

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра строительной механики

РАСЧЕТ СТЕРЖНЯ НА КРУЧЕНИЕ

Методические указания

к выполнению контрольных и расчетно-графических работ
по курсу "Сопротивление материалов"
для студентов всех специальностей
очной и заочной форм обучения

Воронеж 2017

УДК 624.04(07)
ББК 30.121я73

Составители: Р.А. Мухтаров, А.В. Резунов, А.Н. Синозерский

Расчет стержня на кручение: методические указания к выполнению контрольных и расчетно-графических работ по курсу "Сопротивление материалов" для студентов всех специальностей очной и заочной форм обучения/ВГТУ; сост.: Р.А. Мухтаров, А.В. Резунов, А.Н. Синозерский – Воронеж, 2017. – 25 с.

Даны указания по расчету на свободное кручение прямых призматических стержней различных форм поперечного сечения. Изложены основные теоретические положения. Описаны правила оформления расчетно-графической работы. Подробно рассмотрен пример расчета конкретной задачи. Выполнено сравнение результатов ручного решения с расчетом на ЭВМ.

Предназначаются для студентов очной и заочной форм обучения, изучающих курс "Сопротивление материалов".

Ил. 9. Табл.3. Библиогр.: 6 назв.

УДК 624.04(07)
ББК 30.121я73

Печатается по решению учебно-методического совета ВГТУ

Рецензент – Колодежнов С.Н., канд. тех. наук, доцент кафедры металлических конструкций и сварки в строительстве

© Оформление. ФГБОУ ВО
«Воронежский государственный
технический университет», 2017

ВВЕДЕНИЕ

Стержень испытывает кручение, если на него действуют пары сил, расположенные в плоскостях, перпендикулярных его продольной оси x . В инженерной практике конструкции, испытывающих кручение, широко распространены: это оси машин и механизмов, пружины (испытывают кручение совместно с изгибом), несущие конструкции пролетных строений мостов и т.п.

При кручении внутренние силы, действующие в поперечных сечениях стержня, приводятся к крутящему моменту $M_x(x)$, а деформация характеризуется поворотом вокруг оси x одного сечения по отношению к другому на угол закручивания $\varphi(x)$.

Сечения круглых и кольцевых профилей поворачиваются, оставаясь плоскими, некруглых – искривляются из своей плоскости по некоторой поверхности (депланируют).

В связи с развитием депланаций различают два типа кручения стержней: свободное и стесненное.

Если депланации всех поперечных сечений по длине стержня одинаковы или отсутствуют, то кручение называется свободным. При переменных по длине депланациях кручение называют стесненным.

При свободном кручении (нет препятствий депланациям) в поперечных сечениях возникают только касательные напряжения τ . При стесненном кручении (присутствуют разного рода сдерживающие депланацию факторы) наряду с касательными напряжениями τ появляются и нормальные напряжения σ , распределенные неравномерно по площади сечения и длине стержня.

В настоящих методических указаниях предполагается, что обеспечены условия свободного кручения. Вблизи от углов профилей также пренебрегаем концентрацией напряжений.

1. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

При расчете испытывающих кручение стержней на прочность и жесткость необходимо знать наибольшее по абсолютной величине значение крутящего момента M_x . Для решения этой задачи строят эпюру M_x . Крутящий момент считается положительным, если при взгляде на сечение со стороны внешней нормали он стремится вращать рассматриваемую часть стержня по ходу часовой стрелки (рис. 1).

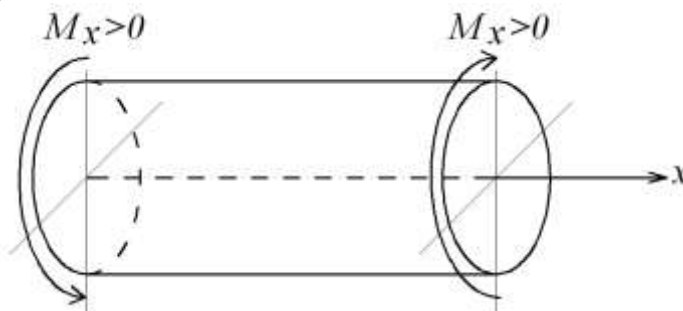


Рис. 1. Правило знаков для крутящего момента M_x .

Под рассматриваемой подразумевается та часть стержня, которая расположена слева или справа от сечения, разделяющего стержень на две части.

Величина M_x в данном сечении находится из равенства нулю суммы моментов относительно продольной оси x всех сил, действующих на рассматриваемую часть стержня.

Условия прочности и жесткости при кручении имеют вид [1–6]

$$\tau_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x} \leq [\tau], \quad (1)$$

$$\theta_{\max} = \frac{M_{nx\max}}{G \cdot J_x} \leq [\theta], \quad (2)$$

где τ_{\max} и $[\tau] = R/k$ – наибольшее и допускаемое касательные напряжения в поперечном сечении стержня;

R – расчетное сопротивление материала;

k – коэффициент, принимаемый равным $1, 1+\nu, 2, \sqrt{3}$, если применяется соответственно первая, вторая, третья или четвертая гипотезы прочности;

θ_{\max} и $[\theta]$ – наибольший и допускаемый относительные (погонные) углы закручивания;

$M_{nx\max}$ и $M_{x\max} = M_{nx\max} \cdot \gamma_f$ – наибольшие по абсолютной величине крутящие моменты от нормативных и расчетных нагрузок;

γ_f – коэффициент надежности по нагрузке;

W_x и J_x – условные моменты сопротивления и инерции при кручении, зависящие от формы сечения (табл. 1), а для круглых и кольцевых профилей – совпадающие с полярными W_x и J_x ;

$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$ – модуль упругости при кручении (сдвиге);

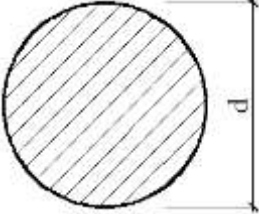
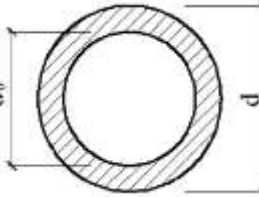
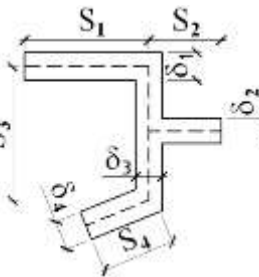
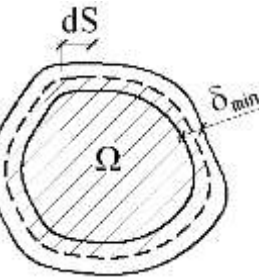
E и ν – модуль Юнга и коэффициент Пуассона (упругие характеристики материала);

$E \cdot J_x$ – характеристика, называемая жесткостью стержня при кручении.

Формулы для нахождения максимальных касательных напряжений τ_{\max} и положение точек, в которых они действуют, для некоторых сечений приведены в табл. 1.

Таблица 1

Геометрические характеристики сечений и формулы для определения касательных напряжений в характерных точках

Поперечное сечение стержня	Момент сопротивления кручению W_x	Момент инерции при кручении J_x	Выражения для τ_{\max} и касательных напряжений в характерных точках
	$\frac{\pi \cdot d^3}{16}$	$\frac{\pi \cdot d^4}{32}$	Во всех точках контура круга $\tau_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x}$
	$\frac{\pi \cdot d^3}{16} \cdot \left[1 - \left(\frac{d_0}{d} \right)^4 \right]$	$\frac{\pi \cdot d^4}{32} \cdot \left[1 - \left(\frac{d_0}{d} \right)^4 \right]$	Во всех точках наружного контура $\tau_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x}$ В точках внутреннего контура $\tau = \frac{d_0}{d} \cdot \tau_{\max}$
	$\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^3 \cdot S_i}{3 \cdot \delta_{\max}}$	$\frac{1}{3} \cdot \sum_{i=1}^n \delta_i^3 \cdot S_i$	В точках контура с наибольшей толщиной стенки δ_{\max} $\tau_{\max} = \frac{M_{x\max} \cdot \delta_{\max}}{J_x}$ с толщиной стенки $\delta_i < \delta_{\max}$ $\tau_i = \frac{M_x \cdot \delta_i}{J_x}$
	$2 \cdot \Omega \cdot \delta_{\min}$ Ω - площадь сечения, ограниченная средней линией контура	$\frac{4 \cdot \Omega^2}{\int_s \frac{ds}{\delta}}$ при $\delta = \text{const}$ $\frac{4 \cdot \Omega^2 \cdot \delta}{s}$ s - длина средней линии	На участке с наименьшей толщиной стенки $\tau_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x}$

Поперечное сечение стержня	Момент сопротивления кручению W_x	Момент инерции при кручении J_x	Выражения для τ_{\max} и касательных напряжений в характерных точках
	$k_1 \cdot h \cdot b^2$	$k_3 \cdot h \cdot b^3$	<p>В середине длинных сторон контура (точки 1)</p> $\tau_{\max} = \tau_1 = \frac{M_{x\max}}{W_x};$ <p>в середине коротких сторон контура (точки 2)</p> $\tau_2 = k_2 \cdot \tau_{\max};$ <p>в угловых точках $\tau = 0$.</p>
	$W_{x1} = 2 \cdot h_0 \cdot b_0 \cdot \delta_1$ $W_{x2} = 2 \cdot h_0 \cdot b_0 \cdot \delta_2$	$\frac{2 \cdot h_0^2 \cdot b_0^2 \cdot \delta_1 \cdot \delta_2}{h_0 \delta_2 + b_0 \delta_1}$	<p>На участках сечения толщиной δ_1</p> $\tau_1 = \frac{M_x}{W_{x1}}$ <p>толщиной δ_2</p> $\tau_2 = \frac{M_x}{W_{x2}}$

Формулы для определения касательных напряжений τ , величин W_x и J_x в стержнях прямоугольного сечения получены методами теории упругости. Значения коэффициентов k_1, k_2, k_3 зависят от отношения длинной стороны к короткой и представлены в табл. 2 [6]

Таблица 2

Коэффициенты k_1, k_2, k_3 для расчета прямоугольных сечений на кручение

h/b	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0	2,5	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0
k_1	0,208	0,221	0,231	0,239	0,246	0,258	0,267	0,282	0,299	0,307	0,313
k_2	1,000	0,910	0,859	0,820	0,795	0,766	0,753	0,745	0,743	0,742	0,742
k_3	0,141	0,172	0,196	0,214	0,229	0,249	0,263	0,281	0,299	0,307	0,313

Заметим, что значения коэффициентов k_1, k_2, k_3 при $h/b = 10$ близки к $k_1 = 0.333, k_2 = 0.742, k_3 = 0.333$ в случае $h/b \rightarrow \infty$.

Из соотношения $\theta = \frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_x(x)}{G \cdot J_x}$ [1-6] следует равенство

$$d\varphi = \frac{M_x(x)}{G \cdot J_x} \cdot dx, \quad (3)$$

интегрируя обе части которого в интервале $[\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k+1}]$, находим

$$\varphi_{k+1} = \int_{\mathbf{x}_k}^{\mathbf{x}_{k+1}} \frac{\mathbf{M}_x(\mathbf{x})}{\mathbf{G} \cdot \mathbf{J}_x} \cdot d\mathbf{x} + \varphi_k, \quad (4)$$

где φ_k и φ_{k+1} – углы поворота k -го и $k+1$ -го сечений;

$\mathbf{M}_x(\mathbf{x})$ – аналитическое выражение крутящего момента на участке $\mathbf{x}_k \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_{k+1}$.

Изменение углов закручивания по длине стержня иллюстрируется эпюрой $\varphi(\mathbf{x})$ (см. п. 3.4).

Из условий (1) и (2) можно:

- назначать размеры поперечных сечений (по известным значениям $\mathbf{M}_{x_{\max}}$, $[\tau]$, $[\theta]$);
- проверять прочность и жёсткость стержня, вычисляя по известным величинам $\mathbf{M}_{x_{\max}}$, $\mathbf{M}_{\text{пхmax}}$, \mathbf{W}_x , \mathbf{J}_x наибольшее напряжение τ_{\max} и относительный угол закручивания θ_{\max} , а затем сравнивая их с допускаемыми значениями $[\tau]$ и $[\theta]$;
- определять допускаемый крутящий момент $[\mathbf{M}_x]$ по заданным размерам сечения и величинам $[\tau]$, $[\theta]$.

Критериями экономичности сечений служат удельные геометрические характеристики крутильной прочности и жёсткости

$$\mathbf{w}_x = \frac{\mathbf{W}_x}{\sqrt{\mathbf{A}^3}} \quad \text{и} \quad \mathbf{i}_x = \frac{\mathbf{J}_x}{\mathbf{A}^2}, \quad (5)$$

где \mathbf{A} – площадь поперечного сечения стержня.

Чем больше \mathbf{w}_x и \mathbf{i}_x , тем рациональнее профиль.

2. ЗАДАНИЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТНОЙ РАБОТЫ

Студенту выдается специальный бланк, в котором приводятся:

расчетная схема стержня, один конец которого зашпечлен, с указанием длины участков и нормативной нагрузкой (модулями сосредоточенных \mathbf{M}_{n1} , \mathbf{M}_{n2} , \mathbf{M}_{n3} и равномерно распределенных по длине с интенсивностью \mathbf{m}_n пар внешних сил);

расчетное сопротивление \mathbf{R} , модуль упругости \mathbf{E} и коэффициент Пуассона ν материала;

коэффициент надежности по нагрузке γ_f и допускаемый погонный угол закручивания $[\theta]$;

характеризующие геометрию сечений параметры $\alpha = \mathbf{d}_0/\mathbf{d}$ (круглого с отверстием), $\beta = \mathbf{h}/\mathbf{b}$ (прямоугольного), $\eta = \delta_1/\mathbf{h} = \delta_2/\mathbf{b}$ (тонкостенных).

Бланк с заданием помещается в оформленную работу.

Требуется:

1. Построить эпюру крутящих моментов $M_{\text{нх}}$, изобразив ее с указанием масштаба под расчетной схемой.
2. Из условий прочности (с использованием гипотезы наибольших касательных напряжений) и жесткости определить диаметры $d_{[\tau]}$ и $d_{[\theta]}$ стержня сплошного круглого поперечного сечения. Для дальнейшего расчета из двух значений диаметра d принять наибольшее.
3. Под эпюрой $M_{\text{нх}}$ построить с соблюдением масштаба эпюру углов закручивания $\varphi(x)$ стержня с назначенным диаметром d .
4. Из условий (1) и (2) найти воспринимаемые крутящие моменты $[M_x]_{[\tau]}$ и $[M_x]_{[\theta]}$ для стержней круглого, кольцевого и сплошного прямоугольного сечений, тонкостенных открытого (в виде тавра) и замкнутого (прямоугольного трубчатого) профилей, равновеликих по площади A элементу, принятому по требованию п. 2.
5. Вычислить по формулам (5) удельные характеристики w_x , i_x и назначить в качестве расчетного допускаемого момента $[M_x]$ наименьшую из величин $[M_x]_{[\tau]}$ и $[M_x]_{[\theta]} = [M_{\text{нх}}]_{[\theta]} \cdot \gamma_f$.
6. Свести в таблицу сведения о геометрических показателях A , w_x , i_x , воспринимаемых $[M_x]_{[\tau]}$, $[M_x]_{[\theta]}$ и допускаемом $[M_x]$ моментах для всех рассмотренных случаев. Сделать вывод о том, какой тип сечения является наиболее рациональным при кручении.
7. Выполнить расчет на персональной ЭВМ по программе SHAFT (только для студентов очной формы обучения).

2.1. УСЛОВИЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТНОЙ РАБОТЫ

2.1.1. ЗАДАНИЕ

Вычерчивается расчетная схема стержня с нормативными нагрузками и указываются числовые значения всех размеров и нагрузок.

Вычисляются допускаемое (по третьей гипотезе прочности) касательное напряжение $[\tau] = R/2$ и модуль упругости материала при кручении

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$$

2.1.2. ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮРЫ КРУТЯЩИХ МОМЕНТОВ

Началом координат задаются на свободном конце стержня. При этом исключается необходимость определения реактивного момента в заделке. Ось x совмещается с продольной осью стержня и направляется к опоре. Назначаются

границы участков, в пределах которых аналитический вид функции $M_{nx}(x)$ не меняется. Началом нового участка является сечение, в котором на расчетной схеме указаны сосредоточенные крутящие моменты M_{ni} и появляются или заканчиваются распределенные пары сил m_n .

В пределах каждого из участков мысленно проводится поперечное сечение, разрезающее стержень на две части. Защемленная часть стержня отбрасывается. Для оставшейся (рассматриваемой) части из уравнения равновесия моментов всех сил (внешних и внутренних) относительно оси x получают аналитическое выражение крутящего момента $M_{nx}(x)$ с учетом принятого в п.1 правила знаков. Вычисляются значения M_{nx} в характерных сечениях.

По полученным данным под расчетной схемой стержня в масштабе строится эпюра M_{nx} с указанием цены деления масштаба.

Если на участке с распределенными парами сил крутящий момент M_{nx} изменяет знак, то необходимо определить координату сечения, в котором M_{nx} равен нулю, и указать ее на эпюре.

2.1.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИАМЕТРА СТЕРЖНЯ СПЛОШНОГО КРУГЛОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

Из анализа эпюры M_{nx} находят наибольшие по абсолютной величине крутящие моменты от нормативных M_{nxmax} и расчетных $M_{xmax} = M_{nxmax} \cdot \gamma_f$ нагрузок.

Из условий прочности (1) и жесткости (2) определяют требуемый диаметр поперечного сечения

$$d_{[\tau]} \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{xmax}}{\pi \cdot [\tau]}}, \quad (6)$$

$$d_{[\theta]} \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot M_{nxmax}}{\pi \cdot G \cdot [\theta]}}. \quad (7)$$

Для дальнейших исследований принимаем стержень с наибольшим (из $d_{[\tau]}$ и $d_{[\theta]}$) диаметром d , при котором находят:

площадь поперечного сечения A ;

моменты сопротивления W_x и инерции J_x по табл. 1;

удельные геометрические характеристики w_x и i_x по формулам (5);

воспринимаемые крутящие моменты, исходя из условий прочности (1) и жесткости (2),

$$[M_x]_{[\tau]} = [\tau] \cdot W_x \quad (8)$$

и

$$[M_x]_{[\theta]} = [M_{nx}]_{[\theta]} \cdot \gamma_f = [\theta] \cdot G \cdot J_x \cdot \gamma_f. \quad (9)$$

В качестве допускаемого расчетного момента $[M_x]$ принимают наименьшее из двух значений

$$[M_x] = \min \{ [M_x]_{[\tau]}, [M_x]_{[\theta]} \}. \quad (10)$$

2.1.4. ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮРЫ УГЛОВ ЗАКРУЧИВАНИЯ СТЕРЖНЯ СПЛОШНОГО КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ

Углы поворота φ вычисляется относительно неподвижного опорного сечения. Интегрируя уравнение (3) на интервале от x до x_{k+1} будем иметь

$$\varphi(x_{k+1}) - \varphi(x) = \int_x^{x_{k+1}} \frac{M_{nx}(x)}{G \cdot J_x} dx \quad (11)$$

Отсюда получим угол поворота расположенного на участке загрузки $[x_k, x_{k+1}]$ сечения с координатой x

$$\varphi(x) = \varphi(x_{k+1}) - \int_x^{x_{k+1}} \frac{M_{nx}(x)}{G \cdot J_x} dx. \quad (12)$$

Здесь учтено, что начало отсчета выбрано на свободном конце стержня и построение эпюры $\varphi(x)$ следует выполнять от защемленного сечения, двигаясь в сторону уменьшения значений x .

На участках $[x_k, x_{k+1}]$ вычисляют значения функции $\varphi(x)$:

– при x_k и x_{k+1} , если нет распределенных нагрузок и $\varphi(x)$ изменяется по линейному закону;

– с шагом $(x_{k+1} - x_k)/4$ и в сечениях, где $M_{nx}(x) = 0$, при наличии распределенной нагрузки m_n .

По полученным данным под эпюрой M_{nx} в определенном масштабе строится эпюра $\varphi(x)$.

Если при выполнении задания начало отсчета координаты x выбрать на защемленном конце стержня, предварительно найдя крутящий момент в заделке, то вместо (12) следует использовать выражение

$$\varphi(x) = \varphi(x_k) + \int_{x_k}^x \frac{M_{nx}(x)}{G \cdot J_x} dx. \quad (13)$$

Формула (13) позволяет найти угол поворота сечения с координатой x относительно сечения с координатой x_k меньшей x .

2.1.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОПУСКАЕМЫХ КРУТЯЩИХ МОМЕНТОВ ДЛЯ СТЕРЖНЕЙ КОЛЬЦЕВОГО И ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЙ И ТОНКОСТЕННЫХ СТЕРЖНЕЙ ОТКРЫТОГО И ЗАМКНУТОГО ПРОФИЛЯ

а) кольцевое сечение.

Из равенства площадей сплошного $A_{кр}$ и полого круглого сечения $A_{п}$ находится внешний диаметр d_1 , а затем внутренний d_0

$$d_1 = \frac{d}{\sqrt{1-\alpha^2}}, \quad d_0 = \alpha \cdot d_1. \quad (14)$$

По найденным значениям d_1 и d_0 по формулам, приведенным в табл.1, вычисляются момент сопротивления W_x и момент инерции J_x , а затем по (5) – удельные геометрические характеристики w_x и i_x .

Далее из выражений (8) и (9) определяются воспринимаемые крутящие моменты $[M_x]_{[\tau]}$ и $[M_{nx}]_{[\theta]}$, а затем в соответствии с (10) – допускаемый расчетный крутящий момент $[M_x]$.

В таком же объеме выполняются расчеты для стержней:

б) прямоугольного сечения;

в) тонкостенного сечения открытого профиля (тавр);

г) тонкостенного сечения замкнутого профиля (коробчатое прямоугольное).

2.1.6. ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА ПО ПРОЧНОСТИ И ЖЕСТКОСТИ СТЕРЖНЕЙ

Геометрические параметры A , w_x , i_x , воспринимаемые $[M_x]_{[\tau]}$, $[M_x]_{[\theta]}$ и допускаемые $[M_x]$ моменты для рассмотренных в работе случаев сведятся в табл. 3.

Таблица 3

Форма таблицы для отображения результатов расчетов

Величины	Тип сечения				
	Сплошное круглое	Полое круглое	Прямоугольное	Тонкостенное тавровое	Тонкостенное коробчатое
$A, м^2$					
w_x					
i_x					
$[M_x]_{[\tau]}, кНм$					
$[M_x]_{[\theta]}, кНм$					
$[M_x], кНм$					

На основании анализа представленной в табл.3 информации сделать вывод, какие из сечений являются более рациональными для подвергающихся кручению стержней.

2.1.7. ИНСТРУКЦИЯ ПО РАБОТЕ С ПРОГРАММОЙ SHAFT

Программа **SHAFT**, разработанная в виде Delphi приложения, предназначена для расчета прямого призматического стержня постоянного сечения на действие сосредоточенных и равномерно распределенных крутящих моментов.

Ввод исходных данных выполняется путем редактирования в окне приложения файла шаблона в соответствии с содержащимися в нем комментариями. Начало отсчета выбирается на свободном конце стержня, ось x направляется по оси стержня в сторону заземленного конца. Сосредоточенные и распределенные пары сил считаются положительными, если при взгляде на мысленно отсеченную часть стержня со стороны внешней нормали к сечению они стремятся вращать ее по ходу часовой стрелки.

Исходные данные в файле шаблоне расположены в следующем порядке:

- фамилия студента, инициалы, номер группы или факультет;
- расчетное сопротивление;
- модуль упругости;
- коэффициент Пуассона;
- коэффициент надежности по нагрузке;
- допускаемый относительный угол закручивания;
- длина стержня;
- параметры, задающие геометрию сечений: h/b , d_0/d и $\delta_1/b = \delta_2/h$;
- число сосредоточенных пар сил и для каждой пары сил величина и координата сечения, в котором она действует;
- число распределенных пар и для каждой из них интенсивность нагрузки и координаты концов участка, на котором она действует.

Если какой-то тип нагрузок отсутствует, следует задать их число равным единице, место положения задать произвольно, величину нагрузки положить равной нулю.

Вводить исходные данные можно в любой последовательности. При этом доступны стандартные для WINDOWS сочетания клавиш для редактирования текста.

Выходная информация выдается на экран монитора и включает в себя:

- исходные данные;
- величину максимального крутящего момента и координату сечения, в котором он действует;
- таблицу с оценкой результатов расчета по прочности и жесткости стержней;
- данные о размерах подобранных сечений;
- таблицу значений крутящих моментов и углов закручивания для стержня сплошного круглого сечения.

Значения крутящих моментов и углов закручивания выдаются в сечениях, расположенных на концах стержня, в местах приложения сосредоточенных пар и в пяти равноотстоящих сечениях на каждом из участков действия распределенных пар. В сечениях, где приложены сосредоточенные пары, искомые величины находятся непосредственно слева и справа от них.

При необходимости включить в число расчетных некоторое конкретное сечение следует задать в этом сечении фиктивную сосредоточенную пару сил нулевой величины.

Результаты расчетов сохраняются на жестком диске в файле OutFile, их можно напечатать, выбрав соответствующий пункт главного или всплывающего меню.

С содержанием данной инструкции можно ознакомиться, выбрав соответствующий пункт меню. Листинг с результатами расчетов по программе **SHAFT** приведен в п.б.

3. ПРИМЕР РАСЧЕТА НА КРУЧЕНИЕ ПРЯМОГО ПРИЗМАТИЧЕСКОГО СТЕРЖНЯ

3.1. ЗАДАНИЕ

Выполнить расчет стержня, расчетная схема которого представлена на рис.2.а, при следующих исходных данных:

$$a = 0.8 \text{ м}; \quad b = 1.2 \text{ м}; \quad c = 0.4 \text{ м}; \quad M_{n1} = 1.6 \text{ кНм}; \quad M_{n2} = 1.5 \text{ кНм}; \quad M_{n3} = 2 \text{ кНм};$$

$$m_n = 3 \frac{\text{кНм}}{\text{м}}; \quad R = 200 \text{ МПа}; \quad E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \quad \nu = 0.25; \quad \gamma_f = 1.2; \quad [\theta] = 8 \cdot 10^{-3} \text{ рад / м};$$

$$\alpha = \frac{d_0}{d} = 0.9; \quad \beta = \frac{h}{b} = 1.3; \quad \eta = \frac{\delta_1}{h} = \frac{\delta_2}{b} = 0.04.$$

Допускаемое касательное напряжение по 3-ей гипотезе прочности равно

$$[\tau] = \frac{R}{2} = \frac{200}{2} = 100 \text{ МПа}.$$

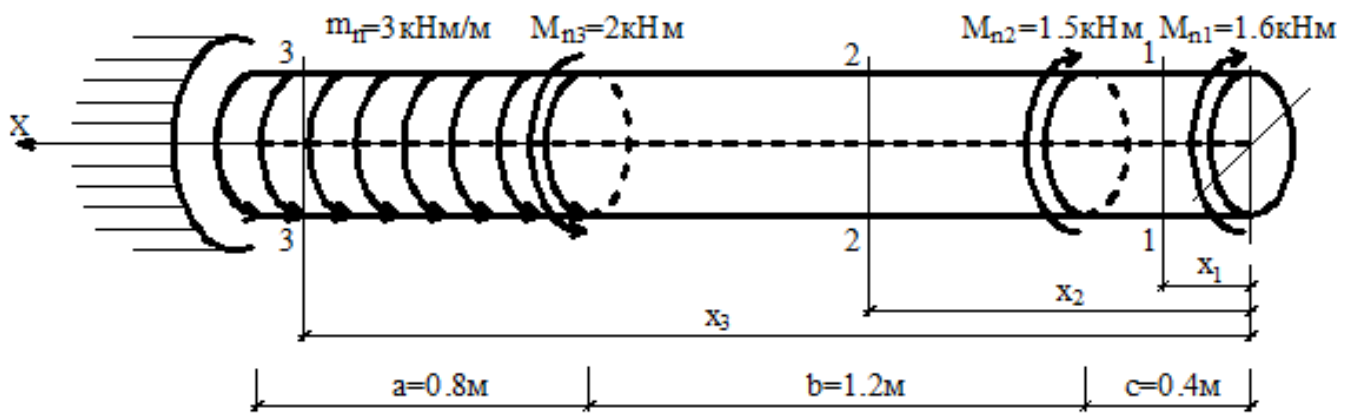
$$\text{Модуль сдвига } G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = \frac{2 \cdot 10^5}{2 \cdot (1 + 0.25)} = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}.$$

3.2. ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮРЫ КРУТЯЩИХ МОМЕНТОВ

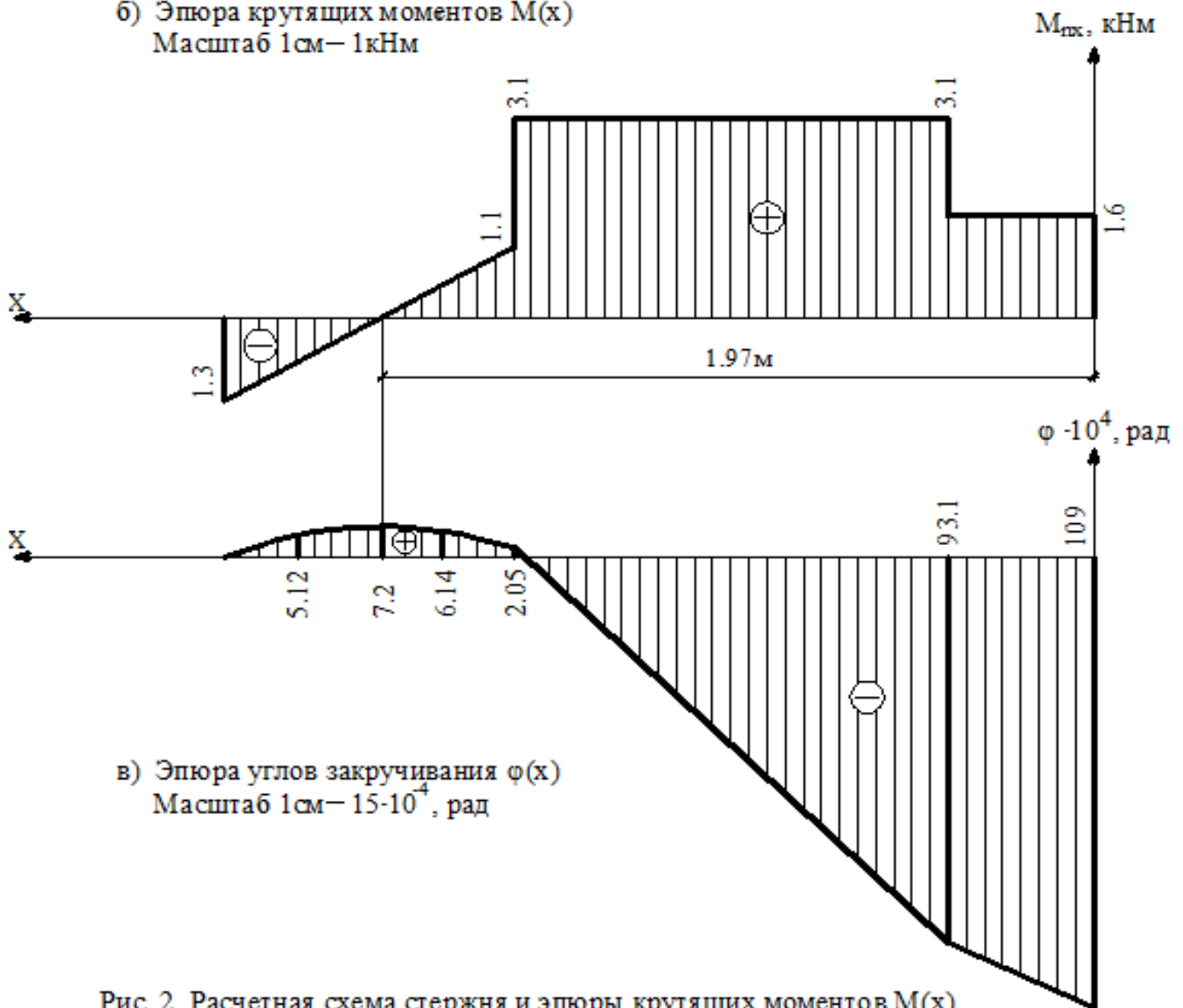
Принимаем начало координат на свободном конце стержня (рис.2,а). Стержень имеет три участка загрузки.

1-й участок: ($0.0 \leq x_1 \leq 0.4 \text{ м}$, рис.3). Сечением 1-1 мысленно рассекаем стержень на две части. Рассматривая часть стержня между началом координат и сечением 1-1 и приравнивая нулю сумму моментов всех сил относительно оси **X**, получим

- а) Расчетная схема стержня
Масштаб 1:20

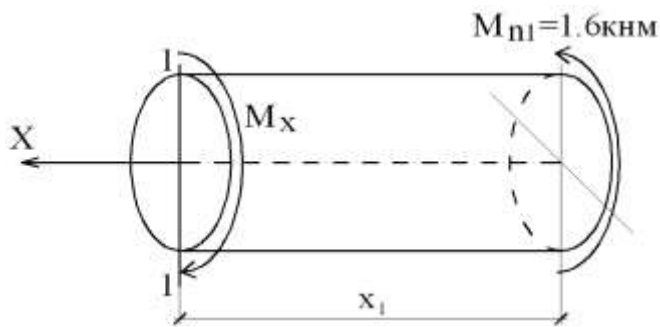


- б) Эпюра крутящих моментов $M(x)$
Масштаб 1 см – 1 кНм



- в) Эпюра углов закручивания $\varphi(x)$
Масштаб 1 см – $15 \cdot 10^4$ рад

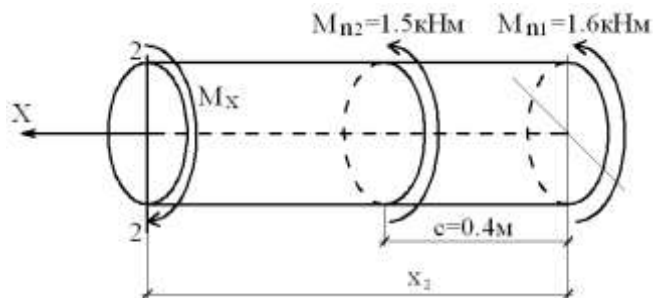
Рис. 2. Расчетная схема стержня и эпюры крутящих моментов $M(x)$ и углов закручивания $\varphi(x)$.



$$\sum m_x = 0, \quad M_x - 1.6 = 0, \quad M_x = 1.6 \text{ кНм.}$$

Рис. 3. Первый участок загрузки.

2-ой участок: ($0.4\text{м} \leq x_2 \leq 1.6\text{м}$, рис.4).



$$\sum m_x = 0, \quad M_x - 1.6 - 1.5 = 0,$$

$$M_x = 3.1 \text{ кНм.}$$

Рис.4. Второй участок загрузки.

3-й участок: ($1.6\text{м} \leq x_3 \leq 2.4\text{м}$, рис.5).

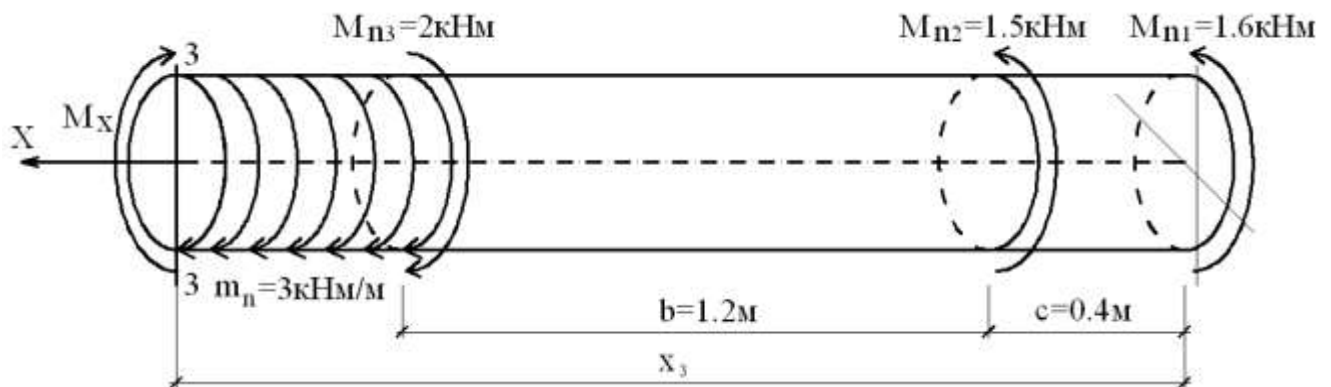


Рис.5. Третий участок загрузки.

$$\sum m_x = 0, \quad M_x - 1.6 - 1.5 + 2 + 3 \cdot (x_3 - 1.6) = 0, \quad M_x = 5.9 - 3 \cdot x_3.$$

При $x_3 = 1.6\text{м}$ $M_x = 1.1 \text{ кНм,}$

при $x_3 = 2.4\text{м}$ $M_x = 5.9 - 3 \cdot 2.4 = -1.3 \text{ кНм.}$

Определим координату сечения, в котором $M_x = 0$.

$$5.9 - 3 \cdot x_3 = 0. \quad \text{Отсюда } x_3 = \frac{5.9}{3} = 1.97 \text{ м.}$$

Эпюра крутящих моментов M_x представлена на рис. 2.б.

3.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИАМЕТРА СТЕРЖНЯ СПЛОШНОГО КРУГЛОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

Наибольший по абсолютной величине крутящий момент от нормативной нагрузки по эпюре M_x равен $M_{nxmax} = 3.1 \text{ кНм}$ (см. рис.2,б). Наибольший расчетный крутящий момент равен

$$M_{xmax} = M_{nxmax} \cdot \gamma_f = 3.1 \cdot 1.2 = 3.72 \text{ кНм}.$$

Диаметр круглого поперечного сечения определяем из условия прочности (1)

$$W_x \geq \frac{M_{xmax}}{[\tau]}, \quad \text{где} \quad W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \quad (\text{см. табл.1}).$$

$$\text{Отсюда } d_{[\tau]} \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{xmax}}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 3.72 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 100}} = 0.0574 \text{ м} = 5.74 \text{ см}.$$

Из условия жесткости (2)

$$J_x \geq \frac{M_{nxmax}}{G \cdot [\theta]}, \quad \text{где} \quad J_x = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \quad (\text{см. табл.1}).$$

$$\text{Отсюда } d_{[\theta]} \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot M_{nxmax}}{\pi \cdot G \cdot [\theta]}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 3.10 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}} = 0.0838 \text{ м} = 8.38 \text{ см}.$$

Из двух полученных значений принимается наибольший диаметр с округлением в большую сторону $d = 8.4 \text{ см}$.

$$\text{Площадь поперечного сечения } A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 8.4^2}{4} = 55.4 \text{ см}^2.$$

$$\text{Полярный момент инерции } J_x = \frac{\pi \cdot d^4}{32} = \frac{\pi \cdot 8.4^4}{32} = 488.8 \text{ см}^4.$$

$$\text{Полярный момент сопротивления } W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{16} = \frac{\pi \cdot 8.4^3}{16} = 116.4 \text{ см}^3$$

Из условия прочности (1) допускаемый крутящий момент равен

$$[M_x]_{[\tau]} = [\tau] \cdot W_x = 100 \cdot 10^3 \cdot 116.4 \cdot 10^{-6} = 11.6 \text{ кНм}.$$

Из условия жесткости (2)

$$[M_x]_{[\theta]} = [\theta] \cdot G \cdot J_x \cdot \gamma_f = 8 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^7 \cdot 488.8 \cdot 10^{-8} \cdot 1.2 = 3.75 \text{ кНм}.$$

В качестве допускаемого расчетного момента принимаем наименьшее из этих двух значений $[M_x] = 3.75 \text{ кНм}$.

3.4. ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮРЫ УГЛОВ ЗАКРУЧИВАНИЯ

Отсчитываем углы поворота $\varphi(x)$ сечений относительно неподвижного опорного сечения ($x = 2.4 \text{ м}$). По (12) составим выражения для $\varphi(x)$ на участках загрузки стержня и определим значения $\varphi(x)$ в характерных сечениях.

3-й участок ($1.6 \text{ м} \leq x_3 \leq 2.4 \text{ м}$; рис. 2.а)

$$\varphi(x_3) = \varphi(2.4) - \int_{x_3}^{2.4} \frac{M_x(x_3)}{G \cdot J_x} \cdot dx_3.$$

При $G \cdot J_x = 8 \cdot 10^7 \cdot 488.8 \cdot 10^{-8} = 391 \text{ кНм}^2$, $\varphi(2.4) = 0$ и

$M_x = (5.9 - 3 \cdot x_3) \text{ кНм}$ (см. п.3.2) будем иметь

$$\varphi(x_3) = -\frac{1}{391} \int_{x_3}^{2.4} (5.9 - 3 \cdot x_3) dx_3 = -\frac{1}{391} \left[5.9 \cdot (2.4 - x_3) - 1.5 \cdot (2.4^2 - x_3^2) \right] \text{ рад.}$$

Для построения эпюры $\varphi(x_3)$ на 3-м участке задаем значения x_3 через $0.25 \cdot a = 0.25 \cdot 0.8 = 0.2 \text{ м}$

$$\varphi(2.2) = 5.12 \cdot 10^{-4} \text{ рад}, \quad \varphi(2.0) = 7.16 \cdot 10^{-4} \text{ рад}, \quad \varphi(1.97) = 7.20 \cdot 10^{-4} \text{ рад},$$

$$\varphi(1.8) = 6.14 \cdot 10^{-4} \text{ рад}, \quad \varphi(1.6) = 2.05 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

2-й участок ($0.4 \text{ м} \leq x_2 \leq 1.6 \text{ м}$; рис. 2.а)

$$\varphi(x_2) = \varphi(1.6) - \int_{x_2}^{1.6} \frac{M_x(x_2)}{G \cdot J_x} \cdot dx_2.$$

При $M_x(x_2) = 3.1 \text{ кНм}$ (см. п.3.2) получим

$$\varphi(x_2) = 2.05 \cdot 10^{-4} - \frac{3.1 \cdot (1.6 - x_2)}{391}.$$

Отсюда находим $\varphi(1.6) = 2.05 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$, $\varphi(0.4) = -93.1 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$.

1-й участок ($0 \text{ м} \leq x_1 \leq 0.4 \text{ м}$; рис. 2.а)

$$\varphi(x_1) = \varphi(0.4) - \int_{x_1}^{0.4} \frac{M_x(x_1)}{G \cdot J_x} \cdot dx_1 = -93.1 \cdot 10^{-4} - \frac{1.6 \cdot (0.4 - x_1)}{391}.$$

Имеем далее $\varphi(0.4) = -93.1 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$, $\varphi(0) = -109 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$.

Для контроля найдем значение $\varphi(0)$ по следующей формуле

$$\begin{aligned} \varphi(0) &= -\int_0^{2.4} \frac{M_x(x)}{G \cdot J_x} \cdot dx = -\frac{1}{G \cdot J_x} \cdot \int_0^{2.4} M_x(x) \cdot dx = -\frac{\Omega}{G \cdot J_x} = \\ &= -\frac{1}{391} \cdot \left(\frac{1.1 - 1.3}{2} \cdot 0.8 + 3.1 \cdot 1.2 + 1.6 \cdot 0.4 \right) = -109 \cdot 10^{-4} \text{ рад,} \end{aligned}$$

где Ω - площадь эпюры крутящих моментов.

По полученным значениям на рис. 2.в построена эпюра углов закручивания поперечных сечений стержня.

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОПУСКАЕМЫХ КРУТЯЩИХ МОМЕНТОВ ДЛЯ СТЕРЖНЕЙ С РАЗЛИЧНЫМИ ФОРМАМИ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

4.1. КРУГЛОЕ СЕЧЕНИЕ С ОТВЕРСТИЕМ (рис.6)

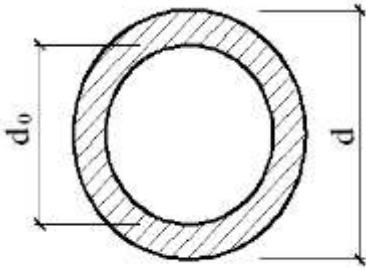


Рис. 6

$$\frac{d_0}{d} = \alpha = 0.9$$

Из равенства площадей сплошного A_0 и полого A_n круглых сечений находим внешний диаметр d кольцевого профиля

$$A_n = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \left[1 - \left(\frac{d_0}{d} \right)^2 \right] = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot (1 - \alpha^2) = A_0 = 55.4 \text{ см}^2,$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A_0}{\pi \cdot (1 - \alpha^2)}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 55.4}{\pi \cdot (1 - 0.9^2)}} = 19.3 \text{ см}.$$

Тогда $d_0 = 19.3 \cdot 0.9 = 17.4 \text{ см}.$

Из условия прочности (1) допускаемый крутящий момент равен

$$[M_x]_{[\tau]} = [\tau] \cdot W_x,$$

где $W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \cdot (1 - \alpha^4) = \frac{\pi \cdot 19.3^3}{16} \cdot (1 - 0.9^4) = 485 \text{ см}^3.$

$$[M_x]_{[\tau]} = 100 \cdot 10^3 \cdot 485 \cdot 10^{-6} = 48.5 \text{ кНм}.$$

Из условия жесткости (2)

$$[M_x]_{[\theta]} = [\theta] \cdot G \cdot J_x \cdot \gamma_f,$$

где $J_x = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \cdot (1 - \alpha^4) = \frac{\pi \cdot 19.3^4}{32} \cdot (1 - 0.9^4) = 4684 \text{ см}^4.$

$$[M_x]_{[\theta]} = 8 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^7 \cdot 4684 \cdot 10^{-8} \cdot 1.2 = 36.0 \text{ кНм}.$$

В качестве допускаемого расчетного момента принимаем $[M_x] = 36 \text{ кНм}.$

4.2. ПРЯМОУГОЛЬНОЕ ПОПЕРЕЧНОЕ СЕЧЕНИЕ (рис.7)

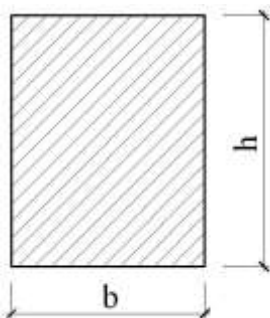


Рис. 7

Находим размеры b и h поперечного сечения

$$A_{np} = b \cdot h = \beta \cdot b^2 = 1.3 \cdot b^2 = 55.4 \text{ см}^2,$$

$$b = \sqrt{\frac{55.4}{1.3}} = 6.53 \text{ см}, \quad h = 1.3 \cdot 6.53 = 8.49 \text{ см}.$$

Определяем геометрические характеристики сечения. Значения коэффициентов k_1 и k_3 находим с использованием линейной интерполяции по табл. 2. Для $1.25 \leq \beta \leq 1.5$ будем иметь

$$k_1(\beta) = k_1(1.25) + \frac{\beta - 1.25}{1.5 - 1.25} \cdot [k_1(1.5) - k_1(1.25)] = 0.221 + \frac{1.3 - 1.25}{0.25} \cdot (0.231 - 0.221) = 0.223;$$

$$k_3(\beta) = k_3(1.25) + \frac{\beta - 1.25}{1.5 - 1.25} \cdot [k_3(1.5) - k_3(1.25)] = 0.172 + \frac{1.3 - 1.25}{0.25} \cdot (0.196 - 0.172) = 0.177.$$

Тогда

$$W_x = k_1 \cdot h \cdot b^2 = 0.223 \cdot 8.49 \cdot 6.53^2 = 80.7 \text{ см}^3;$$

$$J_x = k_3 \cdot h \cdot b^3 = 0.177 \cdot 8.49 \cdot 6.53^3 = 418 \text{ см}^4$$

Из условия прочности (1)

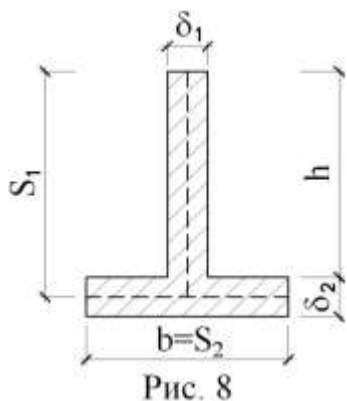
$$[M_x]_{[\tau]} = [\tau] \cdot W_x = 100 \cdot 10^3 \cdot 80.7 \cdot 10^{-6} = 8.07 \text{ кНм}.$$

Из условия жесткости (2)

$$[M_x]_{[\theta]} = [\theta] \cdot G \cdot J_x \cdot \gamma_f = 8 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^7 \cdot 418 \cdot 10^{-8} \cdot 1.2 = 3.21 \text{ кНм}.$$

Окончательно принимаем $[M_x] = 3.21 \text{ кНм}$.

4.3. ТОНКОСТЕННОЕ ТАВРОВОЕ ПОПЕРЕЧНОЕ СЕЧЕНИЕ (рис.8)



Площадь тавра

$$\begin{aligned} A &= \delta_1 \cdot h + \delta_2 \cdot b = h \cdot \eta \cdot h + b \cdot \eta \cdot b = \eta \cdot (h^2 + b^2) = \\ &= \eta \cdot [(\beta \cdot b)^2 + b^2] = \eta \cdot b^2 \cdot (1 + \beta^2) = 0.04 \cdot (1 + 1.3^2) \cdot b^2 = \\ &= 0.1076 \cdot b^2 = 55.4 \text{ см}^2. \end{aligned}$$

$$\text{Откуда будем иметь } b = \sqrt{\frac{55.4}{0.1076}} = 22.7 \text{ см}.$$

Учитывая заданные соотношения, получим

$$h = 1.3 \cdot 22.7 = 29.5 \text{ см}, \quad \delta_1 = 0.04 \cdot h = 0.04 \cdot 29.5 = 1.18 \text{ см},$$

$$\delta_2 = 0.04 \cdot b = 0.04 \cdot 22.7 = 0.908 \text{ см}.$$

Находим геометрические характеристики сечения

$$W_x = \frac{\delta_1^3 \cdot S_1 + \delta_2^3 \cdot S_2}{3 \cdot \delta_{\max}} = \frac{1.18^3 \cdot 29.95 + 0.908^3 \cdot 22.7}{3 \cdot 1.18} = 18.7 \text{ см}^3,$$

$$J_x = \frac{\delta_1^3 \cdot S_1 + \delta_2^3 \cdot S_2}{3} = \frac{1.18^3 \cdot 29.95 + 0.908^3 \cdot 22.7}{3} = 22.1 \text{ см}^4.$$

Из условия прочности

$$[M_x]_{[\tau]} = [\tau] \cdot W_x = 100 \cdot 10^3 \cdot 18.7 \cdot 10^{-6} = 1.87 \text{ кНм}.$$

Из условия жесткости

$$[M_x]_{[\theta]} = [\theta] \cdot G \cdot J_x \cdot \gamma_f = 8 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^7 \cdot 22.1 \cdot 10^{-8} \cdot 1.2 = 0.170 \text{ кНм}.$$

Окончательно принимаем $[M_x] = 0.17 \text{ кНм}$.

4.4. ТОНКОСТЕННЫЙ ЗАМКНУТЫЙ ПРОФИЛЬ (рис.9)

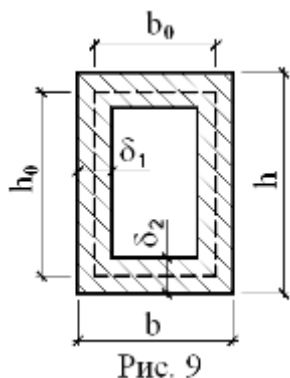


Рис. 9

$$\frac{h}{b} = \beta = 1.3, \quad \frac{\delta_1}{h} = \frac{\delta_2}{b} = \eta = 0.04,$$

$$A = 2 \cdot [b \cdot \delta_2 + (h - 2 \cdot \delta_2) \cdot \delta_1] =$$

$$= 2 \cdot (b \cdot \delta_2 + h \cdot \delta_1 - 2 \cdot \delta_1 \cdot \delta_2) =$$

$$= 2 \cdot (\eta \cdot b^2 + \beta \cdot b \cdot \eta \cdot \beta \cdot b - 2 \cdot \eta \cdot \beta \cdot b \cdot \eta \cdot b) =$$

$$= 2 \cdot \eta \cdot b^2 \cdot (1 + \beta^2 - 2 \cdot \eta \cdot \beta) = 0.207 \cdot b^2 = 55.4 \text{ см}^2,$$

$$b = \sqrt{\frac{55.4}{0.207}} = 16.4 \text{ см}, \quad h = 1.3 \cdot 16.4 = 21.3 \text{ см},$$

$$\delta_1 = 0.04 \cdot 21.3 = 0.852 \text{ см}, \quad \delta_2 = 0.04 \cdot 16.4 = 0.656 \text{ см}.$$

Вычисляем геометрические характеристики сечения (табл.1)

$$W_x = 2 \cdot \Omega \cdot \delta_{\min} = 2 \cdot h_0 \cdot b_0 \cdot \delta_{\min} = 2 \cdot (21.3 - 0.656) \cdot (16.4 - 0.852) \cdot 0.656 = 421 \text{ см}^3,$$

$$J_x = \frac{2 \cdot h_0^2 \cdot b_0^2 \cdot \delta_1 \cdot \delta_2}{h_0 \cdot \delta_2 + b_0 \cdot \delta_1} = \frac{2 \cdot 20.64^2 \cdot 15.55^2 \cdot 0.852 \cdot 0.656}{20.64 \cdot 0.656 + 15.55 \cdot 0.852} = 4300 \text{ см}^4.$$

Из условия прочности $[M_x]_{[\tau]} = [\tau] \cdot W_x = 100 \cdot 10^3 \cdot 421 \cdot 10^{-6} = 42.1 \text{ кНм}$.

Из условия жесткости

$$[M_x]_{[\theta]} = [\theta] \cdot G \cdot J_x \cdot \gamma_f = 8 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^7 \cdot 4300 \cdot 10^{-8} \cdot 1.2 = 33.0 \text{ кНм}.$$

Окончательно принимаем $[M_x] = 33.0 \text{ кНм}$.

5. ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА ПО ПРОЧНОСТИ И ЖЕСТКОСТИ СТЕРЖНЕЙ

Для оценки прочности и жесткости профиля поперечного сечения заполним табл. 3 данными выполненными расчетов.

Результаты расчетов

Величины	Тип сечения				
	Сплошное круглое	Полое круглое	Прямоу- гольное	Тонкостенное тавровое	Тонкостенное коробчатое
$A, м^2$	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4
w_x	0.282	1.18	0.196	0.045	1.02
i_x	0.159	1.53	0.136	0.0072	1.40
$[M_x]_{[\tau]}, кНм$	11.6	48.5	8.01	1.87	42.1
$[M_x]_{[\theta]}, кНм$	3.75	36	3.21	0.17	33
$[M_x], кНм$	3.75	36	3.21	0.17	33

Из данных таблицы следует, что при равных площадях поперечных сечений наибольший крутящий момент воспринимает тонкостенный стержень замкнутого профиля (полое круглое и коробчатое сечения). Это означает, что полые сечения с малой толщиной стенки являются наиболее рациональными при кручении.

6. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА НА ЭВМ

Файл с исходными данными для выполнения рассмотренных выше расчетов по программе **ШАФТ** имеет следующий вид:

```

200 // расчетное сопротивление (МПа)
200000 // модуль упругости (МПа)
0.25 // коэффициент Пуассона
1.2 // коэффициент надежности по нагрузке
0.008 // допускаемый относительный угол закручивания (рад/м)
2.4 // длина вала (м)
1.3 // h/b
0.9 // d0/d
0.04 // delta1/h=delta2/b
3 // число сосредоточенных пар
-1.6 0 // величина 1-ой пары (кНм) и ее координата (м)
-1.5 0.4 // величина 2-ой пары (кНм) и ее координата (м)
2 1.6 // величина 3-ей пары (кНм) и ее координата (м)
1 // число распределенных пар
3 1.6 2.4 // величина 1-ой распределенной пары (кНм/м) и ее координаты (м)

```

Результаты расчетов представлены ниже.

Величина максимального крутящего момента:

$M_{\max} = 3.100$ кНм, $X_{\max} = 0.40$ м.

Оценка результатов расчета по прочности и жесткости стержней

Тип Сечения	Сплошное круглое	Полое круглое	Прямоугольное	Тавровое тонкост.	Замкнутое тонкост.
A, кв. см.	55.167	55.167	55.167	55.167	55.167
wx	0.282	1.171	0.195	0.045	1.016
ix	0.159	1.516	0.134	0.007	1.391
M_{\max} , кНм по прочн.	11.56	47.997	7.971	1.857	41.611
M_{\max} , кНм по жестк.	3.72	35.438	3.128	0.168	32.513

Размеры подобранных сечений:

Сплошное круглое сечение: $d = 8.381$ см, $GJ_x = 387.500$ кН*м*м.

Круглое сечение с отверстием: $d = 19.227$ см, $d_0 = 17.305$ см.

Прямоугольное сечение: $b = 6.514$ см, $h = 8.469$ см.

Тонкостенное тавровое сечение:

$b = 22.643$ см, $h = 29.436$ см, $\delta_1 = 1.177$ см, $\delta_2 = 0.906$ см.

Тонкостенный замкнутый профиль:

$b = 16.330$ см, $h = 21.229$ см, $\delta_1 = 0.849$ см, $\delta_2 = 0.653$ см.

Эпюры крутящих моментов и углов закручивания

(для сплошного круглого сечения)

x, м	M(x), кНм	$\Phi_i(x)*10000$, рад
0.000	1.600	-110.45
0.400	1.600	-93.94
0.400	3.100	-93.93
1.600	3.100	2.06
1.600	1.100	2.06
1.800	0.500	6.19
2.000	-0.100	7.23
2.200	-0.700	5.16
2.400	-1.300	0.00

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К СДАЧЕ РАСЧЕТНОЙ РАБОТЫ

1. Какой вид напряженного состояния называется кручением?
2. В каком случае кручение называют свободным, а в каком стесненным?
3. Что называется деформацией?
4. Какие напряжения возникают в поперечном сечении при свободном и стесненном кручении?
5. Как определяется крутящий момент в произвольном поперечном сечении стержня при кручении?
6. Какая точка поперечного сечения является наиболее напряженной при свободном кручении стержня:
 - а) круглого сплошного сечения;
 - б) прямоугольного сечения;
 - в) тонкостенного открытого профиля;
 - г) тонкостенного замкнутого профиля?
7. Чему равны главные напряжения при свободном кручении?
8. Как определяются допускаемые касательные напряжения в зависимости от применяемой гипотезы прочности.
9. Как записываются условия прочности и жесткости при кручении?
10. Какой вид напряженного состояния имеет место в любой точке поперечного сечения при свободном кручении?
11. Как записывается закон Гука при чистом сдвиге?
12. Какова зависимость между упругими постоянными E, G, ν для изотропного материала?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Александров, А.В. Сопротивление материалов: учебник/А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин.— 3-е изд., испр. — М.: Высшая шк., 2003. — 560 с.
2. Андреев, В.И. Техническая механика (для учащихся строительных вузов и факультетов): учебник/ В.И. Андреев, А.Г. Паушкин, А.Н. Леонтьев. — М.: Издательство АСВ, 2012. — 251с.
3. Варданян, Г.С. Сопротивление материалов (с основами строительной механики): учебник/ Г.С. Варданян, Н.М. Атаров, А.А. Горшков. — М.: ИН-ФА-М, 2003. — 480 с.
4. Сопротивление материалов: учебник / А. Ф. Смирнов, А. В. Александров, Н. И. Монахов и др. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Высшая шк., 1975. — 480 с.
5. Беляев, Н.М. Сопротивление материалов: учебник/ Н.М. Беляев. — М.: Наука, 1976. — 608 с.
6. Рудицын, М.Н. Справочное пособие по сопротивлению материалов/ М.Н. Рудицын, П.Я. Артемов, М.И. Любошиц. — 3-е изд., перераб. и доп. — Минск, Вышэйшая шк., 1970. — 630 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Основные теоретические положения	3
2. Задание для выполнения расчетной работы	7
2.1. <i>Условия выполнения расчетной работы</i>	8
2.1.1. <i>Задание</i>	8
2.1.2. <i>Построение эпюры крутящих моментов</i>	8
2.1.3. <i>Определение диаметра стержня сплошного круглого поперечного сечения</i>	9
2.1.4. <i>Построение эпюры углов закручивания стержня сплошного круглого сечения</i>	10
2.1.5. <i>Определение допускаемых крутящих моментов для стержней кольцевого и прямоугольного сечений и тонкостенных стержней открытого и замкнутого профиля</i>	11
2.1.6. <i>Оценка результатов расчета по прочности и жесткости стержней</i>	11
2.1.7. <i>Инструкция по работе с программой SHAFT</i>	12
3. Пример расчета на кручение прямого призматического стержня	13
3.1. <i>Задание</i>	13
3.2. <i>Построение эпюры крутящих моментов</i>	13
3.3. <i>Определение диаметра стержня сплошного круглого поперечного сечения</i>	16
3.4. <i>Построение эпюры углов закручивания</i>	16
4. Определение допускаемых крутящих моментов для стержней с различными формами поперечного сечения	18
4.1. <i>Круглое сечение с отверстием</i>	18
4.2. <i>Прямоугольное поперечное сечение</i>	18
4.3. <i>Тонкостенное тавровое поперечное сечение</i>	19
4.4. <i>Тонкостенный замкнутый профиль</i>	20
5. Оценка результатов расчета по прочности и жесткости стержней	20
6. Результаты расчета на ЭВМ	21
Контрольные вопросы для подготовки к сдаче расчетной работы	23
Библиографический список	23
Содержание	24

РАСЧЕТ СТЕРЖНЯ НА КРУЧЕНИЕ

Методические указания

к выполнению контрольных и расчетно-графических работ
по курсу "Сопротивление материалов"
для студентов всех специальностей дневной и заочной форм обучения

Составители:

Мухтаров Ринат Абдуллаевич
Резунов Александр Васильевич
Синозерский Александр Николаевич

В авторской редакции

Подписано в печать 14.04. 2017г.

Формат 60x84/16. Бумага для множительных аппаратов.

Усл.-печ. 1,6. Уч-изд.л. 1,5. Тираж ____ экз. Заказ № ____

Отпечатано: участок оперативной полиграфии издательства
Воронежского государственного технического университета
394026, Воронеж, Московский проспект, 14