

ВВЕДЕНИЕ

Математические методы играют важную роль в современной науке, технике и экономике. Возможность успешного применения математики при решении конкретных задач особенно усилилась благодаря всеобщей компьютеризации.

Общий курс математики является фундаментом математического образования инженера – это язык современной науки. Поэтому для успешного изучения физики, механики, электротехники, теории машин и механизмов, а также многих других общетеоретических и специальных дисциплин необходимо понимать смысл математических терминов и понятий таких, как уравнение, функция, производная, интеграл и тому подобное.

Математика – инструмент познания. Она развивает методы решения широких классов задач, которые постоянно встречаются на практике. Однако изучение математики невозможно без решения учебных задач и систематического, вдумчивого чтения учебной литературы. Математика развивает мышление, приучает самостоятельно находить пути выхода из сложных ситуаций, а значит, помогает становлению грамотного инженера, руководителя современного производства.

В работе изложена программа по разделу курса высшей математики «Дифференциальные уравнения и ряды», который изучается студентами-заочниками в третьем семестре. В конце каждого раздела программы даны указания на страницы учебников и номера задач, которые рекомендуется рассмотреть. Далее приведены задания к контрольной работе №5.

ОБЩИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Контрольная работа №5 должна быть выполнена и зачтена для получения допуска к зачету. Контрольная работа выполняется в отдельной тетради. Условия задач следует переписывать полностью. Оформление должно быть аккуратным, записи четкими, а решение должно сопровождаться подробными пояснениями с необходимыми ссылками на теорию.

Приступать к выполнению контрольной работы можно лишь после изучения необходимого теоретического материала и разбора решения аналогичных задач, используя рекомендации, приведенные в программе.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: в 2 т. / Н.С. Пискунов. – М.: ИНТЕГРАЛ–ПРЕСС, 2002. – Т. 2. – 544 с.
2. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г.Н. Берман. – М.: Наука. – 2003г. – 416 с.
3. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: в 2 ч. / П.Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – М.: Издательский дом «ОНИКС 21 Век»: Мир и Образование, 2003. – Ч.2.– 416 с.
4. Шипачев, В.С. Основы высшей математики / В.С. Шипачев. – М.: Высшая школа, 2007. – 479 с.
5. Дифференциальные уравнения: Методические указания и задания по математике / Воронежский гос. арх.-строит. ун.-т; Составители: А.М. Дементьева, Т.Г. Святская, М.Ю. Глазкова, Р.В. Чернышова – Воронеж, 2004.–32 с.
6. Методические указания и контрольные задания к типовому расчету №6 по курсу высшей математики по теме “Ряды” / Воронежский гос. арх.-строит. ун.-т; Составители: А.Б. Кущев, А.М. Потапов, А.Ю. Борисович. – Воронеж, 1998. – 36 с.
7. Горяйнов, В.В. Дифференциальные уравнения. Ряды.: учебное пособие / В.В. Горяйнов, Т.Г. Святская, Л.В. Акчурина, В.А. Попова.; Воронеж. гос. арх.-строит. ун.-т. – Воронеж, 2007. – 136 с.

Указания по обращению к рекомендуемой литературе даны в тексте программы. Номер источников из приведенного выше списка пишут в квадратных скобках. Например, [4 гл. 14, §§1 – 5] обозначает учебник Шипачев В.С. ”Высшая математика”, глава 14, §§1 –5. **Особенно рекомендуем пособие 7, специально написанное для заочников Воронежского ГАСУ и имеющееся в библиотеке.**

ВОПРОСЫ ПРОГРАММЫ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ №5

Раздел I. Дифференциальные уравнения

1. Дифференциальные уравнения. Общие понятия и определения.
2. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
3. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
4. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка (метод Бернулли).
5. Уравнение Бернулли.
6. Дифференциальные уравнения высших порядков. Общие понятия и определения.
7. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение

порядка. Уравнения вида $y^{(n)} = f(x)$, $y'' = f(x, y')$, $y'' = f(y, y')$.

8. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Свойства решений. Теорема об общем решении этого уравнения.
9. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
10. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами в случае различных действительных корней характеристического уравнения.
11. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами в случае равных действительных корней характеристического уравнения.
12. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами в случае комплексных и чисто мнимых корней характеристического уравнения.
13. Неоднородные линейные уравнения второго порядка. Теорема об общем решении этого уравнения.
14. Метод вариации произвольных постоянных для нахождения частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка.
15. Решение линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.
16. Принцип наложения решений.
17. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

Литература: [2, глава XIV, §1, №4025-4046, §3, №4183-4199, 4208-4217, §4, №4268-4275, 4283 – 4287, §5, №4324]; [3, глава IV, §1, №515-538, 550-563, 603-624, §2, №644-648, 651-655, 659-665, 668-671, §3, №696-709, 721-739, §5, №778, 779, 783, 797, 800, 801, 804, 805]; [1, глава XIII, §§1 – 9, 16 – 18, 20-25, 29, 30]; [4, глава 15, §§1.1 – 1.7., §§2 – 4]; [5], [7].

Раздел II. Ряды

1. Определение числового ряда. Сходимость числового ряда.
2. Свойства сходящихся числовых рядов.
3. Необходимый признак сходимости числового ряда.
4. Признаки сравнения знакоположительных рядов.
5. Признак Даламбера сходимости знакоположительных рядов.
6. Радиальный признак Коши сходимости знакоположительного ряда.
7. Интегральный признак Коши сходимости знакоположительного ряда.
8. Знакопередающие ряды. Теорема Лейбница.
9. Функциональные ряды. Основные понятия.
10. Степенные ряды. Теорема Абеля.

11. Радиус и интервал сходимости степенного ряда.
12. Ряды Тейлора и Маклорена.
13. Разложение в ряд Тейлора (Маклорена) некоторых элементарных функций.
14. Применение степенных рядов для решения дифференциальных уравнений.
15. Тригонометрические ряды. Ряды Фурье функций, имеющих период 2π .

Литература: [2, глава IX, §1, №2737-2784, §2, №2802-2816]; [3, глава I I I, §1, №316-335, §2, №347-349, §3, №368-377]; [1, глава XVI, §§1 – 10, 15 – 17]; [4 глава 14, §§1 – 5]; [6], [7].

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВАРИАНТА

Для определения номера своего варианта возьмите двузначное число, на которое оканчивается номер вашего шифра (номер вашей зачетной книжки). Если оно не превосходит 20, то это *номер вашего варианта*. В противном случае вычитайте из этого числа 20 до тех пор, пока остаток не станет меньше 21. Тогда *этот остаток и есть номер вашего варианта*.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

ВАРИАНТ 1

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

$$\text{a) } xy' = 2\sqrt{x^2 + y^2} + y, \quad \text{б) } (e^{2x} + 4)dy - ye^x dx = 0,$$

B) $y''(4+y) = 2(y')^2$.

Задача 2. Решить задачи Коши.

a) $y'' + y' - 2y = (16x + 22)e^{4x}$; $y(0) = 3$; $y'(0) = 5$,

$$6) \ y' \sqrt{1-x^2} + y = e^{\arcsin x}; \quad y(0) = 0.$$

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1} \right)^{n/3}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^2(n+1)}, \quad \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+2}}.$$

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^2}.$$

ВАРИАНТ 2

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

а) $y' = \left(\frac{y}{x}\right)^2 + 5\frac{y}{x} + 5,$

б) $y' - 3y \operatorname{ctg} x = \sin 2x,$

в) $y'' + 6y' + 13y = -75 \sin 2x.$

Задача 2. Решить задачи Коши.

а) $y'' = \cos x + e^{-x}; y(\pi) = 1; y'(\pi) = -e^{-\pi},$

б) $2yy'' = (y')^2 + 1; y(0) = 2; y'(0) = 1.$

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3}{n \ln^3 n},$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{\ln n}\right)^n,$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3n}{7n-1}.$

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 4^{n-1}}.$$

ВАРИАНТ 3

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

а) $\sqrt{1-x^2} y' - xy^2 - x = 0,$

б) $xy' = \frac{4y^3 + 8x^2 y}{3y^2 + 4x^2},$

в) $y'' + 2y' + 5y = -17 \sin 2x.$

Задача 2. Решить задачи Коши.

а) $yy'' - 2(y')^2 = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 2$,

б) $y' - \frac{y}{x \ln x} = x \ln x$; $y(e) = \frac{e^2}{2}$.

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{7n-1} \right)^n$, б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{5}{n \ln^4 n}$, в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-1}{n^2-5}$.

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)! x^n}{n}.$$

ВАРИАНТ 4

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

а) $y' + 4\frac{y}{x} + x = 0$,

б) $\frac{xy' - y}{x} = \operatorname{tg} \frac{y}{x}$,

в) $y(4 - e^x)dy + e^x dx = 0$.

Задача 2. Решить задачи Коши.

а) $y'' - 9y' + 18y = 26 \cos x - 8 \sin x$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 2$,

б) $y''(2y+3) - 2(y')^2 = 0$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 3$.

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{2n-1} \right)^{n/2}$, б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{4}{(6n+1) \ln(6n+1)^6}$, в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^3}{n^6 + 1}$.

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x+3)^n}{\sqrt{n}}.$$

ВАРИАНТ 5

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

а) $y'y\sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0,$

б) $xy' \sin \frac{y}{x} + x = y \sin \frac{y}{x},$

в) $y'(x^2 + 4) - xy = \sqrt{x^2 + 4}.$

Задача 2. Решить задачи Коши.

а) $2yy'' = (y')^2; y(0) = y'(0) = 1,$

б) $y'' + 10y' + 34y = -9e^{5x}; y(0) = y'(0) = 6.$

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n}{(n+1)!},$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{(2n+7)\sqrt{3 + \ln(2n+7)^5}},$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{\sqrt{n^2 + 1}}.$

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n+2}.$$

ВАРИАНТ 6

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

а) $y'x^3 = y(x^2 + y^2),$

б) $y'(1+x^2) + y = e^{\operatorname{arctg} x},$

в) $y'' - 4y' + 29y = 104 \sin 5x.$

Задача 2. Решить задачи Коши.

а) $y'' = \sin^3 x$; $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{7}{9}$; $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$,

б) $y''(1+y) = (y')^2 + y'$; $y(0) = y'(0) = 2$.

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}$,

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1}\right)^{2n-1}$,

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 3^n}{n 2^n}$.

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+6)^n}{4^n}.$$

ВАРИАНТ 7

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

а) $\sin^2 x \cos^2 y dx - \cos^2 x dy = 0$,

б) $y'(x^2 - 2xy) = xy - y^2$,

в) $y'' - 4y' + 5y = (24 \sin x + 8 \cos x)e^{-2x}$.

Задача 2. Решить задачи Коши.

а) $yy'' - (y')^2 = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 2$,

б) $xy' + y + xe^{-x^2} = 0$; $y(1) = \frac{1}{2e}$.

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\sqrt{\ln n})^3}$,

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^3 + 2}{2n^3 + 5}\right)^{n^4 + 3n}$,

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^4}{4^n}$.

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n(n+1)}.$$

ВАРИАНТ 8

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

а) $y' = \left(\frac{y}{x}\right)^2 + 3\frac{y}{x} + 5,$

б) $y' - \frac{y}{\sqrt{x}} - e^{2\sqrt{x}} = 0,$

в) $y'' + 2y' + 37y = 37x^2 - 33x + 74.$

Задача 2. Решить задачи Коши.

а) $y''x + y' = 1; y(1) = 3; y'(1) = 0,$

б) $y'' = \frac{\operatorname{tg} x}{\cos^2 x}; y(0) = \frac{1}{2}; y'(0) = 0.$

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{(9n^{12} + 4)^{1/6}},$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{5n+1}\right)^{n/2},$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(\ln n + 1)^2}.$

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n \cdot (n+1)}{3^n (n+2)}.$$

ВАРИАНТ 9

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

а) $y' = \frac{x+y}{x-y},$

б) $y' + \frac{2y}{x} = \frac{e^{-x}}{x},$

в) $3(x^2 y + y) dy = -\sqrt{2 + y^2} dx$.

Задача 2. Решить задачи Коши.

а) $y'' = y'e^y$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 1$,

б) $y'' + 3y' = (40x + 58)e^{2x}$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 2$.

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{3n+1} \right)^{\frac{n^2}{3}}$,

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n \cdot n!}$,

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 5n}{12n+1}$.

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{7n}.$$

ВАРИАНТ 10

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

а) $2y' = \frac{y^2 + 6xy + 3x^2}{x^2}$,

б) $y'x - y = 2x^2 e^x$,

в) $y'' - 10y' + 25y = (x-2)e^{5x}$.

Задача 2. Решить задачи Коши.

а) $yy'' - (y')^2 = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 1$,

б) $y'' = \operatorname{arctg} x$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 0$.

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(3 + \ln n)^3}$,

б) $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{3n-2}{4n+1} \right)^{\frac{n}{2}}$,

в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{3n-1}$.

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (x+1)^{2n}}{n!}.$$

ВАРИАНТ 11

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

- а) $\ln x \cdot \sin^3 y \, dx + x \cos y \, dy = 0$, б) $xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y$,
в) $y' \cos x - y \sin x = \cos^2 x$.

Задача 2. Решить задачи Коши.

- а) $y'' = \frac{1}{1+x^2}$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 0$,
б) $y'' - 2y' + 5y = 5x^2 + 6x - 12$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 2$.

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

- а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n^3}$, в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{(n+1)!}$.

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{n^2 + 2} x^n.$$

ВАРИАНТ 12

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

- а) $\sqrt{4-y^2} \, dx - 2(x^2 y + y) \, dy = 0$, б) $x^2 y' - 2xy = 3$,
в) $y' = \frac{y}{x} + \cos \frac{y}{x}$.

Задача 2. Решить задачи Коши.

а) $y'' - 2y' + 10y = 74 \sin 3x$; $y(0) = 6$; $y'(0) = 3$,

б) $xy'' = 1$; $y(1) = 0$; $y'(1) = 2$.

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{1}{\sqrt{n}}$,

б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}$,

в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{(n+2)!}$.

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3(x+4))^n}{n!}.$$

ВАРИАНТ 13

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

а) $xy'' + y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$,

б) $\sqrt{1+y^2} - \sqrt{1-x^2} yy' = 0$,

в) $xy^2 dy = (x^3 + y^3) dx$.

Задача 2. Решить задачи Коши.

а) $y'' - 2y' + y = 12e^x$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 2$,

б) $y'' = \operatorname{arctg} x$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 0$.

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3}{n \ln^4 n}$,

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}^2 \frac{1}{n}$,

в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)}$.

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{(n+2)!}.$$

ВАРИАНТ 14

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

а) $2xy' = \sqrt{y^2 - x^2} + 2y,$

б) $y(1 + \ln y) + xy' = 0,$

в) $y'x - y = x^2 \sin x.$

Задача 2. Решить задачи Коши.

а) $y'' = xe^{-2x}; y(0) = \frac{1}{4}; y'(0) = -\frac{1}{4},$

б) $y'' - 3y' + 2y = -\sin x - 7\cos x; y(0) = 2; y'(0) = 7.$

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^3 + n - 1},$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(7 + 5 \ln n)^2},$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{3n-1}{2n+1} \right)^n.$

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n} (x-2)^n.$$

ВАРИАНТ 15

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

а) $\sqrt{1-x^2} y' + xy^2 + x = 0,$

б) $4y' = \left(\frac{y}{x} \right)^2 + 6 \frac{y}{x} + 2,$

в) $y'(4+x^2) - xy = \sqrt{x^2+4}.$

Задача 2. Решить задачи Коши.

а) $y'' = \sin^2 3x$; $y(0) = -\frac{\pi^2}{16}$; $y'(0) = 0$,

б) $y'' + 2y' = 6x^2 + 2x + 1$; $y(0) = y'(0) = 2$.

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{3}{\sqrt{n}}$,

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n+1}$,

в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{\sqrt[4]{n^8 + 4}}$.

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n!} (x-5)^n.$$

ВАРИАНТ 16

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

а) $\cos y \, dx + x \operatorname{tg} y \, dy = 0$,

б) $xy' \ln \frac{y}{x} = x + y \ln \frac{y}{x}$,

в) $xy' + y = x + 1$.

Задача 2. Решить задачи Коши.

а) $y'' - y' - 2y = 3xe^{-x}$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$,

б) $y'' = 3 \cos^2 x \sin x$; $y(0) = -\frac{5}{9}$; $y'(0) = -\frac{2}{3}$.

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n}{3^n}$,

б) $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{4n+1} \right)^{n/2}$,

в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-1}{n^2}$.

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{4^n}.$$

ВАРИАНТ 17

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

а) $2xyy' = 2y^2 + x^2 \operatorname{tg} \frac{y^2}{x^2},$

б) $xy' \ln x = y + \ln x,$

в) $y'' \operatorname{tg} y = 2(y')^2.$

Задача 2. Решить задачи Коши.

а) $3e^x \operatorname{tg} y \, dy + \frac{(1+e^x)}{\cos^2 y} dy = 0; \quad y(0) = \frac{\pi}{4},$

б) $y'' - 4y' + 4y = xe^{2x}; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 2.$

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{4n+2} \right)^n,$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n+1},$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{\sqrt{n^3+4}}.$

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(2n+1)!}.$$

ВАРИАНТ 18

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

а) $(1+e^{2x})y^2 dy = e^x dx,$

б) $y' - \frac{y}{x} = 3 \ln^2 x,$

в) $xy' = \sqrt{4x^2 + y^2} + y.$

Задача 2. Решить задачи Коши.

а) $y'' + 2y' - 8y = (12x + 20)e^{2x}$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 1$,

б) $y'' + y(y')^3 = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 2$.

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{1}{n} \right)^n$,

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$,

в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{8n-1}$.

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n(n+2)}.$$

ВАРИАНТ 19

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

а) $xy' - y = \frac{x}{\operatorname{arctg} \frac{y}{x}}$,

б) $y \ln^3 y + y' \sqrt{x+1} = 0$,

в) $y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x} e^x$.

Задача 2. Решить задачи Коши.

а) $y'' = \cos^2 x$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$,

б) $y'' - 2y' + 5y = xe^{2x}$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$.

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+5}{2n+3} \right)^n$,

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{n!}$,

в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{3n-1}$.

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{\sqrt{n(n+1)}}.$$

ВАРИАНТ 20

Дифференциальные уравнения

Задача 1. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

а) $y' - \frac{y}{\sqrt{x}} - e^{2\sqrt{x}} = 0,$

б) $\ln x \sin^3 y dx + x \cos y dy = 0,$

в) $y'' + \frac{2}{1-y}(y')^2 = 0.$

Задача 2. Решить задачи Коши.

а) $xy' = y(3 + \ln y - \ln x); \quad y(1) = \frac{1}{e},$

б) $y'' + 12y' + 36y = 72x^3 - 18; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 0.$

Ряды

Задача 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n \ln^5 n},$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{4^n n},$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n}{5n+1}.$

Задача 4. Найти область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2^n n}.$$

Оглавление

Введение.....	3
Общие рекомендации.....	3
Список рекомендуемой литературы.....	4
Вопросы программы к контрольной работе №5.....	4
Определение варианта.....	6
Контрольная работа № 5.....	6