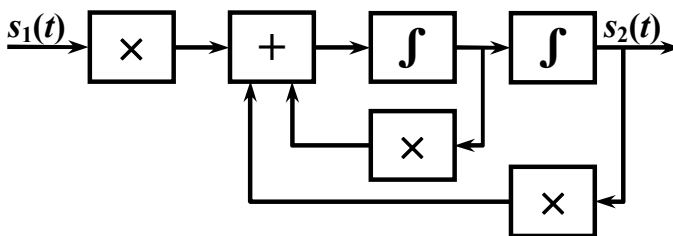


МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к лабораторным работам № 1, 2
для студентов специальности 11.04.01 «Радиотехника»,
магистерская программа «Радиотехнические средства
обработки и защиты информации в каналах связи»
очной формы обучения



Воронеж 2022

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра радиотехники

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к лабораторным работам № 1, 2
для студентов специальности 11.04.01 «Радиотехника»,
магистерская программа «Радиотехнические средства
обработки и защиты информации в каналах связи»
очной формы обучения

Воронеж 2022

УДК 621.37+519.876.5
ББК 32.841

Составитель
д-р техн. наук А. В. Останков

Математическое моделирование радиотехнических устройств: методические указания к лабораторным работам № 1, 2 для студентов специальности 11.04.01 «Радиотехника», магистерская программа «Радиотехнические средства обработки и защиты информации в каналах связи» очной формы обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост. А. В. Останков. – Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2022. – 37 с.

Приводится описание двух лабораторных работ по дисциплине «Математическое моделирование радиотехнических устройств», относящихся к разделу «Методы математического моделирования радиотехнических устройств».

Издание предназначено для магистрантов первого курса, обучающихся по направлению 11.04.01 «Радиотехника», магистерская программа «Радиотехнические средства обработки и защиты информации в каналах связи».

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле «МУ-ММРТУ-ЛР1-2.pdf»

Ил. 9. Табл. 3. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.37+519.876.5
ББК 32.841

Рецензент – А. Б. Токарев, д-р техн. наук, проф.
кафедры радиотехники ВГТУ

*Издаётся по решению редакционно-издательского совета
Воронежского государственного технического университета*

ВВЕДЕНИЕ

Основной задачей дисциплины «Математическое моделирование радиотехнических устройств» является изучение базовых принципов и методов формирования математических моделей типовых радиотехнических устройств в процессе их разработки, а также принципов численной оптимизации проектных решений.

Учебным планом преподавания дисциплины предусмотрен лабораторный практикум. Настоящие методические указания предназначены для методической поддержки первых трёх лабораторных работ.

Лабораторная работа «Моделирование отклика нелинейного сопротивления на внешнее воздействие» имеет своей целью получить навыки сплайн-интерполяции и кусочно-линейной аппроксимации проходной вольтамперной характеристики транзистора в нелинейном режиме. Демонстрируется возможность использования интерполированной вольтамперной характеристики для спектрального анализа выходного тока транзистора с помощью быстрого преобразования Фурье.

Лабораторная работа «Моделирование радиотехнических цепей во временной области» позволяет получить навыки моделирования во временной области линейных радиотехнических цепей в режиме преобразования сигналов с использованием интеграла свёртки, дискретной свёртки, дифференциального уравнения цепи. В рамках моделирования цепи формируется умение решать дифференциальное уравнение цепи методами структурного моделирования и переменных состояния.

Лабораторная работа №1

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТКЛИКА НЕЛИНЕЙНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ НА ВНЕШНЕЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ

1.1. Цель работы – получить навыки сплайн-интерполяции и кусочно-линейной аппроксимации вольтамперной характеристики (ВАХ) нелинейного сопротивления (транзистора); научиться использовать интерполированную ВАХ для моделирования и спектрального анализа отклика нелинейного сопротивления с помощью дискретного преобразования Фурье.

1.2. Используемая методика спектрального анализа отклика нелинейного сопротивления на основе результатов экспериментального измерения его ВАХ

При воздействии напряжения негармонической формы на нелинейное сопротивление спектр отклика (тока) чрезвычайно богат и содержит помимо гармоник с частотами, кратными частотам воздействия, бесконечное число комбинационных составляющих. Аналитический расчёт спектра тока крайне усложняется при обогащении спектрального состава воздействующего напряжения и учёте истинной формы ВАХ сопротивления, которая в пределах рабочего участка не может быть точно описана простыми функциями. В большинстве практически важных случаев цифровое моделирование является единственно возможным способом изучения отклика (тока) нелинейного сопротивления.

Для численного решения задачи требуется располагать дискретными значениями ВАХ нелинейного сопротивления: множеством значений воздействующего напряжения и соответствующих им значений токов. Такой массив данных может быть получен (в статическом режиме) экспериментальным путём или на основе имитационного моделирования в схемотехническом симуляторе, библиотека компонентов которого содержит модель рассматриваемого нелинейного элемента.

Рассмотрим решение задачи получения статической проходной ВАХ применительно к транзистору 2N3904, включенному по схеме с общим эмиттером (ОЭ). Пусть в цепь эмиттера транзистора включен резистор обратной связи. На рис. 1 показана схема измерения статической проходной ВАХ транзистора 2N3904, реализованная в симуляторе Electronics Workbench. Источник V1 в этой схеме обеспечивает подачу на базу входного постоянного напряжения, источник V2 – питание коллекторной цепи. В цепь коллектора введено малое по величине сопротивление, напряжение с которого снимается и подается на вход усилителя «К». Его коэффициент усиления подобран так, чтобы значение выходного напряжения с точностью до размерности совпадало со значением тока коллектора. В ноде 5, таким образом, величина напряжения численно равна величине постоянного коллекторного тока.

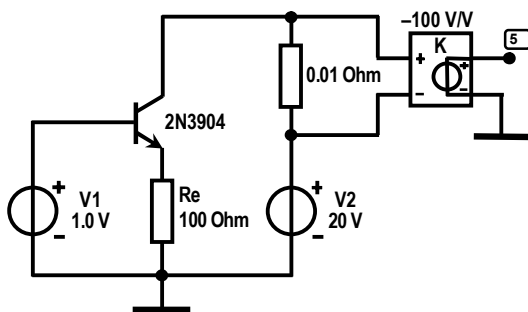


Рис. 1

Для автоматизации процесса снятия проходной ВАХ достаточно активировать команду «Parameter Sweep...» меню «Analysis». При её выполнении в соответствии с параметрами, указанными на рис. 2, а, напряжение источника V1 автоматически изменяется от 0.3 до 1.2 В с шагом 0.001 В. При этом каждый раз производится измерение постоянного напряжения в ноде 5. Результат выполнения команды выводится в окне, показанном на рис. 2, б. Для сохранения результатов моделирования достаточно нажать кнопку «Save As» панели окна «Analysis»

Graphs». Симулятор автоматически сформирует файл (в ASCII-кодах) с расширением «txt», содержащий текстовый комментарий и числовые данные в двух столбцах. В первом столбце приводятся значения входного напряжения, во втором – значения напряжения (выходного тока) в указанной ноде. Созданный симулятором текстовый файл следует открыть, удалить текстовый комментарий (первые пять и последние три строки) и сохранить вновь как текстовый файл с расширением «txt».

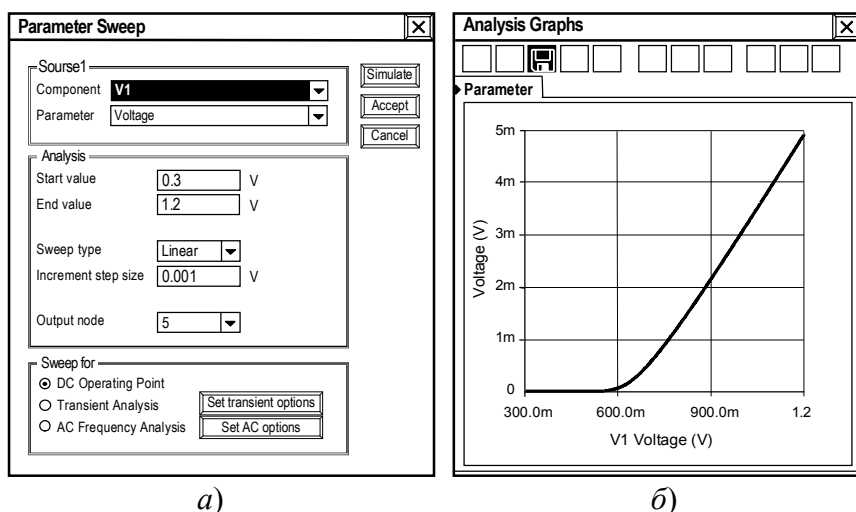


Рис. 2

Для расчёта спектра отклика нелинейного сопротивления необходимо его дискретную ВАХ интерполировать или аппроксимировать. Интерполяция и аппроксимация используются для построения непрерывной функции по набору её дискретных значений. Если в случае аппроксимации функция должна лишь в некотором смысле приближать дискретные значения, интерполяционная функция должна строго совпадать с дискретными значениями в узлах сетки [1].

На рис. 3 приведена программа для численного расчёта спектра тока нелинейного сопротивления, реализованная в системе компьютерной математики MathCAD.

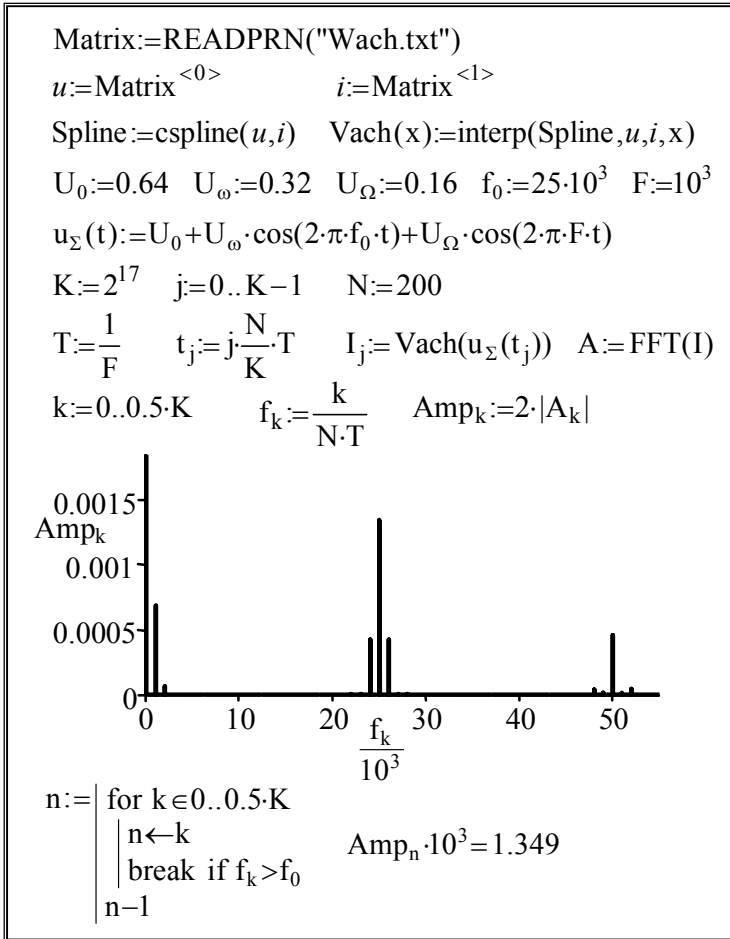


Рис. 3

Исходными данными для моделирования с использованием приведённой программы являются:

1) значения напряжений u_m и соответствующих им токов i_m в конечной совокупности точек ($m = 0 \dots M$) ВАХ нелинейного сопротивления (транзистора); необходимые данные получают, например, имитационным моделированием в схемотехническом симуляторе и считываются из текстового файла, имеющего описанную выше структуру;

2) аналитическое выражение воздействующего на нелинейное сопротивление напряжения $u_{\Sigma}(t)$; в качестве примера воздействия взята сумма постоянного напряжения смещения и меняющегося во времени бигармонического напряжения; заметим, что мгновенные значения моделируемого напряжения, воздействующего на нелинейное сопротивление, не должны выходить за пределы рабочего участка ВАХ.

Для аналитического описания ВАХ в пределах рабочего участка использована интерполяция кубическими сплайнами [2]. Интерполяция кубическими сплайнами является частным случаем полиномиальной интерполяции. В этом специальном случае между любыми двумя соседними узлами ВАХ интерполируется кубическим полиномом, а его коэффициенты на каждом интервале определяются из условий сопряжения в узлах. Принципиальное отличие идеи сплайн-интерполяции от интерполяции полиномом состоит в том, что полином для ВАХ формируется только один, а сплайн состоит из нескольких полиномов, и их количество равно количеству интервалов, внутри которых производится интерполяция.

В системе компьютерной математики MathCAD сплайн-интерполяция реализуется двумя функциями [3]: $cspline(u,i)$ и $interp(Spline,u,i,x)$. Первая на рис. 3 обеспечивает расчёт производных второго порядка дискретно заданной ВАХ $u(i)$ в её узлах, вторая функция позволяет вычислять интерполируемые значения напряжения $u(i)$ при любых значениях аргумента x , соответствующего току.

Сплайн-интерполяция даёт возможность достоверно восстановить плавную кривую ВАХ по её дискретным значениям и на этой основе рассчитать значения тока (отклика) нелинейного элемента не только в узловых точках ВАХ, но и при любых промежуточных значениях текущего напряжения. После расчёта на большом интервале времени значений тока, вызванного заданным внешним воздействием, оцениваются амплитуды спектральных составляющих тока на разных частотах с использованием стандартной процедуры быстрого преобра-

зования Фурье (БПФ, [2,3]). Заметим, что характерный интервал времени T (см. рис. 3) должен определяться наименьшей частотой составляющей воздействия (при его периодическом характере) или длительностью воздействия (при непериодической форме), а расчёт тока должен быть выполнен на гораздо большем (на рис. 3 в $N = 200$ раз) интервале времени.

Подпрограмма-функция в нижней части программы предназначена для расчёта номера спектрального отсчёта, соответствующего нужной частоте (по умолчанию эта частота соответствует частоте f_0).

Предположим, что на вход транзистора, проходная ВАХ которого показана на рис. 2, б, воздействует бигармоническое напряжение: $u_{\Sigma}(t) = 0.64 + 0.32 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 10^3 \cdot t) + 0.16 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 10^3 \cdot t)$, В. Тогда согласно рис. 3 рассчитанный спектр коллекторного тока в полосе частот 24...26 кГц содержит составляющие практически неискажённого амплитудно-модулированного колебания с несущей частотой 25 кГц и частотой модуляции 1 кГц. Амплитуда несущей составляет 1.35 мА, амплитуда боковых – 0.423 мА, коэффициент амплитудной модуляции – 0.63.

Изложенную методику спектрального анализа несложно адаптировать для исследования воздействия строго гармонического напряжения на транзистор в нелинейном режиме. Так, если приложенное к транзистору с ВАХ на рис. 2, б напряжение имеет вид: $u_{\Sigma}(t) = 0.5 + 0.25 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 10^3 \cdot t)$, В, то амплитуда первой гармоники тока по результатам численного расчёта составит 362 мкА. Заметим, что метод угла отсечки тока, опирающийся на описание ВАХ кусочно-линейной функцией (с напряжением излома 644 мВ и крутизной наклонного луча 8.69 мА/В), даёт несколько другой и, очевидно, менее точный результат – 339 мкА, который не только на 6 % занижен, но и требует предварительной оценки параметров кусочно-линейной аппроксимации ВАХ транзистора.

Рассмотрим численную реализацию методики аппроксимации ВАХ нелинейного сопротивления кусочно-линейной функцией с одним изломом:

$$i = \begin{cases} 0, & u < U_H, \\ S \cdot (u - U_H), & u \geq U_H, \end{cases} \quad (1)$$

где U_H – напряжение, соответствующее точке излома, S – крутизна характеристики на возрастающем участке. Задача аппроксимации будет решена, если удастся найти пару значений S , U_H , обеспечивающую наилучшее совпадение истинной дискретно заданной ВАХ элемента и аппроксимирующей функции. Критерием приближения может служить, например, минимум среднеквадратического отклонения.

Итак, пусть имеется массив данных о ВАХ нелинейного элемента: u_m и i_m , где $m = 0 \dots M$, M – число точек ВАХ. Тогда алгоритм решения задачи аппроксимации может быть математически формализован следующим образом:

1) полагая, что напряжение излома U_H последовательно принадлежит интервалу от u_{L-1} до u_L ($L = 1, 2 \dots$), выполнить в каждом таком случае линейную аппроксимацию характеристики для всех контрольных точек, удовлетворяющих неравенству $u_m \geq u_L$; оптимальные параметры такой линейной аппроксимации могут быть рассчитаны по формулам:

$$S = \frac{\sum_{m \geq L} u_m \cdot i_m - \frac{1}{K} \cdot \sum_{m \geq L} u_m \cdot \sum_{m \geq L} i_m}{\sum_{m \geq L} u_m^2 - \frac{1}{K} \cdot \left(\sum_{m \geq L} u_m \right)^2}, \quad U_H = \frac{1}{K} \cdot \left(\sum_{m \geq L} u_m - \frac{1}{S} \cdot \sum_{m \geq L} i_m \right), \quad (2)$$

где K – число учитываемых контрольных точек (удовлетворяющих условию $u_m \geq u_L$);

2) оставить для дальнейшего рассмотрения лишь те варианты, для которых расчётное значение U_H оказалось соответствующим сделанному предположению, и рассчитать для каждого из них величину среднеквадратического отклонения:

$$\Delta_\Sigma = \sum_{u_m \geq u_H} [i_m - S \cdot (u_m - U_H)]^2 + \sum_{u_m < u_H} i_m^2. \quad (3)$$

3) из всех рассмотренных в предыдущем пункте вариантов выбрать один – с наименьшим значением среднеквадратического отклонения Δ_{Σ} .

На основе соотношений (2)-(3) разработана программа в системе компьютерной математики MathCAD (рис. 4). Для реализации кусочно-линейной аппроксимации ВАХ нелинейного сопротивления достаточно сохранить файл с программой в ту же папку, что и текстовый файл «Wach.txt» с результатами моделирования ВАХ, и активировать программу.

$$\begin{aligned}
 & \text{Matrix} := \text{READPRN}(\text{"Wach.txt"}) \\
 & u := \text{Matrix}^{<0>} \quad i := \text{Matrix}^{<1>} \\
 & N := \text{rows}(u) \quad j := 0, 2 \dots N-3 \\
 & S_j := \frac{\sum_{m=j}^{N-1} u_m \cdot i_m - \frac{1}{N-j} \cdot \sum_{m=j}^{N-1} u_m \cdot \sum_{m=j}^{N-1} i_m}{\sum_{m=j}^{N-1} (u_m)^2 - \frac{1}{N-j} \cdot \left(\sum_{m=j}^{N-1} u_m \right)^2} \\
 & Un_j := \frac{1}{N-j} \cdot \left(\sum_{m=j}^{N-1} u_m - \frac{1}{S_j} \cdot \sum_{m=j}^{N-1} i_m \right) \\
 & \Delta_j := \sum_{m=j}^{N-1} [i_m - S_j \cdot (u_m - Un_j)]^2 + \sum_{m=0}^j (i_m)^2 \\
 & n := \left| \begin{array}{l} \Delta \Delta \leftarrow \max(\Delta) \\ \text{for } j \in 0, 2 \dots N-3 \\ \quad \left| \begin{array}{l} n \leftarrow j \text{ if } \Delta_j \leq \Delta \Delta \\ \Delta \Delta \leftarrow \Delta_j \text{ if } \Delta_j \leq \Delta \Delta \end{array} \right. \\ n \end{array} \right. \\
 & Un_n = 0.644 \quad S_n = 8.69 \cdot 10^{-3}
 \end{aligned}$$

Рис. 4

Искомые значения напряжения излома ВАХ (U_H) и крутизны наклонного луча (S) выводятся на экран как « U_{Hn} » и « S_n ». Из рис. 4 следует, что значения U_H , S , обеспечивающие наилучшее совпадение ВАХ транзистора на рис. 2, б, и аппроксимирующей функции вида (1), составляют соответственно 644 мВ и 8.69 мА/В. Если при этом постоянное напряжение смещения, обеспечивающее положение рабочей точки на проходной ВАХ транзистора, равно $U_0 = 0.5$ В, и на его вход подано гармоническое колебание с амплитудой $U_\omega = 0.25$ В, то угол отсечки тока Θ будет равен 54.8° . При таких условиях амплитуда первой гармоники I_{K1} коллекторного тока транзистора, рассчитанная с использованием коэффициента Берга, составит $8.69 \cdot 0.25 \cdot \gamma_1(54.8^\circ) = 339$ мкА. Данный результат лишь на 6 % хуже значения 362 мкА, полученного при сплайн-интерполяции ВАХ, и на 18 % лучше результата 450 мкА, полученного непосредственно по ВАХ графическим методом трёх ординат.

1.3. Лабораторные задания и указания к их выполнению

1.3.1. Получение исходных данных о ВАХ нелинейного сопротивления

Загрузить схемный файл «I-V characteristic of the transistor .ewb». Уяснить назначение подключенных к транзистору элементов и источников напряжения [4].

Установить заданный тип транзистора (табл. 1), активировав меню «Component Properties» и выбрав нужную модель из библиотеки «nation12». Установить заданные в табл. 1 напряжение коллекторного источника питания E_K (V2, рис. 1), величину сопротивления обратной связи R_3 в цепи эмиттера (Re).

Снять статическую проходную ВАХ транзистора в соответствии с описанной выше методикой, изменяя напряжение источника V1 в пределах от 0.2 до 1.2 В с шагом 0.1 В. Сохранить результаты эксперимента в файле «Wach1.txt». Удалить текстовые комментарии из содержимого файла.

Таблица 1

№	Тип транзистора (модель)	Напряжение питания E_K , В	Сопротивление $R_{Э}$, Ом	№	Тип транзистора (модель)	Напряжение питания E_K , В	Сопротивление $R_{Э}$, Ом
1	2N2923	25	50	11	2N4424	36	100
2	2N2924	30	75	12	2N5172	10	75
3	2N3391	20	100	13	2N5223	8	50
4	2N3414	16	75	14	2N5550	50	75
5	2N3707	20	50	15	MPS3826	22	100
6	2N3858A	40	75	16	MPS6512	15	75
7	2N3904	16	100	17	MPS6512	10	50
8	2N4123	12	75	18	MPS6513	6	75
9	2N4400	26	50	19	MPS6565	22	100
10	2N4409	32	75	20	MPS6565	32	75

Снять статическую проходную ВАХ транзистора, изменяя напряжение источника V_1 в пределах от 0.2 до 1.2 В с шагом 0.01 В. Сохранить результаты математического эксперимента в файле «Wach2.txt». Удалить текстовые комментарии из содержимого файла.

Привести в отчёте схему установки для снятия проходной ВАХ транзистора и оригинальный график ВАХ, снятой с малым шагом по оси напряжений.

1.3.2. Кусочно-линейная аппроксимация ВАХ нелинейного сопротивления

Загрузить файл «Piecewise-linear approximation of the I-V characteristic.xmcd». Уяснить назначение всех строчек кода, детально разобравшись с алгоритмом работы программы.

Получить параметры кусочно-линейной аппроксимации проходной ВАХ транзистора, экспериментально снятые значения которой содержатся в файле «Wach2.txt».

Внести в отчёт полученные значения напряжения излома ВАХ (U_H) и крутизны наклонного луча (S). Привести в отчёте оригинальный график ВАХ и наложенный на него график кусочно-линейной аппроксимации.

Полагая, что амплитуда гармонического напряжения U_ω , действующего на базе транзистора составляет 0.2 В, рассчитать постоянное напряжение смещения на базе U_0 , обеспечивающее при кусочно-линейной аппроксимации ВАХ транзистора угол отсечки тока, равный $(60 + N \cdot 3)^\circ$, где N – номер варианта. Напряжение излома ВАХ, аппроксимированной кусочно-линейной функцией, определяющее угол отсечки

$$\Theta = \arccos\left(\frac{U_H - U_0}{U_\omega}\right), \quad (4)$$

взять равным ранее найденному численно значению. Внести значение угла отсечки и рассчитанного значения постоянного напряжения смещения U_0 в отчёт.

1.3.3. Расчёт спектра отклика транзистора по временной диаграмме коллекторного тока

Загрузить файл «Calculation of the transistor current spectrum.xmcd». Уяснить назначение всех строчек кода, детально разобравшись с алгоритмом работы программы.

Скорректировать описание воздействующего на нелинейный элемент (транзистор) напряжения, ввести уровни, его определяющие (U_0 и U_ω). Выполнить расчёт спектра выходного тока транзистора с ВАХ, одиннадцать дискретных значений которой содержатся в файле «Wach1.txt». Для визуализации значимой части спектра указать максимальную частоту f_m отражаемой на графике спектральной составляющей, равной частоте пятой гармоники. Внести в отчёт гармонический спектр амплитуд выходного тока транзистора, амплитуды его первой, второй, третьей гармоник и постоянной составляющей.

Выполнить расчёт спектра тока транзистора с ВАХ, дискретные значения которой содержатся в файле «Wach2.txt».

Внести в отчёт спектр амплитуд выходного тока транзистора, амплитуды его гармоник и постоянной составляющей. Сравнить результаты моделирования со случаем интерполяции ВАХ по одиннадцати дискретным значениям. Сделать вывод.

В предположении кусочно-линейной аппроксимации проходной ВАХ методом угла отсечки тока [1] рассчитать амплитуды первой, второй, третьей гармоник и постоянной составляющей выходного тока:

$$I_{\text{вых } n} = S \cdot U_{\omega} \cdot |\gamma_n(\Theta)|, \quad (5)$$

где $\gamma_n(\Theta)$ – коэффициенты (Берга) разложения импульсов тока:

$$\gamma_n(\Theta) = \frac{2}{\pi \cdot n \cdot (n^2 - 1)} \cdot [\sin(n \cdot \Theta) \cdot \cos \Theta - n \cdot \cos(n \cdot \Theta) \cdot \sin \Theta],$$

показывающие как изменяются амплитуды гармоник тока в зависимости от угла отсечки при фиксированной амплитуде воздействия U_{ω} и управлении углом отсечки за счёт изменения напряжения смещения U_0 . Крутизну S наклонного луча ВАХ взять из п. 1.3.2.

Внести рассчитанные с использованием кусочно-линейной аппроксимации уровни гармоник в отчёт, сравнить со значениями, рассчитанными по временной диаграмме тока. Оценить погрешность значений, полученных с использованием кусочно-линейной аппроксимации и метода отсечки тока.

1.3.4. Оценка спектра выходного тока транзистора по результатам схемотехнического моделирования

Загрузить схемный файл «Non-linear resonant amplification.ewb», содержащий установку для исследования нелинейного резонансного усилителя. Уяснить назначение подключенных к усилителю приборов и источников напряжения.

Установить заданный тип транзистора, активировав меню «Component Properties» и выбрав нужную модель из библиотеки «nationl2». Установить заданные напряжение E_K источника питания в цепи коллектора, величину сопротивления

R_3 обратной связи в цепи эмиттера (R_e), а также напряжение источника постоянного смещения в цепи базы (E_C), равное ранее рассчитанному U_0 . Перевести переключатель, управляемый клавишей «Space», в левое положение, тем самым подключив к транзистору резистивную нагрузку.

Подать на вход усилителя гармоническое напряжение с амплитудой U_ω , равной 0.2 В.

Снять гармонический спектр выходного тока усилителя, активировав режим «Fourier...» меню «Analysis». Точка съёма реакции «Output node» должна соответствовать 7-й ноде. Заметим, что в указанной моде схемотехнический симулятор на самом деле рассчитывает спектр напряжения, однако, поскольку выходное напряжение снимается с активного сопротивления величиной 1 кОм, получаемые значения в режиме «Fourier...» совпадают со спектральными отсчётами выходного тока транзистора в мА, за исключением переменной составляющей.

Используя визирные линии измерить по гармоническому спектру амплитуды первой, второй, третьей гармоник выходного тока. Внести полученные значения в отчёт. Сравнить со значениями, рассчитанными по временной диаграмме тока. Оценить погрешность значений, полученных на основе схемотехнического моделирования.

Внести в отчёт при схемотехническом моделировании спектр выходного тока в виде оригинальной диаграммы.

Контрольные вопросы к защите работы

1. Что представляет собой статическая проходная ВАХ транзистора? Каковы её особенности и практическое назначение? Какова методика процесса экспериментального измерения (имитационного моделирования) статической проходной ВАХ транзистора?

2. Какие существуют способы приближённого аналитического описания ВАХ нелинейного сопротивления (транзистора)? В чём заключается разница между ними? Какой способ, по Вашему мнению, является более (или менее) точным,

более (или менее) трудоёмким? Какие из существующих способов не применимы для описания нелинейной ВАХ?

3. Чем отличается интерполяция ВАХ нелинейного элемента от её аппроксимации? При каком способе аналитического описания ВАХ необходимо минимизировать среднеквадратическую ошибку приближения? При каком способе необходимо составлять и решать систему алгебраических уравнений?

4. Какова методика описания ВАХ нелинейного сопротивления полиномом? Как зависит от максимальной степени полинома число алгебраических уравнений в системе или число слагаемых в интерполяционной формуле Лагранжа? В каких случаях проходную ВАХ транзистора целесообразно аппроксимировать полиномом?

5. Изложите методику описания ВАХ нелинейного сопротивления кубическими сплайнами. В чём отличие сплайн-интерполяции от полиномиальной интерполяции ВАХ? Зачем при этом нужны значения производных второго порядка в узлах интерполяции?

6. Изложите методику описания ВАХ нелинейного сопротивления с нижним загибом кусочно-линейной функцией. В каких случаях проходную ВАХ транзистора целесообразно аппроксимировать кусочно-линейной функцией?

7. Изложите методику расчёта спектра отклика нелинейного сопротивления методом угла отсечки тока? На основе временной диаграммы, полученной по интерполированной сплайнами ВАХ?

Лабораторная работа №2

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

2.1. Цель работы – получить навыки моделирования во временной области линейных радиотехнических цепей в режиме преобразования сигналов с использованием интеграла свёртки, дискретной свёртки, дифференциального уравнения цепи; в рамках моделирования научиться решать дифференциальное уравнение цепи методами структурного моделирования и переменных состояния.

2.2. Используемые методики моделирования радиотехнических цепей во временной области

Из теории цепей известен временной метод анализа прохождения сигналов через линейные цепи, называемый методом интеграла свёртки. Согласно этому методу сигнал $s_2(t)$ на выходе линейной цепи может быть найден как свёртка сигнала $s_1(t)$, действующего на входе, и импульсной характеристики цепи $g(t)$, под которой понимается нормированная реакция цепи на дельта-импульс при нулевых начальных условиях:

$$s_2(t) = \int_{-\infty}^t s_1(\tau) \cdot g(t-\tau) d\tau. \quad (6)$$

Если сигнал, описывается в пределах своей длительности $\tau_{\text{И}}$ двумя или более функциями, то выходной сигнал на первом промежутке определяется одним интегралом свёртки, на втором – двумя интегралами, на третьем – тремя и т.д. Пусть, например, входной сигнал определен двумя функциями:

$$s_1(t) = \begin{cases} s_1^{(1)}(t) & \text{при } t \in [0, \tau_{\text{И}}/2], \\ s_1^{(2)}(t) & \text{при } t \in [\tau_{\text{И}}/2, \tau_{\text{И}}], \\ 0 & \text{при } t > \tau_{\text{И}}, \end{cases} \quad (7)$$

тогда на первом промежутке существования входного сигнала $[0, \tau_{И}/2]$, выходной сигнал будет определяться согласно (6) как:

$$s_2^{(1)}(t) = \int_0^t s_1^{(1)}(\tau) \cdot g(t-\tau) d\tau, \quad (8)$$

на втором промежутке $[\tau_{И}/2, \tau_{И}]$ как:

$$s_2^{(2)}(t) = \int_0^{\tau_{И}/2} s_1^{(1)}(\tau) \cdot g(t-\tau) d\tau + \int_{\tau_{И}/2}^t s_1^{(2)}(\tau) \cdot g(t-\tau) d\tau. \quad (9)$$

Когда сигнал на входе перестаёт действовать, сигнал на выходе будет ещё некоторое время существовать, поэтому при $t > \tau_{И}$

$$s_2^{(3)}(t) = \int_0^{\tau_{И}/2} s_1^{(1)}(\tau) \cdot g(t-\tau) d\tau + \int_{\tau_{И}/2}^{\tau_{И}} s_1^{(2)}(\tau) \cdot g(t-\tau) d\tau. \quad (10)$$

Моделирование линейных цепей на основе интеграла свёртки удобно проводить в математических пакетах, имеющих встроенную функцию интегрирования. Вместе с тем моделирование аналоговых процессов в цепях является цифровым, т. е. интегралы всегда заменяются конечными суммами.

Пусть сигнал, действующий на входе цепи, обладает частотным спектром, ограниченным практической шириной $\mathit{Ш}_f$. Тогда согласно теореме отсчётов (теореме Котельникова) аналоговый сигнал можно практически без потери информации заменить последовательностью отсчётов своих мгновенных значений, взятых с частотой дискретизации F , более чем вдвое превышающей практическую ширину спектра $\mathit{Ш}_f$ [1]. Поэтому анализ прохождения аналогового сигнала через линейную цепь можно заменить анализом воздействия на цепь дискретизированного сигнала, являющего собой совокупность отсчётов, определяемых значениями исходного аналогового сигнала в отсчётные моменты времени и взвешенных с дельта-функциями:

$$s_{1T}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s_1(k \cdot T) \cdot T \cdot \delta(t - k \cdot T). \quad (11)$$

Необходимость использования дельта-функций обусловлена требованием наличия у входного сигнала ненулевой энергии.

Полагаем, что действующий на входе цепи сигнал представляет собой сумму дельта-импульсов. Реакция цепи на каждый такой дельта-импульс совпадает с импульсной характеристикой цепи, умноженной на тот же коэффициент, что и дельта-функция. Таким образом, сигнал на выходе цепи будет представлять собой последовательность частично перекрывающихся во времени импульсных характеристик цепи, разнесённых по времени на интервал $T = 1/F$ и взвешенных с коэффициентами, определяемыми величиной отсчётов входного сигнала:

$$s_2(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s_1(k \cdot T) \cdot T \cdot g(t - k \cdot T). \quad (12)$$

Соотношение (12) соответствует (6), в котором интеграл заменён суммой по методу прямоугольников. Заметим, что такой подход может быть использован для анализа линейных цепей, импульсная характеристика которых не содержит особенности типа дельта-функции. К таким цепям относятся фильтры нижних частот (ФНЧ) и полосно-пропускающие фильтры.

Достаточно часто в распоряжении исследователя нет импульсной характеристики цепи, а есть передаточная функция. Конечно, по передаточной функции несложно получить временные характеристики цепи, однако, это потребует, как мы увидим далее, приложения определённых усилий.

Если известна передаточная функция $K(p)$ линейной цепи, то связь отклика цепи $s_2(t)$ с воздействием $s_1(t)$, его породившим, несложно записать в виде операторного аналога дифференциального уравнения:

$$s_2(t) = K(p)\{s_1(t)\}, \quad (13)$$

где фигурные скобки означают действие оператора $K(p)$ на $s_1(t)$. После подстановки в (13) передаточной функции, например, ФНЧ второго порядка $K(p) = \omega_c^2 / (p^2 + a \cdot \omega_c \cdot p + \omega_c^2)$, где ω_c — частота среза, и умножения (13) на знаменатель $K(p)$, имеем

$$(p^2 + a \cdot \omega_C \cdot p + \omega_C^2) \{s_2(t)\} = \omega_C^2 \cdot s_1(t).$$

Заменяв переменную p ее временным аналогом d/dt , получаем линейное неоднородное дифференциальное уравнение, описывающее процессы в цепи:

$$\frac{d^2 s_2(t)}{dt^2} + a \cdot \omega_C \cdot \frac{ds_2(t)}{dt} + \omega_C^2 \cdot s_2(t) = \omega_C^2 \cdot s_1(t). \quad (14)$$

Для решения дифференциального уравнения методом структурного моделирования [4] последнее записывается относительно производной высшего порядка:

$$\frac{d^2 s_2(t)}{dt^2} = -a \cdot \omega_C \cdot \frac{ds_2(t)}{dt} - \omega_C^2 \cdot s_2(t) + \omega_C^2 \cdot s_1(t), \quad (15)$$

откуда следует, что для получения $s_2(t)$ из $d^2 s_2(t)/dt^2$ необходимо двукратное интегрирование $d^2 s_2(t)/dt^2$. Первое интегрирование $d^2 s_2(t)/dt^2$ позволяет получить сигнал $ds_2(t)/dt$, который после умножения на «минус» $a \cdot \omega_C$ отводится для последующего суммирования в соответствии с (15). После второго интегрирования из $ds_2(t)/dt$ получают $s_2(t)$, который подается не только на выход, но и на вход – для суммирования (с коэффициентом «минус» ω_C^2). На рис. 5 показана структурная схема моделирования дифференциального уравнения (15), позволяющая получить отклик линейной цепи на заданное воздействие.

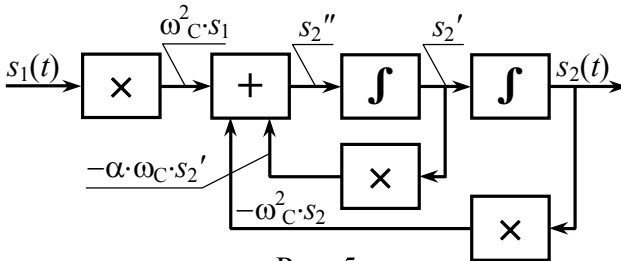


Рис. 5

Из рис. 5, в частности, следует, что для моделирования ФНЧ второго порядка требуется сумматор и два интегратора

(функции масштабирующих звеньев могут быть возложены на сумматор, если задать требуемое усиление по каждому его входу). Структурная схема ФНЧ, реализованная по его дифференциальному уравнению в Electronics Workbench, приведена на рис. 6. Здесь же показана реакция этого фильтра при $a = 1.03$ и $\omega_c = 6283$ рад/с на малый по длительности прямоугольный импульс – ненормированная импульсная характеристика.

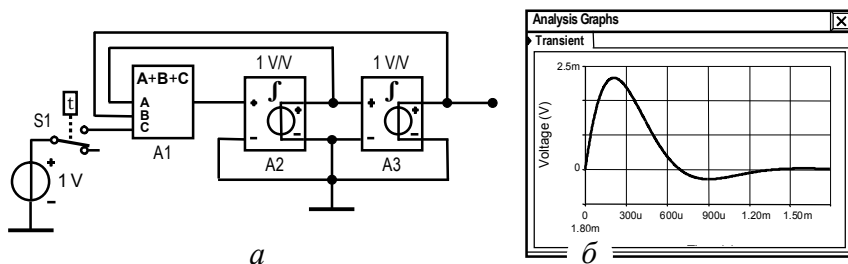


Рис. 6

Непосредственное численное решение дифференциального уравнения при цифровом моделировании цепи неудобно из-за высокого порядка уравнения и возможного наличия производных от входного сигнала, реализация которых может натолкнуться на определенные трудности. Поэтому от исходного дифференциального уравнения n -го порядка предпочитают переходить к системе из n дифференциальных уравнений первого порядка, составленных относительно функций, необязательно совпадающих с сигналами в цепи. Эти функции носят наименование переменных состояния цепи.

Переход к системе уравнений относительно переменных состояния может быть выполнен различными способами. При этом и переменные состояния будут разными. Рассмотрим один из таких способов – способ последовательного интегрирования исходного дифференциального уравнения – позволяющий выбрать переменные состояния таким образом, что производных от воздействующих сигналов уравнения состояния содержать не будут.

Перенесём все члены моделируемого дифференциального уравнения (14) в левую часть и проинтегрируем его, приняв постоянные интегрирования равными нулю. Тогда получим:

$$\frac{ds_2(t)}{dt} + a \cdot \omega_C \cdot s_2(t) + \int \omega_C^2 \cdot [s_2(t) - s_1(t)] dt = 0. \quad (16)$$

Обозначим входящий в это уравнение интеграл через $\varphi_1(t)$:

$$\varphi_1(t) = \int \omega_C^2 \cdot [s_2(t) - s_1(t)] dt,$$

и примем функцию $\varphi_1(t)$ за первую переменную состояния цепи; тогда из последнего выражения следует, что

$$\frac{d\varphi_1(t)}{dt} = \omega_C^2 \cdot [s_2(t) - s_1(t)]. \quad (17)$$

Заметим, что, подставив известные начальные условия $s_2(0) = 0$ и $s_1(0)$ в уравнение (16), можно определить начальное значение переменной состояния $\varphi_1(0)$.

Произведя повторное интегрирование уравнения (16), получим:

$$s_2(t) + \int [a \cdot \omega_C \cdot s_2(t) + \varphi_1(t)] dt = 0. \quad (18)$$

Введём вторую переменную состояния $\varphi_2(t)$, взяв в качестве таковой интеграл в уравнении (18). Тогда можно считать, что:

$$\frac{d\varphi_2(t)}{dt} = a \cdot \omega_C \cdot s_2(t) + \varphi_1(t). \quad (19)$$

Начальное условие $\varphi_2(0)$ для этого уравнения определяется из уравнения (18). Кроме того, из уравнения (18) несложно получить так называемое уравнение наблюдения относительно выходного сигнала цепи:

$$s_2(t) = -\varphi_2(t). \quad (20)$$

Подставим выражение (20) в уравнения (17) и (19), освободимся от лишней переменной $s_2(t)$ в этих уравнениях и получим в окончательном виде искомую систему дифференциальных уравнений состояния цепи:

$$\begin{cases} \frac{d\varphi_1(t)}{dt} = -\omega_C^2 \cdot [\varphi_2(t) + s_1(t)], \\ \frac{d\varphi_2(t)}{dt} = -a \cdot \omega_C \cdot \varphi_2(t) + \varphi_1(t). \end{cases} \quad (21)$$

Эти дифференциальные уравнения являются уравнениями первого порядка и не содержат производных от входного сигнала. Поэтому их, совместно с уравнением наблюдения (20), удобно положить в основу цифровой, а при необходимости и аналоговой структурной модели.

В системе компьютерной математики MathCAD одна из функций решения системы дифференциальных уравнений первого порядка по методу Рунге-Кутты имеет имя «rkfixed» [4]. Обращение к ней производится через операцию присваивания какой-либо переменной (в дальнейшем Φ) имени функции:

$$\Phi := \text{rkfixed}(\varphi, 0, t_K, K, D),$$

где φ – вектор переменных состояния, размер которого определяется вектором начальных значений $\varphi(0)$ и соответствует числу уравнений состояния;

0 и t_K – начало и конец временного интервала моделирования цепи;

K – число точек на интервале моделирования;

D – вектор-функция, которая описывается правой частью системы уравнений состояния; для линейных цепей функция D имеет вид линейного преобразования $D(t, \varphi)$ переменных состояния, зависящего от входного сигнала $s_1(t)$, который должен быть определён перед обращением к функции «rkfixed».

В матрице Φ размерности $(K+1) \times (n+1)$ первый столбец (нулевой) соответствует значениям времени t_i ($\Phi_{i,0} = t_i$). Остальные столбцы матрицы содержат значения переменных состояния: $\Phi_{i,1}, \Phi_{i,2}, \dots, \Phi_{i,n}$, где индекс i изменяется от 0 до $K-1$.

На рис. 7 показан листинг программы в системе компьютерной математики MathCAD, предназначенной для численного решения системы дифференциальных уравнений состояния (21) при действии на входе цепи прямоугольного импульса.

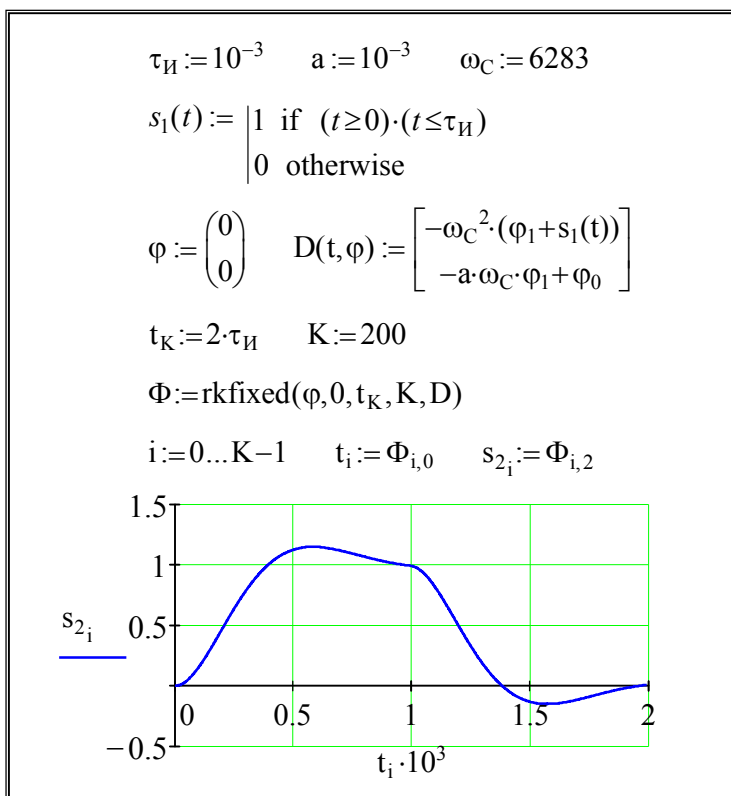


Рис. 7

В верхней строке программы задаются длительность входного сигнала и коэффициенты дифференциального уравнения цепи. Вторая строка содержит подпрограмму-функцию, описывающую входной сигнал. В третьей строке задаётся вектор начальных значений переменных состояния $\varphi(0)$ и вектор-функция $D(t, \varphi)$ с правой частью системы уравнений состояния. Поскольку нумерация индексов элементов массива в MathCAD начинается с нуля, то нулевая переменная состояния в программе соответствует первой в формуле (21), а первая – второй. В четвертой строке задаётся длительность t_K интервала моделирования и число K точек на этом интервале. В пятой строке выполняется вызов описанной выше функции «rkfixed»,

в шестой по результатам расчёта матрицы Φ определяются векторы, содержащие значения моментов времени и соответствующих им значений выходного сигнала.

2.3. Лабораторные задания и указания к их выполнению

2.3.1. Исходные данные для моделирования линейной цепи во временной области

В качестве цепи, подлежащей моделированию во временной области, предлагается взять полиномиальный ФНЧ, заданный нормированными полюсами \bar{p}_{pi} передаточной функции

$$K(p) = \frac{\beta \cdot \omega_c^n}{(p - \bar{p}_{p1} \cdot \omega_c)(p - \bar{p}_{p2} \cdot \omega_c) \times \dots \times (p - \bar{p}_{pn} \cdot \omega_c)}, \quad (22)$$

где β – число, обеспечивающее единичный коэффициент передачи на нулевой частоте;

ω_c – частота среза фильтра, определяемая по уровню $1/\sqrt{2}$ от максимального значения АЧХ.

В табл. 2 для каждого номера варианта (№) приведена информация о конкретном типе полиномиального ФНЧ и полюсах его передаточной функции.

Таблица 2

№	Тип ФНЧ по аппроксимации АЧХ	Нормированные полюсы передаточной функции ФНЧ, \bar{p}_{pi} , где $i=1 \dots n$, n – порядок ФНЧ				Коэффициент β
		\bar{p}_{p1}	\bar{p}_{p2}	\bar{p}_{p3}	\bar{p}_{p4}	
1	2	3	4	5	6	7
1	Фильтр Баттерворта	$-0.7071 - j0.7071$	$-0.7071 + j0.7071$	—	—	1.0000
2		-1.0000	$-0.5000 - j0.8660$	$-0.5000 + j0.8660$	—	
3		$-0.9239 - j0.3827$	$-0.9239 + j0.3827$	$-0.3827 - j0.9239$	$-0.3827 + j0.9239$	

1	2	3	4	5	6	7
4	Фильтр	$-0.5503 - j0.7168$	$-0.5503 + j0.7168$	—	—	0.8166
5	Чебышёва с неравно- мерностью	-0.5934	$-0.2967 - j0.8721$	$-0.2967 + j0.8721$	—	0.5036
6	АЧХ 0.3 дБ	$-0.1798 - j0.9277$	$-0.1798 + j0.9277$	$-0.4341 - j0.3843$	$-0.4341 + j0.3843$	0.3001
7	Фильтр	$-0.5755 - j0.7138$	$-0.5755 + j0.7138$	—	—	0.8407
8	Чебышёва с неравно- мерностью	-0.6347	$-0.3174 - j0.8703$	$-0.3174 + j0.8703$	—	0.5447
9	АЧХ 0.2 дБ	$-0.1944 - j0.9266$	$-0.1944 + j0.9266$	$-0.4694 - j0.3838$	$-0.4694 + j0.3838$	0.3295
10	Фильтр	$-0.4845 - j0.7277$	$-0.4845 + j0.7277$	—	—	0.7643
11	Чебышёва с неравно- мерностью	-0.4964	$-0.2482 - j0.8783$	$-0.2482 + j0.8783$	—	0.4135
12	АЧХ 0.7 дБ	$-0.1471 - j0.9315$	$-0.1471 + j0.9315$	$-0.3551 - j0.3858$	$-0.3551 + j0.3858$	0.2445
13	Фильтр	$-0.4508 - j0.7351$	$-0.4508 + j0.7351$	—	—	0.7436
14	Чебышёва с неравно- мерностью	-0.4514	$-0.2257 - j0.8823$	$-0.2257 + j0.8823$	—	0.3744
15	АЧХ 1.0 дБ	$-0.1325 - j0.9339$	$-0.1325 + j0.9339$	$-0.3199 - j0.3868$	$-0.3199 + j0.3868$	0.2242
16		$-1.1016 - j0.6364$	$-1.1016 + j0.6364$	—	—	1.6185
17	Фильтр Бесселя	-1.3226	$-1.0474 - j0.9992$	$-1.0474 + j0.9992$	—	2.7714
18		$-1.3700 - j0.4102$	$-1.3700 + j0.4102$	$-0.9952 - j1.2571$	$-0.9952 + j1.2571$	5.2576
19	Фильтр	-0.6200	$-0.3450 - j0.9010$	$-0.3450 + j0.9010$	—	0.5771
20	Лежандра	$-0.5500 - j0.3590$	$-0.5500 + j0.3590$	$-0.2320 - j0.9460$	$-0.2320 + j0.9460$	0.4093

Предполагается, что на входе такого ФНЧ действует одиночный импульс напряжения с единичной амплитудой $A_S = 1$ В и длительностью $\tau_{И} = 1$ мс, форма которого в пределах заданной длительности описывается уравнениями приведёнными в табл. 3. Вне интервала $[0, \tau_{И}]$ мгновенные значения входного сигнала равны нулю.

Частота среза фильтра ω_C однозначно связана с длительностью входного импульса и составляет:

$$a) \omega_C = \pi/\tau_{И}; \quad б) \omega_C = 4\pi/\tau_{И}.$$

Таблица 3

№	Аналитическое выражение сигнала $s_1(t)$	№	Аналитическое выражение сигнала $s_1(t)$
1	$\begin{cases} A_S, & 0 \leq t < \tau_{И}/2; \\ A_S/2, & \tau_{И}/2 \leq t \leq \tau_{И} \end{cases}$	2	$\alpha \cdot A_S \cdot t \cdot \exp(-\alpha \cdot t),$ $0 \leq t \leq \tau_{И}, \alpha = 7/\tau_{И}$
3	$\begin{cases} 2A_S \cdot t/\tau_{И}, & 0 \leq t < \tau_{И}/2; \\ A_S, & \tau_{И}/2 \leq t \leq \tau_{И} \end{cases}$	4	$2A_S \cdot [1 - t/\tau_{И} - \exp(-\alpha \cdot t)],$ $0 \leq t \leq \tau_{И}, \alpha = 6/\tau_{И}$
5	$\begin{cases} A_S \cdot \exp[\alpha \cdot (t - \tau_{И}/2)], \\ 0 \leq t < \tau_{И}/2, \alpha = 9/\tau_{И}; \\ A_S, & \tau_{И}/2 \leq t \leq \tau_{И} \end{cases}$	6	$\begin{cases} A_S, & 0 \leq t < \tau_{И}/2, \\ 2A_S \cdot (\tau_{И} - t)/\tau_{И}; \\ \tau_{И}/2 \leq t \leq \tau_{И} \end{cases}$
7	$\begin{cases} (29/25) \cdot A_S \cdot [1 - \exp(-\alpha \cdot t)], \\ 0 \leq t < 2\tau_{И}/3, \alpha = 3/\tau_{И}; \\ A_S, & 2\tau_{И}/3 \leq t \leq \tau_{И} \end{cases}$	8	$\begin{cases} A_S, & 0 \leq t < \tau_{И}/4, \\ 1.29A_S \cdot (1 - \exp[\alpha \cdot (t - \tau_{И})]); \\ \tau_{И}/4 \leq t \leq \tau_{И}, \alpha = 2/\tau_{И} \end{cases}$
9	$\begin{cases} A_S \cdot [(\tau_{И}/2) + t]/\tau_{И}, \\ 0 \leq t < \tau_{И}/2; \\ A_S \cdot [(3\tau_{И}/2) - t]/\tau_{И}, \\ \tau_{И}/2 \leq t \leq \tau_{И} \end{cases}$	10	$\begin{cases} A_S \cdot [1 - \exp(-\alpha \cdot t)], \\ 0 \leq t < \tau_{И}/2, \alpha = 10/\tau_{И}; \\ A_S \cdot \exp[-\alpha \cdot (t - \tau_{И}/2)], \\ \tau_{И}/2 \leq t \leq \tau_{И} \end{cases}$
11	$(9/4) \cdot A_S \cdot \sin(2\pi \cdot t/\tau_{И}) \times$ $\times \exp(-4t/\tau_{И}), 0 \leq t \leq \tau_{И}$	12	$0.7A_S \cdot [t/\tau_{И} + \sin(1.4\pi \cdot t/\tau_{И})],$ $0 \leq t \leq \tau_{И}$
13	$\begin{cases} 0.86A_S \cdot \exp[\alpha \cdot (t - \tau_{И}/3)], \\ 0 \leq t < \tau_{И}/3, \alpha = 6/\tau_{И}; \\ A_S \cdot \sin(\pi \cdot t/\tau_{И}), \\ \tau_{И}/3 \leq t \leq \tau_{И} \end{cases}$	14	$\begin{cases} A_S \cdot [1 - \exp(-\alpha \cdot t)], \\ 0 \leq t < \tau_{И}/2, \alpha = 8/\tau_{И}; \\ A_S \cdot (1 - \exp[\alpha \cdot (t - \tau_{И})]), \\ \tau_{И}/2 \leq t \leq \tau_{И} \end{cases}$

№	Аналитическое выражение сигнала $s_1(t)$	№	Аналитическое выражение сигнала $s_1(t)$
15	$\begin{cases} 4A_S \cdot t/\tau_{И}, 0 \leq t < \tau_{И}/4, \\ A_S \cdot (1 - \exp[\alpha \cdot (t - \tau_{И})]); \\ \tau_{И}/4 \leq t \leq \tau_{И}, \alpha = 10/\tau_{И} \end{cases}$	16	$\begin{cases} 2A_S \cdot t/\tau_{И}, 0 \leq t < \tau_{И}/2; \\ A_S \cdot \exp[-\alpha \cdot (t - \tau_{И}/2)], \\ \tau_{И}/2 \leq t \leq \tau_{И}, \alpha = 8/\tau_{И} \end{cases}$
17	$\begin{cases} A_S \cdot \sin[3\pi \cdot t/(4\tau_{И})], \\ 0 \leq t \leq 2\tau_{И}/3; \\ A_S, 2\tau_{И}/3 < t \leq \tau_{И} \end{cases}$	18	$\begin{cases} A_S \cdot [1 - \exp(-\alpha \cdot t)], \\ 0 \leq t \leq \tau_{И}/2, \alpha = 15/\tau_{И}; \\ A_S \cdot \sin(\pi \cdot t/\tau_{И}), \tau_{И}/2 \leq t \leq \tau_{И} \end{cases}$
19	$\begin{cases} A_S \cdot [(\tau_{И}/2) + t]/\tau_{И}, \\ 0 \leq t < \tau_{И}/2; \\ 2A_S \cdot [\tau_{И} - t]/\tau_{И}, \tau_{И}/2 \leq t \leq \tau_{И} \end{cases}$	20	$\begin{cases} A_S \cdot [1 - \exp(-\alpha \cdot t)], \\ 0 \leq t < \tau_{И}/2, \alpha = 10/\tau_{И}; \\ 2A_S \cdot [\tau_{И} - t]/\tau_{И}, \tau_{И}/2 \leq t \leq \tau_{И} \end{cases}$

2.3.2. Моделирование радиотехнической цепи с использованием интеграла свёртки

Получить аналитическое выражение импульсной характеристики моделируемой цепи.

Импульсная характеристика $g(t)$ может быть найдена как обратное преобразование Лапласа передаточной функции $K(p)$. Поскольку передаточная функция содержит в знаменателе полином с известными корнями, то импульсную характеристику наиболее просто определить как сумму вычетов функции $K(p) \cdot \exp(p \cdot t)$ комплексного переменного p в полюсах передаточной функции. Поскольку все её полюсы $p_{\Pi i} = \bar{p}_{\Pi i} \cdot \omega_C$ простые (первой кратности), то

$$g(t) = \beta \cdot \omega_C^n \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\exp(p \cdot t) \cdot (p - \bar{p}_{\Pi i} \cdot \omega_C)}{\prod_{m=1}^n [p - \bar{p}_{\Pi m} \cdot \omega_C]} \Big|_{p=p_{\Pi i} = \bar{p}_{\Pi i} \cdot \omega_C} \quad (23)$$

При аналитическом расчете $g(t)$ в каждом её слагаемом следует сначала сократить множитель $(p - \bar{p}_{\Pi i} \cdot \omega_C)$, после чего произвести подстановку $p = \bar{p}_{\Pi i} \cdot \omega_C$:

$$g(t) = \beta \cdot \left[\frac{\exp(\bar{p}_{n1} \cdot \omega_C \cdot t)}{(\bar{p}_{n1} - \bar{p}_{n2})(\bar{p}_{n1} - \bar{p}_{n3})(\bar{p}_{n1} - \bar{p}_{n4}) \times \dots} + \frac{\exp(\bar{p}_{n2} \cdot \omega_C \cdot t)}{(\bar{p}_{n2} - \bar{p}_{n1})(\bar{p}_{n2} - \bar{p}_{n3})(\bar{p}_{n2} - \bar{p}_{n4}) \times \dots} + \frac{\exp(\bar{p}_{n3} \cdot \omega_C \cdot t)}{(\bar{p}_{n3} - \bar{p}_{n1})(\bar{p}_{n3} - \bar{p}_{n2})(\bar{p}_{n3} - \bar{p}_{n4}) \times \dots} + \dots \right]$$

При наличии комплексных полюсов у передаточной функции фильтра ($n \geq 2$) формула (23) порождает в составе $g(t)$ пару комплексно-сопряжённых друг по отношению к другу слагаемых. Их сумму удобно сразу же преобразовать к удвоенному значению действительной части этих слагаемых.

Заметим, что полученное в соответствии с (23) аналитическое выражение для $g(t)$ может быть использовано лишь для моделирования при $t \geq 0$, так как речь идет о временной характеристике реальной, физически реализуемой цепи.

Составить на внутреннем языке системы математического моделирования MathCAD программу для расчёта сигнала на выходе заданной цепи методом интеграла свёртки. Программа должна содержать в виде подпрограмм-функций описание заданного входного воздействия, импульсной характеристики цепи, рассчитываемого выходного сигнала в соответствии с формулами (8)-(10). В подпрограмме-функции, описывающей процедуру получения сигнала на выходе цепи, использовать встроенную функцию интегрирования, предварительно изучив по файлам справки используемый в системе метод интегрирования и правильно задав системную переменную TOL.

С использованием составленной программы выполнить расчёт сигнала на выходе цепи в пределах $2\tau_{и}$ для двух значений частоты среза моделируемого ФНЧ. Вывести временные диаграммы выходного сигнала на фоне входного, включить отображение линий сетки и внести их в отчёт. Сделать выводы о степени искажения сигнала при его прохождении через ФНЧ.

2.3.3. Моделирование цепи с дискретизацией воздействия и использованием дискретной свёртки

Дополнить составленную ранее программу фрагментом, предназначенным для расчёта сигнала на выходе заданной цепи с предварительной процедурой дискретизации входного сигнала и использованием соотношения (12). Предусмотреть возможность изменения интервала дискретизации.

С использованием доработанной программы выполнить расчёт сигнала на выходе цепи для первого значения частоты среза моделируемого ФНЧ и нескольких значений интервала дискретизации: $T = \tau_H/4$, $\tau_H/8$ и $\tau_H/50$. Вывести значения выходного сигнала в виде точек, не соединяя их, на фоне временной диаграммы сигнала, полученного методом интеграла свёртки. Сделать выводы. Дополнить программу фрагментом, обеспечивающим сплайн-интерполяцию выходного сигнала по полученным дискретным значениям.

Сравнить точность моделирования прохождения сигнала через цепь с использованием дискретизации входного воздействия и метода интеграла свёртки. Расчёт значений выходного сигнала в этом случае производить с учётом его сплайн-интерполяции. Для сравнения в пределах $2\tau_H$ использовать погрешность (в процентах) следующего вида:

$$d = 200 \cdot \left[1 - \frac{1}{\sqrt{E_S \cdot E_V}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot v(t) dt \right], \quad (24)$$

рассчитываемую, например, методом трапеций:

$$d := 200 \cdot \left[1 - \frac{1}{\sqrt{E_S \cdot E_V}} \cdot \frac{h}{2} \cdot \left[\sum_{k=0}^{K-1} (s_k \cdot v_k + s_{k+1} \cdot v_{k+1}) \right] \right],$$

где s_k и v_k – значения сигналов на выходе цепи, полученные методом интеграла свёртки ($s(t)$) и с использованием дискретизации и последующей интерполяции ($v(t)$) соответственно;

E_S и E_V – энергии сигналов $s(t)$ и $v(t)$:

$$E_S = \frac{h}{2} \left[\sum_{i=0}^{K-1} [(s_i)^2 + (s_{i+1})^2] \right] \quad \text{и} \quad E_V = \frac{h}{2} \left[\sum_{i=0}^{K-1} [(v_i)^2 + (v_{i+1})^2] \right];$$

h – интервал времени между i -м и $i+1$ -м значениями;

K – число значений сигналов $s(t)$ и $v(t)$: $K = 200-500$.

Сравнение выполнить для всех значений интервала дискретизации: $T = \tau_H/4$, $\tau_H/8$ и $\tau_H/50$. Сделать выводы.

2.3.4. Структурное моделирование радиотехнической цепи по дифференциальному уравнению

Модифицировать аналитическое выражение передаточной функции $K(p)$ моделируемой цепи, раскрыв скобки в знаменателе (22) и получив, тем самым, в знаменателе полином по степеням p . Составить по модифицированному описанию $K(p)$ дифференциальное уравнение, описывающее процессы в цепи.

Составить структурную схему решения дифференциального уравнения методом структурного моделирования, аналогичную приведённой на рис. 6.

Реализовать структурную схему моделирования цепи по его дифференциальному уравнению в пакете схемотехнического моделирования Electronics Workbench. Обеспечить подачу сигнала на вход цепи методом предварительного расчёта мгновенных значений аналогового сигнала в системе моделирования MathCAD, записи в текстовый файл и последующего чтения в Electronics Workbench.

Первой процедурой моделирования входного сигнала является формирование массива данных размерностью $K \times 2$, где K – число мгновенных значений сигнала. Каждая строка массива должна содержать значение момента времени и соответствующее ему числовое значение сигнала. На рис. 8 приведена программа расчёта-записи значений сигнала в системе MathCAD, содержащая в файле «Calculation of input signal.xmcd».

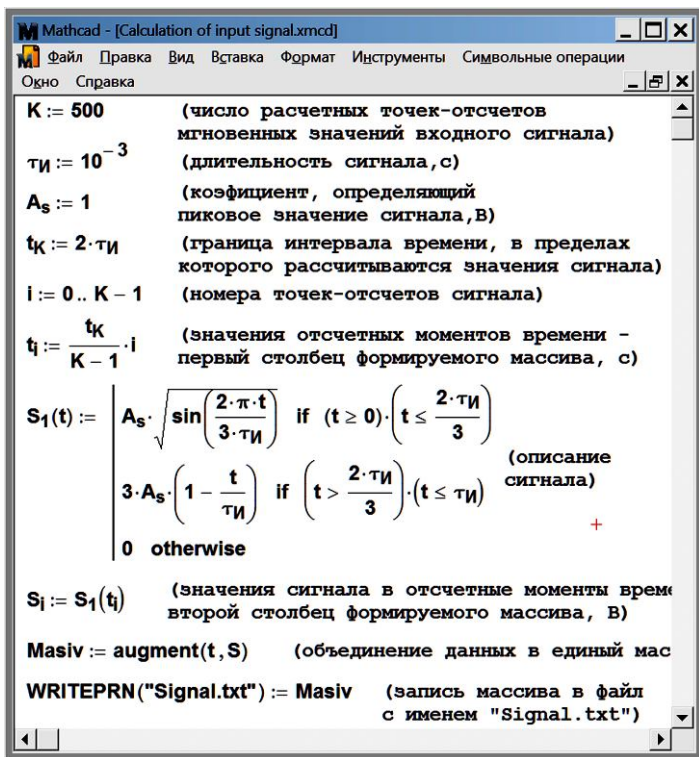


Рис. 8

В библиотеке «Sources» симулятора Electronics Workbench содержится управляемый источник напряжения Piecewise Linear Source (иконка на рис. 9, а). При запуске моделирования с его помощью считываются числовые данные из текстового файла, имя которого (или полный путь до него) указывается в окне установок параметров источника (рис. 9, б).

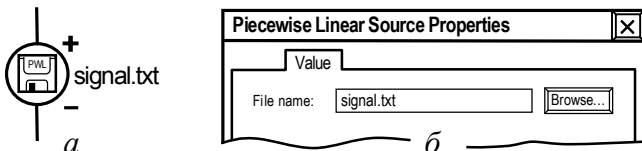


Рис. 9

С использованием схемы структурного моделирования цепи, реализованной в Electronics Workbench, получить временные диаграммы выходного сигнала для двух значений частоты среза АЧХ. Сравнить визуально их с диаграммами, полученными методом интеграла свёртки. Убедиться в их соответствии. Сделать выводы.

2.3.5. Моделирование цепи путём численного решения дифференциального уравнения методом переменных состояния

Свести ранее полученное дифференциальное уравнение моделируемой цепи к системе дифференциальных уравнений состояния цепи. Определить начальные значения переменных состояния цепи. Получить уравнение наблюдения относительно выходного сигнала цепи.

Модифицировать в соответствии с полученными данными код программы на языке системы MathCAD (рис. 8), предназначенной для численного решения системы дифференциальных уравнений состояния и содержащейся в файле «Solution of system of differential equations of state.xmcd». Скриншот обновленного кода программы внести в отчёт.

С использованием модифицированной программы выполнить расчёт сигнала на выходе цепи в пределах интервала $2\tau_i$ для двух значений частоты среза моделируемого ФНЧ. Внести в отчёт временные диаграммы выходного сигнала с включенным отображением линий сетки. Сравнить их с диаграммами, полученными ранее методом интеграла свёртки. Убедиться в их соответствии. Сделать выводы.

Контрольные вопросы к защите работы

1. Что такое импульсная характеристика цепи? Как на её основе методом интеграла свёртки выполнить моделирование прохождения заданного сигнала через цепь? Можно ли заме-

нить её переходной характеристикой? Изменится ли при этом интеграл свёртки? В чём заключается недостаток моделирования цепи по переходной характеристике?

2. Как правильно выбрать интервал дискретизации входного сигнала при моделировании его прохождения через цепь с предварительной дискретизацией и последующим использованием дискретной свёртки? Какими способами можно интерполировать выходной сигнал при недостаточно малом интервале дискретизации?

3. Как зависит степень искажения сигнала при его прохождении через ФНЧ от соотношения длительности сигнала и граничной частоты полосы пропускания фильтра? Как влияет ширина полосы пропускания ФНЧ на точность его моделирования при использовании дискретной свёртки и фиксированном интервале дискретизации входного сигнала?

4. Изложите методику решения дифференциального уравнения цепи методом структурного моделирования. Какие элементы содержит структурная схема модели цепи, реализованная по её дифференциальному уравнению? Как зависит их число от порядка цепи? Как при этом определяются коэффициенты по ветвям обратной связи? Можно ли таким способом моделировать цепи с нелинейным элементом?

5. Изложить методику решения дифференциального уравнения цепи методом переменных состояния. Как от дифференциального уравнения можно перейти к системе уравнений состояния цепи? Какими способами можно решить систему уравнений состояния? Что представляет собой переменная состояния цепи? Уравнение наблюдения?

6. Изложите использованную в работе методику генерирования сигналов сложной формы в схемотехническом симуляторе. Как количество отсчётов сигнала, считанных программно-управляемым источником симулятора, влияет на точность процесса моделирования? Обеспечивает ли источник интерполяцию считываемого из файла сигнала?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Астайкин, А.И. Радиотехнические цепи и сигналы. Т. 2 [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А.И. Астайкин, А.П. Помазков. – Саров: Российский федеральный ядерный центр – ВНИИЭФ, 2010. – 360 с. – Режим доступа: URL: <https://www.iprbookshop.ru/18445.html> (дата обращения 22.11.21).

2. Головков, А.А. Компьютерное моделирование и проектирование радиоэлектронных средств [Текст]: учебник / А.А. Головков. – М., СПб., Нижний Новгород, Воронеж: Питер, 2015. – 208 с.

3. Дьяконов, В.П. MathCAD 8-12 для студентов [Электронный ресурс]: учеб. пособие / В.П. Дьяконов. – М.: Солон-Пресс, 2005. – 589 с. – Режим доступа: URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=271842> (дата обращения 22.11.21).

4. Карлащук, В.И. Электронная лаборатория на IBM PC. Программа Electronics Workbench и ее применение [Электронный ресурс] / В.И. Карлащук. – М.: Солон-Пресс, 2016. – 726 с. – Режим доступа: URL: <https://www.iprbookshop.ru/90319.html> (дата обращения: 22.11.2021).

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Лабораторная работа № 1. Моделирование отклика нелинейного сопротивления на внешнее воздействие	4
Лабораторная работа № 2. Моделирование радиотехнических цепей во временно́й области.....	18
Библиографический список	36

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к лабораторным работам № 1, 2
для студентов специальности 11.04.01 «Радиотехника»,
магистерская программа «Радиотехнические средства
обработки и защиты информации в каналах связи»
очной формы обучения

Составитель
Останков Александр Витальевич

В авторской редакции

Подписано к изданию 31.01.2022.
Уч.-изд. л. 2,3.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический
университет»
394026 Воронеж, Московский проспект, 14