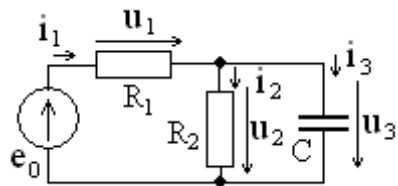


В.П. Литвиненко

ПРАКТИКУМ ПО РАСЧЕТУ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Учебное пособие



Воронеж 2014

ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный
технический университет»

В.П. Литвиненко

ПРАКТИКУМ ПО РАСЧЕТУ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Утверждено Редакционно-издательским советом
университета в качестве учебного пособия

Воронеж 2014

УДК 621.3.013

Литвиненко В.П. Практикум по расчету линейных электрических цепей: учеб. пособие / В.П. Литвиненко. Воронеж: ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет», 2014. 164 с.

Учебное пособие предназначено для использования в ходе практических занятий и самостоятельной работы студентов. Оно содержит индивидуальные задания для каждого студента по различным изучаемым темам. Полученные ответы вводятся студентом самостоятельно в автоматизированную контролируемую систему АКЭС, которая сообщает ему результаты проверки выполненных заданий и накапливает результаты по всем изучаемым темам отдельно для каждого студента для формирования его рейтинга.

Издание соответствует требованиям Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению 210400 «Радиотехника», профилю 210400.62 «Радиотехнические средства передачи, приема и обработки сигналов», дисциплинам «Основы теории цепей» и «Дополнительные разделы теории цепей» очной формы обучения.

Ил.181. Библиогр.: 2 назв.

Научный редактор доцент Б.В. Матвеев

Рецензенты: кафедра инфокоммуникационных систем
и технологий Воронежского института МВД
России (начальник кафедры д.т.н., проф.
О.И. Бокова)
канд. техн. наук, доцент А.Б. Токарев

© Литвиненко В.П., 2014

© Оформление. ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет», 2014

ВВЕДЕНИЕ

При изучении учебных курсов по теории электрических цепей необходимо уметь рассчитывать напряжения, токи, мощности, анализировать характеристики цепей при различных воздействиях. Необходимо освоить различные методы расчета и моделирования цепей с широким применением современной вычислительной техники, приобрести навыки их анализа.

Материал пособия разделен на темы, каждая из которых соответствует нескольким лекциям. Приведены контрольные вопросы. Первые четыре темы сопровождаются основополагающими теоретическими сведениями для того, чтобы студенты имели возможность выполнять задания даже при отсутствии необходимого лекционного материала.

Перед каждым практическим занятием в ходе домашней подготовки студент должен разобраться в теоретическом материале и ответить на контрольные вопросы.

В каждой теме содержится по шесть задач. Исходные данные и схемы цепей определяются двумя числами: N - номер студента в списке группы и G - порядковый номер группы по указанию преподавателя.

Проверка ответов на задачи производится посредством автоматизированной контролирующей системы АКЭС-4, разработанной на кафедре радиотехники.

ТЕМА 1. ИСХОДНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ, ИСТОЧНИКИ НАПРЯЖЕНИЯ И ТОКА

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

Во всех радиотехнических устройствах действуют физические процессы, изучаемые в разделе «Электричество» курса физики. Эти знания дают общие представления об электрических устройствах и принципах их действия, однако их недостаточно для специалистов.

Так как учебные дисциплины «Основы теории цепей» и «Дополнительные разделы теории цепей» относятся к естественным наукам, то для них применим основной метод исследования – метод моделирования. Суть его заключается в том, что для изучения какого-либо физического явления необходимо математическое представление его свойств, которое называется **моделью**. Модели физических явлений могут обладать различной степенью достоверности описания исследуемых процессов. Так, физические явления в электромагнитном поле могут быть описаны с помощью уравнений **теории поля**, но такое описание слишком громоздко. Поэтому для инженерных радиотехнических расчетов, там, где это возможно, используется **теория электрических цепей**, основанная на понятиях тока, напряжения и электродвижущей силы (ЭДС).

Электрическим током называется направленное движение заряженных частиц. Так как в металлах носителями заряда являются свободные электроны, то ток в металлах определяется как направленное движение электронов. В полупроводниках имеется два типа зарядов: электроны, имеющие отрицательный заряд, и дырки с положительным зарядом. За **положительное направление тока** принято направление движения **положительных зарядов**.

В теории цепей часто невозможно определить истинное направление тока i в участке цепи, поэтому ввели **условно-положительное направление тока**, которое в дальнейшем

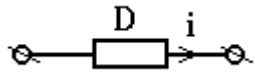


Рис. 1.1

будем называть просто *положительным направлением* (рис.1.1).

Направление тока характеризуется знаком. Понятие положительный или отрицательный ток имеет смысл, если только сравнивать направление тока в проводнике с некоторым заранее выбранным ориентиром – **положительным** направлением тока. Поэтому, если в результате расчета ток будет иметь знак плюс ($i > 0$), то это означает, что его направление совпадает с выбранным положительным направлением. Если же значение тока $i < 0$, то его истинное направление противоположно выбранному.

Таким образом, выбранное положительное направление тока не означает, что электрические заряды в реальной цепи текут в этом направлении. Оно только придает смысл знаку тока.

Прежде, чем начинать анализ электрических цепей, необходимо задать положительные направления токов в цепи.

Количественно ток оценивают по величине заряда $q(t)$, проходящего через какое-либо сечение S проводника (рис. 1.2). Положим, что в момент времени t через поперечное сечение S прошел заряд $q(t)$, а в момент $(t + \Delta t)$ соответственно $q(t + \Delta t)$. Тогда ток $i(t)$ в момент времени t будет равен

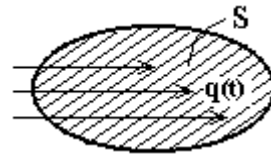


Рис. 1.2

$$i(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{q(t + \Delta t) - q(t)}{\Delta t} = \frac{dq(t)}{dt} \quad (1.1)$$

Из выражения (1.1) видно, что *ток численно равен скорости изменения заряда, протекающего через заданное сечение проводника S. никоим образом ток не равен скорости перемещения зарядов.*

В общем случае ток является функцией времени. Временная зависимость тока может подчиняться различным законам. В частном случае, когда зависимость заряда от времени представляет собой линейную функцию $q(t) = I \cdot t$ (временная диаграмма приведена на рис. 1.3) скорость изменения заряда во времени представляет собой постоянную величину I . Из (1.1) видно, что в таком случае

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{q}{t} = I = \text{const.}$$

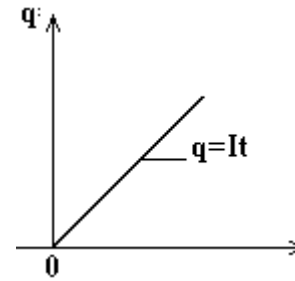


Рис. 1.3

В этом случае ток называется **постоянным**. Во всех остальных случаях временных диаграмм $q(t)$ ток

будет называться **переменным**.

В Международной системе единиц (СИ) заряд выражается в *кулонах (Кл)*, время в *секундах (с)*, а ток в *амперах (А)*.

Из физики известно, что на всякий заряд, помещенный в электрическом поле, действует сила, которая зависит от напряженности электрического поля, величины заряда и его знака.

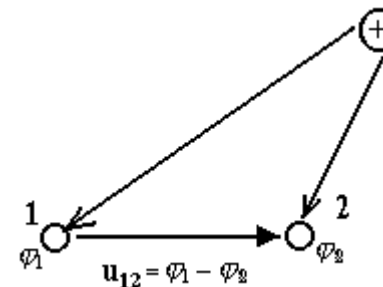


Рис. 1.4

При движении единичного положительного заряда из бесконечности в точку 1 (рис. 1.4) будет затрачена (источником электрического поля) или выделена энергия, которая носит название **потенциал φ_1** точки 1.

Аналогично можно ввести понятие потенциала φ_2 для точки 2.

Напряжением u_{12} между точками 1 и 2 называется разность потенциалов

$$u_{12} = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (1.2)$$

представляющая собой работу по переносу единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2, которая совершается электрическим полем или внешней силой.

Напряжение может быть определено как предел отношения энергии Δw , затрачиваемой на перемещение заряда Δq из точки 1 в точку 2,

$$u_{12} = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta w}{\Delta q} = \frac{dw}{dq}. \quad (1.3)$$

Из определения напряжения следует, что если потенциал точки 1 больше потенциала точки 2, то напряжение u_{12} будет положительным. **Напряжение будет положительным, если оно направлено таким образом, что при переносе положительного заряда Δq увеличивается расход энергии Δw на его перенос от точки с большим потенциалом к точке с меньшим потенциалом.**

За положительное направление напряжения принимается направление от точки с большим потенциалом к точке с меньшим потенциалом. При расчете электрических цепей чаще всего не удается заранее определить направление напряжения, поэтому до начала расчета вводят **условно-положительное направление напряжения**.

Относительно выбранного положительного направления сравнивают полученный результат. Если полученное напряжение положительно, то истинное направление напряжения совпадает с выбранным. Если же результат будет отрицательным, то истинное направление напряжения будет противоположным.

Из сказанного следует, что перед началом расчета **обязательно** должны быть указаны положительные направления напряжений – только в этом случае возможно их *однозначное* определение. Положительные направления напряжений выбираются произвольно и независимо от направлений других напряжений и токов в цепи.

В Международной системе единиц напряжение имеет размерность **вольт (В)**, а работа (энергия) – **джоуль (Дж)**.

Для того чтобы образовать в цепи электрический ток, необходимо какой-либо вид энергии преобразовать в энергию электрического поля от некоторого источника. Например, энергия вращения турбины на электростанции преобразуется в электрическую энергию, подаваемую в розетку потребителя, которая для него выступает источником электроэнергии. Такой источник характеризуется **электродвижущей силой (ЭДС)**, которая может быть определена как работа *сторонних сил*, затрачиваемая на перемещение единичного положительного заряда внутри источника. Так как ЭДС – это энергия, которую затрачивают сторонние силы на перенос зарядов **внутри источника**, а напряжение – энергия, расходуемая источником на перенос зарядов в нагрузке, чтобы подчеркнуть их разную сущность, приняли за положительное направление ЭДС направление **от точки с меньшим потенциалом к точке с большим потенциалом**.

Если в цепи положительные направления ЭДС и напряжения на источнике совпадают, то принимают $e(t) = -u(t)$ (рис. 1.6а), а если положительные направления ЭДС и напряжения направлены навстречу друг другу (рис. 1.6б), то $e(t) = u(t)$.

Электродвижущая сила (ЭДС) в Международной системе единиц определяется в **вольтах**.

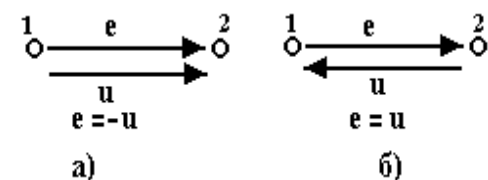


Рис. 1.5

Из выражения (1.2) можно получить

$$dw = u dq. \quad (1.4)$$

Учитывая равенство (1.1), имеем

$$dw = u i dt. \quad (1.5)$$

Значение энергии dw называется **элементарной работой**, которую совершает электрическое поле за промежуток времени dt на перенос элементарного заряда dq .

Как известно из физики, производная энергии по времени называется **мгновенной мощностью**

$$p(t) = \frac{dw}{dt}. \quad (1.6)$$

Из (1.6) видно, что мгновенная мощность в электрической цепи может быть как положительной, так и отрицательной. Так, при $dw > 0$ мощность $p(t)$ положительная, а при $dw < 0$ мощность $p(t)$ – отрицательная.

Из выражения (1.3) имеем, что

$$p(t) = u i, \quad (1.7)$$

Чтобы определить энергию, поступившую в цепь к моменту времени t , необходимо выражение (1.6) проинтегрировать по времени

$$w(t) = \int_{-\infty}^t p(t) dt. \quad (1.8)$$

Нижний предел интеграла принят равным $(-\infty)$, чтобы учесть

всю предысторию поступления электрической энергии в цепь. Если энергия в цепи до момента времени $t = t_1$ была равна нулю, то интеграл (1.8) может быть разбит на два интеграла

$$w(t) = \int_{-\infty}^{t_1} p(t) dt + \int_{t_1}^t p(t) dt = \int_{t_1}^t p(t) dt, \quad (1.9)$$

так как первый интеграл суммы равен нулю.

Необходимо помнить, что **значения энергии всегда положительны**.

Чтобы определить энергию, поступившую в цепь за промежуток времени $[t_1; t_2]$, интегрируется выражение (1.6) в пределах от t_1 до t_2 :

$$W[t_1; t_2] = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt. \quad (1.10)$$

И, наконец, введем еще одну энергетическую характеристику **периодических** электрических процессов в цепи – **среднюю мощность P** , выделившуюся в цепи за период колебаний T . В математике вводится понятие *среднего значения периодической функции*

$$\overline{f(x)} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt.$$

тогда по аналогии получаем

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt. \quad (1.11)$$

В системе единиц СИ мощность выражают в **ваттах** (Вт).

В технике используются разнообразные *источники* электрической энергии: химические и солнечные батареи, аккумуляторы, генераторы высокочастотных колебаний и так далее. В теории нет необходимости конкретизировать источники по физическим признакам - вводятся и наделяются определенными свойствами некоторые абстрактные устройства - модели источников, в той или иной мере соответствующие действительно применяемым на практике. Удобно пользоваться двумя типами таких моделей в виде источников напряжения и источников тока.

Идеальным источником *напряжения* называется источник ЭДС e (обозначается кружком с ориентирной стрелкой внутри, рис. 1.6), без внутренних потерь напряжения, независимо от присоединяемой к нему нагрузки и возникающего тока i . Разность потенциалов между точками a, b определяется только ЭДС и остается неизменной при отсоединенной нагрузке ("холостой ход" источника) и при любом ее сопротивлении, теоретически, вплоть до нуля (режим короткого замыкания).

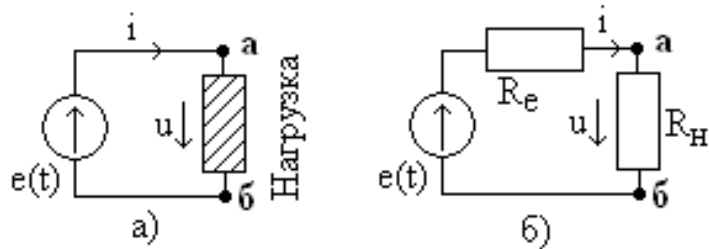


Рис. 1.6

У реального источника напряжения разность потенциалов между выводами в той или иной мере уменьшается с увеличением зависящего от нагрузки тока i . (Вспомните, при включении стартера в автомашине свет меркнет). Для отражения этого факта в модель **реального** источника напряжения

(рис. 1.6б)) вводят последовательное по отношению к $e(t)$ *внутреннее сопротивление источника* R_e . Теперь напряжение на выходе источника (его нагрузке) оказывается равным

$$u = e - R_e \cdot i.$$

Тогда можно записать выражение для зависимости тока от напряжения

$$i = \frac{e - u}{R_e}. \quad (1.12)$$

которую принято называть *вольтамперной характеристикой реального источника напряжения*.

Величина R_e - фиктивная (расчетная), условно существующая в виде некоторого эквивалентного элемента цепи только в модели реального источника напряжения. Не вздумайте потрошить батарейку или аккумулятор в поисках их внутреннего сопротивления...

Выражение (1.12) представляет собой уравнение прямой $i=f(u)$ с отрицательным угловым коэффициентом. Семейство таких прямых при различных внутренних сопротивлениях R_e приведено на рис.1.7.

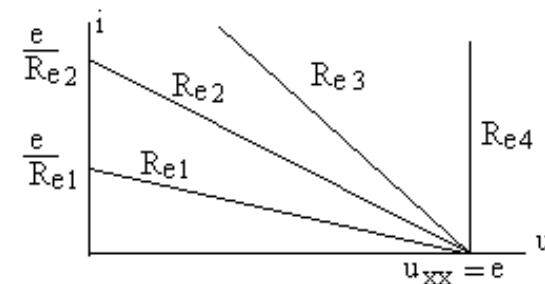


Рис. 1.7

Присмотритесь к прямым (рис. 1.7), сообразуясь с уравнением (1.12). При каком R_e вольтамперная характеристика соответствует идеальному источнику напряжения? Какое из неравенств справедливо:

- а) $R_{e1} < R_{e2} < R_{e3} < R_{e4}$,
 б) $R_{e1} > R_{e2} > R_{e3} > R_{e4}$?

Максимальное напряжение $u_{xx}=e$ имеет место при *холостом* ходе источника, ($R_H = \infty, i = 0$), максимальный ток

$i = i_{кз} = \frac{e}{R_e}$ - при *коротком замыкании* его выводов. Внутреннее сопротивление может быть определено из очевидного равенства

$$R_e = \frac{u_{xx}}{i_{кз}} \quad (1.13)$$

Его можно найти экспериментально посредством двух опытов - холостого хода (измерение напряжения при разомкнутых выводах источника) и короткого замыкания (измерение тока источника при короткозамкнутых выводах), если это физически допустимо.

Будьте осторожны при выполнении опыта короткого замыкания источника - его можно производить лишь при уверенности, что внутреннее сопротивление источника достаточно велико и ток не превысит допустимого для источника или амперметра значения.

Источником *тока* называется устройство, модель которого с обозначенным током i_0 приведена на рис. 1.8а, *вольт-амперная характеристика* - на рис. 1.8б, R_j – внутреннее сопротивление источника тока.

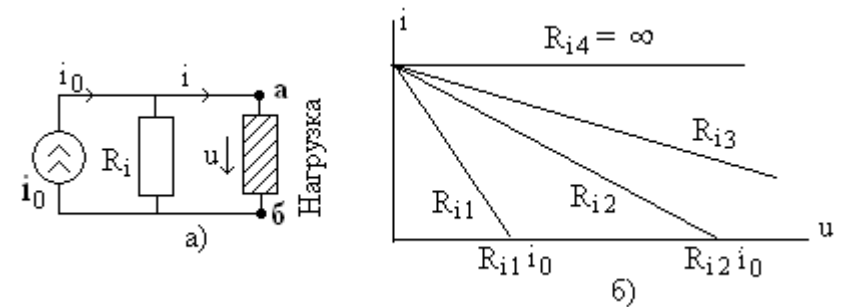


Рис. 1.8

У идеального источника тока внутреннее сопротивление $R_i = \infty$ - из схемы его следует убрать. Идеальный источник тока отличается тем, что генерируемый им ток *не зависит от сопротивления* нагрузки R_H , а следовательно, и от напряжения на нагрузке u , о чем говорит горизонтальная прямая при $R_{i4} = \infty$ на рис.1.8б. У реального источника происходит перераспределение токов через R_i и R_H в пользу нагрузки с уменьшением ее сопротивления.

Уравнение вольтамперной характеристики источника тока выражается равенством

$$i = f(u) = i_0 - \frac{u}{R_i} = i_0 - G_i u, \quad (1.14)$$

где $G_i = 1/R_i$ - внутренняя проводимость источника тока. Уравнения (1.14) и (1.12) дуальны в том смысле, что одно из них может быть получено из другого путем замены e на i и R_e на G_i . Соответственно этому, источники напряжения и тока называются дуальными.

Источник тока ведет себя по отношению к выходному току i (через нагрузку) так, как источник напряжения по отношению к выходному напряжению u .

Реальный источник тока тем ближе к идеальному, чем больше его внутреннее сопротивление R_i , в отличие от источника напряжения, у которого для этого требуется, чтобы R_e было возможно меньше (в пределе $R_e=0$). Можно подобрать такие значения тока i_0 и ЭДС e у реальных источников, чтобы при одинаковых $R_i=R_e=R_{ист}$ их действие на нагрузку (напряжение на нагрузке и протекающий через нее ток) было одинаковым, как показано на рис. 1.9. Условия эквивалентности таковы:

$$i_0 = \frac{e}{R_{ист}}; e = i_0 R_{ист} \quad (1.15)$$

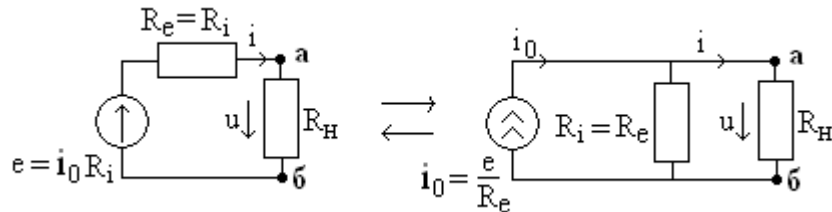


Рис. 1.9

Таким образом, один и тот же «живой» (физический) источник в зависимости от удобства анализа может быть представлен либо в форме реального источника напряжения, либо источника тока.

В качестве источников сигналов часто выступают, кроме генераторов, усилители напряжения и тока. Рассматриваются не абсолютные значения напряжений и токов, а их *приращение* и соотношения между ними. Электронные усилители могут быть представлены в виде эквивалентных по действию на нагрузку реальных источников тока или напряжения. В силу того, что приращения напряжений и токов в усилителях зависят от управляющих напряжений или токов, такого рода источники называются *управляемыми*.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1.1. ЭДС источника e в цепи на рис.1.10а изменяется по закону $e(t)=10\cos 10^3 t$ В.

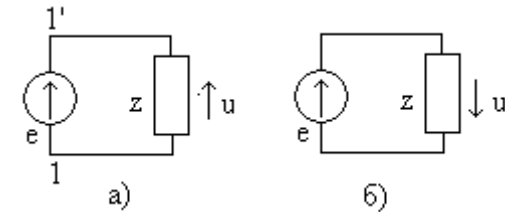


Рис. 1.10

Укажите, потенциал какой точки: 1 или 1', выше в моменты времени $t_1=1$ мс и $t_2=3$ мс.

Чему равно напряжение u на элементе цепи z (рис.1.10) при $e=e(t_1)=5,4$ В:

а) при ориентирной стрелке для u (рис. 1.10,а)), проведенной снизу вверх (в том же направлении, что и e);

б) при ориентирной стрелке для u (рис. 1.10,б)), проведенной сверху вниз (противоположно e)?

1.2. Вычисленное значение напряжения на индуктивности L (рис. 1.11) в некоторый момент времени t равно $u_L=10$ В.

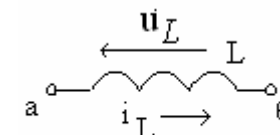


Рис.1.11

Покажите посредством знаков (+) и (-), потенциал какого конца индуктивности, а или б, выше в этот момент времени.

В каком направлении течет ток через индуктивность (рис. 1.11), слева направо или справа налево, если известно, что значение его в момент времени t равно $i_L=0,1$ А?

1.3. Напишите два выражения для закона Ома (оба справедливые) для двух выбранных направлений ориентирных стрелок u и i на рис. 1.12,а и б соответственно.

1.4. В цепи на рис. 1.13 при положительном напряжении между пластинами конденсатора u , ток i течет в положительном направлении (по стрелке). Какой знак имеет при этом мгновенная мощность P ? Происходит ли при этом отбор энергии нагрузкой (конденсатором) от источника, или наоборот?

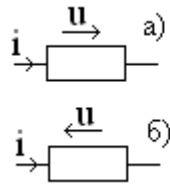


Рис. 1.12

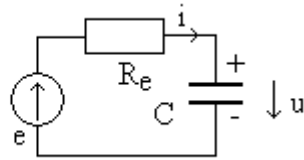


Рис 1.13

Разберите случай, когда при том же u мгновенная мощность отрицательна ($p < 0$). Какой знак имеет при этом ток? Какого рода энергетический процесс имеет при этом место – перекачка энергии в нагрузку или возвращение источнику накопленной в нагрузке энергии?

1.5. На рис. 1.14 приведены вольтамперные характеристики двух реальных источников напряжения 1 и 2. У какого из источников - первого или второго - внутреннее сопротивление меньше? Какой из них по своим качествам ближе к идеальному? Напишите, исходя из схемы реального источника, выражения для вольтамперной характеристики.

1.6. На рис. 1.15 приведены две вольтамперные характеристики источников тока. К какому значению внутреннего сопротивления следует стремиться у источника тока с целью его приближения к идеальному? Какая из характеристик, 1 или 2, ближе к характеристике идеального источника?

Напишите уравнение вольтамперных характеристик источника тока. Какой вид имеет вольтамперные характеристика идеального источника тока? Почему источники напряжения и тока называются дуальными?

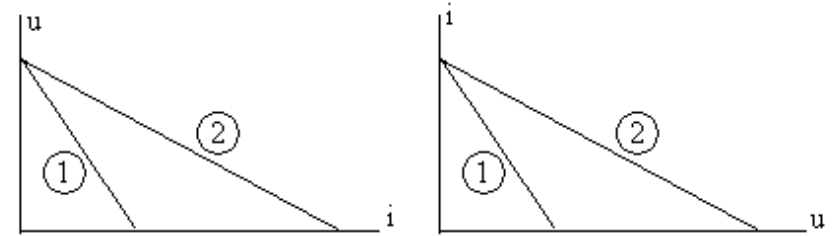


Рис.1.14

Рис. 1.15

1.7. Как изменятся напряжение $u(t)$ на нагрузке u и ток $i(t)$, если увеличить сопротивление нагрузки R_H в два раза:

- а) у идеального источника напряжения (рис. 1.16,а);
- б) у идеального источника тока (рис. 1.16,б)?

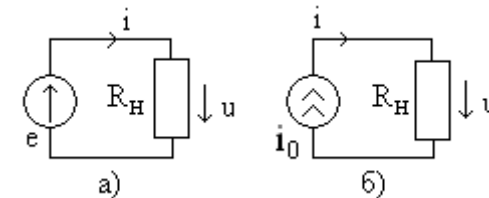


Рис. 1.16

Решить задачу – это не только получить ответ по известной формуле – важно уметь и формулу получить, когда это необходимо, и объяснить результат.

ЗАДАЧИ

1.1 (2 балла). Напряжение между разомкнутыми выводами a и b (рис. 1.17а)) при холостом ходе (отсутствии нагрузки) при измерении его посредством вольтметра V оказалось равным $u_{xx} = 2^G \cdot N$ В.

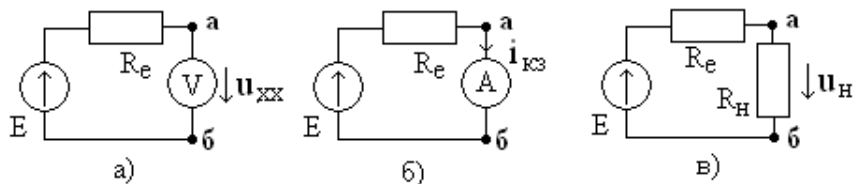


Рис. 1.17

Ток короткого замыкания $I_{кз}$, измеренный (рис. 1.17б)) посредством амперметра с нулевым собственным сопротивлением, оказался равным $i_{кз} = (4N + 8G)(2 + (-1)^{N+G})$ А. Постройте по указанным данным характеристику $u = f(i)$ источника. Определите:

- 1) ЭДС источника E (В);
- 2) внутреннее сопротивление источника R_e (Ом);
- 3) угол наклона характеристики к оси абсцисс α (рад).

Вычислите величину, равную

$$\gamma = \frac{E}{\alpha \cdot R_e},$$

и внесите ее для проверки в АККОС (инструкция к вводу данных в АККОС приведена в конце пособия).

1.2 (2 балла). Постройте вольтамперную характеристику и найдите ток короткого замыкания реального источника напряжения (рис. 1.17в)), для которого известно, что при подключении к нему нагрузки $R_H = 5G + N(2 + (-1)^{N+G})$ кОм напряжение на ней стало равным $u_H = (15GN + 8)$ В. ЭДС источника $E = (20GN + 20)$ В. Значение тока короткого замыкания $I_{кз}$ (мА) внесите для проверки в АККОС.

1.3 (3 балла). Рассчитайте и постройте вольтамперную

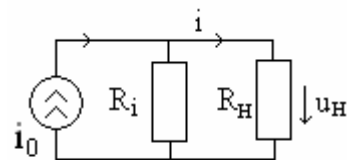


Рис. 1.18

характеристику источника тока (рис. 1.18) $i = f(u_H)$, для которого известно, что ток его короткого замыкания равен $I_{кз} = (2 + 0,1N)$ ампер, а внутреннее сопротивление $R_i = (0,1N * (4 + (-1)^{N+G}) + 70)$ Ом.

Определите по характеристике ток через нагрузку i и ее сопротивление R_H в Омах, если известно, что напряжение на ней равно $u_H = (135 + G \cdot N / 2)$ В. Внесите найденное сопротивление нагрузки R_H в омах в АККОС.

1.4 (3 балла). Постройте вольтамперную характеристику источника (рис. 1.19а) для *приращений* напряжений и токов $\Delta u(\Delta i)$ (рис. 1.19б), если известно, что ΔU - линейная функция ΔI . При нулевом значении приращения тока $\Delta i = 0$ приращение напряжения равно $\Delta u|_{\Delta i=0} = (100 + GN)$ В. При нулевом приращении напряжения ($\Delta u = 0$) приращение тока равно $\Delta i|_{\Delta u=0} = 500 + (-1)^{N+G} \cdot 8N$ мА.

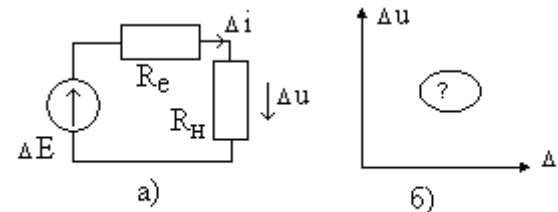


Рис. 1.19

Какой вид имеет уравнение вольтамперной характеристики $\Delta u(\Delta i)$ в данном случае? Напишите его.

Определите по характеристике или уравнению приращение тока Δi , если известно, что напряжение возросло на величину $\Delta u = (20 + G + N)$ В.

Внесите величину Δi в миллиамперах для проверки в АККОС.

1.5 (1 балл). Укажите, какое значение тока I необходимо установить у источника (рис. 1.20б) для того, чтобы действие источников напряжения (рис. 1.20а) и тока (рис. 1.20б)) на нагрузку было одинаковым, то есть, чтобы токи и напряжения на одинаковых сопротивлениях нагрузки R_H были равны: $i_{H1} = i_{H2}$, $u_{H1} = u_{H2}$.

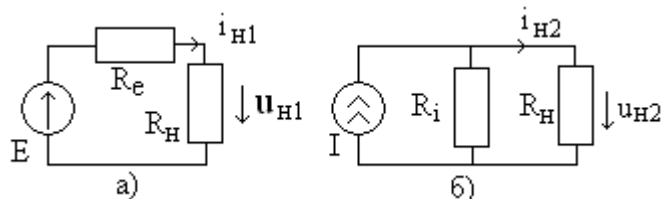


Рис. 1.20

Примите при расчетах:

$$R_i = R_e = (G + 0,2N) \text{ Ом}, R_H = 7NG \text{ кОм},$$

$$E = 200(G + 2) + (-1)^N \cdot GN \text{ В}.$$

Необходимое для эквивалентности источников значение тока в амперах у источника (рис. 1.20б) внесите в АККОС для проверки.

1.6 (1 балл). Определите напряжение U_H на нагрузке у источника тока (рис. 1.18) с внутренним сопротивлением $R_i = (2G + N)$ Ом при величине $R_H = (600 + N)$ Ом и токе источника, равном $i_0 = [15 + (-1)^N \cdot G]$ А.

Внесите величину U_H в вольтах в АККОС для проверки.

ДЛЯ ПЫТЛИВЫХ

1.1. Как изменится напряжение u на нагрузке R_H , если:

1) последовательно с идеальным источником тока I (рис. 1.21,а)) включить источник напряжения E ;

2) параллельно источнику напряжения E (рис. 1.21,б)) включить источник тока I ?

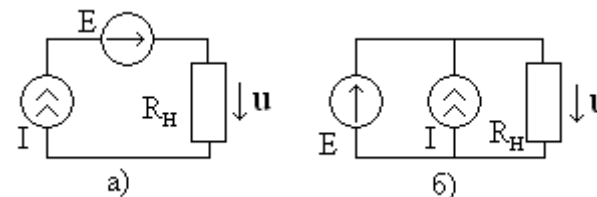


Рис. 1.21

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$	$u(t) = \varphi_2(t) - \varphi_1(t)$	$R_e = R_i = \frac{u_{xx}}{i_{кз}}$
$I = \frac{E}{R_{\text{сум}}}, E = IR_{\text{сум}}, R_e = R_i = R_{\text{сум}}.$		

ЛИТЕРАТУРА

[1, с. 8 - 36].

ТЕМА 2. НАПРЯЖЕНИЯ И ТОКИ В СОПРОТИВЛЕНИИ, ИНДУКТИВНОСТИ И ЕМКОСТИ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

В электрической цепи сопротивление, индуктивность и емкость относятся к категории так называемых пассивных двухполюсных элементов.

Между напряжением u и вызываемым им током i в *сопротивлении* R имеет место соответствие, определяемое законом Ома:

$$u = R \cdot i; \quad i = \frac{u}{R}. \quad (2.1)$$

Полагается, что R не зависит от протекающего через сопротивление тока и внешних воздействий (температуры и др.), а также от времени. Такое сопротивление называется *линейным*. Изображаемое на схемах в виде удлинненного прямоугольника (рис. 2.1,а) сопротивление R в реальной цепи не всегда имеет вид отделяемого от других элементов устройства в форме, например, реостата или резистора. Чаще оно учитывает, моделирует энергетические потери и другие явления в цепи. Так, в частности, реальная катушка индуктивности часто представляется на схемах в виде последовательно соединенных L и R , где R - сопротивление проводов катушки. Отделить R от катушки физически невозможно, но при анализе это, однако, допускается.

На схеме изображаются отдельно – «чистое» (без индуктивности) сопротивление R и «чистая» (без сопротивления) индуктивность L . Такого рода несмешанные элементы цепи R , L , а также C называются *идеальными*. Речь, по существу, идет о *моделях*, которыми заменяются истинные устройства и элементы цепи на электрических схемах.

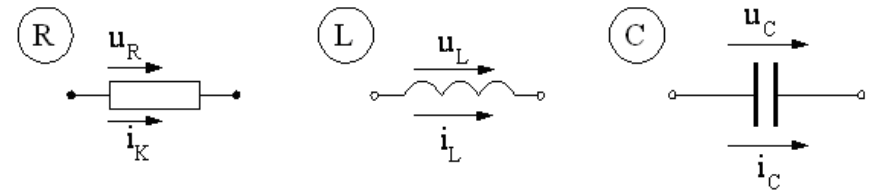


Рис. 2.1

Формально из (2.1) сопротивление R представляет отношение напряжения к возбуждаемому току. К такому пониманию сопротивления (не только в отношении R) при внешне сходных обстоятельствах неоднократно будем прибегать в дальнейшем.

И линейные и нелинейные сопротивления можно харак-

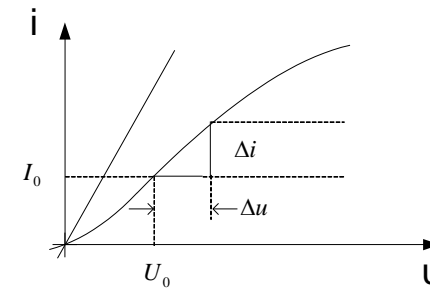


Рис. 2.2

теризовать посредством вольтамперных характеристик (рис. 2.2), подобных рассмотренным в теме 1 по отношению к источникам. У линейного сопротивления (прямая на рис. 2.2) зависимость $u(i)$ - линейная при всех значениях i , положительных и отрицательных, а у нелинейного она может иметь любой непрямолинейный вид. В усилительных и других устройствах приходится иметь дело, как отмечалось в теме 1, не только с абсолютными значениями напряжения u и тока i , но и с их приращениями. На кривой зависимости u от i выбирается некоторая *рабочая точка* с координатами U_0, I_0 (рис. 2.2), относительно которой отсчитывают приращение $\Delta i = i - I_0$ и $\Delta u = u - U_0$. При небольших Δi и Δu и приближенно линейном рабочем участке кривой $u(i)$ можно считать отношение

$\tilde{R} = \Delta u / \Delta i$ в некоторых пределах величиной постоянной, не зависящей от u и i . Определенное таким путем сопротивление $R = \tilde{R}$ называется динамическим или дифференциальным.

Сопротивление R наделяется в теории (близко к практике) тем свойством, что, как бы причудливо ни менялось напряжение на нем в функции времени (рис. 2.3,а), ток изменяется аналогично, следуя за напряжением. Кривые напряжения и тока подобны, знаки у $u(t)$ и $i(t)$ одинаковы.

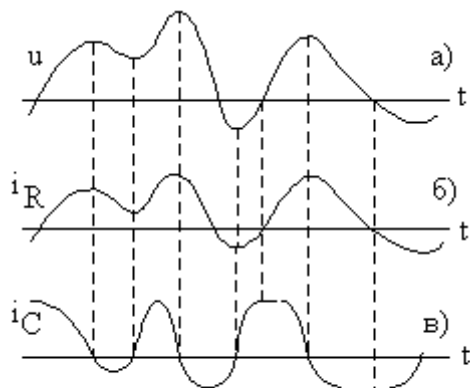


Рис. 2.3

Вследствие этого, мгновенная $p(t)$ и средняя P мощности неизменно положительны.

Сопротивление необратимо потребляет электрическую энергию извне, преобразуя ее в другие виды энергии: тепловую, химическую, механическую, излучения и пр.

Электрическая мощность P при постоянном токе определяется в соответствии с законом Джоуля-Ленца равенствами:

$$P = I^2 \cdot R \quad \text{или} \quad P = \frac{U^2}{R}. \quad (2.2)$$

Отсюда эквивалентное в энергетическом отношении сопротивление R при известной потребляемой объектом мощности P находится по формулам

$$R = \frac{P}{I^2} \quad \text{или} \quad R = \frac{U^2}{P}. \quad (2.3)$$

где U - напряжение и I - ток, потребляемый объектом.

Сопротивление R может быть полной моделью отдельного физического устройства (резистора, электрической лампы) или составной частью модели более сложных устройств (например, катушки индуктивности), учитывающей потребление, потери энергии. Величина сопротивления может зависеть от частоты сигнала (за счет поверхностного эффекта), температуры окружающей среды и других факторов, если их влияние необходимо учесть в модели.

В связи с необратимым потреблением энергии сопротивление R называют *активным*. Иначе обстоит дело в случае *реактивных* элементов цепей L и C .

Между зарядом *емкости* q и напряжением на ней u_C имеет место известное соотношение

$$q = C \cdot u_C. \quad (2.4)$$

Ток через емкость определяется скоростью притока или убывания заряда в ней и выражается равенством

$$i_C = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt} \quad (2.5)$$

Поскольку i_C зависит не от абсолютного значения u_C , а от производной напряжения на емкости по времени, при одном и том же u_C ток может быть и положительным, и отрицательным. На рис. 2.3,в показана зависимость тока i_C от времени для того же напряжения $u(t)$ (рис. 2.3,а), что и в случае сопротивления R . Обращает на себя внимание несхожесть кривой $i_C(t)$ с $u(t)$, а так же с $i_R(t)$. *Напряжение* на емкости определяется равенством:

$$u_C(t_2) = u_C(t_1) + \frac{1}{C} \int_{t_1}^{t_2} i_C(t) dt, \quad (2.6)$$

где $u_C(t_1)$ - начальное напряжение на конденсаторе к моменту начала наблюдения зарядного процесса t_1 , интеграл представляет дополнение к начальному заряду конденсатора за счет тока в интервале от t_1 до рассматриваемого момента времени t_2 . При нулевом начальном заряде (напряжении)

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(\tau) d\tau. \quad (2.7)$$

Заклученная в емкости зависящая от t энергия выражается равенством

$$w_C(t) = C \frac{u_C^2(t)}{2}. \quad (2.8)$$

В зависимости от функции $u_C(t)$ энергия может нарастать или убывать с течением времени.

Третий элемент - *индуктивность* L - дуален по отношению к емкости C . Это означает, что выражение для напряжения на индуктивности может быть получено из формулы для тока через емкость (2.5) путем замены C на L и u на i :

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}. \quad (2.9)$$

Формула (2.9) представляет собой закон электромагнитной индукции Фарадея - Максвелла. Ток через индуктивность как функция от t определяется дуальной по отношению к (2.6) формулой

$$i_L(t) = i_L(t_1) + \frac{1}{L} \int_{t_1}^t u_L(\tau) d\tau. \quad (2.10)$$

При нулевом к моменту t_1 токе $i_L(t_1)$

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{t_1}^t u_L(\tau) d\tau. \quad (2.11)$$

Энергия, заключенная в индуктивности (в ее электромагнитном поле) в зависимости от t определяется равенством

$$w_L(t) = L \frac{i_L^2(t)}{2}. \quad (2.12)$$

Реактивные элементы моделируют процессы накопления энергии электрического поля в емкости C или магнитного поля в индуктивности L . Они либо забирают энергию из внешней цепи, сохраняя и не преобразуя ее в другие виды энергии, либо возвращают в цепь ранее накопленную энергию. В первом случае мгновенная мощность

$$p(t) = \frac{dw(t)}{dt} \quad (2.13)$$

положительна, а во втором - отрицательна. Для емкости и индуктивности соответственно можно записать

$$p_C(t) = C \cdot u_C(t) \frac{du_C(t)}{dt}, \quad (2.14)$$

а для индуктивности

$$p_L(t) = L \cdot i_L(t) \frac{di_L(t)}{dt}. \quad (2.15)$$

Например, если напряжение емкости положительно и возрастает, то $p_C(t) > 0$ и происходит заряд емкости, то есть она запасает энергию, поступающую за счет тока внешней цепи (источника).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

При ответах на вопросы данной темы и решении задач потребуется осуществлять дифференцирование и интегрирование простейших функций времени, заданных в графическом виде. Достаточные для этого справочные данные приведены ниже в табл. 2.1.

Таблица 2.1.

Ф У Н К Ц И Я	$y = k(const)$ 	$y = k(t - t_1)$ 	$y = k(t - t_1)^2$ 	$y = -k(t - t_2)$
П Р О И З В О Д Н А Я	$y' = 0$ 	$y' = k$ 	$y' = 2k(t - t_1)$ 	$y' = -k$
И Н Т Е Г Р А Л	$\int_{t_1}^t y dt = k(t - t_1)$ 	$\int_{t_1}^t y dt = \frac{k(t - t_1)^2}{2}$ 	$\int_{t_1}^t y dt = \frac{k(t - t_1)^3}{3}$ 	$\int_{t_1}^t y dt = -\frac{k(t - t_2)^2}{2} + \frac{k(t_1 - t_2)^2}{2}$

1. Какими свойствами наделяется сопротивление R в теории? Какие физические явления, процессы скрываются за активным сопротивлением, наносимым на схеме в условленной форме (в виде удлиненного прямоугольника (рис. 2.5))? Всегда ли сопротивление R отделимо физически от других элементов цепи?

2. По какой формуле можно найти сопротивление R для эквивалентной замены электродвигателя (рис. 2.5) при напряжении U , развивающем электрическую мощность в ваттах, равную P ?

Чему равно сопротивление R_A антенны A радиопередатчика (рис. 2.6) при излучаемой в пространство мощности электромагнитных колебаний $P_A = 100$ Вт и действующем значении тока на ее входе $I = 1$ А?

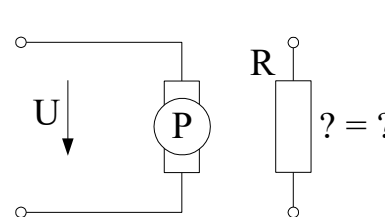


Рис. 2.4

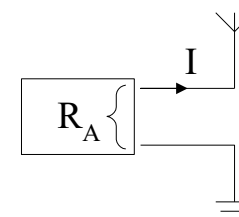


Рис. 2.5

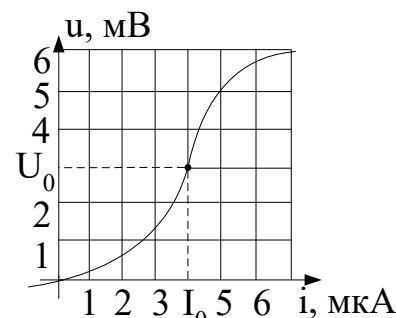


Рис. 2.6

3. Какое значение $R = \tilde{R}$ следует принять в расчетах в случае вольтамперной характеристики, приведенной на рис. 2.6, при рабочей точке с координатами U_0, I_0 ? Оцените приближенно, чему оно равно численно?

4. Чем принципиально отличается сопротивление R от реактивных элементов цепей L и C ? Почему со-

противление R называется активным? Каким соотношением связаны напряжение $u_R(t)$ и ток через сопротивление $i_R(t)$? Зависит ли это соотношение от закона изменения напряжения или тока в функции времени при линейном сопротивлении R ? Может ли ток через сопротивление быть отрицательным при положительном напряжении или наоборот, при однонаправленных ориентирных стрелках?

5. Какими соотношениями определяются зависимости тока от напряжения и напряжения от тока в случае индуктивности L , емкости C ? Может ли ток через индуктивность или емкость быть отрицательным, когда напряжение положительно и наоборот? При каких условиях это имеет место?

6. При трапецидальной форме изменения напряжения $u(t)$ (рис.2.7, вверху) какая из функций времени $i(t)$ (1,2 или 3) соответствует току через сопротивление R ?

7. Какая из функций времени $i(t)$ на рис. 2.7 соответствует току через индуктивность L , через емкость C ?

8. Источьте зависимость напряжения на индуктивности $u_L(t)$ и мгновенной мощности $p_L(t)$, изображенных на рис. 2.8 (б и в) при законе изменения тока во времени, приведенном на рис. 2.8,а.

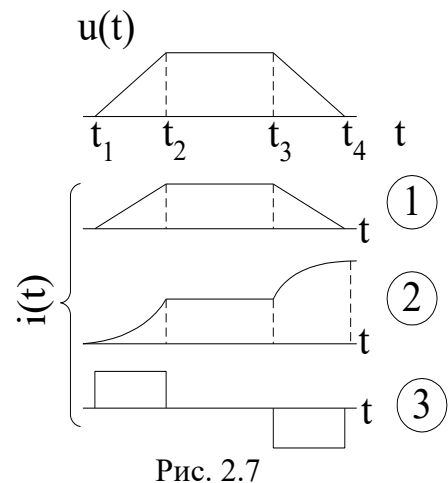


Рис. 2.7

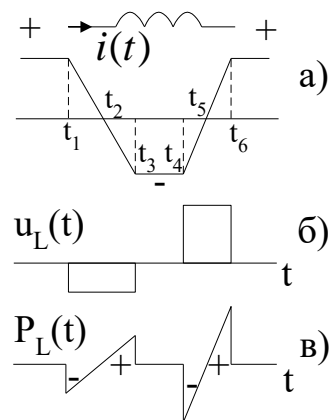


Рис. 2.8

Почему мгновенная мощность в одних интервалах времени положительна, в других отрицательна? Как это связано с энергетическими процессами в индуктивности (накопленим или отдачей энергии в ее магнитном поле)?

9. Импульс напряжения на емкости в интервале от t_1 до t_2 имеет вид двух (нарастающей и спадающей) ветвей параболы (рис.2.9). Какого вида напряжение в том же интервале времени покажет осциллограф, подключенный к сопротивлению R , присоединенному последовательно к емкости?

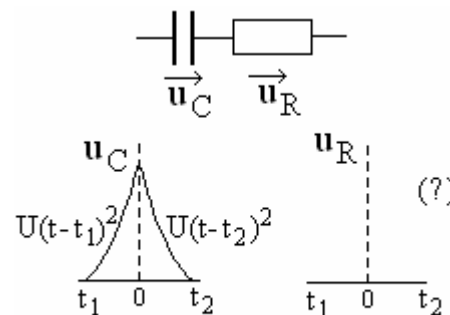


Рис. 2.9

ЗАДАЧИ

2.1. (3 балла). Через последовательно соединенные сопротивление R , индуктивность L и емкость C протекает одинаковый, линейно нарастающий ток (рис. 2.10), определяемый уравнениями:

$$i(t) = \begin{cases} kt & \text{при } 0 \leq t \leq T; \\ 0 & \text{при } t < 0 \text{ и } t > T. \end{cases}$$

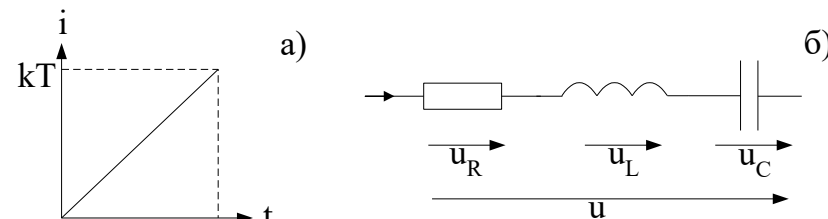


Рис. 2.10

Значения k , T , C , R и L примите равными:

$$k=100/G \text{ А/с}, \quad T=G/3 \text{ мс},$$

$$R = \sqrt{G} \cdot (60 - N)/10 \text{ кОм},$$

$$C = (1000 + (-1)^{N+G} \cdot (50 - N) \cdot 15) \text{ нФ},$$

$$L = 1,5 \cdot |\sin(GN + 0,5)| \text{ Гн},$$

аргумент синуса - в радианах.

Напишите, используя индивидуальные данные, уравнения для напряжений $u_R(t)$, $u_L(t)$, $u_C(t)$. Рассчитайте и изобразите одну под другой в одинаковом масштабе времени исходную функцию $i(t)$ и функции $u_R(t)$, $u_L(t)$, $u_C(t)$.

Построениям кривых должны предшествовать расчетные таблицы значений функций в выбранных для вычислений точках. Количество расчетных точек должно быть по возможности небольшим, но достаточным для уверенного графического воспроизведения исследуемых функций.

Просмотрите кривые. Обратите внимание на существенно разный характер напряжений на R , L и C при одинаковом токе.

Определите по кривым или рассчитайте значения напряжений $u_R(t)$, $u_L(t)$, $u_C(t)$ в момент времени

$$t_1 = \frac{|N - 2G|}{N} T.$$

Сложите полученные таким путем три напряжения и внесите их сумму в вольты (напряжение на трех последовательно соединенных элементах, рис.2.10,б) в АККОС для проверки.

2.2. (2 балла). Ток через катушку индуктивности L при подсоединении ее через сопротивление R (рис. 2.11,а) к источнику постоянной ЭДС $e(t)=E$ (замыкании ключа k) устанавливается не мгновенно, а возрастает по закону:

$$i(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-t/\tau}),$$

где $\tau = L/R$. Функция эта применительно к некоторым E , R , и τ изображена на рис. 2.11,б. Определите:

а) как изменяется напряжение $u_R(t)$ на сопротивлении R в процессе установления тока в интервале от $t=0$ до $t=5\tau$;

б) по какому закону изменяется напряжение на индуктивности в том же интервале времени?

Представьте результаты в аналитическом и графическом виде в форме построенных в одном масштабе по оси абсцисс функций времени $e(t)$, $i(t)$, $u_R(t)$, $u_L(t)$ при следующих данных:

$$E = [(N + G)^2 \cdot (15 - G)] \text{ В}, \quad L = (G + 1) \text{ мГн}, \quad R = (5 + 20 \cdot N) \text{ кОм}.$$

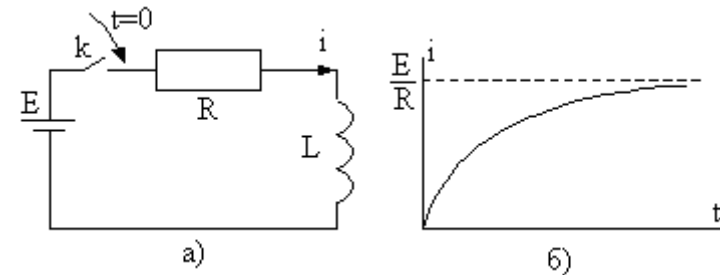


Рис. 2.11

Найдите напряжение на индуктивности $u_L(t)=u$ в момент времени $t=7\tau/(N + G)$.

Внесите величину u в вольты для проверки в АККОС.

2.3. (2 балла). Ток через емкость C по мере ее заряда от источника постоянной ЭДС E (рис. 2.12,а) через сопротивление R уменьшается по закону

$$i_C(t) = \frac{E}{R} e^{-t/RC}$$

Зависимость $i_C(t)$ при некоторых E , R и C изображена

на рис. 2.12,б. Установите, по какому закону возрастает напряжение на конденсаторе $u_C(t)$ в процессе его заряда. К чему стремится $u_C(t)$ с увеличением времени заряда t . Изобразите кривую $u_C(t)$ в интервале времени от $t=0$ до $t=3RC$.

Определите энергию $w_C(t) = W$, переданную конденсатору источником по истечении времени заряда t при

$$t = 4RC / (2G + N), \quad C = [120G + (-1)^N \cdot NG] \text{ мкФ}, \\ E = (500 - 30G) \text{ В}.$$

Внесите величину W в мДж для проверки в АКОС!

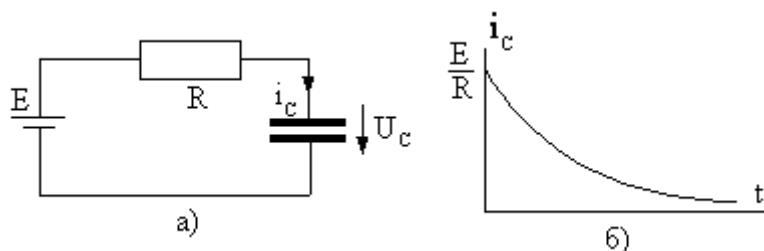


Рис. 2.12

2.4. (2 балла). Ток $i_L(t)$ через отклоняющую катушку системы магнитной развертки телевизора изменяется по периодическому закону (рис. 2.13); T – период повторения. Уравнение процесса в рамках одного периода от $t=0$ до $t=T$ может быть записано в виде

$$\begin{cases} kt - I_m & \text{при } 0 < t < T - \varepsilon T; \\ -k_1(t - T) - I_m & \text{при } T - \varepsilon T < t \leq T, \end{cases}$$

где k, k_1 – угловые коэффициенты прямых на рис. 2.13, задаваемые равенствами:

$$k = 10GN \text{ А/с}, \\ k_1 = [1500 + (-1)^{N+G} \cdot (G + 3)^2 \cdot 4] \text{ А/с}.$$

Найдите и изобразите графически, как изменяется во времени напряжение $u_L(t)$ на катушке индуктивности при заданной кривой изменения тока (рис.2.13) при значении индуктивности $L = 2 - [0,02(N + G)]$ Гн.

Найдите разность Δ между максимальным (положительным) и минимальным (отрицательным) значениями напряжения на катушке в интервале периода.

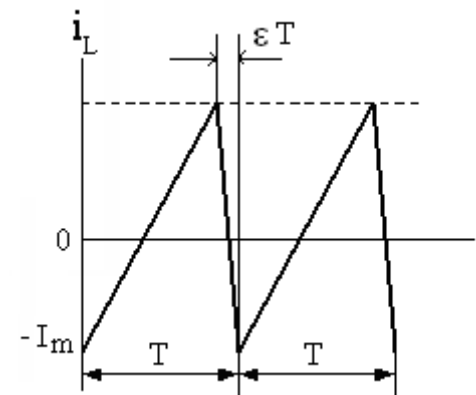


Рис. 2.13

Внесите величину Δ в вольтах в АКОС для проверки.

2.5. (1 балл). Напряжение на конденсаторе $u_C(t)$, включенном (рис. 2.14,а) между зажимами a, b источника переменной, так называемой гармонической (синусоидальной) ЭДС, в интервале периода изменяется по закону (рис.2.14,б).

Определите, по какому закону в этом интервале времени изменяется ток $i_C(t)$ через конденсатор при следующих данных:

$$U = 20(15 - G) \text{ В}, \quad C = [900 + (-1)^{N+G} \cdot N \cdot G / 2] \text{ нФ},$$

$$T = 100(G + N) \text{ мкс.}$$

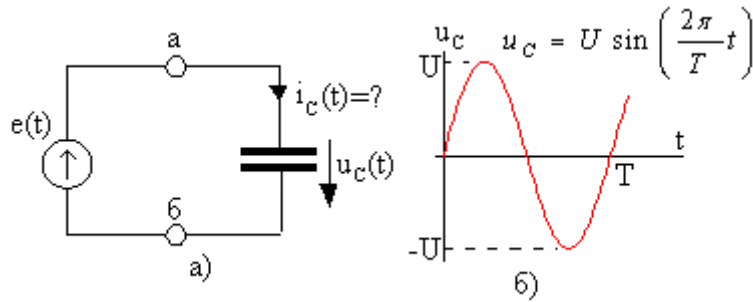


Рис. 2.14

Найти значение i_c , мА, в момент времени

$$t = \frac{N^2 G}{5(15 - G)} \text{ мкс, внесите его в АКос.}$$

2.6. (2 балла). При условиях предыдущей задачи найдите выражение для мгновенной мощности $p_c(t)$, постройте график в том же масштабе, что и кривая рис. 2.14,б.

Истолкуйте кривую с физической точки зрения - в каких интервалах времени происходит накопление энергии в емкости (заряд), в каких - отдача энергии источнику (разряд).

Найдите значение мгновенной мощности $p_c(t) = p$ в момент времени

$$t = \frac{N^2 G}{5(15 - G)} \text{ мкс.}$$

Внесите величину p , мВт, для проверки в АКос.

ДЛЯ ПЫТЛИВЫХ

2.1. Какой формы напряжение от источника $u(t) = e(t)$ следует подать на отклоняющие катушки телевизионного ки-

нескопа (рис. 2.15) в интервале времени от t_1 до t_2 для получения линейно нарастающего тока (и напряженности магнитного поля) в этом интервале?

2.2. Чему равно напряжение u_L на индуктивности L в интервале времени от t_1 до t_2 (рис. 2.16), если известно, что напряжение на емкости в этом интервале времени возрастает по линейному закону?

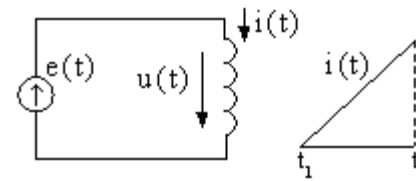


Рис. 2.15.

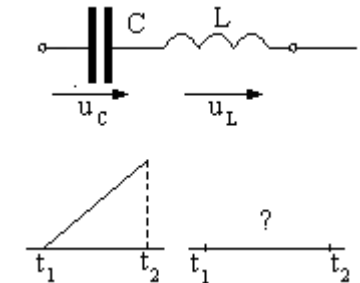


Рис. 2.16.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

R	C	L
$u(t) = R \cdot i(t)$	$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$	$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$
$p(t) = u(t) \cdot i(t)$	$p(t) = C \cdot u(t) \frac{du(t)}{dt}$	$p(t) = L \cdot i(t) \frac{di(t)}{dt}$
$P = I^2 R = \frac{U^2}{R}$	$w(t) = C \frac{u^2(t)}{2}$	$w(t) = L \frac{i^2(t)}{2}$

ЛИТЕРАТУРА

[1, с. 16 - 28]; [2, с. 27 - 38].

ТЕМА 3. ГАРМОНИЧЕСКОЕ КОЛЕБАНИЕ И ЕГО ПАРАМЕТРЫ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

В качестве основной используется косинусоидальная форма гармонического колебания:

$$a(t) = A_m \cos(\omega t + \psi), \quad (3.1)$$

где A_m - амплитуда колебания, величина по определению положительная, $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ - круговая частота (рад/с), f - циклическая частота (Гц), T - период колебания, ψ - начальная фаза. Действующее значение гармонического сигнала в $\sqrt{2}=1,41$ раз меньше его амплитуды.

Если перед функцией (3.1) стоит знак минус, или функция задана в синусоидальном виде

$$a(t) = A_m \sin(\omega t + \xi), \quad (3.2)$$

ее следует привести к форме (3.1):

$$-A_m \cos(\omega t + \psi_1) = A_m \cos(\omega t + \psi), \quad \psi = \psi_1 \pm \pi;$$

$$A_m \sin(\omega t + \xi) = A_m \cos(\omega t + \psi), \quad \psi = \xi - \frac{\pi}{2}.$$

Приведение гармонического колебания к единой форме записи (3.1) необходимо для однозначного определения начальной фазы, в первую очередь при построении векторных диаграмм и использовании комплексного метода определения напряжений и токов в цепях (тема 6 и др.). При сопоставлении

двух или нескольких колебаний по начальным фазам их также необходимо привести к единой форме.

На векторной плоскости колебание (3.1) представляется в виде вектора, равного по длине в соответствующем масштабе амплитуде колебания A_m

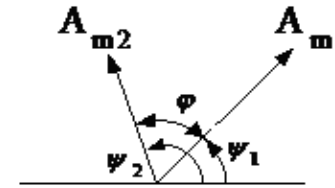


Рис. 3.1

и отклоненного относительно горизонтальной оси на угол ψ против часовой стрелки (при $\psi > 0$). При $\psi < 0$ угол ψ откладывается в противоположном направлении. Два вектора (рис. 3.1) дают наглядное представление об амплитудах и фазовых соотношениях двух гармонических колебаний $a_1(t)$ и $a_2(t)$. Частоты у колебаний полагаются одинаковыми, известными (заданными) и на векторной диаграмме не отражаются.

Угол $\varphi = \psi_2 - \psi_1$ носит название разности или сдвига фаз второго колебания относительно первого.

Представив (3.1) в виде

$$a(t) = A_m \cos[\omega(t - \Delta t)], \quad (3.3)$$

$$\Delta t = -\frac{\psi}{\omega}, \quad (3.4)$$

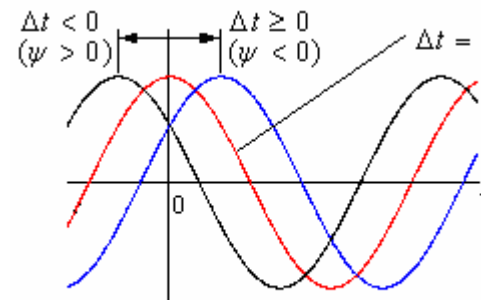


Рис. 3.2

замечаем, что колебание $a(t)$ (3.1) или (3.3), выраженное в графической форме, представляет косинусоиду, сдвинутую относительно исходной (при $\Delta t = 0$) на отрезок Δt (рис.3.2).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Сотношение между Δt и ψ определяется равенством (3.4). При $\psi < 0$ (начальная фаза отрицательна) $\Delta t > 0$ - косиноида смещается при этом *вправо* (рис.3.2) вдоль оси абсцисс (в сторону отставания по фазе). При $\psi > 0$ (функция опережает исходную по фазе), $\Delta t < 0$ кривая смещена *влево*. Эти положения полезно запомнить. Они нужны при анализе колебательных процессов посредством осциллографа.

При осциллографических измерениях удобно иметь в виду следующее очевидное равенство (пропорцию) для ψ в радианах:

$$\left| \frac{\Delta t}{T} \right| = \left| \frac{\psi}{2\pi} \right|, \quad (3.5)$$

отсюда

$$|\psi| = \left| \frac{\Delta t}{T} \right| \cdot 2\pi, \quad (3.6)$$

а знак определять по направлению смещения графика колебания относительно опорного сигнала.

При одном и том же смещении кривых $a(t)$ во времени Δt фазовый сдвиг тем больше, чем меньше период колебаний T и выше частота колебаний ω .

По определению (3.1) гармоническое колебание - это вечный процесс, простирающийся справа и слева по оси времени до бесконечности. Формула (3.1) справедлива для любых значений времени t без ограничения. Реальный процесс имеет начало и конец. В интервале времени от установления колебаний до выключения источника можно, однако, в большинстве случаев считать процесс с достаточной для практики точностью гармоническим.

1. Какое колебание называется гармоническим, какими функциями времени оно выражается?

2. Какие величины в выражении носят названия - мгновенное значение колебания, амплитуда колебания, начальная фаза, полная фаза, угловая частота?

3. Выразите угловую частоту ω через циклическую частоту f и через период колебаний T . В каких единицах измеряются:

- круговая частота ω ;
- циклическая частота f ;
- период колебания T ;
- начальная (ψ) и полная (Ψ) фазы?

Какова размерность произведения ωt ?

4. В каких единицах измеряются величины $a(t)$ и A_m , если речь идет об электрическом напряжении $a(t)=u(t)$ или токе $a(t)=i(t)$?

5. Как перейти от гармонического колебания, записанного в синусоидальной форме (3.2) к основной его форме (3.1) так, чтобы при равных t получались одинаковые значения $a(t)$? Чему при этом следует приравнять величину ψ ?

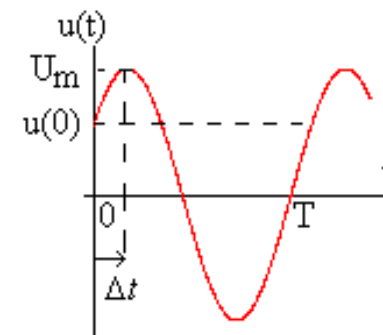


Рис. 3.3

6. Максимум гармонического колебания $u(t)$ смещен относительно начала развертки осциллографа (рис.3.3) на $\Delta t = \alpha T$ вправо. Чему равна начальная фаза колебания (напишите выражение для нее в общем виде)? Какой знак имеет начальная фаза колебания на рис.3.3?

7. Чему равен угол сдвига фаз $\varphi = \psi_1 - \psi_2$ у колебаний, осциллограммы которых приведены на рис. 3.4а? Какая из двух векторных диаграмм (рис. 3.4б или рис. 3.4в) соответствует осциллограммам 1 и 2 на рис. 3.4а?

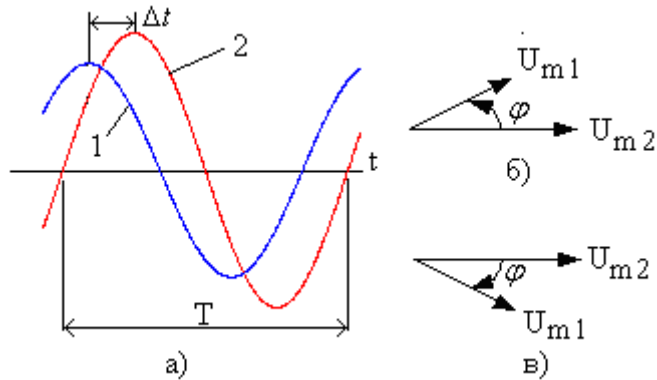


Рис. 3.4

8. Два колебания (рис. 3.5) $a_1(t)$ и $a_2(t)$ выражаются соответственно косинусоидальной и синусоидальной функциями времени

$$a_1(t) = A_{m1} \cos \omega t,$$

$$a_2(t) = A_{m2} \sin \omega t.$$

Какое из колебаний отстает от другого по фазе, на какой угол? Изобразите их векторную диаграмму.

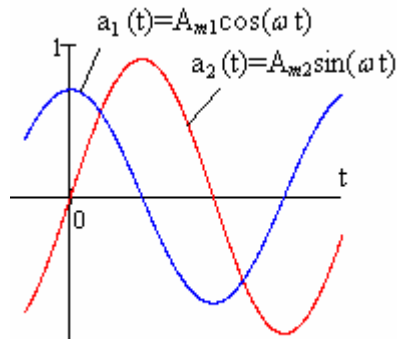


Рис. 3.5

9. Чему равна начальная фаза колебания (рис.3.6) и отношение $\frac{\Delta t}{T}$, если известно,

что при $t=0$ напряжение $u(0)$ отрицательно и равно по абсолютному значению $0,5 U_m$?

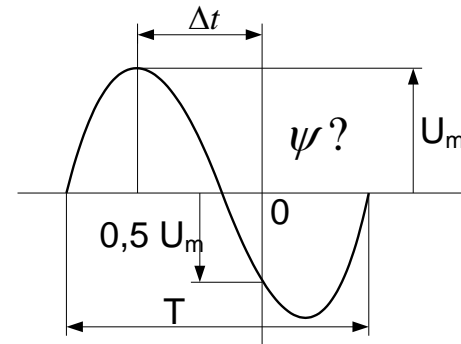


Рис. 3.6

ний ψ ? Объясните, почему Вы так думаете.

10. У какого из двух гармонических колебаний *разной* частоты ω_1 и $\omega_2 = 2\omega_1$ ($T_2=T_1/2$) ближайший максимум напряжения (рис.3.7) дальше отстает от начала координат (интервал Δt больше) по сравнению с другим при одинаковых начальных фазах колебаний

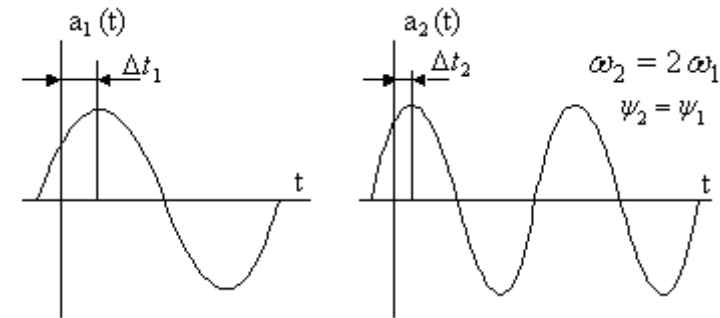


Рис. 3.7

ЗАДАЧИ

3.1. (2 балла). Напряжение и ток в некоторой электрической цепи определяются соответственно двумя гармоническими функциями времени:

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \psi_u),$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i).$$

Определите значения напряжения и тока в момент времени $t=10G$ мс при следующих параметрах гармонических функций:

$$U_m = [120 + (-1)^{N+G} \cdot 2N] \text{ В}, \quad I_m = (3G + N + 10) \text{ мА},$$

$$\psi_u = 0,2G \text{ рад}, \quad \psi_i = 0,4N \text{ рад}, \quad \omega = 100 \text{ рад/с}.$$

Найдите произведение $p=p(t)=u(t) \cdot i(t)$ (мгновенная составляющая тока в цепи в момент времени t) и внесите величину p в милливаттах в АКОС для проверки.

3.2. (2 балла). Приведите к канонической (косинусоидальной) форме три гармонических колебания, заданных функциями

$$u_1(t) = U_m \cos(\omega t + \alpha_1),$$

$$u_2(t) = -U_m \cos(\omega t + \alpha_2),$$

$$u_3(t) = U_m \sin(\omega t + \alpha_3),$$

при следующих значениях параметров в градусах:

$$\alpha_1 = -8G^\circ, \quad \alpha_2 = [-4N + 300]^\circ, \quad \alpha_3 = [90 + (-1)^{N+G} \cdot 2N]^\circ,$$

и найдите их начальные фазы ψ_1 , ψ_2 и ψ_3 .

Вычислите сумму $\psi_1 + \psi_2 + \psi_3$ в градусах при условии $|\psi_1 + \psi_2 + \psi_3| \leq 180^\circ$ и внесите ее в АКОС для проверки,

3.3. (2 балла). Найдите параметры гармонического напряжения U_m , ω , ψ по осциллограмме (рис.3.8), вычерченной в масштабе m_1 В/дел по вертикали и m_2 с/дел по горизонтали при следующих значениях m_1 и m_2 :

$$m_1 = 10GN, \quad m_2 = 10N + 3.$$

Обратите внимание на знак начальной фазы ψ - положителен он или отрицателен в Вашем случае.

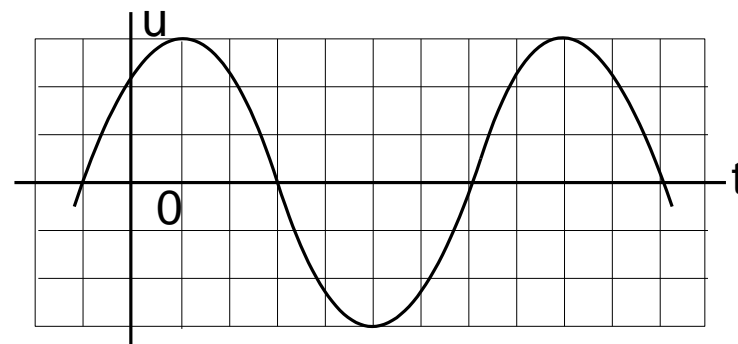


Рис. 3.8

Напишите выражение для $u(t)$ и вычислите мгновенное значение функции в момент времени $t=0$. Внесите значение $u=u(0)$ в вольтах для проверки в АКОС.

3.4. (2 балла). Решите поставленную выше задачу 3.3 применительно к другой кривой напряжения (рис. 3.9). По сравнению с рис. 3.8 ось ординат на рис. 3.9 смещена вправо. Найдите в рассматриваемом случае новое значение начальной фазы ψ_1 . Сопоставьте с прежним значением ψ из задачи 3.3 и сделайте обобщающий вывод относительно того, как связан знак начальной фазы с положением ближайшего максимума кривой по отношению к оси ординат. Найдите величину $u = U_m \cos \psi_1$ и внесите ее в АКОС для проверки.

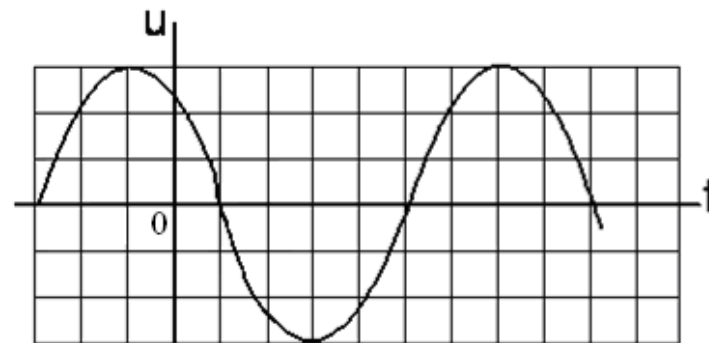


Рис. 3.9

3.5. (2 балла). Измеренный на осциллографе (рис. 3.10) интервал времени $\Delta t = t_2 - t_1$ при частоте $\omega = (25 + G + N)$ рад/с равен $\Delta t = t_2 - t_1 = 40 + (-1)^{N+G} \cdot N / G$ мс.

Определите разность фаз $\varphi = \psi_2 - \psi_1$ двух колебаний в градусах и внесите в АКОС с учетом знака.

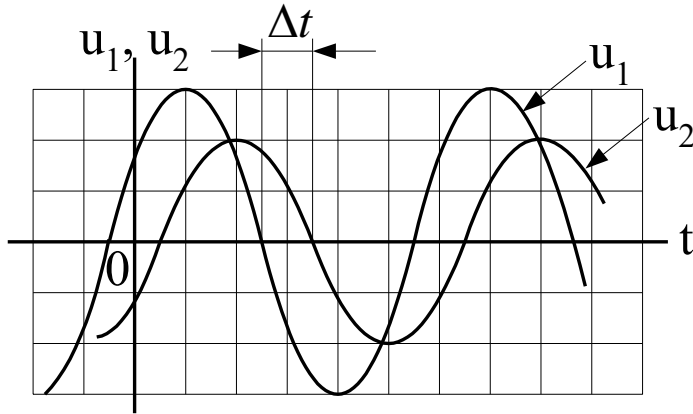


Рис. 3.10

3.6. (2 балла). Гармоническое колебание задано выражением

$$u(t) = U_m \cos(\omega t - \psi_1),$$

где

$$U_m = N / 3 \text{ В},$$

$$\psi_1 = (G + 1)(N + 2) \text{ град.}$$

Изобразите это колебание в виде вектора, подобно изображенному на рис. 3.11. На какой угол θ в градусах нужно повернуть против часовой

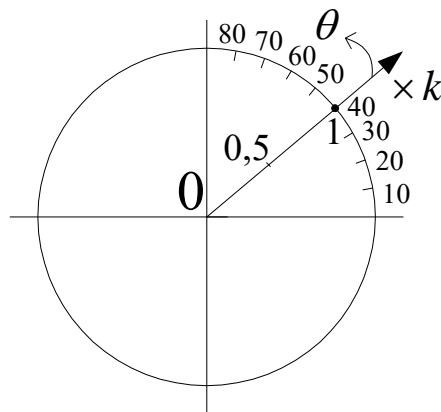


Рис. 3.11

стрелки вектор на рис. 3.11 и во сколько раз (k) увеличить его по длине, чтобы вновь построенный таким путем вектор соответствовал колебанию (3.1)?

Внесите величину, равную $k\theta$ в АКОС для проверки.

ДЛЯ ПЫТЛИВЫХ.

3.1. Составляющие сложного колебания

$$u = u_1(t) + u_2(t),$$

$$u_1(t) = U_{m1} \cos(\omega_1 t + \psi_1), \quad u_2(t) = U_{m2} \cos(2\omega_1 t + \psi_2)$$

с частотами ω_1 и $2\omega_1$ испытывают при усилении (рис. 3.12) смещение по фазе $\Delta\psi_1$, $\Delta\psi_2$ при соответствующих временных сдвигах Δt_1 и Δt_2 .

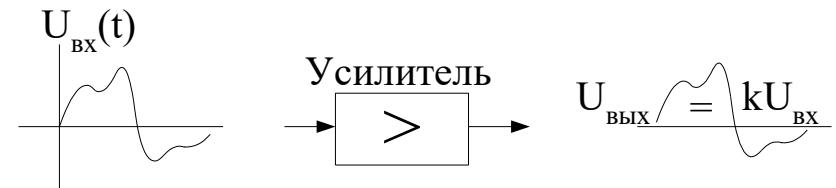


Рис. 3.12

В каком соотношении должны находиться смещения по фазе $\Delta\psi_1$ и $\Delta\psi_2$ для того, чтобы временные сдвиги Δt_1 и Δt_2 были одинаковы и напряжение прошло на выход без фазовых искажений по форме?

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

$a(t) = A_m \cos(\omega t + \psi); \quad A = \frac{A_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707 A_m$
$a(t) = A_m \cos[\omega(t - \Delta t)], \quad \Delta t = -\frac{\psi}{\omega}$
$-A_m \cos(\omega t + \xi) = A_m \cos(\omega t + \xi \pm \pi)$
$A_m \sin(\omega t + \xi) = A_m \cos(\omega t + \xi - \frac{\pi}{2})$

ЛИТЕРАТУРА

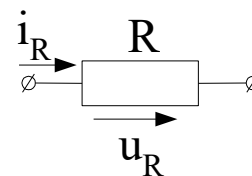
[1, с. 65 - 71].

ТЕМА 4. ГАРМОНИЧЕСКИЕ ТОК И НАПРЯЖЕНИЕ В ЭЛЕМЕНТАХ ЦЕПИ И ИХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ СОЕДИНЕНИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

Гармоническое колебание (напряжение, ток) в общем случае определяется тремя параметрами - амплитудой, частотой и начальной фазой. При известной частоте в расчетах достаточно установить его амплитуду и начальную фазу, что и является обычно

При гармоническом токе через сопротивление R (рис. 4.1), описываемом выражением



$$i_R(t) = I_{mR} \cos(\omega t + \psi_i), \quad (4.1)$$

Рис. 4.1

напряжение на нем в соответствии с законом Ома выражается равенством

$$u_R(t) = R \cdot i_R(t) = R \cdot I_{mR} \cos(\omega t + \psi_i) = U_{mR} \cos(\omega t + \psi_u), \quad (4.2)$$

где

$$U_{mR} = R \cdot I_{mR} \quad (4.3)$$

$$\psi_u = \psi_i \quad (4.4)$$

Между амплитудами напряжения и тока в сопротивлении R имеет место такое же прямо пропорциональное соответствие (4.3), как между мгновенными значениями в равенстве (4.2). Аналогичная зависимость имеет место по отношению к действующим значениям напряжения U_R и тока I_R , $U_R = R \cdot I_R$, поскольку $U_R / U_{mR} = I_R / I_{mR} = 1/\sqrt{2} = 0,707$.

Начальная фаза напряжения ψ_u (4.4) совпадает с начальной фазой тока через сопротивление R. Это характерно только для сопротивления, называемого активным.

При токе через L,

$$i_L(t) = I_{mL} \cos(\omega t + \psi_i) \quad (4.5)$$

напряжение на индуктивности (рис. 4.2) определяется производной от тока $u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$ и выражается равенством

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = -\omega L I_m \sin(\omega t + \psi_i) = U_{mL} \cos(\omega t + \psi_u), \quad (4.6)$$

где

$$U_{mL} = x_L I_{mL} \quad (4.7)$$

- амплитуда напряжения на индуктивности,

$$\psi_u = \psi_i + \frac{\pi}{2} \quad (4.8)$$

- начальная фаза.

Коэффициент x_L , связывающий амплитуды напряжения и тока в формуле (4.7) называется реактивным сопротивлением индуктивности. Величина его зависит от L и ω и определяется равенством

$$x_L = \omega L \quad (4.9)$$

Формула (4.7) только по аналогии с (4.3) носит название закона Ома для индуктивности.

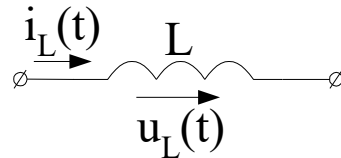


Рис. 4.2

Начальная фаза напряжения на индуктивности ψ_u (4.8) больше начальной фазы тока ψ_i . Напряжение опережает по фазе ток, а ток отстает по фазе от напряжения на угол 90° . Аналогичное формуле (4.7) выражение справедливо по отношению к действующим значениям напряжения и тока:

$$U_L = \omega L \cdot I_L \quad (4.10)$$

Формулы (4.7) и (4.10) справедливы только по отношению к амплитудам U_{mL} , I_{mL} или действующим U_L , I_L значениям напряжения и тока, но ни в коей мере неприменимы к мгновенным значениям $u_L(t)$ и $i_L(t)$, соотношение между которыми определяется дифференциальным выражением и, кроме того, зависит от времени.

При токе через емкость (рис. 4.3)

$$i_C(t) = I_{mC} \cos(\omega t + \psi_i) \quad (4.11)$$

напряжение на ней, пропорциональное интегралу от тока, равно

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_C(\tau) d\tau = \frac{1}{\omega C} I_{mC} \sin(\omega t + \psi_i) = U_{mC} \cos(\omega t + \psi_u). \quad (4.12)$$

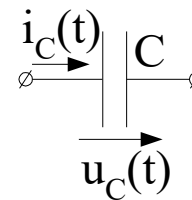


Рис. 4.3

Откуда получим закон Ома для емкости:

$$U_{mC} = x_C \cdot I_{mC} \quad (4.13)$$

где x_C – модуль реактивного сопротивления емкости, по определению равный:

$$x_C = \frac{1}{\omega C} \quad (4.14)$$

Реактивное сопротивление емкости (4.14), в отличие от сопротивления индуктивности (4.9), *обратно* пропорционально частоте ω .

Начальная фаза напряжения на емкости равна

$$\psi_u = \psi_i - \frac{\pi}{2} \quad (4.15)$$

В емкости ток *опережает* по фазе напряжение, а напряжение *отстает* от тока на 90° .

При последовательном соединении элементов R, L и C (рис. 4.4) мгновенные значения напряжений на элементах складываются алгебраически так, что в любой момент времени результирующее напряжение $u(t)$ (рис. 4.4) определяется равенством

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t). \quad (4.16)$$

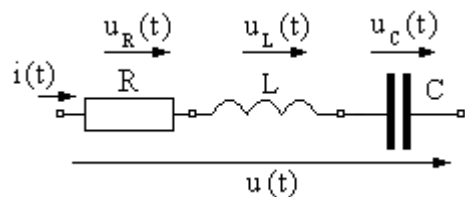


Рис. 4.4

Известно, что гармонические колебания одной частоты с разными начальными фазами в сумме образуют гармоническое колебание той же частоты с некоторой результирующей амплитудой U_m и начальной фазой ψ_u . Эти две величины могут быть найдены геометрическим путем по законам векторной алгебры. Применительно к сумме мгновенных значений (4.16) справедливо следующее векторное равенство

$$\vec{U}_m = \vec{U}_{mR} + \vec{U}_{mL} + \vec{U}_{mC}. \quad (4.17)$$

Векторы эти с учетом их угловых положений (начальных фаз) изображены на рис. 4.5а. Здесь же помещен вектор тока I_m с начальной фазой ψ_i . Начальные фазы тока ψ_i и напряжения на сопротивлении ψ_R совпадают. Векторы \vec{U}_{mL} и \vec{U}_{mC} повернуты относительно тока на угол $\pi/2$ и $-\pi/2$ соответственно, первый в сторону опережения по фазе (против часовой стрелки), второй - отставания (по часовой стрелке), поэтому векторы \vec{U}_{mL} и \vec{U}_{mC} в последовательной цепи оказываются противоположны по направлению.

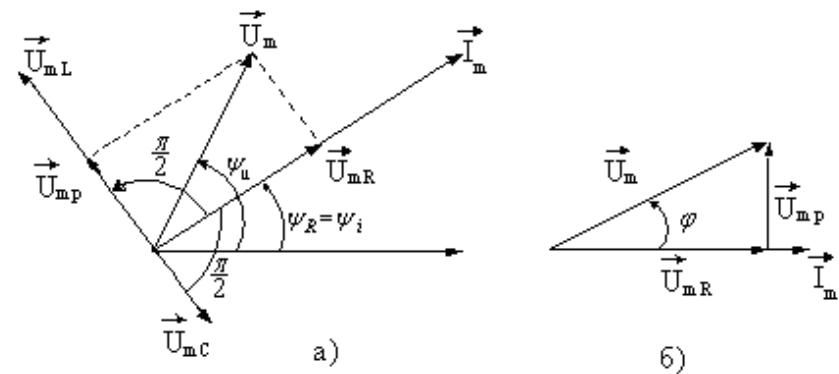


Рис. 4.5

Обозначим через \vec{U}_{mP} вектор напряжения на реактивных элементах L и C в их последовательном соединении (рис.4.4). Ортогональный (повернутый на $\pi/2$) по отношению к \vec{I}_m , этот вектор по длине равен

$$|\vec{U}_{mP}| = |\vec{U}_{mL}| - |\vec{U}_{mC}| = X_L |\vec{I}_m| - X_C |\vec{I}_m| = X |\vec{I}_m| \quad (4.18)$$

где

$$X = X_L - X_C \quad (4.19)$$

представляет суммарное реактивное сопротивление цепи. Введем, кроме этого, обозначение

$$\vec{U}_{ma} = \vec{U}_{mR} = R\vec{I}_m \quad (4.20)$$

где \vec{U}_{ma} - напряжение на активном элементе цепи R.

Приняв в качестве опорного вектор тока \vec{I}_m , от положения которого зависят другие векторы, можно построить диаграмму в виде (рис. 4.5,б).

Из диаграммы и выражений (4.18) и (4.20) следует соотношение для амплитуд напряжения и тока:

$$U_m = \sqrt{U_{ma}^2 + U_{mp}^2} = I_m \sqrt{R^2 + X^2}. \quad (4.21)$$

Введем обозначение

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad (4.22)$$

с учетом которого формулу (4.21) можно представить в следующем виде

$$U_m = ZI_m. \quad (4.23)$$

Выражение (4.23) связывает амплитуду I_m тока в цепи с амплитудой суммарного напряжения на трех последовательно соединенных элементах в форме закона Ома.

Величина Z из (4.22) называется *полным* сопротивлением цепи с активной (R) и реактивной (X) составляющими. Его величина равна среднеквадратическому значению R и x. Для определения полного сопротивления последовательной RLC цепи ни в коем случае *нельзя* суммировать R и X по формуле $Z=R+X$. ЭТО ОШИБКА !!!

Реактивное сопротивление $X=X_L-X_C$ может быть положительно или отрицательно в зависимости от того, какое из сопротивлений X_L или X_C превалирует. При $X>0$ говорят, что сопротивление цепи имеет индуктивный характер, в противном случае ($X<0$) - емкостный. Векторная диаграмма на рис.4.5б соответствует индуктивному характеру сопротивления цепи. Возможен случай, когда реактивные сопротивления X_L и X_C одинаковы по модулю и противоположны по знаку. Тогда они компенсируют друг друга и в соответствии с (4.19) реактивное сопротивление $X=0$. Такое состояние цепи, зависящее от L, C и частоты ω , называют *резонансом*. При резонансе полное сопротивление цепи $Z=R$ и напряжение на последовательном соединении равно напряжению на активном сопротивлении $U_m=U_{mR}$.

Для описания цепей безотносительно к амплитудам токов и напряжений вводится *треугольник сопротивлений*, который применительно к цепи с векторной диаграммой рис.4.5б приведен на рис.4.6.

Треугольник сопротивлений подобен треугольнику напряжений рис.4.5б и образуется из него путем деления сторон на амплитуду тока I_m . Одним катетом треугольника сопротивлений является отрезок, пропорциональный R, другим –

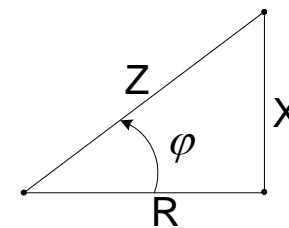


Рис. 4.6

X (с учетом знака), а длина гипотенузы равна полному сопротивлению Z цепи. Из рис.4.6 находится сдвиг фаз между напряжением и током

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R}. \quad (4.24)$$

Величина его зависит от параметров цепи и частоты сигнала. Треугольник сопротивлений рис.4.6 соответствует положительным значениям X и φ . При отрицательном X соответствующий катет направлен вниз (рис.4.7а) и

$\varphi < 0$. Вырожденный в линию треугольник сопротивлений при резонансе показан на рис.4.7,б.

Средняя или активная мощность, развиваемая в электрической цепи, зависит от сдвига фаз φ между напряжением и током и определяется равенством

$$P = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi = UI \cos \varphi, \quad (4.25)$$

где $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ и $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ - действующие значения напряжения и

тока. При одинаковых U и I средняя мощность тем выше, чем меньше сдвиг фаз между напряжением и током φ . Величину $\cos \varphi$ называют коэффициентом мощности. В случае $\varphi = 0$ получим $\cos \varphi = 1$ и мощность оказывается максимальной. При $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 90^\circ$ соответственно $\cos \varphi = 0$ и средняя мощность независимо от амплитуд тока и напряжения равна нулю. Такое положение имеет место для "чистых" (без потерь) реактивных элементов. Идеальные индуктивность и емкость могут сколько угодно долго быть включенными в сеть 220 В без того, чтобы электрический счетчик начислил какую-либо плату за израсходованную энергию. Естественно, подобные эксперименты необходимо проводить технически грамотно во избежание короткого замыкания и других неприятностей.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какими выражениями определяются сопротивления элементов цепи R, L и C при гармоническом воздействии?

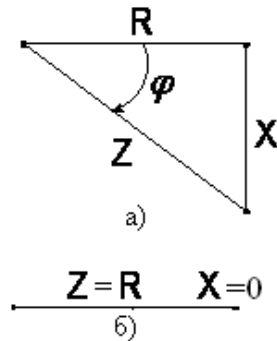


Рис. 4.7

2. На рис.4.8 приведены три зависимости сопротивлений элементов от частоты.

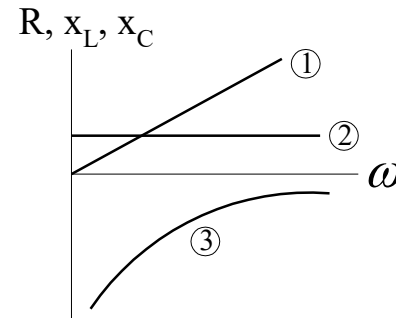


Рис. 4.8

Какие зависимости относятся соответственно к сопротивлениям R, X_L и X_C ?

3. Какая из трех векторных диаграмм тока и напряжения на элементе цепи (рис.4.9) соответствует активному сопротивлению R , индуктивности L , емкости C ? Чему равны сдвиги фаз между напряжением и током в

этих элементах?

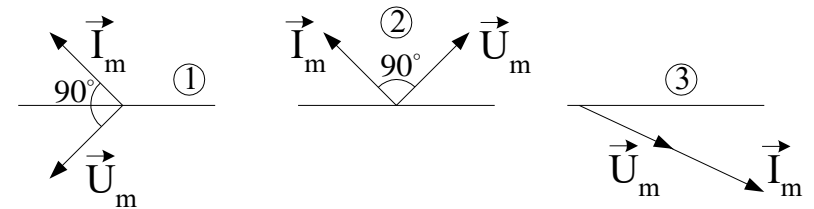


Рис. 4.9

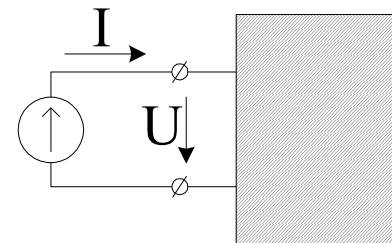


Рис. 4.10

4. При измерениях действующих значений тока I и напряжения U между выводами неизвестного элемента, помещенного в "черный ящик" рис.4.10, выяснилось, что при увеличении частоты источника ω в два раза отношение напряжения к току

U/I уменьшилось (увеличилось) в два раза. Какого рода элемент находится в "черном ящике"? Как выявить элемент с помощью осциллографа?

5. Какой формулой определяется полное сопротивление последовательной RLC цепи Z ? Рассмотрите частные случаи, когда цепь состоит из R и L, R и C, L и C. Чему равно полное сопротивление реальной катушки индуктивности, рассматриваемой в виде последовательного соединения R и L (рис.4.11)?

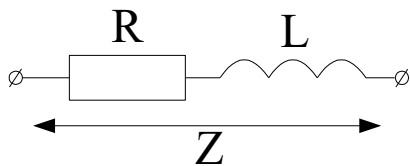


Рис. 4.11

6. Какие из сопротивлений R, X_L, X_C, X, Z :
 а) по определению положительны;
 б) отрицательны;
 в) могут быть положительными или отрицательными, от чего при этом зависит знак?

7. Каким выражением определяется угол сдвига фаз $\varphi = \psi_u - \psi_i$ между напряжением и током в цепи с известными значениями X и R ? В каких пределах заключены возможные значения φ для RLC, RC, RL, LC цепей?

8. Какое явление в RLC цепи называется резонансом, в чем оно проявляется?

9. Что представляет собой треугольник сопротивлений? В каком случае говорят об индуктивном или емкостном характере сопротивления цепи? Каким характером сопротивления обладают цепи с треугольниками сопротивлений, приведенными на рис.4.12а,б?

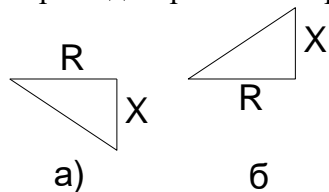


Рис. 4.12

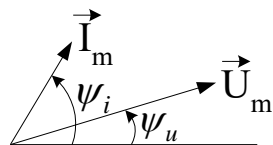


Рис. 4.13

4.1. (2 балла). Определите активную R , реактивную X составляющие и полное сопротивление Z ветви между точками а и б цепи (рис.4.14) при следующих данных:

$$R = (300 + 100G + 0,5(N-20)^2) \text{ Ом},$$

$$L = (800 - 10(-1)^{N+G}N) \text{ мкГн}, \quad \omega = 10^6 \text{ рад/с},$$

$$C = (100 - 0,1(-1)^{N+G}N) \text{ нФ}.$$

Какой характер имеет сопротивление цепи?

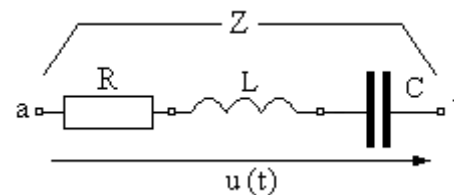


Рис. 4.14

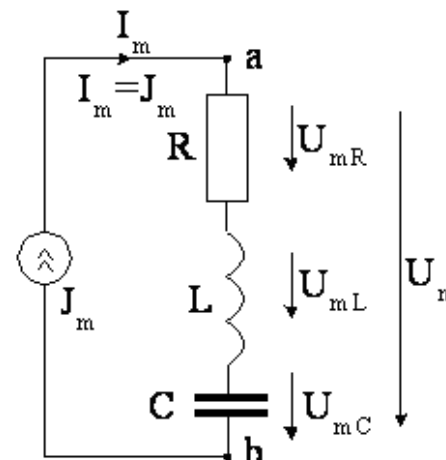


Рис. 4.15

Значение Z (Ом) внесите в АКЭС-1 со знаком минус (условно) в случае емкостного характера сопротивления, со знаком плюс - в случае индуктивного или активного характера сопротивления.

4.2. (2 балла). Присоедините цепь (рис.4.14) мысленно к источнику гармонического тока с амплитудой $J_m=1\text{А}$ по схеме рис. 4.15.

Значение Z (Ом) внесите в АКЭС-1 со знаком минус (условно) в случае емкостного характера сопротивления, со знаком плюс - в случае индуктивного или активного характера сопротивления.

Определите при данных задачи 4.1:

а) амплитуды напряжений на сопротивлении, индуктивности и емкости (U_{mR} , U_{mL} и U_{mC} соответственно);

б) амплитуду напряжения U_m между точками а и в.

Значение U_{mL} в вольтах внесите в АКОС.

4.3. (2 балла). Присоедините цепь (рис.4.14) к источнику гармонической ЭДС с амплитудой $E_m=200$ В по схеме, изображенной на рис.4.16. Найдите:

а) амплитуду тока I_m , возникающего под действием приложенной к цепи ЭДС, при данных из задачи 4.1;

б) начальную фазу тока ψ_i , полагая начальную фазу ЭДС источника равной $\psi_E=0$;

в) среднюю мощность P , потребляемую цепью, двумя способами:

- по известным значениям $U_m=E_m$, I_m и разности фаз между напряжением или ЭДС и током $\varphi = \psi_u - \psi_i$;

- по известному току I_m и активному сопротивлению R .

Напишите выражение для тока $i(t)$ с учетом найденных

значений I_m и ψ_i . Величину I_m в мА внесите в АКОС.

4.4. (2 балла). Рассмотрите схему (рис.4.17) с коммутирующими ключами k_0, k_1, \dots, k_5 , изображенными на чертеже. Установите ключ k_0 в положение 0, если ваш номер *четный* или в положение 1, если номер - *нечетный*. Остальные ключи установите в положения, соответствующие числу N , записанному в двоичной системе исчисления (N_2), как показано на рис.4.18.

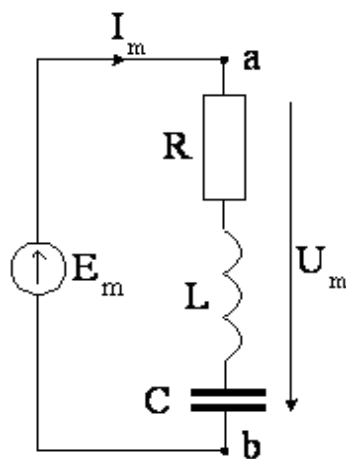


Рис.4.16

В верхней строке рис.4.18 обозначены пять ключей из схемы (рис.4.17), в нижней записан порядковый номер студента N в двоичной форме (в качестве примера $N=13$).

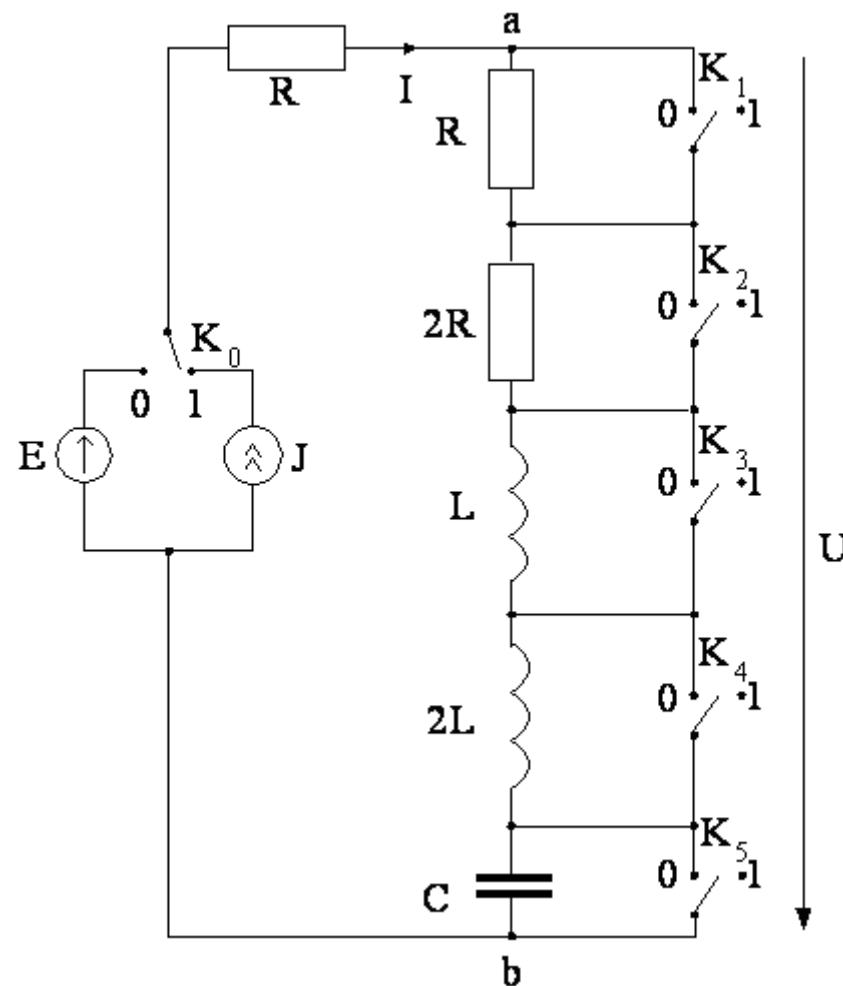


Рис. 4.17

Ключ k_1 устанавливается в положение "1", поскольку под ним оказалась цифра 1, ключ k_2 - в положение "0" и т.д.

Ключи	K ₅	K ₄	K ₃	K ₂	K ₁
Двоичный номер	0	1	1	0	1

Рис. 4.18

Зарисуйте получившуюся таким путем при Вашем N схему без изображения ключей, исключив из нее также элементы, оказавшиеся закороченными. Примите

$$R=(1+0,1G) \text{ кОм}, L=(10+N) \text{ мГн}, C=(1+N) \text{ нФ.}$$

$$E_m=(900-10N) \text{ мВ}, \psi_E=(-1)^G(60+2N) \text{ град},$$

$$I_m=(350+(-1)^N 4N) \text{ мкА}, \psi_J=(-1)^G(60-2N) \text{ град},$$

$$\omega=10^6 \text{ рад/с.}$$

Определите:

а) сопротивление Z соединения RLC между точками a, b (рис.4.17);

б) амплитуду тока I_m через соединение;

в) амплитуду напряжения на соединении U_m ;

г) начальную фазу напряжения ψ_u ;

д) начальную фазу тока ψ_i ;

е) разность фаз между напряжением и током

$$\varphi = \psi_u - \psi_i.$$

Вычислите значение $I_a=I_m \cos \varphi$ применительно к Вашим индивидуальным данным и внесите I_a в микроамперах для проверки в АККОС.

4.5. (2 балла). Замените величину C в задаче 4.1 другим ее возможным значением C_1 так, чтобы величина Z осталась прежней. Получите формулу и определите величину C_1 при данных задачи 4.1. Изменится ли при замене C на C_1 характер сопротивления Z цепи рис.4.14? Значение емкости C_1 в пикофарадах, вычисленное при данных задачи 4.1, внесите для проверки в АККОС.

4.6. (2 балла). Определите значение индуктивности L, которую необходимо включить последовательно с осветительной лампой (сопротивление R_L , рис.4.19) для того, чтобы действующее значение напряжения на ней было равно $U_L=(70+2N)\text{В}$ при амплитудах напряжения питания $U_m=(180+N)\text{В}$ и тока в цепи $I_m=(0,8+0,1G)\text{А}$ на частоте $F=50\text{Гц}$. Определите мощность $P=P_1$, потребляемую цепью от источника.

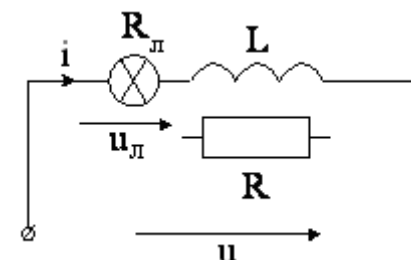


Рис. 4.19

Решите поставленную задачу, заменив индуктивность L активным сопротивлением R. Определите мощность $P=P_2$, отбираемую от источника во втором случае, сопоставьте ее со значением P_1 . Вычислите для проверки величину

$$\eta = L \frac{P_2}{P_1}$$

в миллигенри и внесите ее в АККОС.

ДЛЯ ПЫТЛИВЫХ

4.1. Какие из осциллограмм на рис.4.20 (1, 2, 3) относятся к напряжениям на R, L, C? Сопротивление какого характера имеет цепь, к которой относятся осциллограммы?

4.2. Чему равны показания первого и третьего вольтметров в цепи рис.4.21 при резонансе, если известны показания второго и четвертого вольтметров 200В и 2В соответственно?

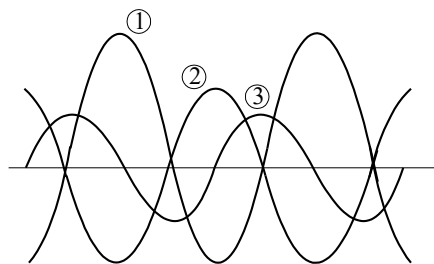


Рис. 4.20

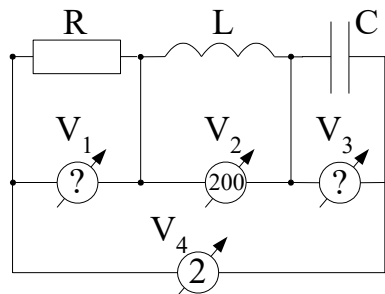


Рис. 4.21

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

R	L	C	RLC
$R=R$	$x_L = \omega L$	$x_C = \frac{1}{\omega C}$	$Z = \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2}$
$U_m = RI_m$	$U_m = x_L I_m$	$U_m = x_C \cdot I_m$	$U_m = Z \cdot I_m$
$\psi_u = \psi_i$	$\psi_u = \psi_i + 90^0$	$\psi_u = \psi_i - 90^0$	$\psi_u = \psi_i + \arctg \frac{x_L - x_C}{R}$
$P = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi = UI \cos \varphi$			

ЛИТЕРАТУРА

[2, с. 87 - 106].

ТЕМА 5. ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ R, L и C

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Чему равна проводимость элементов R, L, C и модуль полной проводимости Y их параллельного соединения (рис.5.1)?

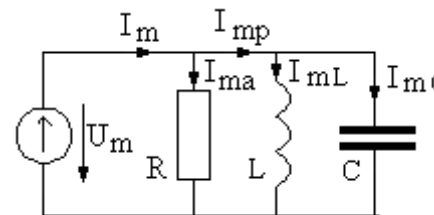


Рис.5.1

2. Какими данными цепи (рис.5.1) определяется угол сдвига фаз φ тока по отношению к напряжению? Какова расчетная формула? В каких случаях

$\varphi < 0$ и $\varphi > 0$ в цепи рис.5.4?

3. При каком условии угол сдвига фаз φ между напряжением u и током i в цепи (рис.5.1) равен нулю, как называется явление, наблюдаемое в параллельной RLC - цепи при этом условии? Чему равна амплитуда тока I_{mp} при параллельном резонансе? Равны ли при этом нулю токи через L и C в отдельности?

4. Чему равны проводимости двухполюсных соединений, изображенных на рис.5.2,а,б,в? Какой характер (индуктивный или емкостный) имеют проводимости каждого из этих двухполюсников?

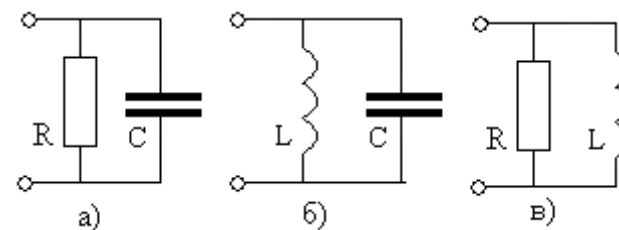


Рис.5.2

индуктивный или емкостный) имеют проводимости каждого из этих двухполюсников?

5. К каким из рассмотренных выше элементов цепей R, L и C или их параллельным соединениям (рис.5.1 и 5.2) относятся векторные диаграммы, приведенные на рис.5.3,а-д ?

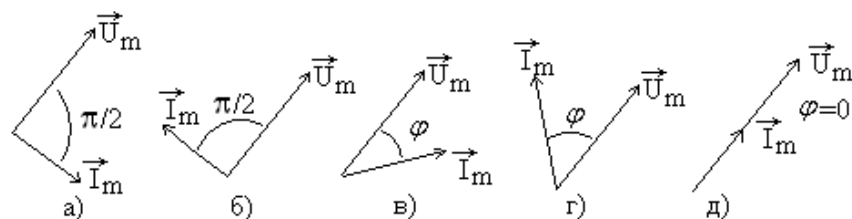


Рис.5.3

6. Чему равна средняя мощность тока в цепи (рис.5.1)? По каким формулам ее можно определить при условиях:

- а) когда известны амплитуды (или действующие значения) напряжения и тока в цепи и угол сдвига фаз между ними?
- б) когда известно напряжение U_m и сопротивление R?
- в) при известном сопротивлении R и токе I_{mp} в режиме параллельного резонанса?

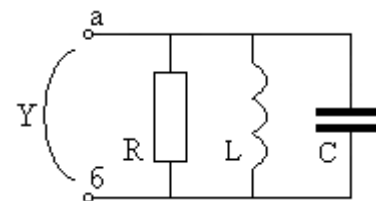
7. Какой вид имеют треугольники проводимостей цепи, изображенной на рис.5.1, и ее "укороченных" вариантов на рис.5.2?

ЗАДАЧИ

5.1. (2 балла). Найдите полную проводимость Y цепи (рис.5.4) и ее активную g и реактивную b составляющие в миллिसимменсах при следующих данных:

$$R = (100 + N \cdot G) \text{ Ом}, \quad L = (200 + (-1)^N \cdot 4N) \text{ мкГн}, \\ C = (300 + 20N + 30G) \text{ нФ}.$$

Частота источника питания цепи $\omega = 2\pi \cdot 10^4$ рад/с. Определите характер проводимости цепи (индуктивная, емкостная).



Постройте треугольник проводимостей. Вычислите с проверочной целью Площадь S_1 (в микросимменсах в квадрате) построенного Рис.5.4

Вами треугольника проводимостей и внесите величину S_1

ди-

для проверки в АКOC со знаком **м и н у с**, если проводимость емкостная, или со знаком **п л ю с** при индуктивном или чисто активном характере проводимости.

5.2. (2 балла). Присоедините цепь (рис.5.4) к источнику гармонической ЭДС с амплитудой $E_m = 200$ В (рис.5.5), создающему напряжение U_m между выводами цепи. Постройте при параметрах цепи из задачи 5.1 векторную диаграмму с отображением на ней вектора напряжения \vec{U}_m

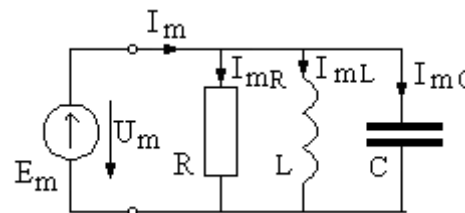


Рис. 5.5

и векторов токов в ветвях $\vec{I}_{mR}, \vec{I}_{mL}, \vec{I}_{mC}$ с учетом их

длины и углового положения. Примите при построениях начальную фазу напряжения ψ_u равной нулю.

Дополните чертеж по правилам геометрического сложения вектором общего (суммарного) тока ветвей \vec{I}_m , измерьте его длину и определите с учетом масштаба диаграммы величину его амплитуды I_m . Измерьте транспортиром угол ϕ сдвига фаз между током и напряжением $\phi = \psi_i - \psi_u$.

Проверьте измерения вычислением и занесите величину $\beta = I_m \cos(\varphi)$ в миллиамперах в АКОС со знаком минус, если ток в рассматриваемой цепи отстаёт по фазе от напряжения и со знаком плюс в противоположном случае.

5.3. (2 балла). Измените по сравнению с задачей 5.1 частоту источника питания цепи (рис.5.47), установив ее равной $\omega = 2\pi \cdot 10^5$ рад/с. Постройте повторно, применительно к новому значению частоты, треугольник проводимостей и определите характер (емкостный или индуктивный) проводимости цепи. Внесите в АКОС площадь S_2 треугольника проводимостей в миллисимменсах в квадрате со знаком минус, если проводимость емкостная, или без него в противном случае.

5.4. (2 балла). Установите переключатели в цепи (рис.5.6) в положения, соответствующие двоичной записи вашего номера N, подобно тому, как это делалось в теме 4. Зарисуйте полученную таким образом схему, упростите ее, объединив одноименные элементы, удалите отключенные ветви.

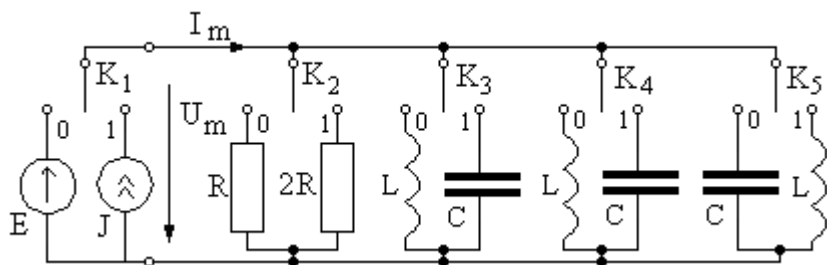


Рис. 5.6

Воспользуйтесь следующими параметрами элементов цепи:

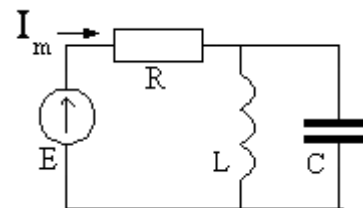
$$R = (300 + 0,1NG) \text{ Ом}, \quad L = (\sqrt{2} + 0,03NG) \text{ мкГн},$$

$$C = (300 + (-1)^N(N + G)) \text{ нФ}, \quad \omega = 2\pi \cdot 10^5 \text{ рад/с},$$

$$E = 10 \text{ В}, \quad J = 5 \text{ А}.$$

Найдите амплитуду тока I_m , если Вам задан источник ЭДС, или напряжения на соединении U_m , если задан источник тока J. Вычислите величину полной мощности $S = U_m I_m / 2$ и внесите ее значение в вольт-амперах в АКОС.

5.5. (2 балла). Определите, какую емкость C в цепи (рис.5.7) следует включить параллельно индуктивности L для того, чтобы ток I_m при заданной амплитуде ЭДС E_m источника был минимальным. Примите:



$$L = [300 + (-1)^{N+G} 2(N + G)] \text{ мкГн},$$

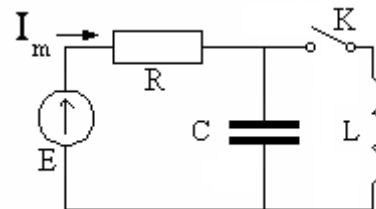
$$\omega = 2\pi \cdot 10^4 \text{ рад/с}.$$

Рис. 5.7

Найденное значение емкости C в пикофарадах внесите для проверки в АКОС.

верки в АКОС.

5.6. (2 балла). Какую следует выбрать индуктивность L в цепи (рис.5.8), чтобы отключение ее или подключение параллельно емкости C посредством ключа K не сказывалось на амплитуде тока источника I_m . Внесите величину L в миллигенри в АКОС для проверки.



амплитуде тока источника I_m . Внесите величину L в миллигенри в АКОС для проверки.

Рис. 5.8

Емкость конденсатора примите равной

$$C = [7 + (-1)^N 0,01 N G] (13 - G) \text{ нФ},$$

частоту источника $\omega = G \cdot \pi \cdot 10^3$ рад/с.

ДЛЯ ПЫТЛИВЫХ

5.1. Три вектора 1, 2, 3 на диаграмме (рис.5.9) соответствуют трем токам через элементы R, L и C в их параллельном соединении (рис.5.5). Какие векторы соответствуют токам \vec{I}_{mR} , \vec{I}_{mL} , \vec{I}_{mC} ? Определите начальные фазы токов \vec{I}_{mR} , \vec{I}_{mL} , \vec{I}_{mC} . Запишите выражения для мгновенных значений этих токов в виде $i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$ при циклической частоте $f = 1000$ Гц.

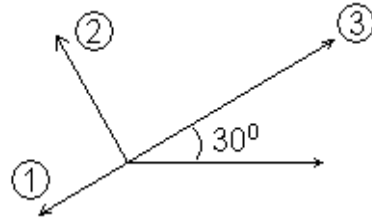


Рис. 5.9

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

R	L	C	RLC
$G = 1/R$	$b_L = 1/\omega L$	$b_C = \omega C$	$Y = \sqrt{G^2 + (b_C - b_L)^2}$
$I_m = GU_m$	$I_m = b_L U_m$	$I_m = b_C U_m$	$I_m = YU_m$
$\psi_i = \psi_u$	$\psi_i = \psi_u - \pi/2$	$\psi_i = \psi_u + \pi/2$	$\psi_i = \psi_u + \arctg\left(\frac{b_C - b_L}{G}\right)$

ТЕМА 6. МЕТОД КОМПЛЕКСНЫХ АМПЛИТУД

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Чему равна комплексная амплитуда \dot{U}_m гармонического напряжения $u(t) = U_m \cos(\omega t + \psi)$, представленного вектором на рис.6.1? Представьте ее в трех формах записи (показательной, тригонометрической, алгебраической).

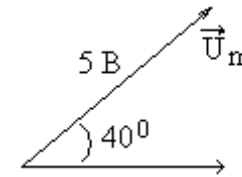


Рис. 6.1

Запишите, чему равна комплексная амплитуда в экспоненциальной форме для гармонического напряжения, представленного равенством

$$u(t) = 130 \cos(10^4 t - 28^\circ) \text{ В.}$$

2. Комплексная амплитуда гармонического напряжения в алгебраической форме равна $\dot{U}_m = 4 + j3$ В и частота $f = 100$ Гц. Представьте колебание в виде тригонометрической функции времени. Справка: $\arctg(0,75) = 36,9^\circ$.

3. По каким формулам осуществляется переход от показательной формы записи комплексного числа к алгебраической и наоборот? Чему равны вещественная и мнимая части комплексного числа в показательной форме? Чему равны модуль и аргумент комплексного числа в алгебраической форме?

4. Чему равна комплексная амплитуда \dot{U}_m суммы двух гармонических колебаний, заданных своими комплексными амплитудами $\dot{U}_{m1} = a_1 + jb_1$ и $\dot{U}_{m2} = a_2 + jb_2$ и векторами на рис.6.2.? Чему равна амплитуда U_m и начальная фаза ψ результирующего колебания? Найдите их аналитически, исходя из \dot{U}_{m1} и \dot{U}_{m2} . Как их можно найти геометрическим путем, исходя из рис.6.2?

5. Чему равны модуль H и аргумент ξ произведения $\dot{H} = \dot{H}_1 \dot{H}_2$ двух комплексных величин $\dot{H}_1 = H_1 \exp(j\xi_1)$ и $\dot{H}_2 = H_2 \exp(j\xi_2)$?

6. Чему равны модуль H и аргумент ξ отношения (дроби) $\dot{H} = \dot{H}_1 / \dot{H}_2$ двух комплексных чисел $\dot{H}_1 = H_1 \exp(j\xi_1)$ и $\dot{H}_2 = H_2 \exp(j\xi_2)$?

7. Чему равны модули и аргументы:

- а) вещественного числа a ;
- б) мнимых чисел jb и $-jb$;
- в) комплексной величины $7 \exp(-45^\circ)$;
- г) числа

$$\frac{5 + j3}{3 + j5} ?$$

Справка: $\arctg(3/5) = 0,54$ и $\arctg(5/3) = 1,03$.

8. Изобразите на комплексной плоскости векторы двух гармонических колебаний, заданных комплексными амплитудами:

- а) $\dot{U}_m = 10e^{j40^\circ}$ В и $\dot{I}_m = 5e^{j10^\circ}$ А;
- б) $\dot{U}_m = 5e^{-j30^\circ}$ В и $\dot{I}_m = (4 - j4)$ А;
- в) $\dot{U}_m = (3 + j4)$ В и $\dot{I}_m = (4 + j3)$ А;

ЗАДАЧИ

6.1. (1 балл). Гармоническое напряжение на некотором элементе цепи Э (рис.6.3) определяется равенством:

$$u(t) = -U_m \sin(\omega t + \lambda)$$

где $U_m = (800 + (-1)^N 10 \text{ N})$ В, $\lambda = (6 \text{ G} + 0,1 \text{ N})^0$.

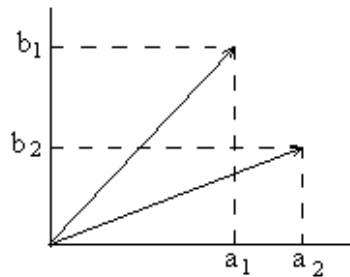


Рис. 6.2

Приведите это выражение к каноническому виду

$$u(t) = U_{m1} \cos(\omega t + \psi)$$

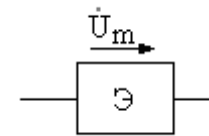


Рис. 6.3

укажите, чему равна комплексная амплитуда \dot{U}_{m1} напряжения на элементе Э, представьте ее в алгебраической форме $\dot{U}_{m1} = a + jb$ и занесите мнимую часть $\text{Im}(\dot{U}_{m1}) = b$ в вольтах в АКООС для проверки.

6.2. (2 балла). Комплексная амплитуда напряжения на элементе цепи определяется выражением $\dot{U}_m = a + jb$ где a - вещественная и b - мнимая части комплексного числа \dot{U}_m , задаваемые равенствами:

$$a = (300 + N \text{ G}) \text{ В}; \quad b = (400 + (-1)^N 6 \text{ N}) \text{ В}.$$

Найдите при этих значениях a и b физическую амплитуду гармонического напряжения \dot{U}_m на элементе (модуль комплексной амплитуды) и его начальную фазу ψ . Вычислите величину M , равную $M = U_m \psi$, где U_m - в вольтах, ψ - в радианах, и занесите ее в АКООС для проверки.

6.3. (3 балла). Напряжения на двух последовательно соединенных элементах цепи (рис.6.4) заданы их комплексными амплитудами в разной форме записи (алгебраической и показательной):

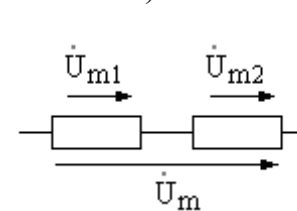


Рис. 6.4

$$\dot{U}_{m1} = a_1 + jb_1, \quad \dot{U}_{m2} = U_{m2} \exp(j\psi_2),$$

$$\text{где } a_1 = 15 (N + G) \text{ В}; \quad b_1 = 25 \text{ N В};$$

$$U_{m2} = (200 + (-1)^N 2 \text{ N}) \text{ В};$$

$$\psi_2 = 0,2 \text{ G рад}.$$

Найдите комплексную амплитуду суммарного напряжения $\dot{U}_m = \dot{U}_{m1} + \dot{U}_{m2}$. Представьте суммарное напряжение в форме тригонометрической функции времени, приняв $\omega = 2\pi \cdot 10^4$ рад/с. Определите мгновенное значение суммарного напряжения $u(t)$ в момент времени $t = G$ мкс. Занесите значение $u = u(t)$ в вольтах для проверки в АКОС.

6.4. (2 балла). Комплексная амплитуда напряжения между выводами a, b некоторого участка цепи (рис.6.5) в алгебраической форме определяется равенством

$$\dot{U}_m = a + jb$$

где $a = (50 - N) G$ В ;

$$b = (30 G + 5 N) \text{ В}.$$

Комплексная амплитуда протекающего через цепь тока \dot{I}_m под действием напряжения \dot{U}_m в показательной форме равна

$$\dot{I}_m = I_m \exp(-j\psi_i)$$

где $I_m = (15 + N) \text{ А}$, $\psi_i = (-0,3 - (-1)^{N+G} 0,05 N) \text{ рад}$.

Перейдите от комплексных амплитуд напряжения и тока к временным функциям $u(t)$ и $i(t)$ при $\omega = 2\pi \cdot 10^2$ рад/с.

Вычислите мгновенную мощность протекающего через тока по формуле $p(t) = u(t)i(t)$ в момент времени $t = 0,1 G$ мс. Внесите величину $p = p(t)$ в ваттах для проверки в АКОС.

6.5. (2 балла). При условиях предыдущей задачи представьте напряжение и ток в виде двух векторов на комплексной плоскости. Определите угол (разность фаз) между векторами напряжения и тока

$$\varphi = \psi_u - \psi_i,$$

где ψ_u и ψ_i - начальные фазы напряжения и тока, соответ-

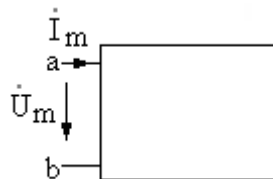


Рис.6.5

венно. Внесите величину φ в градусах в АКОС для проверки.

6.6. (2 балла). Комплексное сопротивление элемента, участка или целой цепи Z определяется отношением комплексных амплитуд напряжения и тока:

$$Z = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m}.$$

Определите комплексное сопротивление цепи при следующих данных:

$$\dot{U}_m = U_m \exp(j\psi), \quad I_m = a + ib$$

где $U_m = (500 + N G) \text{ В}$, $\psi = N G^0$,

$$a = G \text{ А}, \quad b = (5 + (-1)^{N+G} 0,1 N) \text{ А}.$$

Найдите модуль комплексной величины Z в омах и внесите его для проверки в АКОС.

ДЛЯ ПЫТЛИВЫХ

6.1 Гармоническое колебание представлялось выше в

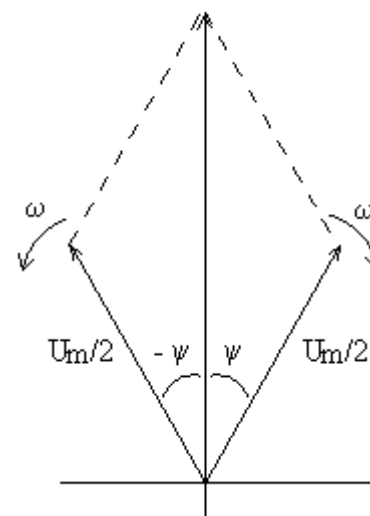


Рис. 6.6

виде вращающегося в положительном направлении (против часовой стрелки) вектора длиной U_m с угловой скоростью ω .

Применяется другая модель гармонического колебания в виде двух векторов длиной $U_m/2$, вращающихся в противоположных направлениях с той же угловой скоростью (рис.6.6). Суммарный вектор не вращается с течением времени, а только изменяет свою длину в положительной или отрицательной области вертикальной оси.

Уравнение процесса (длины суммарного вектора) имеет вид

$$u(t) = \frac{U_m}{2} [e^{j(\omega t + \psi)} + e^{-j(\omega t + \psi)}]$$

Покажите, что

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \psi),$$

т.е. что модель действительно представляет гармоническое колебание. Чем отличаются представления гармонического колебания в рассматриваемых моделях?

6.2 Постройте векторную диаграмму, соответствующую комплексному выражению

$$\dot{U}_m = U_{m1}e^{j\psi} + jU_{m2}e^{j\psi} - U_{m3}e^{j\psi}.$$

Найдите модуль и аргумент (начальную фазу) колебания, представляемого результирующей комплексной амплитудой \dot{U}_m .

ТЕМА 7. ЗАКОНЫ ОМА И КИРХГОФА В КОМПЛЕКСНОЙ ФОРМЕ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Чему равны комплексные сопротивления и проводимости элементов R, L и C (рис.7.1)?

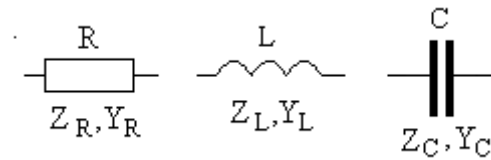


Рис.7.1

2. Чему равно комплексное сопротивление последовательного соединения элементов R, L и C (рис.7.2)?

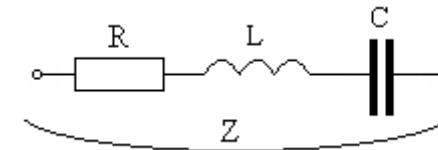


Рис.7.2

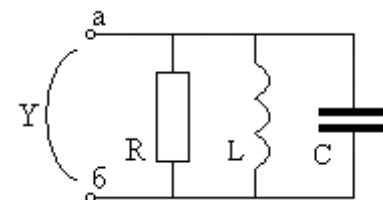


Рис. 7.3

3. Запишите выражения для модуля $|Z|$ и аргумента φ комплексного сопротивления Z цепи на рис.7.2.

4. Определите комплексную проводимость параллельного соединения элементов R, L и C (рис.7.3).

5. В какую сторону отклонится и какое положение займет вектор тока \vec{I}_m на рис.7.4 по отношению к вектору на-

пряжения при различных значениях комплексного сопротивления двухполюсника:

- а) $Z = 3 + j0 \text{ Ом}$;
- б) $Z = 8e^{j\pi/4} \text{ Ом}$;
- в) $Z = 0 - j4 \text{ Ом}$;
- г) $Z = 3 + j4 \text{ Ом}$?

Какого рода сопротивление (активное, емкостное, индуктивное, смешанное) скрывается за указанными значениями сопротивления ?

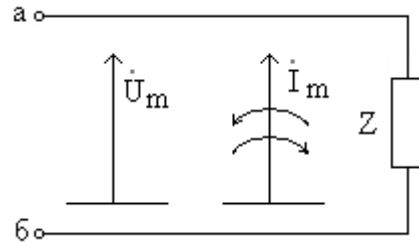


Рис.7.4

6. Чему равно отношение показаний вольтметра и амперметра в схеме рис.7.5 для сопротивлений Z из предыдущего вопроса? Чем определяется это отношение при данном Z ?

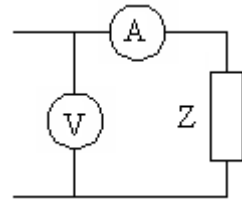


Рис.7.5

7. Каким выражением определяется ток $i_L(t)$ через индуктивность L (рис.7.6) на частоте ω при комплексной амплитуде напряжения на ней

$$\dot{U}_{mL} = U_{mL} e^{j\psi_L}.$$

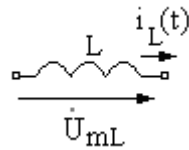


Рис.7.6

8. Как записываются законы Ома и Кирхгофа для комплексных амплитуд токов и напряжений?

9. Сколько уравнений для токов и напряжений ветвей необходимо составить по первому и второму законам Кирхгофа в цепи рис.7.7?

10. Запишите все возможные уравнения для токов ветвей по первому закону Кирхгофа в схеме рис.7.7. Какие из них должны быть использованы при расчетах?

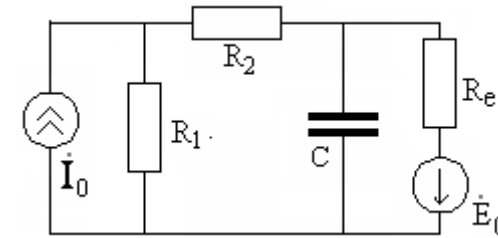


Рис.7.7

11. Составьте все возможные уравнения для напряжений ветвей по второму закону Кирхгофа в цепи рис.7.7. Все ли они будут использованы при расчетах? Составьте необходимую систему уравнений.

ЗАДАЧИ

7.1. (2 балла) Найдите комплексное сопротивление ветви электрической цепи (рис.7.8) в виде трех последовательно соединенных элементов R , L и C при

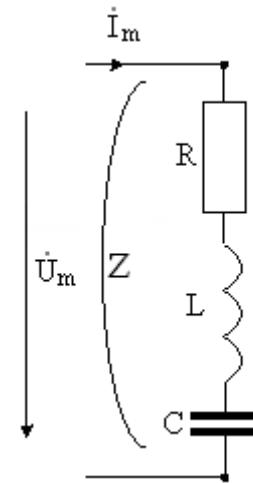


Рис.7.8

$$L = 50 \sqrt{\cos[(10 + (-1)^N N + G)^0]} \text{ мГн},$$

$$R = (60 + N + G) \text{ Ом},$$

$$C = (600 - (-1)^{N+G} N G) \text{ нФ},$$

при частоте протекающего через ветвь тока $f = 10^3 \text{ Гц}$. Найдите модуль $|Z|$ и аргумент φ_Z комплексного сопротивления цепи. Определите комплексную амплитуду тока \dot{I}_m , ее модуль I_m и аргумент ψ_i при напряжении \dot{U}_m на ветви с амплитудой $U_m = (G + 2) \text{ В}$, и начальной фазой $\psi_u = 0$.

Вычислите для проверки величины-
80

ну $\gamma = I_m \psi_i$ (миллиампер умножить на градус) и внесите ее в АКОС с противоположным знаком, если сопротивление имеет емкостной характер или без изменения знака при его индуктивном или чисто активном характере.

7.2. (2 балла). Определите комплексную проводимость параллельного соединения элементов R, L и C (рис.7.9) при следующих данных:

$$R = (200 + (-1)^{N+G} 2(N+G)) \text{ Ом},$$

$$L = (200 - (N+G^2)) \text{ мкГн},$$

$$C = 500 \sin((20+N+G)^0) \text{ нФ}.$$

Найдите модуль $|Y|$ и аргумент φ_Y полной проводимости цепи Y. Определите комплексную амплитуду напряжения на соединении в вольтах при известной комплексной амплитуде общего тока \dot{I}_m , равной

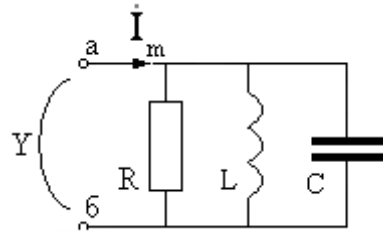


Рис.7.9

$$\dot{I}_m = 200 \exp(j5G^0) \text{ А}, \quad \omega = 2\pi \cdot 10^4 \text{ рад/с}.$$

Определите реактивную (мнимую) составляющую этого напряжения в вольтах и внесите ее в АКОС для проверки.

7.3. (2 балла). С какой амплитудой \dot{I}_m и начальной фазой ψ_i должен быть установлен источник тока в цепи (рис.7.10) для того, чтобы амплитуда напряжения на емкости U_{mC} была равна $U_{mC} = (200 + (-1)^N 0,2 N G)$ В при начальной фазе $\psi_C = 0$ и значениях

$$R = (200 + N G) \text{ Ом},$$

$$|X_C| = (600 - N G) \text{ Ом}?$$

Вычислите и внесите в АКОС для проверки величину, равную $\beta = I_m \cos(\psi_i)$ миллиампер.

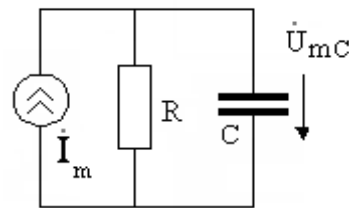


Рис.7.10

7.4. (2 балла). Установив ключи в схеме (рис.7.11) в положения, соответствующие Вашему номеру N в двоичной записи, (N_2) . Нарисуйте полученную схему без ключей и не вошедших в нее элементов. Составьте применительно к ней уравнение баланса напряжений (второй закон Кирхгофа) в комплексном виде. Найдите комплексную амплитуду ЭДС, необходимую для баланса, при следующих исходных данных цепи:

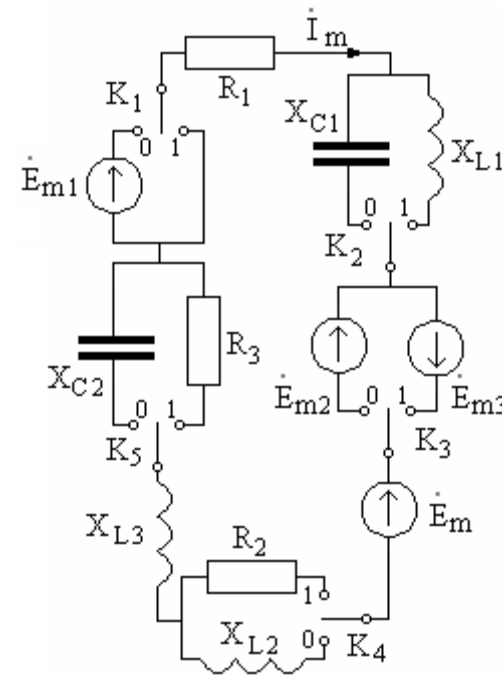


Рис.7.11

$$R_1 = 100 \text{ Ом}, R_2 = 170 \text{ Ом}, R_3 = 230 \text{ Ом}, X_{L1} = 90 \text{ Ом}, X_{L2} = 180 \text{ Ом}, X_{L3} = 120 \text{ Ом},$$

$$|X_{C1}| = 130 \text{ Ом},$$

$$|X_{C2}| = 160 \text{ Ом},$$

$$\dot{I}_m = 0,1 (G - (-1)^G) (45 - N) \exp(j\pi/2) \text{ А},$$

$$\dot{E}_{m1} = (150 - 3N) \exp[j(-1)^G 60^0] \text{ В},$$

$$\dot{E}_{m2} = \dot{E}_{m3} = (300 - (-1)^N 5N) \exp[j(120 - 20G)^0] \text{ В}.$$

Амплитуду ЭДС \dot{E}_m в вольтах введите в АКОС.

7.5. (2 балла). На рис.7.12 изображен узел некоторой электрической цепи с заданными направлениями токов. Установите переключатели $K_1 - K_5$ в положения, соответствующие номеру Вашего варианта N в двоичной форме (подобно тому, как это делалось в предыдущей задаче). Перерисуйте схему.

Составьте уравнение баланса токов в узле (первый закон Кирхгофа) применительно к комплексным амплитудам:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{m1} &= 0,01(14-G)Ne^{j(-1)^G \frac{\pi}{4}} \text{ А}, & \dot{I}_{m2} &= 0,02G^2 e^{-j30^\circ} \text{ А}, \\ \dot{I}_{m3} &= 0,01N \text{ А}, & \dot{I}_{m4} &= 0,3(14-G) - j0,01N \text{ А}. \end{aligned}$$

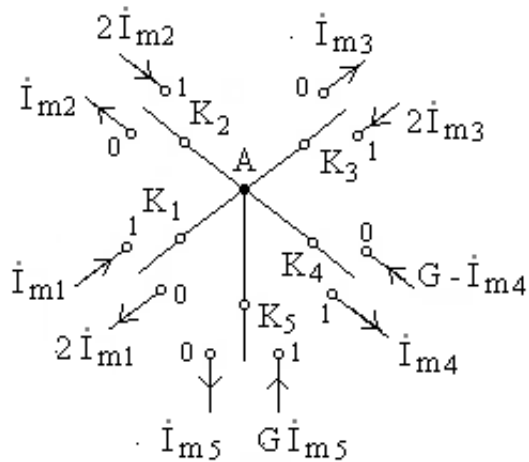


Рис.7.12

Определите из уравнений неизвестный ток \dot{I}_{m5} и введите его амплитуду в миллиамперах в АКОС для проверки.

7.6. (2 балла). Какую следует выбрать индуктивность L на рис.7.13, чтобы отключение или подключение ее последовательно емкости C посредством ключа К не сказывалось на амплитуде тока I_m . Внесите величину L в микрогенри в АКОС.

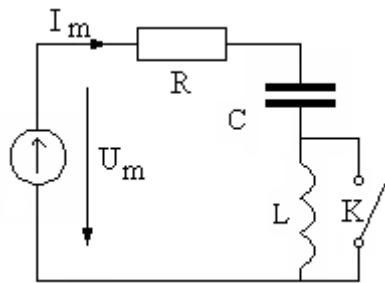


Рис. 7.13

Емкость конденсатора примите равной

$$C = (600 + (-1)^{N+G} 5(N + 4G)) \text{ нФ},$$

а частоту источника $\omega = 2\pi \cdot 10^4$ рад/с.

ДЛЯ ПЫТЛИВЫХ

7.1 В левой части цепи рис.7.14 между точками a и б

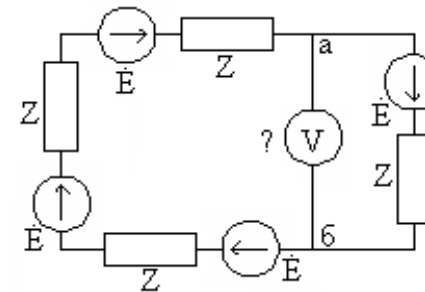


Рис.7.14

действуют три источника ЭДС, включенных последовательно, по кругу, а справа - один. Как видно, "силы не равны". Определите показания вольтметра между точками a и б.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

$ Z = \sqrt{R^2 + X^2}$	$\varphi = \text{arctg}\left(\frac{X}{R}\right)$	$ Y = \sqrt{G^2 + b^2}$
$\dot{U}_m = Z\dot{I}_m$	$\sum_k \dot{I}_{mk} = 0$	$\sum_k \dot{U}_{mk} = \sum_n \dot{E}_{mn}$

ТЕМА 8. ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие преобразования называются эквивалентными? Сформулируйте условия, которые должны быть выполнены при замене одного участка цепи другим, эквивалентным первому.

2. Каким путем можно преобразовать параллельно включенных сопротивлений (рис.8.1) в одно эквивалентное по величине сопротивление.

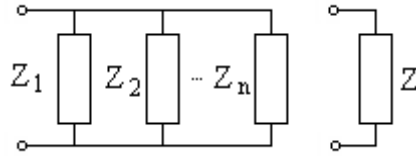


Рис.8.1

3. Посредством каких вычислений можно перейти от пары параллельно соединенных сопротивлений R и X_L (рис.8.12,а) к двум эквивалентным последовательно соединенным сопротивлениям $R_{\text{Э}}$ и $X_{\text{Э}}$ (рис.8.2) так, чтобы были равны полные комплексные сопротивления $Z_{\text{Э}} = Z$?

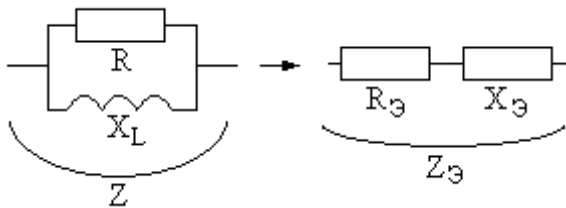


Рис. 8.2

По каким формулам определяются $R_{\text{Э}}$ и $X_{\text{Э}}$? Каков характер сопротивления $X_{\text{Э}}$ (индуктивный, емкостный)?

4. Каким образом производится эквивалентный переход от пары последовательно соединенных сопротивлений R и X_C к параллельному соединению сопротивлений $R_{\text{Э}}$ и $X_{\text{Э}}$ (рис.8.3)?

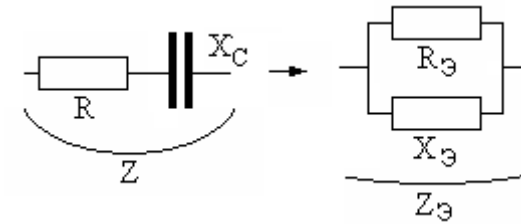


Рис.8.3

5. Каковы амплитуда тока \dot{I}_m и внутреннее сопротивление Z_i эквивалентного источника тока (рис. 8.4б), необходимые для обеспечения того же тока через нагрузку Z_H , что и от источника напряжения (рис.8.4а).

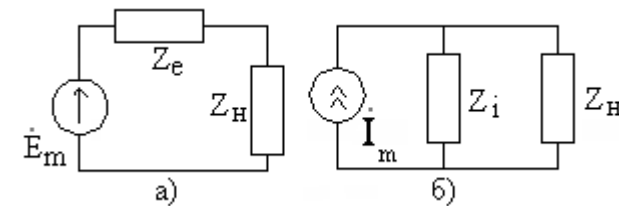


Рис.8.4

6. В чем заключается принцип (метод) наложения (суперпозиции), используемый для определения токов и напряжений в цепях с двумя или несколькими источниками?

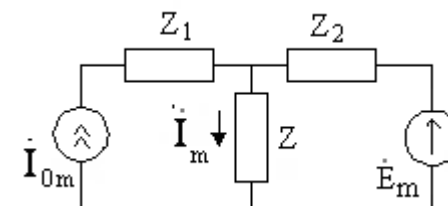


Рис. 8.5

Примените его к простейшей цепи, показанной на рис.8.5, и определите ток \dot{I}_m через сопротивление при заданных параметрах элементов цепи.

7. Сформулируйте теорему компенсации. Какими параметрами должен обладать источник ЭДС $\dot{E}_{m\varepsilon}$ на рис.8.6,б, чтобы при включении его в цепь вместо элемента Z_2 (рис.8.16,а) напряжения и токи в ветвях остались прежними? Можно ли вместо компенсирующего источника ЭДС включить источник тока?

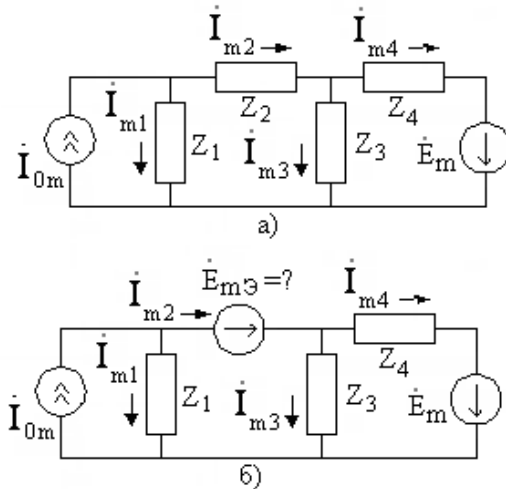


Рис.8.6

8. О чем говорит теорема Тевенена? Какими данными ($\dot{E}_{m\varepsilon}$, $\dot{I}_{m\varepsilon}$, Z_e , Z_i) должны обладать эквивалентные источники напряжения или тока (рис.8.7) для того, чтобы их можно было подключить к нагрузке Z_H вместо активного двухполюсника АД при условии сохранения тока \dot{I}_{mH} через нагрузку.

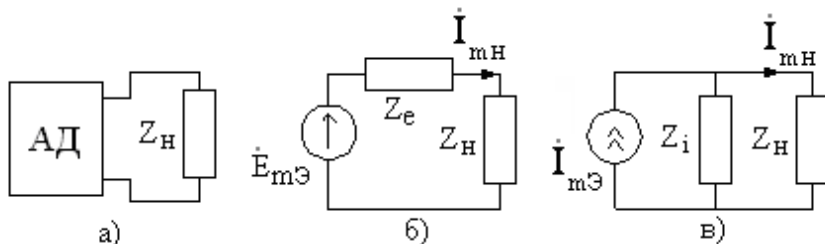


Рис.8.7.

Можно ли определить параметры эквивалентных по

теореме Тевенена генераторов напряжения и тока, воспользовавшись данными внешних (по отношению к АД) измерений, выполненных в соответствии со схемами рис.8.8 без "вскрытия" схемы АД (через А обозначен измеритель тока, а через V - напряжения)?

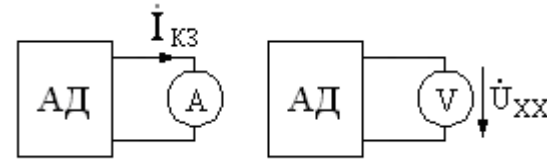


Рис 8.8

9. Какими данными (\dot{E} , Z) должен обладать эквивалентный в смысле теоремы Тевенена источник напряжения (рис.8.9,б), чтобы он "вел себя" по отношению к нагрузке также, как и активный двухполюсник АД, схема которого изображена в рамке на рис.8.9,а?

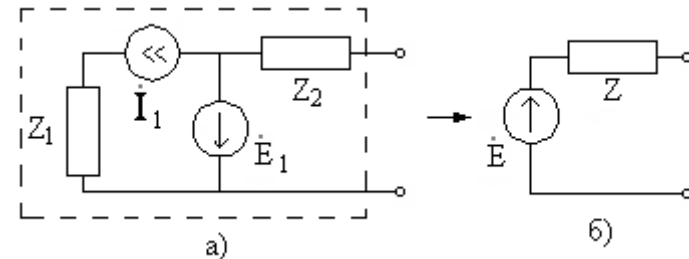


Рис.8.9

10. Каким образом можно преобразовать два параллельно соединенных источника тока \dot{I}_1 и \dot{I}_2 (рис.8.10,а) с внутренними сопротивлениями Z_1 и Z_2 в один эквивалентный источник тока (рис.8.10,б) или напряжения (рис.8.10,в)?

11. Преобразуйте два параллельно соединенных источника напряжения \dot{E}_1 и \dot{E}_2 со своими внутренними сопротивлениями Z_1 и Z_2 (рис.8.11,а) в один эквивалентный источник напряжения \dot{E} с сопротивлением Z (рис.8.11,б).

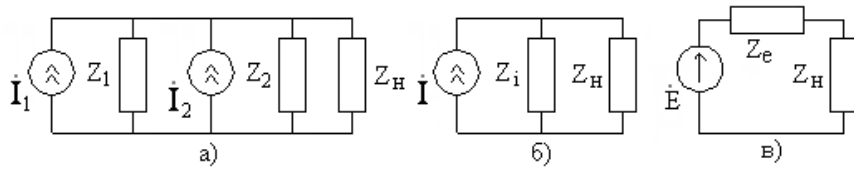


Рис.8.10

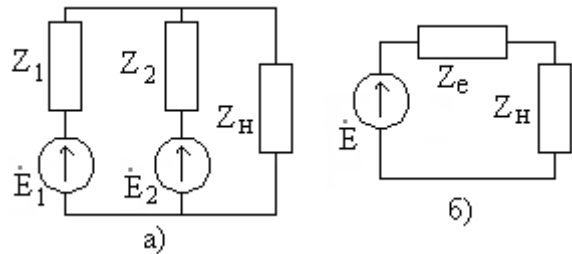


Рис.8.11

12. Какое преобразование можно применить для вычисления сопротивления Z между вершинами мостиковой схемы на рис.8.12 ? Изобразите схему в преобразованном виде и запишите выражение для Z .

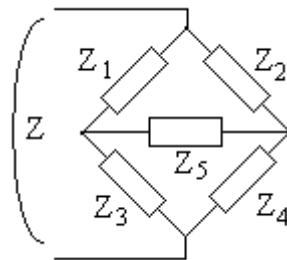


Рис.8.12

ЗАДАЧИ

8.1. (2 балла). Преобразуйте последовательное соединение активного R и реактивного C элементов (для четных N) или R и L (для нечетных N) с комплексным сопротивлением Z в эквивалентное параллельное соединение аналогичных

элементов $R_{\text{Э}}$ и $C_{\text{Э}}$ или $R_{\text{Э}}$ и $L_{\text{Э}}$ с комплексным сопротивлением $Z_{\text{Э}}$ так, чтобы выполнялось условие $Z_{\text{Э}}=Z$ (рис.8.13а - для студентов с четными номерами N , рис.8.13б - с нечетными N).

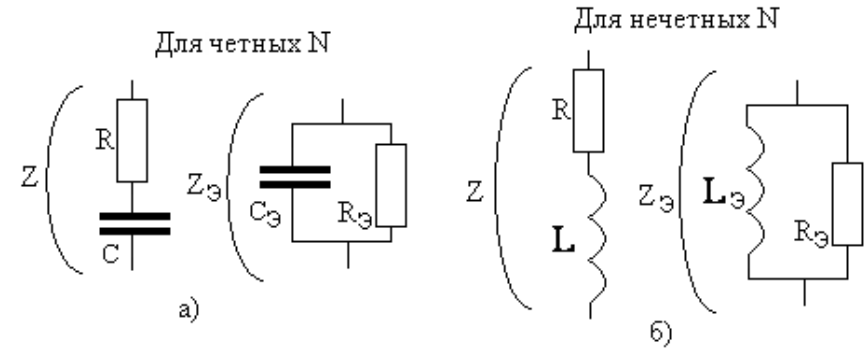


Рис. 8.13

Примите:

$$R = (500 + (-1)^G G N) \text{ Ом}, C = (500 + (-1)^N 6(N + G)) \text{ нФ}, \\ L = 100 \cos((N + G)^0) \text{ мГн}, \omega = 10^4 \text{ рад/с.}$$

Вычислите и внесите в АКОС для проверки:

$R_{\text{Э}}$, Ом - для студентов с четными и нечетными номерами при $N \leq 13$;

$C_{\text{Э}}$, нанофард - для студентов с четными номерами при $N > 13$;

$L_{\text{Э}}$, миллигенри - для студентов с нечетными номерами при $N > 13$.

8.2. (2 балла). Преобразуйте параллельное соединение активного и реактивного элементов R и L (рис.8.14,а) для студентов с четными N или R и C (рис.8.14,б) для студентов с нечетными N с комплексной проводимостью Y в последовательное соединение аналогичных элементов так, чтобы комплексная проводимость последовательного соединения $Y_{\text{Э}}$ была равна исходной проводимости Y . Данные возьмите из задачи 8.1.

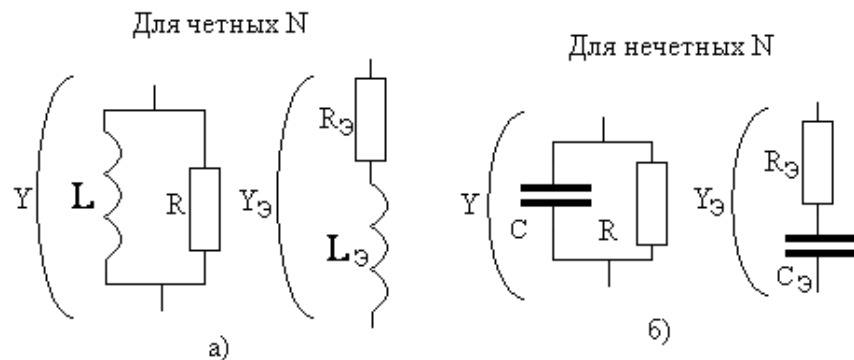


Рис.8.14

Внесите в АКООС для проверки значения:

$L_Э$, миллигенри - для студентов с четными номерами N при $N \leq 13$;

$C_Э$, нанофарад - для студентов с нечетными номерами N при $N \leq 13$;

$R_Э$, ом - для студентов с четными и нечетными N при $N > 13$.

8.3. (2 балла). Найдите эквивалентное сопротивление цепи (рис.8.15) $Z_Э = R_Э + jX_Э = Z$ при следующих данных:

$$X_L = (150 + (-1)^N 2(N - G)) \text{ Ом},$$

$$X_C = (100 + 2N + 2G) \text{ Ом},$$

$$R = (400 + (-1)^{N+G} 4(N + G)) \text{ Ом}.$$

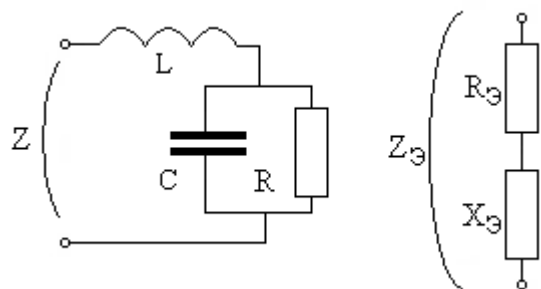


Рис. 8.15

Внесите в АКООС для проверки величину $X_Э$ в омах со знаком минус, если она имеет емкостный характер, или со знаком плюс в противном случае.

8.4. (1 балл). Преобразуйте источник Э.Д.С. (рис.8.16,а) в эквивалентный источник тока (рис.8.16,б) так, чтобы напряжения на нагрузке \dot{U}_H и токи через нее при равных Z_H были одинаковыми, при следующих данных:

$$\dot{E}_m = 1000 |\sin(NG \text{ рад})| \text{ В},$$

$$Z_e = (200 + 50G - 4N) \exp(jNG^0) \text{ Ом}.$$

Амплитуду тока эквивалентного источника $I_{mЭ}$ в миллиамперах внесите для проверки в АКООС.

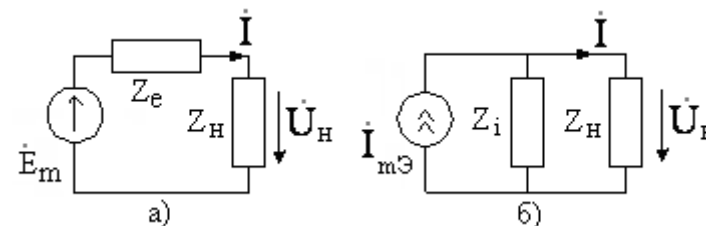


Рис.8.16

8.5. (2 балла). В схеме (рис.8.17) методом преобразования источника тока \dot{I}_0 в эквивалентный источник ЭДС \dot{E}_0

найдите ток через емкость \dot{I}_C для четных N или ток через индуктивность \dot{I}_L для нечетных N .

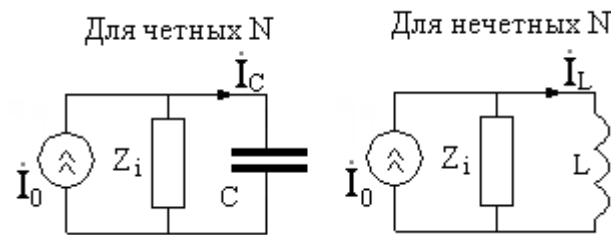


Рис. 8.17

Дано: $\dot{I}_0 = (600 + (-1)^N N G) \exp(j(N+G)^0) \text{ мА}$,
 $|Z_C| = (100 + 2N + 4G) \text{ Ом}$, $Z_L = (300 - 2N - G^2) \text{ Ом}$,
 $|Z_i| = (200 + 2N + G^2) \text{ Ом}$.

Амплитуду тока через емкость I_C для четных N или индуктивность I_L для нечетных N в миллиамперах внесите в АККОС для проверки.

8.6. (3 балла). Используя теорему Тевенена, преобразуйте цепь (рис.8.18,а) относительно ветви R (выходные узлы $a-b$) в эквивалентный источник ЭДС \dot{E}_3 так, чтобы напряжение на сопротивлении R в исходной (рис.8.18,а) и эквивалентной (рис.8.18,б) схемах было одинаковым.

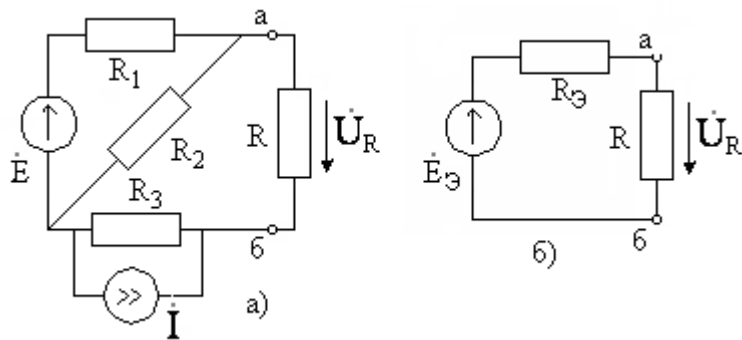


Рис. 8.18

Вычислите по эквивалентной схеме (рис.8.18,б) напряжение на R при следующих данных:

$$R = R_1 = R_2 = R_3 = (100 + (-1)^N 2N) \text{ Ом},$$

$$\dot{I} = (0,2 + 0,02G) \text{ А}, \quad \dot{E} = (800 + (-1)^{N+G} 8(N+G)) \text{ В}.$$

Внесите величину U_R , в вольтах в АККОС для проверки.

ДЛЯ ПЫТЛИВЫХ

8.1. При каком соотношении сопротивлений Z_1, Z_2, Z_3 и Z_4 замыкание или размыкание

ключа не приведет к изменению токов ни в одной из ветвей цепи на рис.8.19? Чему при этом равны напряжения на разомкнутом ключе и ток через замкнутый ключ?

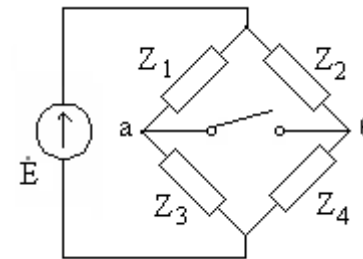


Рис. 8.19

8.2. В схеме цепи рис.8.20 через сопротивление R_5 протекает ток \dot{I} . Как необходимо изменить величины сопротивлений R_1, R_2, R_3 и R_4 , чтобы ток \dot{I} через R_5 сохранил свое значение и изменил направление на противоположное? Каковы все возможные решения этой задачи?

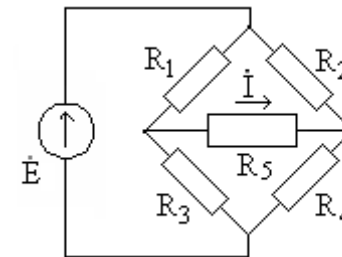


Рис. 8.20

8.3. Решите задачу 8.2 "для пытливых", заменив в схеме на рис. 8.20 активные сопротивления R_1, R_2, R_3, R_4 и R_5 комплексными сопротивлениями Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 и Z_5 . Изменятся ли и каким образом возможные решения задачи?

ТЕМА 9. ЦЕПИ С ВЗАИМНОЙ ИНДУКТИВНОСТЬЮ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какими величинами характеризуется индуктивная связь между катушками? Их обозначения, размерности, в каких пределах заключены возможные значения?

2. Какие меры конструктивного характера принимаются для:

- уменьшения рассеяния и увеличение коэффициента связи между катушками;
- уменьшения энергетических потерь в сердечнике и проводах катушек?

3. Какими выражениями определяются в общем случае вносимая ЭДС и напряжение между разомкнутыми выводами второй катушки при протекании произвольного по форме тока в первой катушке? От чего зависят их величина и направление?

4. Какие концы двух катушек называются одноименными? Определите, какой из концов катушки (а или б) является одноименным помеченному на чертеже (рис.9.1) звездочкой

концом первой катушки, если известно, что при замыкании ключа К стрелка гальванометра отклонилась вправо? В какую сторону сдвинется стрелка при размыкании ключа К?

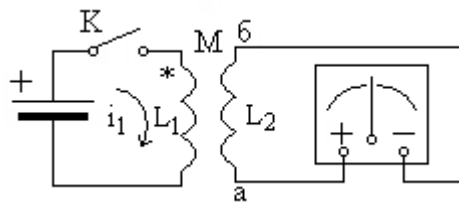
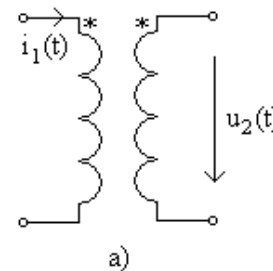
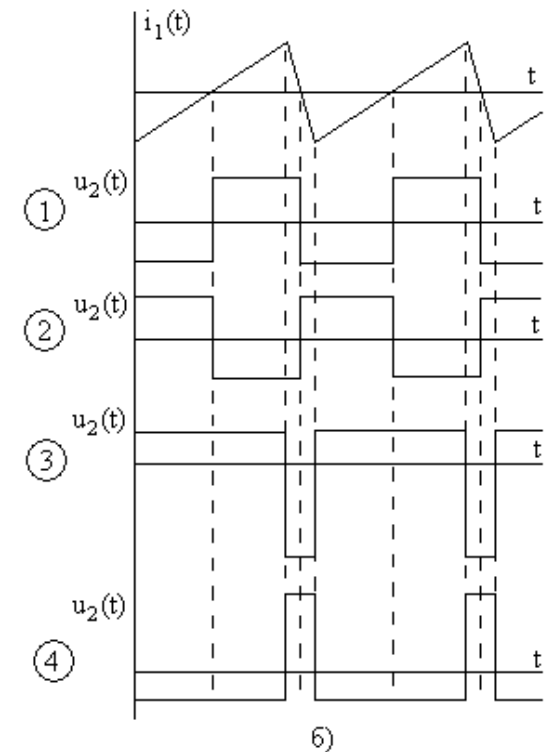


Рис. 9.1

5. Какая из осциллограмм напряжения $u_2(t)$ (1-4) на рис.9.2,б соответствует току $i_1(t)$ на рис.9.2,а?



а)



б)

Рис. 9.2

6. В каких амплитудных и фазовых соотношениях находятся напряжение на выходе второй катушки с гармоническим током в первой? Какая величина называется сопротивлением связи?

Чему равны:

- амплитуда выходного напряжения при заданной амплитуде тока в первой катушке;
- начальная фаза выходного напряжения при заданной фазе первичного тока?

В каком соотношении находятся комплексные амплитуды выходного напряжения и тока в первой катушке?

7. На рис.9.3 изображен вектор тока в первой катушке \vec{I}_{m1} . Какой из восьми других векторов соответствует напряжению на выходе второй катушки? Назовите его номер.

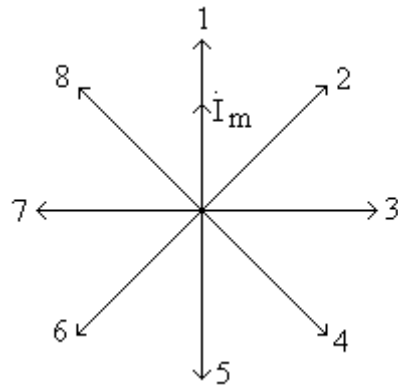


Рис. 9.3

8. Какое соединение двух последовательно включенных катушек называется согласным, встречным? Чему равны эквивалентные индуктивности двух согласно и встречно включенных катушек с взаимной индуктивностью?

9. Объясните принцип действия вариометра. Для каких целей он используется. В каком диапазоне можно изменять эквивалентную индуктивность вариометра при вращении второй катушки относительно первой?

10. Какой трансформатор называется идеальным? Каким требованиям должен удовлетворять идеальный трансформатор?

11. Посредством каких двух уравнений можно решить задачу определения первичного и вторичного токов в трансформаторе при включенной нагрузке? Напишите их применительно к схеме (рис.9.4).

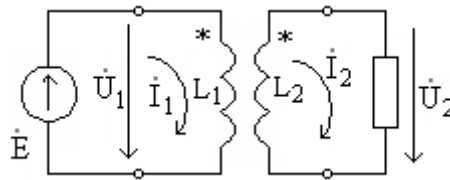


Рис. 9.4

12. В каком соотношении находятся входные и выходные напряжения у идеального трансформатора? Входной и выходной токи?

13. С какой целью в линиях электропередачи (ЛЭП) повышается напряжение?

14. Какое сопротивление у трансформатора называется входным? Как зависит входное сопротивление трансформатора от его нагрузки? Чем определяется его выходное сопротивление? Напишите формулы для входного и выходного сопротивлений трансформатора.

15. О чем говорит название "согласующий трансформатор"? Для чего он применяется? Из каких соображений выбирается соотношение витков первичной и вторичной обмоток у согласующего трансформатора?

16. В чем состоит свойство обратимости (взаимности) в линейных цепях? Как оно проявляется в электрическом трансформаторе?

17. Каким простейшим способом можно изменить фазу выходного напряжения на 180 по сравнению с входным посредством трансформатора?

18. Объясните устройство и принцип действия автотрансформатора. Сравните его по эксплуатационным и конструктивным показателям с трансформатором.

ЗАДАЧИ

9.1. (1 балл). Вычислите коэффициент связи k_{CB} между катушками L_1 и L_2 (рис.9.5) при следующих данных:

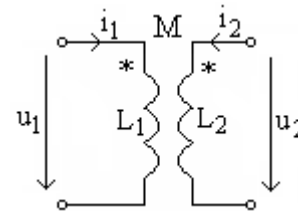


Рис. 9.5

$$L_1 = (600 + (-1)^{N+G} N G) \text{ мГн,}$$

$$L_2 = (200 + N G) \text{ мГн,}$$

$$M = (90 + (-1)^N (N + G)) \text{ мГн,}$$

$$\omega = 2\pi \cdot 10^4 \text{ рад/с.}$$

Определите сопротивление связи между катушками Z_{CB} . Вычислите с

проверочной целью контрольную величину $d = k_{CB} Z_{CB}$ в омах и внесите ее в АКООС для проверки.

9.2. (2 балла). Определите при указанных в задаче 9.1.

данных ток $i_1(t)$ и напряжение $u_2(t)$ на разомкнутых концах второй катушки при присоединении первой катушки к источнику

гармонической ЭДС (рис.9.6)

$$e(t) = E_m \cos(\omega t + \psi_e),$$

$$E_m = (2N + 5G)/2 \text{ В},$$

$$\psi_e = -[(N + G)/2]^0.$$

Найдите значение $u_2(t)$ в милливольтгах в момент времени $t = 10G$ мкс и внесите его в АКООС для проверки.

9.3. (3 балла). Определите комплексную амплитуду тока во второй катушке I_{m2} в цепи рис. 9.7 при значениях:

$$I_{m0} = (1,5 + (-1)^N 0,01(N + G)) \text{ А},$$

$$L_2 = (200 - (-1)^{(N+G)} N) \text{ мГн},$$

$$Z_{CB} = \omega M = (5G + N + 200) \text{ Ом},$$

$$Z_2 = (2000 + 2N + 5G) \text{ Ом},$$

$$\omega = 2\pi \cdot 10^3 \text{ рад/с}.$$

Внесите для проверки в АКООС величину, равную $h = I_{m2} \cdot \psi_2$, где I_{m2} - амплитуда тока во второй катушке (миллиампер), ψ_2 - начальная фаза тока (радиан).

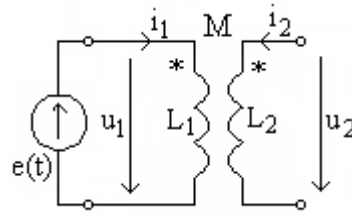


Рис. 9.6

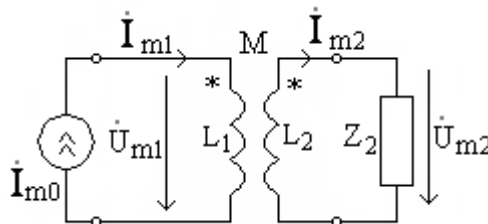


Рис.9.7

9.4. (2 балла). Определите комплексную амплитуду тока во второй катушке I_{m2} цепи (рис.9.8) при следующих данных:

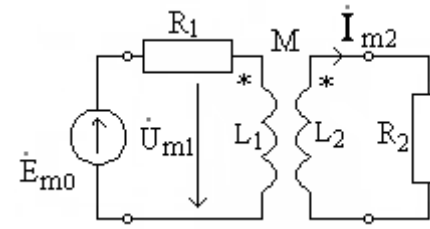


Рис. 9.8

$$L_1 = (500 + (-1)^N N G) \text{ мГн},$$

$$L_2 = (200 + N G) \text{ мГн},$$

$$M = (150 + (-1)^{N+G} 2 N) \text{ мГн},$$

$$R_1 = (200 + 2 G^2) \text{ Ом},$$

$$R_2 = (600 - 2 N G) \text{ Ом},$$

$$E_{m0} = (250 + 50 G - N) \text{ В},$$

$$\omega = 10^3 \text{ рад/с}.$$

Амплитуду тока I_{m2} (миллиампер) внесите для проверки в АКООС.

9.5. (2 балла). Определите соотношение чисел витков

$$n = \frac{w_1}{w_2}$$

обмоток идеального трансформатора, необходимое для того, чтобы при токе I_2 через нагрузку R_2 входной ток трансформатора I_1 (рис.9.9) не превосходил 0,5 А,

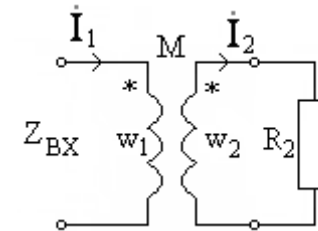


Рис. 9.9

$$I_2 = (600 + (-1)^N N G) \text{ мА},$$

$$R_2 = (500 + 5 N G) \text{ Ом}.$$

Определите входное сопротивление трансформатора при указанном R и внесите его в омах в АКООС для проверки.

9.6. (2 балла). Найдите коэффициент трансформации согласующего трансформатора (рис.9.10)

$$n = \frac{w_1}{w_2},$$

необходимый для того, чтобы входное сопротивление трансформатора (между точками а, б) было равно сопротивлению источника R_e ,

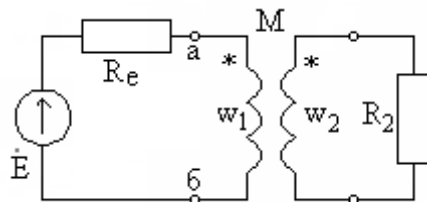


Рис.9.10

$$R_e = (500 + N (13 - G)) \text{ Ом,}$$

$$R_2 = (40 + (-1)^N 0,5 (N + G)) \text{ кОм.}$$

Значение $10^3 n$ внесите в АККОС для проверки.

ДЛЯ ПЫТЛИВЫХ

9.1. Определите ток в нагрузке \dot{I}_{m2} для цепи рис.9.11 при согласном включении двух одинаковых вторичных обмоток идеального трансформатора для исходных данных из задачи 9.6. Найдите этот же ток при встречном включении вторичных обмоток. Объясните полученные результаты.

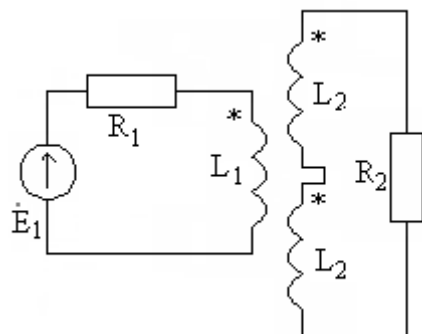


Рис.9.11

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

$w\Phi = Li$	$M = \frac{w_2\Phi_1}{i_1} = \frac{w_1\Phi_{12}}{i_2}$	$k_{CB} = \frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}$
$e_2(t) = -M \frac{di_1(t)}{dt}$	$X_{CB} = \omega M$	$\dot{U}_2 = Z_{CD}\dot{I}_1$
$L_{СОГЛАСН} = L_1 + L_2 + 2M$		$L_{ВСТРЕЧН} = L_1 + L_2 - 2M$
$\frac{U_2}{U_1} = \frac{w_2}{w_1}$	$\frac{I_1}{I_2} = \frac{w_2}{w_1}$	$Z_{BX} = Z_2 \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2$

ТЕМА 10. РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

10.1. Какие методы определения напряжений и токов в ветвях цепи Вам известны? Назовите их.

В чем заключается метод токов ветвей? Какое необходимое и достаточное количество линейно независимых уравнений электрического равновесия необходимо для решения задачи о токах в p ветвях:

а) при условии, что ветви не содержат идеальных источников тока;

б) в k из p ветвей входят такого рода источники?

10.2. Образуйте систему линейно независимых уравнений для определения токов в ветвях цепи, схема которой приведена на рис.10.1,а, а топологический граф - на рис.10.1,б. Какое количество уравнений необходимо составить для этой цели?

Сколько уравнений достаточно для решения задачи о неизвестных токах в цепи (рис.10.1,в) с идеальным источником тока в правой ветви?

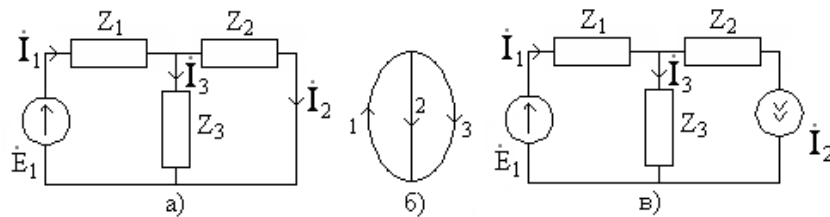
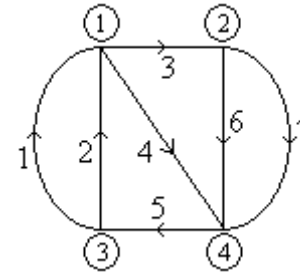


Рис.10.1

10.3. Какое число независимых уравнений необходимо ввести в систему для решения задачи о токах в ветвях цепи, топологический граф которой приведен на рис. 10.2?



чем оно

Рис.10.2

Какое число их m может быть получено, исходя из первого закона Кирхгофа? Из второго закона Кирхгофа? В цепи рис.10.2 выделите 11 контуров (1-2; 2-3-4; 2-3-6-5; 1-3-7-5 и др.). Каким правилом можно воспользоваться при выборе необходимого числа контуров для системы линейно независимых уравнений? В

состоит?

10.4. В чем заключается метод контурных токов, применяемый для определения напряжений и токов в цепях? Какие токи называются контурными? Обозначьте их на чертеже (рис.10.3) и образуйте систему независимых уравнений по методу контурных токов применительно к этой цепи.

Какое количество уравнений у Вас получилось? Сравните с методом токов ветвей в вопросе 10.2?

10.5. Составьте уравнение электрического равновесия в соответствии с вторым законом Кирхгофа для цепи на рис. 10.4, не прибегая к преобразованию источника тока в эквивалентный источник напряжения.

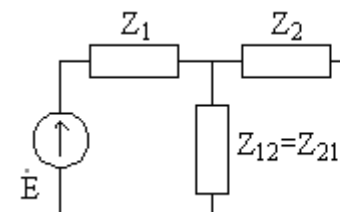


Рис.10.3

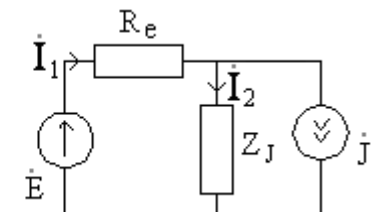


Рис.10.4

10.6. Объясните на примере цепи рис.10.5, в чем состоит метод узловых потенциалов? Относительно каких искомых величин формируется система независимых уравнений при этом методе?

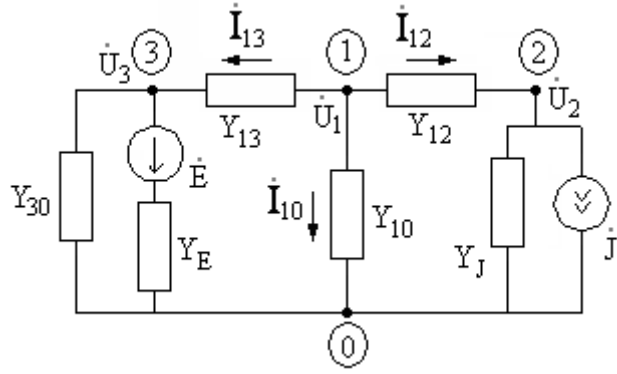


Рис. 10.5

Как связано необходимое для системы число уравнений с топологией цепи (количеством узлов)? Составьте уравнение электрического равновесия (баланса токов) в узле 1 цепи (рис.10.5), представленном отдельно на рис.10.6. Выразите токи через искомые узловые потенциалы данного и смежных узлов

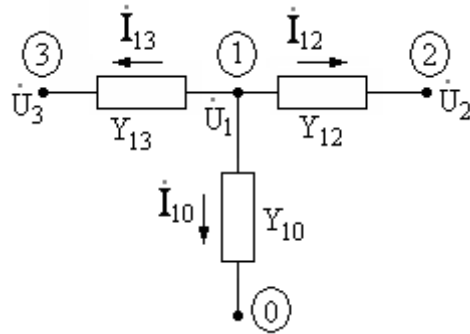


Рис. 10.6

10.7. Составьте уравнение равновесия для токов в узле 2 цепи рис.10.5. Выразите токи ветвей через искомые узловые потенциалы данного и смежных узлов.

10.8. Составьте выражение для баланса токов в узле 3 цепи рис.10.5, выразите токи ветвей через узловые потенциалы.

10.9. По результатам работы над вопросами 10.6 - 10.8 запишите систему уравнений по методу узловых потенциалов для всей цепи рис.10.5.

10.10. Образуйте два уравнения по методу контурных токов для цепи рис.10.7,а. Убедитесь в том, что уравнения имеют такой вид, как если бы они были составлены из двух индуктивно связанных контуров (рис. 10.7,б), и схема рис.10.7,а может служить схемой замещения цепи с взаимной индуктивностью.

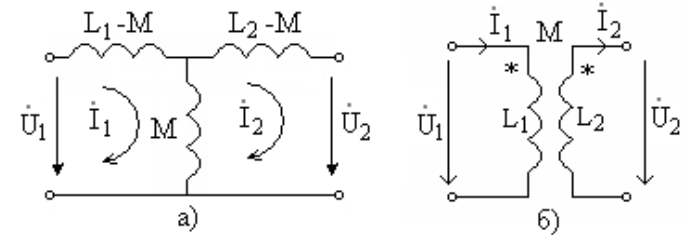


Рис. 10.7

ЗАДАЧИ

10.1. (1 балл). Определите комплексные амплитуды контурных токов \dot{I}_{11} и \dot{I}_{22} в цепи на рис. 10.8 и найдите ток \dot{I}_{12}

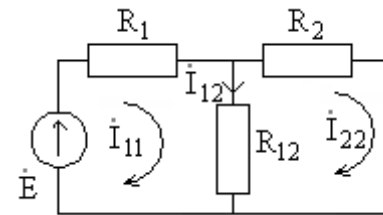


Рис.10.8

через сопротивление R_{12} . Значения сопротивлений и комплексной амплитуды ЭДС источника примите равными:
 $R_1 = (2G + N/2) \text{ Ом},$
 $R_2 = (90 + (-1)^N 2N) \text{ Ом},$
 $R_{12} = (50 + (-1)^{N+G} N+G) \text{ Ом},$
 $\dot{E} = 20 \text{ В}.$

Значение амплитуды тока I_{12} в миллиамперах занесите для проверки в АКЭС.

10.2. (1 балл). Составьте систему уравнений по методу узловых потенциалов, найдите потенциалы узлов \dot{U}_{10} , \dot{U}_{20} и их разность $\dot{U}_{12} = \dot{U}_{10} - \dot{U}_{20}$ при следующих данных для цепи на

рис. 10.9:

$$G_{10} = 1 / (2 G + N / 2) \text{ Сим, } G_{20} = 1 / (90 + (-1)^N 2 N) \text{ Сим,}$$

$$G_{12} = 1 / (50 + G + (-1)^{N+G} N) \text{ Сим,}$$

$$\dot{I}_1 = (0,01 G) \text{ А, } \dot{I}_2 = (0,01 N / G) \text{ А.}$$

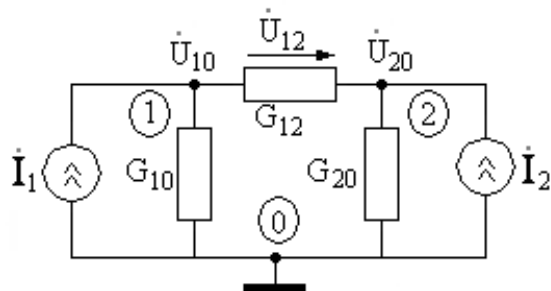


Рис.10.9

Амплитуду разности потенциалов U_{12} в милливольтях занесите для проверки в АКОС.

10.3. (3 балла). Для цепи рис.10.10 составьте систему независимых уравнений по методу контурных токов. Решите систему уравнений относительно контурных токов $\dot{I}_{11}, \dot{I}_{22}, \dot{I}_{33}$ и определите токи в ветвях $\dot{I}_{\mu\nu}$. Индексы μ и ν в зависимости от номера группы G и Вашего номера N в системе группы примите равными:

Группы 1, 3, 5, 7

N	1-4	5-9	10-13	14-16	17-21	22-40
μ	2	1	3	2	1	4
ν	3	2	1	4	4	3

Группы 2, 4, 6, 8

N	1-4	5-8	9-13	14-18	19-22	23-40
μ	4	1	2	1	3	2
ν	3	4	3	2	1	4

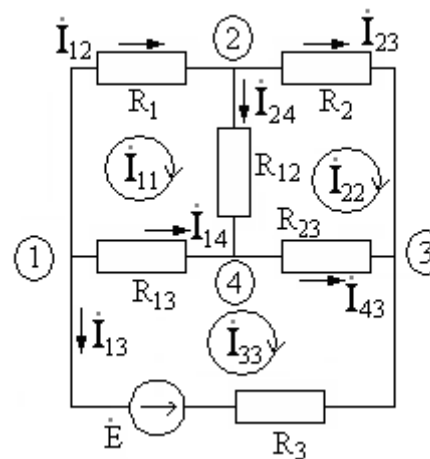


Рис. 10.10

Значения сопротивлений в цепи и ЭДС источника равны:

$$R_1 = (0,5 N + G) \text{ Ом,}$$

$$R_2 = (0,4 N + 2 G) \text{ Ом,}$$

$$R_3 = (4 G + N) \text{ Ом,}$$

$$R_{12} = (0,5 N + 20) \text{ Ом,}$$

$$R_{13} = (10 + (-1)^N 0,2 N) \text{ Ом,}$$

$$R_{23} = (30 + (-1)^{N+G} 0,5 N) \text{ Ом,}$$

$$\dot{E} = (N + G + 5) \text{ В.}$$

Полученные значения амплитуды тока $I_{\mu\nu}$ в миллиамперах внесите для проверки в АКОС.

10.4. (3 балла). Для цепи рис.10.1 составьте систему 1 уравнений по методу узловых потенциалов и найдите амплитуду разности потенциалов $\dot{U}_{\mu\nu} = \dot{U}_{\mu} - \dot{U}_{\nu}$ между узлами μ и ν (номера узлов обозначены на схеме цифрами в кружках). Значения μ и ν в зависимости от Вашего номера N в списке группы и номера группы G примите равными:

Группы 1, 3, 5, 7

N	1-5	6-12	13-18	19-24	25-40
μ	1	2	3	0	1
ν	2	3	0	2	3

Группы 2, 4, 6, 8

N	1-6	7-13	14-18	19-24	25-40
μ	1	2	1	2	3
ν	0	0	2	3	1

Все проводимости в цепи активные. При вычислениях воспользуйтесь следующими данными:

$$G_2 = 1/(2N + 5G) \text{ Сим,}$$

$$G_3 = G/(60 + (-1)^N N) \text{ Сим,}$$

$$G_{12} = 4/(150 + NG) \text{ Сим,}$$

$$G_{13} = 1/(60 + (-1)^N N) \text{ Сим,}$$

$$G_{23} = (N + G)/(20 + N^2) \text{ Сим,}$$

$$\dot{I} = 0,03 \text{ Г А.}$$

Найденное значение амплитуды $U_{\mu\nu}$ (в милливольтгах) внесите для проверки в АККОС.

10.5. (2 балла). Для цепи рис.10.12 составьте систему уравнений для определения контурных токов \dot{I}_{11} и \dot{I}_{22} . Найдите контурные токи. Определите значение тока \dot{I}_k в ветви номер k . Значения k в зависимости от номера группы G и Вашего номера N в списке указаны ниже.

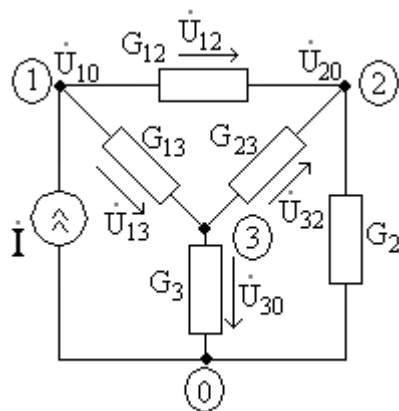


Рис.10.11

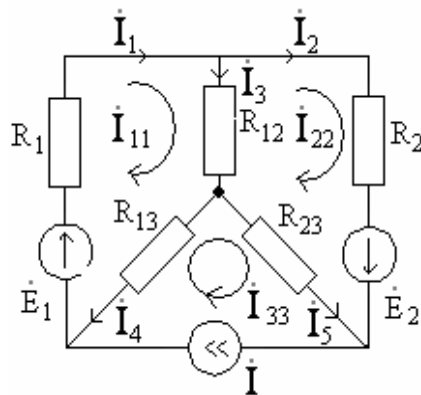


Рис. 10.12

Группы 1, 3, 5, 7

N	1-3	4-12	13-20	21-24	25-40
k	2	4	1	5	3

Группы 2, 4, 6, 8

N	1-4	5-13	14-17	18-23	24-40
---	-----	------	-------	-------	-------

k	3	5	4	2	1
---	---	---	---	---	---

Значения сопротивлений ветвей, ЭДС и тока источников примите равными:

$$R_1 = (N + G) \text{ Ом,} \quad R_2 = (0,5N + 2G) \text{ Ом,}$$

$$R_{12} = (50 + (-1)^N N) \text{ Ом,} \quad R_{13} = (G + 0,5N) \text{ Ом,}$$

$$R_{23} = (50 - N) \text{ Ом,} \quad \dot{E}_1 = 5 \text{ Г В,}$$

$$\dot{E}_2 = (20 + (-1)^N 2G) \text{ В,} \quad \dot{I} = 0,5 \text{ Г А.}$$

Найденное значение амплитуды тока \dot{I}_k в миллиамперах внесите в АККОС.

10.6. (2 балла). Для цепи рис.10.13 составьте систему уравнений по методу узловых потенциалов и решите ее относительно тока \dot{I}_{12} через диагональную ветвь G_{12} при следующих данных:

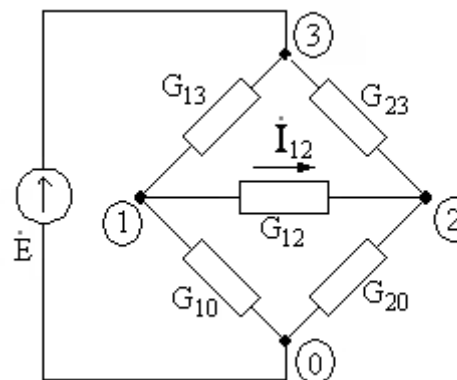


Рис. 10 13

$$G_{10} = 1/(30 + (-1)^N 0,5N) \text{ Сим,} \quad G_{12} = 1/(G + 0,3N) \text{ Сим,}$$

$$G_{13} = 1/(12 + (-1)^N 0,2N) \text{ Сим,} \quad G_{20} = 1/(0,5N + G) \text{ Сим,}$$

$$G_{23} = 1/(12 + 0,2N) \text{ Сим,} \quad \dot{E} = (6G + 2N) \text{ В.}$$

Найденное значение амплитуды тока I_{12} в миллиамперах занесите в АККОС.

ТЕМА 11. ЧАСТОТНО-ИЗБИРАТЕЛЬНЫЕ ЦЕПИ
ПЕРВОГО ПОРЯДКА

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

11.1. Дайте определение комплексного коэффициента передачи четырехполюсника, его амплитудно-частотной (АЧХ) и фазо-частотной (ФЧХ) характеристик.

11.2. К какому типу фильтров относятся показанные на рис. 11.1 четырехполюсники? Получите выражения для их АЧХ и ФЧХ, постройте графики.

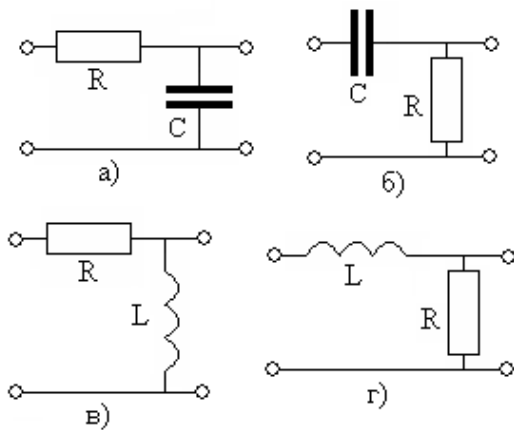


Рис. 11.1

11.3. Дайте определение полосы пропускания частотного фильтра. Что представляет собой полоса удержания? К каким частотным фильтрам они относятся?

11.4. Рассчитайте полосу пропускания (удержания) для показанных на рис. 11.1 фильтров. Как влияют на них параметры цепей.

11.5. Как определяется коэффициент прямоугольности частотного фильтра? Проведите необходимые расчеты для показанных на рис. 1 цепей.

11.6. Исследуйте влияние нагрузки R_H на свойства фильтра нижних частот, показанного на рис. 11.2. Постройте графики АЧХ для различных R_H . Как влияет R_H на полосу пропускания и коэффициент прямоугольности фильтра?

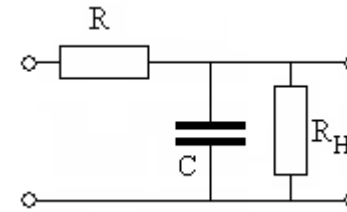


Рис. 11.2

11.7. Постройте качественно (не проводя расчетов) АЧХ фильтров, схемы которых показаны на рис. 11.3, используя свойства реактивных элементов на очень низких и высоких частотах.

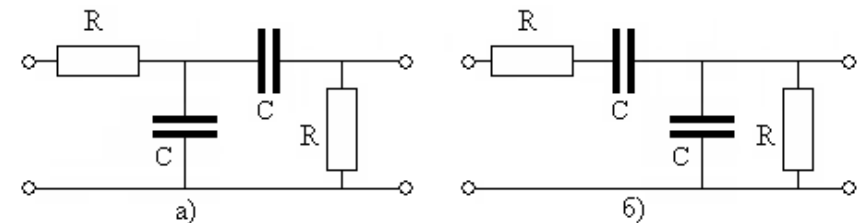


Рис. 11.3

ЗАДАЧИ

11.1 (2 балла). В схеме рис. 11.4 установите ключи К1 - К4 в положения, соответствующие двоичному коду Вашего номера N в списке группы (таблица приведена в конце руководства). Оставьте в схеме только те элементы, на которые указывают стрелки после установки ключей, а остальные удалите, замкнув образовавшиеся разрывы. Полученную схему

занесите в свою рабочую тетрадь. Параметры цепи примите равными:

112

$$R = 0,5(N + 2 G) \text{ кОм}, \quad L = 0,5 N \text{ мГн}, \quad C = N \text{ пФ}.$$

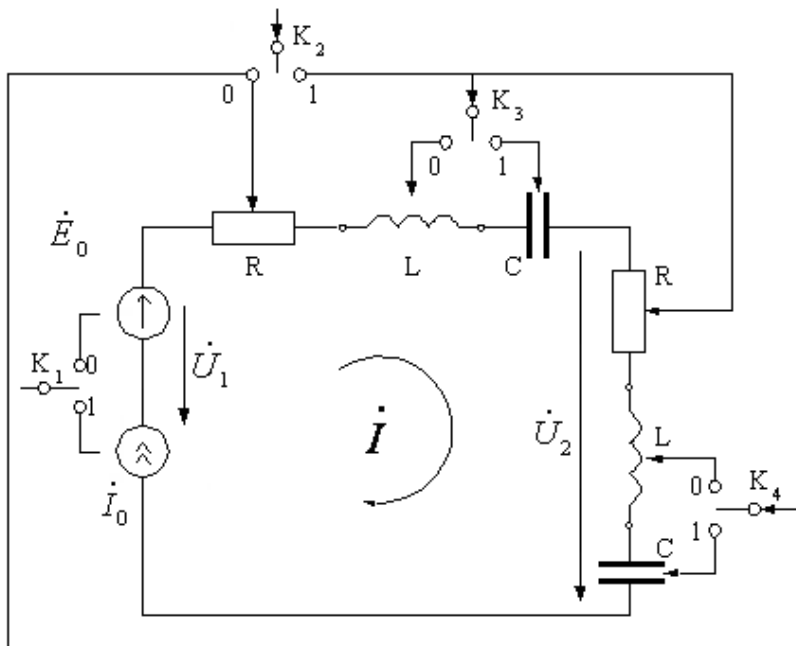


Рис. 11.4

Выведите расчетное соотношение для определения амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) по напряжению

$$H(\omega) = \frac{U_2}{U_1} \text{ применительно к отобранной Вами схеме цепи.}$$

Рассчитайте и постройте (в масштабе) график зависимости $H(\omega)$ в диапазоне частот от $\omega=0$ до такого значения переменной ω , при котором функция $H(\omega)$ будет мало меняться.

Присмотритесь к построенной Вами характеристике - соответствует ли она Вашим физическим представлениям о частотно-избирательных свойствах рассматриваемой цепи.

Определите величину $H=1000 H(\omega)$ при частоте источника $\omega=(1/G) \cdot 10^7$ рад/с и введите ее в АКОС для проверки.

113

Задача 11.2 (2 балла). Получите применительно к Вашей схеме и указанным выше данным формулу для определения фазо-частотной характеристики (ФЧХ) - зависимости от частоты сдвига фаз $\varphi(\omega)$ между выходным и входным напряжениями. Рассчитайте и постройте график ФЧХ в том же масштабе частот, что и АЧХ в предыдущей задаче.

Определите значение $\varphi=10 \varphi(\omega)$ в градусах на частоте $\omega=(1/G) \cdot 10^7$ рад/с и внесите его в АКОС.

Задача 11.3 (1 балл). Представьте выражение для напряжения на выходе Вашей цепи в тригонометрической форме

$$u_2(t) = U_m \cos(\omega t + \psi_2)$$

при напряжении на входе, равном

$$u(t) = 1 \cos(2\pi \cdot 10^6 t - \pi/6) \text{ В.}$$

Вычислите величины U_{m2} и ψ_2 и подставьте их в выражение для $u_2(t)$. Найдите значение $u_2(t)$ (милливольт) при $t=0$ и внесите ответ для проверки в АКОС.

Задача 11.4 (2 балла).

Обратитесь к схеме цепи рис.11.5. Положим, что на ее вход поступает смесь двух напряжений - постоянного и переменного, сумму которых запишем в виде

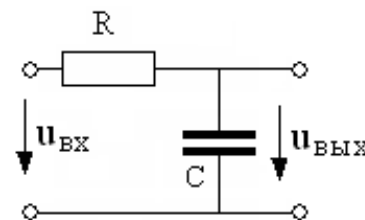


Рис. 11.5

$$u_{\text{вх}}(t) = U_0 + U_m \cos(\omega t + \psi).$$

Примем, что уровни постоянного и переменного напряжений на входе цепи одинаковы, то есть $U_0 = U_m$

Определите отношение амплитуды переменной составляющей выходного напряжения к величине его постоянной составляющей,

$$K_{\text{вых}} = \left(\frac{U_{\text{м вых}}}{U_{0\text{вых}}} \right), \quad 114$$

при условии, что частота входного переменного напряжения равна $f=50$ Гц и $R=(N+5G)$ кОм, $C=(3N+5)/G$ мкФ. Вычислите значение $K = 10^5 \cdot K_{\text{вых}}$ и введите его в АКОС.

Задача 11.5 (2 балла). Найдите, какое минимальное значение емкости конденсатора $C=C_1$ необходимо использовать в цепи рис. 11.5 при $R=(N+5G)$ кОм и частоте $f=50$ Гц для того, чтобы величина $K_{\text{вых}}$ из задачи 11.4 не превосходила 0,05 (пяти процентов). Найденное значение C_1 в нанофарадах внесите в АКОС.

Задача 11.6 (3 балла). Определите, чему равно *проходное* сопротивление цепи рис. 11.6

$$Z_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2}$$

и его модуль на частоте источника $\omega=10^6$ рад/с

при $R_1 = \left(\frac{0,3N}{G^2} \right)$ кОм,

$R_2=0,1G$ кОм, $L=(N+2G)$ мГн.

Величину модуля проходного сопротивления в Омах внесите в АКОС для проверки.

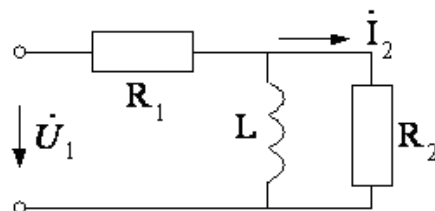


Рис. 11.6

ТЕМА 12. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

12.1. Опишите явление резонанса напряжений в последовательном колебательном контуре. Каковы условия его возникновения? Чему равны в этом случае реактивное и полное комплексное сопротивление контура, как они меняются в окрестности резонансной частоты?

12.2. Каким выражением определяется комплексный коэффициент передачи последовательного колебательного контура при снятии выходного напряжения с емкости и индуктивности? Чему равны его АЧХ и ФЧХ?

12.3. Запишите формулы для резонансной частоты, резонансного и характеристического сопротивления, добротности и полосы пропускания контура. Каков физический смысл этих величин?

12.4. Как выглядят графики АЧХ и ФЧХ последовательного колебательного контура? Как влияют его параметры на форму частотных характеристик?

12.5. Дайте определение обобщенной расстройки контура, каким приближенным выражением она определяется, каков ее физический смысл?

12.6. Запишите в координатах обобщенной расстройки выражения для входного сопротивления, комплексного коэффициента передачи, АЧХ и ФЧХ последовательного колебательного контура.

12.7. Как отображаются графически в координатах обобщенной расстройки АЧХ и ФЧХ последовательного колебательного контура? Как влияют на форму кривых параметры цепи?

12.8. Как влияет нагрузка на частотные характеристики контура? Каковы требования к величине сопротивления нагрузки?

116
ЗАДАЧИ

Задача 12.1 (2 балла). Определите резонансную частоту ω_0 , характеристическое сопротивление ρ и добротность Q последовательного колебательного контура, при следующих исходных данных: $R = (G + 0,2N)$ Ом, $L = (50 + NG)$ мкГн, $C = (1500 - (-1)^N \cdot 3 \cdot N \cdot G)$ пФ. Вычислите значения ω_0 (радиан делить на секунду), ρ (Ом) и Q . Введите для проверки в АКОС контрольную величину $\lambda = \frac{(\omega_0 Q \rho)}{10^8}$.

Задача 12.2 (2 балла). Рассчитайте и постройте амплитудно-частотную характеристику контура $H(\Delta\omega)$ при данных из предыдущей задачи. Вычислите и определите по графику полосу пропускания контура Π , сопоставьте результаты. Определите наибольшее значение частоты ω_{max} (килорадиан делить на секунду) на границе полосы пропускания контура и введите его в АКОС.

Задача 12.3 (2 балла). Допустим, что на вход последовательного колебательного контура поступает одновременно два напряжения - от полезной ($U_{пол}$) и мешающей ($U_{меш}$) радиостанций. Определите коэффициент ослабления η напряжения мешающей радиостанции по сравнению с полезной на выходе контура

$$\eta = \frac{(U_{меш} / U_{пол})_{вх}}{(U_{меш} / U_{пол})_{вых}}$$

представляющий собой частное отношений уровней мешающего сигнала к полезному на входе и выходе контура. Он показывает, во сколько раз относительный уровень мешающего сигнала (по сравнению с полезным) на выходе контура меньше, чем на входе. Примите, что:

а) контур с параметрами из задачи 12.1 настроен в резонанс с сигналом полезной станции, работающей на частоте $\omega_{пол} = \omega_0$;

117

б) частота сигнала мешающей станции равна $\omega_{меш} = \omega_0 + k\Pi$, где $k = 0,3G + 0,05N$;

в) на входе контура напряжения от обеих станций имеют одинаковые амплитуды $U_{полвх} = U_{мешвх}$.

Величину $1000 \cdot \eta$ введите в АКОС для проверки.

Задача 12.4 (2 балла). Известно, что амплитудно-модулированное одним тоном колебание может быть представлено в виде суммы трех гармонических составляющих с амплитудами U_0 , $U_{1Б}$, $U_{2Б}$, где U_0 - амплитуда колебания несущей частоты f_0 , $U_{1Б}$ и $U_{2Б}$ - равные по величине амплитуды так называемых боковых составляющих модулированного сигнала с частотами $f_0 - f_M$ и $f_0 + f_M$ соответственно, f_M - частота

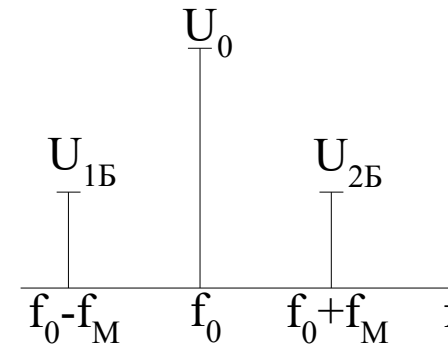


Рис. 12.1

модулирующего гармонического напряжения. Спектр тонально-модулированного колебания в виде трех вертикальных линий, высота которых пропорциональна амплитудам составляющих, исходящих из соответствующих точек на оси частот, показан на рис.12.1.

Определите, какую добротность Q должен иметь колебательный контур, настроенный на частоту f_0 , для того, чтобы все три составляющих модулированного сигнала точно «вписались» в полосу пропускания контура при следующих исходных данных:

$$f_0 = (1000 + (-1)^N \cdot 2GN) \cdot 10^4 \text{ Гц}, \quad f_M = (500 - (-1)^N \cdot GN) \cdot 10^2 \text{ Гц}.$$

Полученное значение Q введите в АКОС.

118

Задача 12.5 (2 балла). На колебательный контур воздействуют амплитудно-модулированные сигналы (описанные в предыдущей задаче) от двух радиостанций с несущими частотами f_0 и $f_0 + F$ соответственно, где величину F называют разносом частот. Спектр сигналов (по аналогии с задачей

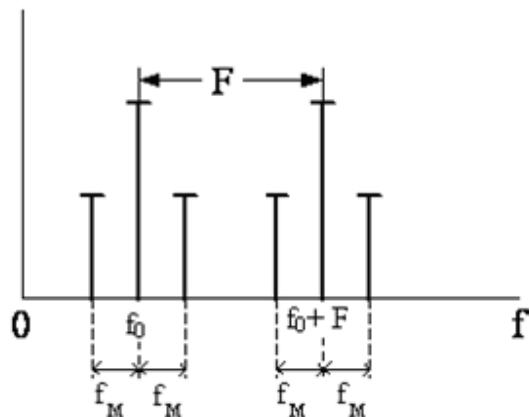


Рис. 12.2

12.4) показан на рис. 12.2. Контур настроен на частоту f_0 и имеет добротность $Q=100$. При данных задачи 12.4 определите, какой разнос частот F необходимо установить для того, чтобы составляющие сигнала от соседней станции ослабли контуром не менее, чем в 100 раз по сравнению с колебанием на частоте настройки контура f_0 . Значение F в килогерцах введите в АКОС.

Задача 12.6 (2 балла). Какими максимальным (C_{max}) и минимальным (C_{min}) значениями емкости должен обладать конденсатор переменной емкости контура для перекрытия диапазона частот настройки от f_{min} до f_{max} при следующих данных:

$$L = (10 + 0,1N) \text{ Гн},$$

$$f_{min} = (2 + N \cdot G/50) \cdot 10^6 \text{ Гц},$$

$$f_{max} = (5 + N \cdot G/30) \cdot 10^6 \text{ Гц}.$$

Величину $\alpha = 1000(C_{max} / C_{min})$ внесите в АКОС для проверки.

119

ТЕМА 13. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ И СВЯЗАННЫЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ КОНТУРЫ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

13.1. В чем заключается явление резонанса токов в параллельном колебательном контуре? Чему равны полное комплексное сопротивление контура, его активная и реактивная составляющие, как они меняются в окрестности резонансной частоты?

13.2. Каким выражением определяется комплексный коэффициент передачи параллельного колебательного контура? Чему равны его АЧХ и ФЧХ, как они отображаются графически?

13.3. Запишите формулы для резонансной частоты, резонансного и характеристического сопротивления, добротности и полосы пропускания контура.

13.4. Запишите в координатах обобщенной расстройки выражения для входного сопротивления, комплексного коэффициента передачи, АЧХ и ФЧХ параллельного колебательного контура.

13.5. Как отображаются графически в координатах обобщенной расстройки АЧХ и ФЧХ параллельного колебательного контура?

13.6. Как влияют внутреннее сопротивление источника сигнала и нагрузка на частотные характеристики контура? Каковы требования к величинам этих сопротивлений?

13.7. Запишите выражение для комплексного коэффициента передачи двух связанных контуров. Изобразите графики АЧХ и ФЧХ. Как влияют параметры контуров на форму частотных характеристик?

13.8. Как определяются коэффициент и фактор связи? Как зависит от них форма АЧХ?

120
ЗАДАЧИ

Задача 13.1 (2 балла). Применительно к параллельному колебательному контуру (рис.13.1,а) рассчитайте и изобразите графически зависимость сопротивления контура $|z_k|$ от расстройки $\Delta\omega = \omega - \omega_0$, где ω_0 - резонансная частота контура, при следующих исходных данных:

$$R = R_1 + R_2 = (5 + G + N) \text{ Ом,}$$

$$L = (400 + (-1)^N \cdot 5(N + G)) \text{ мкГн,} \quad C = (600 - GN) \text{ пФ.}$$

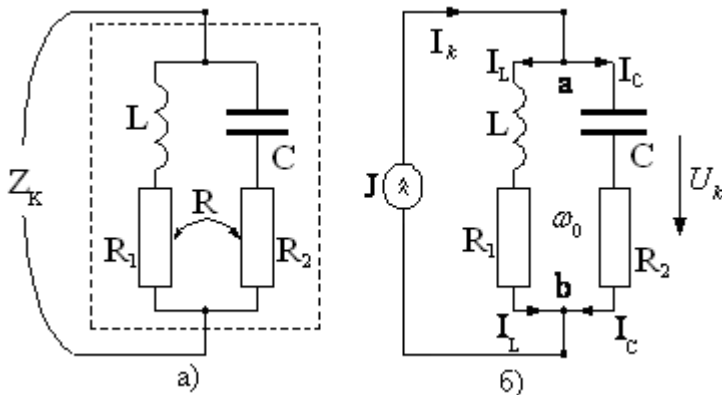


Рис. 13.1

Обратите внимание на то, какой порядок имеет резонансное сопротивление параллельного контура, сопоставьте его с резонансным сопротивлением последовательного контура (тема 12). Рассчитайте и постройте кривую зависимости напряжения U_k на контуре (рис. 13.1,б) от расстройки $\Delta\omega$ при подключении к нему идеального источника тока с амплитудой

$$J = (10 + 0,1 \cdot (-1)^N \cdot (N + G)) \text{ мА.}$$

Определите резонансное значение U_{k0} амплитуды напряжения на контуре в вольтах и введите его в АКОС для проверки.

121

Задача 13.2 (2 балла). Рассчитайте и постройте график зависимости амплитуды напряжения U_k на контуре (рис. 13.2) от расстройки $\Delta\omega$ при подключении его к реальному источнику тока с внутренним сопротивлением R_J при исходных данных из задачи 13.1.

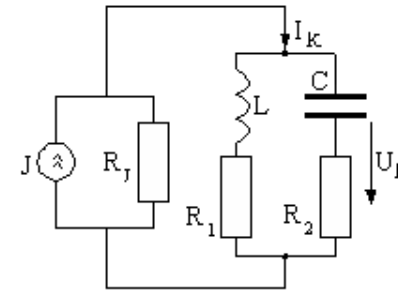


Рис. 13.2

Вычисления проведите для двух значений сопротивления R_J , равных:

$$R_J' = (G/4(N+G)) \cdot (L/RC),$$

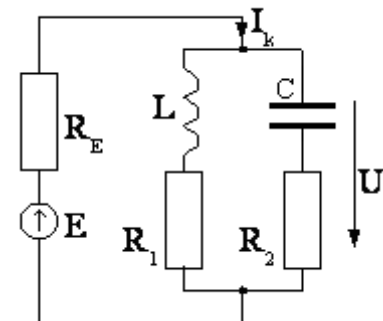
$$R_J'' = (3/G(N+3)) \cdot (L/RC).$$

Присмотритесь к построенным кривым - как влияет внутреннее сопротивление источника сигнала на частотную избирательность цепи.

Вычислите амплитуды резонансных напряжений U_{k0}' и U_{k0}'' на контуре при двух указанных значениях R_J .

Величину $d = 1000(U_{k0}' / U_{k0}'')$ введите в АКОС-1.

Задача 13.3 (2 балла). Определите коэффициент передачи по напряжению $H = \frac{U_{k0}}{E}$



цепи рис. 13.3 на резонансной частоте при питании параллельного контура с параметрами, указанными в задаче 13.1, от источника гармонической ЭДС с амплитудой E и внут-

ренним сопротивлением, равным

Рис. 13.3

$$R = (5 + 0,01 \text{ NG}) \text{ кОм.}$$

Значение 1000 Н занесите в

АКОС.

122

Задача 13.4 (2 балла). В сложном параллельном контуре рис. 13.4 укажите, как следует разделить общую индуктивность L между ветвями (L_1 и L_2), чтобы согласовать его резонансное сопротивление Z_{k0}'' с сопротивлением источника R_E для обеспечения передачи максимальной мощности от источника в контур.

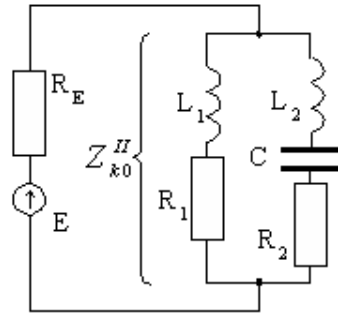


Рис. 13.4

Параметры контура

возьмите из задачи 13.1, величину R_E - из задачи 13.3.

Определите коэффициент включения контура

$$p = \frac{L_1}{L}$$

и введите значение $1000 \cdot p$ в АКОС для проверки.

Задача 13.5 (2 балла). Применительно к одиночному колебательному контуру (рис.13.5,а) и к системе из двух аналогичных связанных контуров (рис.13.5,б) при факторе связи $A=1$ рассчитайте и постройте зависимости $h(\delta)$, где h - приведенный коэффициент передачи контура по напряжению, определяемый равенством

$$h = \frac{U_2(\delta)}{U_2(0)},$$

δ - относительная расстройка, равная

$$\delta = \Delta\omega / \omega_0 = (\omega - \omega_0) / \omega_0,$$

$\Delta\omega$ - абсолютная расстройка.

Вычисления проведите в диапазоне значений δ от -0,02 до +0,02 с шагом 0,0002.

Примите индивидуально $Q = 80(1 + (-1)^N N / (15 + N + G))$.

123

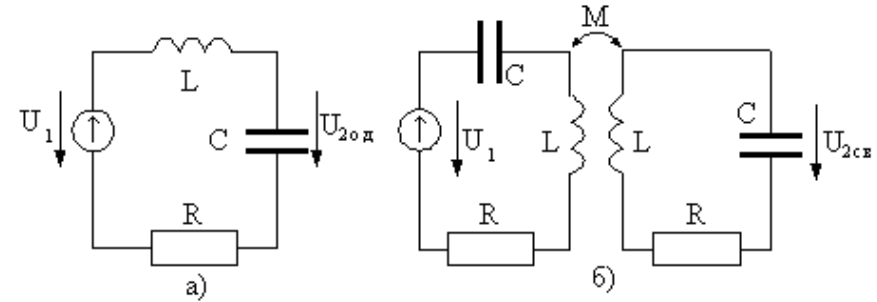


Рис. 13.5

Сравните между собой по форме полученные характеристики с точки зрения избирательности. Какая из них обеспечивает большую равномерность коэффициента передачи в полосе пропускания и большее ослабление сигнала за ее пределами?

Найдите при $\delta = 0,001(5 + N + G)$ значения приведенного коэффициента передачи одиночного контура $h_{од}(\delta)$ и связанных контуров $h_{св}(\delta)$ и их отношение $\alpha = h_{од}(\delta) / h_{св}(\delta)$.

Величину $1000 \cdot \alpha$ введите в АКОС.

Задача 13.6 (2 балла). Для системы из двух идентичных связанных контуров (рис.13.5,б) рассчитайте и постройте зависимость приведенного коэффициента передачи $h_{св}(\delta)$ от относительной расстройки δ при факторе связи

$$A = (1,3 + 0,01 \text{ NG})$$

в том же масштабе, что и в задаче 13.5. Величину добротности возьмите из предыдущей задачи.

Определите, чему равен коэффициент передачи $h_{ce}(\delta)$ при относительной расстройке $\delta = 0,001 N$ (14-G). Величину $10000 \cdot h_{ce}(\delta)$ внесите в АКОС для проверки.

124

ТЕМА 14. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЧЕТЫРЕХ-ПОЛЮСНИКОВ И ФИЛЬТРЫ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

14.1. Дайте определение четырехполюсника. Как он изображается графически, как задаются положительные направления токов и напряжений?

14.2. Какими системами параметров описывается четырехполюсник?

14.3. Запишите систему уравнений четырехполюсника для А-параметров. Как они определяются расчетным путем и экспериментально, каков их физический смысл?

14.4. Как выражаются через А-параметры комплексные коэффициенты передачи четырехполюсника по току и напряжению?

14.5. Дайте определение меры передачи (постоянной распространения) и затухания четырехполюсника.

14.6. Что представляют собой характеристические сопротивления четырехполюсника, как они выражаются через А-параметры?

14.7. Запишите системы уравнений четырехполюсника для Z, Y и H -параметров. Как они определяются расчетным путем и экспериментально, каков их физический смысл?

14.8. Что представляет собой частотный фильтр, какими свойствами он обладает? Приведите примеры различных типов частотных фильтров.

14.9. Рассмотрите сложные реактивные частотные фильтры, из каких звеньев они состоят?

14.10. Рассмотрите характеристики затухания простейших Т-образных реактивных звеньев ФНЧ и ФВЧ. Какими выражениями они определяются?

14.11. Как определяется частота среза реактивного Т-образного звена?

125

ЗАДАЧИ

14.1 (2 балла). В результате измерений (опытов холостого хода и короткого замыкания), выполненных на четырехполюснике (рис.14.1), получены данные, приведенные в таблице 14.1.

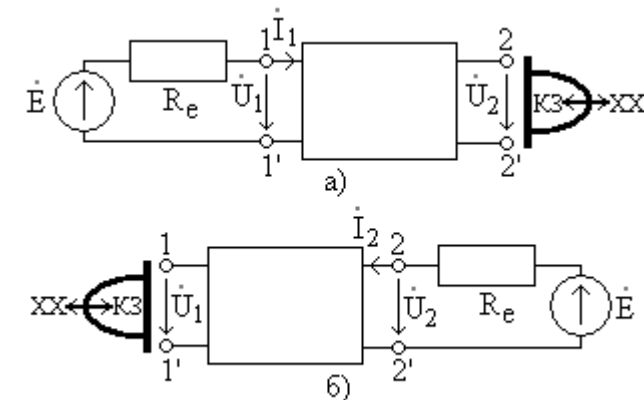


Рис.14.1

Условия опыта	\dot{U}_1 В	\dot{U}_2 В	\dot{I}_1 мА	\dot{I}_2 мА
Клеммы 2-2' разомкнуты (XX)	$-0,01N + j0,001GN^2$	$j0,001N^2$	jN	0
Клеммы 2-2' замкнуты	0,5N	0	$1,5N + j0,5N^2$	$-0,5NG +$

ты (КЗ)				+j2,5N
Клеммы 1-1' разомкнуты (XX)	0,001GN ²	J0,01NG ²	0	NG
Клеммы 1-1' замкнуты (КЗ)	0	10	-10G+j50	10+j20

126

Если Ваш номер четный, исходя из опытных данных определите Y - параметры рассматриваемого четырехполюсника и составьте матрицу Y-параметров $\|Y\|$ в форме

$$\|Y\| = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}, \quad |Y| = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}.$$

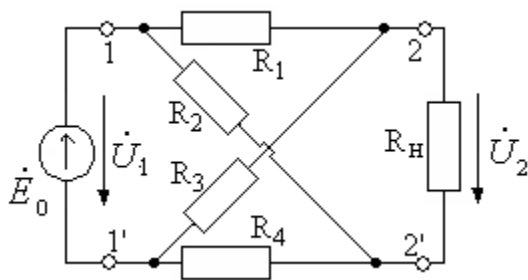
Вычислите модуль определителя матрицы $|Y|$ (в миллисименсах в квадрате) и внесите его значение в АКООС для проверки.

Если Ваш номер нечетный, исходя из опытных данных определите Z - параметры рассматриваемого четырехполюсника и составьте матрицу Z-параметров $\|Z\|$ в форме

$$\|Z\| = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}, \quad |Z| = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}.$$

Вычислите модуль определителя матрицы Z -параметров (в килоомах в квадрате) и внесите его значение в АКООС для проверки.

14.2. (2 балла) Если Ваш но-



мер нечетный, найдите расчетным путем Y-параметры мостового (рис.14.2) четырехполюсника, а если четный - найдите его Z-параметры при следующих данных:

$$R1 = 10 \text{ G Ом}; \quad R2 = (200 + (-1)^N 3N) \text{ Ом}; \\ R3 = (200 + (-1)^N 3N) \text{ Ом}; \quad R4 = 10 \text{ G Ом}.$$

127

Вычислите определитель $|Y|$ (в миллисименсах в квадрате) или $|Z|$ (в омах в квадрате) и внесите его в АКООС для проверки.

14.3. (2 балла) Определите непосредственно по схеме цепи или по формулам пересчета одних параметров в другие (их можно найти в учебниках) A-параметры цепи (рис.14.2). Используя найденные значения A-параметров, получите расчетную формулу для определения входного сопротивления цепи $Z_{вх}$ при произвольной нагрузке R_N .

Для исходных данных из задачи 14.2 вычислите входное сопротивление цепи при следующем значении R_N :

$$R_N = (400 + (-1)^N 10 N + 10 G) \text{ Ом}.$$

Внесите полученное значение $Z_{вх}$ (в омах) в АКООС для проверки.

14.4. (2 балла) Определите методом теории четырехполюсников коэффициент передачи цепи (рис.14.2) по ее A-параметрам. Найдите напряжение на нагрузке U_2 при следующих данных:

$$U1 = (20 G + 10 N) \text{ В}, \quad R_N = (200 + 3 N) \text{ Ом}, \quad (N\text{-четное});$$

$$U1 = (100 - 2 N) \text{ В}, \quad R_N = (100 + 10 N G) \text{ Ом}, \quad (N\text{-нечетное}).$$

Данные цепи возьмите из задачи 14.2. Полученное значение U_2 в вольтах введите в АКООС.

14.5. (2 балла) Применительно к T-образному симметричному четырехполюснику (рис.14.3а), если Ваш номер чет-

ный, и к П-образному симметричному четырехполюснику (рис.14.3б), если номер нечетный, определите, при каком сопротивлении нагрузки $Z_2=Z_C$ входное сопротивление четырехполюсника $Z_{ВХ}=Z_C$, Z_C – характеристическое сопротивление четырехполюсника. Примите

$$Z_1 = (30 + (-1)^N \cdot 0.5 N) \text{ Ом}, \quad Z_2 = (90 + 5 G + N) \text{ Ом}.$$

128

Найденные значения Z_C в омах внесите в АКОС.

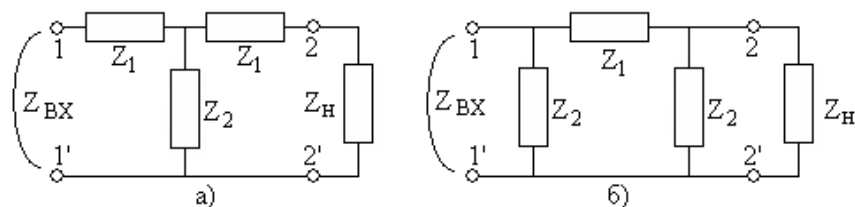


Рис.14.3

14.6. (2 балла). При четном N определите граничную частоту ω_{CP} (частоту среза) реактивного фильтра нижних частот (рис.14.4а), а при нечетном N - граничную частоту фильтра верхних частот (рис.14.4б) при следующих данных:

$$L1 = 0.01 N G \text{ Гн}, \quad L2 = (0.5 + 0.05 N G) \text{ Гн}, \\ C1 = (300 + (-1)^N (N + G)) \text{ нФ}, \quad C2 = (N + G) \text{ мкФ},$$

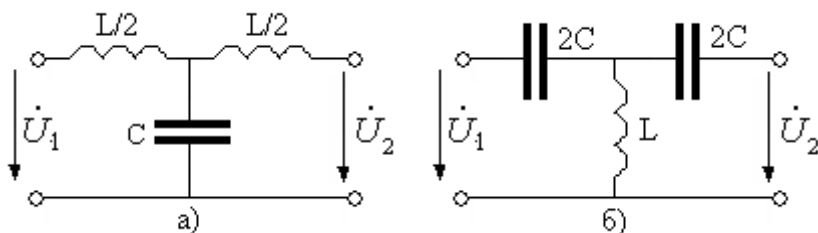


Рис. 14.4

Рассчитайте и постройте в масштабе характеристику затухания фильтра $a = (W/W_{cp})$. Определите значения затухания фильтра a_1 (децибел) и a_2 (децибел) на частотах:

$$W/W_{cp} = 1 + 0.001 G N, \quad W/W_{cp} = 1.4 - 0.01(N + G) \text{ для четных } N, \\ W/W_{cp} = 0.9 + 0.002 N, \quad W/W_{cp} = 1 - 0.01 G \text{ для нечетных } N,$$

сложите их и $a = 10 (a_1 + a_2)$ внесите в АКОС для проверки.

129

ТЕМА 18. ЧАСТОТНЫЕ СПЕКТРЫ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

18.1. Запишите выражения для ряда Фурье и коэффициентов разложения периодического сигнала. Дайте определение спектров амплитуд и фаз.

18.2. Определите спектры амплитуд и фаз периодической последовательности прямоугольных импульсов, постройте их графики.

18.3. Как влияют на спектры амплитуд амплитуда, длительность и период последовательности прямоугольных импульсов?

18.4. Запишите ряд Фурье в комплексной форме и формулы для вычисления коэффициентов разложения. Как определяются комплексные амплитуды гармоник сигнала?

18.5. Определите комплексные амплитуды гармоник периодической последовательности прямоугольных импульсов. Как определяются при этом спектры амплитуд и фаз?

18.6. Сформулируйте теорему запаздывания. Как влияет временная задержка сигнала на его спектры амплитуд и фаз?

18.7. Как сказывается на спектральных свойствах сигнала его симметрия (четность или нечетность), как можно практически использовать эти результаты?

18.8. Что представляет собой ширина спектра сигнала, как она определяется, что характеризует? Как влияют на ши-

рину спектра параметры прямоугольных импульсов? Каковы инженерные оценки ширины спектра импульсных сигналов?

18.9. Как в инженерной практике может использоваться ширина спектра сигнала? Как она должна соотноситься с полосой пропускания тракта обработки сигнала?

130
ЗАДАЧИ

18.1. (1 балл). Дано гармоническое колебание, определяемое выражением $u(t)=U\cos(\omega t-\psi)$. Изобразите это колебание в масштабе посредством двух спектральных линий $U(\omega)$ и $\psi(\omega)$ на двух графиках спектров амплитуд и фаз соответственно, при следующих данных:

$$\omega = 2 \cdot \pi (15 + 2N + 2G) \text{ рад/с,}$$

$$\psi = 4,2N \text{ рад, } U = 8(N + 2G) \text{ В.}$$

Результат в АКОС не вводится, а предъявляется для проверки преподавателю на практическом занятии.

18.2. (1 балл). Определите путем простого тригонометрического преобразования, на какие составляющие (спектр амплитуд) можно расчленить колебание (рис.18.1), выражаемое равенством

$$u(t) = U \cos^2(\omega t - \psi)$$

при данных задачи 18.1. Колебание образуется при возведении гармонической функции в квадрат, что в радиотехнических цепях и автоматике достигается посредством электронных устройств.

Найдите и представьте спектр амплитуд данного колебания в графическом виде путем разложения его на составляющие. Значения частоты ω_2 (радиан делить на секунду) и амплитуды U_2 (вольт) второй

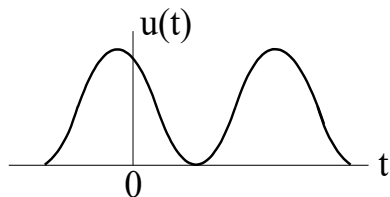


Рис. 18.1

гармоники колебания рис.18.1 введите в АКОС.

18.3. (3 балла). Найдите, воспользовавшись формулами Фурье, выражения для определения постоянной составляющей и амплитуд гармоник одного из процессов, представленных на рис.18.2, в соответствии с Вашим номером N.

131

Определите численно по найденным Вами выражениям постоянную составляющую и амплитуды восьми первых гармонических составляющих процесса. Представьте спектр амплитуд в графическом виде.

$$N = 1,2,3,4 \quad i(t) = \begin{cases} I \cos(\omega t) & \text{при } -T/4 \leq t \leq T/4, \\ 0 & \text{при } -T/2 < t < -T/4, T/4 < t < T/2. \end{cases}$$

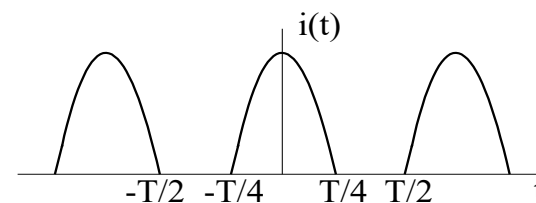


Рис.18.2а

$$N = 5,6,7,8 \quad i(t) = \begin{cases} I \sin(\omega t) & \text{при } 0 \leq t \leq T/2, \\ 0 & \text{при } T/2 < t < T. \end{cases}$$

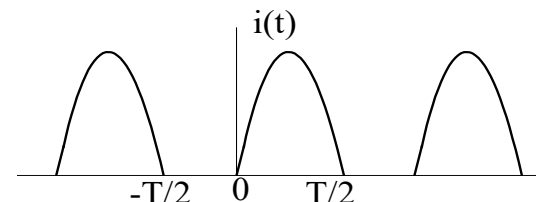


Рис.18.2б

$$N = 9,10,11,12 \quad i(t) = \begin{cases} I(1 + \sin(\omega t)) & \text{при } -T/2 \leq t \leq 0, \\ I & \text{при } 0 < t < T/2. \end{cases}$$

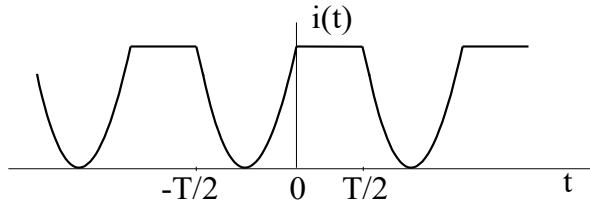


Рис.18.2в
132

$$N = 13,14,15,16 \quad i(t) = \begin{cases} I(1 - \cos(\omega t)) & \text{при } -T/4 \leq t \leq T/4, \\ I & \text{при } -T/2 < t < -T/4, T/4 < t < T/2 \end{cases}$$

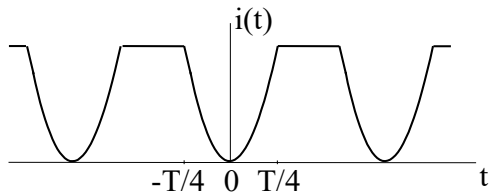


Рис.18.2г

$$N = 17,18,19,20 \quad i(t) = I \cos(\omega t / 2) \text{ при } -T/2 \leq t \leq T/2.$$

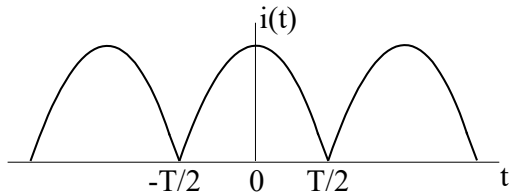


Рис.18.2д

$$N = 21,22,23,24 \quad i(t) = I(1 - \cos(\omega t / 2)) \text{ при } -T/2 \leq t \leq T/2.$$

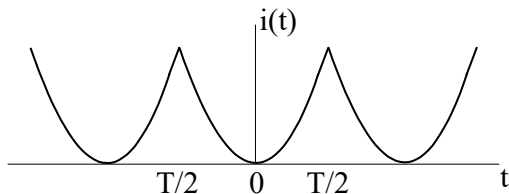


Рис.18.2е

$$N = 25,26,27,28 \quad i(t) = I \sin(\omega t / 2) \text{ при } 0 \leq t \leq T.$$

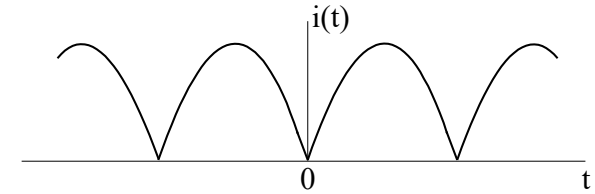


Рис.18.2ж

$$N = 29,30,31,32 \quad i(t) = I(1 - \sin(\omega t / 2)) \text{ при } 0 \leq t \leq T.$$

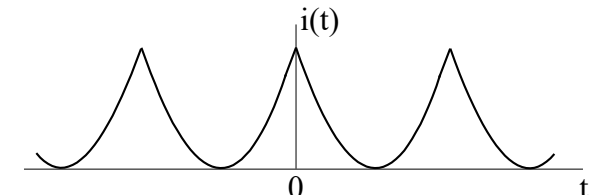


Рис.18.2з

Параметры сигнала примите равными:

$$\omega = 2 \cdot \pi (15 + 2N + 2G) \text{ рад/с, } I = (8NG + 5) \text{ А.}$$

Вычислите с проверочной целью сумму амплитуд второй и третьей гармоник (в амперах) $S = I_2 + I_3$ и внесите эту величину для проверки в АКОС.

18.4 (3 балла). Найдите выражение для спектра амплитуд колебания треугольной (пилообразной) формы на рис.18.3:

для $N = 1, 2, 5, 6, 9, 10, 13, 14, 17, 18, 21, 22, 25, 26, 29, 30$

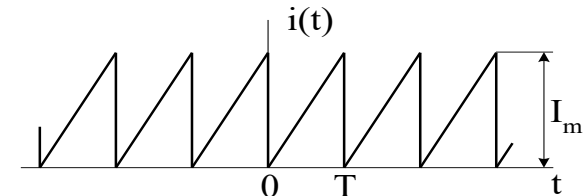


Рис.18.3а

для $N = 3, 4, 7, 8, 11, 12, 15, 16, 19, 20, 23, 24, 27, 28, 31, 32$

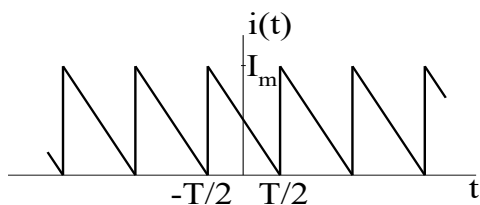


Рис.18.36

134

Представьте спектр амплитуд в графическом виде при следующих данных:

$$I = (2N + 3G) \text{ А}, \quad T = (N + 3) \text{ мс.}$$

Определите суммарную мощность постоянной составляющей и первых двух гармоник,

$$P = P_0 + P_1 + P_2,$$

в предположении, что ток течет через сопротивление 1 Ом. Значение P в ваттах введите в АКОС.

18.5. (2 балла). Отберите в соответствии с Вашим номером N одно из двух колебаний прямоугольной формы, представленных на рис.18.4,а,б, при следующих данных: E = 12 В, T = 1 с, $\tau = 0,2$ T.

При четном N
$$u(t) = \begin{cases} E & \text{при } 0 \leq t \leq \tau, \\ 0 & \text{при } \tau < t < T. \end{cases}$$

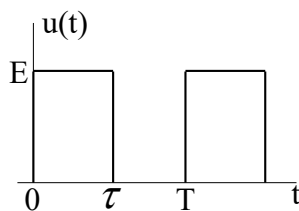


Рис.18.4а

При нечетном N
$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq t \leq \tau, \\ E & \text{при } \tau < t < T. \end{cases}$$

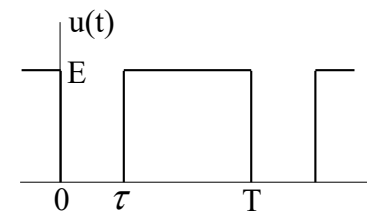


Рис.18.4б

135

Положим, что это колебание подается на вход идеального фильтра нижних частот с равномерной амплитудно-частотной характеристикой $H(\omega) = 1$ в полосе пропускания (рис.18.5).

Определите и представьте в графическом виде спектры амплитуд колебаний на входе и на выходе фильтра при его граничной частоте

$$\omega_{гр} = 2 \cdot \pi (N + G + 0,5) \text{ рад/с.}$$

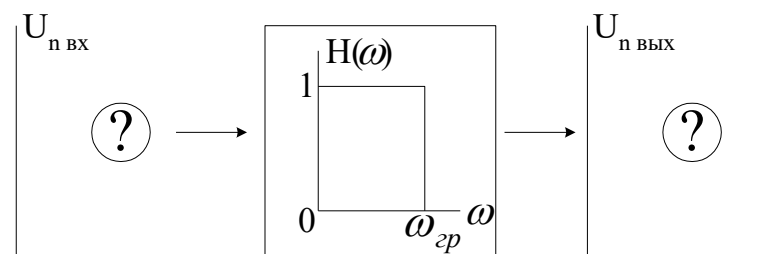


Рис.18.6

Укажите, чему равна амплитуда крайней справа, прошедшей через фильтр гармонической составляющей и внесите ее значение (в милливольтгах) для проверки в АКОС.

18.6 (2 балла). Напишите выражение для спектральной плотности процесса (рис.18.5) из задачи 18.5. Нанесите кривую спектральной плотности на бумагу в том масштабе по оси частот, который был выбран в предыдущей задаче при изображении спектров.

Найдите спектральную плотность $F(\omega)$ в милливольтгах умножить на секунду при частоте $\omega = \pi(N + G)$ рад/с и внесите ее для проверки в АКОС.

ТЕМА 19. ЧАСТОТНЫЕ СПЕКТРЫ НЕПЕРИОДИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

19.1. Почему нельзя описывать спектры непериодических сигналов с помощью ряда Фурье?

19.2. Запишите прямое и обратное преобразования Фурье. Как осуществляется переход от ряда Фурье к преобразованию Фурье? Каков физический смысл полной комплексной спектральной плотности?

19.3. Как определяя плотность амплитуд и спектр фаз непериодического сигнала, каков их физический смысл и размерность?

19.4. Опишите влияние симметрии сигнала на свойства полной комплексной спектральной плотности, спектров амплитуд и фаз.

19.5. Рассмотрите пример расчета спектров амплитуд и фаз одиночного прямоугольного импульса, показанного на рис. 19.1. Постройте их графики.

19.6. Как определяется ширина спектра одиночного импульса? Как проводится инженерная оценка его ширины спектра?

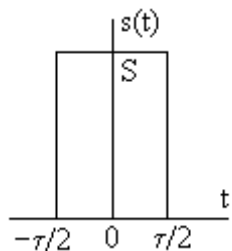


Рис. 19.1

ЗАДАЧИ

19.1.(2 балла). Спектр импульса прямоугольной формы (рис.19.2,а), определяется комплексной спектральной плотностью

$$F_1(j\omega) = \frac{2E}{\omega} \sin \frac{\omega\tau}{2},$$

137

где $\tau = 1$ мс - длительность импульса и $E = 3$ В – его амплитуда.

Модуль и аргумент спектральной плотности выражаются равенствами:

$$F_1(j\omega) = \frac{2E}{\omega} \left| \sin \frac{\omega\tau}{2} \right|, \quad \psi_1(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{при } \frac{4\pi}{\tau} \leq \omega \leq \frac{2\pi}{\tau}(1 + 2k), \\ \pi & \text{при } \frac{2\pi}{\tau}(1 + 2k) \leq \omega \leq \frac{4\pi}{\tau}(1 + k), \end{cases}$$

где k - целое число.

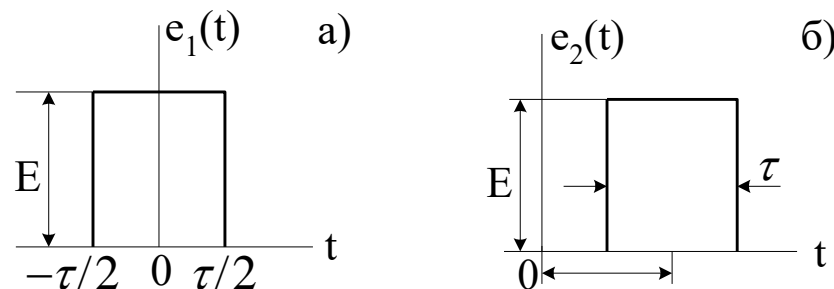


Рис.19.2

Зависимости их значений от частоты приведены в графическом виде на рис.19.3.

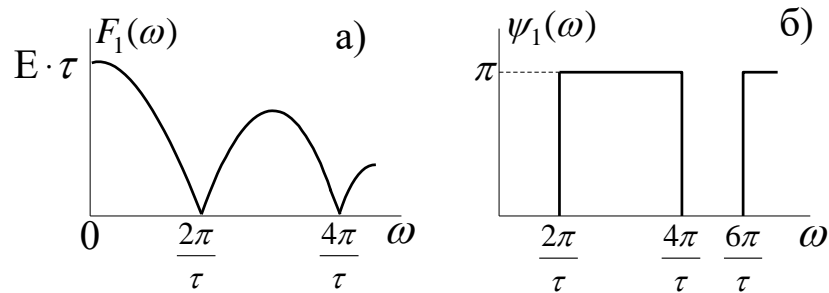


Рис.19.3

138

Первая кривая показывает, как зависит от частоты спектральная плотность амплитуд, вторая - спектр фаз импульса рис.19.2а.

Воспользовавшись теоремой сдвига, определите комплексную спектральную плотность $F_2(j\omega)$ импульса (рис.19.2б), сдвинутого на Δt относительно исходного.

Величину Δt примите равной $\Delta t = (N + 4 G) / 10$ мс, $\tau = 1$ мс.

Найдите модуль и аргумент спектральной плотности смещенного импульса $e_2(t)$ (рис.19.2б), представьте их в графическом виде, подобно рис.19.3, и сопоставьте полученные результаты. Зафиксируйте с необходимыми объяснениями, какие изменения произошли в спектрах за счет смещения импульса во времени.

Определите в интервале от 0 до 2π значение спектра фаз $\psi(\omega)$ импульса $e_2(t)$ на частоте $\omega = 100 (70 + (-1)^N \cdot N)$ рад/с, и занесите значение $1000 \cdot \psi(\omega)$ в радианах в АККОС.

19.2. (2 балла). Увеличьте длительность (ширину) импульса (рис.19.2а) в k раз, приняв $k = (100 - N - 4 G) / 10$.

Рассчитайте и постройте кривую спектральной плотности амплитуд $F_k(\omega)$ для импульса длительностью $\tau_k = k\tau$, где $\tau = 1$ мс. Опишите в тетради, какое изменение претерпел

спектр исходного импульса (рис.19.2а) при увеличении его длительности.

Определите значение спектральной плотности амплитуд расширенного импульса на частоте ω из задачи 19.1, занесите величину $F_k(\omega)$ (микровольт умножить на секунду) для проверки в АККОС.

19.3. (2 балла). Найдите, воспользовавшись теоремой сложения, комплексную спектральную плотность пары импульсов (рис.19.4) с параметрами, указанными для первого и второго импульсов в задаче 19.1 (рис.19.2а и рис.19.2б соответственно).

139

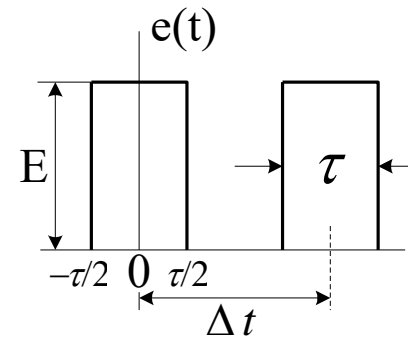


Рис. 19.4

Представьте функцию $F(\omega)$ в графическом виде. Определите значение $F(\omega)$ (микровольт умножить на секунду) на частоте ω из задачи 19.1 и внесите его в АККОС для проверки.

19.4. (2 балла). Определите спектральную плотность одного из импульсов экспоненциальной формы (рис.19.5) в зависимости от Вашего N при $I = (0,1 G) A$, $d = 1000 G 1/c$.

$N = 1 - 8$

$N = 9 - 16$

$$i(t) = \begin{cases} I \cdot \exp(-d \cdot t) & \text{при } t \geq 0, \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases} \quad i(t) = \begin{cases} I \cdot \exp(d \cdot t) & \text{при } t \leq 0, \\ 0 & \text{при } t > 0. \end{cases}$$

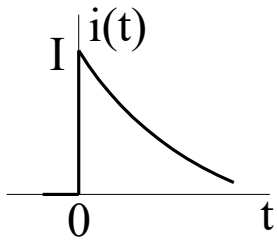


Рис.19.5а

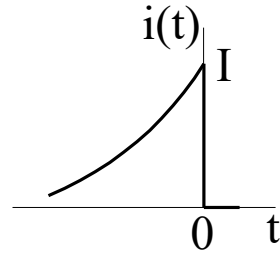


Рис.19.5б

140

$$N = 17 - 24$$

$$i(t) = \begin{cases} -I \cdot \exp(-dt) & \text{при } t \geq 0, \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases} \quad i(t) = \begin{cases} -I \cdot \exp(d \cdot t) & \text{при } t \leq 0, \\ 0 & \text{при } t > 0. \end{cases}$$

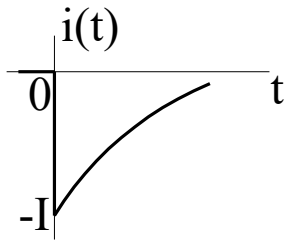


Рис.19.5в

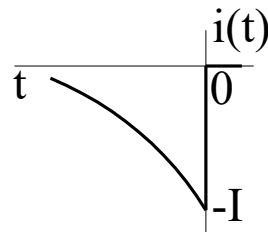


Рис.19.5г

Постройте график $F(\omega)$. Рассчитайте и постройте кривую зависимости спектральной плотности энергии $G(\omega) = \frac{1}{\pi} F^2(\omega)$ от частоты. Поместите графики $F(\omega)$ и $G(\omega)$ для удобства сравнения один под другим при одинаковом масштабе по оси абсцисс.

Найдите значение спектральной плотности энергии $G(\omega)$ на частоте $\omega = 1000 (12 + 0,2 N (-1)^N)$ рад/с. Внесите величину $G(\omega)$ (микроампер в квадрате умножить на секунду в квадрате) для проверки в АКОС.

19.5.(2 балла). Определите, исходя из спектральной плотности энергии $G(\omega)$, найденной в предыдущей задаче, энергию импульса (рис.19.5).

Найдите полосу частот (ширину спектра) Π , в которой сосредоточено $(80 + 0,3N)$ процентов энергии импульса. Значение $0,03 \cdot \Pi$ в радианах, деленных на секунду, внесите для проверки в АКОС.

141

19.6.(2 балла). Найдите спектральным методом напряжение $u_2(t)$ на выходе цепи (рис.19.6,б) при скачкообразном возрастании напряжения $u_1(t)$ на ее входе от 0 до E (рис.19.6,а).

Такого рода ступенчатая функция $u_1(t)$ на входе цепи наблюдается при включении источника постоянной ЭДС и называется соответственно функцией включения. Аналитически ее записывают следующим образом:

$$u_1(t) = \begin{cases} E & \text{при } t \geq 0, \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases}$$

Комплексная спектральная плотность функции включения $u_1(t)$ определяется равенством $F_1(j\omega) = E/(j\omega)$.

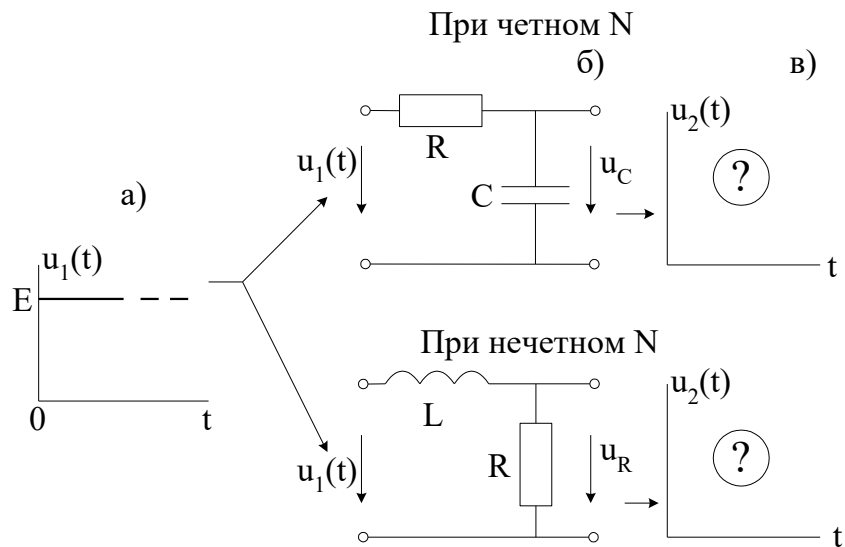


Рис.19.5

142

Определите комплексный коэффициент передачи цепи. С помощью обратного преобразования Фурье найдите выходное напряжение цепи $u_2(t)=u_C(t)$ при четном N или $u_2(t)=u_R(t)$ при нечетном N .

Справка:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{C-j\infty}^{C+j\infty} \frac{e^{j\omega t}}{j\omega(1+j\omega\alpha)} d\omega = 1 - e^{-t/\alpha}.$$

Рассчитайте и постройте кривую $u_2(t)$ при следующих значениях параметров цепи :

$$E = 30 \text{ В}, R = 1 \text{ кОм}, L = 1 \text{ мГн}, C = 1 \text{ нФ}.$$

Найдите значение напряжения $u_2(t)$ в милливольтгах на выходе цепи в момент времени $t=(0,5 N + 2 G)/40$ мкс и внесите его в АККОС для проверки.

143

ТЕМА 20. СВОБОДНЫЕ И ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЦЕПЯХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

20.1. Дайте определение переходного процесса. За счет каких запасов энергии он протекает? В чем отличие свободного процесса от переходного?

20.2. Сформулируйте законы Ома и Кирхгофа для мгновенных значений сигналов. Приведите пример формирования дифференциального уравнения цепи для цепи, показанной на рис. 19.1..

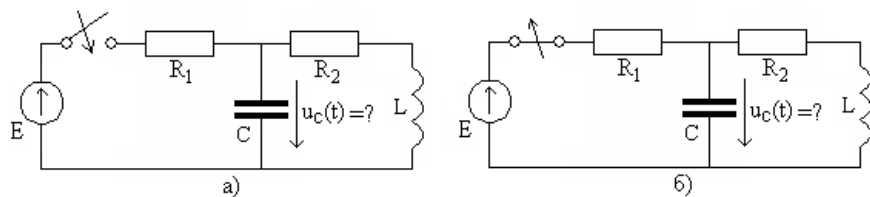


Рис. 20.1

20.3. Сформулируйте законы коммутации. Из каких соображений они вытекают, для чего используются?

20.4. Как определяются начальные условия переходного процесса? Приведите пример для цепи рис. 20.1.

20.5. Изложите общую методику решения однородного и неоднородного дифференциальных уравнений.

20.6. Как определяется свободная составляющая переходного (свободного) процесса?

20.7. Как определяется принужденная составляющая переходного процесса?

20.8. Исходя из чего определяются постоянные интегрирования дифференциального уравнения?

144
ЗАДАЧИ

20.1 (2 балла). В схеме рис.20.2 установите ключи в положения, соответствующие Вашему номеру N в списке группы, записанному в двоичной форме. Таблица перевода десятичных чисел в двоичные приведена в конце руководства.

Перечертите получившуюся схему в свою тетрадь. Ключ K5 указывает, что требуется определить студенту в данной задаче: ток в цепи $i(t)$ или напряжение $u(t)$ на элементе с индексом 2. Значения сопротивлений, емкостей, индуктивностей и данные источников примите равными:

$$R_e = 2 \text{ кОм}, \quad R_i = 1 \text{ кОм}, \\ R_1 = 2(3 + (-1)^N)/G \text{ кОм}, \quad R_2 = (3 - (-1)^N)/G \text{ кОм},$$

$$C_1 = (1 + N/20) \text{ мкФ}, \quad C_2 = (4 - N/20) \text{ мкФ}, \\ L_1 = (G + 3) \text{ Гн}, \quad L_2 = (5 + N/10) \text{ Гн}.$$

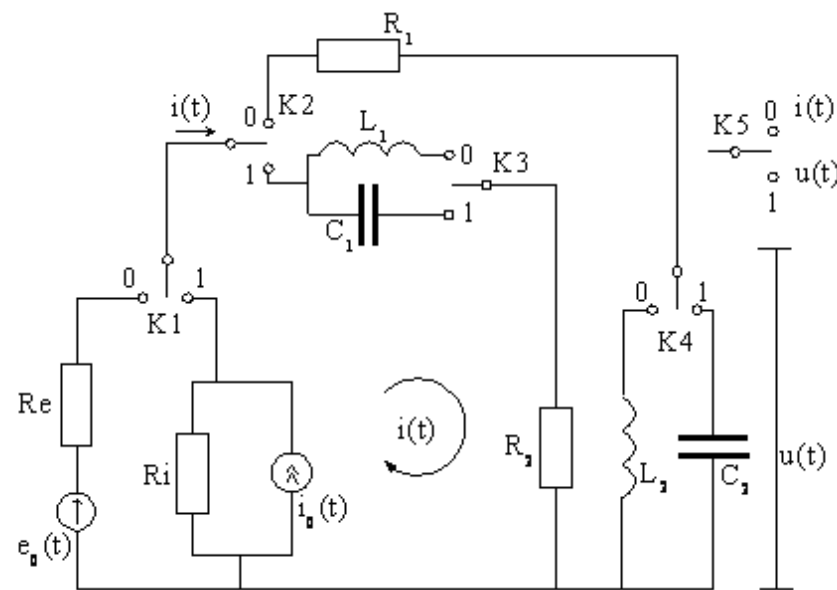


Рис.20.2

145

Предположите, что источник постоянной ЭДС $e_0(t)=E_0$ или источник постоянного тока $i_0(t)=I_0$ в момент $t=0$ выключился, как это изображено на диаграммах (рис.20.3а и б).

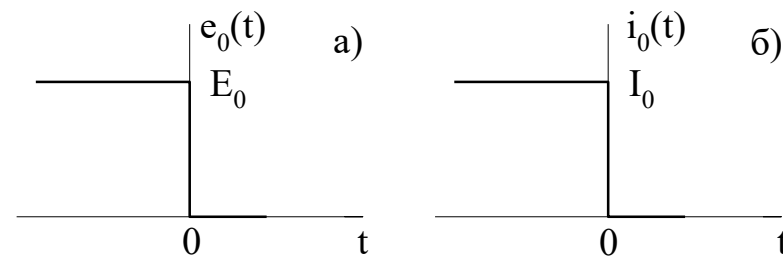


Рис. 20.3

Примите: $E_0 = (15 + (-1)^N \text{ Г}) \text{ В}$, $I_0 = (15 - (-1)^N \text{ Г}) \text{ мА}$.

В цепи возникает свободный процесс за счет энергии, накопленной в индуктивности или емкости.

1. Определите начальные условия - ток через индуктивность или напряжение на емкости при $t=0$.

2. Составьте дифференциальное уравнение цепи и найдите его общее решение применительно к $i(t)$ или $u(t)$ с конкретными данными Вашей цепи.

3. Получите выражения для процессов $i(t)$ или $u(t)$ в зависимости от положения ключа К5.

4. Представьте процесс $i(t)$ или $u(t)$ в графическом виде в масштабе, построив его "по точкам".

5. Найдите значение тока $i(t=t_1)$ в микроамперах или напряжения $u(t=t_1)$ в милливольтмах при $t_1 = (100N + 200G)$ мкс.

Внесите значение $i(t_1)$ или $u(t_1)$ в АКООС для проверки.

20.2. (1 балл). Вычислите постоянную времени Вашей цепи τ в микросекундах, нанесите точку, соответствующую постоянной времени, на график процесса в Вашей цепи. Проверьте, соответствует ли уменьшение напряжения или тока по истечении времени $t=\tau$ величине, предсказываемой теорией. Внесите полученное значение τ в АКООС для проверки.

146

Задача 20.3. (3 балла). Определите переходной процесс $i(t)$ или $u(t)$ в цепи (рис.20.2) в соответствии с положением К5 при **включении** источника ЭДС или тока в момент $t=0$, как показано на рис.20.4, при нулевых начальных условиях. Значения параметров цепи возьмите из задачи 20.1.

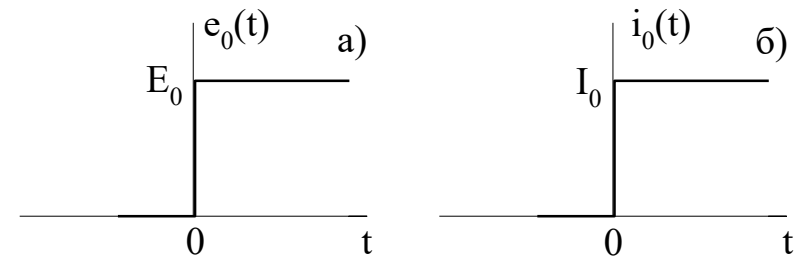


Рис.20.4

Представьте процесс в графическом виде, построив его в масштабе по точкам.

Найдите значения $i(t=t_2)$ или $u(t=t_2)$ при $t_2=t_1$ из задачи 20.1. Отметьте точку на чертеже. Внесите значения $i(t_2)$ в микроамперах или $u(t_2)$ в милливольтмах в АКООС для проверки.

20.4 (3 балла). Определите, используя полученные выше результаты, какой вид имеет ток $i(t)$ или напряжение на выходе цепи $u(t)$ при воздействии на цепь импульса ЭДС $e_0(t)$ или тока $i_0(t)$ длительностью $t_u=t_1 = (100N + 200G)$ мкс, показанного на рис.20.5, а, б.

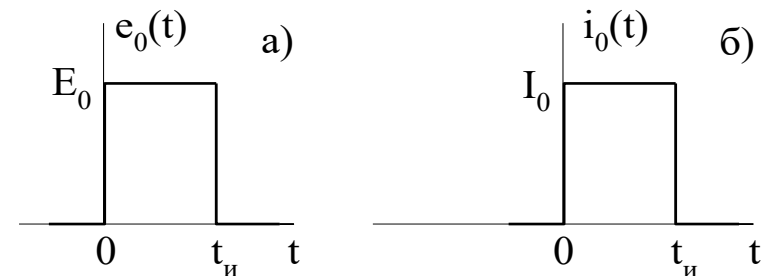


Рис.20.5

147

Представьте импульсы $i(t)$ и $u(t)$ в графической форме. Найдите значения $i(t=t_3)$ в микроамперах или $u(t=t_3)$ в милливольтмах при $t_3 = 2t_1$. Значение $i(t_3)$ или $u(t_3)$ (в зависимости от положения ключа К5) внесите в АКООС для проверки.

Задачу решите методом сложения реакций цепи на включение (в момент $t=0$) и выключение источника (в момент

$t = t_u$), то есть представив импульс рис.20.5 в виде суммы двух сигналов $s_1(t)$ и $s_2(t)$, показанных на рис.20.6.

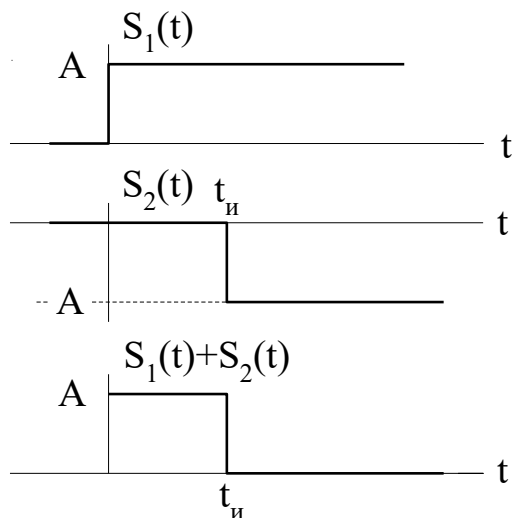


Рис.20.6

20.5 (2 балла). Определите, по какому закону будет изменяться напряжение на конденсаторе $u_C(t)$ в цепи (рис.20.7), подсоединенной к источнику постоянной ЭДС $E = (30 - 2G)$ В, при замыкании (для четных N) или размыкании (для нечетных N) ключа K для следующих данных цепи:

$$R_e = 1 \text{ кОм}, \quad R_1 = (6 + G - N/8) \text{ кОм}, \\ R_2 = (G + N/2) \text{ кОм}, \quad C = (10 - N/5) \text{ мкФ}.$$

148

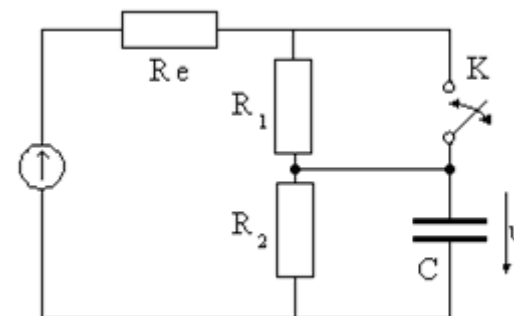


Рис. 20.7

Представьте результат в графическом виде.

Для решения задачи необходимо найти начальное значение напряжения на конденсаторе $u_C(0)$ до коммутации и определить закон изменения напряжения на нем после коммутации с учетом постоянной времени цепи после коммутации.

Определите напряжение на конденсаторе в момент $t_4=t_1$ из задачи 20.1 и занесите значение $u(t_4=t_1)$ в милливольты для проверки в АКОС.

Задача 20.6 (1 балл). Конденсатор емкостью $C = 5G$ мкФ, заряженный до напряжения 40 кВ, разряжается через сопротивление $R = (12 + (-1)^N \cdot N/5)$ МОм в цепи рис.20.7.

Определите время T , через которое конденсатор разрядится до безопасного для человека напряжения, равного 36 В. Значение T в секундах введите в АКОС.

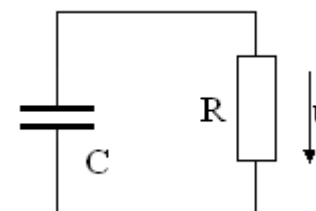


Рис.20.8

149

ТЕМА 21. СВОБОДНЫЕ И ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

21.1. Какие режимы свободных колебаний могут возникать в последовательном колебательном контуре? При каких условиях они возникают? Как это связано с корнями характеристического уравнения?

21.2 Изобразите временные диаграммы свободных процессов в колебательном контуре в каждом из режимов.

21.3. Каким выражением определяется частота свободных колебаний? Как она зависит от параметров колебательного контура r, L, C ?

21.4. По какому закону изменяется амплитуда свободных колебаний в контуре? Чему равен коэффициент затухания?

21.5. Как определяется декремент затухания и логарифмический декремент затухания? Как они зависят от параметров контура?

21.6. Как определяются коэффициент затухания и логарифмический декремент затухания экспериментально по осциллограмме?

ЗАДАЧИ

21.1 (1 балл). Составьте дифференциальные уравнения для тока $i(t)$ или напряжения на конденсаторе $u_C(t)$ в выделенных жирными линиями колебательных контурах (рис.21.1 или рис. 21.2). Определите при нижеследующих данных:

$$L = (100 + (-1)^N \cdot 2 N + 8 G) \text{ мГн},$$

$$C = (6000 - (-1)^N \cdot 50 N + 100 G) \text{ пФ},$$

$$R = (7800 + 50 N - 18 G) \text{ Ом},$$

какого рода процесс протекает в свободном от источников

контуре путем анализа корней его характеристического уравнения. В зависимости от процесса примите следующие значения индекса J :

апериодический - $J=12$,

критический - $J=1$,

колебательный - $J=-5$.

Изобразите в тетради качественно (без вычислений), какой вид имеет функция $i(t)$ или $u_C(t)$ при заданных значениях L, C и R .

Обратитесь к схемам:

- рис.21.1 - для студентов с четными значениями N ,

- рис.21.2 - для студентов с нечетными значениями N .

Определите, исходя из законов коммутации, начальные условия $u_C(0)$ в вольтах и $i_L(0)$ в амперах для своей цепи при

$$E = (400 + (-1)^N \cdot 5 N + 10 G) \text{ В},$$

$$R_1 = 10 + N \text{ Ом}, \quad R_2 = 50 - G \text{ Ом}.$$

Вычислите с проверочной целью величину

$$V = J [u_C(0) + i_L(0)]$$

и внесите ее в АКОС.

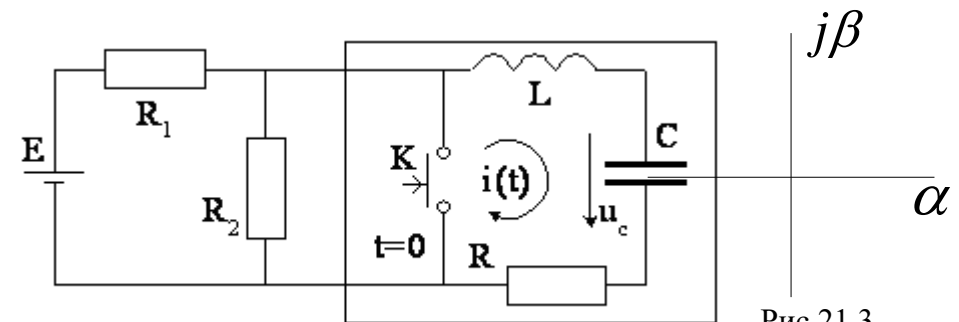


Рис.21.1

Рис.21.3

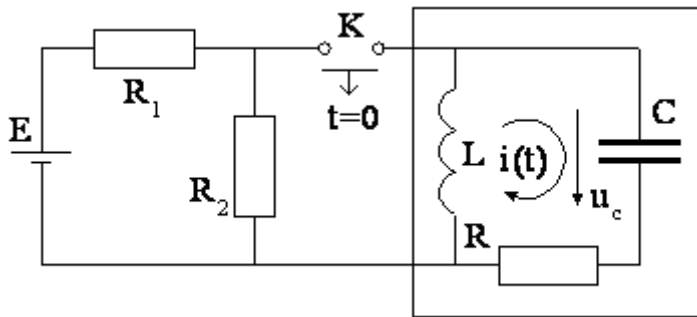


Рис.21.2

21.2 (2 балла). Примите для цепи рис.21.1 значение сопротивления потерь равным $R = (12 + 2N + (-1)^N \cdot G)$ Ом при L и C , заданных в задаче 21.1. Какого рода процесс (апериодический, колебательный) будет наблюдаться в контуре (рис.21.1) после замыкания ключа K ?

Напишите выражение для тока в контуре в рассматриваемом случае, подставьте в него все необходимые численные данные, исходя из заданных Вам параметров контура и ЭДС источника E (задача 21.1). Рассчитайте и постройте по точкам кривую $i(t)$.

Определите значение тока $i(t_1)$ в амперах в момент времени $t = (100 + (-1)^N \cdot 2N + 2G)$ мкс и внесите величину $i(t_1) \cdot 10^4$ в АКООС для проверки.

Нанесите значения корней характеристических уравнений, полученных Вами в задачах 21.1 и 21.2, в виде точек на комплексную плоскость (рис.21.3). В какой полуплоскости и на каких полуосях расположились точки? Свяжите их расположение с характером протекающих в цепи свободных процессов.

152

21.3. (2 балла). Рассчитайте и постройте в масштабе кривую изменения напряжения на емкости $u_c(t)$ контура (рис.21.1) по приближенной формуле

$$U(t) = U_{C0} e^{-\alpha t} \cos(\omega_0 t),$$

справедливой для контуров с пренебрежимо малым значением коэффициента затухания α по сравнению с резонансной частотой контура ω_0 . Для исходных данных из предыдущих задач определите:

- период затухающих свободных колебаний в контуре $T = 2\pi/\omega_0$ секунд;
- постоянную времени затухания амплитуды колебаний $\tau = 1/\alpha$ с размерностью единица, деленная на секунду;
- логарифмический декремент затухания колебательного процесса θ .

Вычислите величину, равную $D = (\theta \cdot \tau \cdot T_C) 10^{10}$ и внесите ее в АКООС для проверки.

21.4. (2 балла). Найдите, какое число n полных колебаний напряжения на конденсаторе совершается в колебательном контуре (рис.21.1) при данных L и C из задачи 21.1 и R из задачи 21.2 от начала процесса до его практически полного затухания, когда амплитуда напряжения упадет не менее чем в $10 \cdot G \cdot N$ раз. Ответьте на вопрос – число n с повышением добротности контура Q :

- увеличивается ($J=1$),
- уменьшается ($J=-1$)?

Вычислите величину, равную $H = J \cdot n$ и внесите ее для проверки в АКООС.

21.5. (2 балла). Вычислите и постройте кривую изменения напряжения на конденсаторе $u_c(t)$ при включении источника ЭДС E в контур (рис.21.4) посредством ключа K . Определите, какого уровня достигает напряжение на конденсаторе в максимуме и в какой момент времени t_1 это имеет место. Найдите произведение $G = t_1 u(t_1)$ (вольт умножить на миллисекунду) и внесите его в АКООС. Примите при вычислениях:

153

$$W = (10 + (-1)^N \cdot G + 5N) \text{ крад/с,}$$

$$\alpha = (120 - (-1)^N \cdot 2N) \text{ 1/с,}$$

$$E = (1500 + (-1)^N \cdot 20N + 10G) \text{ В.}$$

Объясните физически, за счет чего образуется выброс напряжения на конденсаторе, существенно превышающий напряжение источника E .

21.6.(2 балла). Какой вид имеет напряжение на конденсаторе $U_C(t)$ при включении в нулевой момент времени гармонической ЭДС $e(t)=E_m \cos(\omega t)$ в контур рис.21.5 (ω совпадает с резонансной частотой контура). Напишите выражение и изобразите графически огибающую процесса нарастания амплитуды напряжения на емкости в виде функции времени при следующих данных:

$$Q = (120 + (-1)^N \cdot N + 2 G),$$

$$\omega = (500 + 10 N G + (-1)^N \cdot 250) \text{ рад/с.}$$

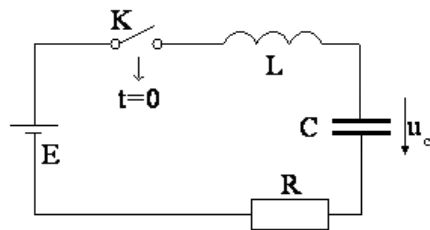


Рис.21.4

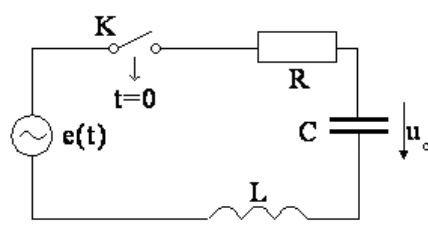


Рис. 21.5

Определите время t , по истечении которого амплитуда достигнет половины установившегося значения и внесите его в микросекундах в АКОС.

22.1. Запишите прямое и обратное преобразование Лапласа.

22.2. Как с помощью таблиц проводится преобразование Лапласа? В каком виде должно быть представлено изображение? Приведите примеры.

22.3. Сформулируйте законы Ома и Кирхгофа в операторной форме. Какими методами можно составить полную систему операторных уравнений? Приведите примеры для цепи, показанной на рис. 20.1а.

22.4. Как учитываются ненулевые начальные условия для индуктивности и емкости? Сформируйте эквивалентную схему замещения для цепи на рис. 20.1б. Запишите для нее полную систему операторных уравнений.

22.5. Как полином представляется в виде произведения простых сомножителей? Каким образом отношение двух полиномов представляется в виде суммы простых дробей?

22.6. Как связаны между собой операторный и комплексный коэффициенты передачи четырехполюсника?

ЗАДАЧИ

22.1 (3 балла) В цепи рис.22.1 при разомкнутом ключе K определите операторное выражение требуемой характеристики: входного сопротивления $Z(p)$ при четных N или входной проводимости $Y(p)$ при нечетных N .

Для расчетов примите:

$$R_1 = (2 + (-1)^N \cdot G/10) \text{ кОм}, \quad R_2 = (2 + N/10) \text{ кОм},$$

$$R_3 = (5 - N/10) \text{ кОм}, \quad R_4 = (1,5 - (-1)^N \cdot G/15) \text{ кОм},$$

$$R_5 = (3 + (-1)^N \cdot N/20) \text{ кОм}, \quad R_H = 3 \text{ кОм},$$

$$C = (60 + 2 N) \text{ нФ}, \quad L = (1,5 G) \text{ Гн}.$$

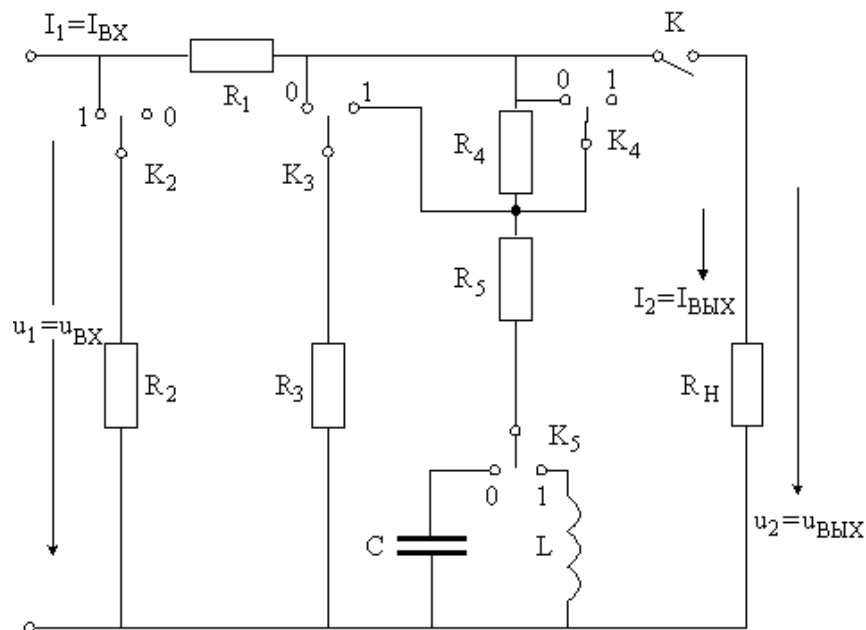


Рис.22.1

Представьте полученное операторное выражение $F(p)$ в виде

$$F(p) = A \frac{p^k + a_{k-1}p^{k-1} + \dots + a_1pa_0}{p^n + b_{n-1}p^{n-1} + \dots + b_1pb_0}$$

Значения параметра A в омах при четных N или в микросименсах при нечетных N введите в АКОС для проверки.

22.2 (3 балла) В условиях задачи 22.1 при замкнутом ключе K определите коэффициент передачи цепи по напряжению $K_u(p) = U_2(p)/U_1(p)$ для четных N или коэффициент передачи цепи по току $K_i(p) = I_2(p)/I_1(p)$ для нечетных N . Представьте полученное выражение в форме, указанной в задаче 22.1. Вычислите значения 1000A и 1000 (a_0/b_0) и внесите их в АКОС.

22.3 (2 балла) На вход цепи рис.22.1 с параметрами из задачи 22.1 при замкнутом ключе K в момент времени $t=0$ подключается идеальный источник напряжения с ЭДС $E_0 = (G+10)$ В для четных N или идеальный источник тока с током $I_0 = (G+5)$ мА для нечетных N .

Операторным методом определите зависимость от времени выходного напряжения $U_2(t)$ для четных N или тока $I_2(t)$ для нечетных N . Значение $U_2(t)$ в милливольтках или $I_2(t)$ в микроамперах при $t = (200 + (-1)^N \cdot 4N)$ мкс введите для проверки в АКОС.

Справка :

$$\frac{p+b}{p(p+a)} = \left(\frac{1}{a}\right)(b + (a-b) \cdot \exp(-at)),$$

$$\frac{1}{p(p+a)} = \left(\frac{1}{a}\right)(1 - \exp(-at)),$$

$$\frac{p+b}{p+a} = \delta(t) + (b-a) \cdot \exp(-at),$$

$\delta(t)$ - функция Дирака.

Задача 22.4 (2 балла) Определите переходную характеристику $h(t)$ цепи рис.22.1 при отключенной нагрузке R_n для четных N или подключенной нагрузке для нечетных N . Значение 10000 $h(t)$ при t из задачи 22.3 занесите в АКОС.

Задача 22.5 (2 балла) Определите импульсную характеристику $g(t)$ цепи рис.22.1 при подключенной нагрузке R_n для четных N или отключенной нагрузке для нечетных N . Значение $g(t)$ при размерности единица, деленная на секунду, в момент времени t из задачи 22.3 введите в АКОС.

Тема 23 РАСЧЕТ РЕАКЦИИ ЦЕПИ НА СЛОЖНЫЙ
ВХОДНОЙ СИГНАЛ МЕТОДОМ
ИНТЕГРАЛА ДЮАМЕЛЯ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

23.1. Запишите интеграл Дюамеля. Как с его помощью определяется реакция цепи на сложное входное воздействие?

23.2. Дайте определение переходной и импульсной характеристик. Каков их физический смысл?

23.3. Как связаны между собой переходная и импульсная характеристики цепи? Как они связаны с операторным коэффициентом передачи?

23.4. Как определяются переходная и импульсная характеристики цепи операторным методом? Приведите пример.

ЗАДАЧИ

23.1 (4 балла) Методом интеграла Дюамеля для цепи рис.22.1 (рассматривавшейся в предыдущей теме 22) при разомкнутом ключе К для четных N и замкнутом - для нечетных N определите переходную $h(t)$ и импульсную $g(t)$ характеристики, а также реакцию $U_{\text{вых}}(t)$ на входной сигнал $U_{\text{вх}}(t)$ вида:

$$U_{\text{вх}}(t) = \begin{cases} U_{\text{max}} \cdot \exp(-a \cdot t) & \text{при } t \geq 0, \\ 0 & \text{при } t < 0, \end{cases}$$

где $U_{\text{max}} = 30 + (-1)^N \cdot N/2$ В, $a = 10^4 \cdot (12 + G)$ 1/с.

Постройте графики зависимостей $h(t)$, $g(t)$ и $U_{\text{вых}}(t)$ в интервале времени от нуля до 100 мкс, проанализируйте их с физической точки зрения. Вычислите безразмерную величину $1000 h(t=0)$ и введите ее в АКОС-1. Определите выходное напряжение $U_{\text{вых}}(t)$ в милливольтгах при $t = (50 - N/2)$ мкс и внесите его для проверки в АКОС.

158

23.2 (1 балл) Определите, имеется ли скачкообразное изменение выходного сигнала $U_{\text{вых}}(t)$ в момент времени $t=0$.

Объясните причину возникновения скачка и выберите индекс ответа J_1 :

а) из-за того, что переходная характеристика скачкообразно изменяется при $t=0$ - $J_1=1$;

б) из-за того, что переходная характеристика стремится к конечному пределу при увеличении t - $J_1=2$;

в) из-за того, что импульсная характеристика отрицательна при положительных t - $J_1=3$.

Вычислите произведение $J_1 \cdot U_{\text{вых}}(t=0)$ в милливольтгах и введите его в АКОС.

23.3 (2 балла) Определите значение параметра затухания (а) входного сигнала, при котором форма выходного сигнала $U_{\text{вых}}(t)$ с точностью до постоянного множителя совпадает с формой входного сигнала $U_{\text{вх}}(t)$.

Объясните причину, по которой форма переходного процесса на выходе цепи может совпадать с формой входного воздействия, и выберите индекс ответа J_2 :

а) в цепи отсутствует свободная составляющая переходного процесса - $J_2=1$;

б) в цепи отсутствует принужденная составляющая переходного процесса - $J_2=2$;

в) форма свободной составляющей переходного процесса совпадает с формой принужденной составляющей - $J_2=3$.

Значение (J_2 :а) с размерностью единица, деленная на секунду, введите в АКОС.

Задача 23.4 (5 баллов) На вход цепи рис.22.1 поступает импульсный сигнал, показанный на рис.23.1,

$$U_{\text{вх}}(t) = \begin{cases} U_{\text{max}} & \text{при } 0 \leq t \leq T, \\ 0 & \text{при } t < 0 \text{ и } t > T. \end{cases}$$

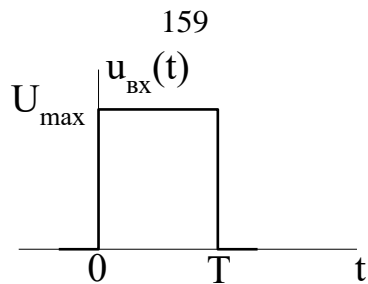


Рис.23.1

Примите $T = (60 + (-1)^N \cdot N)$ мкс, а значения U_{\max} , параметров цепи и положение ключа K возьмите из задачи 23.1.

Методом интеграла Дюамеля определите выходной сигнал $U_{\text{вых}}(t)$. Вычислите два значения выходного сигнала $U_{\text{вых}}$ и $U_{\text{вх}}$ в милливольтгах в моменты времени $t_1 = T/2$ и $t_2 = 1,2 T$ соответственно, и введите их в АКЭС-1 для проверки.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица двоичных кодов номера студента

N	N ₂	N	N ₂	N	N ₂	N	N ₂
1	00001	11	01011	21	10101	31	11111
2	00010	12	01100	22	10110	32	00001
3	00011	13	01101	23	10111	33	00010
4	00100	14	01110	24	11000	34	00011
5	00101	15	01111	25	11001	35	00100
6	00110	16	10000	26	11010	36	00101
7	00111	17	10001	27	11011	37	00110
8	01000	18	10010	28	11100	38	00111
9	01001	19	10011	29	11101	39	01000
10	01010	20	10100	30	11110	40	01001

При выборе положения ключей на схеме K_1 соответствует младшему разряду двоичного кода номера студента, а K_5 - старшему.

160 БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Попов В.П. Основы теории цепей / В.П. Попов – М.: Высш. шк., 2003. 575с.
2. Лосев А.К. Теория линейных электрических цепей / А.К. Лосев – М.: М.: Высш. шк., 1987. 512с.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения предложенных в пособии заданий студенты осваивают свойства сигналов и цепей, изучают методы расчета токов и напряжений в цепи, частотных характеристик цепи, переходных и свободных процессов. Выполнение задания предусматривает применение современных средств вычислительной техники для расчетов и схемотехнического моделирования.

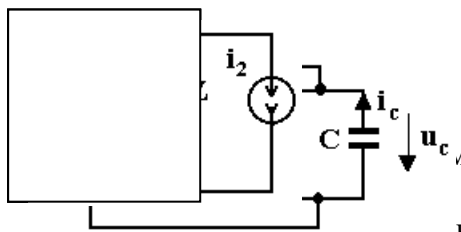
Работа по различным темам может проводиться в ходе практических занятий или в рамках самостоятельной работы студентов. Часть заданий может выполняться факультативно.

Проверка результатов решения задач осуществляется студентами самостоятельно с помощью автоматизированной контролирующей системы АКЭС.

161
СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Тема 1. Исходные понятия теории цепей, источники напряжения и тока	4
Теоретический материал	4
Контрольные вопросы	16
Задачи	19
Тема 2. Напряжения и токи в сопротивлении, индуктивности и емкости при произвольных воздействиях	23
Теоретический материал	23
Контрольные вопросы	29
Задачи	32
Тема 3. Гармоническое колебание и его параметры	39
Теоретический материал	39
Контрольные вопросы	42
Задачи	44
Тема 4. Гармонические ток и напряжение в элементах цепи и их последовательном соединении	50
Теоретический материал	50
Контрольные вопросы	57
Задачи	60
Тема 5. Параллельное соединение элементов R, L, C	66
Контрольные вопросы	66
Задачи	67
Тема 6. Метод комплексных амплитуд	72
Контрольные вопросы	72
Задачи	73
Тема 7. Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме	78
Контрольные вопросы	78
Задачи	80
Тема 8. Эквивалентные преобразования	85
Контрольные вопросы	85
Задачи	89

162	
Тема 9. Цепи с взаимной индуктивностью	95
Контрольные вопросы	95
Задачи	98
Тема 10. Расчет сложных электрических цепей	103
Контрольные вопросы	103
Задачи	106
Тема 11. Частотно-избирательные цепи первого порядка	111
Контрольные вопросы	111
Задачи	112
Тема 12. Последовательный колебательный контур	116
Контрольные вопросы	116
Задачи	117
Тема 13. Параллельный и связанные колебательные контур	120
Контрольные вопросы	120
Задачи	121
Тема 14. Основы теории четырехполюсников и фильтры ..	125
Контрольные вопросы	125
Задачи	126
Тема 18. Частотные спектры периодических процессов	130
Контрольные вопросы	130
Задачи	131
Тема 19. Частотные спектры неперiodических процессов ..	137
Контрольные вопросы	137
Задачи	137
Тема 20. Свободные и переходные процессы в цепях первого порядка	144
Контрольные вопросы	144
Задачи	145
Тема 21. Свободные и переходные процессы в колебательном контуре	150
Контрольные вопросы	150
Задачи	150



163

метод расчета переходных

.....	155
Контрольные вопросы	155
Задачи	155
Тема 23 Расчет реакции цепи на сложный входной сигнал методом интеграла Дюамеля	158
Контрольные вопросы	158
Задачи	158
Приложение. Таблица двоичных кодов номера студента	160
Библиографический список	161
Заключение	161

164

Учебное издание

Литвиненко Владимир Петрович

ПРАКТИКУМ ПО РАСЧЕТУ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

В авторской редакции

Выпускающий редактор И.В. Медведева

Компьютерный набор В.П. Литвиненко

Подписано в печать 10.04.2014.

Формат 60×84/16. Бумага для множительных аппаратов.

Усл. печ. л. 10,3. Уч.-изд. л. 8,8. Тираж 250 экз.

Зак. №

ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический
университет»

394026 Воронеж, Московский просп., 14

