

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»



УТВЕРЖДАЮ
Декан ФМАТ
В.И. Ряжских

«31» августа 2020 года

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины

«Математическое моделирование в научных исследованиях»

Направление подготовки 15.06.01 МАШИНОСТРОЕНИЕ

**Профиль 05.02.07 "Технология и оборудование механической и
физико-технической обработки"**

Квалификация выпускника Исследователь. Преподаватель-исследователь

Нормативный период обучения 4 года

Год начала подготовки 2020

Автор программы

 /Шунин Г.Е./

Заведующий кафедрой
Высшей математики и
физико-математического
моделирования

 /Батаронов И.Л./

Руководитель ОПОП

 /Смоленцев В.П. /

Воронеж 2020

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цели дисциплины состоят в освоении принципов построения основных физико-математических моделей и методов математического моделирования, используемых в научных исследованиях в области машиностроения, а также в овладении практическими навыками применения стандартных аналитических и численных методов математического моделирования для формулировки и решения конкретных физико-технических задач.

1.2. Задачи освоения дисциплины

1.2.1 получить представление о математическом моделировании как особом способе исследования и описания физических явлений и процессов, общности его понятий и представлений, об основных физико-математических моделях и методах математического моделирования, используемых при их исследовании.

1.2.2 научиться использовать основные приёмы и методы математической физики для исследования основных физико-математических моделей.

1.2.3 научиться применять универсальные системы компьютерной математики и системы конечно-элементного анализа при решении прикладных вычислительных задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Математическое моделирование в научных исследованиях» относится к дисциплинам вариативной части блока Б1.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины «Математическое моделирование в научных исследованиях» направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-2 - способностью формулировать и решать нетиповые задачи математического, физического, конструкторского, технологического, электротехнического характера при проектировании, изготовлении и эксплуатации новой техники

ОПК-5 - способностью планировать и проводить экспериментальные исследования с последующим адекватным оцениванием получаемых результатов

ПК-3 - готовностью осуществлять контроль соответствия разрабатываемых проектов и технической документации стандартам, техническим условиям и другим нормативным документам

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции
ОПК-2	знать основные физико-математические модели, используемые в профессиональной деятельности, и методы их исследования, образующие фундаментальную основу физико-математического моделирования объектов, явлений и процессов.
	уметь решать краевые задачи математического

	моделирования и находить геометрические, дифференциальные и интегральные характеристики физических полей аналитическими, приближёнными и численными методами с использованием систем компьютерной математики.
	владеть методологией математического моделирования позволяющей выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.
ОПК-5	уметь проводить обработку и анализ экспериментальных данных с помощью систем компьютерной математики
ПК-3	знать системы компьютерной математики и нормативные требования к оформлению научно-технической документации в области математического моделирования

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Математическое моделирование в научных исследованиях» составляет 4 з.е.

Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий
очная форма обучения

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры
		4
Аудиторные занятия (всего)	36	36
В том числе:		
Лекции	36	36
Самостоятельная работа	108	108
Виды промежуточной аттестации - зачет с оценкой	+	+
Общая трудоемкость: академические часы зач.ед.	144 4	144 4

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий

очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекции	СРС	Всего, час
1	Введение в физико-математическое моделирование.	Эволюция основных идей, понятий и методов физико-математического моделирования. Основные этапы математического моделирования объектов. Вычислительный эксперимент.	6	14	20

		Обработка данных вычислительного и натурального экспериментов. Системы компьютерной математики.			
2	Основы тензорного анализа.	Элементы тензорной алгебры: Понятие тензора и его ранга. Действия с тензорами. Симметричные и антисимметричные тензоры второго ранга. Их геометрическая интерпретация. Скалярные, векторные и тензорные поля. Основные дифференциальные операции с тензорными полями. Типы векторных полей. Теорема Гельмгольца. Криволинейные, поверхностные и объёмные интегралы от тензорных полей. Формулы Остроградского-Гаусса, Грина и Стокса. Криволинейные координаты. Дифференциальные операции в цилиндрических и сферических координатах.	4	16	20
3	Основные физико-математические модели.	Пространственно-временной континуум. Основные динамические уравнения. Законы сохранения. Задача Коши. Тензоры напряжений и деформаций. Уравнения механики сплошной среды. Уравнения непрерывности и теплопроводности. Уравнения Максвелла в дифференциальной и интегральной формах. Потенциалы электромагнитного поля. Калибровочные преобразования. Скалярные и векторные уравнения Лапласа, Пуассона, Даламбера и Гельмгольца. Векторные и скалярные уравнения диффузии. Условия на границе раздела двух сред.	6	18	24
4	Элементы вариационного исчисления.	Понятие функционального пространства, функционала и его вариации. Экстремум функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа. Функционалы, зависящие от производных высших порядков и от нескольких функций. Функционалы, зависящие от функций нескольких переменных. Вариационные задачи с подвижными границами. Естественные и главные граничные условия. Обратная задача вариационного исчисления.	6	18	24
5	Постановка краевых задач математической физики.	Классификация квазилинейных уравнений в частных производных второго порядка. Задача Коши для уравнений гиперболического и параболического типов. Краевая задача для эллиптических уравнений. Смешанная краевая задача. Корректность постановки краевых задач.	4	12	16
6	Аналитические методы решения краевых задач.	Линейные уравнения. Принцип суперпозиции. Уравнения с разделяющимися переменными. Метод разделения переменных Фурье. Понятие о. Обобщённые ряды Фурье. Собственные функции и собственные значения линейных операторов. Постановка и решение задач на собственные значения дифференциальных операторов. Задача Штурма-Лиувилля. Понятие о специальных функциях. Функции Бесселя, полиномы Лежандра и сферические гармоники. Общая схема метода разложения по собственным функциям. Сущность метода функций Грина.	6	18	24
7	Приближённые и численные методы решения краевых задач.	Прямые методы вариационного исчисления. Конечно-разностный метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Проекционные методы. Сущность метода конечных элементов. Конечные элементы и аппроксимации функций. О	4	12	16

5.2 Перечень лабораторных работ

Не предусмотрено учебным планом

6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В соответствии с учебным планом освоение дисциплины не предусматривает выполнение курсового проекта (работы) или контрольной работы.

Предусматривается выполнение индивидуального домашнего задания (ИДЗ).

Тема ИДЗ : «Решение краевых задач математического моделирования с помощью конечно-элементных комплексов программ».

ИДЗ включает в себя теоретическую и расчётную части. В теоретической части рассматриваются возможности конечно-элементных комплексов программ. В расчётной части рассматривается физико-математическая модель (определяется индивидуальным заданием), формулируется соответствующая краевая задача и находится её решение в заданной области с помощью выбранного подходящего конечно-элементного комплекса программ.

Примерные варианты индивидуальных заданий:

1. Двухмерные краевые задачи теории упругости.
2. Осесимметричные краевые задачи теории упругости.
3. Двухмерные краевые задачи стационарной теплопередачи.
4. Двухмерные краевые задачи нестационарной теплопередачи.
5. Трёхмерные краевые задачи стационарной теплопередачи.

Задачи, решаемые при выполнении ИДЗ:

- а) Осуществить поиск необходимой информации по теме работы;
- б) Систематизировать найденную информацию;
- в) Осуществить обзор литературных источников по заданной теме;
- г) Выработать умения решать прикладные задачи

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

7.1.1 Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Аттестован	Не аттестован
-------------	---	---------------------	------------	---------------

ОПК-2	знать основные физико-математические модели, используемые в профессиональной деятельности, и методы их исследования, образующие фундаментальную основу физико-математического моделирования объектов, явлений и процессов.	отчёт по СРС, опрос	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	уметь решать краевые задачи математического моделирования и находить геометрические, дифференциальные и интегральные характеристики физических полей аналитическими, приближёнными и численными методами с использованием систем компьютерной математики.	отчёт по СРС, опрос	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	владеть методологией математического моделирования позволяющей выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.	отчёт по ИДЗ, опрос	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
ОПК-5	уметь проводить обработку и анализ экспериментальных данных с помощью систем компьютерной математики	отчёт по СРС, опрос	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
ПК-3	знать нормативные требования к оформлению научно-технической документации в области математического моделирования	отчёт по СРС, опрос	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах

7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 4 семестре для очной формы обучения, 4 семестре для заочной формы обучения по четырехбалльной системе:

«отлично»;

«хорошо»;

«удовлетворительно»;

«неудовлетворительно».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неудовл.
ОПК-2	знать основные	Тест	Выполнение	Выполнение	Выполнение	В тесте менее

	физико-математические модели, используемые в профессиональной деятельности, и методы их исследования, образующие фундаментальную основу физико-математического моделирования объектов, явлений и процессов.		теста на 90-100%	теста на 75-90%	теста на 60-74%	60% правильных ответов
	уметь решать краевые задачи математического моделирования и находить геометрические, дифференциальные и интегральные характеристики физических полей аналитическими, приближёнными и численными методами с использованием систем компьютерной математики.	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	владеть методологией математического моделирования позволяющей выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
ОПК-5	уметь проводить обработку и анализ экспериментальных данных с помощью систем компьютерной математики	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
ПК-3	знать нормативные требования к оформлению научно-технической документации в области математического моделирования	Тест	Выполнение теста на 90-100%	Выполнение теста на 80-90%	Выполнение теста на 70-80%	В тесте менее 70% правильных ответов

7.2 Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию

1. Какое из уравнений Максвелла является дифференциальной формой закона электромагнитной индукции Фарадея?

а) $\operatorname{div} \mathbf{E} = \rho$, б) $\operatorname{div} \mathbf{E} = 0$, в) $\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$, г) $\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$.

2. При выводе уравнения колебаний струны используется:

а) закон сохранения энергии, б) закон сохранения заряда, в) второй закон Ньютона, г) закон сохранения массы.

3. Стационарная теплопередача при наличии внутренних источников тепла описывается уравнением

а) $\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \Delta T$, б) $\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = a^2 \Delta T$, в) $\Delta T = -f$, г) $\Delta T = 0$.

4. Дифференциальное уравнение $a(x, y) \frac{\partial u}{\partial x} + b(x, y) \frac{\partial u}{\partial y} + c(x, y, u)u = f(x, y)$

является:

- а) линейным обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка,
- б) линейным дифференциальным уравнением в частных производных первого порядка,
- в) квазилинейным дифференциальным уравнением в частных производных первого порядка,
- г) нелинейным дифференциальным уравнением в частных производных первого порядка.

5. Определите тип уравнения $a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2b \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + c \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y, u)$, если $b^2 - ac > 0$.

- а) смешанный, б) эллиптический, в) параболический, г) гиперболический.

6. Определить тип линейного дифференциального уравнения в частных производных

$$x \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - 2\sqrt{xy} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + y \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial U}{\partial y} = 0.$$

- а) смешанный, б) эллиптический, в) параболический, г) гиперболический.

7. Определить тип уравнения и тип краевой задачи

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, \\ u(x, 0) = \mu(x), u_t(x, 0) = \nu(x), \\ u_x(0, t) = u_x(l, t) = 0 \end{cases}$$

- а) эллиптический, краевая задача второго рода, б) параболический, смешанная краевая задача, в) гиперболический, задача Коши, г) гиперболический, смешанная краевая задача.

8. Решением задачи Коши для волнового уравнения $u_{tt} = 4u_{xx}$ с начальными условиями $u(x, 0) = 2 \sin(x)$, $u_t(x, 0) = 0$ будет

а) $u(x, t) = (\sin(x - 2t) + \sin(x + 2t))$, б) $u(x, t) = (\sin(x - 2t) - \sin(x + 2t))$,

в) $u(x, t) = (\cos(x - 2t) + \cos(x + 2t))$, г) $u(x, t) = (\cos(x - 2t) - \sin(x + 2t))$,

9. Решение краевой задачи для уравнения $y'' + y = 0$ с граничными условиями $y(0) = y(\pi) = 0$ будет

а) $\sin(3x)$, б) $\cos(3x)$, в) $\sin(x)$, г) $\cos(x)$.

10. Собственными значениями и собственными функциями задачи Штурма-Лиувилля $y'' + \lambda y = 0$, $y(0) = y(\pi) = 0$ являются

а) $\lambda_n = n$, $y_n = \cos(nx)$, б) $\lambda_n = n^2$, $y_n = \cos(nx)$, в) $\lambda_n = n$, $y_n = \sin(nx)$, г) $\lambda_n = n^2$, $y_n = \sin(nx)$.

11. Решение смешанной краевой задачи для волнового уравнения $u_{tt} = u_{xx}$ с граничными условиями $u(0, t) = u(1, t) = 0$ и начальными условиями $u(x, 0) = x(1-x)$, $u_t(x, 0) = 0$ имеет вид

а) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(\pi n x) \cos(\pi n t)$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(\pi n x) \sin(\pi n t)$,

в) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\pi n x) \cos(\pi n t)$, г) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\pi n x) \sin(\pi n t)$.

7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач

1. Найти эквипотенциальные поверхности и семейство линий наибыстрейшего возрастания скалярного поля

$$u = x^2 + y^2 - z^2.$$

2. Найти производную скалярного поля $u(x, y, z) = x^2 - \arctg(y+z)$ в точке $M(2, 1, 1)$ по направлению вектора $l = 3j - 4k$.

3. Найти поток векторного поля $a = (2y - 5x)i + (x - 1)j + (2xy + 2z)k$ через замкнутую поверхность S : $2x + 2y - z = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ (нормаль внешняя), используя формулу Остроградского-Гаусса.

4. Найти потенциал векторного поля $\mathbf{a}=2xy\mathbf{i}+(x^2-2yz)\mathbf{j}-y^2\mathbf{k}$.
5. Определить вид векторного поля $\mathbf{a}=(yz-xy)\mathbf{i}+(xz-x^2/2+yz^2)\mathbf{j}+(xy+yz)^2\mathbf{k}$.
6. Найти общее решение дифференциального уравнения в частных производных:

$$3\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} = 0.$$

7. Найти фундаментальное решение уравнения Лапласа:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

8. Найти общее решение уравнения Пуассона:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = x^2 + y^2.$$

9. Решить методом Даламбера задачу Коши для волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, -\infty < x < \infty, t > 0,$$

с начальными условиями

$$u(0)=\sin(x), u_t(0)=0.$$

10. Определить тип и привести к каноническому виду дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + 4\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} = 0$$

11. Найти собственные значения и собственные функции краевой задачи с периодическими граничными условиями

$$y'' + \lambda y = 0, y(0) = y(l), y'(0) = y'(l), x \in [0, l].$$

12. Решить краевую задачу методом конечных разностей. Сравнить с точным решением. Провести анализ сходимости аппроксимации.

$$e^x \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + e^x \frac{d\varphi}{dx} = -2x; \quad \frac{d\varphi}{dx}(0) = 0, \varphi(1) = 4.$$

7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

1. Магнитное поле, создаваемое электрическим током силы I , текущим по бесконечному проводу, определяется формулой $\mathbf{H}(P) = 2I \frac{-y\mathbf{i} + x\mathbf{j}}{x^2 + y^2}$. Вычислить $\operatorname{div} \mathbf{H}(P)$ и $\operatorname{rot} \mathbf{H}(P)$.

Определить вид этого поля.

2. Определить суммарный электрический заряд, распределенный по поверхности пластины $|x| \leq a, |y| \leq b, |z| \leq c$ если поверхностная плотность заряда в точке $P(x, y, z)$ равна $k \sqrt[3]{xyz}$, где $k > 0$ – коэффициент пропорциональности.

3. Бесконечная плоская пластина толщиной h равномерно заряжена по объёму с плотностью ρ . Пользуясь формулой Остроградского-Гаусса найти напряжённость $\mathbf{E}$ электрического поля вне пластины.

4. Пользуясь формулой Стокса найти напряжённость $\mathbf{H}$ магнитного поля создаваемого бесконечно длинным тонким проводником с током I .

5. Найти траекторию движения частицы с зарядом q и начальной скоростью $\mathbf{v}_0$ в однородном постоянном электрическом поле с напряжённостью $\mathbf{E}$.

6. Вывести из уравнений Максвелла закон сохранения заряда.

7. Сформулировать краевую задачу о проникновении переменного магнитного поля в правое полупространство с проводимостью σ , если начиная с момента времени $t=0$ на поверхности $x=0$ поддерживается напряжённость $H=H_0 \sin(\omega t)$, ω -частота поля.

8. Один конец стержня $x=0$ теплоизолирован, а другой $x=l$ поддерживается при температуре равной нулю. В начальный момент времени $t=0$ температура во всех точках стержня равна T_0 . Найти распределение температуры при $t>0$.

9. Решите одномерную задачу стационарной теплопроводности в полой цилиндрической трубке с внутренним и внешним радиусами, равными соответственно 0.5 и 2. Температуру на внутренней и внешней поверхностях задайте равными 100 и 200 соответственно. Покажите, что полученное решение одномерно. Сравните численное решение с точным решением.

10. Найти стационарное распределение температуры u в прямоугольной пластине $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$ которая нагревается от источников тепла с мощностью $Q(x, y)$, если

$$u(0, y) = u(1, y) = 0, \quad \partial u / \partial n|_{y=0} = -1, \quad [\partial u / \partial n]_{y=2} = 1; \quad Q(x, y) = 3.$$

11. Рассчитайте распределение температуры в поперечном сечении длинного цилиндра. Теплопроводность равна 2.2. Граничные условия следующие: одна половина внешней поверхности цилиндра теплоизолирована, в то время как другая омывается жидкостью с температурой 500, коэффициент теплоотдачи равен 22. В половине сечения с теплоизолированной границей происходит выделение тепла с $S=2000$, в другой половине источниковый член S равен 0.

7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету с оценкой

1. Основные этапы физико-математического моделирования объектов.
2. Универсальные системы компьютерной математики.
3. Мультифизические системы конечно-элементного анализа.
4. Специализированные конечно-элементные программные комплексы.
5. Понятие тензора и его ранга.
6. Действия с тензорами.
7. Симметричные и антисимметричные тензоры второго ранга.
8. Скалярные, векторные и тензорные поля.
9. Геометрические характеристики скалярных и векторных полей.
10. Основные дифференциальные операции с тензорными полями.
11. Виды векторных полей. Теорема Гельмгольца.
12. Криволинейные интегралы от тензорных полей.
13. Поверхностные интегралы от тензорных полей.
14. Объемные интегралы от тензорных полей.
15. Формула Остроградского-Гаусса.
16. Формулы Грина.
17. Формула Стокса.
18. Основные динамические уравнения и законы сохранения.
19. Задача Коши для динамического уравнения.
20. Тензоры напряжений и деформаций сплошной среды.
21. Уравнение механики сплошной среды.
22. Уравнения течения идеальной жидкости, непрерывности и теплопроводности.
23. Дифференциальная и интегральная формы уравнений Максвелла. Граничные условия.
24. Стационарные уравнения Максвелла. Скалярные и векторные уравнения Лапласа, Пуассона.
25. Электромагнитные волны. Скалярные и векторные волновые уравнения.
26. Гармонические электромагнитные поля. Скалярные и векторные уравнения Гельмгольца.
27. Квазистационарные уравнения Максвелла. Скалярные и векторные уравнения диффузии.

28. Классификация квазилинейных уравнений в частных производных второго порядка.
29. Задача Коши для уравнений гиперболического и параболического типов.
30. Краевая задача для эллиптических уравнений.
31. Смешанная краевая задача.
32. Корректность постановки краевых задач.
33. Линейные уравнения. Принцип суперпозиции.
34. Уравнения с разделяющимися переменными. Метод Фурье.
35. Задачи на собственные значения дифференциальных операторов.
36. Задача Штурма-Лиувилля. Понятие о специальных функциях.
37. Метод разложения по собственным функциям.
38. Линейные неоднородные уравнения. Общая схема метода собственных функций.
39. Сущность метода функций Грина.
40. Решение уравнения колебаний бесконечной струны методом Даламбера.
41. Задача Дирихле для круга.
42. Задача об охлаждении бесконечной пластины конечной толщины.
43. Решение уравнения свободных колебаний закреплённой струны.
44. Функциональные пространства. Понятие функционала. Экстремум.
45. Вариация функционала. Необходимое условие экстремума. Основная лемма вариационного исчисления.
46. Уравнение Эйлера. Частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера.
47. Функционалы, зависящие от производных высшего порядка.
48. Функционалы, зависящие от нескольких функций.
49. Функционалы, зависящие от функций нескольких независимых переменных.
50. Вариационная формулировка некоторых физических задач (электростатика, стационарная теплопроводность).
51. Вывод уравнения свободных колебаний струны вариационным методом.
52. Необходимые условия экстремума для простейшей задачи с подвижными границами.
53. Задача Больца. Вариационная формулировка краевых задач 1-го, 2-го и 3-го рода.
54. Главные и естественные граничные условия в задаче стационарного распределения тепла.
55. Вариационные задачи на условный экстремум.
56. Изопериметрическая задача.
57. Прямые методы решения вариационных задач. Метод Ритца. Метод Эйлера.
58. Задачи физического характера на применение метода Ритца (колебания клина, кручение цилиндра, стационарное распределение тепла в прямоугольной пластине).
59. Конечно-разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных: дискретизация эллиптических, гиперболических и параболических уравнений.
60. Проекционные методы дискретизации дифференциальных задач: метод взвешенных невязок; методы коллокаций, моментов, Галеркина.
61. Одновременная аппроксимация решения дифференциального уравнения и граничных условий в методе взвешенных невязок.
62. Проекционно-разностные методы и вариационно-разностные методы дискретизации дифференциальных задач.
63. Сущность метода конечных элементов.
63. Приближение функций: интерполяция сплайнами, среднеквадратичное приближение, аппроксимация с помощью метода взвешенных невязок.

7.2.6. Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации

Зачёт с оценкой проводится по тест-билетам, каждый из которых содержит 10 вопросов и задачу. Каждый правильный ответ на вопрос в тесте оценивается 1

баллом, задача оценивается от 3 до 5 баллов (3 балла за верный ход решения, 4 балла при незначительных алгебраических ошибках и 5 баллов за полностью правильное решение). Максимальное количество набранных баллов – 15.

1. Оценка «Неудовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал менее 7 баллов.

2. Оценка «Удовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал от 7 до 9 баллов

3. Оценка «Хорошо» ставится в случае, если студент набрал от 10 до 12 баллов.

4. Оценка «Отлично» ставится, если студент набрал от 13 до 15 баллов.

7.2.7 Паспорт оценочных материалов

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Введение в физико-математическое моделирование.	ОПК-2, ОПК-5, ПК -3	Тест, ИДЗ, отчёт, опрос
2	Основы тензорного анализа.	ОПК-2, ОПК-5, ПК -3	Тест, отчёт, опрос
3	Основные физико-математические модели.	ОПК-2, ОПК-5, ПК -3	Тест, ИДЗ, отчёт, опрос
4	Элементы вариационного исчисления.	ОПК-2, ОПК-5, ПК -3	Тест, отчёт, опрос
5	Постановка краевых задач математической физики.	ОПК-2, ОПК-5, ПК -3	Тест, ИДЗ, отчёт, опрос
6	Аналитические методы решения краевых задач.	ОПК-2, ОПК-5, ПК -3	Тест, ИДЗ, отчёт, опрос
7	Приближённые и численные методы решения краевых задач.	ОПК-2, ОПК-5, ПК -3	Тест, ИДЗ, отчёт, опрос

7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

8 УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)

8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

1. Зарубин В.С. Математическое моделирование в технике: учебник. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2001. -495 с.
2. Шунин Г.Е., Кострюков С.А., Пешков В.В. Введение в конечно-элементный анализ: учебное пособие /ФГБОУ ВО "Воронеж. гос. техн. ун-т". -Воронеж : Воронежский государственный технический университет, 2017. - 204 с.
3. Кострюков С.А., Пешков В.В., Шунин Г.Е. Основы вариационного исчисления : Учеб. пособие. - Воронеж : ФГБОУ ВПО "Воронежский государственный технический университет", 2011. - 165 с.
4. Нечаев В.Н., Шуба А.В. Методы математической физики : учебное пособие. Ч.1. - Воронеж: ГОУВПО "Воронежский государственный технический университет", 2009. - 177 с.
5. Нечаев В.Н., Шуба А.В. Методы математической физики : учебное пособие. Ч.2. - Воронеж: ГОУВПО "Воронежский государственный технический университет", 2009. - 110 с.
6. Кострюков С.А., Пешков В.В., Шунин Г.Е., Шунина В.А. Практикум по численным методам [Электронный ресурс] : учебное пособие / ФГБОУ ВО "Воронеж. гос. техн. ун-т", каф. высш. математики и физ.-мат. моделирования. - Воронеж : Воронежский государственный технический университет, 2017. - 256 с.
7. Пичугин Б. Ю., Пичугина А.Н. Уравнения математической физики: учебное пособие. Омск : Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского. 2016.–180 с. – 978-5-7779-1976-2. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/59669.html>
8. Введение в математическое моделирование [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. Н. Ашихмин, М. Б. Гитман, И. Э. Келлер [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — М. : Логос, 2016. — 440 с. — 978-5-98704-637-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/66414.html>
9. Киреев И. В., Кнауб Л. В., Левчук Д. В., Нужин Я. Н. Тензорный анализ и дифференциальная геометрия: учебное пособие. Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2017. –102 с. – 978-5-7638-3622-6. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/84148.html>

8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

1	Операционные системы, средства просмотра Web,	Лицензионные: Windows 7 и выше; свободно распространяемые: Internet Explorer 7 и выше,
---	--	---

	поисковые системы, средства работы с текстовой, графической и видео информацией	Chrome, Google, Yandex, Open Office, Acrobat Reader
2	Системы компьютерной математики	<i>Лицензионные:</i> Maple 14; <i>свободно распространяемые:</i> Wolfram Cloud, Wolfram Alpha, Maxima, Scilab, MathStudio
3	Конечно-элементные комплексы программ	<i>Свободно распространяемые:</i> Femppdesolver, Femm, студенческие версии Flexpde, Elcut 6.4
4	ЭИОС ВГТУ	http:// education.cchgeu.ru
5	Электронные библиотеки, профессиональные базы данных и информационные справочные системы	http://www.elabory.ru http://www.iprbookshop.ru http://eqworld.ipmnet.ru http://dic.academic.ru http://m.mathnet.ru

9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Лекции: специализированное помещение для проведения лекций, оборудованное компьютером с видеопроектором и выходом в Интернет.

10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

По дисциплине «Математическое моделирование в научных исследованиях» читаются лекции.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоению учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие: - работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций; - выполнение домашних заданий и расчетов; - работа над темами для самостоятельного изучения;

	- участие в работе научных конференций; - подготовка к промежуточной аттестации.
Подготовка к промежуточной аттестации	Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед зачетом с оценкой, зачетом с оценкой три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.