

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета _____ Гусев П.Ю.
«31» августа 2021 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
дисциплины**

«Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии

Профиль Информационные технологии в дизайне

Квалификация выпускника бакалавр

Нормативный период обучения 4 года / 4 года и 11 м.

Форма обучения очная / заочная

Год начала подготовки 2019

Автор программы

/Сайко Д.С./

**Заведующий кафедрой
Высшей математики и
физико-математического
моделирования**

/Батаронов И.Л./

Руководитель ОПОП

/Кузовкин А.В./

Воронеж 2021

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цели дисциплины

- воспитание высокой математической культуры в области теории вероятностей и математической статистики;
- привитие навыков современных видов математического мышления в области теории вероятностей и математической статистики;
- использование методов теории вероятностей и математической статистики в практической деятельности

1.2. Задачи освоения дисциплины

- дать ясное понимание необходимости изучения теории вероятностей и математической статистики как части математического образования в общей подготовке инженера, в том числе выработать представление о роли и месте теории вероятностей и математической статистики в современной цивилизации и мировой культуре;
- научить умению логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении вероятностных и статистических понятий, символов для выражения количественных и качественных отношений;
- дать достаточную общность понятий теории вероятностей и математической статистики, обеспечивающую широкий спектр их применимости, разумную точность формулировок математических свойств изучаемых объектов, логическую строгость изложения теории вероятностей и математической статистики, опирающуюся на адекватный современный математический язык;
- научить умению использовать основные понятия и методы теории вероятности и математической статистики в приложениях; решать практические задачи, связанные с использованием вычислительных средств для обработки информации в условиях неполной неопределенности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к дисциплинам обязательной части блока Б1.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» направлен на формирование следующих компетенций:

УК-1 - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

ОПК-1 - Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции
УК-1	Знать основные научные подходы к исследуемому материалу
	Уметь работать с научной литературой, анализировать полученную информацию, выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах; критически оценивать любую поступающую информацию, вне зависимости от источника; избегать автоматического применения стандартных формул и приемов при решении задач.
	Владеть навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования; навыками выбора методов и средств решения задач исследования
ОПК-1	Знать основные понятия, факты, концепции, принципы теорий естественных наук, математики и информатики;
	Уметь выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук;
	Владеть навыками работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» составляет 3 з.е.

Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий
очная форма обучения

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры
		4
Аудиторные занятия (всего)	54	54
В том числе:		
Лекции	18	18
Практические занятия (ПЗ)	36	36
Самостоятельная работа	54	54
Виды промежуточной аттестации - зачет	+	+
Общая трудоемкость:		
академические часы	108	108
зач.ед.	3	3

заочная форма обучения

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры
		4
Аудиторные занятия (всего)	10	10
В том числе:		
Лекции	4	4
Практические занятия (ПЗ)	6	6
Самостоятельная работа	94	94
Часы на контроль	4	4
Виды промежуточной аттестации - зачет	+	+
Общая трудоемкость: академические часы	108	108
зач.ед.	3	3

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий

очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	СРС	Всего, час
1	Вероятностное пространство. Алгебра событий. Элементы логики высказываний. Основные теоремы теории вероятностей.	Предмет теории вероятностей. Пространство элементарных событий. Случайные события. Алгебра событий. Частота. Статистическое определение вероятности. Аксиоматическое определение вероятности. Основные следствия из аксиом вероятности. Дискретное вероятностное пространство. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Независимые события. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли. Наивероятнейшее число успехов в последовательности n независимых испытаний	4	8	10	22
2	Дискретные случайные величины и законы их распределения. Числовые характеристики	Дискретные случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины (ДСВ). Функция распределения ДСВ. Числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, мода, медиана, центральный и начальный моменты, квантиль, критическая точка. Биномиальный закон и закон Пуассона.	2	4	6	12
3	Непрерывные случайные величины и законы их распределения. Числовые характеристики	Закон распределения непрерывной случайной величины (НСВ). Функция распределения и плотность вероятностей. Числовые характеристики НСВ. Равномерный, показательный и нормальный законы распределения	2	4	6	12
4	Многомерные случайные величины и их свойства.	Закон больших чисел. Второе неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Теорема Маркова. Центральная предельная теорема	2	6	10	18
5	Предельные теоремы теории вероятностей	Закон больших чисел. Второе неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Теорема Маркова. Центральная предельная теорема.	2	2	10	14
6	Основные понятия математической статистики. Оценки	Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Полигон, гистограмма, эмпирическая функция распределения, выборочная	6	12	12	30

	неизвестных параметров распределений. Проверка статистических гипотез	средняя и выборочная дисперсия. Методы расчета свободных характеристик выборки. Статистические оценки генеральной средней и дисперсии. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Погрешность оценки. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Определение необходимого объема выборки. Понятие о критериях согласия. Статистическая проверка гипотез. Критерии значимости, основанные на интервальных оценках (связь между уровнем значимости и коэффициентом доверия). Критерий χ^2 и его связь в распределении χ^2 . Применение критерия χ^2 в случае нормального распределения				
Итого			18	36	54	108

заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	СРС	Всего, час
1	Вероятностное пространство. Алгебра событий. Элементы логики высказываний. Основные теоремы теории вероятностей.	Предмет теории вероятностей. Пространство элементарных событий. Случайные события. Алгебра событий. Частота. Статистическое определение вероятности. Аксиоматическое определение вероятности. Основные следствия из аксиом вероятности. Дискретное вероятностное пространство. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Независимые события. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли. Наивероятнейшее число успехов в последовательности n независимых испытаний	2	-	14	16
2	Дискретные случайные величины и законы их распределения. Числовые характеристики	Дискретные случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины (ДСВ). Функция распределения ДСВ. Числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, мода, медиана, центральный и начальный моменты, квантиль, критическая точка. Биномиальный закон и закон Пуассона.	-	-	16	18
3	Непрерывные случайные величины и законы их распределения. Числовые характеристики	Закон распределения непрерывной случайной величины (НСВ). Функция распределения и плотность вероятностей. Числовые характеристики НСВ. Равномерный, показательный и нормальный законы распределения	-	-	16	16
4	Многомерные случайные величины и их свойства.	Закон больших чисел. Второе неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Теорема Маркова. Центральная предельная теорема	-	2	16	18
5	Предельные теоремы теории вероятностей	Закон больших чисел. Второе неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Теорема Маркова. Центральная предельная теорема.	-	2	16	18
6	Основные понятия математической статистики. Оценки неизвестных параметров распределений. Проверка статистических гипотез	Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Полигон, гистограмма, эмпирическая функция распределения, выборочная средняя и выборочная дисперсия. Методы расчета свободных характеристик выборки. Статистические оценки генеральной средней и дисперсии. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Погрешность оценки. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Определение необходимого объема выборки. Понятие о критериях согласия. Статистическая проверка гипотез. Критерии значимости, основанные на интервальных оценках (связь между уровнем значимости и коэффициентом доверия). Критерий χ^2 и его связь в распределении χ^2 . Применение критерия χ^2 в случае нормального распределения	2	2	16	18

5.2 Перечень лабораторных работ

Не предусмотрено учебным планом

6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В соответствии с учебным планом освоение дисциплины не предусматривает выполнение курсового проекта (работы) или контрольной работы.

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания****7.1.1 Этап текущего контроля**

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Аттестован	Не аттестован
УК-1	Знать основные научные подходы к исследуемому материалу	ИД1 _{УК-1} . Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие ИД-2 _{УК-1} . Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. ИД-3 _{УК-1} . Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки. ИД-4 _{УК-1} . Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности. ИД-5 _{УК-1} . Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Уметь работать с научной литературой, анализировать полученную информацию, выделять и систематизировать	ИД1 _{УК-1} . Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие ИД-2 _{УК-1} . Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах

	основные идеи в научных текстах; критически оценивать любую поступающую информацию, вне зависимости от источника; избегать автоматического применения стандартных формул и приемов при решении задач.	ИД-3 _{УК-1} . Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки. ИД-4 _{УК-1} . Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности. ИД-5 _{УК-1} . Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи		
	Владеть навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования; навыками выбора методов и средств решения задач исследования	ИД1 _{УК-1} . Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие ИД-2 _{УК-1} . Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. ИД-3 _{УК-1} . Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки. ИД-4 _{УК-1} . Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности. ИД-5 _{УК-1} . Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
ОПК-1	Знать основные понятия, факты, концепции, принципы теорий естественных наук, математики и информатики;	ИД-1 _{ОПК-1} Алгоритмизирует решение задач и реализует алгоритмы с использованием программных средств. ИД-2 _{ОПК-1} Применяет средства информационных технологий для поиска, хранения, обработки, анализа и представления информации.	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Уметь выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук;	ИД-1 _{ОПК-1} Алгоритмизирует решение задач и реализует алгоритмы с использованием программных средств. ИД-2 _{ОПК-1} Применяет средства информационных технологий для поиска, хранения, обработки, анализа и представления информации.	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Владеть навыками	ИД-1 _{ОПК-1} Алгоритмизирует	Выполнение работ в	Невыполнение

	работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам	решение задач и реализует алгоритмы с использованием программных средств. ИД-2 _{ОПК-1} Применяет средства информационных технологий для поиска, хранения, обработки, анализа и представления информации.	срок, предусмотренный в рабочих программах	работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
--	--	---	--	--

7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 4 семестре для очной формы обучения, 4 семестре для заочной формы обучения по двухбалльной системе:

«зачтено»

«не зачтено»

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Зачтено	Не зачтено
УК-1	Знать основные научные подходы к исследуемому материалу	Тест	Выполнение теста на 70-100%	Выполнение менее 70%
	Уметь работать с научной литературой, анализировать полученную информацию, выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах; критически оценивать любую поступающую информацию, вне зависимости от источника; избегать автоматического применения стандартных формул и приемов при решении задач.	Решение стандартных практических задач	Продemonстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	Владеть навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования; навыками выбора методов и средств решения задач исследования	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Продemonстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
ОПК-1	Знать основные понятия, факты, концепции, принципы теорий естественных наук, математики и информатики;	Тест	Выполнение теста на 70-100%	Выполнение менее 70%
	Уметь выполнять	Решение стандартных	Продemonстрирован	Задачи не решены

	стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук;	практических задач	верный ход решения в большинстве задач	
	Владеть навыками работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

7.2 Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию

Тема: Случайные величины

1. Вероятность того, что случайная величина X примет значение меньше, чем x , - это

1) Плотность распределения 2) Функция распределения

3) Мода распределения 4) Медиана распределения

2. Если функция $F(x)$ - функция распределения случайной величины X , то $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = \dots$ 1) 1 2) $+\infty$

3) 0 4) 0,5

3. Если $f(x)$ - плотность распределения случайной величины X , то

$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \dots$ 1) $+\infty$ 2) 0 3) 0,5 4) 1

4. По какой формуле вычисляется математическое ожидание дискретной случайной величины X , заданной рядом распределения?

1) $MX = p_1 + p_2 + \dots + p_n$ 2) $MX = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i$

3) $MX = \sum_{i=1}^n x_i p_i$ 4) $MX = x_1 + x_2 + \dots + x_n$

5. По какой формуле вычисляется математическое ожидание непрерывной случайной величины X , заданной плотностью распределения $f(x)$?

1) $MX = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx$ 2) $MX = \int_{-\infty}^{+\infty} x^3 f(x) dx$

3) $MX = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$ 4) $MX = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x) dx$

6. Упрощенная формула вычисления дисперсии случайной величины X имеет вид...

1) $DX = M(X^2) - 2M(X)$ 2) $DX = M(X^2) - (MX)^2$

3) $DX = M(X^2) - \sqrt{M(X)}$ 4) $DX = M(X^2) - M(X)$

7. Среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$ случайной величины X определяется по формуле...

1) $\sigma(X) = 0,5DX$ 2) $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$

3) $\sigma(X) = \frac{D(X)}{M(X)}$ 4) $\sigma(X) = D(X) - M(X)$

8. Дискретная случайная величина задана законом распределения. Тогда значение функции распределения $F(3)$ равно

x_i	1	2	4	5
p_i	0,1	0,2	0,3	0,4

1) 0,7 <input type="checkbox"/>	2) 0,2 <input type="checkbox"/>
3) 0,9 <input type="checkbox"/>	4) 0,3 <input type="checkbox"/>

9. Дискретная случайная величина задана рядом распределения. Найти $M(X)$.

x_i	-3	-1	0	1	3
p_i	0,2	0,1	0,1	0,3	0,3

1) -0,1 <input type="checkbox"/>	2) 0,1 <input type="checkbox"/>
3) 0,3 <input type="checkbox"/>	4) 0,5 <input type="checkbox"/>

10. Дискретная случайная величина задана рядом распределения. Найти $D(X)$

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,4	0,2	0,2	0,1	0,1

1) 1,33 <input type="checkbox"/>	2) 1,62 <input type="checkbox"/>
3) 1,81 <input type="checkbox"/>	4) 1,96 <input type="checkbox"/>

11. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1; \\ 1-x^2 & -1 < x \leq 0; \\ 1 & x > 0. \end{cases}$$

1) 0,5 <input type="checkbox"/>	2) 0,75 <input type="checkbox"/>
3) 1 <input type="checkbox"/>	4) 0,25 <input type="checkbox"/>

Тогда значение дифференциальной функции (плотности) распределения этой случайной величины в точке $x = -1/2$ равно...

12. Функция распределения вероятностей дискретной случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2; \\ 0,2, & 2 < x \leq 4; \\ 0,7, & 4 < x \leq 5; \\ 1, & x > 5. \end{cases}$$

1) 0,2 <input type="checkbox"/>	2) 0,9 <input type="checkbox"/>
3) 0,7 <input type="checkbox"/>	4) 0,8 <input type="checkbox"/>

Тогда Вероятность $P(3 \leq X \leq 6)$ равна...

13. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3; \\ x-3 & 3 \leq x \leq 4; \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

1) 0,2 <input type="checkbox"/>	2) 0,3 <input type="checkbox"/>
3) 0,5 <input type="checkbox"/>	4) 0,6 <input type="checkbox"/>

Чему равна вероятность события $X < 3,6$?

14. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3; \\ x-3 & 3 \leq x \leq 4; \\ 1, & x > 4. \end{cases} \text{ Найти } M(X).$$

1) 3,2 <input type="checkbox"/>	2) 3,5 <input type="checkbox"/>
3) 3,6 <input type="checkbox"/>	4) 3,8 <input type="checkbox"/>

15. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3; \\ x-3 & 3 \leq x \leq 4; \\ 1, & x > 4. \end{cases} \text{ Найти } D(X).$$

1) 1/3 <input type="checkbox"/>	2) 1/4 <input type="checkbox"/>
3) 1/6 <input type="checkbox"/>	4) 1/12 <input type="checkbox"/>

16. По какой формуле определяется математическое ожидание случайной величины X , равномерно распределенной на отрезке $[a, b]$?

1. $MX = \frac{a+b}{2}$ 2. $MX = \frac{a+b}{12}$ 3. $MX = \frac{b-a}{2}$ 4. $MX = b-a$

17. По какой формуле определяется дисперсия случайной величины X , равномерно распределенной на отрезке $[a, b]$?

1. $DX = \frac{b-a}{2}$ 2. $DX = \frac{(b-a)^2}{2}$ 3. $DX = \frac{(b-a)^2}{12}$ 4. $DX = (b-a)^2$

18. По какой формуле определяется плотность распределения $f(x)$ случайной величины X , распределенной по показательному закону, при $x \geq 0$?

- 1) $f(x) = 1 - \lambda e^{-\lambda x}$ 2) $f(x) = e^{-\lambda x}$ 3) $f(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ 4) $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$

19. По какой формуле определяется математическое ожидание MX случайной величины X , распределенной по показательному закону?

- 1) $MX = \frac{1}{\lambda^2}$ 2) $MX = \frac{1}{\lambda}$ 3) $MX = e^{-\lambda}$ 4) $MX = 1 - e^{-\lambda}$

20. По какой формуле определяется дисперсия DX случайной величины X , распределенной по показательному закону?

- 1) $DX = \frac{1}{\lambda^2}$ 2) $DX = \frac{1}{\lambda}$ 3) $DX = e^{-\lambda}$ 4) $DX = 1 - e^{-\lambda}$

21. По какой формуле определяется плотность распределения $f(x)$ случайной величины X , распределенной по нормальному закону?

- 1) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$ 2) $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

- 3) $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$ 4) $f(x) = \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

22. Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения вероятностей:

$f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-4)^2}{18}}$. Тогда математическое ожидание этой нормально распределенной случайной величины равно... 1) 18 2) 4 3) 3 4) 9

23. Если X - нормально распределенная случайная величина, у которой $\mu = 4; \sigma = 3; \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$, то вероятность неравенства $1 < X < 13$ равна...

- 1) $(\Phi(3) - \Phi(1))$ 2) $\Phi(3)$ 3) $\Phi(1)$ 4) $(\Phi(3) + \Phi(1))$ 5) $\Phi(3)$

24. Вероятность появления события A в 20 повторных независимых испытаниях, проводимых по схеме Бернулли, равна 0,7. Тогда математическое ожидание числа появлений этого события равно...

- 1) 4,2 2) 6 3) 14 4) 13,3

25. Вероятность годного изделия 0,5. Чему приближенно равна вероятность того, что в партии из 400 изделий число годных лежит в пределах от 180 до 220?

- 1) $(\Phi(1,5) + \Phi(1))$ 2) $(\Phi(2) - \Phi(1))$ 3) $\Phi(1,5)$ 4) $2\Phi(2)$ 5) $\Phi(2)$

7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач «Случайные величины»

1. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти: а) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$, $M(3X-2)$; б) функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

X	-5	-3	1	4
p	0,2	0,3	0,4	0,1

2. В билете три задачи. Вероятность правильного решения первой задачи равна 0,9; второй – 0,8; третьей – 0,7. Составить закон распределения числа правильно решенных задач в билете и вычислить математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

3. Дана функция распределения случайной величины X . Найти: а) плотность распределения вероятностей (дифференциальную функцию) $f(x)$; б) построить графики $F(x)$ и $f(x)$; в) вычислить математическое ожидание

$M(X)$, дисперсию $D(X)$, моду $M_0(X)$ и медиану $Me(X)$; г) найти вероятность $P(1 < X < 3)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0; \\ \frac{x^2}{16}, & \text{если } 0 < x \leq 4; \\ 1, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

4. Случайная величина X имеет плотность вероятности $f(x)$.

$$f(x) = \begin{cases} A \sin x, & \text{если } x \in (0; \pi); \\ 0, & \text{если } x \notin (0; \pi). \end{cases}$$

Найти: а) параметр A ; б) функцию распределения $F(x)$; в) вычислить математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$.

5. Текущая цена акции может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием 15 ден. ед. и средним квадратическим отклонением 0,2 ден. ед. Найти вероятность того, что цена акции не выше 15,3 ден. ед.

Математическая статистика

Хронометраж затрат времени на сборку узла машин у n слесарей дал следующее распределение (мин.)

а) Записать значения результатов эксперимента в виде вариационного ряда. Найти размах варьирования и разбить его на 5 интервалов. Построить гистограмму относительных частот.

б) Найти числовые характеристики выборки $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x'_i$ и

$$D_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i (x'_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (x'_i)^2 n_i - (\bar{x})^2,$$

где x'_i - середины интервалов ($x'_i = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$);

в) Определить доверительные интервалы для неизвестных математического ожидания m_x и среднего квадратического отклонения σ , отвечающие заданной доверительной вероятности $\gamma = 0,95$, в предположении, что выборка взята из нормальной генеральной совокупности;

1. Доверительный интервал для математического ожидания в случае нормального распределения

$$\bar{x} - t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} < m_x < \bar{x} + t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}, \text{ где } n - \text{объем выборки, } \bar{x} - \text{выборочное сред-}$$

нее, $s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k n_i (x'_i - \bar{x})^2}$ - исправленное среднее квадратическое отклонение выборки, γ - доверительная вероятность, значение параметра t_γ определяет-

ся из таблицы приложений по заданному уровню значимости $\alpha = 1 - \gamma$ при числе степеней свободы $k = n - 1$.

2. Доверительный интервал для среднего квадратического отклонения σ с заданной надежностью γ $s(1-q) < \sigma < s(1+q)$ при $q < 1$ и $0 < \sigma < s(1+q)$ при $q > 1$, где s - исправленное среднее квадратическое отклонение, параметр q находим из таблицы приложений.

г) Проверить гипотезу о нормальном законе распределения генеральной совокупности по критерию χ^2 при уровне значимости $\alpha = 0,05$.

Вычислить наблюдаемое значение критерия Пирсона

$$\chi^2_{\text{набл}} = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i},$$

где $n'_i = nP_i$, $P_i = \Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i)$, $z_i = \frac{x_i - \bar{x}_e}{\sigma_e}$, $z_{i+1} = \frac{x_{i+1} - \bar{x}_e}{\sigma_e}$. $\Phi(x)$ - функция Лапласа,

значения в таблице приложений. Для первого интервала левый конец устремляем в $-\infty$, для последнего интервала правый конец стремится к ∞ . По таблице (приложений) критических точек распределения $\chi^2_{\text{кр}}$, уровню значимости $\alpha = 0,05$ и числу степеней свободы $k = l - 3$, (l - число интервалов) находим $\chi^2_{\text{кр}}$. Если $\chi^2_{\text{набл}} < \chi^2_{\text{кр}}$, то гипотеза H_0 о нормальном распределении генеральной совокупности принимается, если $\chi^2_{\text{набл}} > \chi^2_{\text{кр}}$, то гипотеза отвергается.

№ вар.	Выборка																
1	17	15	23	16	19	19	13	14	11	18	16	18	15	19	16	15	12
	18	19	10	8	19	16	12	12	17	17	11	16	18	22	14	18	10
	17	15	16	20	16	18	14	12	11	11	8	20	14	13	17	10	11

7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

1. Определить вероятность повреждения энергетического блока, $q_{\text{бл}}$, представляющего собой последовательное соединение парового котла с паровой турбиной и электрическим генератором. Паровая турбина получает весь пар от парового котла. Генератор расположен на одном валу с турбиной, т.е. использует всю её мощность. Вероятности повреждения отдельных элементов блока известны и составляют: $q_k = 0,02$; $q_m = 0,01$ и $q_z = 0,001$ для котла, турбины и генератора соответственно.
2. Потребитель питается по двухцепной линии электропередачи. Вероятность повреждения и выхода из строя каждой цепи составляет $q = 0,001$. Потребитель может получить всю требуемую мощность по любой из цепей. Какова вероятность сохранения бесперебойного электропитания, P_n данного потребителя?

3. Цифровая система содержит 5 электронных блоков и выходит из строя при отказе любых двух блоков. Какова вероятность того, что цифровая система выйдет из строя по причине отказа чётных блоков (№2 и №4), если известно, что $p_1 = p_2 = 0,9$, $q_3 = q_4 = q_5 = 0,25$.

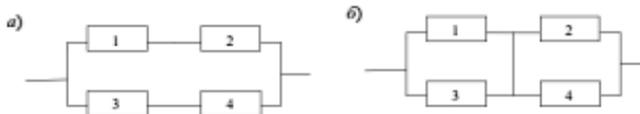
4. Пусть статистическая вероятность повреждения любой из фаз линии, $\sum P(A)$ составляет 0,001. Примем также, что если произошло повреждение одной из фаз, то повреждение любой другой фазы будет иметь статистическую вероятность 0,2, т.е. условная вероятность повреждения второй фазы при повреждении первой $P(B / A) = 0,2$. Кроме того, пусть аналогичные вероятности повреждения одной фазы при повреждении двух других $P(A / BC)$, $P(B / AC)$, $P(C / AB)$ составляют 0,5. Определить соотношения вероятностей одно-, двух-и трёхфазных коротких замыканий при условии, что авария началась с повреждения одной фазы.

5. Вероятность того, что суточный расход электроэнергии не превысит установленной нормы, равна 0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы.

6. Найти вероятность того, что 80 из 400 цифровых вольтметров не будут соответствовать классу точности, если вероятность появления такого события в каждом испытании составляет 0,2.

7. Вероятность того, что в электрических сетях произойдёт трёхфазное короткое замыкание равна 0,2. Найти вероятность того, что из 400 случаев различных видов коротких замыканий число трёхфазных коротких замыканий составит от 70 до 100 раз.

8. Вероятность безотказной работы в течение заданного времени (надёжность) каждого элемента равна 0,8. Из этих элементов составлены две системы:



Какая система надежнее? Иначе говоря, что выгоднее в системе дублировать каждый элемент отдельно или всю систему в целом?

9. Время безотказной работы некоторого узла сложного агрегата – экспоненциальная случайная величина со средним $M = 2$. Для увеличения надёжности агрегата узел дублируется – ставят параллельно несколько одинаковых, но функционирующих независимо узлов. Сколько узлов следует запараллелить, чтобы с вероятностью, не меньшей чем 0,9, по крайней мере один из них не вышел из строя за 10 часов работы?

10. Регулировка прибора занимает время от 4 до 10 минут. Регулировщику предстоит отрегулировать 50 приборов. Считая для каждого прибора равновероятными все значения времени регулировки в указанных пределах, оценить вероятность того, что регулировщик справится с работой за шесть часов.

7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету

1. Множества, операции над множествами.
2. Предмет теории вероятностей.

3. Случайные события. Алгебра событий.
 4. Относительная частота и вероятность случайного события.
 5. Классическое определение вероятности. Основные свойства вероятности.
 6. Основные формулы комбинаторики.
 7. Геометрические вероятности.
 8. Теорема сложения вероятностей. Противоположные события.
 9. Условные вероятности. Теорема умножения вероятностей.
- Независимые события.
10. Формула полной вероятности.
 11. Формула Байеса.
 12. Схема и формула Бернулли. Теоремы Пуассона и Муавра—Лапласа.
 13. Случайные величины. Закон распределения и функция распределения дискретной случайной величины.
 14. Биномиальное распределение и распределение Пуассона.
 15. Функция распределения и плотность распределения непрерывной случайной величины, их взаимосвязь и свойства.
 16. Равномерное распределение вероятностей.
 17. Показательное распределение.
 18. Нормальный закон распределения вероятностей. Нормальная кривая. Функция Лапласа. Вычисление вероятности попадания в заданный интервал нормальной случайной величины. Правило трех сигм.
 19. Числовые характеристики дискретных случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, Их свойства и примеры.
 20. Числовые характеристики непрерывных случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, Их свойства и примеры.
 21. Мода, медиана. Начальные и центральные моменты.
 22. Случайные векторы. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины.
 23. Функция распределения и плотность распределения двумерной случайной величины, их свойства. Вероятность попадания случайной точки в произвольную область.
 24. Плотность совместного распределения вероятности непрерывной двумерной случайной величины. Свойства.
 25. Независимость случайных величин. Условное распределение для дискретных случайных величин. Условная плотность распределения для непрерывных случайных величин.
 26. Числовые характеристики двумерных случайных величин: начальные и центральные моменты. Корреляционный момент и коэффициент корреляции. Коррелированность и зависимость случайных величин.
 27. Закон больших чисел. Теоремы Бернулли и Чебышева. Центральная предельная теорема Ляпунова.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

1. Основные задачи статистики.
2. Основные понятия математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд, статистический ряд.
3. Группированная выборка. Выборочная функция распределения и гистограмма.
4. Числовые характеристики статистического распределения: выборочное среднее, оценки дисперсии, начальные и центральные моменты.
5. Основные свойства статистических оценок параметров распределения: несмещенность, состоятельность, эффективность.
6. Несмещенность и состоятельность выборочного среднего как оценки математического ожидания. Смещенность выборочной дисперсии. Пример несмещенной оценки дисперсии.
7. Точечные оценки параметров распределения по выборке. Метод моментов. Метод наибольшего правдоподобия.
8. Интервальное оценивание неизвестных параметров. Доверительная вероятность и доверительный интервал.
9. Построение доверительных интервалов для оценки математического ожидания нормального распределения при известной и при неизвестной дисперсии. Доверительные интервалы для оценки среднего квадратического отклонения нормального распределения.
10. Статистическая проверка гипотез. Общие принципы проверки гипотез. Понятия статистической гипотезы, ошибок первого и второго рода, статистического критерия.
11. Проверка гипотезы о значении параметров нормального распределения. Проверка гипотезы о виде распределения.
12. Линии регрессии. Корреляционная связь.
13. Определение параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов.

7.2.5 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

Не предусмотрено учебным планом

7.2.6. Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации

Зачет проводится по тест-билетам, каждый из которых содержит 3 вопроса и 3 задачи. Каждый правильный ответ на вопрос в тесте оценивается 1 баллом, задача оценивается в 5 баллов. Максимальное количество набранных баллов – 18.

1. Оценка «Незачтено» ставится в случае, если студент набрал менее 6 баллов.

2. Оценка «Зачтено» ставится в случае, если студент набрал от 6 до 18 баллов

7.2.7 Паспорт оценочных материалов

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой	Наименование оценочного средства
-------	--	--------------------	----------------------------------

		компетенции	
1	Вероятностное пространство. Алгебра событий. Элементы логики высказываний. Основные теоремы теории вероятностей.	УК-1, ОПК-1	контрольная работа
2	Дискретные случайные величины и законы их распределения. Числовые характеристики	УК-1, ОПК-1	Тест
3	Непрерывные случайные величины и законы их распределения. Числовые характеристики	УК-1, ОПК-1	Тест
4	Многомерные случайные величины и их свойства.	УК-1, ОПК-1	Индивидуальное домашнее задание, защита
5	Предельные теоремы теории вероятностей	УК-1, ОПК-1	Тест.
6	Основные понятия математической статистики. Оценки неизвестных параметров распределений. Проверка статистических гипотез	УК-1, ОПК-1	Индивидуальное домашнее задание, защита

7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

8 УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)

8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

1. Блатов, И.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебное пособие / И.А. Блатов, О.В. Старожилова. — Электрон. Текстовые данные. – Самара: Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. – 276 с. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/75412.html>

2. Карасев В.А. Теория вероятностей и математическая статистика. Математическая статистика [Электронный ресурс]: практикум/ Карасев В.А., Лёвшина Г.Д.— Электрон. текстовые данные. — М.: Издательский Дом

МИСиС,2016.— 120 с.— Режим доступа:

<http://www.iprbookshop.ru/64203.html>.— ЭБС «IPRbooks»

3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. – М.: Академия, 2003. – 432 с.

4. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика/ В.Е. Гмурман. -М: Высш. шк., 2008.-479 с

5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике/ В.Е. Гмурман. -М: Высш. шк., 2009.-404 с.

6. Сборник задач по математике для втузов. Ч.3. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособ./ Под ред. А.В. Ефимова. М.: Наука, 1990. 428 с.

7. Дубровская А.П. Курс теории вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие/ А.П. Дубровская, Е.Г. Глушко. - Воронеж: ВГТУ, 2004. 161 с.

8. Глушко Е.Г. Теория вероятностей. Практические занятия [Электронный ресурс]: Учебное пособие/ Глушко Е.Г. - Воронеж: ВГТУ, 2017. -160.

8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Наименование программного обеспечения	Тип лицензии
OpenOffice	Свободное ПО
Microsoft Windows 7	Open License
Microsoft Office 2007	Open License
Adobe Reader	Свободное ПО

Информационные справочные системы

Наименование ИСС	Электронный адрес ресурса
Математический справочник	dict.sernam.ru
Информационная система	Math-Net.Ru
Электронная библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/
Научная электронная библиотека	http://elibrary.ru

При выполнении домашних работ, статистический анализ данных возможен с помощью пакетов прикладных программ EXCEL и STATGRAF. При этом перечень информационных технологий включает:

- сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;
- самостоятельный поиск дополнительного учебного и научного материала с использованием поисковых систем и сайтов сети Интернет, электронных энциклопедий и баз данных;
- использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем

9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Учебные аудитории, оснащенные техническими средствами, для проведения лекционных и практических занятий по теории вероятностей и математической статистике.

10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

По дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» читаются лекции, проводятся практические занятия.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков расчета обработки опытных данных. Занятия проводятся путем решения конкретных задач в аудитории.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Практическое занятие	Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоению учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие: <ul style="list-style-type: none">- работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций;- выполнение домашних заданий и расчетов;- работа над темами для самостоятельного изучения;- участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад;- подготовка к промежуточной аттестации.
Подготовка к промежуточной аттестации	Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед зачетом три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

№ п/п	Перечень вносимых изменений	Дата внесения изменений	Подпись заведующего кафедрой, ответственной за реализацию ОПОП
1.	Актуализирован список используемого программного обеспечения; перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, а также в части рекомендуемой литературы	31.08.2020 г.	
2.	Актуализирован список используемого программного обеспечения; перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, а также в части рекомендуемой литературы	31.08.2021 г.	