ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»

Кафедра физики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к теоретическим и практическим материалам по теме «Интерференция света» для студентов всех технических направлений и специальностей очной формы обучения

Воронеж 2018

Составители: канд. физ.-мат. наук Н.В. Агапитова, д-р физ.-мат. наук А.В. Бугаков

Методические указания к теоретическим и практическим материалам по теме «Интерференция света» для студентов всех технических направлений и специальностей очной формы обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост. Н.В. Агапитова, А.В. Бугаков. Воронеж, 2018. 49 с.

Методические указания содержат необходимый теоретический материал по одному из важных вопросов курса общей физики «Интерференция света». Рассматриваются основные случаи интерференции и расчет интерференционных картин. Предложены примеры решения задач и набор задач для самостоятельного решения.

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле интерференция_2018.pdf.

Ил. 28. Библиогр.: 8 назв.

УДК 535.4 (07) ББК 22.343.4Я7

Рецензент д-р физ.-мат. наук, проф. Е.В. Шведов

Издается по решению учебно-методического совета Воронежского государственного технического университета

© ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», 2018

ПРЕДИСЛОВИЕ

В курсе общей физики одной из основных тем раздела "Волновая оптика" является "Интерференция света". Она имеет большое значение для успешного усвоения последующих разделов курса, играет фундаментальную роль в глубоком понимании физических принципов сложных вопросов прикладного характера, таких, например, как голография, высокоточная измерительная техника, лазерная техника, просветленная оптика, радиолокация и др.

В то же время, это одна из наиболее трудных для усвоения студентами тем. Решение задач является важным этапом в процессе обучения студентов. Часто встречается ситуация, когда студент, зная теорию, не умеет применять её на практике. Решение задач требует не только знания физических законов, но и серьёзного методического подхода.

Наличие предлагаемых методических материалов по данной тематике позволит студенту в процессе индивидуальной работы справиться с решением необходимого минимума задач, предусмотренного рабочей программой по физике.

Методические указания содержат основные теоретические сведения по электромагнетизму, используемые в процессе решения задач, примеры решения типовых задач с подробными пояснениями и набор задач с ответами для самостоятельного решения, подобранных в соответствии с приведёнными примерами, для закрепления полученных навыков. Методические указания содержат авторские иллюстрации.

1. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

1.1. Интерференция световых волн

Пусть две волны одинаковой частоты, накладываясь друг на друга, возбуждают в некоторой точке пространства колебания одинакового направления:

 $A_1 \cdot \cos(\omega t + a_1)$ и $A_2 \cdot \cos(\omega t + a_2)$.

Амплитуда результирующего колебания в данной точке определяется выражением

 $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 \cdot A_2 \cos \delta$, где $\delta = \alpha_1 - \alpha_2$. (1.1) Волны одинаковой частоты с постоянной во времени разностью фаз δ возбуждаемых волнами колебаний называются когерентными.

В случае некогерентных волн δ непрерывно изменяется, принимая с равной вероятностью любые значения, вследствие чего среднее по времени значение **соз** δ равно нулю. Поэтому

 $< A^2 > = < A_1^2 > + < A_2^2 >$

Отсюда, учитывая, что $\langle A^2 \rangle \sim$ интенсивности *I*, приходим к выводу, что интенсивность, наблюдаемая при наложении некогерентных волн, равна сумме интенсивностей, создаваемых каждой из волн в отдельности:

$$I = I_1 + I_2. (1.2)$$

В случае когерентных волн $\cos \delta$ имеет постоянное во времени (но свое для каждой точки пространства) значение, так что:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos \delta.$$
 (1.3)

В тех точках пространства, для которых *cos* $\delta > 0$, *I* будет превышать $I_1 + I_2$; в точках, для которых *cos* $\delta < 0$ *I* будет меньше $I_1 + I_2$.

Таким образом, при наложении когерентных световых волн происходит перераспределение светового потока в пространстве, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других – минимумы интенсивности. Это явление называется интерференцией волн. Особенно отчётливо проявляется интерференция в том случае, когда интенсивность обеих интерферирующих волн одинакова: $I_1 = I_2$. Тогда, согласно (1.3), в максимумах $I = 4I_1$, в минимумах же I = 0. Для некогерентных волн при том же условии получается всюду одинаковая интенсивность $I = 2I_1$ (см. (1.2)).

Когерентные световые волны можно получить, разделив волну, излучаемую одним источником, на две части. Если заставить эти две волны пройти разные оптические пути, а потом наложить их одна на другую, наблюдается интерференция. Разность оптических путей, проходимых интерферирующими волнами, не должна быть очень большой, так как складываюциеся колебания должны принадлежать одному и тому же результирующему цугу волн.

Пусть разделение на две когерентные волны происходит в точке **O** (рис. 1.1).

До точки P первая волна проходит в среде с показателем преломления n_1 путь S_1 , вторая волна проходит в среде с показателем преломления n_2 путь S_2 .



Если в точке *O* фаза колебания равна ωt , то первая волна возбудит в точке *P* колебание $A_1 \cos \left[\omega \left(t - \frac{s_1}{v_2} \right) \right]$, а вторая волна – колебание $A_2 \cos \left[\omega \left(t - \frac{s_2}{v_2} \right) \right]$, где $v_1 = \frac{c}{n_1}$ и $v_2 = \frac{c}{n_2} - \phi$ азовые скорости волн.

Следовательно, разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами в точке *P*, будет равна

$$\delta = \omega \left(\frac{S_2}{v_2} - \frac{S_1}{v_1} \right) = \frac{\omega}{c} (n_2 S_2 - n_1 S_1).$$

Заменив $\frac{\omega}{c}$ на $\frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ (где λ_0 - длина волны в вакууме),

выражению для разности фаз можно придать вид

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta \,, \tag{1.4}$$

где

$$\Delta = n_2 S_2 - n_1 S_1 = L_2 - L_1, \tag{1.5}$$

есть величина, равная разности оптических длин, проходимых волнами путей и называется оптической разностью хода.

Из формулы (1.4) видно, что, если оптическая разность хода равна целому числу длин волн в вакууме,

$$\Delta = \pm m \lambda_0 \,, \tag{1.6}$$

где m = 0,1,2,..., то разность фаз δ оказывается кратной 2π и колебания, возбуждаемые в точке P обеими волнами, будут происходить с одинаковой фазой. Таким образом, (1.6) есть условие интерференционного максимума.

Если Δ равна полуцелому числу длин волн в вакууме,

$$\Delta = \pm (m + \frac{1}{2})\lambda_{0}, \qquad (1.7)$$

где m = 0,1,2,..., то $\delta = \pm (2m + 1)\pi$, так что колебания в точке *P* находятся в противофазе. Следовательно, (1.7) есть условие *интерференционного минимума*.

1.2. Когерентность и монохроматичность световых волн

Интерференцию света можно объяснить, рассматривая интерференцию волн. Необходимым условием интерференции волн является их *когерентность*, т.е. согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов.

Этому условию удовлетворяют монохроматические волны – неограниченные в пространстве волны одной определённой и строго постоянной частоты. Однако это абстракция, таких волн не существует. Реальный процесс излучения света атомами конечен и длится очень короткое время ($\tau \approx 10^{-8}$ с). За это время возбуждённый атом возвращается в нормальное состояние и излучение им света прекращается. Возбудившись вновь, атом испускает световые волны уже с новой начальной фазой.

Таким образом, волны, испускаемые атомами, лишь в течение интервала времени $\approx 10^{-8}$ с имеют приблизительно постоянную амплитуду и фазу колебаний. Прерывистое излучение света атомами в виде отдельных коротких импульсов называется волновым цугом. Фаза волны, образованной наложением огромного числа цугов, порождаемых отдельными атомами, не может совершать больших скачков. Она изменяется случайным образом небольшими шагами. Время t, за которое случайное изменение фазы волны $\alpha(t)$ достигает значения порядка π , называется временем когерентности $-t_{ког}$.

Расстояние $l_{\text{ког}} = ct_{\text{ког}}$, на которое перемещается волна за время $t_{\text{ког}}$, называется *длиной когерентности* (или длиной цуга). *Длина когерентности есть то расстояние, на котором случайное изменение фазы достигает значения порядка* π . Для получения интерференционной картины путём деления естественной волны на две части необходимо, чтобы оптическая разность хода Δ была меньше, чем длина когерентности.

Чем ближе реальная волна к монохроматической, тем меньше Δv спектра её частот и, как показывают расчёты, больше её время когерентности, а, следовательно, и длина когерентности $l_{\text{ког}}$. Например, для видимого солнечного света (сплошной спектр частот от $4 \cdot 10^{14}$ до $8 \cdot 10^{14}$ Гц) $\tau_{\text{ког}} \approx 10^{-14}$ с, а для лазеров (ширина спектральной линии $\Delta v \approx 10^{-2}$ Гц) $\tau_{\text{ког}} \approx 10^{-2}$ с.

Наряду с временной когерентностью существует *про*странственная когерентность, характеризующая наличие взаимной когерентности двух световых пучков, взятых из различных точек сечения волны. Мерой пространственной когерентности служит диаметр когерентности (более раннее название – радиус когерентности) – наибольший диаметр круга, мысленно вырезаемый в поперечном сечении волны, при котором любые два пучка, исходящие из различных точек внутри этого круга, ещё остаются взаимно когерентными и, следовательно, случайные изменения фазы между ними остаются меньше π .

Расчёты дают, что диаметр когерентности $\alpha_{\text{ког}} < \lambda/\varphi$, где φ – угловые размеры источника света.

Пространственная когерентность световой волны вблизи поверхности излучающего её нагретого тела ограничивается размером $d_{\rm ког}$ всего в несколько длин волн. По мере удаления от источника степень пространственной когерентности возрастает.

Излучение лазера обладает огромной временной и пространственной когерентностью. У выходного отверстия лазера пространственная когерентность наблюдается во всём поперечном сечении светового пучка.

1.3. Способы наблюдения интерференции света

Для получения когерентных лучей необходимо свет от одного и того же источника разделить на два пучка (или несколько пучков) и затем наложить их друг на друга так, чтобы разность хода между интерферирующими лучами была меньше длины когерентности.

1. Метод Юнга. Источником света служит ярко освещённая щель S (рис. 1.2), от которой световая волна падает на две узкие равноудалённые щели S_1 и S_2 , параллельные щели S.

Так как волны, исходящие из S_1 и S_2 , получены разбиением одного и того же волнового фронта, исходящего из S, то они когерентны, и в области перекрытия этих световых пучков (область *BOC*) наблюдается интерференционная картина на экране (Э), расположенном на некотором расстоянии параллельно S_1 и S_2 .



Рис. 1.2

Рис. 1.3

2. Зеркала Френеля. Свет от источника *S* (рис. 1.3) падает расходящимся пучком на два плоских зеркала МО и NO, расположенных под углом, близким к π (угол φ - очень мал). Световые пучки, отражаясь от обоих зеркал, образуют два мнимых когерентных источника *S*₁ и *S*₂.

3. Бипризма Френеля. Она состоит из двух одинаковых, сложенных основаниями призм с малыми преломляющими углами. Свет от источника *S* (рис. 1.4) преломляется в обеих призмах. S_1 и S_2 – мнимые изображение источника *S* в двух призмах. S_1 и S_2 – мнимые когерентные источники.

Расчёт интерференционной картины от двух источников. Рассмотрим две цилиндрические когерентные световые волны, исходящие из источников S_1 и S_2 , имеющих вид параллельных тонких светящихся узких щелей, находящихся на расстоянии d друг от друга. Интерференция наблюдается в произвольной точке P экрана (рис. 1.5), параллельного обеим щелям и расположенного от них на расстоянии l >> d.



Рис. 1.4

Рис. 1.5

Интенсивность света в любой точке *P*, лежащей на расстоянии *x* от начала отсчёта **O**, определяется оптической разностью хода $\Delta = S_2 - S_1$. Из рис. 1.4 имеем

$$S_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2; \quad S_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2,$$
$$S_2^2 = 2x d \qquad A = S = S = \frac{2xd}{2} d = H$$

откуда $S_2^2 - S_1^2 = 2xd$, или $\Delta = S_2 - S_1 = \frac{2xd}{S_1 + S_2}$. Из условия $l \gg d$ следует, что $S_1 + S_2 \approx 2l$, поэтому

$$\Delta = \frac{xd}{l} \tag{1.8}$$

Подставив найденное значение Δ (1.8) в условие (1.6) и (1.7), получим, что максимумы интенсивности будут наблюдаться в случае, если

$$x_{max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda_0, \qquad m = 0, 1, 2, \dots$$
 (1.9)

а минимумы – в случае, если

$$x_{min} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{l}{d} \lambda_0, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$
 (1.10)

Расстояние между двумя соседними максимумами (или минимумами) называется *шириной интерференционной поло*сы и равно

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda_0. \tag{1.11}$$

 Δx не зависит от порядка интерференции и является постоянной для данных *l*,*d* и λ_0 .Согласно формуле (1.11), Δx обратно пропорционально *d*, следовательно, при большом расстоянии *d* между источниками, например, при $d \approx l$, отдельные полосы становятся неразличимыми.

1.4. Интерференция света в тонких плёнках

При падении световой волны на тонкую прозрачную плёнку происходит отражение от обеих поверхностей плёнки. В результате возникают две световые волны, которые при известных условиях могут интерферировать.



Рис. 1.6

Пусть из первой среды с показателем преломления n_1 падает под углом *i* плоская монохроматическая волна на плоскопараллельную прозрачную плёнку с показателем преломления n и толщиной *d* (рис. 1.6). Отраженные от верхней и нижней поверхностей пленки лучи 1 и 2 когерентны, если оптическая разность их хода мала по сравнению с длиной когерентности падающей волны. Если на их пути поставить собирающую линзу, то они сойдутся в одной из точек *P* фокальной плоскости линзы. В результате возникает интерференционная картина, которая определяется оптической разностью хода между интерферирующими лучами.

Оптическая разность хода между двумя интерферирующими лучами от точки *A* до плоскости *DC*:

$$\Delta = n(AB + BC) - AD \pm \frac{\lambda_0}{2}, \qquad (1.12)$$

где член $\pm \lambda/2$ обусловлен потерей полуволны при отражении света от границы раздела. Согласно рис. 1.6 $AB = BC = \frac{d}{cosr}$,

$$AD = AC \cdot \sin i = 2d \cdot tgr \cdot \sin i.$$

Учитывая для данного случая закон преломления света sin i = n sin r, получим

$$\Delta = \frac{2dn}{\cos r} - \frac{2d\sin r\sin i}{\cos r} - \frac{\lambda_0}{2}$$
(1.13)

или

$$\Delta = \frac{2dn}{\cos r} (1 - \sin^2 r) - \frac{\lambda_0}{2} = 2dn \cos r - \frac{\lambda_0}{2} =$$

= $2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda_0}{2}$ (1.14)

В точке Р будет интерференционный максимум, если

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_{0,} \quad (m = 0, 1, 2...) \quad (1.15)$$

и минимум, если

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1) \frac{\lambda_0}{2}, \quad (m = 0, 1, 2...) \quad (1.16)$$

Интерференция наблюдается только в том случае, если удвоенная толщина плёнки меньше длины когерентности падающей волны. При освещении плёнки белым светом для некоторых длин волн выполняется условие максимума (1.15) отражения, а для других – минимума (1.16). Поэтому в отражённом свете плёнка кажется окрашенной в разные цвета, т.е. приобретает радужную окраску. Интерференция наблюдается не только в отраженном, но также и в проходящем сквозь плёнку свете, но, как следует из рис. 1.6, оптическая разность хода для проходящего света отличается от оптической разности хода для отражённого света на $\frac{\lambda_0}{2}$.

Следовательно, максимумам интерференции в проходящем свете соответствуют минимумы интерференции в отражённом свете и наоборот. Поэтому при освещении плёнки белым светом её окраска в отражённом и проходящем свете оказывается взаимно дополнительной.

Итак, как следует из выражений (1.15) и (1.16) оптическая разность хода Δ при интерференции света в тонких плёнках зависит $\Delta = f(d,i,n)$. Рассмотрим частные случаи такой интерференции: *полосы равного наклона* и *полосы равной толщины*.

Полосы равного наклона. В этом случае $\Delta = f(i)$, при постоянных *d* и *n*, т.е. пластинка освещается рассеянным светом.

Интерференционные полосы, возникающие в результате интерференции отражённых лучей, падающих на плоскопараллельную пластину под одинаковыми углами, называются *плоскостями равного наклона*.

Лучи 1' и 1", отразившиеся от верхней и нижней граней пластинки (рис. 1.7), параллельны друг другу, так как пластинка плоскопараллельна. Следовательно, интерферирующие лучи 1' и 1" "пересекаются" только в бесконечности, поэтому говорят, что полосы *равного наклона локализованы в бесконечности*.

Лучи 3, наклоненные под другим углом соберутся в другой точке *P* экрана, расположенного в фокальной плоскости линзы. Если оптическая ось линзы перпендикулярна поверхности пластины, то полосы равного наклона будут иметь вид концентрических колец с центром в фокусе линзы.



Рис. 1.7

Рис. 1.8

В случае *полос равной толщины i* и *n* остаются постоянными, изменяется же только толщина плёнки: $\Delta = f(d)$.

Пусть на тонкую прозрачную пластинку (плёнку) в виде клина (угол α между боковыми гранями мал) падает плоская волна, направление распространения которой совпадает с лучами 1 и 2 (рис. 1.8).

Лучи 1' и 1'' и 2' и 2'' интерферируют и соберутся линзой соответственно в точках *A* и *A*' экрана. Таким образом, на экране возникает система интерференционных полос. Каждая из полос появляется при отражении от мест пластинки, имеющих равную толщину. *Полосы равной толщины локализованы вблизи поверхности клина*. Если свет падает на пластину нормально, то полосы равной толщины локализуются на верхней поверхности клина (рис. 1.9). В реальных условиях меняются и *d*, и *i*, и *n* и наблюдаются полосы смешанного типа.

Кольца Ньютона. Кольца Ньютона, являющиеся классическим примером полос равной толщины, наблюдаются при отражении света от воздушного зазора, образованного плоскопараллельной пластинкой и соприкасающейся с ней плосковыпуклой линзой с большим радиусом кривизны (рис. 1.10).



При наложении отражённых в точках *A* и *B* лучей 1' и 1'' возникают полосы равной толщины. При нормальном падении света они имеют вид концентрических колец. Центры колец Ньютона совпадают с точкой **0**₁ соприкосновения линзы с пластиной.

В отражённом свете оптическая разность хода (с учётом потери полуволны при отражении), согласно (1.12), при условии, что указатель преломления воздуха $n_2 = 1$, а i = 0,

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda_0}{2},\tag{1.17}$$

где *d* – ширина зазора.

Из рис. 1.10 следует, что $R^2 = (R - d)^2 + r^2$, где R – радиус кривизны линзы; r – радиус кривизны окружности, всем точкам которой соответствует одинаковый зазор d. Учитывая, что d мало, получим $d = \frac{r^2}{2R}$.

Следовательно,

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} . \tag{1.18}$$

Приравняв (1.18) к условиям максимума (1.15) и минимума (1.16), получим выражения для радиусов *m*-го светового кольца (1.19) и *m*-го темного кольца (1.20):

$$r_{m_{CGGMLT}} = \sqrt{(m - \frac{1}{2})\lambda_0 R}, \quad m = 0, 1, 2, 3, ...$$
 (1.19)

$$r_{m_{mEMR}} = \sqrt{m\lambda_0 R}, \quad m = 0, 1, 2, 3, ...$$
 (1.20)

Измеряя радиусы соответствующих колец, можно (зная радиус кривизны линзы R) определить λ_0 и, наоборот, по известной λ_0 найти радиус кривизны R линзы.

Кольца Ньютона позволяют контролировать сферичность и качество шлифовки линз или с помощью хорошей линзы качество обработки плоской поверхности.

1.5. Многолучевая интерференция

1. До сих пор мы рассматривали интерференцию только двух когерентных волн. Амплитуда результирующего колебания в данной точке определяется выражением:

$$A^{2} = A_{1}^{2} + A_{2}^{2} + 2A_{1}A_{2}\cos\delta, \qquad (1.21)$$

где $\delta = \alpha_2 - \alpha_1$, разность фаз складываемых колебаний.

Если интерферируют две волны с одинаковыми амплитудами $A_0 = A_1 = A_2$, то значения A^2 выражаются формулой

$$A^{2} = 2A_{0}^{2}(1 + \cos \delta) = 2A_{0}^{2}2\cos^{2}\frac{\delta}{2} = 4A_{0}^{2}\cos^{2}\frac{\delta}{2}.$$
 (1.22)

Используя формулу, связывающую разность фаз δ с оптической разностью хода Δ

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \tag{1.23}$$

и подставляя (1.23) в (1.22), получим

$$A^{2} = 4A_{0}^{2}\cos^{2}\frac{\pi\Delta}{\lambda} = 4A_{0}^{2}\cos^{2}\frac{\pi\Delta}{\lambda} . \qquad (1.24)$$

График функции 1.24 представлен на рис. 1.11.



Рис. 1.11

При интерференции двух волн интерференционная картина характеризуется постепенным изменением освещённости экрана от максимумов к минимумам. Максимумы "размазаны" и поэтому недостаточно чётко выделяются на общем фоне. Освещённость в различных точках экрана пропорциональна энергии результирующих колебаний, т.е. квадрату их амплитуды *A*.

2. Совершенно иной характер имеет интерференционная картина в случае наложения большого числа когерентных волн. Это легко объяснить на примере интерференции волн с одинаковыми амплитудами *A*₀:

$$A_{max} = NA_0 H A_{max}^2 = N^2 A_0^2 . (1.25)$$

Таким образом, энергия результирующих колебаний и освещённость экрана в области интерференционных максимумов пропорциональна квадрату числа интерферирующих волн. В то же время суммарная энергия этих волн пропорциональна NA_0^2 , т.е. числу интерферирующих волн. Полная энергия колебаний во всех точках экрана пропорциональна N, так как, по закону сохранения и превращения энергии, она должна равняться энергии всех N волн. Следовательно, возрастание яркости интерференционных максимумов с увеличением N должно сопровождаться их одновременным сужением и соответствующим расширением площади слабоосвещенных участков картины.

Остановимся на этом вопросе подробнее. Найдём значение амплитуды результирующих колебаний в произвольной точке *O* интерференционной картины.

$$\vec{A} = \sum_{i=1}^{N} \vec{A_i}, \qquad (1.26)$$

где *N* – число интерферирующих волн.

Для простоты будем считать амплитуды всех волн одинаковыми $A_i = A_1$, а разность фаз в точке O для (i + 1)-ой и i-ой волны не зависящей от i и равной δ .

Воспользуемся графическим методом сложения амплитуд одинаково направленных колебаний.

На рис. 1.12 представлена векторная диаграмма сложения колебаний при интерфе-

ренции *N* волн, удовлетворяющих вышеназванным условиям. Амплитуда результирующих колебаний

$$A = 2|OO_1| \sin(\frac{\alpha}{2}),$$

где $\alpha = 2\pi - N\delta,$
$$OO_1 = \frac{A}{2|\sin\frac{\delta}{2}|},$$
поэтому

 $A = A_1 \left| \frac{\sin^4}{\sin^4} \right|$



Рис. 1.12

следовательно, интенсивность

$$J = J_1 \frac{\sin^2 \frac{NS}{2}}{\sin^2 \frac{S}{2}},$$
 (1.27)

где $J_1 = A_1^2$ - интенсивность колебаний, возбуждаемых в точке *О* каждой из *N* – интерферирующих волн порознь.

Главные максимумы интерференции N волн наблюдаются в тех точках O, для которых углы δ либо равны 0, либо кратны 2π , так что векторная диаграмма сложения колебаний имеет вид, показанный на рис. 1.13.



Рис. 1.13

Таким образом, условие главных максимумов имеет вид

$$\delta = \pm 2n\pi, \tag{1.28}$$

где $n = 0, 1, 2 \dots$ - порядок главного максимума.

Амплитуда и интенсивность колебаний в главных максимумах равны

$$A_{max} = NA_1, I_{max} = N^2 I_1.$$
(1.29)

Интерференционные минимумы (A = 0) удовлетворяют условию

$$\delta = \pm \frac{2\pi p}{N},\tag{1.30}$$

где *р* принимает любые положительные значения, кроме кратных *N*. Между каждой парой соседних интерференционных минимумов находится один максимум – либо главный, либо побочный.

Двум минимумам, ограничивающим главный максимум *n*-ого порядка, соответствуют значения $\delta = \pm (2\pi n \pm \frac{2\pi}{N})$, поэтому "ширина" главного максимума, равная $\frac{4\pi}{N}$, обратно пропорциональна числу - интерферирующих волн, а его интенсивность пропорциональна N^2 .

Характер зависимости $\frac{I}{I_1}$ от δ , рассчитанный по формуле (1.21), показан на рис. 1.14. Из формулы (1.27) следует, что при интерференции *N* когерентных волн между двумя сосед-

ними плавными максимумами располагаются (N-1) добавочных минимумов и (N-2) добавочных очень слабых максимумов. На рис. 1.14 представлен характер зависимости интенсивности I от сдвига фаз δ для разного количества N интерферирующих волн.

1.6. Применение интерференции света

Явление интерференции применяется для измерения длин волн (*интерференционная спектроскопия*).



Рис. 1.14

Рис. 1.15

Интерференция используется также для улучшения качества оптических приборов (*просветление оптики*) и получения *высокоотражающих покрытий*. В результате отражения от многочисленных оптических элементов в современных сложных оптических приборах интенсивность прошедшего света ослабляется, и светосила оптического прибора уменьшается. Кроме того, отражение от поверхностей линз приводят к возникновению бликов, демаскирующих положение прибора, что особенно недопустимо в военной технике. Для устранения указанных недостатков на поверхности оптических систем наносят прозрачные плёнки, толщина которых соизмерима с длиной волны света, а показатель преломления меньше, чем у материала линзы. При отражении света от границы воздухплёнка и плёнка-стекло возникает интерференция когерентных лучей 1' и 2' (рис. 1.15).

Так как n_{cm} и n_0 воздуха удовлетворяют условиям $n_c > n_{\pi\pi} > n_0$, то потери полволны происходят на общих поверхностях; следовательно, условие минимума (предполагаем, что свет падает нормально, т.е. i = 0)

$$2dn = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}, \qquad (1.31)$$

где nd - оптическая толщина плёнки. Обычно принимают m = 0, тогда

$$nd = \frac{\lambda_0}{4}.$$
 (1.32)

Таким образом, если выполняется условие (1.32), то в результате интерференции наблюдается гашение отражённых лучей. Так как добиться одновременного гашения для всех длин волн невозможно, то это обычно делается для наиболее восприимчивой глазом длины волны $\lambda_0 \approx 0,55$ мкм. Поэтому объективы с просветленной оптикой имеют синевато-красный оттенок. Такую оптику называют просветленной.

Аналогичную задачу пытались решать и для боевых самолётов, чтобы сделать их "невидимыми" для радиолокационных станций противника. Трудность состояла в том, что эти станции могут работать в широком диапазоне длин волн – от сантиметровых до метровых. Поэтому радиолокационную маскировку обеспечивают иными средствами. Например, по американской технологии "Стелс" (что в переводе означает "хитрость", "уловка") у бомбардировщика В-2 значительно уменьшены тепловые выбросы и радиолокационное сечение (за счёт формы самолёта), а также использованы материалы, поглощающие радиоизлучение.

Создание высокоотражающих поверхностей стало возможным при использовании многолучевой интерференции, осуществляемой в многослойной системе чередующихся плёнок с разными показателями преломления, нанесённых на отражающую поверхность (рис. 1.16).



Характерной особенностью такой высокоотражательной системы является то, что она действует в очень узкой спектральной области, причем, чем больше коэффициент отражения, тем уже эта область. Такие отражатели применяются в лазерной технике, а такие же используются для создания интерференционных светофильтров (узкополосных оптических фильтров).

Явление интерференции лежит в основе устройства *интерферометров* – оптических приборов, с помощью которых можно пространственно разделить пучок света на два и большее число когерентных пучков и создать между ними определенную разность хода.

После сведения этих пучков вместе наблюдается интерференция. Методов получения когерентных пучков много, поэтому существует множество конструкций интерферометров. На рис. 1.17 представлена упрощённая схема интерферометра Майкельсона.

Применение интерферометров очень многообразно. Они используются для изучения качества изготовления оптических деталей, измерения показателей преломления газов, контроля качества обработки поверхностей, измерения углов, исследования быстропротекающих процессов, происходя-



Рис. 1.17

щих в воздухе, обтекающем летательные аппараты и т.д.

Интерференцию (лазерных лучей) используют в гироскопах и других точных системах автоматического регулирования. Существуют интерферометры и в диапазоне радиоволн, когерентные источники антенны, и более остронаправленное излучение. Его применяют, например, при радиоуправлении космическими аппаратами.

2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 2.1. Определить длину отрезка l_1 , на котором укладывается столько же длин волн монохроматического света в вакууме, сколько их укладывается на отрезке $l_2 = 5_{MM}$ в стекле. Показатель преломления стекла n = 1,5.

Решение. Число волн укладывающихся на длине отрезка l определяется отношением $N = \frac{l}{\lambda}$, тогда $N_1 = \frac{l_1}{\lambda_1}$ и $N_2 = \frac{l_2}{\lambda_2}$. По условию задачи $N_1 = N_2$, т.е. $\frac{l_1}{\lambda_1} = \frac{l_2}{\lambda_2} => l_1 = \frac{l_2\lambda_1}{\lambda_2}$. Длина волны λ

связана с частотой и скоростью распространения соотношением $\lambda = \frac{\vartheta}{v}$, где в $\vartheta = \frac{c}{n}$ – скорость света в среде, следовательно,

$$\lambda_1 = \frac{c}{n_1 \nu}, \lambda_2 = \frac{c}{n_2 \nu}.$$

Учитывая выражение для λ_1 и λ_2 в (1), получим $l_1 = l_2 \frac{n_2}{n_1}$, где $n_1 = 1$ – абсолютный показатель преломления вакуума. $l_1 = 5_{MM} \cdot 1,5 = 7,5_{MM} = 7,5 \cdot 10^{-3}_{M}$.

Задача 2.2. Разность хода двух интерферирующих лучей монохроматического света равна 0,25*λ*. Определить разность фаз колебаний.

Решение. Связь разности фаз δ колебаний с оптической разностью хода волн $\delta = 2\pi \Delta/\lambda$. Следовательно, $\delta = 2\pi \cdot 0.25 \lambda/\lambda$.

Задача 2.3. Два параллельных световых пучка, находящихся друг от друга на расстоянии d = 5 см, падают на кварцевую призму (n = 1,49) с преломляющим углом $\alpha = 25^{\circ}$. Определить оптическую разность хода Δ этих пучков на выходе их из



призмы.

Решение. Оптическая длина световой волны L = nl, где l - геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n.

Оптическая разность хода двух световых волн

Рис. 2.1

$$\Delta = L_2 - L_1 = n(l_2 - l_1).$$

Из рисунка геометрическая разность хода равна *BC*. Следовательно, $\Delta = (l_2 - l_1) \cdot n = BC \cdot n$. Так как AB = d, то $BC = d \cdot tg\alpha$ и тогда

 $\Delta = n \cdot dtg\alpha$

 $\Delta = 1,49 \cdot 5$ ам $\cdot tg 25^{\circ} \approx 3,47$ см.

Задача 2.4. В опыте Юнга расстояние между двумя щелями S_1 и S_2 равно d, а расстояние от щелей до экрана равно D ($d \ll D$). Найти расстояние между соседними интерференционными полосами вблизи середины экрана (точка O), если длина волны света равна λ .

Решение. Опыт Юнга (1801 г.) подтвердил волновую природу света. Свет от источника (параллельные лучи) проходит через щель, а затем падает на непрозрачный экран, в кото-



ром прорезаны две щели S_1 и S_2 , параллельные первой щели и находящиеся на малом расстоянии друг от друга. На экране наблюдается интерференционная картина в виде чередующихся светлых и тёмных полос. В произвольной точке A экрана наблюдается максимум освещённости, если разность хода

$$\Delta = l_1 - l_2 = 2m \cdot \frac{\lambda}{2},$$

где m = 0,1,2..., т.е. кратна четному числу длин полуволн.

По теореме Пифагора:

$$\begin{split} l_2^2 &= D^2 + \left(h_m + \frac{d}{2}\right)^2; l_1^2 = D^2 + \left(h_m + \frac{d}{2}\right)^2. \\ \text{Отсюда} \ l_2^2 - l_1^2 &= (l_2 - l_1)(l_2 + l_1) = 2h_m d. \end{split}$$

По условию задачи $l_2 + l_1 \approx 2D$. Поэтому $l_2 + l_1 = m\lambda \approx \frac{2h_m d}{2D} = \Delta$.

Тогда расстояние *т*-й светлой полосы от центра экрана:

$$h = \frac{\Delta D}{d} = \frac{m\lambda D}{d}$$

Расстояние между полосами: $\Delta h = h_{m+1} - h_m = \frac{\lambda D}{d}$.

Задача 2.5. Два плоских зеркала образуют между собой угол, близкий к 180^{0} (рис. 2.3). На равных расстояниях *b* от зеркал расположен источник света *S*. Определить интервал между соседними интерференционными полосами на экране *MN*, расположенном на расстоянии *OA* = *a* от точки пересечения зеркал. Длина волны света равна λ (З-заслонка, препятствующая непосредственному попаданию света источника на экран).

Решение. Расстояние между интерференционными полосами равно:



 $d = S_1 S_2$ – расстояние Рис. 2.3 между изображениями S_1 и S_2 источника S в плоских зеркалах; d найдем из треугольника S_ISB :

$$\frac{d}{2} = 2b \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \approx 2b \cdot \frac{\alpha}{2}$$
 (т.к. угол α мал, то $\sin \frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}$). Тогда
 $d = 2b\lambda$. Следовательно, $\Delta h = \frac{\lambda(a+b)}{2b\alpha}$.

Задача 2.6. На зеркала Френеля, угол между которыми $\alpha = 10'$, падает монохроматический свет от узкой щели *S*, находящейся на расстоянии r = 0,10 м от линии их пересечения. Отраженный от зеркал свет дает интерференционную картину на экране Э, находящемся на расстоянии $\alpha = 2,7$ м от линии их

пересечения, причем расстояние между интерференционными полосами равно $x = 2,9 \cdot 10^{-3}$ м. Определить длину волны λ света.



Рис. 2.4

Решение. После отражения от зеркал *OK*, *OL* световые волны распространяются так, будто

вышли из двух когерентных источников S_1 , S_2 , являющихся мнимыми изображениями щели S. Пусть расстояние между источниками S_1, S_2 равно d, а расстояние от них до экрана l. Величины l, d, x, λ связаны соотношением $x = l\lambda/d$, откуда

 $\lambda = xd/l$.

Чтобы найти *d* и *l*, учтём, что точки S_1 и S_2 симметричны точке *S* относительно соответствующих зеркал. Поэтому $S_1 O = S_2 O = r$ и $\angle S_1 O S_2 = 2\alpha$. Так как угол α весьма мал и экран обычно располагается параллельно отрезку $S_1 S_2$, то можно записать:

$$d = 2\alpha r, l = r + a.$$

Подставив эти значения *d*, *l* в формулу $\lambda = xd/l$, получим $\lambda = \frac{2\alpha rx}{r+a}$.

После подстановки числовых значений величин (предварительно выразив угол *а* в радианах) найдем

$$\lambda = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 0,6 \text{ мкм}.$$

Задача 2.7. На экране наблюдается интерференционная картина в результате наложения лучей от двух когерентных источников ($\lambda = 500$ нм). На пути одного из лучей перпендикулярно ему поместили пластинку (n = 1,6) толщиной d = 5 мкм. Определить, на сколько полос сместится при этом интерференционная картина.

Решение. При внесении стеклянной пластины оптическая разность хода между лучами изменится на $\Delta = nd - d = d(n - 1)$, где *d*-толщина пластинки; *n*-ее показатель преломления.

С другой стороны, внесение пластинки приведет к смещению интерференционной картины на m полос, т.е. дополнительная разность хода равна $m\lambda$. Следовательно,

$$d(n-1) = m\lambda,$$

откуда найдем искомое т:

$$m=\frac{d(n-1)}{\lambda}.$$

Вычисляя, получим m = 6.

Задача 2.8. Расстояние от бипризмы Френеля до узкой щели и Рис. 2.5 экрана соответственно равна a = 30 см и b = 1,5 м. Бипризма стеклянная (n = 1,5) с преломляющим углом $\vartheta = 20'$. Определите длину волны света, если ширина интерференционных полос



$\Delta x = 0,65$ мм.

Решение. Вследствие того, что преломляющий угол призм и угол падения лучей на бипризму малы, все лучи отклоняются бипризмой на одинаковый угол $\varphi = (n-1)\vartheta$.

Ширина интерференционных полос равна

$$\Delta x = \frac{l}{a} \lambda$$
, где $\lambda = \frac{\Delta x d}{l}$, $l = a + b$.

Из рис. 2.5 $d = 2asin\varphi \approx 2a\varphi = 2a(n-1)\vartheta$,

$$\lambda = \frac{2a(n-1)\vartheta \Delta x}{a+b}.$$

 $\vartheta = 20' = 20 \cdot 2,91 \cdot 10^{-4} \text{ рад} = 5,82 \cdot 10^{-3} \text{ рад};$

$$\lambda = \frac{2 \cdot 30 \cdot 10^{-2} \,\text{m} \cdot 0.5 \cdot 5.82 \cdot 10^{-8} \,\text{pag} \cdot 0.65 \cdot 10^{-8} \,\text{m}}{(1.5 + 0.3) \,\text{m}} = 6.3 \cdot 10^{-7} \,\text{m}$$

Задача 2.9. На толстую стеклянную пластину, покрытую очень тонкой пленкой, показатель преломления n_2 вещества которой равен 1,4, падает нормально параллельный пучок монохроматического света ($\lambda = 0,689$ мкм). Отраженный свет максимально ослаблен вследствие интерференции. Определить толщину *d* пленки.

Решение. Из световой волны, падающей на пленку, выделим узкий пучок *SA*. Ход этого пучка в случае, когда угол падения $\alpha \neq 0$, показан на рис. 2.6. В точке *A* и *B* падающий пучок частично отражается и частично преломляется. Отраженные пучки света *AS*₁ и *BCS*₂ падают на собирающую линзу *L*, пересекаются в ее фокусе *F* и интерферируют между собой. Так как показатель преломления воздуха (*n*₁=1) меньше показателя преломления пленки (*n*₂=1,4), который, в свою очередь, меньше показателя преломления стекла (*n*₃=1,5), то в обоих случаях

отражение происходит от среды оптически более плотной, чем та среда, в которой распространяется падающая волна. Поэтому фаза колебаний пучка света AS_1 при отражении в точке A изменяется на π радиан и точно также на π радиан изменяется фаза колебаний пучка света BCS_2 при отражении в точке B. Следовательно, результат интерференции этих пучков света при пересечении в фокусе F линзы будет такой же, как если бы никакого изменения фазы колебаний ни у того, ни у другого пучка не было.

Запишем условие максимального ослабления света при интерференции в тонких пленках:

$$\Delta = (2m+1) \cdot \frac{\lambda}{2}.$$
 (1)

Как видно из рис. 2.6, оптическая разность хода

$$\Delta = l_2 n_2 - l_1 n_1 = (AB + BC) n_2 - AD \cdot n_1.$$
(2)

Приравнивая правые части выражения (1) и (2), получим условие минимума интенсивности света.

$$(AB + BC)n_2 - AD \cdot n_1 = (2m+1) \cdot \lambda/2$$

Если угол α будет уменьшаться, стремясь к нулю, то $AD \rightarrow 0$ и $AB + BC \rightarrow 2d$, где d - толщина пленки. В пределе при $\alpha = 0$ будем иметь

$$\Delta = 2d \cdot n_2 = (2m+1) \cdot \lambda/2.$$

Отсюда искомая толщина пленки $d = \frac{(2m+1)\lambda}{4n}$.

Полагая m = 0, 1, 2, 3 ..., получаем ряд возможных значений толщины пленки:

Рис. 2.6

Задача 2.10. На стеклянный клин нормально к его грани падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. В возникшей при этом интерференционной картине на отрезке длиной l = 1 см наблюдается 10 полос. Определить преломляющий угол Θ клина.

Решение. Параллельный пучок света, падая нормально к грани клина, отражается как от верхней, так и от нижней грани. Эти

пучки когерентны, и поэтому наблюдается устойчивая картина интерференции. Так как интерференционные полосы наблюдаются при малых углах клина, то отражённые пучки света 1 и 2 (рис. 2.7) будут практически параллельны.



Рис. 2.7

Тёмные полосы видны на тех участках клина, для которых разность хода кратна нечётному числу половины длины волны:

$$\Delta = (2k+1)(\frac{\lambda}{2}), \quad \text{где } k = 0, 1, 2, \dots$$
(1)

Разность хода Δ двух волн складывается из разности оптических длин путей этих волн ($2dn \cdot \cos \varepsilon_2'$) и половины длины волны $\frac{\lambda}{2}$. Величина $\frac{\lambda}{2}$ представляет собой добавочную разность хода, возникающую при отражении волны от оптически более плотной среды. Подставляя в формулу (1) значение разности хода Δ , получим

$$2d_k n \cos \varepsilon_2' + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\left(\frac{\lambda}{2}\right), \tag{2}$$

где *n* - коэффициент преломления стекла (n = 1,5); d_k - толщина клина в том месте, где наблюдается тёмная полоса, соответствующая номеру k; ε_2 - угол преломления.

Согласно условию, угол падения равен нулю, следовательно, и угол преломления ε_2 равен нулю, а $\cos \varepsilon_2 = 1$. Раскрыв скобки в правой части равенства (2), после упрощения получим

$$2d_k n = k\lambda. \tag{3}$$

Пусть произвольной тёмной полосе номера k соответствует определённая толщина клина в этом месте d_k , а тёмной полосе номера k + 10 соответствует толщина клина d_{k+10} . Согласно условию задачи, 10 полос укладываются на отрезке длиной l = 1 см. Тогда искомый угол (рис. 2.7) будет равен

$$\Theta = (d_{k+10} - d_k)/l, \qquad (4)$$

где из-за малости преломляющего угла $sin \Theta \approx \Theta$ (угол Θ выражен в радианах).

Вычислив d_k и d_{k+10} из формулы (3), подставив их в формулу (4) и произведя преобразования, найдем $\Theta = \frac{5\lambda}{nl}$.

После вычисления получим, $\Theta = 2 \cdot 10^{-4}$ рад.

Выразим Θ в градусах. Для этого воспользуемся соотношением между радианом и секундой: **1** рад = 2,06^{''} · 10⁵, т.е.

$$\Theta = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 2,06'' \cdot 10^{5} = 41,2',$$

или в соответствии с общим правилом перевода из радиан в градусы

$$\Theta_{apad} = \frac{180}{\pi} \Theta_{pad}, \quad \Theta = \frac{180}{3,14} \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 1,15^{\circ} \cdot 10^{-2} = 0,688$$
$$= 41,2''$$

Искомый угол равен 41,2".

Задача 2.11. На стеклянный клин (n = 1,5) с преломляющим углом $\alpha = 40''$ нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Определить в интерференционной картине расстояние между двумя соседними минимумами.

Решение. Параллельный пучок света, падая нормально на клин, отражается от его верхней и нижней грани (рис. 2.7). Так как угол клина мал, то отражённые лучи 1 и 2 практически па-

раллельны. Отражённые лучи когерентны и на поверхности клина будут наблюдаться интерференционные полосы.

Условие минимума для клина в общем случае

$$2dn\cos r + \frac{\lambda}{2} = \frac{(2m+1)\lambda}{2}$$
, $(m = 0, 1, 2, ...)$ (1)

где *d* - толщина клина в месте тёмной полосы, соответствующей номеру *m*; *r* – угол преломления, $\frac{\lambda}{2}$ - дополнительная разность хода, обусловленная отражением световой волны 1 от оптически более плотной среды.

Угол падения, согласно условию, равен нулю; следовательно, r = 0. Тогда условие (1) запишется в виде

$$2dn = m\lambda$$
, откуда $d = \frac{m\lambda}{2n}$.

Из рисунка следует, что

$$\sin\alpha = \frac{d_{m+1} - d_m}{b}.$$
 (2)

Однако из-за малости угла $sin \alpha \approx \alpha$, поэтому, подставив в формулу (2) толщины d_{m+1} и d_m , получим

$$\alpha = \frac{(m+1)\lambda - m\lambda}{2bn} = \frac{\lambda}{2bn}$$

Откуда найдём искомое расстояние между двумя соседними минимумами:

$$b = \frac{\lambda}{2n\alpha}$$

(а здесь выражается в радианах).

Вычисляя, получим b = 1,03 *мм*.

Задача 2.12. На плоскопараллельную стеклянную пластинку положена выпуклой стороной плосковыпуклая линза с радиусом кривизны $R = 12 \, \text{м}$ (рис. 2.8).

На плоскую поверхность линзы параллельно её главной оптической оси падает пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 600 \text{ нм}$, при этом в отражённом свете на линзе видны чередующиеся тёмные и светлые кольца, а в центре линзы – тёмное пятно. Определить радиус третьего тёмного кольца.



Рис. 2.8

Решение. Построим ход двух узких

пучков света, падающих на плоскую поверхность линзы перпендикулярно к ней.

Пучок 1, не преломляясь, входит в линзу, а при выходе из неё меняет направление распространения, отклоняясь от оси линзы *OB*. После отражения в точке *N* от пластинки пучок 1 падает на поверхность линзы в точке *C* и интерферирует с пучком 2. Так как радиус кривизны линзы достаточно велик, то пути, пройденные пучками 1 и 2 в линзе, практически одинаковые, а отклонением пучка 1 от прямолинейного распространения можно пренебречь и считать, что после линзы пучок 1 падает на поверхность пластинки нормально и отражается по тому же направлению. Поэтому пучок 1 проходит дважды расстояние в зазоре между линзой и пластинкой, и разность хода двух рассмотренных пучков равна $\Delta S = 2d$.

Поскольку наблюдение интерференции производится в отражённом свете, то для определения оптической разности

хода Δ интерферирующих волн необходимо учесть изменение фазы при отражении от границ раздела сред.

Так как показатель преломления *n* среды, заполняющей зазор между линзой и пластинкой (в нашем случае это воздух с n = 1), меньше показателей преломления n_{π} материала линзы и n_{cm} стеклянной пластинки, то отражение пучка 1 в точке *N* происходит от среды, оптически более плотной, чем та среда, из которой он распространяется. Поэтому фаза волны в пучке 1 при отражении в точке *N* изменится на π радиан, что соответствует изменению разности хода на $\frac{\lambda}{2}$. Пучок 2 в точке **C** отражается от менее плотной среды и фаза волны в нём не меняется. Следовательно, оптическая разность хода интерферирующих волн $\Delta = n\Delta S + \frac{\lambda}{2}$, или $\Delta = 2dn + \frac{\lambda}{2}$.

Таким образом, условие максимумов интерференционной картины можно записать в виде:

$$2dn + \frac{\lambda}{2} = m\lambda, u\pi u \ 2dn = (2m-1)\frac{\lambda}{2}, \tag{1}$$

а условие минимумов :

$$2dn + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}, u\pi u \ 2dn = 2m\frac{\lambda}{2}.$$
 (2)

Соотношения (1) и (2) можно объединить:

$$2dn = (k-1)\frac{\lambda}{2}, (k = 1, 2, 3, ...).$$
(3)

Формула (3) при чётных значениях k выражает условие максимумов интерференции света, а при нечётных k - минимумов. Значению k = 1 соответствует точка касания линзы и пластинки. Для определения радиусов колец проведём некоторые приближённые расчёты.

Из **∆ОСА** имеем:

$$AC^2 = OC^2 - OA^2.$$

Поскольку $AC = r, OA = OB - AB, OB = OC = R, AB = d, mo r^2 = R^2 - (R - d)^2$ или $r^2 = R^2 - R^2 + 2Rd - d^2, r^2 = (2R - d)d,$ (4)

где r - радиус интерференционного кольца, всем точкам которого соответствует одинаковый зазор d.

Так как расстояние *d* мало по сравнению с 2*R*, то выражение (4) можно упростить, опустив *d* в скобках. Тогда $r^2 = 2Rd; r = \sqrt{2Rd}$. Следовательно, с учётом выражения (3), получим значения радиусов колец в виде:

$$r_k = \sqrt{kR\frac{\lambda}{n'}}$$

где k – порядковый номер кольца.

$$r_k = \sqrt{3R\lambda} = \sqrt{3 \cdot 12 \cdot 60 \cdot 10^{-9}} = 4,56 \cdot 10^{-3}$$
 м.

Задача 2.13. Для измерения показателей преломления прозрачных веществ используют интерферометр, схема которого дана на рис. 2.9. Здесь *S* – узкая щель освещаемая монохроматическим светом ($\lambda_0 = 0.89$ мкм); 1 и 2 – две одинаковые трубки с воздухом, длина каждой из которых l = 10.0 см; Д – диафрагма с двумя щелями. Когда воздух в трубке 2 заменили аммиаком, то ранее наблюдавшаяся на экране Э интерференционная картина сместилась вверх на N = 17 полос. Определить показатель преломления n' аммиака, если для воздуха n = 1,00029.

Решение. Согласно принципу Гюйгенса, две щели в освещаемой диафрагме можно рассматривать как вторичные источни-

ки световых волн. Так как при этом на диафрагму падает свет от одного источника *S*, то обе щели являются когерентными источниками и на экране возникает интерференционная картина. Результат интерфе-



Рис. 2.9

ренции света в какой-либо точке *A* экрана определяется из соотношения $\Delta = \pm m(\frac{\lambda_0}{2})$, где $\Delta = L_2 - L_1$ – оптическая разность хода лучей *S1A*, *S2A*. Так, для светлых интерференционных полос имеем

$$\Delta = \pm 2k \left(\frac{\lambda_0}{2}\right) = \pm k\lambda_0,\tag{1}$$

где k - номер данной полосы (отсчёт ведётся от центральной полосы, для которой k=0).

Замена воздуха аммиаком в трубке 2 вызвала, согласно формуле L = nS, изменение оптической длины пути L_2 светового луча *S2A* на величину

$$\Delta = n l - nl \tag{2}$$

Настолько же изменилась величина $\Delta = L_2 - L_1$. При $\Delta = \pm m(\frac{\lambda_0}{2})$ изменилось условие интерференции света в точке А.

В процессе замены воздуха аммиаком, когда величина Δ непрерывно изменялась, то в точке A экрана постепенно сменяли друг друга светлые и тёмные интерференционные полосы – интерференционная картина перемещалась по экрану. Её смещению на одну полосу соответствует в формуле (1) изменение числа k на единицу, и следовательно, изменение Δ на величину $\pm \lambda_0$. Значит, при смещении интерференционной картины на N полос оптическая разность хода Δ изменилась на величину $\pm N\lambda_0$. Но это изменение выражается формулой (2), поэтому

$$nl - nl = \pm N\lambda_0. \tag{3}$$

Знак в правой части (3) определяется направлением смещения интерференционной картины на экране. Действительно, рассмотрим центральную полосу k = 0. Когда в обеих трубках был воздух, она располагалась на экране на равных расстояниях от щелей в диафрагме. Перемещение полосы вверх в процессе замены воздуха в трубке 2 аммиаком свидетельствует, как это видно из рис. 2.9, об увеличении оптической длины пути L_1 луча S1A. Но для центральной интерференционной полосы, как бы она ни перемещалась по экрану, всегда $\Delta = L_2 - L_1 = \pm k\lambda = 0$. Следовательно, оптическая длина пути L_2 луча S2A также увеличилась. Очевидно, это могло произойти только вследствие неравенства n' > n. Таким образом, отбросив знак «-» в правой части (3), получим

$$n' = n + \frac{N\lambda_0}{l} = 1,00039.$$

Задача 2.14. Установка для получения колец Ньютона освещается светом с длиной волны $\lambda = 589$ нм, падающим по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы R = 10 м. Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью. Найти показатель преломления n жидкости, если радиус третьего светлого кольца в проходящем свете $r_3 = 3,65$ мм.

Решение. При наблюдении колец Ньютона в проходящем свете условие максимума света определяется формулой

$$2hn = k\lambda. \tag{1}$$

Толщина слоя h между линзой и пластиной связана с соответствующим радиусом r_k наблюдаемого кольца следующим образом:

$$h = \frac{r_k^2}{2R}.$$
 (2)

Подставляя (2) в (1), получим $\frac{nr_k^2}{R} = k\lambda$, откуда $n = \frac{k\lambda R}{r_k^2} = 1,33.$

Задача 2.15. В опыте с интерферометром Майкельсона для смещения интерференционной картины на k = 500 полос потребовалось переместить зеркало на расстояние L = 0,161 мм. Найти длину волны λ падающего света.

Решение. Перемещение L зеркала на расстояние $\frac{\lambda}{2}$ соответствует изменению разности хода на λ , т.е. смещению

интерференционной картины на одну полосу. Таким образом, $L = \frac{k\lambda}{2}$, где k - число прошедших в поле зрения полос, откуда $\lambda = \frac{2L}{k} = 644$ нм.

Задача 2.16. Для уменьшения потерь света при отражении от стекла на поверхность объектива $n_2 = 1,7$ нанесена тонкая прозрачная плёнка n = 1,3. При какой её наименьшей толщине произойдёт максимальное ослабление отражён-

ного света, длина волны которого прихо-



Рис. 2.10

дится на среднюю часть видимого спектра ($\lambda_0 = 0,56$ мкм)? Считать, что лучи падают нормально к поверхности объектива.

Решение. Свет, падая на объектив, отражается как от передней, так и от задней поверхностей тонкой плёнки. Ход лучей для случая их наклонного падения изображён на рисунке 23-1. Отражённые лучи 1, 2 интерферируют.

Условие минимума интенсивности света при интерференции выражается формулой $\Delta = \pm m(\frac{\lambda_0}{2})$, где m – нечётное число, т.е.

$$\Delta = \pm (2k+1)\frac{\lambda_0}{2} \quad (k = 0, 1, 2, 3, ...). \tag{1}$$

Оптическая разность хода лучей, отражённых от поверхностей тонкой плёнки, окружённой одинаковыми средами, определяется формулой $\Delta = 2hn \cos 2 - \frac{\lambda_0}{2}$. В данном случае плёнка окружена различными средами – воздухом $n_1 = 1,00$ и стеклом $n_2 = 1,7$. Из неравенства $n_1 < n < n_2$ следует, что оба луча 1 и 2, отражаясь от границы с оптически более плотной средой, «теряют» половину волны. Так как это не влияет на их

разность хода, то в $\Delta = 2hn \cdot \cos r - \frac{\lambda_0}{2}$ следует отбросить член $\frac{\lambda_0}{2}$. Кроме того, полагая r = 0, получим

$$\Delta = 2hn. \tag{2}$$

Из равенства (1) и (2) находим толщину плёнки:

$$h = \pm (2k+1)\frac{\lambda_0}{4n}.$$

Учитывая, что h – существенно положительная величина и что значению h_{min} соответствует k = 0, получим

$$h_{\text{MHH}} = \frac{\lambda_0}{4n} \quad n = 0,11 \text{ MKM}.$$

Задача 2.17. Оценить длину когерентности в случае:

а) сплошного спектра видимого света,

б) излучение гелий-неонового лазера ($\lambda = 0,63$ мкм, ширина линии излучения $\Delta v = 2 \cdot 10^4 \Gamma \mu$).

Решение. Волновой цуг можно представить как суперпозицию монохроматических волн разных частот. Если частотный диапазон цуга $\Delta v = \frac{1}{\tau}$, λ - длина волны, приходящейся на его середину, v - соответствующая ей частота, то

$$v = \frac{c}{\lambda}; \ \Delta v = \frac{c\Delta\lambda}{\lambda^2}; \ L = c\tau = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}.$$

Отсюда: a) $L \sim 1$ мкм; б) $L \sim 10^3 \div 10^4$ м.

Задача 2.18. Для уменьшения потерь света из-за отражения от поверхностей стекла осуществляют «просветление оптики»: на свободную поверхность линз наносят тонкую плёнку с показа-

телями преломления $n = \sqrt{n_c}$. в этом случае амплитуда отражённых волн от обеих поверхностей такой плёнки одинакова. Определить толщину слоя, при которой отражение для света с длиной волны λ от стекла в направлении нормали равно нулю. $(n_c = 1.5, \pi = 0,5 \text{ мкм}, m = 1).$

Решение.

При отражении света от границ раздела воздух-плёнка и плёнкастекло возникает интерференция когерентных лучей 1' и 2'. Половину плёнки *d* и показателя преломления стекла *n_c* и плёнки и можно подоб-



Рис. 2.11

рать так, чтобы волны, отражённые от обеих поверхностей плёнки, гасили друг друга. Для этого их амплитуды должны быть равны, а оптическая разность хода равна

$$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2'} \tag{1}$$

так как $\Delta = 2dn$, то $2dn = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$, следовательно,

$$d = \frac{(2m+1)\lambda}{4n}$$

По условию задачи $n = \sqrt{n_c}$, тогда $d = \frac{(2m+1)\lambda}{4n}$, где m = 0,1,2,3...

$$d = \frac{(2 \cdot 1 + 1) \cdot 0.5 \cdot 10^{-6}}{4\sqrt{2.5}} \sim 0.3 \cdot 10^{-6} (M) = 0.3 \text{ MKM}$$

3. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Задача 3.1. Сколько длин волн монохроматического света с частотой колебаний $\gamma = 5 \cdot 10^{14}$ Гц уложится на пути длиной l = 1,2 мм: 1)в вакууме; 2) в стекле? *Ответ*: 2·10³; 3·10³.

Задача 3.2. Оптическая разность хода Δ двух интерферирующих волн монохроматического света равна 0,3 λ . Определить разность фаз δ . *Ответ*: 0,6 π .

Задача 3.3. Определить длину волны l_1 отрезка, на котором укладывается столько же длин волн в вакууме, сколько их укладывается на отрезке $l_2 = 1$ м в воде? *Ответ*: 1,3 м.

Задача 3.4. Два параллельных пучка световых волн *I* и *II* падают на стеклянную призму с преломляющим углом $\theta = 30^{0}$ и после преломления выходят из нее (рис. 2.1). Найти оптическую разность хода Δ световых волн после преломления их призмой. *Ответ*: 1,73 см.

Задача 3.5. Расстояние *d* между двумя когерентными источниками света ($\lambda = 0,5$ мкм) равно 0,1 мм. Расстояние *b* между интерференционными полосами на экране в средней части интерференционной картины равно 1 см. Определить расстояние *l* от источника до экрана. *Ответ*: 2 м.

Задача 3.6. В опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей помещалась тонкая стеклянная пластинка, вследствие чего центральная светлая полоса смещалась в положение, первоначально занятое пятой светлой полосой (не считая центральной). Луч падает перпендикулярно поверхности пластинки. Показатель преломления пластинки n = 1,5. Длина волны $\lambda = 600$ нм. Какова толщина *h* пластинки? *Ответ:* 6 мкм.

Задача 3.7. В опыте с зеркалами Френеля расстояние *d* между мнимыми изображениями источника света 0,5 мм, расстояние *l* от них до экрана равно 5 м. В желтом свете ширина интерференционных полос равна 6 мм. Определить длину волны желтого света. *Ответ:* 0,6 мкм.

Задача 3.8. На пути световой волны, идущей в воздухе, поставили стеклянную пластину толщиной h=1 мм. На сколько изменится оптическая длина пути, если волна падает на пластинку: 1) нормально; 2)под углом $\varepsilon = 30^{\circ}$? *Ответ:* Увеличится: 1) на 0,50 мм; 2) на 0,548 мм.

Задача 3.9. Источник *S* света ($\lambda = 0,6$ мкм) и плоское зеркало *M* расположено, как показано в "зеркале Лойда". Что будет наблюдаться в точке *P* экрана, где сходятся лучи *SP* и *SMP*,свет или темнота, если |SP| = r = 2 м, a = 0,55 мм, |SM| = |MP|? *Ответ*: Темнота; геометрическая разность хода лучей $\Delta_{\text{геом}} = \lambda = 0,6$ мкм. Оптическая разность хода

$$\Delta = \Delta_{reom} + \lambda/2.$$

Задача 3.10. Расстояния бипризмы Френеля до узкой щели и экрана соответственно равны a = 48 см и b = 6 м. Бипризма стеклянная (n = 1,5) с преломляющим углом $\vartheta = 10'$. Определите максимальное число полос, наблюдаемых на экране, если $\lambda = 600$ нм. *Ответ:* $m = \frac{4ab(n-1)^2\vartheta^2}{(a+b)\lambda} = 6$

Задача 3.11. На мыльную пленку падает белый свет под углом $i = 45^{\circ}$ к поверхности плёнки. При какой неизменной толщине h плёнки отраженные лучи будут окрашены в желтый цвет ($\lambda = 600$ нм)? Показатель преломления мыльной воды n = 1,33. *Ответ*: 0,13 мкм.

Задача 3.12. Мыльная пленка, расположенная вертикально, образует клин вследствие стекания жидкости. При наблюдении интерференционных полос в отражённом свете ртутной дуги ($\lambda = 546,1$ нм) оказалось, что расстояние между пятью полосами l = 2 см. Найти угол γ клина. Свет падает перпендикулярно к поверхности пленки. Показатель преломления мыльной воды n = 1,33. *Ответ*: 11".

Задача 3.13. Установка для получения колец Ньютона освещается белым светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы R = 5м. Наблюдение ведётся в проходящем свете. Найти радиусы r_c и r_{xp} четвёртого синего кольца $\lambda_c = 400$ нм и третьего красного кольца $\lambda_{xp} = 630$ нм. *Ответ:* $r_c = \sqrt{4R\lambda_c} = 2,8$ мм; $r_{xp} = \sqrt{3R\lambda_{xp}} = 3,1$ мм.

Задача 3.14. На стеклянный клин (n = 1,5) нормально падает монохроматический свет ($\lambda = 698$ нм). Определить угол между поверхностями клина, если расстояние между двумя соседними интерференционными минимумами в отражённом свете равно 2 мм. *Ответ:* $\theta = 24'$

Задача 3.15. Монохроматический свет падает нормально на поверхность воздушного клина, причём расстояние между интерференционными полосами $\Delta x_1 = 0.4$ мм. Определить расстояние Δx_2 между интерференционными полосами, если пространство между пластинками, образующими клин, заполнить прозрачной жидкостью с показателем преломления n = 1,33. *Ответ:* $\Delta x_2 = 0.3$ мм.

Задача 3.16. Определить перемещение зеркала в интерферометре Майкельсона, если интерференционная картина сместилась на m = 30 полос. Опыт проводился со светом длиной волны $\lambda = 546$ нм. *Ответ*: d = 8,19 мкм.

Задача 3.17. На пути лучей интерференционного рефрактометра помещаются трубки длиной l = 2 см с плоскопараллельными стеклянными основаниями, наполненные воздухом ($n_0 = 1.000277$). Одну трубку заполнили хлором, и при этом интерференционная картина сместилась на $m_0 = 20$ полос. Определить показатель преломления хлора, если наблюдения производятся с монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 589$ нм. Ответ: n = 1,000866.

Задача 3.18. Для измерения показателя преломления аммиака в одно из плеч интерферометра Майкельсона помещена закрытая с обеих сторон, откачанная до высокого вакуума стеклянная трубка длиной l = 15 см. При заполнении трубки аммиаком интерференционная картина для волны $\lambda = 589$ нм сместилась на 192 полосы. Определить показатель преломления аммиака. *Ответ:* n = 1,000377.

Задача 3.19. На рис. 2.9 показана схема интерференционного рефрактометра, применяемого для измерения показателя преломления прозрачных веществ. *S* – узкая щель, освещаемая монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 589$ нм; 1 и 2 – кюветы длиной l = 10 см, которые заполнены воздухом ($n_0 = 1,000277$). При замене в одной из кювет воздуха на аммиак интерференционная картина на экране сместилась на $m_0 = 17$ полос. Определите показатель преломления аммиака. *Ответ:* n = 1,000377.

Задача 3.20. На установке для получения колец Ньютона был измерен в отражённом свете радиус третьего тёмного кольца (k = 3). Когда пространство между плоскопараллельной

пластиной и линзой заполнили жидкостью, то тот же радиус стало иметь кольцо с номером на единицу большим. Определить показатель преломления n жидкости. Ответ: n = (k + 1)k = 1.33.

Задача 3.21. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пленки. Радиус кривизны линзы R = 8,6 м. Наблюдение ведётся в отражённом свете. Измерениями установлено, что радиус четвёртого тёмного кольца (считая центральное тёмное пятно за нулевое) r = 4,5 мм. Найти длину волны λ падающего света. *Ответ*: $\lambda = 589$ нм.

Задача 3.22. На экране наблюдается интерференционная картина от двух когерентных источников света с длиной волны $\lambda = 480$ нм. Когда на пути одного из пучков поместили тонкую пластинку из плавленного кварца с показателем преломления n = 1,46, то интерференционная картина сместилась на m = 69 полос. Определить толщину d кварцевой пластинки. *Ответ*: $d = \frac{m\lambda}{n-1} = 72$ мкм.

Задача 3.23. В оба пучка света интерферометра Жамена были помещены цилиндрические трубки длиной l = 10 см, закрытые с обоих концов плоскопараллельными прозрачными пластинками; воздух из трубок был откачан. При этом наблюдалась интерференционная картина в виде светлых и тёмных полос. В одну из трубок был впущен водород, после чего интрефрененционная картина сместилась на m = 23,7полосы. Найти показатель преломления n водорода. Длина волны λ света равна 590 нм. *Ответ:* n = 1,00014. Задача 3.24. Определить перемещение зеркала в интерферометре Майкельсона, если интерференционная картина сместилась на m = 100 полос. Опыт проводился со светом длиной волны $\lambda = 546$ нм. *Ответ:* d = 27,3 мкм.

Задача 3.25. На линзу с показателем преломления n = 1.58 нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,55$ мкм. Для устранения потерь света в результате отражения на линзу наносится тонкая плёнка. Определить толщину плёнки. *Ответ*: 109 нм.

Библиографический список

- Савельев И.В. Курс физики. Кн. 4 Волны. Оптика [Текст] / И.В. Савельев. – М.: Лань, 2005. – 256 с.
- 2. Трофимова Т.И. Курс физики [Текст] / Т.И. Трофимова. М.: Изд. центр "Академия",2007. 560 с.
- 3. Детлаф А.А. Курс физики [Текст] / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский– М.:Высш. шк., 2000. 718 с.
- 4. Чертов А.Г. Задачник по физике [Текст] / А.Г. Чертов, А.А. Воробьёв. М.: Физматлит, 2009. 640 с.
- 5. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики [Текст] / В.С. Волькенштейн. 8-е изд., М.: Машиностроение, 2005. – 389 с.
- Трофимова Т.И. Курс физики с примерами решения задач: в 2 т. [Текст] / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов.- М.: КНО-РУС, 2010. - Т.2 – 384 с.
- Иродов И.Е. Задачи по общей физике [Текст] / И.Е. Иродов. – М.: Лаб. Баз. Знан. ф.-м. лит., 2002. – 431 с.
- Новодворская Е.М. Сборник задач по физике для ВТУ ЗОВ [Текст] / Е.М. Новодворская, Э.М. Димитриева. – М.:ОНИКС 21 век «Мир и образование», 2003 – 368 с.

Содержание

1. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА
1.1. Интерференция световых волн 2 1.2. Когерентность и монохроматичность световых волн. 4 1.3. Способы наблюдения интерференции света 6
1.2. Когерентность и монохроматичность световых волн
волн
1.3. Способы наблюдения интерференции света 6
1.4. Интерференция света в тонких плёнках
1.5. Многолучевая интерференция 14
1.6. Применение интерференции света 18
2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 21
3. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ. 42
Библиографический список 48
Библиографический список 48

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к теоретическим и практическим материалам по теме «Интерференция света» для студентов всех технических направлений и специальностей очной формы обучения

> Составители: Агапитова Наталья Валерьевна Бугаков Александр Викторович

Подписано к изданию 20.03.2018. Уч.- изд. л. 3,1.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет» 394026 Воронеж, Московский просп., 14