

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ  
Декан ФМАТ В.И. Ряжских  
« 20 » февраля 2023



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
дисциплины (модуля)  
«Математические методы в инженерии»

Направление подготовки 15.04.01 – Машиностроение  
Профиль Современные технологии в машиностроении  
Квалификация выпускника Магистр  
Нормативный период обучения 2 года / 2 года 3 месяца  
Форма обучения Очная / Заочная  
Год начала подготовки 2023 г.

Автор программы

А.В. / Ряжских А.В. /

Заведующий кафедрой  
Прикладной математики и механики

В.И. / Ряжских В.И. /

Руководитель ОПОП

А.И. / Болдырев А.И. /

**Воронеж 2023**

# 1 ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

## 1.1 Цели дисциплины

- освоение современных математических методов решения, с помощью которых разрабатываются и исследуются теоретические и экспериментальные модели объектов профессиональной деятельности;

## 1.2 Задачи освоения дисциплины

- получение навыков при изучении численных методов, оценивания погрешностей при вычислениях, улучшение точности получаемых результатов;

- освоение состава математического описания и алгоритма моделирования, применение основных методов поиска инженерных решений;

- получение навыков в разработке математических моделей машин, приводов, оборудования, систем, технологических процессов в машиностроении.

## 2 МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Математические методы в инженерии» относится к обязательным дисциплинам Б1.Б базовой части блока Б1 учебного плана.

## 3 ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины «Математические методы в инженерии» направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-5 – способен разрабатывать аналитические и численные методы при создании математических моделей машин, приводов, оборудования, систем, технологических процессов

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции
ОПК-5	<b>знать</b> алгоритмы применения метода декомпозиции сложных систем; этапы метода математического моделирования и их детализацию
	<b>Уметь</b> применять современные методы исследования; составлять уравнения математической модели с определением их вида и необходимых начальных и граничных условий
	<b>владеть</b> основными методами оптимизации при разработке математических моделей задач конкретной предметной области.

#### 4 ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины «Математические методы в инженерии» составляет 2 зачетные единицы.

Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий

##### Очная форма обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		1			
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	28	28			
В том числе:					
Лекции	10	10			
Практические занятия (ПЗ)	18	18			
Лабораторные работы (ЛР)	-	-			
<b>Самостоятельная работа</b>	80	80			
Курсовой проект	-	-			
Контрольная работа	-	-			
Вид промежуточной аттестации	Зачет	Зачет			
Общая трудоемкость, часов	108	108			
Зачетных единиц	3	3			

##### Заочная форма обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		1			
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	8	8			
В том числе:	8	8			
Лекции	4	4			
Практические занятия (ПЗ)	4	4			
Лабораторные работы (ЛР)	-	-			
<b>Самостоятельная работа</b>	96	96			
Курсовой проект					
Контрольная работа	+	+			
Вид промежуточной аттестации	Зачет	Зачет			
Общая трудоемкость, часов	96	96			
Зачетных единиц	3	3			

## 5 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий

#### очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	Лаб. зан.	СРС	Всего, час
1	Основы математического моделирования.	Классификация математических моделей. Состав математического описания. Алгоритм математического моделирования. Примеры задач математического моделирования. Инструменты моделирования.	2	2	-	20	24
2	Математическая обработка решения инженерных задач	Обработка табличных данных. Интерполяция. Метод Ньютона. Аппроксимация. Метод наименьших квадратов. Численное интегрирование. Метод Чебышева. Статистические методы.	3	6	-	20	29
3	Методы решения уравнений и их систем	Методы решения нелинейных уравнений. Методы решения линейных уравнений и их систем. Точные методы и приближенные. Алгоритмизация вычислительных процедур на основе методов конечных разностей и конечных элементов. Концепция решения дифференциальных уравнений, основные методы.	3	6	-	20	27
4	Методы оптимизации	Одномерная оптимизация. Многомерная оптимизация. Симплексный метод.	2	4		20	26
<b>Итого</b>			<b>10</b>	<b>18</b>		<b>80</b>	<b>108</b>

#### заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лек ц	Пра к зан.	Ла б. зан .	СРС	Вс его , час
1	Основы математического моделирования.	Классификация математических моделей. Состав математического описания. Алгоритм математического моделирования. Примеры задач математического моделирования. Инструменты моделирования.	1	1	-	24	26
2	Математическая обработка решения инженерных задач	Обработка табличных данных. Интерполяция. Метод Ньютона. Аппроксимация. Метод наименьших квадратов. Численное интегрирование. Метод Чебышева. Статистические методы.	1	1	-	24	26
3	Методы решения уравнений и их систем	Методы решения нелинейных уравнений. Методы решения линейных уравнений и их систем. Точные методы и приближенные. Алгоритмизация вычислительных процедур на основе методов конечных разностей и конечных элементов. Концепция решения дифференциальных уравнений, основные методы.	1	1	-	24	26
4	Методы оптимизации	Одномерная оптимизация. Многомерная оптимизация. Симплексный метод.	1	1		24	26
<b>Итого</b>			<b>4</b>	<b>4</b>		<b>96</b>	<b>108</b>

## 5.2 Перечень лабораторных работ

Не предусмотрено учебным планом

## 5.3 Перечень практических работ

№ п/п	Наименование темы	Практическая работа	Практик. зан. очное	Практик. зан. Заочн.
1	Основы математического моделирования.	Примеры задач математического моделирования. Инструменты моделирования.	2	1

2	Математическая обработка решения инженерных задач	Обработка табличных данных. Интерполяция. Метод Ньютона. Аппроксимация. Метод наименьших квадратов. Численное интегрирование. Метод Чебышева. Статистические методы.	6	1
3	Методы решения уравнений и их систем	Методы решения нелинейных уравнений, метод сканирования, метод хорд. Методы решения линейных уравнений и их систем. Точные методы и приближенные. Основы решения дифференциальных уравнений.	6	1
4	Методы оптимизации	Одномерная оптимизация. Многомерная оптимизация. Метод градиента. Симплексный метод. Метод Гаусса-Зейделя.	4	1
<b>Итого</b>			<b>18</b>	<b>4</b>

## 6 ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

### 6.1 Курсовое проектирование

Не предусмотрено выполнение курсового проекта.

### 6.2 Контрольные работы для обучающихся заочной формы обучения

#### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

##### Задача №1

#### ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ С ПОМОЩЬЮ МНОГОЧЛЕНА НЬЮТОНА

**Задание.** Дана таблица значений функции  $y = f(x)$ . Построить для этой функции интерполяционный многочлен Ньютона и с помощью его найти приближенное значение функции для заданного аргумента  $x$ .

<b>№1.</b>	$X$	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x$
	$Y$	0.740	0.532	0.801	1.13	0.749	3.2

<b>№2.</b>	$X$	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	$x$
	$Y$	0.912	0.755	0.966	0.524	0.574	2.7

№3.	X	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	$x$
	Y	0.741	0.848	0.809	0.854	0.801	6.3

№4.	X	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	$x$
	Y	0.567	0.759	0.991	1.57	0.532	4.4

№5.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x$
	Y	1.59	0.935	0.596	1.78	0.682	2.2

№6.	X	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	$x$
	Y	0.707	0.790	1.11	0.674	0.948	5.57

№7.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x$
	Y	0.751	0.964	0.927	0.780	0.585	3.3

№8.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x$
	Y	0.622	0.720	1.05	0.831	1.69	2.3

№9.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x$
	Y	0.814	0.749	0.789	0.979	0.682	3.8

№10.	X	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	$x$
	Y	0.865	1.83	0.521	0.889	0.800	1.7

№11.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x$
	Y	0.664	1.30	0.880	0.764	0.981	3.2

№12.	X	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	$x$
	Y	0.710	0.991	0.501	0.892	0.735	5.2

№13.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x$
	Y	0.964	0.714	0.644	0.674	1.04	2.6

№14.	X	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	$x$
	Y	0.892	0.760	1.26	0.585	1.74	4.7

№15.	X	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	$x$
	Y	0.778	1.17	0.933	0.772	0.836	4.7

№16.	X	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	$x$
	Y	1.01	0.726	0.798	0.569	0.842	4.3

№17.	X	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	$x$
	Y	0.770	0.825	1.35	0.775	1.79	5.4

№18.	X	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	$x$
	Y	0.671	0.969	0.667	0.589	0.922	4.3

№19.	X	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	$x$
	Y	0.594	0.601	0.840	0.517	1.94	5.7

№20.	X	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	$x$
	Y	1.19	0.671	0.542	0.750	0.775	3.4

### Задача №2

#### МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

**Задание.** Дана таблица значений функции  $y = f(x)$ . Используя метод наименьших квадратов, подобрать для заданных значений  $x$  и  $y$

1) линейную функцию  $y = A_0 + A_1x$ ;

2) квадратичную функцию  $y = A_0 + A_1x + A_2x^2$ .

Построить графики этих функций.

№1.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x$
	Y	-1	3	4	2	0	3.2

№2.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x$
	Y	4	2	-1	6	3	2.7

№3.	X	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	$x$
	Y	1	4	3	-1	-4	6.3

№4.	X	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	$x$
	Y	0	3	4	2	-1	4.4

№5.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x$
	Y	5	3	-2	1	2	2.2

№6.	X	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	$x$
	Y	3	5	2	-1	4	5.57

№7.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x$
	Y	1	4	7	2	-2	3.3

№8.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x$
	Y	2	-2	3	4	1	2.3

№9.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x$
	Y	4	7	3	0	-1	3.8

№10.	X	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	$x$
	Y	5	3	-1	2	4	1.7

№11.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x$
	Y	6	2	-2	1	4	3.2

№12.	X	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	$x$
	Y	1	3	5	2	-1	5.2

№13.	X	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	$x$
	Y	-2	1	4	5	3	2.6

№14.	X	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	$x$
	Y	3	5	2	-1	-2	4.7

№15.	X	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	$x$
	Y	3	5	4	1	-1	4.7

№16.	X	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	$x$
	Y	-1	1	2	4	3	4.3

№17.	X	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	$x$
	Y	2	-1	1	3	4	5.4

№18.	X	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	$x$
	Y	-2	1	3	4	2	4.3

№19.	X	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	$x$
	Y	1	3	5	2	-1	5.7

№20.	X	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	$x$
	Y	2	-2	1	4	3	3.4

### Задача №3

#### **ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ**

**Задание.** Получить приближенное решение системы методом простой итерации с точностью 0.01.

$$\text{№1.} \begin{cases} 9x_1 + 4x_2 = -2, \\ 5x_1 - 12x_2 + 2x_3 = 5, \\ 4x_1 + 4x_2 + 14x_3 = -3. \end{cases}$$

$$\text{№2.} \begin{cases} 14x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 2, \\ 2x_1 + 11x_2 + 3x_3 = 4, \\ -5x_1 + 7x_3 = -3. \end{cases}$$

$$\text{№3.} \begin{cases} 6x_1 - 3x_2 - x_3 = -2, \\ 4x_1 + 14x_2 + 4x_3 = -3, \\ -4x_1 + 2x_2 + 11x_3 = 4. \end{cases}$$

$$\text{№4.} \begin{cases} 11x_1 + 5x_2 - 2x_3 = -2, \\ x_1 + 10x_2 + 3x_3 = -5, \\ 4x_1 - 4x_2 + 11x_3 = 1. \end{cases}$$

$$\text{№5.} \begin{cases} 8x_1 - x_2 + 3x_3 = -1, \\ -2x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 5, \\ -2x_1 - 2x_2 + 7x_3 = -4. \end{cases}$$

$$\text{№6.} \begin{cases} 12x_1 + 5x_2 + 5x_3 = 2, \\ 5x_1 + 11x_2 + 5x_3 = 5, \\ 2x_1 + 4x_2 + 12x_3 = 1. \end{cases}$$

$$\text{№7.} \begin{cases} 12x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 1, \\ 3x_1 + 10x_2 - 5x_3 = -4, \\ -4x_1 - 2x_2 + 12x_3 = -5. \end{cases}$$

$$\text{№8.} \begin{cases} 10x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -1, \\ 4x_2 + 2x_3 = -3, \\ 3x_1 - x_2 - 5x_3 = 2. \end{cases}$$

$$\text{№9.} \begin{cases} 9x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + 7x_2 + 2x_3 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 5. \end{cases}$$

$$\text{№10.} \begin{cases} 10x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -5, \\ -x_1 + 9x_2 + 2x_3 = 3, \\ -4x_1 + 3x_2 + 10x_3 = -1. \end{cases}$$

$$\text{№11.} \begin{cases} 9x_1 + 2x_2 - x_3 = -4, \\ -x_1 + 4x_2 - x_3 = 2, \\ -x_1 + 4x_2 + 6x_3 = -4. \end{cases}$$

$$\text{№12.} \begin{cases} 11x_1 - 5x_2 - 4x_3 = 3, \\ 3x_2 - x_3 - x_4 = -4, \\ -5x_1 - 4x_2 + 14x_3 = -4. \end{cases}$$

$$\text{№13.} \begin{cases} 6x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 0, \\ 5x_1 + 12x_2 + 5x_3 = -2, \\ -5x_1 + 5x_2 + 13x_3 = 4. \end{cases}$$

$$\text{№14.} \begin{cases} 8x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ -x_1 + 7x_2 - 3x_3 = 1, \\ 3x_1 + 3x_2 + 10x_3 = -3. \end{cases}$$

$$\text{№15.} \begin{cases} 10x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 4, \\ -2x_1 + 12x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + 12x_3 = 1. \end{cases}$$

$$\text{№16.} \begin{cases} 10x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 3, \\ 4x_1 + 10x_2 + 4x_3 = -1, \\ x_1 - 4x_2 + 6x_3 = 1. \end{cases}$$

$$\text{№17.} \begin{cases} 8x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ -5x_1 + 11x_2 - x_3 = -4, \\ -3x_1 - x_2 + 6x_3 = 2. \end{cases}$$

$$\text{№18.} \begin{cases} 13x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0, \\ 4x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 8x_3 = 2. \end{cases}$$

$$\text{№19.} \begin{cases} 10x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 3, \\ 5x_1 - 2x_2 + 12x_3 = 1, \\ 2x_1 - 4x_2 + 11x_3 = 1. \end{cases}$$

$$\text{№20.} \begin{cases} 8x_1 - 4x_2 + x_3 = 5, \\ -3x_1 + 11x_2 - 5x_3 = -2, \\ 4x_1 + 5x_2 + 10x_3 = -3. \end{cases}$$

#### Задача №4

### РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

**Задание.** Найти численное решение линейной краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка конечно-разностным методом, используя аппроксимацию производных второго порядка и шаг  $h = 0.1$ .

- №1. 
$$\begin{cases} y'' + \frac{y'}{x} + 2y = x; \\ y(0.7) = 0.5, \quad 2y(1) + 3y'(1) = 1.2. \end{cases}$$
- №2. 
$$\begin{cases} y'' - xy' + 2y = x + 1; \\ y(0.9) - 0.5y'(0.9) = 2, \quad y(1.2) = 1. \end{cases}$$
- №3. 
$$\begin{cases} y'' + xy' + y = x + 1; \\ y(0.5) + 2y'(0.5) = 1, \quad y'(0.8) = 1.2. \end{cases}$$
- №4. 
$$\begin{cases} y'' + 2y' - xy = x^2; \\ y'(0.6) = 0.7, \quad y(0.9) - 0.5y'(0.9) = 1. \end{cases}$$
- №5. 
$$\begin{cases} y'' + 2y' - \frac{y}{x} = 3; \\ y(0.2) = 2, \quad 0.5y(0.5) - y'(0.5) = 1. \end{cases}$$
- №6. 
$$\begin{cases} y'' - y' + \frac{2y}{x} = x + 0.4; \\ y(1.1) - 0.5y'(1.1) = 2, \quad y'(1.4) = 4. \end{cases}$$
- №7. 
$$\begin{cases} y'' - 3y' + \frac{y}{x} = 1; \\ y(0.4) = 2, \quad y(0.7) + 2y'(0.7) = 0.7. \end{cases}$$
- №8. 
$$\begin{cases} y'' + 3y' - \frac{y}{x} = x + 1; \\ y'(1.2) = 1, \quad 2y(1.5) - y'(1.5) = 0.5. \end{cases}$$
- №9. 
$$\begin{cases} y'' - \frac{y'}{2} + 3y = 2x^2; \\ y(1) + 2y'(1) = 0.6, \quad y(1.3) = 1. \end{cases}$$
- №10. 
$$\begin{cases} y'' + 1.5y' - xy = 0.5; \\ 2y(1.3) - y'(1.3) = 1, \quad y(1.6) = 3. \end{cases}$$
- №11. 
$$\begin{cases} y'' + 2xy' - y = 0.4; \\ 2y(0.3) + y'(0.3) = 1, \quad y'(0.6) = 2. \end{cases}$$
- №12. 
$$\begin{cases} y'' - 0.5xy' + y = 2; \\ y(0.4) = 1.2, \quad y(0.7) + 2y'(0.7) = 1.4. \end{cases}$$
- №13. 
$$\begin{cases} y'' + \frac{2y'}{x} - 3y = 2; \\ y'(0.8) = 1.5, \quad 2y(1.1) + y'(1.1) = 3. \end{cases}$$
- №14. 
$$\begin{cases} y'' + 2x^2y' + y = x; \\ 2y(0.5) - y'(0.5) = 1, \quad y(0.8) = 3. \end{cases}$$

$$\text{№15. } \begin{cases} y'' - 3xy' + 2y = 1.5; \\ y'(0.7) = 1.3, \quad 0.5y(1) + y'(1) = 2. \end{cases}$$

$$\text{№16. } \begin{cases} y'' + 2xy' - 2y = 0.6; \\ y'(2) = 1, \quad 0.4y(2.3) - y'(2.3) = 1. \end{cases}$$

$$\text{№17. } \begin{cases} y'' + \frac{y'}{x} - 0.4y = 2x; \\ y(0.6) - 0.3y'(0.6) = 0.6, \quad y'(0.9) = 1.7. \end{cases}$$

$$\text{№18. } \begin{cases} y'' - \frac{y'}{2x} + 0.8y = x; \\ y(1.7) + 1.2y'(1.7) = 2, \quad y'(2) = 1. \end{cases}$$

$$\text{№19. } \begin{cases} y'' - \frac{y'}{3} + xy = 2; \\ y(0.8) = 1.6, \quad 3y(1.1) - 0.5y'(1.1) = 1. \end{cases}$$

$$\text{№20. } \begin{cases} y'' + 2y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{x}; \\ 0.5y(0.9) + y'(0.9) = 1, \quad y(1.2) = 0.8. \end{cases}$$

### Задача №5

#### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ СИМПЛЕКС-МЕТОДОМ

**Задание.** Найти максимум целевой функции при заданных ограничениях.

$$Z(x) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 \rightarrow \max,$$

$$\text{№1. } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 \leq 6, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 24, \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 + x_5 = 30. \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

$$Z(x) = x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max,$$

$$\text{№2. } \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 10, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 14, \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 + x_5 = 12. \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

$$Z(x) = x_1 + x_2 - x_3 + x_5 \rightarrow \max,$$

$$\text{№3. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 = 11, \\ 2x_1 - 1x_2 + x_3 \leq 8, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 20. \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

$$Z(x) = 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \rightarrow \max,$$

$$\text{№4. } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 = 9, \\ x_1 - 1x_2 + x_3 \leq 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 16. \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

$$Z(x) = x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \rightarrow \max,$$

$$\text{№5. } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 3, \\ x_1 - 1x_2 + x_3 + x_5 = 23, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 18. \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

$$Z(x) = -x_1 + 2x_3 + x_4 + x_5 \rightarrow \max,$$

$$\text{№6. } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 5, \\ x_1 - 1x_2 + x_3 + x_5 = 17, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 26. \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

$$Z(x) = x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 \rightarrow \max,$$

$$\text{№7. } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 \leq 10, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 = 24, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 32. \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

$$Z(x) = x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 \rightarrow \max,$$

$$\text{№8. } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 \leq 11, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 = 31, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 40. \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

$$Z(x) = x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 \rightarrow \max,$$

$$\text{№9. } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 \leq 5, \\ 2x_1 - 1x_2 + x_3 + x_5 = 24, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 38. \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

$$Z(x) = x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - x_5 \rightarrow \max,$$

$$\text{№10. } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 \leq 7, \\ 2x_1 - 1x_2 + x_3 + x_5 = 34, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 21. \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

$$Z(x) = -x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + x_5 \rightarrow \max,$$

$$\text{№11. } \begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 \leq 16, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 42, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 36. \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

$$Z(x) = -x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 \rightarrow \max,$$

$$\text{№12. } \begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 \leq 9, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 29, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 39. \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

$$Z(x) = -x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 - x_5 \rightarrow \max,$$

$$\text{№13. } \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 \leq 7, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 23, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 37. \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

$$Z(x) = 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 \rightarrow \max,$$

$$\text{№14. } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 6, \\ x_2 + x_3 + x_5 = 19, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 33. \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

$$Z(x) = 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 \rightarrow \max,$$

$$\text{№15. } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 6, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 18, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 34. \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

$$Z(x) = 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 \rightarrow \max,$$

$$\text{№16. } \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 \leq 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 23, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 31. \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

$$Z(x) = 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 + x_5 \rightarrow \max,$$

$$\text{№17. } \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 \leq 4, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 26, \\ -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 32. \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

$$\begin{aligned} Z(x) &= x_2 - x_3 + x_4 + x_5 \rightarrow \max, \\ \text{№18. } \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 \leq 1, \\ -x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 14, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 27. \end{cases} \\ x_i &\geq 0, \forall i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z(x) &= 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 + x_5 \rightarrow \max, \\ \text{№19. } \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 \leq 4, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 26, \\ -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 32. \end{cases} \\ x_i &\geq 0, \forall i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z(x) &= x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 \rightarrow \max, \\ \text{№20. } \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 \leq 5, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 17, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 31. \end{cases} \\ x_i &\geq 0, \forall i \end{aligned}$$

## 7 ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

### 7.1 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

#### 7.1.1 Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

Компетенция	Результаты обучения,, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Аттестован	Не аттестован
ОПК-5	знать алгоритмы применения метода декомпозиции сложных систем; этапы метода математического моделирования и их детализацию	Устный опрос	Знает ответы на большинство вопросов	Не знает, что ответить на вопросы
	Уметь применять современные методы исследования; составлять уравнения математической	Решение практических задач	Умеет показать правильный ход решения задачи	Не умеет решить задачу

<p>модели с определением их вида и необходимых начальных и граничных условий</p>			
<p><b>владеть</b> основными методами оптимизации при разработке математических моделей задач конкретной предметной области.</p>	Реферат	Владеет знанием материала реферативной работы, отвечает на вопросы	Не подготовил реферат

### 7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 1 семестре для очной формы обучения, в 1 семестре для заочной формы обучения по двухбалльной системе:

«зачтено»

«не зачтено»

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Зачтено	Не зачтено
ОПК-5	<p><b>знать</b> алгоритмы применения метода декомпозиции сложных систем; этапы метода математического моделирования и их детализацию</p>	Устный опрос	Знает ответы на большинство вопросов	Не знает, что ответить на вопросы
	<p><b>Уметь</b> применять современные методы исследования; составлять уравнения математической модели с определением их вида и необходимых начальных и граничных условий</p>	Решение практических задач	Умеет показать правильный ход решения задачи	Не умеет решить задачу
	<p><b>владеть</b> основными методами оптимизации при</p>	Решение практических задач	Умеет показать правильный ход решения задачи	Не умеет решить задачу

	разработке математических моделей задач конкретной предметной области.			
--	--	--	--	--

## 7.2 Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

### 7.2.1 Примерный перечень расчетных задач

#### Задача №1

Дана таблица значений функции  $y = f(x)$ . Построить для этой функции интерполяционный многочлен Ньютона и с помощью его найти приближенное значение функции для заданного аргумента  $x = 3.57$ .

X	3.50	3.55	3.60	3.65	3,70	x
Y	33.115	34.813	36.598	38.475	40.447	3.57

#### Задача №2

**Задание.** Дана таблица значений функции  $y = f(x)$ . Используя метод наименьших квадратов, подобрать для заданных значений  $x$  и  $y$

- 1) линейную функцию  $y = A_0 + A_1x$ ;
- 2) квадратичную функцию  $y = A_0 + A_1x + A_2x^2$ .

Построить графики этих функций.

X	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
Y	0.31	0.82	1.29	1.85	2.51	3.02

#### Задача №3

**Задание.** Получить приближенное решение системы методом простой итерации с точностью 0.01.

$$\begin{cases} 10x_1 + x_2 + x_3 = 12, \\ 2x_1 + 10x_2 + x_3 = 13, \\ 2x_1 + 2x_2 + 10x_3 = 14. \end{cases}$$

#### Задача №4

**Задание.** Найти численное решение линейной краевой задачи для дифференциального уравнения 2-го порядка конечно-разностным методом, используя аппроксимацию производных второго порядка и шаг  $h = 0.1$ .

$$y'' + xy' - 0.5 \frac{y}{x} = 1, \quad \begin{cases} y(2) + 2y'(2) = 1, \\ y(2.3) = 2.15, \end{cases}$$

### Задача №5

**Задание.** Найти максимум целевой функции при заданных ограничениях.

$$Z(x) = 9x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 2x_5 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 \leq 6, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 24, \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 + x_5 = 30. \end{cases}$$

### Задача №6

**Задание.** Решить дифференциальное уравнения 1-го порядка методом Рунге-Кутты, на интервале от 0 до 1, с шагом  $h = 0.1$ .

$$y' = 2x^2 + 2y, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 1.$$

### Задача №7

**Задание.** Дана функция  $R(x) = D \sin(Ax^B + C)$ , где все коэффициенты возьмем равными единице, найти максимум на интервале от -1 до 0, ошибка задается по  $X$ , с погрешностью решения 0,05.

### Задача №8

**Задание.** С помощью метода градиента, требуется найти минимум функции  $R(x_1, x_2) = Ax_1^3 + Bx_2^2 - Cx_1 - Dx_2$ , где все коэффициенты возьмем равными единице, на интервале: по первой и второй переменной от -2 до 2, с начальными значениями переменных (-0,5;-1). Допустимая погрешность решения 0,01.

### Задача №9

**Задание.** С помощью метода наискорейшего спуска, требуется найти минимум функции  $R(x_1, x_2) = Ax_1^3 + Bx_2^2 - Cx_1 - Dx_2$ , где все коэффициенты возьмем равными единице, на интервале: по первой и второй переменной от -1 до 1, с начальными значениями переменных (0;-1). Допустимая погрешность решения 0,01.

### Задача №10

**Задание.** С помощью метода Гаусса-Зейделя, требуется найти минимум функции  $R(x_1, x_2) = Ax_1^3 + Bx_2^2 - Cx_1 \sin(Dx_1x_2)$ , где все коэффициенты возьмем равными единице, на интервале: по первой и второй переменной от -2 до 2, с начальными значениями переменных (-0,5;-1). Допустимая погрешность решения 0,01.

## 7.2.2 Примерный перечень реферативных работ

1. Одномерная оптимизация. Метод сканирования.

2. Одномерная оптимизация. Метод золотого сечения.
3. Одномерная оптимизация. Метод параболической аппроксимации.
4. Многомерная безусловная градиентная оптимизация. Метод градиента
5. Многомерная безусловная градиентная оптимизация. Метод наискорейшего спуска
6. Многомерная безусловная градиентная оптимизация. Метод тяжелого шарика
7. Многомерная без градиентная оптимизация. Метод Гаусса-Зайделя
8. Многомерная без градиентная оптимизация. Метод Розенброка
9. Многомерная без градиентная оптимизация. Метод параллельных касательных
10. Многомерная случайная оптимизация. Метод слепого поиска
11. Многомерная условная оптимизация. Метод прямого поиска с возвратом

### **7.2.3 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету**

1. Классификация математических моделей.
2. Состав математического описания.
3. Алгоритм математического моделирования.
4. Общие закономерности процессов, их материальные и энергетические балансы.
5. Дифференциальные уравнения, как инструмент моделирования.
6. Метод декомпозиции. Типовые соединения в структурных схемах.
7. Моделирования явлений переноса.
  
8. Дифференциальные уравнения типовых элементов в сложных системах инженерии.
9. Статистические математические модели.
10. Алгоритмизация вычислительных процедур на основе методов конечных разностей и конечных элементов.
11. Обработка табличных данных.
12. Интерполяция. Метод Ньютона
13. Аппроксимация. Метод наименьших квадратов.
14. Численное интегрирование. Метод Чебышева.
15. Статистические методы.
16. Методы решения нелинейных уравнений.
17. Методы решения линейных уравнений и их систем.
18. Точные методы и приближенные.
19. Основы решения дифференциальных уравнений.
20. Одномерная оптимизация. Многомерная оптимизация. Симплексный

### **7.2.5 Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену**

Не предусмотрено учебным планом

### 7.2.6 Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится в форме письменного опроса по темам лекций и практик, а также решения типовых задач.

«Зачтено» студент получает при ответе на вопрос и решения одной из задач. Оценка «Не зачтено» ставится в случае, если студент не ответил на вопрос и не решил ни одной из задач.

### 7.2.7 Паспорт оценочных материалов

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Основы математического моделирования.	ОПК-5	устный опрос
2	Математическая обработка решения инженерных задач	ОПК-5	Письменный опрос
3	Методы решения уравнений и их систем	ОПК-5	Письменный опрос
4	Методы оптимизации	ОПК-5	Письменный опрос. Реферат

### 7.3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Решение задач и ответ на вопрос осуществляется с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время ответа на вопрос 30 минут, время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

## 8 УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

1. Основная литература				
1	Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.	Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы, 7-е изд.. Изд-во "Бином. Лаборатория знаний". 2012 - 636 стр. ISBN 978-5-9963-0802-6.	2012 печат.	1,0
2	Бырдин А.П.,	Вычислительная математика. учеб. пособие /	2012	1,0

	Заварзин и др.	Издательство ФГБОУ ВГТУ. 2012.-177с.	Электр	
<b>2. Дополнительная литература</b>				
1	Шипачев В.С.	Высшая математика : учеб. пособие. - 8-е изд., стереотип. - М. : Высш. шк., 2007. - 479 с.	2007 печат.	1,0
2	Шипачев В.С.	Задачник по высшей математике : учеб. пособие / В. С. Шипачев. - 7-е изд., стереотип. - М. : Высш. шк., 2007. - 304 с.	2007 печат.	1,0
3	Марчук Г.И.	Методы вычислительной математики, 4-е изд., стер.. Изд-во "Лань". 2009 - 608 стр. ISBN 978-5-8114-0892-4.	2009 печат.	1,0
4	Берман Г.Н.	Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие / Г.Н. Берман. - 22-е изд., стереотип.– СПб., Изд-во «Профессия», 2006.-432 с.	2007 печат.	0,5

**8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем**

1. <http://www.rsl.ru/>  
<http://nbmgu.ru/>

## **9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная доской и мелом.

## **10 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

По дисциплине «Математические методы в инженерии» читаются лекции, проводятся практические занятия.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков расчета инженерных систем теплогазоснабжения, подбора основного и вспомогательного оборудования. Занятия проводятся путем решения конкретных задач в аудитории.

Большое значение по закреплению и совершенствованию знаний имеет самостоятельная работа студентов. Информацию о всех видах самостоятельной работы студенты получают на занятиях.

Освоение дисциплины оценивается на зачете.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Практические занятия	Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму.
Подготовка к зачету	При подготовке к зачету необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и решение задач на практических занятиях.

## ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

№ п/п	Перечень вносимых изменений	Дата внесения изменений	Подпись заведующего кафедрой, ответственной за реализацию ОПОП
1	Актуализирован раздел 8.2 в части состава используемого лицензионного программного обеспечения, современных профессиональных баз данных и справочных информационных систем	31.08.2024	