

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Воронежский государственный технический университет»**

**Кафедра радиоэлектронных устройств и систем**

**ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**к выполнению лабораторных работ №1-4  
для студентов специальности 11.05.01  
«Радиоэлектронные системы и комплексы»  
очной формы обучения**

**Воронеж 2023**

УДК 621.391.26(07)  
ББК 32.811.3я73

**Составители:** А. Н. Голубинский, Д. В. Журавлёв,  
Д. К. Проскурин, Р. В. Кузьменко

**Цифровая обработка сигналов:** методические указания к выполнению лабораторных работ №1-4 для студентов специальности 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы» очной формы обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: А. Н. Голубинский, Д. В. Журавлёв, Д. К. Проскурин, Р. В. Кузьменко. – Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2023. – 39 с.

В соответствии с рабочими учебными программами дисциплин приведены описания методов измерений и методик выполнения лабораторных работ, изложены теоретические сведения, лежащие в основе цифровой обработки сигналов. По каждой лабораторной работе в описание включены: цель, используемое оборудование и приборы, схема лабораторной установки, порядок подготовки и проведения работы, таблицы для экспериментальных данных, перечень положений, которые необходимо отразить в выводах, и контрольные вопросы.

Предназначены для студентов специальности 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы» очной формы обучения.

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле МУ\_ЦОС\_ЛР1-4.pdf.

Ил. 9. Табл. 10. Библиогр.: 6 назв.

**УДК 621.391.26(07)**  
**ББК 32.811.3я73**

**Рецензент** – А. В. Останков, д-р техн. наук, профессор  
кафедры радиотехники ВГТУ

*Издаётся по решению редакционно-издательского совета  
Воронежского государственного технического университета*

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Выполнение каждой лабораторной работы предусматривает несколько этапов:

1. Изучение теоретического материала по соответствующей теме.
2. Изучение описания работы.
3. Изучение описаний измерительных приборов.
4. Подготовка ответов на контрольные вопросы.

Предварительное оформление рабочего отчета; запись в тетрадь названия и цели работы, расчетных формул, изображение схемы измерений, таблиц для измеренных и вычисленных величин, координатных осей графиков и т.д.

Уточнение задания и порядка выполнения работы, выяснение у преподавателя непонятных положений теории и эксперимента.

1. Проведение эксперимента.
2. Обработка полученных экспериментальных результатов.
3. Оформление отчета о проделанной работе.
4. Защита результатов лабораторной работы.
5. Отчет о проделанной работе должен содержать:
6. Название работы.
7. Цель работы.
8. Схемы измерений.
9. Расчетные формулы.
10. Таблицы измеренных и вычисленных величин.
11. Графики экспериментальных зависимостей и осциллограммы.
12. Оценки погрешностей измерений.
13. Выводы.

Изучение теоретического материала по соответствующей теме, изучение описания работы, предварительное оформление рабочего отчета выполняются до начала лабораторного занятия на подготовительном этапе, Проведение эксперимента, обработка полученных экспериментальных результатов выполняются в учебной лаборатории. Проведение измерений осуществляется под контролем преподавателя в точном соответствии с приведенной в описании каждой работы последовательностью действий. Любые отклонения от предлагаемого порядка выполнения работы или дополнительные измерения должны быть предварительно обсуждены с преподавателем во избежание порчи приборов и поражения электрическим током. Отчеты о лабораторных работах записываются в отдельной тетради. Порядок следования отчетов в тетради должен строго соответствовать очередности выполнения работ. В

приложении приведены справочные сведения, которые могут понадобиться при выполнении лабораторных работ.

## РЕЖИМ ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ В ЛАБОРАТОРИИ

Режим безопасности на лабораторных занятиях по дисциплине “Цифровая обработка сигналов” включает:

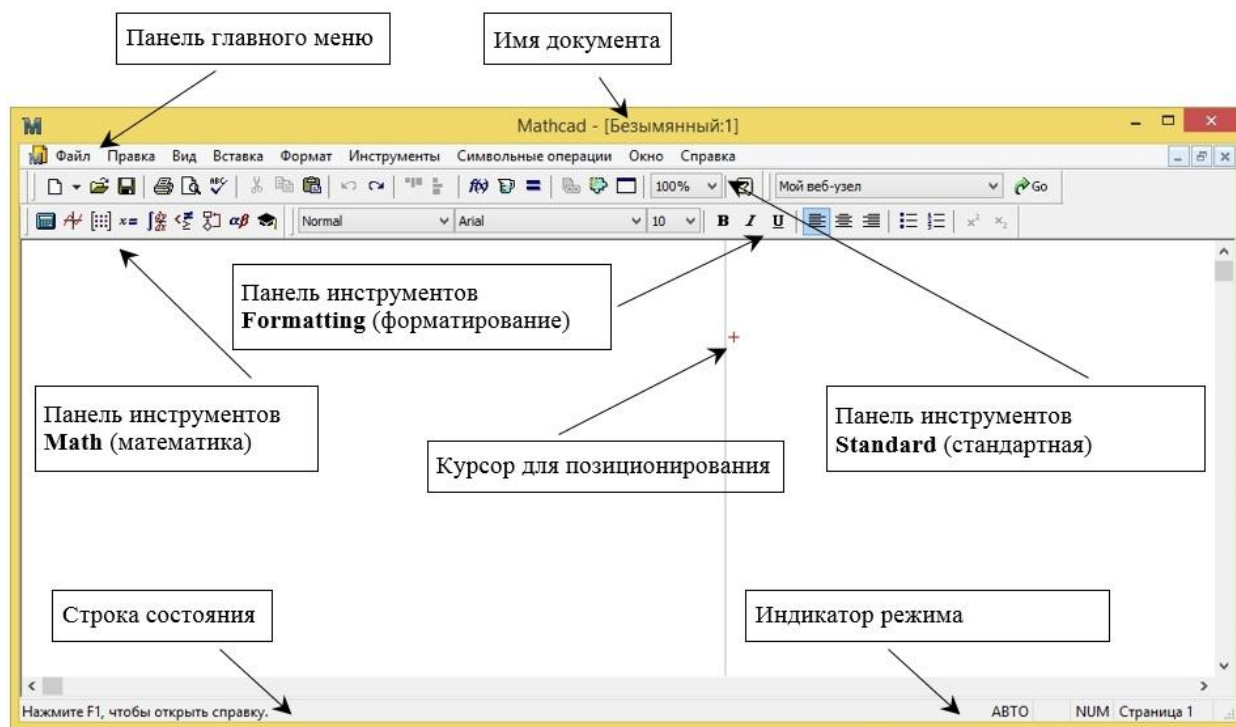
1. Изучение правил техники безопасности при обслуживании электроустановок напряжением до 1000 В и дополнительный инструктаж по электробезопасности в конкретных условиях учебной лаборатории.
2. Документальную регистрацию знаний правил техники безопасности и дополнительного инструктажа в специальном журнале.
3. Контроль со стороны преподавателя за соблюдением правил электробезопасности в процессе выполнения лабораторных работ.

## ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МАТЕМАТИЧЕСКОМ РЕДАКТОРЕ MATHCAD

MathCAD – это мощная и в то же время простая универсальная среда для решения задач в различных отраслях науки и техники, финансов и экономики, физики и астрономии, математики и статистики и т.д. MathCAD остается единственной системой, в которой описание решения математических задач задается с помощью привычных математических формул и знаков. MathCAD позволяет выполнять как численные, так и аналитические (символьные) вычисления, имеет чрезвычайно удобный математико-ориентированный интерфейс и прекрасные средства научной графики.

Запустить программу MathCAD можно одним из известных способов (эти способы можно использовать в Windows XP, Windows 7 или Windows 8): использовать ярлык программы, расположенный на *Рабочем столе*; через кнопку *Пуск*, находящуюся на *Панели задач*; с помощью *Командной строки*, указав полный путь к файлу программы; найти файл программы на компьютере и непосредственно запустить её. Мы будем использовать только два первых способа.

Для запуска программы первым способом необходимо навести курсор мыши на ярлык  MathCAD, расположенный на *Рабочем столе*, и дважды щёлкнуть левой кнопкой мыши. Это самый простой способ запуска программы. В результате указанных действий программа MathCAD запустится, и откроется *Главное окно* данной программы (рис. 1).



**Рис. 1.** Главное окно программы MathCAD

Если по каким-то причинам ярлыка для MathCAD на *Рабочем столе* нет, то можно воспользоваться вторым способом. Для этого опустите указатель мыши в левый нижний угол экрана и щёлкните левой кнопкой мыши по кнопке *Пуск*. В открывшемся главном меню Windows выберите пункт *Все программы* (т.е. наведите курсор мыши на пункт *Все программы*), затем щёлкните левой кнопкой мыши пункт *MathSoft*, а затем *MathCAD*. В результате указанных действий программа MathCAD запустится, и откроется *Главное окно* данной программы (рис. 1). *Главное окно* (или интерфейс пользователя) состоит из нескольких основных элементов, которые представлены на рис. 1. Рассмотрим основные из этих элементов, которые мы дальше будем использовать наиболее часто. С другими элементами более подробно можно ознакомиться в [3].

Панель главного меню содержит команды, с помощью которых вы можете создавать, редактировать документ, обеспечивая высокое качество оформления, требуемое при выводе на печать, управлять режимом вычислений и параметрами среды. Назначение пунктов меню дается в табл. 1. Так как панель главного меню, стандартная панель и панель форматирования содержат кнопки, назначение которых одинаково для любого Windows-приложения, то подробно рассмотрим только третью панель *Математика*.

Таблица 1

## Структура главного меню

| Пункт меню                      | Назначение                                                                                                          |
|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Файл (File)                     | Команды для открытия, сохранения и вывода на печать файлов                                                          |
| Правка (Edit)                   | Команды редактирования документа                                                                                    |
| Формат (Format)                 | Команды задания различных параметров, определяющих внешнее представление чисел, формул, текста, колонтитулов и т.д. |
| Вставка (Insert)                | Команды вставки в MathCAD-документ графиков, матриц, функций и др. объектов                                         |
| Вид (View)                      | Команды управления элементами экрана (панели инструментов, строка состояния и пр.)                                  |
| Инструменты (Instruments)       | Команды управления режимом вычислений, изменения параметров вычислений                                              |
| Символьные операции (Symbolics) | Команды символьных вычислений                                                                                       |
| Окно (Window)                   | Команды работы с окнами                                                                                             |
| Справка (Help)                  | Команды, обеспечивающие доступ к справочным средствам                                                               |

Панель инструментов *Математика (Math)* содержит кнопки для отображения ряда панелей инструментов, которые используются для ввода формул, построения графиков, задания символьных операций. Общая характеристика кнопок панели дана в табл. 2.

Таблица 2

## Панель инструментов Математика

| Пиктограмма                                                                         | Отображаемая панель      | Назначение панели                                                                                        |
|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | Калькулятор (Calculator) | Ввод арифметических операций, некоторых часто используемых функций, операторов присваивания и результата |
|  | Булева алгебра (Boolean) | Ввод логических операторов и операторов сравнения                                                        |
|  | Исчисления (Evaluation)  | Ввод операторов локального и глобального присваивания и оператора результата                             |
|  | График (Graph)           | Построение двух- и трехмерных графиков                                                                   |

| Пиктограмма                                                                        | Отображаемая панель            | Назначение панели                                                                 |
|------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
|   | Вектор и матрицы (Matrix)      | Ввод векторов и матриц и операторов их обработки                                  |
|   | Вычисление (Calculus)          | Ввод операторов вычисления производных, интегралов, сумм, произведений и пределов |
|   | Греческий алфавит (Greek)      | Ввод греческих букв                                                               |
|   | Символы (Symbolic)             | Задание ключевых слов для выполнения символьных вычислений                        |
|  | Программирование (Programming) | Вставка операторов программирования                                               |

MathCAD - документ представляет собой совокупность областей типа: *Формула, График, Текст*. Каждая область имеет форму прямоугольника и может размещаться в любом месте рабочего листа. Для позиционирования областей используется курсор (красного цвета), имеющий крестообразную форму (см. рис. 1). В текстовой области курсор имеет форму вертикальной черты красного цвета, а в области типа формула и график - форму уголка синего цвета, называемый следом курсора формул. Перемещение курсора выполняется с помощью клавиш управления курсором или перемещением указателя мыши с последующим однократным щелчком ее левой кнопки. Область, которая является активной или текущей (создается, редактируется), выделяется прямоугольной рамкой. Рамка исчезает, как только курсор выводится из области.

Выражения в MathCAD представляют собой совокупность имен переменных, чисел, функций, соединенных знаками арифметических и/или логических операторов. Скобки в записи выражения позволяют изменить принятый по умолчанию порядок выполнения действий, а также служат для указания аргументов функций.

К основным элементам математических выражений MathCAD относятся *типы данных, операторы, функции*.

*Операторы* – элементы MathCAD, с помощью которых можно создавать математические выражения. К ним, например, относятся символы

арифметических операций, знаки вычисления сумм, произведений, производной и интеграла и т.д. Оператор определяет: 1) действие, которое должно выполняться при наличии тех или иных значений операндов; 2) сколько, где и какие операнды должны быть введены в оператор.

К *типам данных* относятся числовые константы, обычные и системные переменные, массивы (векторы и матрицы) и данные файлового типа. *Константами* называют поименованные объекты, хранящие некоторые значения, которые не могут быть изменены. *Переменные* являются поименованными объектами, имеющими некоторое значение, которое может изменяться по ходу выполнения программы. Тип переменной определяется ее значением; переменные могут быть числовыми, строковыми, символьными и т. д. Обычные переменные отличаются от системных тем, что они должны быть предварительно определены пользователем, т. е. им необходимо хотя бы однажды присвоить значение. В качестве оператора присваивания используется знак «:=», тогда как знак «=» отведен для вывода значения константы или переменной.

*Дискретные аргументы* – особый класс переменных, имеющие ряд фиксированных значений, либо целочисленных ( $a:=1..N$ ), либо в виде чисел с определенным шагом, меняющихся от начального значения до конечного ( $a:=0.1,0.2..N$ ).

*Массив* – имеющая уникальное имя совокупность конечного числа числовых или символьных элементов, упорядоченных некоторым образом и имеющих определенные адреса. В пакете MathCAD используются массивы двух наиболее распространенных типов: одномерные (векторы) и двумерные (матрицы). Порядковый номер элемента, который является его адресом, называется индексом. *Индексы* могут иметь только целочисленные значения. Они могут начинаться с нуля или единицы, в соответствии со значением системной переменной.

*Функция* – выражение, согласно которому проводятся некоторые вычисления с аргументами и определяется его числовое значение. Следует особо отметить разницу между аргументами и параметрами функции. Переменные, указанные в скобках после имени функции, являются ее аргументами и заменяются при вычислении функции значениями из скобок. Переменные в правой части определения функции, не указанные в скобках в левой части, являются параметрами и должны задаваться до определения функции.

Ввод функции может быть выполнен с помощью алфавитно-цифровой клавиатуры, или по нажатию соответствующей кнопки панели инструментов *Калькулятор*, или нажатием двух клавиш *Ctrl+E*, или с помощью мастера функций (выводится полный список функций, объединенных по категориям). Последний режим ввода активизируется по команде вставки функции в документ (*Вставка, Функция*), когда выбор требуемой функции осуществляется в диалоговом окне.



В системе MathCAD предусмотрена возможность вставки в документ *графиков* различного типа. Полный их список можно узнать из подменю команды *Вставка, График*. Вывести шаблон двумерного графика в декартовой системе координат можно любым из следующих способов: 1) выбором из меню команды (*Вставка, График*); 2) нажатием кнопки панели инструментов  - *График* (*Graph*); 3) нажатием двух клавиш *Shift+2* (символ @).

Большинство параметров графического процессора, необходимых для построения графиков, по умолчанию задаются автоматически. Поэтому для начального построения графика достаточно выбрать его тип. Графики могут иметь различные размеры и перемещаться в окне редактирования документа так же, как и любая другая область MathCAD-документа.

*Текстовые* фрагменты представляют собой куски текста, которые пользователь хотел бы видеть в своем документе: текстовая область предназначена для небольших кусков текста - подписей, комментариев и т. п. Вставляется с помощью команды *Вставка, Регион текста* или комбинации клавиш *Shift + "* (двойная кавычка).

Для того чтобы узнать, какое значение принимает выражение, используется оператор результата = («чему равно»). Нажать клавишу = можно при любом положении курсора в блоке формула. Если установлен автоматический режим вычислений (об этом можно узнать по индикатору *AUTO* в строке состояния), то сразу будет выдан результат вычислений. В случае ручного режима вычислений следует нажать клавишу F9 для пересчета выражения (на это указывает индикатор *Calc F9* в строке состояния). Изменить режим вычислений можно в подменю *Инструменты, Вычислить* и последующим выбором требуемого пункта меню (*Automatic Calculation* (автоматический режим), *Calculate* (ручной)).

Более подробно со всеми возможностями математической системы MathCAD мы будем знакомиться по мере использования ее в лабораторных работах.

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1**

### **СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ (ЧАСТЬ 1)**

Цель работы: приобретение практических навыков дискретизации аналоговых сигналов, исследование амплитудных спектров полученных дискретных сигналов, исследование влияния интервала дискретизации сигнала на его амплитудный спектр.

Используемые приборы и оборудование

1. Измерительный комплекс на основе IBM PC.
2. Программа математических вычислений MathCad.

Подготовка к выполнению работы

1. Ознакомиться с описанием лабораторной работы, используемых приборов и программ.
2. Изучить теоретический материал по теме лабораторной работы.
3. Подготовить рабочий отчет, который должен содержать: название и цель лабораторной работы, формулы для расчета интервала дискретизации, коэффициентов дискретного преобразования Фурье и амплитудного спектра дискретного сигнала, алгоритм быстрого преобразования Фурье, координатные оси графиков.

## 1.1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

### 1.1.1. ДИСКРЕТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИГНАЛОВ

Под *дискретным* понимается представление *непрерывного (аналогового)* сигнала  $x(t)$ , заданного на интервале  $[0; T]$  совокупностью координат  $c_0, c_1, \dots, c_{N-1}$ . В самом общем случае *процессы представления и восстановления* описываются выражениями

$$(c_0, c_1, \dots, c_{N-1}) = \mathbf{A}[x(t)], \quad (1.1)$$

$$\tilde{x}(t) = \mathbf{A}'[(c_0, c_1, \dots, c_{N-1})], \quad (1.2)$$

где  $\mathbf{A}$  – оператор дискретного представления;  $\mathbf{A}'$  – оператор восстановления.

Операторы  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{A}'$  могут быть как линейными, так и нелинейными. При этом операции представления и восстановления описываются выражениями:

$$c_i = \int_0^T x(t) \psi_i(t) dt, \quad i = \overline{0; N-1}, \quad (1.3)$$

$$\tilde{x}(t) = \sum_{i=0}^{N-1} c_i \phi_i(t), \quad (1.4)$$

где  $\psi_i(t)$  и  $\phi_i(t)$  – *весовые и базисные (координатные) функции*.

В зависимости от системы используемых весовых функций  $\psi_i(t)$ ,  $i = \overline{0; N-1}$ , различают *дискретное временное* представление, *дискретное обобщенное* представление и *дискретное разностное* представление.

При *дискретном временном* представлении используется система весовых функций

$$\psi_i(t) = \delta(t - t_i), \quad i = \overline{0; N-1}, \quad (1.5)$$

где  $\delta(t - t_i)$  – это дельта-функция. При этом из (1.3) получаем  $c_i = x(t_i)$ , т.е. координаты  $c_i$  совпадают с мгновенными значениями (отсчетами) непрерывной функции  $x(t)$  в дискретные моменты времени  $t_i$ .

Представление называется *регулярным*, если *шаг дискретизации*

$$\Delta t \equiv \Delta = t_i - t_{i-1}$$

является *постоянным*. В противном случае оно называется *адаптивным*.

Основными вопросами при представлении сообщений регулярными отсчетами являются: выбор *частоты дискретизации*

$$f_d = 1 / \Delta$$

и базисных функций  $\varphi_i(t)$ . При этом важно найти такую минимально возможную  $f_d$ , при которой еще имеется принципиальная возможность восстановления из дискретного сигнала аналогового.

Для модели сигналов с ограниченным спектром решение указанных задач содержится в *теореме Котельникова*.

*Теорема Котельникова* гласит, что любую непрерывную функцию со спектром, ограниченным полосой частот от 0 до  $f_{\max}$ , можно определить последовательностью его мгновенных значений, взятых через интервалы

$$\Delta = 1 / (2 f_{\max}), \quad (1.6)$$

здесь обозначено  $f_{\max} = f_v$  – *максимальная или верхняя частота в спектре сигнала*.

Восстановление аналогового сигнала из дискретного осуществляется по формуле:

$$x(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(i \Delta) \frac{\sin[2\pi f_{\max}(t - i \Delta)]}{2\pi f_{\max}(t - i \Delta)}. \quad (1.7)$$

Это выражение носит название *ряда Котельникова*. Таким образом

$$f_d = 2 f_{\max}, \quad (1.8)$$

$$а \varphi_i(t) = \frac{\sin[2\pi f_{\max}(t-i\Delta)]}{2\pi f_{\max}(t-i\Delta)}.$$

Причем  $\varphi_i(t)$  образуют ортогональную на бесконечном интервале систему функций. Следует отметить, что любую функцию  $\varphi_i(t)$  можно получить на выходе идеального фильтра нижних частот, если подать на его вход сигнал  $\delta(t-i\Delta)$ . Т.е. восстановление непрерывного сигнала осуществляется подачей на вход идеального фильтра нижних частот с частотой среза  $f_{\max}$  последовательности  $\delta(t-i\Delta)$ ,  $i = \dots, -1, 0, 1, \dots$ , с последующим умножением на коэффициенты  $x(i\Delta)$ . Однако, ни сигнал в виде дельта-функции, ни идеальный НЧ фильтр физически не реализуемы. Поэтому, на практике, вместо дельта-функций используют короткие импульсы, а вместо идеального фильтра нижних частот – обычный ФНЧ, что приводит к *погрешности восстановления*.

Теорема Котельникова дает предельные соотношения для идеализированных условий, среди которых можно отметить ограниченность спектра по частоте и бесконечное время наблюдения. Все реальные сигналы конечны по времени и имеют неограниченный по частоте спектр, что тоже приводит к погрешности восстановления. Однако на практике спектр сигнала так или иначе ограничивается. Например, при передаче непрерывного сигнала его спектр  $S(f)$  целесообразно ограничить частотой  $f_{\max}$ , при которой  $S(f) < N(f)$ , где  $N(f)$  – спектр мощности шума на входе канала, причем  $f_d$  выбирают таким образом

$$f_d \approx 2\lambda f_{\max}, \quad (1.9)$$

где  $\lambda = 1,25 \dots 2,5$  – некоторый коэффициент.

Ограничение спектра сигнала частотой  $f_{\max}$  с помощью фильтра приводит к *ошибке дискретизации*, приведенный средний квадрат которой определяется из соотношения

$$\sigma_f^2 = \left( \int_{f_{\max}}^{\infty} S(f) df \right) / \left( \int_0^{\infty} S(f) df \right), \quad (1.10)$$

т.е. равен отношению мощности отброшенной части спектра к средней мощности исходного сигнала.

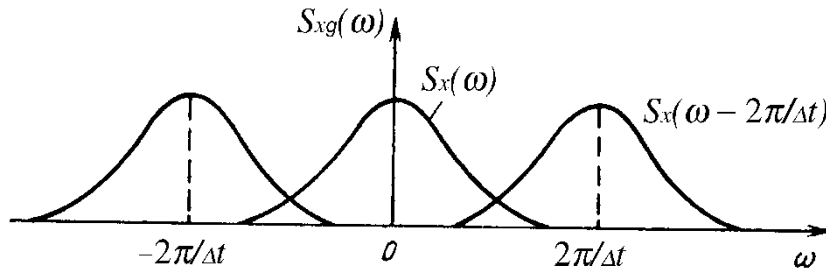
При отсутствии предварительной фильтрации *ошибка дискретизации* возрастает. Пусть  $S_x(\omega)$  – спектральная плотность сигнала  $x(t)$ . Тогда спектральная плотность дискретизированного сигнала

$$x_d(t) = \int_0^T x(t) \cdot \delta(t - t_i) dt = x(t_i) = x(i \cdot \Delta) = x_i$$

имеет вид:

$$S_{x_d}(\omega) = \frac{1}{\Delta} \sum_{i=-\infty}^{\infty} S_x\left(\omega - \frac{2\pi i}{\Delta}\right), \quad (1.11)$$

т.е. она представляет собой с точностью до несущественного множителя  $1/\Delta$  сумму бесконечного числа «копий» спектра исходного сигнала (рис.1.1). Эти «копии» располагаются на оси частот через одинаковые промежутки равные  $2\pi/\Delta = 2\pi f_d = \omega_d$ . Таким образом, при отсутствии предварительной фильтрации *ошибка дискретизации* возрастает вследствие искажения спектра, обусловленного наложением «копий» спектра исходного сигнала.



**Рис. 1.1.** Спектральная плотность дискретизированного сигнала

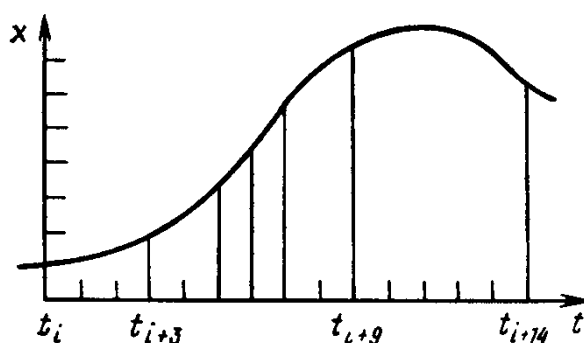
Другими словами, спектр дискретного сигнала есть бесконечная сумма копий спектров аналогового сигнала, сдвинутых друг относительно друга на частоту дискретизации  $\omega_d$ .

При восстановлении сигнала с помощью идеального фильтра нижних частот с полосой пропускания  $-\pi/\Delta \leq \omega \leq \pi/\Delta$  возникает ошибка (погрешность восстановления), относительный квадрат которой определяется как

$$\delta^2 = \frac{\int_{|\omega| > \pi/\Delta} |S_x(\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |S_x(\omega)|^2 d\omega} + \frac{\int_{-\pi/\Delta}^{\pi/\Delta} \sum_{i=-\infty, i \neq 0}^{\infty} |S_x(\omega - 2\pi i/\Delta)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |S_x(\omega)|^2 d\omega} \approx 2\delta_f^2. \quad (1.12)$$

Следовательно, предварительная фильтрация исходного аналогового сигнала для ограничения его спектра является целесообразной.

При *адаптивной* дискретизации непрерывных сигналов координатами являются мгновенные значения непрерывного сигнала в некоторых точках, неравноотстоящих друг от друга (рис. 1.2).



**Рис. 1.2.** Временная зависимость сигнала при адаптивной дискретизации

На интервалах, где непрерывный сигнал меняется в больших пределах, отсчеты берутся чаще, а на интервалах медленного изменения – реже. Для представления сигнала стараются использовать как можно меньшее число отсчетов, но достаточное для восстановления с заданной погрешностью. Отсчеты, позволяющие восстановить непрерывный сигнал с заданной точностью, называют *существенными*.

При адаптивной дискретизации отсчеты появляются в случайные моменты времени. В связи с этим, для восстановления непрерывного сигнала по этим отсчетам, необходимо знать к каким тактовым моментам относятся те или другие отсчеты. Поэтому отсчеты приходится снабжать дополнительной или служебной информацией, например, значением тактовых моментов существенных отсчетов.

Адаптивные способы дискретизации широко применяются при отсутствии априорной (до приема) информации о корреляционной функции или спектральной плотности мощности непрерывных сообщений.

При *обобщенном дискретном* представлении процесс дискретизации непрерывного сигнала заключается в следующем: интервал существования сигнала  $[0; T]$  разбивают на подинтервалы длительностью  $T_j$ ,  $j = 1, 2, \dots$ . В результате обработки сигнала в соответствии с формулой (1.3) в конце каждого  $j$ -го подинтервала находятся координаты  $c_0, c_1, \dots, c_{N_j}$ . Для регулярной обобщенной дискретизации значения  $T_j$  и  $N_j$  не зависят от индекса  $j$ .

При *дискретном разностном* представлении в качестве весовых функций используют линейные комбинации дельта-функций.

$$\psi_i(t) = \sum_{k=0}^L (-1)^k C_L^k \delta(t - t_i + k \Delta), \quad L = 1, 2, \dots, \quad (1.13)$$

где  $C_L^k = \frac{L!}{k!(L-k)!}$  – число сочетаний из  $L$  по  $k$ . При этом координатами  $c_i$ ,  $i = \overline{0; N-1}$ , являются конечные разности  $L$ -го порядка

$$\Delta^L x(t_i) = \sum_{k=0}^L (-1)^k C_L^k x(t_i - k \Delta). \quad (1.14)$$

Например, при  $L=1$  имеем  $\psi_i(t) = \delta(t - t_i) - \delta(t - t_{i-1})$ , а  $c_i = \Delta x(t_i) = x(t_i) - x(t_{i-1})$ .

### 1.1.2. ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ

Дискретные сигналы получили широкое распространение еще в 40-х годах при создании систем с импульсной модуляцией. Импульсный модулятор – это устройство с двумя входами, на один из которых подается аналоговый сигнал, а на второй поступают короткие синхронизирующие импульсы с интервалом повторения  $\Delta$ . При этом в момент поступления синхроимпульса происходит измерение мгновенного значения сигнала  $x(t)$ . На выходе модулятора возникает последовательность импульсов, каждый из которых имеет площадь, пропорциональную соответствующему отсчетному значению аналогового сигнала (рис. 1.3).

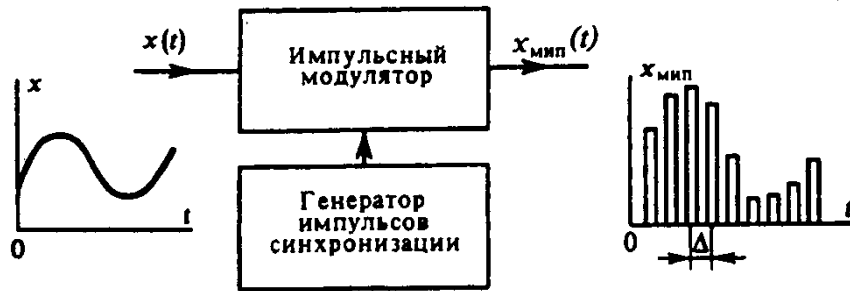


Рис. 1.3. Структурная схема импульсного модулятора

Сигнал  $x_{\text{мип}}(t)$  на выходе импульсного модулятора называют *модулированной импульсной последовательностью (МИП)*. Математически МИП записывается так (МИП – это физическая модель дискретного сигнала):

$$x_{\text{МИП}}(t) = \Delta \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k \delta(t - k \Delta), \quad x_k = x(k \Delta), \quad (1.15)$$

а спектральная плотность МИП выражается через спектральную плотность аналогового сигнала следующим образом

$$S_{\text{МИП}}(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} S_x\left(\omega - \frac{2\pi k}{\Delta}\right). \quad (1.16)$$

Модель дискретного сигнала вида (1.15), предполагает, что отсчетные значения аналогового сигнала могут быть получены в неограниченном числе точек на оси времени. Практически же обработка всегда ведется на конечном интервале времени.

Изучим особенности спектрального представления дискретного сигнала, заданного на интервале  $[0; T]$  своими отсчетами  $x_0, x_1, \dots, x_{N-1}$ . Полное число отсчетов  $N = T / \Delta$ .

Методика изучения таких дискретных сигналов состоит в том, что полученная выборка отсчетных значений мысленно повторяется бесконечное число раз. Сопоставив такому сигналу математическую модель, можно воспользоваться разложением в ряд Фурье и найти соответствующие амплитудные коэффициенты. Совокупность этих коэффициентов образует спектр дискретного периодического сигнала.

Запишем модель сигнала в виде последовательности дельта-импульсов:

$$x_{\text{МИП}}(t) = \Delta \sum_{k=0}^{N-1} x_k \delta(t - k \Delta). \quad (1.17)$$

Разложим сигнал  $x_{\text{МИП}}(t)$  в ряд Фурье

$$x_{\text{МИП}}(t) = \Delta \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp(j 2\pi n t / T), \quad (1.18)$$

где

$$\begin{aligned} C_n &= \frac{1}{T \Delta} \int_0^T x_{\text{МИП}}(t) \exp(-j 2\pi n t / T) dt = \frac{1}{N \Delta} \int_0^{N \Delta} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \delta(t - k \Delta) \exp(-j 2\pi n t / N \Delta) dt = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \int_0^N \delta(\xi - k) \exp(-j 2\pi n \xi / N) d\xi, \end{aligned} \quad (1.19)$$

здесь замена переменных  $\xi = t / \Delta$ . Окончательно получаем

$$C_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \exp(-j 2\pi n k / N). \quad (1.20)$$



Эта формула определяет последовательность коэффициентов, образующих *дискретное преобразование Фурье (ДПФ)* рассматриваемого сигнала.

ДПФ применяется для вычисления спектров функций, заданных таблицами или графиками, обработки экспериментальных данных, нахождения сигнала на выходе дискретного фильтра и т.д.

Для вычисления дискретных отсчетов  $x_k$  по имеющимся коэффициентам ДПФ существует следующая формула:

$$x_k = \sum_{n=0}^{N-1} C_n e^{j2\pi k n/N}. \quad (1.21)$$

Эта формула носит название обратного дискретного преобразования Фурье (ОДПФ).

## 1.2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Подготовка к расчетам и измерениям.

1.1. На электронном диске D:\ выберите программу “Спектральный анализ дискретных сигналов.mcd” (далее – программа) и запустите ее нажатием клавиши “ENTER”. Подождите появления на экране запущенной программы в MathCad.

2. Исследование амплитудных спектров дискретного сигнала, при разных интервалах дискретизации.

2.1. Получите у преподавателя вариант задания из табл. 1.1.

Таблица 1.1

| № варианта | $f_0$ , Гц | $\tau_n$ , с |
|------------|------------|--------------|
| 1          | 7000       | 0,000225     |
| 2          | 10000      | 0,00013      |
| 3          | 8000       | 0,000125     |
| 4          | 6000       | 0,000167     |

2.2. Дискретизируйте сигнал в виде радиоимпульса (1.22), ограничив наибольшую частоту в спектре аналогового сигнала некоторой верхней частотой  $f_B = 5 \cdot f_0$ , т.е.  $f \in [0; f_B]$ .

$$x(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_n}\right) \cos(2\pi f_0 t), \quad (1.22)$$

где

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & x < 0; x > 1. \end{cases} \quad (1.23)$$

Количество отсчетов при дискретизации аналогового сигнала возьмите:  $N = 1024$ .

2.3. Запишите полученный дискретный сигнал в виде:

$$x_k = x(t_k) = x(k \Delta), \quad k = \overline{0; N-1}. \quad (1.24)$$

Дискретные интервалы времени:

$$t_k = k \cdot \Delta. \quad (1.25)$$

2.4. Измените в тексте программы вид тестовой функции на функцию (1.22), после её дискретизации по времени используя соотношение (1.25).

2.5. Проведите дискретизацию сигнала по теореме Котельникова, взяв шаг дискретизации:

$$\Delta_1 = \frac{1}{2 f_b}.$$

2.6. Запустите расчёт в программе клавишей F9.

2.7. Зарисуйте спектр, полученный на основе быстрого преобразования Фурье, рассчитанный и построенный в программе.

2.8. Проведите дискретизацию сигнала, взяв шаг дискретизации не по теореме Котельникова:

$$\Delta_2 = \frac{1}{f_b}.$$

2.9. Повторите пункты 2.6, 2.7 для шага дискретизации  $\Delta_2$ .

3. Рассчитайте ошибку дискретизации по формуле (1.10), при разных интервалах дискретизации  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ .

4. Анализ результатов измерений.

4.1. Запишите выводы по работе. Выводы должны содержать:

а) сравнение амплитудных спектров дискретизированного сигнала (1.24), при разных интервалах дискретизации  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ ;

б) сравнительный анализ ошибки дискретизации, и влияния выбора  $f_b$  на нее.

### Контрольные вопросы

1. Регулярное и адаптивное дискретное временное представление сигналов.
2. Дискретное временное, дискретное обобщенное и дискретное разностное представление сигналов.
3. Восстановление сигналов по теореме Котельникова.
4. Выбор времени дискретизации сигнала.
5. Выбор частоты дискретизации сигнала.
6. Определение верхней частоты в спектре сигнала.
7. Какие существуют типы данных в вычислительной системе MathCad?
8. Чем отличаются обычные переменные от системных в MathCad?

## **2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2 СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ (ЧАСТЬ 2)**

Цель работы: приобретение практических навыков дискретизации аналоговых сигналов, исследование амплитудных спектров дискретного сигнала, передающего информацию в виде слова, при разных интервалах дискретизации.

Используемые приборы и оборудование

1. Измерительный комплекс на основе IBM PC.
2. Программа математических вычислений MathCad.

Подготовка к выполнению работы

1. Ознакомиться с описанием лабораторной работы, используемых приборов и программ.
2. Изучить теоретический и ранее полученный практический материал по теме лабораторной работы №1.
3. Подготовить рабочий отчет, который должен содержать: название и цель лабораторной работы, координатные оси графиков.

### **2.1. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ**

1. Подготовка к расчетам и измерениям.

1.1. На электронном диске D:\ выберите программу “Спектральный анализ дискретных сигналов.mcd” (далее – программа) и запустите ее нажатием клавиши “ENTER”. Подождите появления на экране запущенной программы в MathCad.

1. Исследование амплитудных спектров дискретного сигнала, передающего информацию в виде слова, при разных интервалах дискретизации.

1.1. Получите у преподавателя вариант задания из табл. 2.1.

Таблица 2.1

| № варианта | Слово |
|------------|-------|
| 1          | МЫ    |
| 2          | ОК    |
| 3          | ТЫ    |
| 4          | ОН    |

1.2. Сопоставьте каждой букве слова номер позиции в русском алфавите, исключив из алфавита буквы “Ё”, “Й” (например, буква “Я” – номер позиции 31).

1.3. Переведите номер позиции каждой буквы из десятичной в двоичную систему исчисления. Например, для буквы “Я”:  $31_{10} = 11111_2$ .

1.4. Соедините последовательно номера позиций каждой из двух букв в двоичной системе исчисления, получив, таким образом, десятиразрядное число в двоичной системе исчисления.

1.5. Информацию о слове (в виде десятиразрядного числа в двоичной системе исчисления) будем передавать с помощью радиоимпульсов следующим образом: радиоимпульсы будут присутствовать, если передается “1”, а отсутствовать, когда передается “0”. Причем символ каждого разряда отделяется (при передаче радиоимпульсом) от предыдущего временной задержкой  $(m-1) \cdot \tau_{\text{и}}$ , где  $m$  – номер позиции разряда. Например, для слова “ЯР” необходимо передать радиоимпульсами десятиразрядное число в двоичной системе: 1111110000, итоговый сигнал будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 x_{\text{ЯР}}(t) = x_{1111110000}(t) = & \left[ 1 \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_{\text{и}}}\right) + 1 \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_{\text{и}}} - 1\right) + 1 \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_{\text{и}}} - 2\right) + \right. \\
 & + 1 \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_{\text{и}}} - 3\right) + 1 \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_{\text{и}}} - 4\right) + 1 \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_{\text{и}}} - 5\right) + 0 \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_{\text{и}}} - 6\right) + \\
 & \left. + 0 \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_{\text{и}}} - 7\right) + 0 \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_{\text{и}}} - 8\right) + 0 \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_{\text{и}}} - 9\right) \right] \cos(2\pi f_0 t). \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

Исключив в (2.1) члены равные нулю, получим сигнал, который необходимо передать в следующем виде:

$$x_{\text{ЯР}}(t) = x_{1111110000}(t) = \left[ \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_{\text{и}}}\right) + \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_{\text{и}}} - 1\right) + \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_{\text{и}}} - 2\right) + \right. \\ \left. + \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_{\text{и}}} - 3\right) + \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_{\text{и}}} - 4\right) + \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_{\text{и}}} - 5\right) \right] \cos(2\pi f_0 t). \quad (2.2)$$

1.6. Дискретизируйте сигнал, полученный для вашего варианта, ограничив наибольшую частоту в спектре аналогового сигнала некоторой верхней частотой  $f_{\text{в}} = 5 \cdot f_0$ , т.е.  $f \in [0; f_{\text{в}}]$ . Количество отсчетов при дискретизации аналогового сигнала возьмите:  $N = 1024$ .

1.7. Запишите полученный дискретный сигнал в виде:

$$x_k = x(t_k) = x(k \Delta), \quad k = \overline{0; N-1}. \quad (2.3)$$

1.8. Измените в тексте программы вид тестовой функции на функцию аналитической записи сигнала, полученного для вашего варианта, после её дискретизации по времени используя соотношение ( $t_k = k \cdot \Delta$ ).

1.9. Проведите дискретизацию сигнала по теореме Котельникова, взяв шаг дискретизации:

$$\Delta_1 = \frac{1}{2f_{\text{в}}}.$$

1.10. Запустите расчет в программе клавишей F9.

1.11. Зарисуйте спектр, полученный на основе быстрого преобразования Фурье, рассчитанный и построенный в программе.

1.12. Проведите дискретизацию сигнала, взяв шаг дискретизации не по теореме Котельникова:

$$\Delta_2 = \frac{1}{f_{\text{в}}}.$$

1.13. Повторите пункты 1.10, 1.11 для шага дискретизации  $\Delta_2$ .

2. Анализ результатов измерений.

2.1. Запишите выводы по работе. Выводы должны содержать:

а) сравнение амплитудных спектров дискретизированного сигнала, при разных интервалах дискретизации  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ ;

б) анализ огибающей спектров дискретных сигналов, исследуемых в данной работе и спектров сигналов в лабораторной работе №1 (при одинаковом шаге дискретизации  $\Delta_1$ ).

*Дополнительное задание:*

3. Исследование амплитудных спектров дискретного сигнала, передающего информацию в виде слов, разной длительности.

3.1. Сравнение амплитудных спектров дискретизированного сигнала для слов «О», «ОН», «ОНО» и «ОДНО».

3.2. Сделайте анализ и запишите выводы. Посмотрите как изменятся спектры сигналов при изменении шага дискретизации  $\Delta_1$  на  $\Delta_2$ .

Контрольные вопросы

1. Теорема Котельникова. Восстановление сигналов по теореме Котельникова.
2. Модулированная импульсная последовательность.
3. Спектр модулированной импульсной последовательности.
4. Дискретное преобразование Фурье.
5. Обратное дискретное преобразование Фурье.
6. Свойства дискретного преобразования Фурье.
7. Быстрое преобразование Фурье. Выигрыш БПФ относительно ДПФ.
8. Какие массивы используются в пакете MathCad?
9. Как задать диапазон изменения переменной с определенным шагом?

### **3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3 ИССЛЕДОВАНИЕ ЦИФРОВОЙ МОДУЛЯЦИИ СИГНАЛОВ (ЧАСТЬ 1)**

Цель работы: исследование различных видов цифровой модуляции и спектров модулированных сигналов, приобретение практических навыков построения амплитудно-модулированных сигналов.

Используемые приборы и оборудование

1. Измерительный комплекс на основе IBM PC.
2. Программа математических вычислений MathCad.

Подготовка к выполнению работы

1. Ознакомиться с описанием лабораторной работы, используемых приборов и программ.
2. Изучить теоретический материал по теме лабораторной работы.
3. Подготовить рабочий отчет, который должен содержать: название и цель лабораторной работы, основные теоретические положения и формулы, координатные оси графиков, таблицы для измеренных величин.

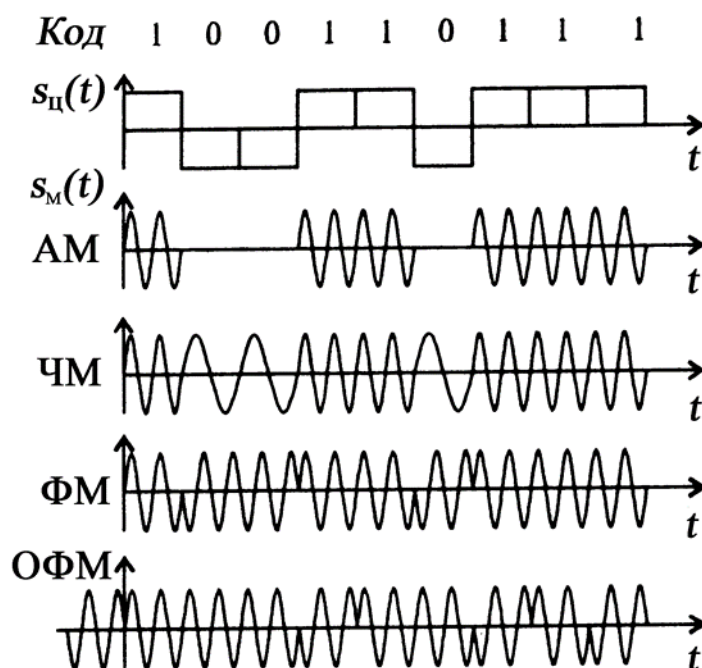
### 3.1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

#### 3.1.1. ЦИФРОВАЯ МОДУЛЯЦИЯ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОЙ НЕСУЩЕЙ

Для того, чтобы передать цифровой сигнал по каналу связи, необходимо осуществить процедуру модуляции. Общий принцип модуляции состоит в изменении одного или нескольких параметров несущего колебания (переносчика)  $f(t, \alpha, \beta, \dots)$  в соответствии с передаваемым сообщением. Так если в качестве переносчика выбрано гармоническое колебание  $f(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ , то можно образовать три вида модуляции: *амплитудную* (АМ), *частотную* (ЧМ) и *фазовую* (ФМ).

При дискретной (цифровой) модуляции закодированное сообщение, представляющее собой последовательность кодовых символов, преобразуется в последовательность элементов (посылок) сигнала путем воздействия кодовых символов на переносчик  $f(t, \alpha, \beta, \dots)$ . Посредством модуляции один из параметров переносчика изменяется по закону, определяемому кодом. Обычно в качестве переносчика, как и в непрерывной модуляции, используют переменный ток (гармоническое колебание).

На рис. 3.1 приведены формы сигнала при двоичном коде для различных видов *дискретной* или *цифровой модуляции (манипуляции)*.



**Рис. 3.1.** Графики формы сигнала при двоичном коде для различных видов дискретной или цифровой модуляции (манипуляции)

При АМ символу 1 соответствует передача несущего колебания в течение времени  $T$  (посылка), символу 0 – отсутствие колебания (пауза). При ЧМ

передача несущего колебания с частотой  $f_1$  соответствует символу 1, а передача колебания с частотой  $f_0$  соответствует 0. При двоичной ФМ меняется фаза несущей на  $\pi$  при каждом переходе от 1 к 0 и от 0 к 1.

Кроме того, на практике применяют систему *относительной фазовой модуляции* (ОФМ). При ОФМ фазу сигналов отсчитывают не от некоторого эталона, а от фазы предыдущего элемента сигнала. Например, символ 0 передается отрезком синусоиды с начальной фазой предшествующего элемента сигнала, а символ 1 – таким же отрезком с начальной фазой, отличающейся от начальной фазы предшествующего элемента сигнала на  $\pi$ . При ОФМ передача начинается с посылки одного не несущего информации элемента, который служит опорным сигналом для сравнения фазы последующего элемента.

В более общем случае дискретную модуляцию следует рассматривать как преобразование кодовых символов в определенные отрезки сигнала. При этом вид сигнала выбирают так, чтобы удовлетворить требованиям, предъявляемым к системе связи (в частности, по скорости передачи и по занимаемой полосе частот), и чтобы сигналы хорошо различались с учетом воздействующих помех.

### 3.1.2. ЦИФРОВАЯ АМПЛИТУДНАЯ МОДУЛЯЦИЯ (ЦАМ)

Сигнал при таком виде модуляции записывается следующим образом

$$s_{\text{ЦАМ}}(t) = (U_0 + K_{\text{АМ}} \cdot s_{\text{ц}}(t)) \cos(\omega_0 t + \phi_0), \quad (3.1)$$

где

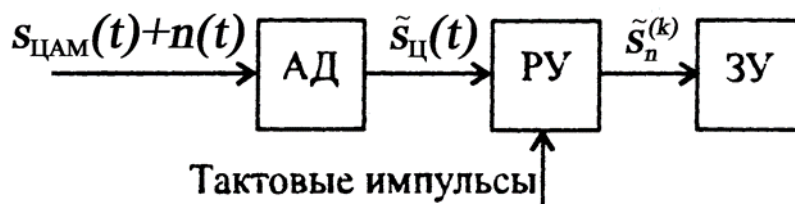
$$s_{\text{ц}}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} s_n^{(k)} \nu(t - nT) \quad (3.2)$$

– цифровой сигнал, в котором  $s_n^{(k)}$  – кодовые символы, при этом  $n$  – порядковый номер символа,  $k \in \overline{0, p-1}$  – номер позиции кода,  $p$  – основание (число различных элементов) кода,  $\nu(t)$  – определяет форму импульсного сигнала;  $K_{\text{АМ}}$  – крутизна характеристики модулятора.

Спектр сигнала (3.1) содержит несущую и две боковые полосы, каждая из которых повторяет спектр цифрового сигнала  $s_{\text{ц}}(t)$ . Формирование сигнала (3.1) и его детектирование можно осуществить схемами, применяемыми при АМ аналоговых сигналов. Для этого надо иметь решающее устройство. Схема детектирования сигнала ЦАМ и вынесения решения о кодовом символе показана на рис. 3.2, на котором для отдельных блоков введены обозначения: АД – амплитудный детектор (когерентный или некогерентный), РУ – решающее устройство, которое из принятого цифрового сигнала с тактовым



интервалом  $T$  принимает решения о кодовых символах  $\tilde{s}_n^{(k)}$ . Эти решения фиксируются в запоминающем устройстве ЗУ.



**Рис. 3.2.** Схема детектирования сигнала ЦАМ и вынесения решения о кодовом символе

Следует отметить, что для приема дискретных сообщений надо обеспечить не только синхронизацию по частоте несущей  $\omega_0$  и по фазе сигнала (при когерентном детектировании), но и тактовую, а также цикловую (с учетом методов передачи дискретных сообщений по реальным каналам) синхронизацию.

Если в (3.1)  $U_0 = 0$ , то имеем сигнал ЦАМ *без несущей* (ЦБАМ). В этом случае возможно или синхронное (когерентное) детектирование, или некогерентное детектирование с восстановлением несущей в месте приема. Методы ЦАМ позволяют по квадратурной схеме организовать передачу и прием двух независимых дискретных сообщений. Передаваемый сигнал в цифровой КАМ (ЦКАМ) имеет вид

$$s_{\text{ЦКАМ}}(t) = K_{\text{АМ}} \left( s_{\text{ц1}}(t) \cos(\omega_0 t + \phi_0) + s_{\text{ц2}}(t) \sin(\omega_0 t + \phi_0) \right). \quad (3.3)$$

Прием в этом случае может быть только когерентным. Если положить в (3.3)  $s_{\text{ц2}}(t) = s_{\text{ц1}}(t)$ , то можно по квадратурной схеме организовать и однополосную ЦАМ.

### 3.1.3. ЦИФРОВАЯ ФАЗОВАЯ МОДУЛЯЦИЯ (ЦФМ).

Сигнал при ЦФМ можно записать в виде

$$\begin{aligned} s_{\text{ЦФМ}}(t) &= U_0 \cos \left( \omega_0 t + K_{\text{ФМ}} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} s_n^{(k)} \nu(t - nT) \right) = \\ &= U_0 \cos \left( K_{\text{ФМ}} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} s_n^{(k)} \nu(t - nT) \right) \cos(\omega_0 t) - \\ &\quad - U_0 \sin \left( K_{\text{ФМ}} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} s_n^{(k)} \nu(t - nT) \right) \sin(\omega_0 t). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Вид этого сигнала, реализация модулятора и детектора существенно упрощаются при использовании прямоугольных импульсов  $v(t)$  с единичной амплитудой и длительностью  $T$ . В этом случае при  $s_n = \pm 1$  имеем

$$s_{\text{ЦФМ}}(t) = U_0 \cos\left(\frac{\Delta\Theta}{2}\right) \cos(\omega_0 t) - U_0 \sum_{n=0}^{\infty} s_n^{(k)} v(t - nT) \sin\left(\frac{\Delta\Theta}{2}\right) \sin(\omega_0 t), \quad (3.5)$$

где  $\Delta\Theta = 2K_{\text{ФМ}}$  – разность фаз для двух позиций кода. Девияция фазы при этом равна  $\Delta\varphi = \Delta\Theta/2$ . Спектральный состав этого сигнала по существу не отличается от сигнала (3.4). Следовательно, ЦФМ и когерентное детектирование в рассмотренном случае реализуются так же, как для ЦАМ, в частности по квадратурной (КАМ) схеме (ЦКАМ). Причем, если разность фаз при двухпозиционном коде  $\Delta\Theta = \pi$  (используются противоположные сигналы), несущая в спектре сигнала ЦФМ исчезает.

На практике широко используются многопозиционные системы ЦФМ, когда начальная фаза несущей принимает не два, а  $r$  значений. В технике передачи данных широко используются как многопозиционные ( $r > 2$ ) системы ЦАМ, многопозиционные системы ЦФМ, так и их смешанные варианты (ЦАФМ).

### 3.1.4. ЦИФРОВАЯ ЧАСТОТНАЯ МОДУЛЯЦИЯ (ЦЧМ)

Рассмотрим частотную модуляцию, реализуемую путем выбора одного из  $p$  независимых гармонических сигналов. В этом случае, при каждом переключении с  $i$ -ой позиции кода на  $j$ -ую происходит разрыв фазы ЦЧМ сигнала ( $i, j \in \overline{1, p-1}$ ). Поскольку, на практике, после модулятора включают полосовой фильтр для ограничения ширины спектра сигнала, то скачки фазы приводят к переходному процессу в фильтре. В результате этого возникает паразитная амплитудная модуляция сигнала и увеличивается пик-фактор сигнала (отношение его пиковой и средней мощностей). Кроме того, при использовании  $p$  независимых генераторов для обеспечения ортогональности системы сигналов требуется разнос частот  $\Delta f = i/T$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , т.е. минимальный разнос частот равен  $\Delta f_{\min} = 1/T$ .

С целью сужения спектра и сохранения минимального пик-фактора сигнала в системах с ЧМ стремятся обеспечить непрерывность изменения фазы сигнала при еще меньших значениях разноса частот, чем  $\Delta f_{\min}$ .

Частотную модуляцию с непрерывной фазой сокращенно обозначают ЧМНФ. В системах ЧМНФ мгновенная частота сигнала меняется по закону

$$\omega(t) = \omega_0 + K_{\text{ЧМ}} \sum_{n=0}^{\infty} s_n^{(k)} \nu_{\text{ч}}(t - nT), \quad (3.6)$$

а модулированный сигнал имеет вид

$$s_{\text{ЧМНФ}}(t) = U_0 \cos \left( \omega_0 t + K_{\text{ЧМ}} \sum_{n=0}^{\infty} s_n^{(k)} \nu(t - nT) + \phi_0 \right), \quad (3.7)$$

где  $\nu_{\text{ч}}(t)$  – «частотный» импульс;  $\nu(t) = \int_0^t \nu_{\text{ч}}(t_1) dt_1$  – «фазовый» импульс;  $\phi_0$  – начальная фаза.

Если  $\nu_{\text{ч}}(t)$  – прямоугольный импульс единичной высоты и длительностью  $T$ , то фазовый импульс  $\nu(t) = \int_0^t dt_1 = t$ ,  $t \in [0; T]$ .

При осуществлении МНФ в этом случае можно обеспечить ортогональность сигналов, отвечающих разным позициям кода при частотном сдвиге  $\Delta f_{\text{min}} = 2/T$ . ЦЧМ с непрерывной фазой и таким значением  $\Delta f_{\text{min}}$  называют модуляцией с минимальным (частотным) сдвигом (ММС). Индекс модуляции в такой системе равен  $m = 0,5$ .

Для обеспечения более «гладкого» изменения фазы и частоты (соответственно сужения спектра сигнала) на практике (например, в цифровых системах мобильной сотовой связи по общеевропейскому стандарту GSM) используют гауссовскую форму «частотного импульса» и интегральную гауссовскую форму «фазового импульса».

### 3.1.5. ЦИФРОВАЯ МОДУЛЯЦИЯ ПРИ НЕГАРМОНИЧЕСКОЙ НЕСУЩЕЙ

В импульсных системах передачи энергия сигнала излучается не непрерывно (как при гармонической несущей), а в виде коротких импульсов. Это позволяет при той же общей энергии излучения, что и при непрерывной несущей, увеличить максимальную мощность в импульсе и тем самым повышать помехоустойчивость приема. В качестве несущей в импульсных системах связи используют периодическую последовательность импульсов.

Периодическая последовательность видеоимпульсов:

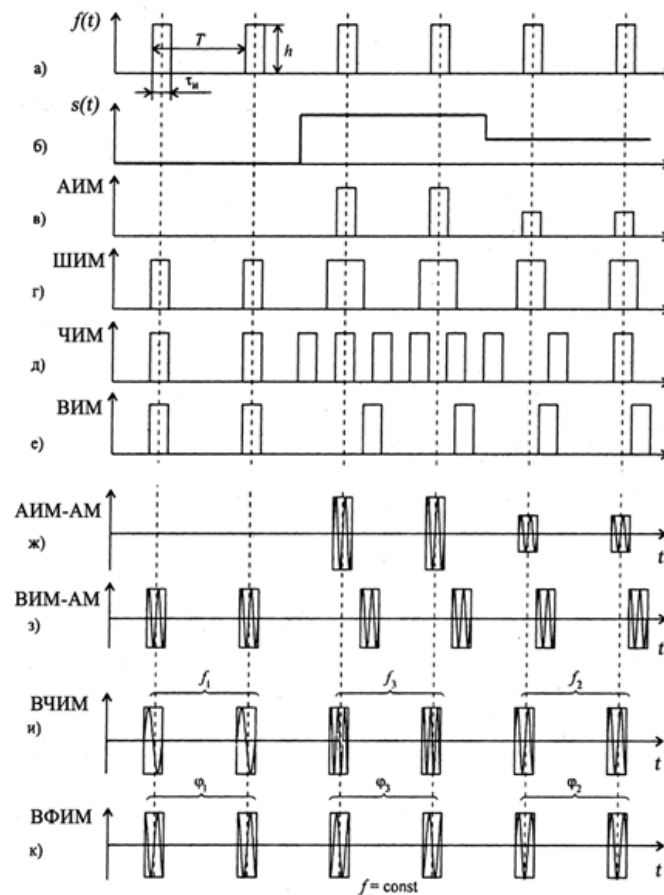
$$f(t) = U_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \nu(t - kT), \quad (3.8)$$

где  $\nu(t)$  – форма одиночного импульса, характеризуется следующими параметрами: высотой (амплитудой); длительностью (шириной)  $\tau_{\text{и}}$ ; частотой следования  $f_{\text{и}} = 1/T$  ( $T$  – период следования); положением импульсов во времени относительно тактовых точек (если импульсы имеют не прямоугольную форму, то появляется ряд дополнительных параметров).

Изменяя один из перечисленных параметров в соответствии с изменением модулирующего сигнала  $s(t)$ , можно получить четыре основных вида импульсной модуляции (ИМ) видеоимпульсов: амплитудно-импульсную модуляцию (АИМ), модуляцию импульсов по длительности или ширине (ДИМ или ШИМ), частотно-импульсную модуляцию (ЧИМ), времяимпульсную модуляцию (ВИМ).

На рис. 3.3, *а* изображена периодическая прямоугольная импульсная последовательность  $f(t)$ . На рис. 3.3, *б* изображен модулирующий сигнал  $s(t)$ . На рис. 3.3, *в*, *г*, *д*, *е* показаны сигналы АИМ, ШИМ, ЧИМ, ВИМ. Вертикальными штриховыми линиями отмечены положения немодулированных импульсов во времени (тактовые точки). Предполагается, что при всех видах ИМ изменения соответствующего параметра пропорциональны значениям модулирующей функции.

Частота следования импульсов  $f_{\text{и}}$  в импульсных системах связи определяется максимальной частотой модулирующего сигнала  $f_{\text{max}} \equiv f_{\text{в}}$ :  $f_{\text{и}} \geq 2 f_{\text{в}}$ . Действительно, в импульсных системах связи передаются лишь дискретные (во времени) отсчеты сигнала  $s(t)$ .



**Рис. 3.3.** Графики периодической прямоугольной импульсной последовательности и различных видов цифровой модуляции при негармонической несущей

Предполагается, что при всех видах ИМ изменения соответствующего параметра пропорциональны значениям модулирующей функции.

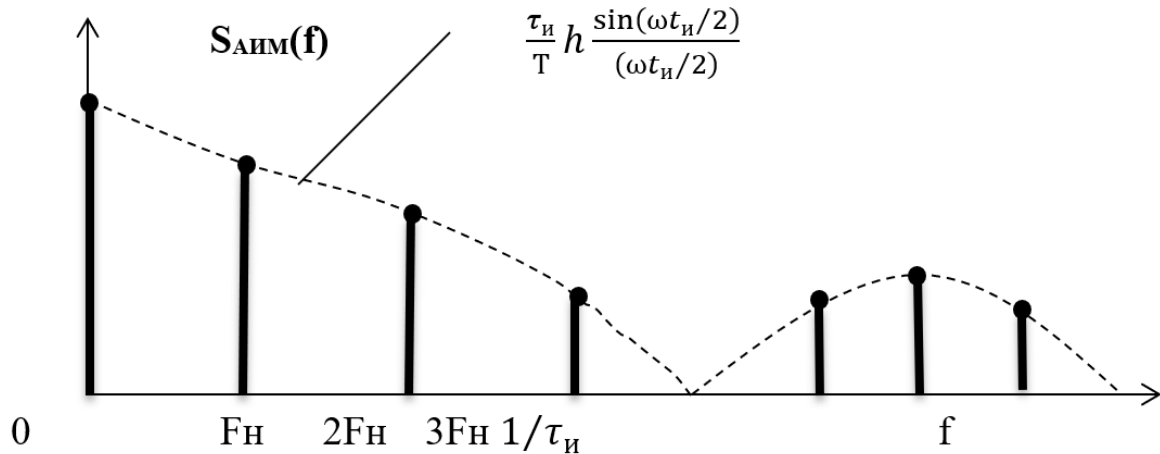
Частота следования импульсов  $f_{\text{и}}$  в импульсных системах связи определяется максимальной частотой модулирующего сигнала  $f_{\text{max}} \equiv f_{\text{в}}$ :  $f_{\text{и}} \geq 2 f_{\text{в}}$ . Действительно, в импульсных системах связи передаются лишь дискретные (во времени) отсчеты сигнала  $s(t)$ .

Согласно теореме Котельникова частота дискретизации  $f_{\text{д}} \geq 2 f_{\text{в}}$ . Частоту  $f_{\text{д}}$  можно выбрать в качестве частоты следования импульсов. Сигнал АИМ можно определить выражением  $s_{\text{АИМ}}(t) = s(t) f(t)$ . Спектр этого сигнала легко найти как сумму спектров АМ сигналов. Для этого надо несущую, как периодическую функцию, представить рядом Фурье:

$$f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(2\pi f_{\text{и}} k t + \phi_k). \quad (3.9)$$

На рис. 3.4 показан амплитудный спектр АИМ (на положительных частотах) при модуляции сигналом со спектром, показанным на рис. 2.4,а. Из

рис. 3.4 следует метод детектирования АИМ сигнала: детектирование посредством детектора АМ сигнала можно ввести на любой из поднесущих  $k f_{\text{и}}$ . Проще всего выполнить детектирование посредством ФНЧ, АЧХ которого отмечена на рис. 3.4 штриховой линией.



**Рис. 3.4.** График амплитудного спектра сигнала с АИМ (на положительных частотах)

Фильтрация нежелательных частотных составляющих выполняется тем проще, чем лучше выполняется неравенство  $(f_{\text{и}} - f_{\text{в}}) > f_{\text{в}}$  или  $f_{\text{и}} > 2f_{\text{в}}$  (т.е. чем меньше интервал дискретизации модулирующего сигнала). Ограничив ширину спектра АИМ сигнала первым лепестком штриховой огибающей кривой на рис. 3.4, получаем

$$\Delta f_{\text{АИМ}} \approx 1/\tau_{\text{и}}. \quad (3.10)$$

Обычно выбирают скважность импульсов переносчика достаточно большой, т.е.

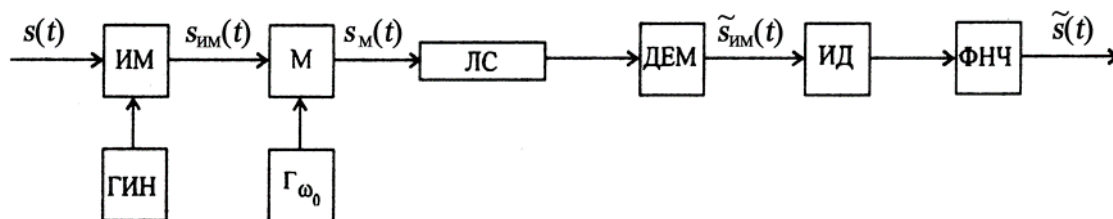
$$Q = T/\tau_{\text{и}} \gg 1. \quad (3.11)$$

Большие временные интервалы между импульсами используют для передачи рабочих импульсов от других источников, т.е. для осуществления многоканальной передачи с временным разделением каналов. С учетом (3.10) и (3.11) можно видеть, что

$$\Delta f_{\text{АИМ}} = Q f_{\text{и}} \geq 2Q f_{\text{в}} \gg 2f_{\text{в}}, \quad (3.12)$$

т.е. сигнал при АИМ (это справедливо и при других видах ИМ) занимает значительно более широкую полосу частот, чем модулирующий сигнал  $s(t)$ .

Для импульсной передачи сообщений по реальным линиям связи обычно сигналом на выходе импульсного модулятора  $s_{\text{ИМ}}(t)$  осуществляется вторичная модуляция гармонической несущей. Структурная схема системы связи для этого случая дана на рис. 3.5. При этом введены следующие обозначения для отдельных блоков: ИМ – импульсный модулятор; ГИН – генератор импульсной несущей; ДЕМ – демодулятор принятого сигнала, выдающий ИМ сигнал  $\tilde{s}_{\text{ИМ}}(t)$ ; ИД – импульсный детектор;  $\tilde{s}(t)$  – принятый модулирующий сигнал, получаемый на выходе ФНЧ.



**Рис. 3.5.** Структурная схема системы связи импульсной передачи сообщений при вторичной модуляции гармонической несущей

При использовании в качестве несущей периодической последовательности радиоимпульсов можно получить еще два вида импульсной модуляции: высокочастотную импульсную модуляцию по частоте (ВЧИМ) и высокочастотную импульсную модуляцию по фазе (ВФИМ). Сигнал при этих видах модуляции показан на рис. 3.3, и и рис. 3.3, к. В некоторых случаях сигнал ВИМ-АМ называют также сигналом высокочастотной временной импульсной модуляции (ВВИМ).

Детектирование сигналов ВИМ (или детектирование сигналов ВИМ-АМ на второй ступени демодуляции), которые часто используются на практике, можно проводить различными методами. Один из них это превращение ВИМ в АИМ. Для этого интегрирующее устройство включается при нулевых начальных условиях в тактовый интервал и выключается при появлении переднего фронта импульса сигнала ВИМ. Уровни сигнала на интеграторе определяют сигнал АИМ. Последний детектируется обычным образом.

## 3.2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

### 1. Подготовка к расчетам и измерениям.

1.1. На электронном диске D:\ выберите программу “Исследование цифровой модуляции сигналов.mcd” (далее – программа) и запустите ее нажатием клавиши “ENTER”. Подождите появления на экране запущенной программы в MathCad.

### 2. Исследование цифровой амплитудной модуляции сигнала.

2.1. Получите у преподавателя вариант задания из табл. 3.1., где

Таблица 3.1

| № | Несущее колебание                       | $S_n, n=8$ | $U_H$ | $f_H$ | $t$    | $\tau$ | $U_{H \text{ мод}}$ |
|---|-----------------------------------------|------------|-------|-------|--------|--------|---------------------|
| 1 | $x(t) = U_H \cdot \sin(\omega_H t)$     | 00110001   | 2     | 50    | 0,8    | 0,1    | 1                   |
| 2 | $x(t) = U_H \cdot \cos(\omega_H t)$     | 11011011   | 0,5   | 100   | $\pi$  | 0,2    | 0,5                 |
| 3 | $x(t) = U_H \cdot \sin(\omega_H t)$     | 10010010   | 1,5   | 50    | 0,5    | 0,05   | 1,5                 |
| 4 | $x(t) = U_H \cdot \sin(\omega_H t / 2)$ | 11100010   | 1     | 100   | $2\pi$ | 0,2    | 1                   |
| 5 | $x(t) = U_H \cdot \cos(\omega_H t)$     | 01010101   | 2     | 50    | 2      | 0,2    | 2                   |
| 6 | $x(t) = U_H \cdot \sin(\omega_H t / 2)$ | 00110011   | 1     | 100   | 1      | 1,1    | 1                   |

2.2. Используя пакет для математических вычислений MathCad измените в тексте программы вид тестовой функции на несущее колебание вашего варианта с модулирующим сигналом в форме кодовой последовательности. В качестве сигнала-переносчика используем единичный видеоимпульс.

2.3. Задайте следующие параметры:  $f_H$  и  $U_H$  – частота и амплитуда несущего колебания. Запустите расчет в программе клавишей F9. Изобразите в рабочей тетради временной вид сигнала, определите его временные параметры.

2.4. Задайте параметры модулирующего сигнала:

$$s_n(t) = \sum_{n=0}^8 s_n v(t - nT); \text{ где } v(t) - \text{единичный видеоимпульс.}$$

При этом,  $S_n$  – кодовая последовательность;  $\tau$  – длительность импульсов;  $M$  – коэффициент модуляции,  $t$  – время моделирования,  $U_m$  – амплитуда импульса. Зарисуйте временной вид импульса и кодовой комбинации.

2.5. Задайте ЦАМ-сигнал в соответствии с выражением (3.1). Изобразите его временной вид, запишите временные параметры.

2.5. Дискретизируйте ЦАМ-сигнал, ограничив наибольшую частоту в спектре аналогового сигнала некоторой верхней частотой  $f_B = f_d / 2$ , т.е.  $f \in [0; f_B]$ . Количество отсчетов при дискретизации аналогового сигнала возьмите:  $N = 1024$ . Проведите дискретизацию сигнала, взяв шаг дискретизации не по теореме Котельникова.

2.6. Запишите полученный дискретный сигнал в виде:

$$AM_k = AM(t_k) = AM(k \Delta), \quad k = \overline{0; N-1}, \quad t_k = k \cdot \Delta. \quad (3.13)$$

2.7. Вычислите спектр непериодического ЦАМ-сигнала, используя ДПФ или БПФ (в данном случае  $N/2$ ). Зарисуйте спектр, полученный на основе одного из преобразований Фурье. Перемещая курсор на графике клавишами при его совмещении с элементами спектральной диаграммы, снимите показания частоты ( $f$ ) и уровня гармонических составляющих, относительно



максимальной составляющей (возьмите по 5 значений влево и вправо от несущей). Результаты измерений занесите в табл. 3.2:

Таблица 3.2

|                              |   |     |   |       |   |      |    |
|------------------------------|---|-----|---|-------|---|------|----|
| Спектральная составляющая, n | 1 | ... | 5 | $f_H$ | 7 | .... | 11 |
| Частота (f), Гц              |   |     |   |       |   |      |    |
| Относительный уровень (U)    |   |     |   |       |   |      |    |

2.8. Повторите пункты 2.2, 2.7 для коэффициент модуляции  $M=2$  или  $M=1$  (выберите значение отличное от предыдущего).

3. Анализ результатов измерений.

3.1. Запишите выводы по работе. Выводы должны содержать:

- характеристику формы (вида) спектра для АМ-сигнала;
- влияние глубины модуляции на спектр сигнала.

Контрольные вопросы

- В чем состоит принцип модуляции радиосигналов?
- Чем отличается схема детектора сигналов с ЦАМ от детектора АМ сигналов?
- В чем заключается различие между сигналами с ЦЧМ и ЦФМ?
- Как выглядит типичный спектр сигнала с ЦАМ, модулированного импульсной последовательностью?
- Какое влияние на спектр сигнала с ЦАМ оказывает соотношение частот модулирующего и несущего колебаний?
- Как будет выглядеть временная диаграмма сигналов с ЦАМ, ЦЧМ и ЦФМ, если форма несущего и модулирующего колебания соответственно: а) синусоида и меандр; б) синусоида и “пила”;
- Как вставить встроенную функцию в документ Mathcad?

#### 4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4 ИССЛЕДОВАНИЕ ЦИФРОВОЙ МОДУЛЯЦИИ СИГНАЛОВ (ЧАСТЬ 2)

Цель работы: исследование различных видов цифровой модуляции и спектров модулированных сигналов, приобретение практических навыков построения частотно-модулированных и фазо-модулированных сигналов.

Используемые приборы и оборудование:

- Измерительный комплекс на основе IBM PC.
- Программа математических вычислений MathCad.

Подготовка к выполнению работы:

1. Ознакомиться с описанием лабораторной работы, используемых приборов и программ.
2. Изучить теоретический и ранее полученный практический материал по теме лабораторной работы №3.
3. Подготовить рабочий отчет, который должен содержать: название и цель лабораторной работы, координатные оси графиков.

#### 4.1. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Подготовка к расчетам и измерениям.

1.1. На электронном диске D:\ выберите программу “Исследование цифровой модуляции сигналов.mcd” (далее – программа) и запустите ее нажатием клавиши “ENTER”. Подождите появления на экране запущенной программы в MathCad.

2. Исследование цифровой частотной модуляции сигнала.

2.1. Получите у преподавателя вариант задания из табл. 4.1., где

Таблица 4.1

| № | Несущее колебание                       | $S_n, n=8$ | $U_H$ | $f_H$ | $t$    | $\tau$ | $U_M$ | $\varphi_n$ |
|---|-----------------------------------------|------------|-------|-------|--------|--------|-------|-------------|
| 1 | $x(t) = U_H \cdot \sin(\omega_H t)$     | 00110001   | 2     | 50    | 0,8    | 0,1    | 2     | $\pi$       |
| 2 | $x(t) = U_H \cdot \cos(\omega_H t)$     | 11011011   | 0,5   | 100   | $\pi$  | 0,2    | 0,5   | $\pi/2$     |
| 3 | $x(t) = U_H \cdot \sin(\omega_H t)$     | 10010010   | 1,5   | 50    | 0,5    | 0,05   | 1,5   | $\pi$       |
| 4 | $x(t) = U_H \cdot \sin(\omega_H t / 2)$ | 11100010   | 1     | 100   | $2\pi$ | 0,2    | 1     | $\pi/2$     |
| 5 | $x(t) = U_H \cdot \cos(\omega_H t)$     | 01010101   | 2     | 50    | 2      | 0,2    | 2     | $\pi$       |
| 6 | $x(t) = U_H \cdot \sin(\omega_H t / 2)$ | 00110011   | 1     | 100   | 1      | 1,1    | 1     | $\pi/2$     |

2.2. Используя пакет для математических вычислений MathCad измените в тексте программы вид тестовой функции на несущее колебание вашего варианта с модулирующим сигналом в форме кодовой последовательности. В качестве сигнала-переносчика используем единичный видеоимпульс.

2.3. Задайте следующие параметры:  $f_H$ ,  $U_H$ ,  $\varphi_n$  – частота, амплитуда и начальная фаза несущего колебания. Запустите расчет в программе клавишей F9. Изобразите в рабочей тетради временной вид сигнала, определите его временные параметры.

2.4. Задайте параметры модулирующего сигнала:

$$s_{\text{ц}}(t) = \sum_{n=0}^8 s_n v(t - nT); \text{ где } v(t) - \text{единичный видеоимпульс.}$$

При этом,  $S_n$  – кодовая последовательность;  $\tau$  – длительность импульсов;  $M$  – коэффициент модуляции,  $t$  – время моделирования,  $U_M$  – амплитуда импульса. Зарисуйте временной вид импульса и кодовой комбинации.

2.5. Задайте ЦЧМ-сигнал в соответствии с выражением (3.7). Изобразите его временной вид, запишите временные параметры.

2.5. Дискретизируйте ЦЧМ-сигнал, ограничив наибольшую частоту в спектре аналогового сигнала некоторой верхней частотой  $f_B = f_d / 2$ , т.е.  $f \in [0; f_B]$ . Количество отсчетов при дискретизации аналогового сигнала возьмите:  $N = 1024$ . Проведите дискретизацию сигнала, взяв шаг дискретизации не по теореме Котельникова.

2.6. Запишите полученный дискретный сигнал в виде:

$$FM_k = FM(t_k) = FM(k \Delta), \quad k = \overline{0; N-1}, \quad t_k = k \cdot \Delta. \quad (4.1)$$

2.7. Вычислите спектр непериодического ЦЧМ-сигнала, используя ДПФ или БПФ (в данном случае  $N/2$ ). Зарисуйте спектр, полученный на основе одного из преобразований Фурье. Перемещая курсор на графике клавишами при его совмещении с элементами спектральной диаграммы, снимите показания частоты ( $f$ ) и уровня гармонических составляющих, относительно максимальной составляющей (возьмите по 5 значений влево и вправо от несущей). Обратите внимание на ширину спектра ЦЧМ-сигнала. Результаты измерений занесите в табл. 4.2.

Таблица 4.2

|                               |   |     |   |       |   |      |    |
|-------------------------------|---|-----|---|-------|---|------|----|
| Спектральная составляющая, n  | 1 | ... | 5 | $f_n$ | 7 | .... | 11 |
| Частота ( $f$ ), Гц           |   |     |   |       |   |      |    |
| Относительный уровень ( $U$ ) |   |     |   |       |   |      |    |

2.8. Повторите пункты 2.2 – 2.7 для  $\varphi_n = \pi$  или  $\varphi_n = \pi / 2$  (выберите значение отличное от предыдущего).

3. Исследование цифровой фазовой модуляции сигнала.

3.1. Повторите пункты 2.2 – 2.8 для ЦФМ. При этом в пункте 2.5. задайте ЦФМ-сигнал в соответствии с выражением (3.5).

4. Анализ результатов измерений.

4.1. Запишите выводы по работе. Выводы должны содержать:

- а) характеристику формы (вида) спектра для ЧМ- и ФМ-сигналов;
- б) влияние начальной фазы на временной вид и спектр сигнала.

*Дополнительное задание:*

5. Исследование модуляции непрерывного сообщения импульсными видами модуляции (амплитудно-импульсной, частотно-импульсной).

5.1. В качестве исходного непрерывного сообщения сигнал  $x(t) = 0,005 + \pi t$ . В качестве модулирующего сигнала последовательность стандартных импульсов

длительностью  $T=1/4$ . Амплитуда импульсов равна 1, период следования  $T_{\text{и}}=0.1 \cdot T$ , скважность равна 0.2.

5.2. Постройте график последовательности импульсов, задав ее следующим образом:  $t \in [0; 400]$ ,  $N=20$ ,  $n = \overline{0; N-1}$  ( $N$ ,  $n$  – количество и номер импульсов);  $\Delta t$  – длительность импульса ( $\Delta t=0.2 \cdot T_{\text{и}}=0.02/4$ ).

5.3. Постройте графики временного вида исходного сообщения  $x(t)$  и модулированной по амплитуде последовательности импульсов. Для этого в программе задания последовательности импульсов замените постоянную амплитуду импульсов (равную 1) на переменную на  $x(n \cdot T_{\text{и}})$ .

5.4. Построить графики исходного сообщения  $x(t)$  и модулированной по частоте последовательности импульсов. Для этого в программе задания последовательности импульсов заменить постоянный период следования импульсов, равный  $T_{\text{и}}$ , на переменный, функционально зависимый от  $x(t)$ , т.е.  $T_{\text{и}} = T_{\text{и}}(x(t)) = T_{\text{и}} \cdot (1 - 0.5 \cdot x(n \cdot T_{\text{и}}))$ .

5.5. Используя ДПФ постройте спектры АИМ- и ЧИМ-сигналов.

Контрольные вопросы:

1. Какие виды импульсной модуляции применяются в радиотехнике и в чем заключается их отличие друг от друга?
2. Как выглядит спектр АИМ сигнала?
3. Как определяется полоса частот сигнала с АИМ?
4. Виды цифровой модуляции при гармонической несущей.
5. Виды цифровой модуляции при негармонической несущей.
6. Как выбирается период следования импульсов несущей при импульсных видах модуляции?
7. В чем сходство и различие понятий: модуляция, манипуляция, импульсная модуляция?
8. Как выглядит сигнал при импульсной модуляции?

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Солонина А.И. Основы цифровой обработки сигналов: Курс лекций / А.И. Солонина, Д.А. Улахович, С.М. Арбузов, Е.Б. Соловьева. – 2-е изд. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 768 с.
2. Голубинский А.Н. Теория цифровой обработки сигналов: учеб. пособие / А.Н. Голубинский, С.В. Ролдугин, И.В. Лазарев. – Воронеж: Воронежский институт МВД России, 2009. – 132 с.
3. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: Учеб. для вузов / С.И. Баскаков. – 5-е изд. – М.: Высш. шк., 2006. – 462 с.
4. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов: Учеб. для вузов / А.Б. Сергиенко. – 2-е изд. – СПб.: Питер, 2006. – 751 с.
5. Оппенгейм А. Цифровая обработка сигналов / А. Оппенгейм, Р. Шафер. – 2-е изд. – М.: Техносфера, 2007. – 856 с.
6. Дьяконов В. П. Mathcad 11/12/13 в математике. Справочник. М. Горячая линия. Телеком. – 2007. – 958 с.

# ПРИЛОЖЕНИЕ

## СПРАВОЧНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Таблица П.1

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц, их наименования и обозначения

| Множитель  | Приставка | Обозначение приставки |               |
|------------|-----------|-----------------------|---------------|
|            |           | русское               | международное |
| $10^{-18}$ | атто      | а                     | a             |
| $10^{-15}$ | фемто     | ф                     | f             |
| $10^{-12}$ | пико      | п                     | p             |
| $10^{-9}$  | нано      | н                     | n             |
| $10^{-6}$  | микро     | мк                    | μ             |
| $10^{-3}$  | милли     | м                     | m             |
| $10^{-2}$  | санتي     | с                     | c             |
| $10^{-1}$  | деци      | д                     | d             |
| $10^1$     | дека      | да                    | da            |
| $10^2$     | гекто     | г                     | h             |
| $10^3$     | кило      | к                     | k             |
| $10^6$     | мега      | М                     | M             |
| $10^9$     | гига      | Г                     | G             |
| $10^{12}$  | тера      | Т                     | T             |
| $10^{15}$  | пета      | П                     | P             |
| $10^{18}$  | экса      | Э                     | E             |

Таблица П.2

Греческий алфавит

| Прописные | Строчные | Название    | Прописные | Строчные | Название |
|-----------|----------|-------------|-----------|----------|----------|
| Α         | α        | альфа       | Ν         | ν        | ни (ню)  |
| Β         | β        | бета        | Ξ         | ξ        | кси      |
| Γ         | γ        | гамма       | Ο         | ο        | омикрон  |
| Δ         | δ        | дельта      | Π         | π        | пи       |
| Ε         | ε        | эпсилон     | Ρ         | ρ        | ро       |
| Ζ         | ζ        | дзета       | Σ         | σ        | сигма    |
| Η         | η        | эта         | Τ         | τ        | тау      |
| Θ         | θ        | тета (тэта) | Υ         | υ        | ипсилон  |
| Ι         | ι        | иота (йота) | Φ         | φ        | фи       |
| Κ         | κ        | каппа       | Χ         | χ        | хи       |
| Λ         | λ        | ламбда      | Ψ         | ψ        | пси      |
| Μ         | μ        | ми (мю)     | Ω         | ω        | омега    |

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Порядок выполнения лабораторных работ .....                                             | 3  |
| Режим техники безопасности в лаборатории.....                                           | 4  |
| Общие сведения о математическом редакторе MathCAD .....                                 | 4  |
| 1. Лабораторная работа № 1. Спектральный анализ дискретных сигналов<br>(часть 1) .....  | 9  |
| 1.1. Теоретические сведения .....                                                       | 10 |
| 1.1.1. Дискретное представление сигналов .....                                          | 10 |
| 1.1.2. Дискретное преобразование Фурье.....                                             | 15 |
| 1.2. Порядок выполнения работы.....                                                     | 17 |
| 2. Лабораторная работа № 2. Спектральный анализ дискретных сигналов<br>(часть 2) .....  | 19 |
| 2.1. Порядок выполнения работы .....                                                    | 19 |
| 3. Лабораторная работа № 3. Исследование цифровой модуляции сигналов<br>(часть 1) ..... | 22 |
| 3.1. Теоретические сведения .....                                                       | 23 |
| 3.1.1. Цифровая модуляция при гармонической несущей .....                               | 23 |
| 3.1.2. Цифровая амплитудная модуляция (ЦАМ).....                                        | 24 |
| 3.1.3. Цифровая фазовая модуляция (ЦФМ). .....                                          | 25 |
| 3.1.4. Цифровая частотная модуляция (ЦЧМ) .....                                         | 26 |
| 3.1.5. Цифровая модуляция при негармонической несущей .....                             | 27 |
| 3.2. Порядок выполнения работы .....                                                    | 31 |
| 4. Лабораторная работа № 4. Исследование цифровой модуляции сигналов<br>(часть 2) ..... | 33 |
| 4.1. Порядок выполнения работы .....                                                    | 34 |
| Библиографический список .....                                                          | 37 |
| Приложение. Справочные сведения.....                                                    | 38 |

# **ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ**

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

к выполнению лабораторных работ №1-4  
для студентов специальности 11.05.01  
«Радиоэлектронные системы и комплексы»  
очной формы обучения

### **Составители:**

**Голубинский Андрей Николаевич,  
Журавлёв Дмитрий Владимирович,  
Проскурин Дмитрий Константинович,  
Кузьменко Роман Валентинович**

Издается в авторской редакции

Подписано к изданию 14.09.2023.  
Уч.-изд. л. 2,1.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»  
394006 Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84