	4

Лабораторные работы (ЛР)	6	6
Самостоятельная работа	161	161
Курсовая работа	+	+
Часы на контроль	9	9
Вид промежуточной аттестации - экзамен	+	+
Общая трудоемкость час	180	180
зач. ед.	5	5

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий

очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Лаб. зан.	СРС	Всего, час
1	Введение в физико-математическое моделирование.	Эволюция основных идей, понятий и методов математической физики. Краткое историческое введение. Основные этапы физико-математического моделирования объектов. Вычислительный эксперимент. **Самостоятельное изучение:** Научные биографии основоположников математической физики.	2	-	9	11
2	Дифференциальные и интегральные операции математической физики.	Понятие тензора и его ранга. Действия с тензорами. Симметричные, антисимметричные и инвариантные тензоры второго ранга. Их геометрическая интерпретация. Скалярные, векторные и тензорные поля. Основные дифференциальные операции математической физики. Виды векторных полей. Теорема Гельмгольца. Криволинейные, поверхностные и объёмные интегралы от тензорных полей. Основные интегральные тождества. **Самостоятельное изучение:** Криволинейные системы координат. Оператор Лапласа в цилиндрической и сферической системах координат.	3	4	17	24
3	Основные физико-математические модели.	Пространственно-временной континуум. Основные динамические уравнения. Законы сохранения. Тензор напряжений. Уравнения механики сплошной среды. Случай идеальной жидкости. Дифференциальная и интегральная формы уравнений Максвелла. Законы сохранения. Граничные условия. Стационарные уравнения. Скалярные и векторные уравнения Лапласа и Пуассона. Нестационарные уравнения. Векторные и скалярные уравнения Даламбера и Гельмгольца. Векторные и скалярные уравнения диффузии. **Самостоятельное изучение:** Вывод уравнений упругих колебаний струны, мембраны и теплопроводности.	3	4	17	24
4	Постановка краевых задач математической физики.	Понятие о дифференциальных уравнениях в частных производных. Классификация квазилинейных уравнений в частных производных второго порядка. Основные типы краевых задач. Задача Коши для уравнений гиперболического и параболического типов. Краевая задача для эллиптических уравнений. Смешанная краевая задача. Корректность постановки краевых задач.	2	4	17	23
5	Аналитические методы решения краевых задач.	Линейные однородные уравнения. Принцип суперпозиции. Метод разделения переменных Фурье. Метод разложения по собственным функциям. Задачи на собственные значения дифференциальных операторов. Задача Штурма-Лиувилля. Специальные функции. Линейные неоднородные уравнения математической физики. Общая схема метода разложения по собственным функциям. Сущность метода функций Грина. **Самостоятельное изучение:** Функции Бесселя, сферические гармоники и полиномы Лежандра.	3	8	17	28
6	Приближённые и численные методы решения краевых задач.	Понятие функционала и его вариации. Экстремум функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа. Методы Ритца и Галёркина. Сущность метода конечных элементов.	3	14	17	34
		Всего	**16**	**34**	**94**	**144**
		Контроль				**36**
		Итого				**180**

заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Лаб. зан.	СРС	Всего, час
1	Введение в физико-математическое моделирование.	Краткое историческое введение Эволюция основных идей, понятий и методов математической физики. Научные биографии основоположников математической физики. Основные этапы физико-математического моделирования объектов. Вычислительный эксперимент.	0.5	-	21	21,5
2	Дифференциальные и интегральные операции математической физики.	Понятие тензора и его ранга. Действия с тензорами. Симметричные, антисимметричные и инвариантные тензоры второго ранга. Их геометрическая интерпретация. Скалярные, векторные и тензорные поля. Основные дифференциальные операции математической физики. Виды векторных полей. Теорема Гельмгольца. Криволинейные, поверхностные и объёмные интегралы от тензорных полей. Основные интегральные тождества.Криволинейные системы координат. Оператор Лапласа в цилиндрической и сферической системах координат.	0.5	1	28	29,5
3	Основные физико-математические модели.	Пространственно-временной континуум. Основные динамические уравнения. Законы сохранения. Тензор напряжений. Уравнения механики сплошной среды. Случай идеальной жидкости. Дифференциальная и интегральная формы уравнений Максвелла. Законы сохранения. Граничные условия. Стационарные уравнения. Скалярные и векторные уравнения Лапласа и Пуассона. Нестационарные уравнения. Векторные и скалярные уравнения Даламбера и Гельмгольца. Векторные и скалярные уравнения диффузии. Вывод уравнений упругих колебаний струны, мембраны и теплопроводности.	0.5	1	28	29,5
4	Постановка краевых задач математической физики.	Понятие о дифференциальных уравнениях в частных производных. Классификация квазилинейных уравнений в частных производных второго порядка. Основные типы краевых задач. Задача Коши для уравнений гиперболического и параболического типов. Краевая задача для эллиптических уравнений. Смешанная краевая задача. Корректность постановки краевых задач.	0.5	1	28	29,5
5	Аналитические методы решения краевых задач.	Линейные однородные уравнения. Принцип суперпозиции. Метод разделения переменных Фурье. Метод разложения по собственным функциям. Задачи на собственные значения дифференциальных операторов. Задача Штурма-Лиувилля. Специальные функции. Функции Бесселя, сферические гармоники и полиномы Лежандра.Линейные неоднородные уравнения математической физики. Общая схема метода разложения по собственным функциям. Сущность метода функций Грина.	1	1	28	30
6	Приближённые и численные методы решения краевых задач.	Понятие функционала и его вариации. Экстремум функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа. Методы Ритца и Галёркина. Сущность метода конечных элементов.	1	2	28	31
		Всего	**4**	**6**	**161**	**171**
		Контроль				**9**
		Итого				**180**

5.2 Перечень лабораторных работ

1. Выполнение дифференциальных операций векторного анализа с использованием универсальных систем компьютерной математики.

2. Интегральные операции над скалярными и векторными полями. Вычисление интегральных характеристик физических полей.

3. Анализ и решение динамических уравнений. Задача Коши.

4. Решение простейших дифференциальных уравнений в частных производных. Метод Даламбера.

5. Разделение переменных в уравнении Лапласа. Фундаментальные решения уравнения Лапласа. Простейшие уравнения Пуассона.

6. Задачи на собственные значения простейших дифференциальных операторов.

7. Задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге.

8. Решение уравнения свободных колебаний закреплённой струны.
9. Задача об охлаждении стержня.
10. Решение одномерных краевых задач методом конечных разностей.
11. Решение одномерных краевых задач методом Ритца.
12. Решение одномерных краевых задач методом Галёркина.
13. Решение одномерных краевых задач методом конечных элементов.
14. Решение двухмерных краевых задач с помощью конечно-элементных комплексов программ.

6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В соответствии с учебным планом освоение дисциплины «Методы математической физики» предусматривает выполнение курсовой работы в 4 семестре для очной формы обучения, в 5 семестре для заочной формы обучения

Тематика курсовой работы: «Решение краевых задач математической физики с помощью систем конечно-элементного анализа»

Курсовая работа состоит из двух частей: общеинвариантной и индивидуальной. В общеинвариантной части рассматриваются сущность метода конечных элементов и возможности конечно-элементных комплексов программ (Elmer, FreeFem++, Femm, FempdeSolver, студенческие версии Flexpde и Elcut).В индивидуальной части рассматривается физико-математическая модель (определяется индивидуальным заданием), формулируется соответствующая краевая задача и находится её решение в заданной области с помощью выбранного подходящего конечно-элементного комплекса программ.

Примерные варианты индивидуальных заданий:
1. Двухмерные краевые задачи электростатики.
2. Трёхмерные краевые задачи электростатики.
3. Двухмерные краевые задачи стационарной теплопередачи.
4. Двухмерные краевые задачи нестационарной теплопередачи.
5. Трёхмерные краевые задачи стационарной теплопередачи.

Учебным планом по дисциплине «Методы математической физики» не предусмотрено выполнение контрольной работы.

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

7.1.1 Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Аттестован	Не аттестован
ОПК-1	**знает** основные физико-математические модели, используемые в профессиональной деятельности; основные положения и методы математической физики, образующие фундаментальную основу физико-математического моделирования объектов, явлений и процессов;	Защита лабораторных работ, отчёт, опрос	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	умеет решать краевые задачи математической физики аналитическими и численными методами с использованием систем компьютерной математики, моделировать реальные физические процессы как краевые задачи для уравнений в частных производных;	Защита лабораторных работ, отчёт, опрос	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	владеет современными методами физико-математического моделирования позволяющими выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.	Защита лабораторных работ, выполнение этапов курсовой работы, отчёт, опрос	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
ОПК-3	**знает** основные базы данных по методам математической физики и комплексы программ для решения краевых задач математической физики;	Защита лабораторных работ, отчёт, опрос	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	умеет анализировать и представлять в требуемом формате информацию из различных источников и баз данных по методам математической физики;	Защита лабораторных работ, отчёт, опрос	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	владеет навыками работы с комплексами программ для решения краевых задач математической физики.	Защита лабораторных работ, выполнение этапов курсовой работы, отчёт, опрос	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах

7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 4 семестре для очной формы обучения, в 5 семестре для заочной формы обучения по системе:

«отлично»;

«хорошо»;

«удовлетворительно»;

«неудовлетворительно»

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Отлично	Хорошо	Удовл	Неудовл
ОПК-1	**знает** основные физико-математические модели, используемые в профессиональной деятельности; основные положения и методы математической физики, образующие фундаментальную основу физико-математического моделирования объектов, явлений и процессов;	Тест-билет	Выполнение теста на 90 – 100 %	Выполнение теста на 75 – 90 %	Выполнение теста на 60 – 75 %	В тесте менее 60 % правильных ответов
	умеет решать краевые задачи математической физики аналитическими и численными методами с использованием систем компьютерной математики, моделировать реальные физические процессы как краевые задачи для уравнений в частных производных;	Решение стандартных задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	владеет современными методами физико-математического моделирования позволяющими выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.	Решение прикладных задач в конкретной предметной области, защита курсовой работы	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
ОПК-3	**знает** основные базы данных по методам математической физики и комплексы программ для решения краевых задач математической физики;	Тест-билет	Выполнение теста на 90 – 100 %	Выполнение теста на 75 – 90 %	Выполнение теста на 60 – 75 %	В тесте менее 60 % правильных ответов
	умеет анализировать и представлять в требуемом формате информацию из различных источников и баз данных по методам математической физики;	Решение стандартных задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	владеет навыками работы с комплексами программ для решения краевых задач математической физики.	Решение прикладных задач в конкретной предметной области, защита курсовой работы	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

7.2 Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию

1. Какое из уравнений Максвелла является дифференциальной формой закона электромагнитной индукции Фарадея?

а) $div\boldsymbol{E} = \rho$, б) $div\boldsymbol{E} = 0$, в) $rot\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$, г) $rot\boldsymbol{H} = \boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$.

2. При выводе уравнения колебаний струны используется:

а) закон сохранения энергии,
б) закон сохранения заряда,
в) второй закон Ньютона,
г) закон сохранения массы.

3. Стационарная теплопередача при наличии внутренних источников тепла описывается уравнением

а) $\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \Delta T$, б) $\frac{\partial^2 \grave{O}}{\partial t^2} = a^2 \Delta T$, в) $\Delta T = -f$, г) $\Delta T = 0$.

4. Дифференциальное уравнение $a(x,y)\frac{\partial u}{\partial x} + b(x,y)\frac{\partial u}{\partial y} + c(x,y,u)u = f(x,y)$ является:

а) линейным обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка,
б) линейным дифференциальным уравнением в частных производных первого порядка,
в) нелинейным дифференциальным уравнением в частных производных первого порядка.
г) квазилинейным дифференциальным уравнением в частных производных первого порядка.

5. Определите тип уравнения $a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2b\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + c\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x,y,u)$, если $b^2\text{-}ac > 0$.

а) смешанный,
б) эллиптический,
в) параболический,
г) гиперболический.

6. Определить тип линейного дифференциального уравнения в частных производных

$$x\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - 2\sqrt{xy}\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + y\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{1}{2}\frac{\partial U}{\partial y} = 0.$$

а) смешанный,
б) эллиптический,
в) параболический,
г) гиперболический.

7. Определить тип уравнения и тип краевой задачи

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, \\ u(x,0) = \mu(x), u_t(x,0) = \nu(x), \\ u_x(0,t) = u_x(l,t) = 0 \end{cases}$$

а) эллиптический, краевая задача второго рода,
б) параболический, смешанная краевая задача,
в) гиперболический, задача Коши,
г) гиперболический, смешанная краевая задача.

8. Решением задачи Коши для волнового уравнения $u_{tt} = 4u_{xx}$ с начальными условиями $u(x,0) = 2\sin(x), u_t(x,0) = 0$ будет:

а) $u(x,t) = (\sin(x-2t) + \sin(x+2t))$,
б) $u(x,t) = (\sin(x-2t) - \sin(x+2t))$,
в) $u(x,t) = (\cos(x-2t) + \cos(x+2t))$,
г) $u(x,t) = (\cos(x-2t) - \sin(x+2t))$,

9. Решением краевой задачи для уравнения y”+y=0 с граничными условиями y(0) = y(π) = 0 будет:

а) sin(3x), б) cos(3x), в) sin(x), г) cos(x).

10. Собственными значениями и собственными функциями задачи Штурма-Лиувилля y” + λy = 0, y(0) = y(π) = 0 являются:

а) $\lambda_n = n$, $y_n = \cos(nx)$,
б) $\lambda_n = n^2$, $y_n = \cos(nx)$,
в) $\lambda_n = n$, $y_n = \sin(nx)$,
г) $\lambda_n = n^2$, $y_n = \sin(nx)$.

11. Решение смешанной краевой задачи для волнового уравнения $u_{tt} = u_{xx}$ с граничными условиями u(0,t) = u(1,t) = 0 и начальными условиями u(x,0) = x(1-x), $u_t(x,0) = 0$ имеет вид:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(\pi n x)\cos(\pi n t)$,
б) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(\pi n x)\sin(\pi n t)$,
в) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\pi n x)\cos(\pi n t)$,
г) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\pi n x)\sin(\pi n t)$.

7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач

1. Найти эквипотенциальные поверхности и семейство линий наибыстрейшего возрастания скалярного поля $u = x^2 + y^2 - z^2$.

2. Найти производную скалярного поля $u(x,y,z) = x^2 - \operatorname{arctg}(y+z)$ в точке $M(2,1,1)$ по направлению вектора $\boldsymbol{l} = 3\boldsymbol{j} - 4\boldsymbol{k}$.

3. Найти поток векторного поля $\boldsymbol{a} = (2y - 5x)\boldsymbol{i} + (x-1)\boldsymbol{j} + (2xy+2z)\boldsymbol{k}$ через замкнутую поверхность S: $2x + 2y - z = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ (нормаль внешняя), используя формулу Остроградского-Гаусса.

4. Найти потенциал векторного поля $\boldsymbol{a} = 2xy\boldsymbol{i} + (x^2 - 2yz)\boldsymbol{j} - y^2\boldsymbol{k}$.

5. Определить вид векторного поля $\boldsymbol{a} = (yz\text{-}xy)\boldsymbol{i} + (xz - x^2/2 + yz^2)\boldsymbol{j} + (xy+yz)^2\boldsymbol{k}$.

6. Найти общее решение дифференциального уравнения в частных производных:

$$3\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = 0.$$

7. Найти фундаментальное решение уравнения Лапласа:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

8. Найти общее решение уравнения Пуассона:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = x^2 + y^2.$$

9. Решить методом Даламбера задачу Коши для волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, -\infty < x < \infty, t > 0,$$

с начальными условиями $u(0) = \sin(x)$, $u_t(0) = 0$.

10. Определить тип и привести к каноническому виду дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + 4\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = 0$$

11. Найти собственные значения и собственные функции краевой задачи с периодическими граничными условиями

$$y'' + \lambda y = 0,\ y(0) = y(l),\ y'(0) = y'(l),\ x \in [0,l].$$

12. Решить краевую задачу методом конечных разностей. Сравнить с точным решением. Провести анализ сходимости аппроксимации

$$e^x \frac{d^2\varphi}{dx^2} + e^x \frac{d\varphi}{dx} = -2x;\ \frac{d\varphi}{dx}(0) = 0,\ \varphi(1) = 4.$$

7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

1. Магнитное поле, создаваемое электрическим током силы I, текущим по бесконечному проводу, определяется формулой $\mathbf{H}(P) = 2I\dfrac{-y\mathbf{i} + x\mathbf{j}}{x^2 + y^2}$. Вычислить $\operatorname{div}\mathbf{H}(P)$ и $\operatorname{rot}\mathbf{H}(P)$. Определить вид этого поля.

2. Определить суммарный электрический заряд, распределенный по поверхности пластины $|x| \le a, |y| \le b, |z| \le c$, если поверхностная плотность заряда в точке $P(x, y, z)$ равна $k\sqrt[3]{|xyz|}$, где $k > 0$ – коэффициент пропорциональности.

3. Бесконечная плоская пластина толщиной h равномерно заряжена по объему с плотностью r. Пользуясь формулой Остроградского-Гаусса, найти напряженность **E** электрического поля вне пластины.

4. Пользуясь формулой Стокса, найти напряженность **H** магнитного поля создаваемого бесконечно длинным тонким проводником с током I.

5. Найти траекторию движения частицы с зарядом q и начальной скоростью $\mathbf{v}_0$ в однородном постоянном электрическом поле с напряженностью **E**.

6. Вывести из уравнений Максвелла закон сохранения заряда.

7. Сформулировать краевую задачу о проникновении переменного магнитного поля в правое полупространство с проводимостью σ, если начиная с момента времени t = 0 на поверхности x = 0 поддерживается напряженность $H = H_0\sin(\omega t)$, ω - частота поля.

8. Один конец стержня x = 0 теплоизолирован, а другой x = l поддерживается при температуре равной нулю. В начальный момент времени t = 0 температура во всех точках стержня равна T_0. Найти распределение температуры при t > 0.

9. Решите одномерную задачу стационарной теплопроводности в полом цилиндре с внутренним и внешним радиусами, равными соответственно 0.5 и 2. Температуру на внутренней и внешней поверхностях задайте равными 100 и 200 соответственно. Покажите, что полученное решение одномерно. Сравните численное решение с точным решением.

10. Найти стационарное распределение температуры u в прямоугольной пластине $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 2$ которая нагревается от источников тепла с мощностью $Q(x, y)$, если

$$u(0, y) = u(1, y) = 0, \ \partial u/\partial n\big|_{y=0} = -1, \ [\partial u/\partial n]_{y=2} = 1; \ Q(x, y) = 3.$$

11. Рассчитайте распределение температуры в поперечном сечении длинного цилиндра. Теплопроводность равна 2.2. Граничные условия следующие: одна половина внешней поверхности цилиндра теплоизолирована, в то время как другая омывается жидкостью с температурой 500, коэффициент теплоотдачи равен 22. В половине сечения с теплоизолированной границей происходит выделение тепла с S = 2000, в другой половине источниковый член S равен 0.

7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету

Не предусмотрено учебным планом.

7.2.5 Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену

1. Основные этапы физико-математического моделирования объектов.
2. Понятие тензора и его ранга.
3. Действия с тензорами.
4. Симметричные, антисимметричные и инвариантные тензоры второго ранга.
5. Скалярные, векторные и тензорные поля.
6. Геометрические характеристики скалярных и векторных полей.
7. Основные дифференциальные операции математической физики.
8. Виды векторных полей. Теорема Гельмгольца.
9. Криволинейные интегралы от тензорных полей.
10. Поверхностные интегралы от тензорных полей.
11. Объёмные интегралы от тензорных полей.
12. Формула Остроградского-Гаусса.
13. Формулы Грина.
14. Формула Стокса.
15. Основные динамические уравнения и законы сохранения.
16. Задача Коши для динамического уравнения.
17. Тензор напряжений и уравнение механики сплошной среды.
18. Уравнения течения идеальной жидкости, непрерывности и теплопроводности.
19. Дифференциальная форма уравнений Максвелла. Граничные условия.
20. Стационарные уравнения Максвелла-Лоренца. Скалярные и векторные уравнения Лапласа, Пуассона.
21. Электромагнитные волны. Скалярные и векторные волновые уравнения.
22. Гармонические электромагнитные поля. Скалярные и векторные уравнения Гельмгольца.

23. Квазистационарные уравнения Максвелла-Лоренца. Скалярные и векторные уравнения диффузии.

24. Основные уравнения математической физики: Лапласа, Пуассона, волновое и теплопроводности.

25. Классификация квазилинейных уравнений в частных производных второго порядка.

26. Задача Коши для уравнений гиперболического и параболического типов.

27. Краевая задача для эллиптических уравнений.

28. Смешанная краевая задача.

29. Корректность постановки краевых задач.

30. Линейные уравнения. Принцип суперпозиции.

31. Уравнения с разделяющимися переменными. Метод Фурье.

32. Задачи на собственные значения дифференциальных операторов.

33. Задача Штурма-Лиувилля. Понятие о специальных функциях.

34. Метод разложения по собственным функциям.

35. Линейные неоднородные уравнения. Общая схема метода собственных функций.

36. Сущность метода функций Грина.

37. Решение уравнения колебаний бесконечной струны методом Даламбера.

38. Задача Дирихле для круга.

39. Задача об охлаждении бесконечной пластины конечной толщины.

40. Решение уравнения свободных колебаний закреплённой струны.

41. Функциональные пространства. Понятие функционала. Экстремум.

42. Вариация функционала. Необходимое условие экстремума.

43. Уравнение Эйлера.

44. Метод Ритца.

45. Метод Галеркина.

46. Сущность метода конечных элементов.

7.2.6 Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации

На основании вопросов для подготовки к экзамену формируются билеты. В каждом билете содержатся три теоретических вопроса и две задачи из разных разделов дисциплины.

Экзамен для студентов проводится по смешанной системе (письменно-устно). Студент должен дать полный письменный ответ на билет. Затем преподаватель беседует со студентом. Возможны уточняющие вопросы.

Каждый правильный ответ на вопрос в билете оценивается 3 баллами, задача оценивается в 5 баллов. Максимальное количество набранных баллов – 19.

Оценка «Неудовлетворительно» ставится в случае, если правильные ответы только на теоретические вопросы или решены только практические задачи, или студент набрал менее 8 баллов.

Оценка «Удовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал 8 – 10 баллов.

Оценка «Хорошо» ставится в случае, если студент набрал от 11 до 16 баллов.

Оценка «Отлично» ставится в случае, если студент набрал 17 – 19 баллов.

При получении оценок «Отлично», «Хорошо» и «Удовлетворительно» требуемые в рабочей программе знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на промежуточном этапе считаются достигнутыми.

7.2.7 Паспорт оценочных материалов

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Введение в физико-математическое моделирование.	ОПК-1, ОПК-3	Тест, защита лабораторных работ, требования к курсовой работе, отчёт, опрос.
2	Дифференциальные и интегральные операции математической физики.	ОПК-1, ОПК-3	Тест, защита лабораторных работ, требования к курсовой работе, отчёт, опрос.
3	Основные физико-математические модели.	ОПК-1, ОПК-3	Тест, защита лабораторных работ, требования к курсовой работе, отчёт, опрос.
4	Постановка краевых задач математической физики.	ОПК-1, ОПК-3	Тест, защита лабораторных работ, требования к курсовой работе, отчёт, опрос.
5	Аналитические методы решения краевых задач.	ОПК-1, ОПК-3	Тест, защита лабораторных работ, требования к курсовой работе, отчёт, опрос.
6	Приближённые и численные методы решения краевых задач.	ОПК-1, ОПК-3	Тест, защита лабораторных работ, требования к курсовой работе, отчёт, опрос.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бу-

мажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Защита курсовой работы осуществляется согласно требованиям, предъявляемым к работе, описанным в методических материалах. Примерное время защиты на одного студента составляет 20 мин.

8 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

1. Мартинсон Л.К., Малов Ю.Н. Дифференциальные уравнения математической физики: учебник. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 368 с.
2. Шунин Г.Е., Кострюков С.А., Пешков В.В., Кудряш А.А. Введение в конечно-элементный анализ: учеб. пособие. Воронеж: ВГТУ, 2017. – 204 с.; электронный ресурс кафедры ВМФММ.
3. Кострюков С.А., Пешков В.В., Шунин Г.Е., Шунина В.А. Компьютерный практикум по методам вычислений: учеб. пособие. Воронеж: ВГТУ, 2018. – 179 с.; электронный ресурс кафедры ВМФММ.
4. Кострюков С.А., Пешков В.В., Шунин Г.Е. Основы вариационного исчисления: учеб. пособие. Воронеж: ВГТУ, 2011. – 165 с.; электронный ресурс кафедры ВМФММ.
5. Нечаев В.Н., Шуба А.В. Методы математической физики: учеб. пособие. Ч. 1. Воронеж: ВГТУ, 2009. – 110 с.; электронный ресурс кафедры ВМФММ.
6. Нечаев В.Н., Шуба А.В. Методы математической физики: учеб. пособие. Ч. 2. Воронеж: ВГТУ, 2009. – 177 с.; электронный ресурс кафедры ВМФММ.
7. Под общ. ред. А.В. Ефимова, А.С. Поспелова. Сборник задач по математике для втузов. В 4 частях. Ч. 3. 2002.
8. Пичугин Б.Ю., Пичугина А.Н. Уравнения математической физики: учеб. пособие. Омск : Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, 2016. – 180 с. – 978-5-7779-1976-2. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/59669.html.
9. Киреев И.В., Кнауб Л.В., Левчук Д.В., Нужин Я.Н. Тензорный анализ и дифференциальная геометрия: учеб. пособие. Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2017. – 102 с. – 978-5-7638-3622-6. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/84148.html.
10. Кострюков С.А., Пешков В.В., Шунин Г.Е. Решение задач математической физики с помощью комплекса программ конечно-элементного анализа FEMPDESolver: методические указания для лабораторных работ. Воронеж: ВГТУ, 2007. – № 534. – 46 с.; электронный ресурс кафедры ВМФММ.

11. Батаронова М.И., Кострюков С.А., Пешков В.В., Шунин Г.Е. Комплекс программ конечно-элементного анализа FEMPDESolver: методические указания для самостоятельной работы студентов. Воронеж: ВГТУ, 2007. – № 535. – 50 с.; электронный ресурс кафедры ВМФММ.

12. Кострюков С.А., Пешков В.В., Шунин Г.Е. Векторный анализ и элементы теории поля: методические указания для самостоятельной работы студентов. Воронеж: ВГТУ, 2008. – № 514. – 59 с.; электронный ресурс кафедры ВМФММ.

13. Кудряш С.А., Шунин Г.Е. Моделирование динамики шестимерного осциллятора в системе компьютерной математики Scilab: методические указания к выполнению лабораторных работ. Воронеж: ВГТУ, 2016. Электронный ресурс.

14. Кудряш С.А., Шунин Г.Е. Возможности мультифизических систем конечно-элементного анализа: методические указания к самостоятельной работе студентов. Воронеж: ВГТУ, 2016. Электронный ресурс.

8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

Операционные системы, средства просмотра Web, поисковые системы, средства работы с текстовой, графической и видео информацией

Лицензионные: Windows XP и выше;

Свободно распространяемые: Internet Explorer 7 и выше, Chrome, Google, Yandex, Open Office, Acrobat Reader

Системы компьютерной математики

Лицензионные: Maple 14;

свободно распространяемые: Wolfram Alpha, Wolfram Cloud, демонстрационная версия Maple 5.4, Maxima, Scilab, MathStudio

Конечно-элементные комплексы программ

Свободно распространяемые: Fempdesolver, Femm, студенческие версии Flexpde, Elcut

Образовательный портал ВГТУ

https://old.education.cchgeu.ru

Научная библиотека ВГТУ

university/library

Электронные библиотеки, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

http://www.elabory.ru

http://www.iprbookshop.ru

http://eqworld.ipmnet.ru

http://dic.academic.ru

http://m.mathnet.ru

9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

1. Специализированная аудитория для проведения лекций, оборудованная компьютером с видеопроектором.

2. Специализированная лаборатория, оборудованная персональными компьютерами с выходом в Интернет.

10 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

По дисциплине «Методы математической физики» читаются лекции, проводятся лабораторные занятия, выполняется курсовая работа.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Лабораторные работы выполняются на персональных компьютерах в соответствии с методическими указаниями к выполнению работ.

Большое значение по закреплению и совершенствованию знаний имеет самостоятельная работа студентов. Информацию обо всех видах самостоятельной работы студенты получают на занятиях.

Методика выполнения курсовой работы изложена в учебно-методическом пособии. Выполняться этапы курсовой работы должны своевременно и в установленные сроки.

Контроль усвоения материала дисциплины производится устным опросом, проверкой отчётов, курсовой работы, защитой лабораторных работ и курсовой работы. Освоение дисциплины оценивается на экзамене.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удается разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции.
Лабораторная работа	Лабораторные работы позволяют научиться применять теоретические знания, полученные на лекции при решении конкретных задач. Чтобы наиболее рационально и полно использовать все возможности лабораторных работ для подготовки к ним необходимо: разобрать лекцию по соответствующей теме, ознакомиться с соответствующим разделом учебника, проработать дополнительную литературу.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоения учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие:

	- работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций; - работа над темами для самостоятельного изучения; - участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад; - подготовка к промежуточной аттестации.
Курсовая работа	При выполнении курсовой работы студенты должны научиться правильно и творчески использовать знания, полученные ими на лекциях и лабораторных занятиях. Задачи, решаемые при выполнении курсовой работы: Осуществить поиск необходимой информации по теме работы; Систематизировать найденную информацию; Осуществить обзор литературных источников по заданной теме; Выработать умения решать прикладные задачи Курсовая работа включает в себя теоретическую и расчётную части.
Подготовка к промежуточной аттестации	Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед экзаменом два-три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

№ п/п	Перечень вносимых изменений	Дата внесения изменений	Подпись заведующего кафедрой, ответственной за реализацию ОПОП
1	Актуализирован раздел 8.2: при осуществлении образовательного процесса по дисциплине использу-ется образовательный портал ВГТУ – https://old.education.cchgeu.ru	31.08.2021	
2			
3			
4			