УДК 531.3(07)

ББК 22.21+22.213я7

Составитель

Козлов В.А.

ДИНАМИКА

Методические указания и контрольные задания по теоретической механике для студентов дистанционной формы обучения инженерно-строительных специальностей

Приводится описание индивидуальных заданий для контрольных работ по разделу «Динамика» курса теоретической механики. Даются рекомендации по выполнению работ и примеры расчёта.

Предназначено для студентов дистанционной формы обучения инженерно-строительных специальностей.

Ил.11. Табл.4. Библиогр.: 4 назв.

Рецензент: к.т.н., заведующий кафедрой строительной механики Воронежского государственного архитектурно-строительного университета С.В. Ефрюшин

Используется по решению редакционно-издательского совета Воронежского государственного архитектурно-строительного университета.

Папка «   ». Файл «   ». Объём -   Мб.

Введение

Полный курс теоретической механики содержит три раздела: статика, кинематика и динамика. При выполнении контрольных заданий раздела «Динамика» необходимо знать дифференциальные уравнения движения, теоремы об изменении количества движения и кинетической энергии, принцип Даламбера для точки (задача Д1), принцип возможных перемещений (задача Д2). Твёрдые знания по этим вопросам позволяют составлять необходимые уравнения для решения соответствующих задач.

По учебнику изучать курс рекомендуется по вопросам, приводимым ниже (там же указываются и номера параграфов). При чтении особое внимание следует обратить на формулировки определений, теорем и т.п. (они обычно бывают набраны курсивом). В точных формулировках, как правило, бывает существенно каждое слово и необходимо понять, почему данное положение сформулировано именно так. Однако не следует стараться заучивать формулировки; важно понять их смысл и уметь изложить результат своими словами. То же самое относится и к доказательствам.

При изучении курса особое внимание следует уделить приобретению навыков решения задач. Для этого, изучив материал данной темы, надо сначала обязательно разобраться в решениях соответствующих задач, которые приводятся в учебнике, обратив особое внимание на методические указания по их решению. С целью закрепления полученных знаний можно решить самостоятельно несколько аналогичных задач из сборника И.В. Мещерского. После этого решение соответствующей задачи из контрольного задания не вызовет существенных затруднений.

Указания по выполнению контрольных заданий приводятся ниже после контрольных вопросов, ими следует руководствоваться при решении соответствующих задач. Кроме того, к каждой задаче приводится пример решения.

Контрольные вопросы по динамике

1. Законы динамики [1, §74], [3, §2].
2. Дифференциальные уравнения движения свободной материальной точки [1, §77], [3, §3].
3. Две задачи динамики [1, §§78, 79], [3, §5].
4. Количество движения точки. Импульс силы. Теорема об изменении количества движения точки [1, §§83, 84], [3, §§46, 48].
5. Момент количества движения точки. Теорема об изменении момента количества движения точки [1, §85], [3, §§53, 54].
6. Работа силы. Мощность [1, §87], [3, §§59, 60].
7. Работа силы тяжести, трения, упругости [1, §88], [3, §61].
8. Кинетическая энергия точки. Теорема об изменении кинетической энергии точки [1, §89], [3, §62].
9. Принцип Даламбера для точки [1, §133], [3, §106].

10. Относительное движение точки [1, §91], [3, §26].
11. Система материальных точек (определение, внешние и внутренние силы, масса системы, центр масс) [1, §§100, 101], [3, §§31, 32].
12. Дифференциальные уравнения движения механической системы [1, §106], [3, §42].
13. Теорема о движении центра масс. Следствия [1, §107], [3, §43].
14. Количество движения механической системы. Теорема об изменении количества движения системы. Следствия [1, §§110-112], [3, §50].
15. Моменты инерции твёрдого тела. Примеры (стержень, кольцо, диск, пластина) [1, §102], [3, §§34, 36].
16. Теорема о моменте инерции тела относительно параллельных осей (Штейнера-Гюйгенса) [1, §103], [3, §35].
17. Кинетический момент системы. Теорема об изменении кинетического момента. Следствия [1, §§115-117], [3, §§55, 56].
18. Дифференциальное уравнение вращения твёрдого тела вокруг неподвижной оси [1, §128], [3, §79].
19. Дифференциальные уравнения плоскопараллельного движения твёрдого тела [1, §130], [3, §86].
20. Работа вращающего момента. Сопротивление при качении [1, §122], [3, §§65, 66].
21. Кинетическая энергия механической системы. Кинетическая энергия тела при поступательном, вращательном, плоском движениях. Теорема об изменении кинетической энергии системы [1, §§121, 123], [3, §§67-69].
22. Принцип Даламбера для механической системы. Главный вектор и главный момент сил инерции [1, §§133, 134], [3, §§108, 109].
23. Принцип возможных перемещений [1, §§137-139], [3, §§112-114].
24. Общее уравнение динамики [1, §141], [3, §117].

Библиографический список

Основной

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: учебник: рек. МО РФ / С.М. Тарг. – 17-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2007. – 415 с.
2. Бать М.И., Джанилидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Т.2. Динамика: учеб. пособие. 9-е изд., стер. – СПб.: издательство «Лань», 2010. – 640 с.

Дополнительный

3. Яблонский, А.А. Курс теоретической механики. Ч.2 / А.А. Яблонский. – М.: Высшая школа, 2001. – 423 с.
4. Мещерский И.В. Задачи по теоретической механике: учеб. пособие. 50-е изд., стер. / Под ред. В.А. Пальмова – СПб.: Издательство «Лань», 2010. – 448 с.

Содержание заданий, выбор вариантов, порядок выполнения работ

Студенты заочной формы обучения в разделе «Динамика» выполняют контрольную работу №3: задачи Д1, Д2.

К каждой задаче приводятся две таблицы, первая из которых содержит 10 рисунков, а вторая дополнительные к тексту задачи условия. Студент во всех задачах выбирает **номер рисунка по предпоследней цифре** номера своей зачётной книжки, а **номер условия в таблице – по последней**. Например, если номер зачётной книжки оканчивается числом 37, то берутся рис.3 и условие №7 из таблиц для каждой из задач.

Контрольные работы выполняются в обычной ученической тетради, страницы которой нумеруются. На обложке разборчиво указываются: вверху номер зачётной книжки, далее номер контрольной работы по дисциплине, специальность, фамилия и инициалы студента, внизу год издания контрольных заданий и адрес студента.

Задачи обязательно начинать на развороте тетради (на чётной странице, начиная со второй, иначе работу трудно проверять). Сверху указывается номер задачи, далее делается чертёж (можно карандашом) и записывается, что в задаче дано и что требуется определить (текст задачи не переписывается). Чертёж выполняется с учётом условий решаемого варианта задачи и должен быть аккуратным и наглядным. Все векторы подписываются, отдельные величины можно выделить цветом (кроме красного). Там, где это требуется, следует изобразить систему координат. Решение задачи необходимо сопровождать краткими пояснениями (какие формулы или теоремы применяются, откуда получаются те или иные результаты и т.п.) и подробно излагать весь ход расчётов. На каждой странице следует оставлять поля для замечаний рецензента.

Работы, не отвечающие всем перечисленным требованиям, проверяться не будут, а будут возвращаться для переделки.

Работу над ошибками (если таковые обнаружены рецензентом) можно проводить в той же тетради на оставшихся чистых листах. К работе, высылаемой на повторную проверку (если она выполнена в другой тетради), должна обязательно прилагаться не зачтённая работа. На зачёте или экзамене необходимо представить зачтённые по данному разделу курса работы, в которых все отмеченные рецензентом погрешности должны быть исправлены.

При чтении текста каждой задачи учесть следующее. Во всех задачах рассматриваются твердые недеформируемые тела. В задаче Д1 учитывается сила тяжести. Рисунки условий задач выполнены схематично, без соблюдения масштаба длин и углов, на них все линии, параллельные строкам, считаются горизонтальными, а перпендикулярные строкам – вертикальными. Нити невесомые и нерастяжимые, качение блоков и колес происходит без проскальзывания, трения в шарнирах нет, сопротивление воздуха не учитывается.

Методические указания по решению задач, входящих в контрольные работы, даются для каждой задачи после её текста под рубрикой «Указания», затем приводится пример решения аналогичной задачи. Цель примера – разъяснить ход решения, но не воспроизвести его полностью, поэтому в ряде случаев промежуточные расчёты опускаются. Но при выполнении контрольной работы все преобразования и числовые расчёты должны быть обязательно последовательно проделаны с необходимыми пояснениями; в конце должны быть даны ответы.

Задачи контрольных работ

ЗАДАЧА Д1

Тяжелая шайба массой m, имея в точке A начальную скорость v_0, скользит по изогнутой оси и, сорвавшись с неё в точке С, находится некоторое время в свободном полете, а затем ударяется о преграду. На прямолинейном участке пути шайба разгоняется в течении $t = t_1$ переменной силой $\vec{F}$, направленной под углом γ к перемещению. На криволинейном участке оси, изогнутой по дуге окружности радиуса $r = 4$ м (геометрический центр в точке О), действует постоянная сила сопротивления (трения) $\vec{R}$. Участки оси сопрягаются в точке В без излома, вся траектория находится в вертикальной плоскости.

В каком месте шайба ударится о преграду? (b – ?).

Найти давление шайбы на криволинейный участок оси в точке С (рис. 0,1,2,6,7) или в точке В (рис. 3,4,5,8,9).

Указания. Задача Д1 относится к разделу «Динамика материальной точки». При рассмотрении движения шайбы, принимаемой за материальную точку, по прямолинейному участку пути, следует применить теорему об изменении количества движения точки [1, §§83, 84], [3, §§46, 48]. На криволинейном участке движения по дуге окружности радиуса r используется теорема об изменении кинетической энергии точки [1, §89], [3, §62]. Здесь при выполнении чертежа рекомендуется придерживаться значений углов, указанных в условии задачи, так как это поможет в определении величины вертикального перемещения шайбы на этом участке (геометрически, из соотношений прямоугольного треугольника), а также в определении знака работы силы тяжести. Рассматривая движение в свободном полёте до удара о преграду, необходимо составить два дифференциальных уравнения движения точки в прямоугольной декартовой системе координат с началом в точке C [1, §77], [3, §3], а затем дважды проинтегрировать каждое уравнение [1, §§78, 79], [3, §5]. При определении давления шайбы в указанной точке необходимо применить принцип Даламбера для точки [1, §133], [3, §106] и составить уравнение равновесия приложенных сил в проекции лишь на главную нормаль к траектории движения точки.

Пример Д1.

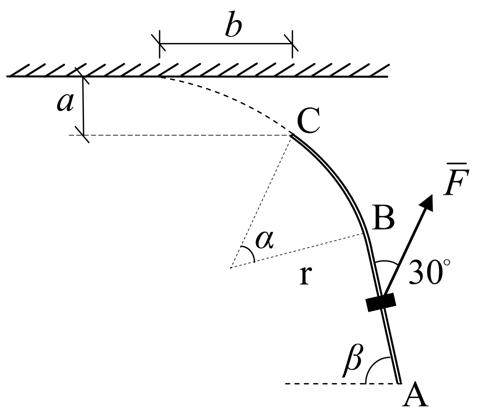


Рис.1.1. Условие задачи

$F = 4t^3 + \sin t$ Н,
$t = 2$ с,
$m = 1.5$ кг,
$\alpha = 45^\circ$,
$\beta = 75^\circ$,
$R = 3$ Н,
$a = 2$ м,
$v_0 = 25$ м/с,
$r = 8$ м.

Найти расстояние b и давление шайбы на ось в точке С.

Решение. Для того, чтобы определить b, надо знать скорость шайбы в точке C. Для этого необходимо сначала рассмотреть движение шайбы по прямолинейному участку пути AB, а затем по криволинейному BC.

а) <u>Участок AB</u>

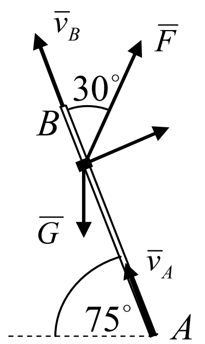


Рис.1.2. Участок AB

Изобразим действующие на шайбу силы. В проекции на ось AB запишем уравнение теоремы об изменении количества движения ($G = mg$)

$$mv_B - mv_A = \int_0^t (F\cos 30^\circ - mg\sin 75^\circ)dt.$$

Отсюда найдем скорость шайбы в точке B ($v_A = v_0$)

$$v_B = v_0 + \frac{\cos 30^\circ}{m}\int_0^t (4t^3 + \sin t)dt - g\sin 75^o \int_0^t dt = v_0 + \frac{\cos 30^\circ}{m}(t^4 - \cos t)\Big|_0^2 -$$

$$- g\sin 75^\circ t\Big|_0^2 = 25 + \frac{0.866}{1.5}(16 + 0.416 + 1) - 9.81\cdot 0.966\cdot 2 = 16.1\ (\text{м/с}).$$

б) <u>Участок BC</u>

Найдем работу сил, приложенных к шайбе, на участке пути BC. Сила тяжести совершает работу на перепаде высот между точками C и B. Так как точка перемещается вверх, то работа должна быть меньше нуля. Из чертежа ясно, что работа равна

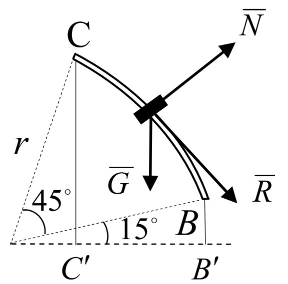


Рис. 1.3. Участок BC

$$A(\vec{G}) = -mg(CC' - BB') = -mg(r\sin 60^\circ - r\sin 15^\circ).$$

Сила трения направлена по касательной к траектории, длина пути (дуга BC) равна $r\alpha\pi/180$, где α – угол в градусах. Теорема об изменении кинетической энергии точки на участке ВС примет вид

$$\frac{mv_C^2}{2} - \frac{mv_B^2}{2} = A(\vec{G}) + A(\vec{R}) = -mgr(\sin 60^\circ - \sin 15^\circ) - R\frac{r\alpha\pi}{180}.$$

Отсюда найдём

$$v_C^2 = v_B^2 - 2gr(\sin 60^\circ - \sin 15^\circ) - R\frac{r\alpha\pi}{90m} =$$

$$= 16.1^2 - 2\cdot 9.81\cdot 8\cdot(0.866 - 0.259) - 3\frac{8\cdot 45\cdot\pi}{90\cdot 1.5} = 138.77(\text{м/с})^2.$$

$$v_C = 11.78\ \text{м/с}.$$

в) Участок свободного полета

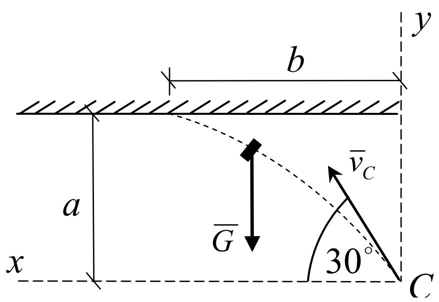


Рис.1.4. Участок свободного полёта

Составим уравнение движения тела, брошенного под углом $\beta - \alpha = 30^\circ$ к горизонту с начальной скоростью v_C. Начало координат поместим в точке C. Время t будем отсчитывать от нуля. На шайбу действует только одна сила – вертикальная сила тяжести $G = mg$:

$$m\ddot{x} = \sum F_{kx} = 0, \quad m\ddot{y} = \sum F_{ky} = -mg.$$

Проинтегрируем эти уравнения дважды при начальных условиях

$$t = 0: x = 0, \quad y = 0, \quad \dot{x} = v_C\cos 30^\circ, \quad \dot{y} = v_C\sin 30^\circ.$$

$$\ddot{x} = \frac{dv_x}{dt} = 0, \quad \Rightarrow \quad v_x = C_1 = const;$$

$$v_x(0) = \dot{x}(0) = v_C\cos 30^o, \quad \Rightarrow \quad C_1 = v_C\cos 30^o;$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = v_C\cos 30^o, \ \ dx = v_C\cos 30^o\,dt, \ \ \int dx = v_C\cos 30^o\int dt,$$

$$x = v_C\cos 30^o t + C_2, \quad x(0) = 0, \quad \Rightarrow \quad C_2 = 0.$$

Окончательно $\underline{x = v_C\cos 30^o t}$.

$$\dot{y} = \frac{dv_y}{dt} = -g, \;\; dv_y = -gdt, \;\; \int dv_y = -g\int dt, \;\; v_y = -gt + C_3;$$

$$v_y(0) = \dot{y}(0) = v_C \sin 30^o, \quad \Rightarrow \quad C_3 = v_C \sin 30^o;$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = -gt + v_C \sin 30^o, \;\; dy = -gtdt + v_C \sin 30^o \, dt, \;\; \int dy = -g\int tdt + v_C \sin 30^o \int dt,$$

$$y = -gt^2/2 + v_C \sin 30^o t + C_4, \quad y(0) = 0, \quad \Rightarrow \quad C_4 = 0.$$

Окончательно $\underline{y = -gt^2/2 + v_C \sin 30^o t}$.

В некоторый момент t_* шайба ударится о преграду на высоте $y = a$. Найдем t_*, решив квадратное уравнение $a = v_C \sin 30^\circ t_* - gt_*^2/2$:

$$t_{*1,2} = \frac{0.5v_C \pm \sqrt{0.25v_C^2 - 2ga}}{g} = \frac{11.78 \cdot 0.5 \pm \sqrt{34.69 - 2 \cdot 9.81 \cdot 1.5}}{9.81} = \frac{5.89 \pm 2.29}{9.81}.$$

$$t_{*1} = 0.367 \text{ с}, t_{*2} = 0.834 \text{ с}.$$

Из двух решений берем меньшее – момент первого пересечения траектории с поверхностью преграды. При $t_* = 0.367$ имеем

$$b = x(t_*) = v_C \cos 30^\circ \cdot 0.367 = 11.78 \cdot 0.866 \cdot 0.367 = 3.74 \text{ (м)}.$$

Найдем давление шайбы на ось в точке C, применив принцип Даламбера. Изобразим действующие на шайбу силы и добавим силы инерции (рис. 1.5).

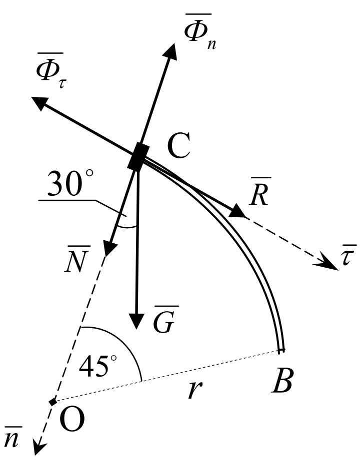


Рис.1.5. Силы, действующие на шайбу в точке C

Спроецируем силы на ось главной нормали к траектории движения $\overline{n}$, направленную от C к O. Согласно принципу Даламбера, сумма проекций должна быть равна нулю:

$$N + G\cos 30^\circ - \Phi_n = 0,$$

$$N = \Phi_n - G\cos 30^\circ.$$

$$\Phi_n = \frac{mv_C^2}{r} = \frac{1.5 \cdot 138.77}{8} = 26.02 \text{ (Н)}.$$

$$N = 26.02 - 1.5 \cdot 9.81 \cdot 0.866 = 13.28 \text{ (Н)}.$$

N – это реакция опоры, следовательно, сила давления шайбы на ось равна 13.28 Н и направлена вверх.

Ответ: b = 4.74 м, N = 13.28 Н.

Таблица 1.1

Варианты рисунков к задаче Д1 (предпоследняя цифра шифра)

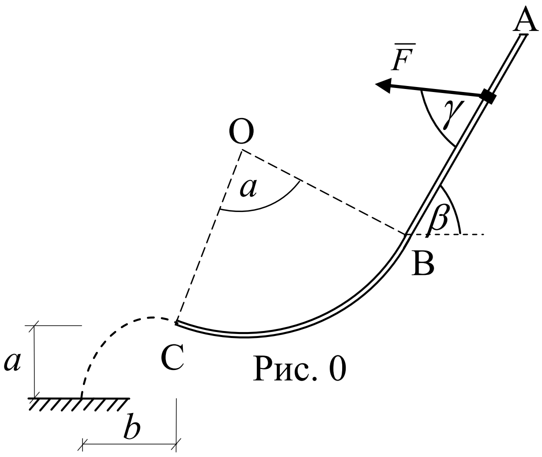


Рис. 0

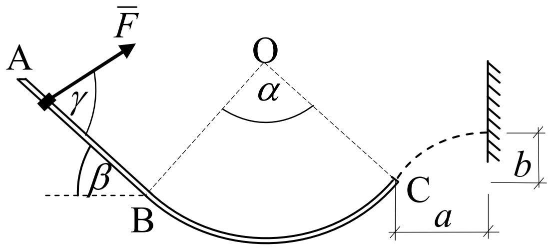


Рис. 1

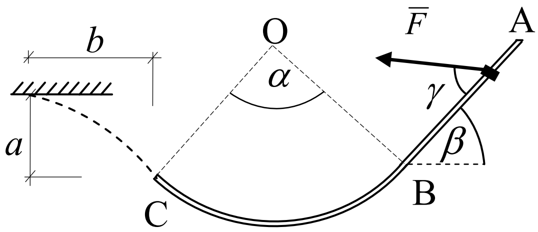


Рис. 2

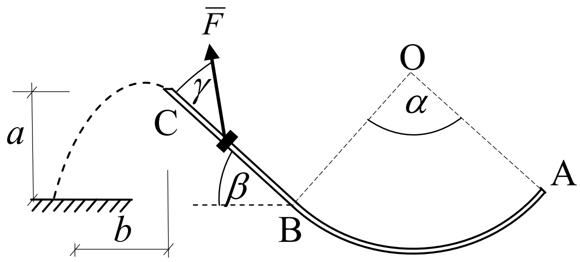


Рис. 3

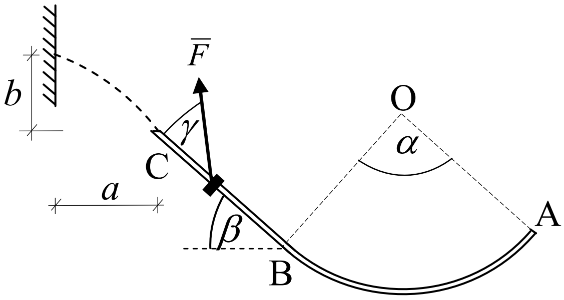


Рис. 4

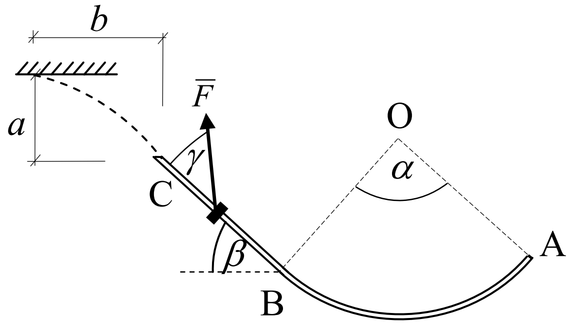


Рис. 5

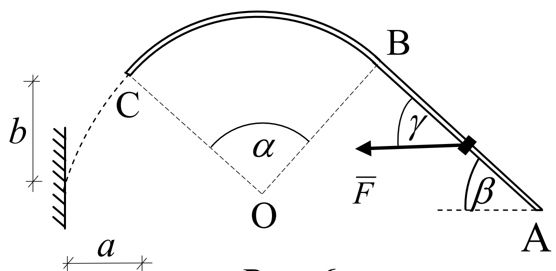


Рис. 6

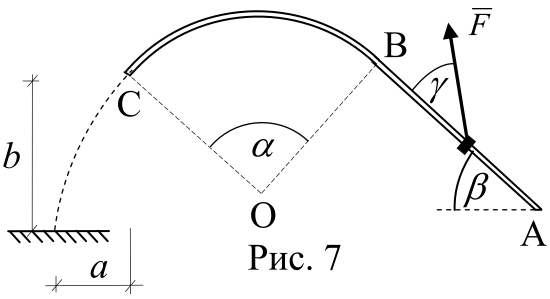


Рис. 7

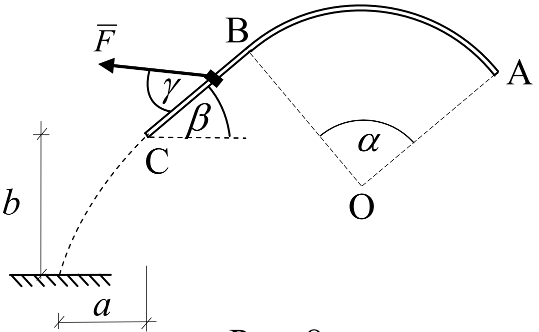


Рис. 8

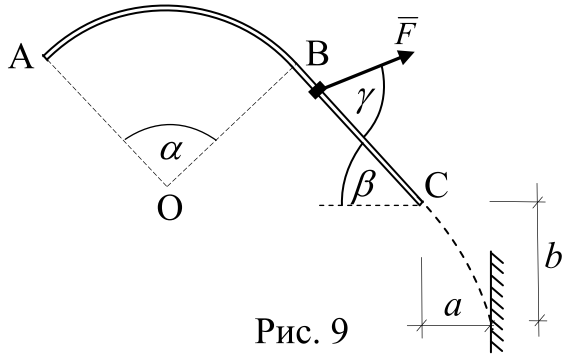


Рис. 9

Таблица 1.2

Исходные данные к задаче Д1

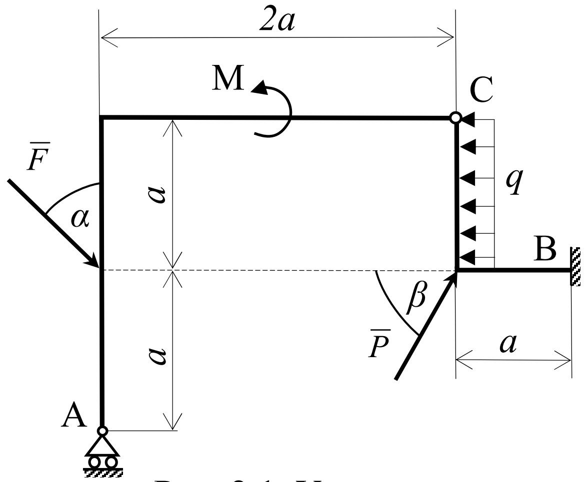
Последняя цифра шифра	F Н	R Н	v_0 м/с	α град	β град	γ град	m кг	t_1 с	a м
0	$2\cos(\pi t/5)+t$	5	25	60	45	60	0.5	4	5
1	$0.2\exp(t/4)+4$	9	26	75	60	75	0.2	3	2
2	$2\cos(\pi t/4)+3t^2$	13	27	45	30	45	0.9	2	7
3	$0.4\exp(t/2)+4$	14	28	30	15	30	0.4	5	6
4	$4\sin(\pi t/2)+5t$	10	27	90	75	15	0.3	3	9
5	$0.4\exp(t/5)+4t$	7	25	60	30	60	0.6	4	8
6	$3\sin(\pi t/6)+t^3$	11	26	45	15	30	0.8	3	4
7	$4\cos(\pi t/3)+3t$	8	25	75	45	45	0.5	5	10
8	$2\sin(\pi t/4)+t^2$	6	25	60	45	15	0.4	3	6
9	$0.4\exp(t/2)+t$	15	28	90	60	75	0.3	6	3

ЗАДАЧА Д2

Пользуясь принципом возможных перемещений, для составной конструкции из двух тел, соединённых между собой с помощью шарнира *C*, определить следующие неизвестные: M_A, R_B (рис. 0, 3, 6, 9); R_A, X_D (рис. 1, 4, 7); Y_A, X_B (рис. 2, 5, 8). Схемы конструкций показаны на рис. 0 – 9 таблицы 2.1, а необходимые для решения данные приведены в таблице 2.2.

Указания. Задача Д2 относится к теме «Принцип возможных перемещений» [1, §§138-140], [3, §§113, 114, 116], который позволяет определять составляющие любой реакции связи независимо от других реакций. Это особенно удобно в том случае, когда требуется определить реакции не всех опор, а одной или нескольких.

Пример Д2.



Дано: $a = 3$ м, $F = 40$ кН, $P = 25$ кН, $q = 12$ кН/м, $\alpha = 30^0$, $\beta = 45^0$.

Найти: реакции опор.

Рис. 2.1. Условие задачи

Решение. Конструкция, состоящая из двух тел *AC* и *BC*, имеет в точке *A* шарнирно-подвижную опору, а в точке *B* – жёсткое защемление. Следовательно, реакция в точке *A* имеет только одну вертикальную составляющую $\vec{R}_A$, а реакция заделки – три: горизонтальную составляющую $\vec{X}_B$, вертикальную $\vec{Y}_B$ и момент M_B.

Найдём реакцию подвижной опоры *A*, для чего мысленно отбросим эту связь, заменив её действие реакцией $\vec{R}_A$ (рис. 2.2). Система получает одну степень свободы – поворот части *AC* вокруг точки *C*, при этом часть *BC* остаётся неподвижной.

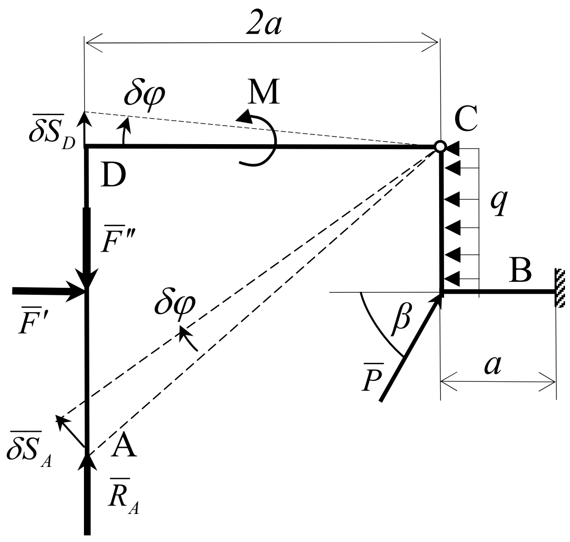


Рис. 2.2. К определению реакции $\bar{R}_A$

Разложим силу $\vec{F}$ на горизонтальную и вертикальную составляющие:

$$F' = F\sin\alpha = 40 \cdot 0.5 = 20 \text{ кН}, \quad F'' = F\cos\alpha = 40\sqrt{3}/2 = 34.64 \text{ кН}.$$

Сообщим системе возможное перемещение (поворот) $\delta\varphi>0$. Составим уравнение элементарных работ, выражающее принцип возможных перемещений, учитывая, что работа силы при повороте тела равна произведению момента силы относительно центра вращения на угол поворота и положительна, если направления момента и угла поворота совпадают:

$$R_A 2a \cdot \delta\varphi - F'a \cdot \delta\varphi - F''2a \cdot \delta\varphi - M \cdot \delta\varphi = 0$$

$$\text{или} \quad (R_A 2a - F'a - F''2a - M) \cdot \delta\varphi = 0\,.$$

Так как $\delta\varphi>0$, то равенство выполняется лишь в том случае, когда выражение в скобках равно нулю. Отсюда

$$R_A = F'/2 + F'' + M/2a = 53.81 \text{ кН}.$$

Для определения горизонтальной составляющей заделки $\vec{X}_B$ представим опору B в виде ползуна в горизонтальных направляющих и приложим реакцию $\vec{X}_B$ (рис. 2.3). Равномерно распределённую нагрузку q заменим сосредоточенной силой $Q = q \cdot a$ = 36 кН, а $\vec{P}$, как и $\vec{F}$, разложим на горизонтальную и вертикальную составляющие:

$$P' = P\cos\beta = 17.68 \text{ кН}, \quad P'' = P\sin\beta = 17.68 \text{ кН}.$$

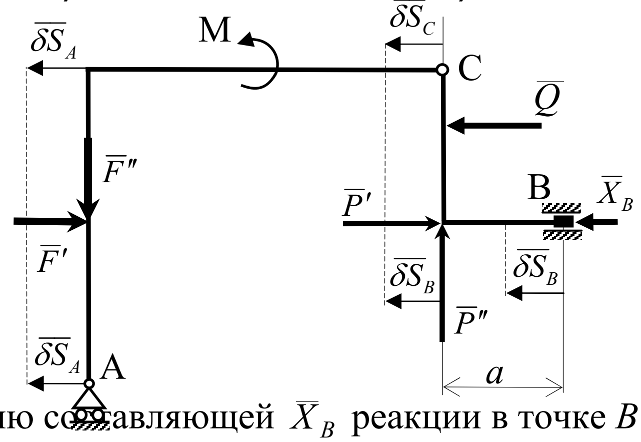


Рис. 2.3. К определению составляющей $\bar{X}_B$ реакции в точке B

Сообщим всей конструкции направленное влево возможное поступательное перемещение $\delta s = \delta s_A = \delta s_B = \delta s_C > 0$, так как поворот ползуна в направляющих невозможен. Составим уравнение возможных работ, учитывая, что работа силы при поступательном движении тела равна проекции силы на направление перемещения, умноженной на величину перемещения. Знак работы определяется по знаку проекции силы на направление движения. Если сила перпендикулярна направлению смещения, то её работа на этом перемещении равна нулю. Момент при поступательном движении работы не совершает.

$$X_B \cdot \delta s + Q \cdot \delta s - P' \cdot \delta s - F \cdot \delta s = 0$$

$$\text{или} \quad (X_B + Q - P' - F) \cdot \delta s = 0 .$$

Приравнивая нулю выражение в скобках, получим

$$X_B = P' + F' - Q = 1.68 \text{ кН}.$$

Для определения вертикальной составляющей $\vec{Y}_B$ реакции заделки отбросим связь, препятствующую вертикальному перемещению точки B, заменив жёсткую заделку скользящей с вертикальными направляющими и приложим реакцию $\vec{Y}_B$ (рис. 2.4).

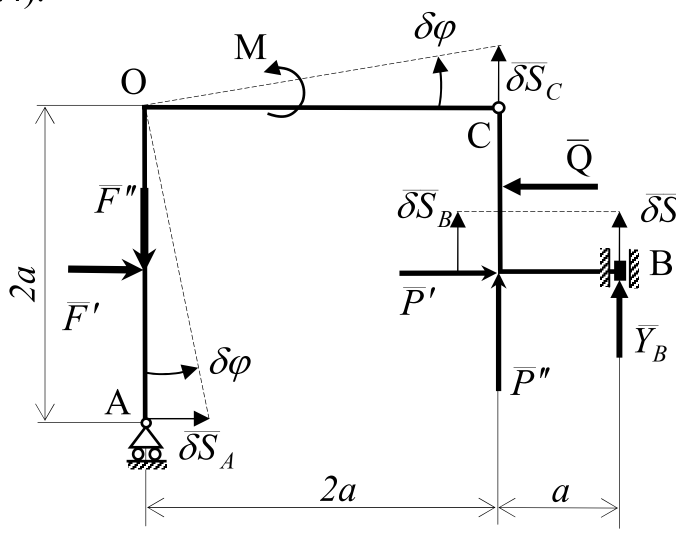


Рис. 2.4. К определению составляющей $\vec{Y}_B$ реакции в точке B

Сообщим части BC возможное перемещение $\delta s = \delta s_B = \delta s_C$, направленное вертикально вверх. Тогда другая часть конструкции AC будет совершать плоское движение. Так как перемещение $\delta s_C = \delta s$ в точке C направлено вертикально вверх, а перемещение δs_A точки A – горизонтально (связь опоры A, имеющей реакцию $\vec{R}_A$, препятствует её вертикальному перемещению), то мгновенный центр вращения (точка O) тела AC находится на пересечении перпендикуляров к направлениям перемещений в точках A и C. При этом элементарный угол поворота AC вокруг точки O выражается через δs формулой $\delta\varphi = \delta s_C / 2a = \delta s / 2a$.

Составим уравнение возможных работ для определения $\vec{Y}_B$:

$$Y_B \cdot \delta s + P'' \cdot \delta s + M \cdot \delta\varphi + F'a \cdot \delta\varphi = 0 ,$$

$$Y_B \cdot \delta s + P'' \cdot \delta s + (M / 2a) \cdot \delta s + (F' / 2) \cdot \delta s = 0 ,$$

$$Y_B = -P'' - M/2a - F'/2 = -36.85 \text{ кН}.$$

Знак минус показывает, что вертикальная составляющая заделки направлена в сторону, противоположную направлению, показанному на рис. 2.4.

Для определения момента заделки M_B заменим заделку шарнирно-неподвижной опорой и приложим к конструкции момент M_B (рис. 2.5).

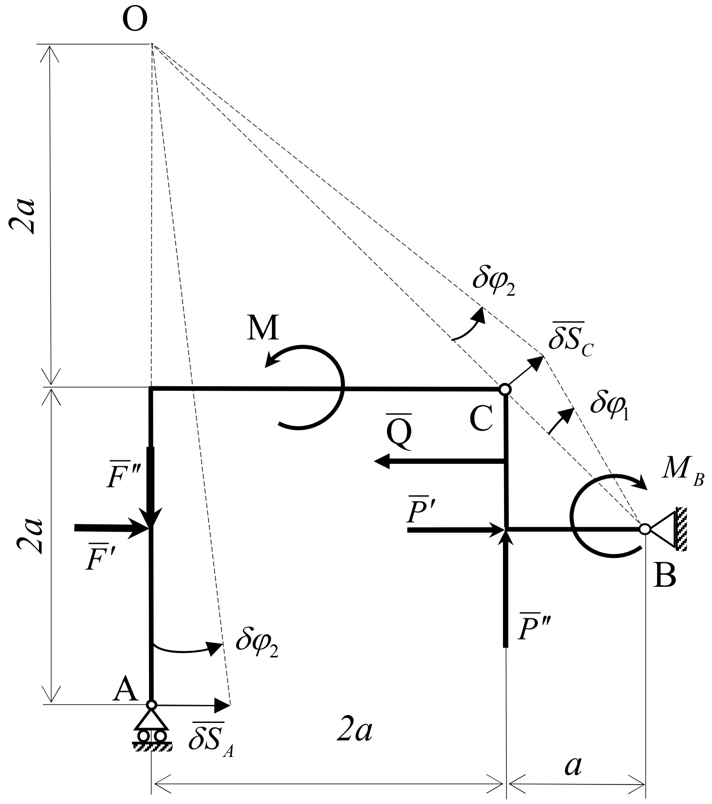


Рис. 2.5. К определению реактивного момента M_B

Сообщим системе возможное перемещение, повернув BC вокруг шарнира B на возможный угол поворота $\delta\varphi_1$. Часть AC конструкции в этом случае будет совершать плоское движение вокруг мгновенного центра вращения O, положение которого определяется точкой пересечения перпендикуляров к направлениям смещений в точках A и C. При этом

$$\delta s_C = BC \cdot \delta\varphi_1 = OC \cdot \delta\varphi_2 \quad \rightarrow \quad \delta\varphi_2 = (BC/OC) \cdot \delta\varphi_1,$$

$$BC = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}, \quad OC = \sqrt{(2a)^2 + (2a)^2} = 2a\sqrt{2} \quad \rightarrow \quad \delta\varphi_2 = \delta\varphi_1/2.$$

Составим уравнение возможных работ для определения момента M_B

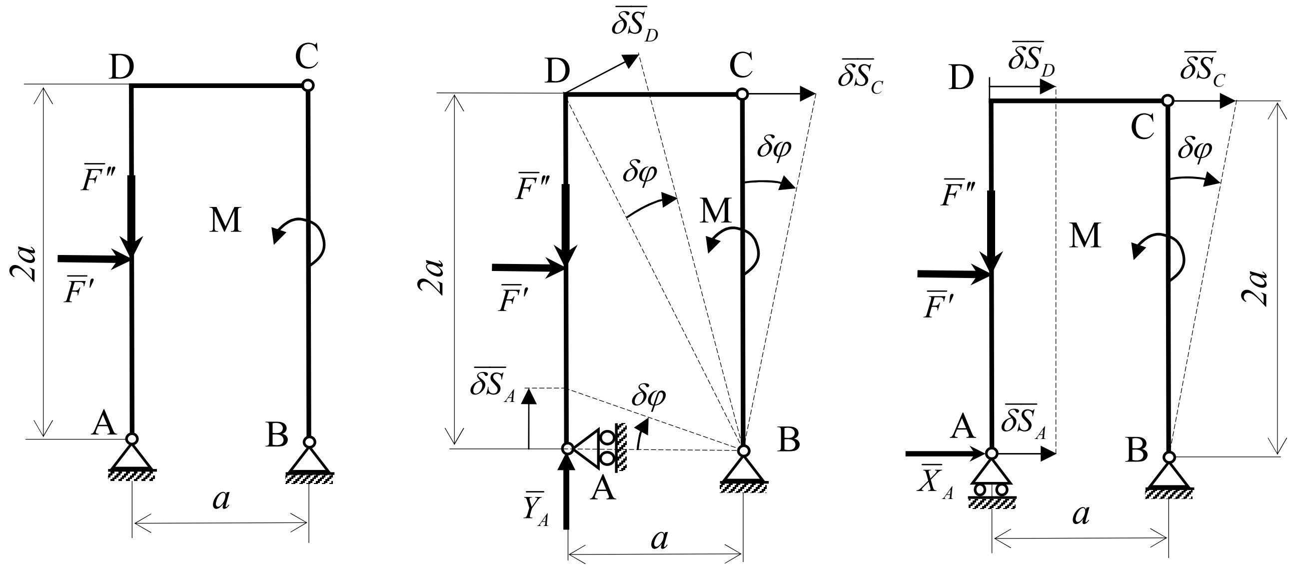
$$M_B \cdot \delta\varphi_1 + P''a \cdot \delta\varphi_1 - Q(a/2) \cdot \delta\varphi_1 + M \cdot \delta\varphi_2 + F'3a \cdot \delta\varphi_2 = 0,$$

$$M_B \cdot \delta\varphi_1 + P''a \cdot \delta\varphi_1 - (Qa/2) \cdot \delta\varphi_1 + (M/2) \cdot \delta\varphi_1 + (F'3a/2) \cdot \delta\varphi_1 = 0,$$

$$M_B = Qa/2 - P''a - M/2 - F'3a/2 = -116.54 \text{ кН·м}.$$

Ответ: R_A = 53.81 кН, X_B = 1.68 кН, Y_B = – 36.85 кН, M_B = – 116.54 кН·м.

Кратко рассмотрим другие варианты возможных перемещений конструкции. При определении горизонтальной и вертикальной составляющих реакции шарнирно-неподвижной опоры её заменяют шарнирно-подвижной опорой (рис. 2.6, а – в). На рис. 2.6,б вся конструкция *ABC* совершает мгновенно-вращательное движение вокруг центра вращения точки *O*, совпадающей с точкой *B*; на рис. 2.6,в балка *BC* вращается вокруг точки *B*, а угольник *AC* совершает мгновенно-поступательное движение, так как направления перемещений в точках *A* и *C* параллельны.



а) схема конструкции б) к определению $\overline{Y}_A$ в) к определению $\overline{X}_A$

Рис. 2.6

Таблица 2.1

Варианты рисунков к задаче Д2 (предпоследняя цифра шифра)

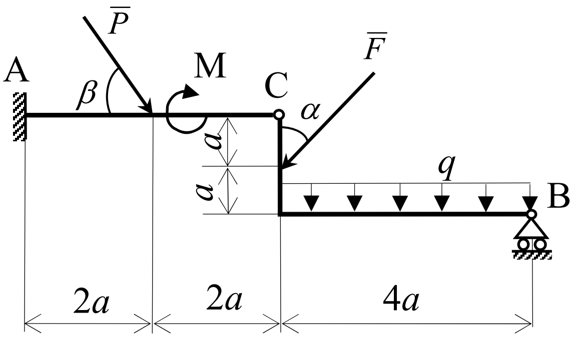


Рис. 0

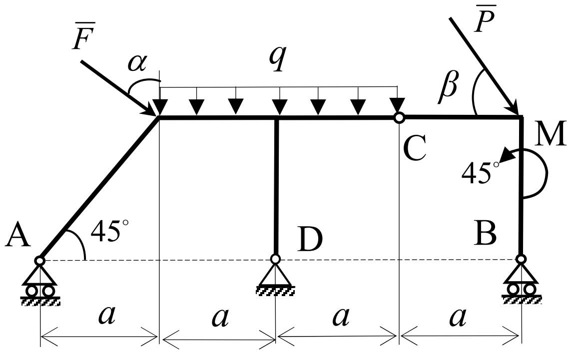


Рис. 1

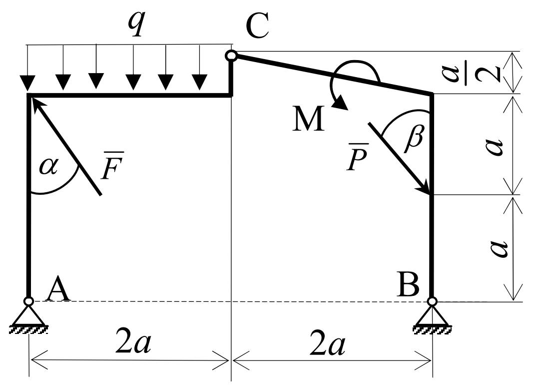


Рис. 2

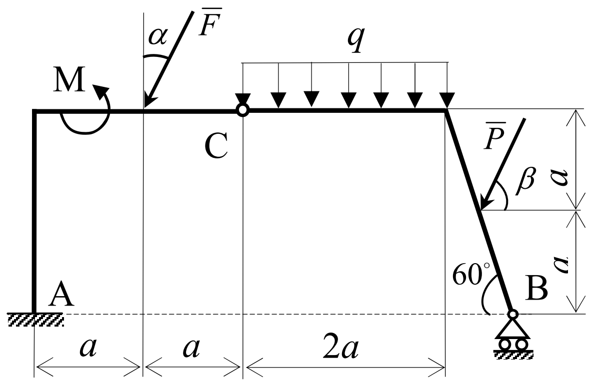


Рис. 3

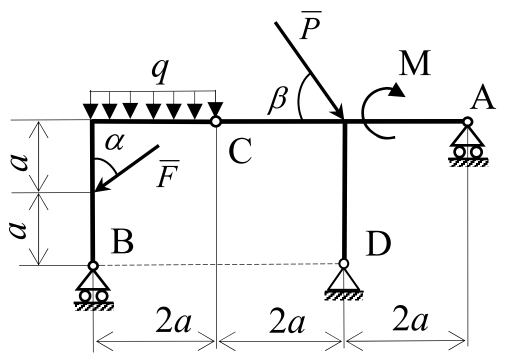


Рис. 4

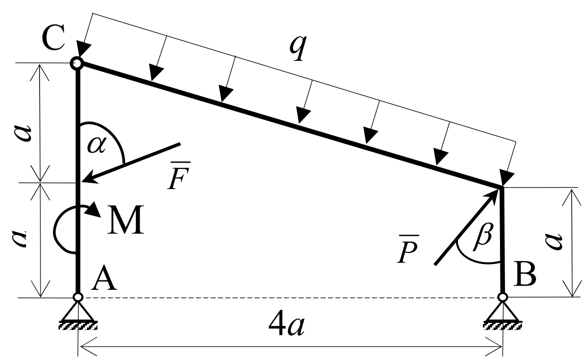


Рис. 5

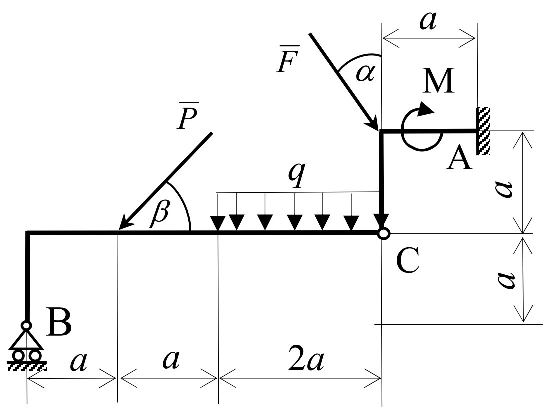


Рис. 6

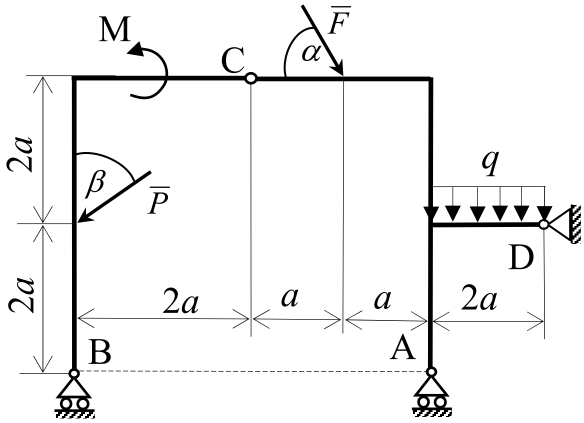


Рис. 7

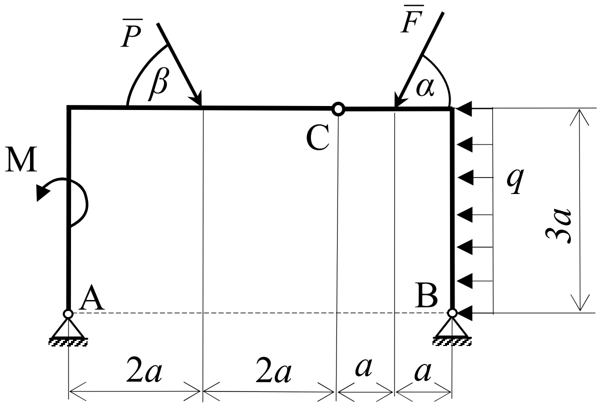


Рис. 8

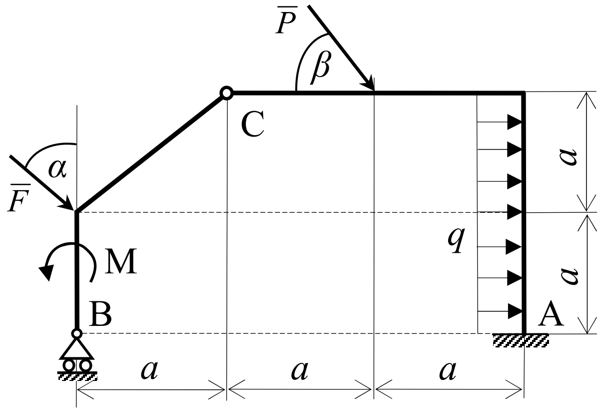


Рис. 9

Таблица 2.2

Исходные данные к решению задачи Д2

Посл. цифра шифра	a м	F кН	P кН	M кН·м	q кН/м	α	β
0	5	45	30	35	4	30	45
1	1	5	10	65	2	60	30
2	3	25	15	40	3	45	30
3	8	65	40	100	12	60	60
4	4	30	25	35	10	45	45
5	2	8	20	20	1	30	60
6	6	50	45	75	8	30	30
7	10	80	50	80	18	60	45
8	9	30	70	45	16	45	60
9	7	40	65	50	6	60	30