

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ

И.о. декана факультета информационных
технологий и компьютерной безопасности



_____/ А.В. Бредихин /

_____/ 2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«Математика»**

Направление подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии

Профиль Технологии искусственного интеллекта

Квалификация выпускника бакалавр

Нормативный период обучения 4 года

Форма обучения очная

Год начала подготовки 2024

Автор программы

_____/  _____ Н.А. Борщ

Заведующий кафедрой

Высшей математики и

физико-математического

моделирования

_____/  _____ И.Л. Батаронов

Руководитель ОПОП

_____/  _____ Д.В. Иванов

Воронеж 2024

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цели дисциплины

- развитие логического и алгоритмического мышления, выработка умения самостоятельно расширять и углублять математические знания;
- освоение необходимого математического аппарата, помогающего анализировать, моделировать и решать прикладные задачи, при необходимости с применением современной вычислительной техники;
- формирование у студента начального уровня математической культуры, достаточного для продолжения образования, научной работы или практической деятельности, методологических основ для формирования целостного научного мировоззрения, отвечающего современному уровню развития человеческой цивилизации.

1.2. Задачи освоения дисциплины

- выработка ясного понимания необходимости математического образования в подготовке бакалавра и представления о роли и месте математики в современной системе знаний и мировой культуре;
- ознакомление с системой понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов, и их взаимосвязью;
- формирование конкретных практических приемов и навыков постановки и решения математических задач, ориентированных на практическое применение при изучении дисциплин профессионального цикла;
- овладение основными математическими методами, необходимыми для анализа процессов и явлений при поиске оптимальных решений, обработки и анализа результатов экспериментов;
- изучение основных математических методов применительно к решению научно-технических задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Математика» относится к дисциплинам базовой части блока Б1.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины «Математика» направлен на формирование следующих компетенций:

УК-1 - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;

ОПК-1 - Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции
УК-1	Имеет практический опыт работы с информационными источниками
ОПК-1	Знает основы высшей математики
	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением методов высшей математики
	Владеет навыками теоретического исследования объектов профессиональной деятельности

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Математика» составляет 10 з.е.
Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий

очная форма обучения

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры		
		1	2	3
Аудиторные занятия (всего)	162	54	54	54
В том числе:				
Лекции	54	18	18	18
Практические занятия (ПЗ)	108	36	36	36
Самостоятельная работа	126	54	54	18
Часы на контроль	72	-	36	36
Виды промежуточной аттестации - экзамен, зачет с оценкой	+	+	+	+
Общая трудоемкость:				
академические часы	360	108	144	108
зач.ед.	10	3	4	3

очно-заочная форма обучения

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры		
		1	2	3
Аудиторные занятия (всего)	70	22	24	24
В том числе:				
Лекции	30	10	10	10
Практические занятия (ПЗ)	40	12	14	14
Самостоятельная работа	218	50	84	84
Часы на контроль	72	-	36	36

Виды промежуточной аттестации - экзамен, зачет с оценкой	+	+	+	+
Общая трудоемкость:				
академические часы	360	72	144	144
зач.ед.	10	2	4	4

заочная форма обучения

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры		
		1	2	3
Аудиторные занятия (всего)	36	16	10	8
В том числе:				
Лекции	18	6	6	6
Практические занятия (ПЗ)	18	6	6	6
Самостоятельная работа	302	128	87	87
Часы на контроль	22	4	9	9
Виды промежуточной аттестации - экзамен, зачет с оценкой	+	+	+	+
Общая трудоемкость:				
академические часы	360	144	108	108
зач.ед.	10	4	3	3

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий

очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	СРС	Всего, час
		Первый семестр				
1	Элементы линейной и векторной алгебры	Определители, их свойства. Вычисление определителей. Алгебра матриц. Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений. Общая теория. Методы решения. Векторы, линейные операции над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведения.	6	12	18	36
2	Аналитическая геометрия	Прямоугольная и полярная системы координат на плоскости. Прямая на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве. Кривые второго порядка. Поверхности второго порядка.	6	12	18	36
3	Последовательности, функции и их пределы.	Множества. Элементы логики высказываний и математической логики. Понятие функции. Характеристики поведения функции. Графики функ-	6	12	18	36

		ций. Предел функции. Теоремы о пределах. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых.				
		Второй семестр				
4	Непрерывность и точки разрыва. Производная и ее приложения	Непрерывность и точки разрыва. Производная, её геометрический и физический смысл, правила вычислений. Таблица производных. Дифференцирование сложных, неявных и функций, заданных параметрически. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Экстремумы. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Асимптоты кривых. Построение графиков.	6	12	18	36
5	Комплексные числа. Неопределенный и определенный интеграл	Комплексные числа. Действия с ними. Неопределенный интеграл. Свойства, таблица интегралов. Методы интегрирования. Определенный интеграл. Методы вычисления. Несобственные интегралы. Геометрические и механические приложения определенного интеграла	6	12	18	36
5	Функции нескольких переменных	Определение функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциал. Производная по направлению, градиент. Экстремум функции двух переменных.	6	12	18	36
		Третий семестр				
7	Дифференциальные уравнения	Основные понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные дифференциальные уравнения. Общая теория. Уравнения с постоянными коэффициентами и специальным видом правой части.	6	12	6	24
8	Ряды	Числовые ряды и признаки их сходимости. Функциональные ряды. Степенные ряды и их приложения. Ряды Фурье.	6	12	6	24

9	Кратные и криволинейные интегралы	Двойные интегралы. Тройные интегралы. Криволинейные интегралы.	6	12	6	24
Итого			54	108	126	288

очно-заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	СРС	Всего, час
Первый семестр						
1	Элементы линейной и векторной алгебры	Определители, их свойства. Вычисление определителей. Алгебра матриц. Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений. Общая теория. Методы решения. Векторы, линейные операции над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведения.	4	4	18	26
2	Аналитическая геометрия	Прямоугольная и полярная системы координат на плоскости. Прямая на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве. Кривые второго порядка. Поверхности второго порядка.	3	4	16	23
3	Последовательности, функции и их пределы..	Множества. Элементы логики высказываний и математической логики. Понятие функции. Характеристики поведения функции. Графики функций. Предел функции. Теоремы о пределах. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых.	3	4	16	23
Второй семестр						
4	Непрерывность и точки разрыва. Производная и её приложения	Непрерывность и точки разрыва. Производная, её геометрический и физический смысл, правила вычислений. Таблица производных. Дифференцирование сложных, неявных и функций, заданных параметрически. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Экстремумы. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Асимптоты кривых. Построение графиков.	4	6	28	38
5	Комплексные числа. Неопределенный и определенный интеграл	Комплексные числа. Действия с ними. Неопределенный интеграл. Свойства, таблица интегралов. Методы интегрирования. Определенный интеграл.	3	4	28	35

		Методы вычисления. Несобственные интегралы. Геометрические и механические приложения определенного интеграла				
5	Функции нескольких переменных	Определение функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциал. Производная по направлению, градиент. Экстремум функции двух переменных.	3	4	28	35
Третий семестр						
7	Дифференциальные уравнения	Основные понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные дифференциальные уравнения. Общая теория. Уравнения с постоянными коэффициентами и специальным видом правой части.	4	6	28	38
8	Ряды	Числовые ряды и признаки их сходимости. Функциональные ряды. Степенные ряды и их приложения. Ряды Фурье.	3	4	28	35
9	Кратные и криволинейные интегралы	Двойные интегралы. Тройные интегралы. Криволинейные интегралы.	3	4	28	35
Итого			30	40	218	288

заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	СРС	Всего, час
Первый семестр						
1	Элементы линейной и векторной алгебры	Определители, их свойства. Вычисление определителей. Алгебра матриц. Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений. Общая теория. Методы решения. Векторы, линейные операции над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведения.	2	2	43	47
2	Аналитическая геометрия	Прямоугольная и полярная системы координат на плоскости. Прямая на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве. Кривые второго порядка. Поверхности второго порядка.	2	2	43	47
3	Последовательности, функции и их	Множества. Элементы логики высказываний и математической логики.	2	2	42	46

	пределы..	Понятие функции. Характеристики поведения функции. Графики функций. Предел функции. Теоремы о пределах. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых.				
		Второй семестр				
4	Непрерывность и точки разрыва. Производная и ее приложения	Непрерывность и точки разрыва. Производная, её геометрический и физический смысл, правила вычислений. Таблица производных. Дифференцирование сложных, неявных и функций, заданных параметрически. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталю. Экстремумы. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Асимптоты кривых. Построение графиков.	2	2	30	34
5	Комплексные числа. Неопределенный и определенный интеграл	Комплексные числа. Действия с ними. Неопределенный интеграл. Свойства, таблица интегралов. Методы интегрирования. Определенный интеграл. Методы вычисления. Несобственные интегралы. Геометрические и механические приложения определенного интеграла	2	2	30	34
5	Функции нескольких переменных	Определение функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциал. Производная по направлению, градиент. Экстремум функции двух переменных.	2	2	27	31
		Третий семестр				
7	Дифференциальные уравнения	Основные понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные дифференциальные уравнения. Общая теория. Уравнения с постоянными коэффициентами и специальным видом правой части.	2	2	30	3
8	Ряды	Числовые ряды и признаки их сходимости. Функциональные ряды. Степенные ряды и их приложения. Ряды Фурье.	2	2	30	34

9	Кратные и криволинейные интегралы	Двойные интегралы. Тройные интегралы. Криволинейные интегралы.	2	2	27	31
Итого			18	18	302	338

5.2 Перечень лабораторных работ

6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В соответствии с учебным планом освоение дисциплины не предусматривает выполнение курсового проекта (работы).

Контрольные работы и индивидуальные домашние задания.

Первый семестр

Контрольная работа по теме «Определители и системы» на 4 неделе, тест по теме «Векторная алгебра» на 7 неделе, ИДЗ по теме «Аналитическая геометрия» выдается на 7 неделе, прием на 12 неделе, ИДЗ по теме «Пределы» выдается на 13 неделе, прием на 17 неделе.

Второй семестр

ИДЗ по теме «Производная и ее приложения» выдается на 5, прием на 10 неделе, ИДЗ по теме «Интеграл и его приложения» выдается на 12 неделе, прием на 16 неделе.

Третий семестр

ИДЗ по теме «Дифференциальные уравнения» выдача на 3 неделе, прием на 7 неделе, контрольная работа по теме «Ряды» на 12 неделе, ИДЗ по теме «Кратные интегралы» выдается на 13 неделе, прием на 17 неделе.

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

7.1.1 Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Аттестован	Не аттестован
УК-1	Имеет практический	Решение стандарт-	Выполнение работ в	Невыполне-

	опыт работы с информационными источниками	ных и прикладных задач в конкретной предметной области, выполнение ИДЗ, защита.	срок, предусмотренный в рабочих программах	ние работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
ОПК-1	Знает основы высшей математики	тест	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением методов высшей математики	Решение стандартных задач, контрольная работа	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Владеет навыками теоретического исследования объектов профессиональной деятельности	Решение стандартных и прикладных задач в конкретной предметной области, выполнение ИДЗ, защита.	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах

7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 1, 2, 3 семестре для очной, очно-заочной и заочной форм обучения по четырехбалльной системе:

- «отлично»;
- «хорошо»;
- «удовлетворительно»;
- «неудовлетворительно».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неудовл.
УК-1	Имеет практический опыт работы с информационными источниками	Решение стандартных и прикладных задач в конкретной предметной области, ИДЗ, защита	Задачи решены в полном объеме получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
ОПК-1	Знает основы высшей математики	тест	Выполнение теста на 90- 100%	Выполнение теста на 80- 90%	Выполнение теста на 70- 80%	В тесте менее 70% правильных ответов

Умеет решать стандартные профессиональные задачи применением методов высшей математики	Решение стандартных практических задач, контрольная работа	Задачи решены в полном объеме, получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
Владеет навыками теоретического исследования объектов профессиональной деятельности	Решение стандартных и прикладных задач в конкретной предметной области, ИДЗ, защита	Задачи решены в полном объеме, получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

7.2 Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию

Первый семестр ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

I. Линейные операции над векторами

1.1 Из векторов $a(1,2,2)$, $b(1,3,1)$, $c(2,6,2)$ коллинеарными являются

1. a и b 2. b и c 3. a и c 4. a и b , a и c

1.2 Даны вектора $a=i+j-k$, $b=i-j+2k$, $c=i-j+2k$. Найти вектор $a-b-c$.

1. $(-1,3,5)$ 2. $(-1,3,-5)$ 3. $(1,3,-5)$ 4. $(-1,-3,5)$

1.3 Известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{c}| = 3$, а $\vec{a} \perp \vec{c}$. Найти $|\vec{a} - \vec{c}|$

1. 5 2. 4 3. 3 4. 2

1.4 Известны $|\vec{a}| = 12$, $|\vec{c}| = 16$, а $\vec{a} \perp \vec{c}$. Найти $|\vec{a} - \vec{c}|$

1. 21 2. 20 3. -20 4. 12

1.5 Найти направляющие косинусы вектора $a(4,0,-3)$

1. $(-0.8, 0, 0.6)$ 2. $(0.6, 0, 0.8)$ 3. $(0.8, 0, -0.6)$ 4. $(0.8, 0, 0.6)$

II. Скалярное произведение векторов

2.1 Из векторов $a(3,2,2)$, $b(1,0,1)$, $c(2,6,-2)$ ортогональными являются

1. a и b 2. a и c 3. a и b , a и c 4. c и b

2.2 Вычислить проекцию вектора a на вектор $a+b$, где $a(3,0,4)$, $b(-3,1,-4)$

1. 0.2 2. -0.2 3. 0.1 4. 0.5

2.3 Определить угол между векторами $a(4,0,-3)$ и $b(1,-3,4/3)$.

1. 90° 2. 0° 3. 90° или 270° 4. 180°

2.4 Даны вектора $a=i+j+k$, $b=i-j-k$, $c=-4i+3k$. Найти вектор $(a+b)^2 - c^2$.

1. -1 2. 1 3. 0 4. -21

2.5 Найти работу силы $F(1,1,2)$ при прямолинейном движении точки в направлении от $A(1,0,1)$ к $B(1,2,1)$

1. 2 2. -2 3. 1 4. -1

I. Векторное, смешанное произведения векторов

3.1 Даны векторы $a=i+k$, $b=i-j$. Найти $|\alpha \times b|^2 - a^2$, где $\alpha \times b$ -векторное произведение a на b .

1. 1 2. 0 3. 2 4. -1

3.2 Вычислить объем тетраэдра, построенного на векторах $a(3,0,2)$, $b(3,0,0)$, $c(1,-1,2)$.

1. 2 2. 1 3. 3 4. 6

3.3 Вычислить объем наклонной призмы, построенной на векторах $a(2,0,1)$, $b(7,1,0)$, $c(1,1,0)$.

1. 1 2. 3 3. 6 4. 3

3.4 Сила $F(1,0,1)$ приложена к точке $A(2,1,2)$. Определить момент этой силы относительно начала координат.

1. $(1,0,-1)$ 2. $(1,0,1)$ 3. $(1,1,0)$ 4. $(1,-1,0)$

3.5 Определить площадь треугольника ABC с вершинами в точках $A(-1,0,-1)$, $B(0,1,0)$ и $C(-1,1,-1)$ с помощью векторного произведения.

1. $\sqrt{2}/2$ 2. $\sqrt{2}$ 3. 1 4. 2

3.6 Определить abc , если $a(1,0,1)$, $b(1,-1,0)$, $c(1,1,0)$.

1. 1 2. -2 3. 2 4. -1

Аналитическая геометрия

1. Определите неизвестные коэффициенты в уравнении плоскости

$3x + By + Cz - 3 = 0$, параллельной плоскости $6x - 2y + 5z - 3 = 0$.

- 1) $B=-1$; $C=2,5$; 2) $B=1$; $C=2,5$; 3) $B=2$; $C=-1,5$.

2. Найдите неизвестный коэффициент в уравнении плоскости

$3x + By - 2z - 5 = 0$, перпендикулярной плоскости $x - 2y + 4z = 0$

- 1) $B=2$; 2) $B=-5/2$; 3) $B=5/2$.

3. Укажите канонические уравнения прямой, проходящей через точку

$A(3;2;-1)$ параллельно вектору $s = \{3;2;-1\}$

- 1) $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{-1}$; 2) $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{4}$; 3) $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$.

4. Уравнения прямой, проходящей через точки $A(2;-3;5)$ и $B(0;-2;1)$ имеют вид:

$$\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-8} = \frac{z-4}{2}; \quad \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{8} = \frac{z-4}{-2}; \quad \frac{x-1}{1/2} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-6}{-1}. \text{ Все ответы верны?}$$

- 1) да; 2) нет.

5. Найдите точку M_0 пересечения прямой $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ с плоскостью $x - y + 2z - 3 = 0$

- 1) $M_0(-1;0;-1)$; 2) $M_0(-5;-6;1)$; 3) $M_0(1;2;3)$.

6. Укажите каноническое уравнение прямой, проходящей через точку

$M(2;0;-3)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{-1}$

1) $\frac{x-5}{2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+1}{-3}$; 2) $\frac{x-2}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-1}$; 3) $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$.

7. При каких значениях m прямая $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{m} = \frac{z+2}{-2}$ параллельна плоскости

$$x - 3y + 6z + 7 = 0$$

1) $m=1$; 2) $m=-3$; 3) $m=2$.

Второй семестр

Производная

1. Производная функции $f(x) = \frac{x}{\operatorname{tg} x}$ равна

1) $\frac{\operatorname{tg} x - x \operatorname{ctg} x}{\operatorname{tg} x}$; 2) $\frac{\sin 2x - 2x}{2 \sin x}$ 3) $\cos^2 x$; 4) $\frac{\operatorname{tg} x + x \operatorname{ctg} x}{\operatorname{tg}^2 x}$.

2. Производная функции $f(x) = \sin 2x \cdot \ln x$ равна

1) $\cos 2x \frac{1}{x}$; 2) $-\cos 2x \cdot \ln x + \frac{\sin 2x}{x}$ 3) $\frac{\sin 2x}{x} + \frac{\cos 2x}{2}$; 4)

$2 \cos 2x \cdot \ln x + \frac{\sin 2x}{x}$.

3. Производная функции $\begin{matrix} x = 2 \cos t \\ y = 1 - \sin t \end{matrix}$ равна

1) $\frac{1}{2} \operatorname{tgt}$; 2) $\frac{1}{2} \operatorname{ctgt}$; 3) $-\frac{1}{2} \operatorname{tgt}$; 4) $-2 \operatorname{ctgt}$.

4. Производная функции $f(x) = x^2 \sqrt{x-3}$ в точке $x = \frac{\pi}{6}$ равна

1) $\frac{1}{e^4}$; 2) $\frac{\sqrt{3}}{2} e^{\frac{1}{4}}$; 3) $\frac{1}{2} e^{\frac{1}{4}}$; 4) $-\frac{\sqrt{3}}{2} e^{\frac{1}{4}}$

5. Производная функции $f(x) = e^{\sin^2 x}$ в точке $x=4$ равна

1) 0; 2) 16; 3) 8; 4) 4; .

6. Дана $f(x) = \frac{e^{2x}}{5}$, тогда $f'(\ln 3)$

1) 1,8; 2) 2,4; 3) 2,8; 4) 3,6.

7. При каком значении a прямая $y=3+x$ является касательной к графику

функции $f(x) = e^{x-a}$

1) $-\frac{1}{2}$; 2) 2; 3) -2; 4) 0,5.

8. Промежутки убывания функции $f(x) = \frac{e^{-x}}{x+1}$ равны

1) $(-\infty; -2] \cup (-1; \infty)$; 2) $[-2; -1) \cup (-1; \infty)$; 3) $[-2; \infty)$; 4) $[-2; -1]$.

9. Промежутки убывания функции $f(x) = \frac{x^2}{\ln x}$ равны

1) $(0; \sqrt{e}]$; 2) $(0; 1) \cup [\sqrt{e}; \infty)$; 3) $[\sqrt{e}; \infty)$; 4) $(0; 1) \cup (1; \sqrt{e}]$.

10. Функция $f(x) = \frac{3}{2}x^4 + 3x^3$ имеет экстремум в точках

1) $x_{\min} = 0$; $x_{\max} = -\frac{3}{2}$. 2) $x_{\min} = -\frac{3}{2}$; $x_{\max} = 0$.

3) $x_{\min} = -\frac{3}{2}$; 4) $x_{\max} = \frac{3}{2}$.

11. Экстремальное значение функции $f(x) = \frac{8+2x}{\sqrt{x}}$ равно

1) $3\sqrt{2}$; 2) 2; 3) 4; 4) 8.

12. Прямая $y = -x + 3$ касается графика функции $y = g(x)$ в точке $x_0 = -2$ тогда $g(-2)$ равно

1) 1; 2) 3; 3) 5; 4) -3.

13. Точка движется по координатной прямой по закону $s(t) = -t^2 + 9t + 8$, тогда $v_{\min}^{(4)}$ равно

1) 9; 2) 25; 3) 1; 4) -25.

Третий семестр

Дифференциальные уравнения

Общим решением дифференциального уравнения

1. $y'' + 5y' + 6y = 0$ является

1) $c_1 \cos(-3x) + c_2 \sin(-2x)$
2) $c_1 e^{-3x} + c_2 e^{-2x}$
3) $c_1 e^{3x} + c_2 e^{2x}$
4) $c_1 e^{-3x} + c_2 \sin(-2x)$

2. $y'' + y' = 0$ является

1) ce^{-x}
2) $c_1 + c_2 e^{-x}$
3) $c_1 e^x + c_2 e^{-x}$
4) $c_1 \sin x + c_2 \cos x$

«Ряды»

1. Необходимый признак сходимости числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ записывается в виде

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n < 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n > 0$$

2. Найти сумму числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

- 1) 1 2) 3/2 3) ∞ 4) 2 5) 2/3

3. При каких значениях a ряд сходится $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$

- 1) $a > 0$ 2) $a > 1$ 3) $0 < a < 1$ 4) $a > 1/2$ 5) $a > 3/2$

4. Найти все значения α , при которых ряд а) абсолютно сходится; б) условно сходится:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^\alpha}$ (Ответ: а) $\alpha > 1$; б) $0 < \alpha \leq 1$;)

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n - \alpha}$ (Ответ: а) Нет; б) $\alpha \neq k$; $k \in \mathbb{N}$;)

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n^\alpha}$ (Ответ: а) $\alpha > 1$; б) $0 < \alpha \leq 1$;)

4) $1 + \frac{1}{3^\alpha} - \frac{1}{2^\alpha} + \frac{1}{5^\alpha} + \frac{1}{7^\alpha} - \frac{1}{4^\alpha} + \dots$ (Ответ: а) $\alpha > 1$; б) $\alpha = 1$;)

5. Сколько первых членов ряда достаточно взять, чтобы их сумма отличалась от суммы ряда на величину, меньшую, чем 10^{-6} :

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$ (Ответ: $n=10^3$)

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$ (Ответ: $n=10^6$)

6. Найти взаимное соответствие между функциями 1) e^x ; 2) $\cos x$; 3) $\sin x$; 4) $\ln(1+x)$ и их разложением в степенной ряд:

$$x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \dots$$

$$1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots$$

$$x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$$

$$1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots$$

7. Степенным рядом называют ряд вида

$$a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \dots + a_n(x - x_0)^n + \dots$$

$$a_0 + \frac{a_1}{(x - x_0)} + \frac{a_2}{(x - x_0)^2} + \dots + \frac{a_n}{(x - x_0)^n} + \dots$$

$$a_0 + \frac{a_1}{(x - x_0)} + \frac{a_2}{(x - x_0)^2} + \dots + \frac{a_n}{(x - x_0)^n} + \dots$$

$$a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \dots + a_n(x - x_0)^n + \dots$$

7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач

Первый семестр

1. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{n} + \vec{p}$ и $\vec{b} = -3\vec{n} + 2\vec{p}$, где $|\vec{n}| = 2, |\vec{p}| = 1$, угол между векторами \vec{n} и \vec{p} равен 120° . Найти $|2\vec{a} \times \vec{b}|$.

2. На материальную точку действуют силы $\vec{f}_1 = 5\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{f}_2 = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{f}_3 = \vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$. Найти работу равнодействующей этих сил \vec{R} при перемещении точки $M_1(8, 9, 11)$ в положение $M_2(3, 2, 1)$.

3. Найти площадь \square вершины которого лежат на осях координат и отстоят от начала координат на 2, 3, 5 единиц.

4. Даны векторы $\vec{a} = l\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$, $\vec{c} = \vec{k}$. Найти значение l , при котором $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = \vec{a}\vec{c}$.

5. Дано $\vec{a} = \{3; 1; -1\}$ и $\vec{b} = \{-2; 3; 4\}$. Найти косинус угла, образованного вектором $(\vec{a} + \vec{b})$ с осью Ox .

6. Сила $\vec{P} = \{2, -4, 5\}$ приложена к точке $M(4; -2; 3)$. Определить момент этой силы относительно точки $A(3, 2, -1)$.

7. На векторах $\vec{a} = \{3; -2; 0\}$; $\vec{b} = \{1; 2; 5\}$ и \vec{c} построен параллелепипед, объем которого равен 20. Найти отличную от нуля координату вектора \vec{c} , если $\vec{c} \perp$ плоскости uOz и тройка $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ - левая.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\begin{cases} 2x + 3y + z + 1 = 0, \\ 3x - 2y + z + 2 = 0, \end{cases}$ и перпендикулярной плоскости $x - y - 3z + 2 = 0$.

9. При каком значении l прямая $\begin{cases} x = lt - 1, \\ y = 3t + 1, \\ z = -3t - 4 \end{cases}$ перпендикулярно прямой

$$\begin{cases} 3x - 2y - 5z = 0, \\ 5x - 2y + 3 = 0. \end{cases}$$

10. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения

прямых $3x + y - 5 = 0$ и $x - 2y + 10 = 0$ и отстоящей от точки $C(-1, -2)$ на расстоянии $d = 5$.

11. На гиперболе $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{16} = 1$ найти точку, которая была бы в три раза ближе от одной асимптоты, чем от другой.

Пределы.

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x^3}{5x^3 + 7x} \quad 2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - x}{x^2 + x - 2} \quad 3. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} (x+7) [\ln(x+1) - \ln(x+3)]. \quad 5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2x \cdot \operatorname{tg} 2x} \quad 6. \lim_{x \rightarrow 1} \left(1 + \cos \frac{\pi x}{2}\right)^{1/2 \sin \pi x}.$$

Второй семестр

Непрерывность. Производная.

1. Исследовать на непрерывность и найти точки разрыва функции (указать их характер) и построить эскиз графика функции

$$1.1. f(x) = \begin{cases} x-1, & \text{если } x < 1, \\ x^2, & \text{если } 1 \leq x < 2, \\ 3 + \log_2 x, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$$

$$1.2. f(x) = 5^{\frac{2}{(x+1)^2(x^2+5x-6)}}.$$

Производная

Найти производные функций

$$1. y = \ln(\arcsin \sqrt{1 - e^{2x}}). \quad 2. y = (3x - 1) \ln(\sqrt{1 + 4x^2} + 2x).$$

$$3. y = \operatorname{arctg} \frac{2x}{1 - x^2}. \quad 4. y = 2^{\arccos^2 \sqrt{x}}.$$

Применяя метод логарифмического дифференцирования, найти производные функций.

$$5. \text{ а) } y = \frac{e^{x^2} \cdot \operatorname{tg}^3 x}{\arccos x}; \quad \text{ б) } y = (\sin x)^{e^{4x}};$$

6. Найдите производные 1-го и 2-го порядков от функций, заданных параметрически.

$$\begin{cases} x = e^{-2t} \sin 2t, \\ y = e^{2t} \cos 2t. \end{cases}$$

7. Найдите производную указанного порядка.

$$y = (3 - x^2) \ln^2 x, y''' = ?;$$

8. Найти производную n -го порядка $y = \frac{1}{2x-3}$.

9. Составить уравнения касательных к графику функции $y = \frac{2x+1}{x+1}$, перпен-

дикулярных прямой $y + x + 7 = 0$.

10. Пользуясь правилом Лопиталья, найдите пределы.

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\sqrt{x+1}}}{x+1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\ln x + \frac{1}{x} \right)$;

Исследование функций и построение графиков

1. Построить график функции с помощью производной первого порядка.

$$y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 9.$$

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

$$y = x^2 + \frac{16}{x} - 16, \quad [1, 4].$$

3. Найти асимптоты и построить графики функции.

$$y = (17 - x^2)/(4x - 5).$$

4. Провести полное исследование функции и построить график.

$$y = (4 - x^3)/x^2.$$

5. Провести полное исследование функции и построить график.

$$y = (2x + 3)e^{-2(x+1)}.$$

Интегралы

1. $\int (3^x - \frac{5}{\cos^2 x} + \frac{8}{x^3} - 10\sqrt[5]{x^3} - 4) dx$;

2. а) $\int \frac{dx}{x + 4\sqrt[10]{x^7}}$; б) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 36}}$;

3. а) $\int \operatorname{arctg} x dx$; б) $\int (x^2 - 3x + 5) \cos 3x dx$;

4. а) $\int \frac{(6x-1)}{x^2-6x+13} dx$; б) $\int \frac{(5x+1)dx}{x^2+2x-8}$;

5. а) $\int \frac{(2x-3)dx}{(x+1)^2(x^2-2x+2)}$; б) $\int \frac{(x^2-x+3)dx}{x^3+2x^2+x+2}$;

6. а) $\int \sin^3 x \cos^6 x dx$; б) $\int \cos 2x \cos 8x dx$;

7. $\int \frac{dx}{1-3\sin x - \cos x}$;

8. а) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+36}}$; б) $\int \frac{(4x-5)dx}{\sqrt{-x^2+6x-5}}$;

Вычислить интегралы.

9. $\int_2^4 \left(\frac{3}{x} - \frac{6}{x^2} - \sin \frac{\pi x}{8} \right) dx$;

$$10. \text{ а) } \int_{3\sqrt{2}}^6 \frac{dx}{x\sqrt{x^2-9}}; \quad \text{б) } \int_0^2 x^2(3x-8)^6 dx; \quad \text{в) } \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2+\sin x+\cos x};$$

$$11. \text{ а) } \int_0^{\pi/2} x \sin 3x dx; \quad \text{б) } \int_1^e \frac{\ln^2 x dx}{x^3};$$

Приложения определенных интегралов

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \sqrt{e^x - 1}, y = 0, x = \ln 2.$$

2. Вычислить длину дуги кривой $y = 2 - e^x, \ln \sqrt{3} \leq x \leq \ln \sqrt{8}$.

3. Вычислить длину дуги кривой
$$\begin{cases} x = (t^2 - 2)\sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2)\cos t + 2t \sin t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 3\pi.$$

4. Вычислить длину дуги кривой $\rho = 4e^{4\varphi/3}, 0 \leq \varphi \leq \pi/3$.

5. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной линиями $y = x^3, y = x$.

Функции нескольких переменных

1. Найти частные производные функции $z = \text{arctg}(x^2 + y^2)$.

2. Составьте уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности, заданной уравнением $f(x; y; z) = 0$ в указанной точке $M(x_0; y_0; z_0)$.

$$4x^2y^2z^3 - xy^2z - 2yz^2 - z^3 - 15 = 0, M(2; -1; 1)$$

3. Найдите точки экстремума функции $u(x; y)$.

$$u(x; y) = x^2 - 2x - y^3 + y^2 + y - 5;$$

4. Найдите условный экстремум функции $u(x; y)$ при заданном уравнении связи.

$$u(x; y) = 3x^2 + 2xy + y^2 - 2x + y + 3 \quad \text{при} \quad x - 2y + 3 = 0$$

5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $u(x; y)$ в области (D), заданной указанными неравенствами.

$$u(x; y) = -x^2 + xy + 2y^2 + 4x + y - 2, (D): x \leq 2, y \leq 2, x + y \geq 1$$

Третий семестр

Решите дифференциальные уравнения.

$$1) y' = (1 + y^2)x^2; \quad 2) y' - \frac{y}{2x} = x; \quad 3) y' + xy = (x-1)e^x y^2.$$

Найдите общее решение дифференциального уравнения, понизив его порядок.

$$4) (1 - x^2)y'' - xy' = 2;$$

Найдите общее решение дифференциального уравнения

$$5) y'' - 2y' - 8y = 80 \cos 2x, \quad \text{б) } y'' - 6y' + 13y = 25xe^{2x},$$

Исследовать сходимость рядов:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!} \quad 2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n} \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{\sqrt[3]{n}} x^n \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{3^n n}$$

5. Вычислить $\ln 1,04$ с точностью до 10^{-4} .

6. Найти первые 4 (отличных от нуля) члена разложения решения дифференциального уравнения $y' = x^2 y + y^3$ с начальным условием $y(0) = 1$ в степенной ряд.

7. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле и сделать чер-

теж области интегрирования $\int_0^1 dx \int_{8x^3}^{4x+4} f(x, y) dy$

8. Вычислить двойной интеграл по области D

$$\iint_D (x^3 - 2y) dx dy, \quad D: y = x^2 - 1, y = 0$$

9. Вычислить интеграл, перейдя от прямоугольных декартовых координат

к полярным: $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{\operatorname{tg} \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy$.

10. Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями.

$$z = y^2, x^2 + y^2 = 9, z = 0.$$

7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

Первый семестр

1. Записать разложение силового вектора \vec{F} по базису $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, зная, что сила \vec{F} приложена к точке $M(x, y, z)$ и направлена к началу координат, а величина силы \vec{F} прямо пропорциональна расстоянию от точки M до начала координат. Коэффициент пропорциональности равен k .

2. Вектор \vec{E} приложенный в произвольной точке пространства M имеет направление радиус-вектора $\vec{r} = \overline{OM}$ и длину $|\vec{E}| = \frac{q}{r^2}$, $r = |\vec{r}|$, $q > 0 - \text{const}$. Как записать вектор \vec{E} ?

С каким физическим законом связан вектор \vec{E} ?

3. К точке O приложены силы \vec{F}_i , $i = 1, 2, 3, 4$, одинаковой величины $|\vec{F}_i| = F$. Зная, что $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = (\vec{F}_2, \vec{F}_3) = (\vec{F}_3, \vec{F}_4) = 72^\circ$, найти значение и направление равнодействующей.

4. Найти центр тяжести системы, состоящей из двух материальных точек A_1 и A_2 , в которых сосредоточены массы m_1 и m_2 . Радиус-векторы точек A_1 и A_2 соответственно равны \vec{r}_1 и \vec{r}_2 .

5. Найти величину равнодействующей двух сил, приложенных к одной точке, зная величину составляющих сил и угол между ними.

Решить задачу для случая трех составляющих сил, предполагая известными величинами этих сил и три угла между направлениями сил, взятых попарно.

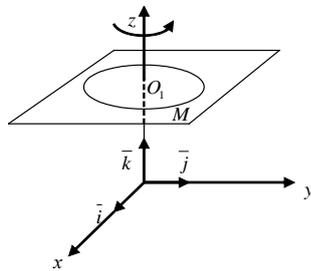
6. Пусть жидкость течет так, что все частицы движутся прямолинейно с одинаковой скоростью \vec{v} . Показать, что объем жидкости, протекающей через плоскую площадку σ

в единицу времени, равен $\sigma \bar{v} \cdot \bar{n}^0$, где \bar{n}^0 - единичный вектор, перпендикулярный к площадке σ и направленный в сторону течения жидкости.

7. Пусть электрон, заряд которого равен e , движется со скоростью \bar{v} в магнитном поле постоянной напряженности \bar{H} . В таком случае на электрон действует отклоняющая сила \bar{F} , определяемая формулой $\bar{F} = \frac{e}{c} [\bar{v} \times \bar{H}]$, где c - скорость света. Найти величину силы \bar{F} .

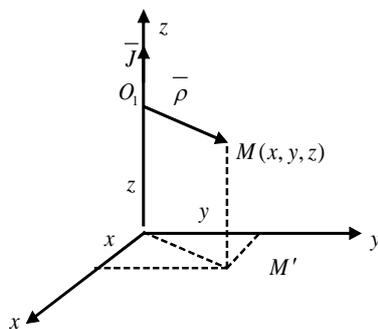
8. Три силы $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \bar{F}_3$, приложены в одной точке, имеют взаимно перпендикулярные направления, $F_i = |\bar{F}_i|, i = 1, 2, 3$. Определить величину их равнодействующей \bar{F} и работу, которую она совершает, когда ее точка приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из начала в конец вектора \bar{F}_3 .

9. Пусть вращательное движение жидкости вокруг оси Oz задано вектором угловой скорости $\bar{\omega} = \omega \bar{k}$. Радиус-вектор частицы жидкости, находящейся в точке $M(x, y, z)$ относительно центра ее вращения, обозначим через $\bar{\rho}$. Вектор $\bar{v}(M) = [\bar{\omega} \times \bar{\rho}]$ является вектором линейной скорости вращающейся частицы жидкости.



1) Показать на чертеже векторы $\bar{\omega}, \bar{\rho}, \bar{v}$.
2) Найти разложение вектора \bar{v} по базису $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ и значение $|\bar{v}|$.

10. Постоянный электрический ток J течет в направлении оси Oz . Вектор напряженности магнитного поля, создаваемого этим током в произвольной точке $M(x, y, z)$, $\bar{H} = \frac{2}{|\bar{\rho}|^2} J \bar{\rho}$,



где $\bar{J} = J \bar{k}$, $\bar{\rho} = \overline{O_1 M}$ (точка O_1 - проекция точки M на ось Oz). Найти координаты вектора \bar{H} и его величину $|\bar{H}|$. Вектор \bar{H} показать на чертеже.

14. Постоянный электрический ток J течет снизу по бесконечному проводу, совпадающему с осью Oz . Вектор \bar{H} напряженности магнитного поля, создаваемого этим током в произвольной точке $M(x, y, z)$ имеет вид $\bar{H} = \frac{2J}{\rho^2} (-y\bar{i} + x\bar{j})$, где $\rho^2 = x^2 + y^2$.

1) Записать векторы \overline{OM} и $\overline{OM'}$ в виде разложения по базису $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$.
Найти $|\overline{OM'}|$ (M' - проекция точки M на плоскость xOy).

Второй семестр

1. Закон изменения тока в электромагните без шунта определяется формулой

$$i(t) = \frac{E}{R_1 + R_2} (I - e^{-\frac{L}{R_1 + R_2} t}).$$

Считая все параметры этой формулы постоянными, найти скорость тока в момент времени $t = 0$.

2. Сила действия кругового электрического тока на небольшой магнит, ось которого

расположена на перпендикуляре к плоскости круга, проходящем через его центр, выражается формулой $F = \frac{cx}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$, где $c - const$, x - расстояние от центра круга до магнита ($0 < x < \infty$), a - радиус круга. При каком значении x величина F будет наибольшей?

3. Движение материальной точки происходит по закону $S = Ae^{-kt} \sin \omega t$, ($A, k, \omega > 0$), который называется законом затухающих колебаний. Найти скорость движения, ускорение и силу, под действием которой происходит это движение.

4. Две среды разделены прямой. Известны скорости движения точки в средах v_1 и v_2 соответственно. Данные точки A и B находятся в разных средах на расстояниях a и b от границы раздела. Расстояние между проекциями этих точек на границу раздела равно $A_1B_1 = d$. Требуется найти на границе сред точку C такую, чтобы время движения из точки A в C и далее в точку B было наименьшим.

5. Напряжение синусоидального тока дается формулой $E(t) = E_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$, а ток формулой $J(t) = J_0 \sin(\frac{2\pi t}{T} - \varphi_0)$, где E_0 и J_0 - постоянные величины; T - период; φ_0 - так называемая разность фаз. Вычислить работу тока за время от $t_1 = 0$ до $t_2 = T$.

6. Котел, имеющий форму эллиптического параболоида $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ и высотой $H = 4$ м, заполнен жидкостью плотностью $\delta = 0,8 \text{ т/м}^3$. Вычислить работу, которую нужно затратить на перекачивание жидкости через край котла.

7. Вычислить координаты центра масс однородной плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 6 - x^2$, $y = 2$.

8. Если в электрической цепи, имеющей сопротивление R , течет ток J , то количество теплоты, выделяющейся в единицу времени, пропорционально $J^2 R$. Определить, как следует разветвить ток J на токи J_1, J_2, J_3 с помощью трех проводов, сопротивления которых R_1, R_2, R_3 , чтобы выделение теплоты было наименьшим.

9. В полушар радиусом R вписать прямоугольный параллелепипед наибольшего объёма.

10. Электростанции 1 и 2 питают токком линию n последовательно подсоединенных равных нагрузок. На каком расстоянии от электростанции 1 необходимо разорвать цепь, чтобы на линии достигался минимум потерь мощности? Известна линейная плотность тока $i_0 = \frac{J}{L} (\text{А/м})$, погонное сопротивление $r_0 (\text{Ом/м})$, общая длина линии $L (\text{м})$.

Третий семестр

1. Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных источника ЭДС $e(t)$ индуктивности L , сопротивления R и емкости C . Найти ток в цепи, если в начальный момент ток в контуре и заряд конденсатора равны нулю, а $e(t) = a \sin vt$.

2. Дифференциальные уравнения движения свободной материальной точки относительно земного шара под действием силы тяжести имеют вид

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -2\omega \frac{dy}{dt}, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = 2\omega \frac{dx}{dt} - g \cos \varphi, \quad \frac{d^2z}{dt^2} = -g \sin \varphi,$$

где φ - широта точки, ω - угловая скорость вращения земного шара. Определить зависимость положения точки от времени, если при $t = 0$ точка находилась в начале координат.

3. Найти центр тяжести (x_0, y_0) и геометрические моменты инерции однородной плоской фигуры ($\gamma \equiv 1$), заданной неравенствами $y \geq 1 - x/\sqrt{3}$, $x^2 + y^2 \leq 1$.

4. Найти момент инерции I_z тела, образованного общей частью шара $x^2 + y^2 + (z - R)^2 \leq R^2$ и конуса $x^2 + y^2 - z^2 \leq 0$, если плотность тела равна единице.

5. Шар радиуса a погружен в жидкость постоянной плотности ρ , причем центр шара находится на расстоянии h от уровня жидкости и $h \geq a$. Найти силы давления P_v и P_n на верхнюю и нижнюю полусферы этого шара.

6. Найти координаты центра тяжести тела, ограниченного поверхностями $2z = x^2 + 4x + y^2 - 2y + 5$, $z = 2$, если плотность тела изменяется по закону:

$$\rho = \rho_0((x+2)^2 + (y-1)^2);$$

7. Найти моменты инерции относительно координатных плоскостей однородного тела плотности ρ_0 , ограниченного поверхностями:

$$z = 4 - x^2 - y^2, \quad z = 1, \quad x = 0, \quad y = 0 \quad (x \geq 0, \quad y \geq 0).$$

8. Найти момент инерции I_z тела, образованного общей частью шара $x^2 + y^2 + (z - R)^2 \leq R^2$ и конуса $x^2 + y^2 - z^2 \leq 0$, если плотность тела равна единице.

9. Найти моменты инерции I_x и I_y относительно осей Ox и Oy однородной пластинки с плотностью $\rho = \rho_0$, ограниченной кривыми:

$$y = 0, \quad y = x, \quad y = 2 - x;$$

10. Шар радиуса a погружен в жидкость постоянной плотности ρ , причем центр шара находится на расстоянии h от уровня жидкости и $h \geq a$. Найти силы давления P_v и P_n на верхнюю и нижнюю полусферы этого шара.

7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету Первый семестр

1. Определители их свойства и вычисление. Определители высших порядков.
2. Правило Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений.
3. Метод Гаусса.
4. Матрицы, действия над ними.

5. Ранг матрицы и его вычисление. Метод элементарных преобразований.
6. Исследование совместности систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
7. Решение произвольных систем линейных алгебраических уравнений.
8. Обратная матрица. Матричный способ решения систем линейных уравнений.
9. Векторы. Линейные операции над векторами. Декартова система координат.
10. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис. Разложение векторов по базису.
11. Вычисление результата векторных операций через координаты векторов.
12. Скалярное произведение, его свойства и вычисление. Координатная форма.
13. Векторное произведение и его свойства и вычисление. Координатная форма векторного произведения. Простейшие физические приложения векторного произведения.
14. Смешанное произведение векторов, его свойства и вычисление.
15. Геометрический смысл смешанного произведения.
18. Деление отрезка в заданном отношении. Расстояние между двумя точками.
17. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку с заданным вектором нормали.
18. Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости.
19. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.
20. Уравнение плоскости в отрезках. Нормальное уравнение плоскости.
21. Отклонение и расстояние от точки до плоскости.
22. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
23. Уравнения прямой в пространстве: канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве.
24. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
25. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.
26. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
27. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве: точка пересечения прямой и плоскости.
28. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
29. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми.

30. Различные виды уравнений прямой на плоскости., взаимное расположение прямых. Расстояние от точки до прямой.
31. Угол между двумя прямыми на плоскости, расстояние от точки до прямой.
32. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их свойства и канонические уравнения.
33. Поверхности второго порядка. Метод сечений.
34. Множества. Операции над множествами.
35. Функции, способы задания.
36. Основные элементарные функции. Классификация функций.
37. Гиперболические функции.
38. Полярная система координат.
39. Числовые последовательности. Предел последовательности и признаки его существования. Число e .
40. Предел функции, признаки его существования. Односторонние пределы. Свойства функций, имеющих предел.
41. Бесконечно малые и их основные свойства. Сравнение бесконечно малых.
42. Теоремы о существовании предела.
43. Первый замечательный предел. Следствия.
44. Второй замечательный предел. Следствия.

7.2.5 Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену Второй семестр

1. Непрерывность функции. Арифметические операции над непрерывными функциями.
2. Классификация точек разрыва.
3. Свойства непрерывных на отрезке функций.
4. Производная, ее геометрический и физический смысл.
5. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции в точке.
6. Таблица производных. Техника дифференцирования. Логарифмическая производная.
7. Производные параметрически заданных функций.
8. Обратная функция и ее дифференцирование. Обратные тригонометрические функции и их дифференцирование.
9. Дифференциал, его свойства, вычисление. Инвариантность формы первого дифференциала. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
10. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
11. Уравнение касательной и нормали.
12. Правило Лопиталя.
13. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
14. Представление по формуле Тейлора функции. Применение формулы

Тейлора.

15. Возрастание и убывание функций. Экстремумы. Исследование функции с помощью первой производной.

16. Выпуклость и вогнутость, точки перегиба. Асимптоты кривых. Общая схема исследования функций и построение их графиков.

17. Комплексные числа и действия над ними, различные формы записи. Формулы Эйлера. Возведение комплексных чисел в степень и извлечение корня.

18. Многочлен в комплексной плоскости. Корни многочлена. Теорема Безу. Основная теорема алгебры (без док.).

19. Первообразная и неопределенный интеграл, их свойства.

20. Простейшие приемы интегрирования: интегрирование по частям, замена переменной.

21. Разложение рациональной дроби на простейшие.

22. Интегрирование простейших дробей.

23. Интегрирование дробно-рациональной функции.

24. Интегрирование тригонометрических функций.

25. Интегрирование иррациональных функций. Тригонометрические замены.

26. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл как предел интегральных сумм.

27. Основные свойства определенного интеграла.

28. Производная интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенного интеграла.

29. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

30. Применение определенных интегралов. Вычисление площадей.

31. Вычисление длины дуги.

32. Вычисление объема по поперечным сечениям, объем тел вращения.

33. Несобственные интегралы с бесконечными пределами.

34. Несобственные интегралы от неограниченных функций.

35. Функции нескольких переменных. Основные определения. Линии и поверхности уровня.

36. Частное и полное приращение функции.

37. Частные производные функции нескольких переменных. Геометрический смысл частных производных.

38. Полный дифференциал функции нескольких переменных. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.

39. Частные производные различных порядков. Дифференциалы высших порядков.

40. Экстремум функции двух переменных. Необходимые условия экстремума.

41. Достаточные условия локального экстремума функции двух переменных.

Третий семестр

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее решение. Задача Коши. Теорема существования и единственности.
2. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения.
3. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли.
4. Дифференциальные уравнения высших порядков. Общее решение. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.
5. Уравнения, допускающие понижение порядка.
6. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Свойства решений однородных дифференциальных уравнений.
7. Линейно зависимые и линейно независимые системы функций. Определитель Вронского.
8. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения.
9. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
10. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с правой частью специального вида.
11. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Ряды с положительными членами.
12. Необходимый признак сходимости.
13. Достаточные признаки сходимости рядов: теоремы сравнения, Даламбера, Коши, интегральный признак.
14. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница. Оценка остатка ряда.
15. Степенные ряды. Теорема Абеля.
16. Интервал и радиус сходимости степенных рядов.
17. Ряды Тейлора, Маклорена.
18. Разложение функций в ряд Маклорена.
19. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям, вычислению определенных интегралов, решению дифференциальных уравнений.
21. Ряд Фурье. Нахождение коэффициентов разложения.
22. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций.
23. Ряд Фурье функции, заданной на полупериоде.
24. Ряд Фурье в комплексной форме.
25. Двойной интеграл. Геометрический и физический смысл. Свойства.
26. Вычисление двойного интеграла в прямоугольной системе координат.
27. Двойной интеграл в полярной системе координат.
28. Тройной интеграл. Геометрический и физический смысл.
29. Вычисление тройного интеграла в прямоугольной системе координат.
30. Тройной интеграл в цилиндрической и сферической системах координат.

нат.

31. Криволинейный интеграл второго рода, его механический смысл. Свойства.

7.2.6. Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации

Первый семестр-зачет с оценкой

Зачет проводится по билетам, каждый из которых содержит 3 вопроса и 2 задачи. Для проверки усвоения компетенции УК-1, в билет включается один из вопросов, выданных на самостоятельное изучение. Каждый правильный ответ на вопрос в билете оценивается 3 баллами, задача оценивается в 5 баллов. Максимальное количество набранных баллов – 19.

1. Оценка «Отлично» ставится в случае, если студент набрал 17-19 баллов.

2. Оценка «Хорошо» ставится в случае, если студент набрал от 11 до 16 баллов.

3. Оценка «Удовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал 8-10 баллов.

4. Оценка «Неудовлетворительно» ставится в случае, если правильные ответы только на теоретические вопросы или решены только практические задачи, или студент набрал менее 8 баллов.

Второй и третий семестры – экзамены

На основании вопросов для подготовки к экзамену формируются билеты. В каждом билете содержатся три теоретических вопроса и две задачи из разных разделов дисциплины. Для проверки усвоения компетенции УК-1, в билет включается один из вопросов, выданных на самостоятельное изучение.

Экзамен для студентов проводится по смешанной системе (письменно-устно). Студент должен дать полный письменный ответ на билет. Затем преподаватель беседует со студентом. Возможны дополнительные вопросы.

Каждый правильный ответ на вопрос в билете оценивается 3 баллом, задача оценивается в 5 баллов. Максимальное количество набранных баллов – 19.

Оценка «Неудовлетворительно» ставится в случае, если правильные ответы только на теоретические вопросы или решены только практические задачи, или студент набрал менее 8 баллов.

Оценка «Удовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал 8-10 баллов.

Оценка «Хорошо» ставится в случае, если студент набрал от 11 до 16 баллов.

Оценка «Отлично» ставится в случае, если студент набрал 17-19 баллов.

7.2.7 Паспорт оценочных материалов

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Элементы линейной и векторной алгебры	ОПК-1	контрольная работа, тест, зачет
2	Аналитическая геометрия	УК-1, ОПК-1	ИДЗ, защита, зачет
3	Последовательности, функции и их пределы.	УК-1, ОПК-1	ИДЗ, защита, зачет
4	Непрерывность Производная и ее приложения	УК-1, ОПК-1	ИДЗ, защита, экзамен
5	Функции нескольких переменных	ОПК-1	устный опрос, экзамен
6	Комплексные числа. Неопределенный и определенный интеграл	УК-1, ОПК-1	ИДЗ, защита, экзамен
7	Дифференциальные уравнения	УК-1, ОПК-1	ИДЗ, защита, экзамен
8	Ряды	ОПК-1	Контрольная работа, экзамен
9	Кратные и криволинейные интегралы	УК-1, ОПК-1	ИДЗ, защита, экзамен

7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

8 УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

1. Курс математического анализа/Л. И. Камынин. Москва: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2001, Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13140.html> ЭБС “IPRbooks”
2. Математический анализ. Ч. I [Электронный ресурс] : учебное пособие / И. А. Антипова, И. И. Вайнштейн, Т. В. Зыкова [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2018. — 196 с. — 978-5-7638-3326-3. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/84232.html>
3. Математический анализ. Ч. II [Электронный ресурс] : учебное пособие / И. А. Антипова, И. И. Вайнштейн, Т. В. Зыкова [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2018. — 188 с. — 978-5-7638-3327-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/84231.html>
4. Гусак, А. А. Математический анализ и дифференциальное уравнение. Примеры и задачи [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. А. Гусак. — Электрон. текстовые данные. — Минск : ТетраСистемс, 2011. — 415 с. — 978-985-536-228-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28122.html>
5. Ефимов Н.В. Курс аналитической геометрии/Н.В. Ефимов. -М.: Физматлит, 2005. -240 с.
6. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии / Д.В. Клетеник. -СПб.: Наука, 2007.-200 с.
7. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления/ Н.С. Пискунов. - М.: Наука, 2006. Т.1.- 250 с.
8. Пискунов Н.С. Дифференциальные и интегральные исчисления / Н.С. Пискунов. - М.: Наука, 2006.Т.2.- 576 с.
9. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учеб. пособие. -СПб., Изд-во «Профессия», 2003.-432 с.
10. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты: Учебное пособие. -СПб: Изд-во «Лань», 2006.-240 с.
11. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах /П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова, С.П. Данко. -М.: «Оникс», 2006. Ч.1-304 с.
12. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: «Оникс 21 век» «Мир и образование», 2003. Ч. 2.
13. Элементы линейной алгебры : учебное пособие/ Е.Г. Глушко, А.П, Дубровская , Л.Д. Кретьова ,Н.Б. Ускова - Воронеж: ВГТУ, 2010.- 187 с.
14. Ряды : учеб. пособие. / А.П. Дубровская , Е.Г, Глушко.-Воронеж: ВГТУ, 2007.- 81 с.
15. Интегральное исчисление : учеб. пособие. А.П. Дубровская , Е.Г. Глушко.-Воронеж: ВГТУ, 2007.- 71 с.
16. Элементы теории функций комплексного переменного: учебное пособие [Электронный ресурс]: учеб. пособие. А.П. Дубровская , Е.Г. Глушко.-Воронеж: ВГТУ, 2011.- 164 с.

8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Наименование программного обеспечения	Тип лицензии
OpenOffice	Свободное ПО
Microsoft Windows 7	Open License
Microsoft Office 2007	Open License
Adobe Reader	Свободное ПО

Профессиональные базы данных

Наименование ПБД	Электронный адрес ресурса
Научная электронная библиотека	http://elibrary.ru
Электронная библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/

Информационные справочные системы

Наименование ИСС	Электронный адрес ресурса
Математический справочник	dict.sernam.ru
Информационная система	Math-Net.Ru

Для выполнения домашних работ возможно использование пакетов MAPLE, MATLAB, MATHCAD, MAXIMA или МАТЕМАТИКА для ОС Windows.

При этом перечень информационных технологий включает:

- сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;
- самостоятельный поиск дополнительного учебного и научного материала, с использованием поисковых систем и сайтов сети Интернет, электронных энциклопедий и баз данных;
- использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Учебные аудитории, оснащены техническими средствами, для проведения лекционных и практических занятий по математике.

10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

По дисциплине «Математика» читаются лекции, проводятся практические занятия.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излаг

ются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков расчета обработки опытных данных. Занятия проводятся путем решения конкретных задач в аудитории.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометить важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Практическое занятие	Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоению учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие: <ul style="list-style-type: none"> - работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций; - выполнение домашних заданий и расчетов; - работа над темами для самостоятельного изучения; - участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад; - подготовка к промежуточной аттестации.
Подготовка к промежуточной аттестации	Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед зачетом три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

№ п/п	Перечень вносимых изменений	Дата внесения изменений	Подпись заведующего кафедрой, ответственной за реализацию ОПОП
1.			
2.			
3.			