

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный
технический университет»

Кафедра полупроводниковой электроники и нанoeлектроники

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторной работы № 5
по дисциплине «Информатика»
для студентов направления
11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»,
профиля «Микроэлектроника и твердотельная электроника»
очной формы обучения



Воронеж 2016

Составители: канд. техн. наук Е.Ю. Плотникова,
канд. техн. наук Н.Н. Кошелева,
ассистент А.А. Винокуров

УДК 621.382

Методические указания к выполнению к выполнению лабораторной работы № 5 по дисциплине «Информатика» для студентов направления 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника», профиля «Микроэлектроника и твердотельная электроника» очной формы обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост. Е.Ю. Плотникова, Н.Н. Кошелева, А.А. Винокуров. Воронеж, 2016. 56 с.

В методических указаниях описывается технология проведения расчетов в математической пакете MathCad версии 15. Приведены задания для самопроверки.

Методические указания подготовлены в электронном виде в текстовом редакторе MS Office Word 2010 и содержатся в файле «МУ информ MathCad.pdf».

Табл. 12. Ил. 8. Библиогр.: 4 назв.

Рецензент канд. техн. наук, доц. А.В. Арсентьев

Ответственный за выпуск зав. кафедрой
д-р физ.-мат. наук, проф. С.И. Рембеза

Издается по решению редакционно-издательского совета Воронежского государственного технического университета

© ФГБОУ ВО "Воронежский государственный технический университет", 2016

ВВЕДЕНИЕ

При открытии программы MathCad на экране появляется рабочее окно с главным меню и основными панелями: Стандартная (1), Форматирование (2), Математическая (3), Ресурсы (4), Элементы управления (4), Отладка (6).

1, 2 и 3 – основные, присутствуют во всех версиях; все остальные могут изменяться.

Рассмотрим главное меню:

в пункте меню **Файл** возможно

- создать новый документ,
- открыть ранее сохраненный,
- закрыть документ,
- сохранить,
- сохранить, прописав имя и путь хранения,
- описать параметры страницы (альбомная или книжная, поля, размер (A4, A5...)),
- распечатать документ и предварительно его просмотреть,
- просмотреть недавние файлы.

в пункте меню **Правка** возможно

- отменить или вернуть последнее действие,
- вырезать, копировать, вставить,
- выделить все данные,
- удалить данные,
- найти и заменить.

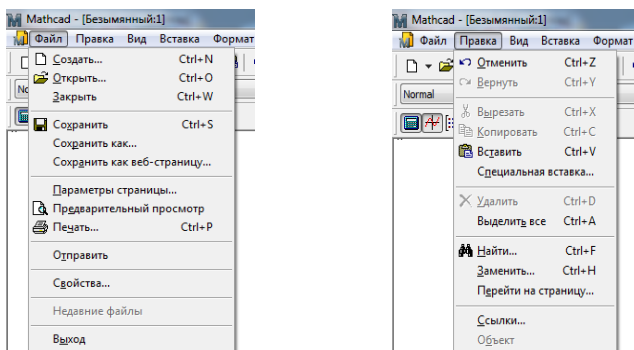


Рис.1. Настройки меню «Файл» и «Правка»

В пункте меню **Вид** возможно добавить панель инструментов.

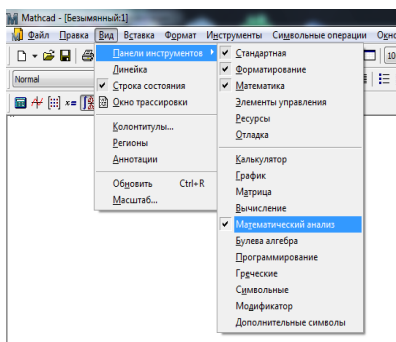


Рис. 2. Настройка меню «Вид»

На следующем рисунке приведены возможные панели в Mathcad 15.

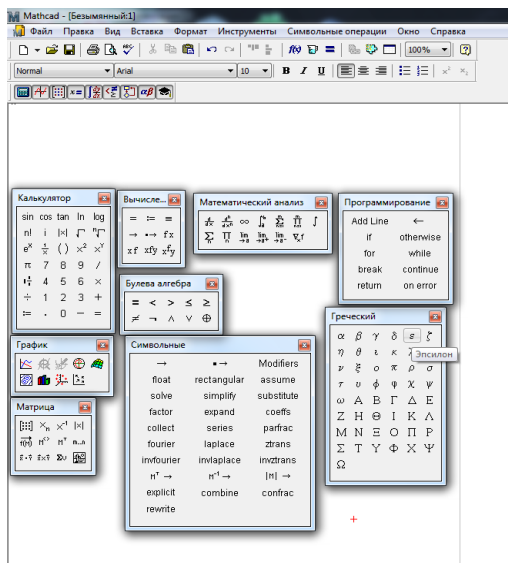
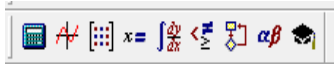


Рис. 3. Панели инструментов MathCad

Каждую из этих панелей можно открыть, используя также определенную кнопку на панели



, на которой кнопки в порядке следования соответствуют значениям:

- 1 – калькулятор,
- 2 – график,
- 3 – матрица,
- 4 – вычисления,
- 5 – математический анализ,
- 6 – булева алгебра,
- 7 – программирование,
- 8 – греческий,
- 9 – символьный.

В пункте меню **Вставка** возможна установка единиц измерения.

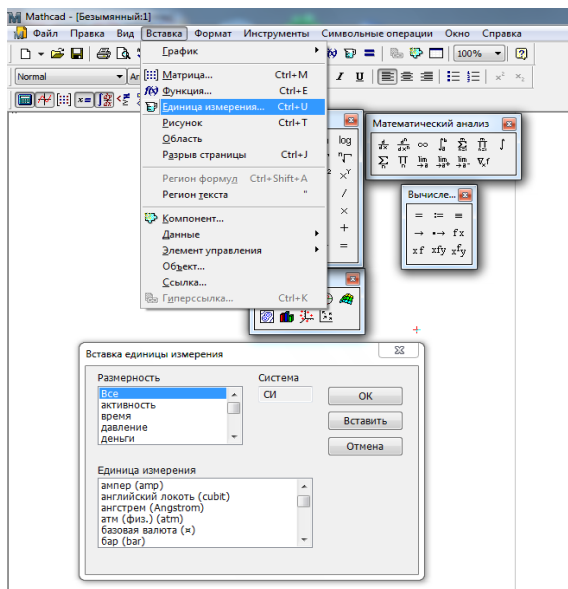


Рис.4. Настройка единиц измерения

В пункте меню **Вставка** осуществляется выбор функций.

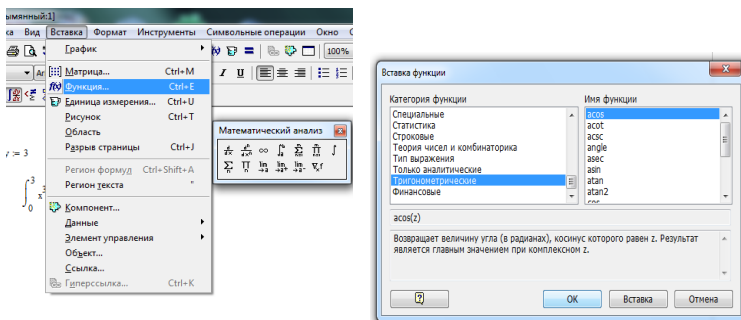


Рис.5. Путь для определения математических функций

Формат вывода результата можно установить в пункте меню **Формат – Результат**.

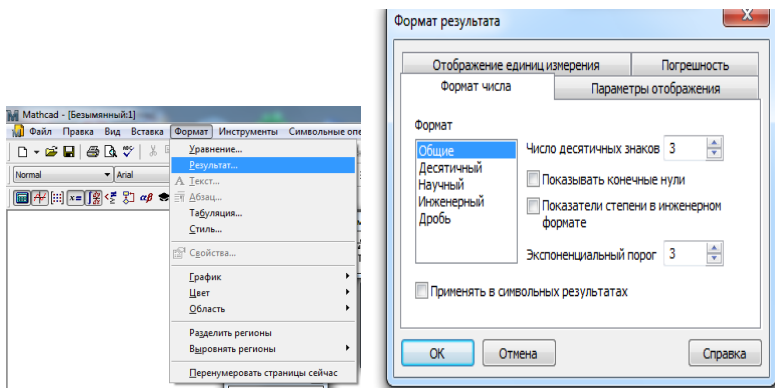


Рис. 6. Настройка отображения результатов расчета

1. РАСЧЕТ ПРЕДЕЛОВ, ИНТЕГРАЛОВ И ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

Производить различные математические операции возможно в пункте меню **Символьные операции**.

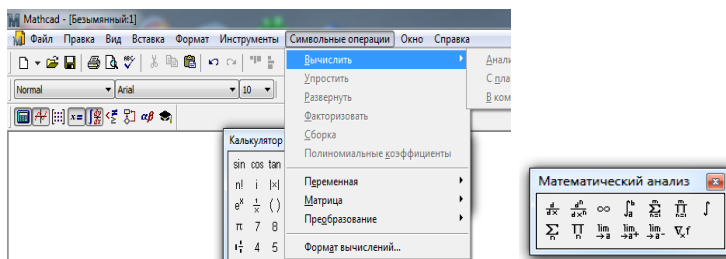


Рис.7. Пункт меню «Математические операции»

Вычисление выражений, интегралов, пределов, дифференцирование проводится следующим образом:

$$x := 5 \quad y := 3 \quad a := 10$$

$$\frac{(x+y)}{a} = 0.8 \quad \int_0^3 x^3 dx = 20.25 \quad \frac{d}{dx} x^3 = 75$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(5x)}{\tan(x)} \rightarrow 5 \quad \frac{d}{dx} \left(\operatorname{atan}(1+x^2) \right) \rightarrow \frac{2 \cdot x}{(x^2+1)^2+1}$$

$$\int_a^b \frac{\sin(x)}{\cos(x)} dx \rightarrow \ln(\cos(a)) - \ln(\cos(b))$$

2. ЗАДАЧИ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Преобразование алгебраических выражений можно выполнять при помощи пункта меню **Symbolics**. Рассмотрим более подробно пункты этого меню, относящиеся только к преобразованиям алгебраических выражений:

Simplify (упростить) – выполнить арифметические операции, привести подобные слагаемые, сократить дроби, провести тождественные преобразования алгебраических и тригонометрических выражений.

Expand (развернуть) – раскрыть скобки, перемножить и привести подобные слагаемые.

Factor (разложить на множители) – представить выражение в виде произведения простых сомножителей.

Collect (подобные) – привести подобные слагаемые.

Polynomial Coefficients (коэффициенты полинома) – выводится вектор коэффициентов полинома. Перед выполнением данной команды переменную, по которой необходимо получить коэффициенты полинома, необходимо выделить. Выводится вектор, состоящий из $n+1$ коэффициента полинома, начиная со свободного члена.

В подменю **Variable** есть подпункт **Convert to Partial Fraction** – разложить рациональную дробь на множители.

2.1. Упрощение алгебраического выражения

Решение: Устанавливаем стиль вывода результатов по горизонтали. Вводим выражение. Заходим в пункт меню **Symbolics** и нажимаем мышкой на команду **Simplify**. В результате, справа от формулы появляется ответ.

$$\frac{p^3 + 4p^2 + 10p + 12}{p^3 - p^2 + 2p + 16} \cdot \frac{(p^3 - 3p^2 + 8p)}{p^2 + 2p + 6} \text{ simplify} \rightarrow p$$

2.2. Раскрытие скобок и приведение подобных слагаемых

Решение. Вводим алгебраическое выражение. Выделяем всю формулу. Заходим в пункт меню **Symbolics** и вызываем команду **Expand**. Получаем ответ.

$$(z - 2y) \cdot (z + 2y) \cdot (x - y) + 4xy^2 + yz^2 \text{ expand} \rightarrow 4y^3 - yz^2 + yz^2 + xz^2$$

2.3. Разложение алгебраического выражения на множители

Решение. Вводим алгебраическое выражение. Заходим в пункт меню **Symbolics** и вызываем команду **Factor**. Получаем ответ.

$$x^5 + x^4 - 6x^3 - 13x^2 - 13x - 6 \text{ factor} \rightarrow (x - 3) \cdot (x + 2) \cdot (x + 1) \cdot (x^2 + x + 1)$$

2.4. Разложение рациональной дроби на простейшие множители

Решение: Вводим алгебраическое выражение. Подводим курсор к любому символу x в алгебраическом выражении и выделяем его. Выделить один символ проще при помощи клавиатуры. Для этого необходимо, удерживая нажатой клавишу **Shift**, нажать клавишу стрелка вправо или влево. После выделения символа x вызываем пункт меню **Symbolics** и заходим в подпункт **Variable**. В этом подпункте

выбираем команду **Convert to Partial Fraction**. Если эта команда не активизирована, то переменная, по которой необходимо разложить рациональную функцию на простые дроби, не выделена.

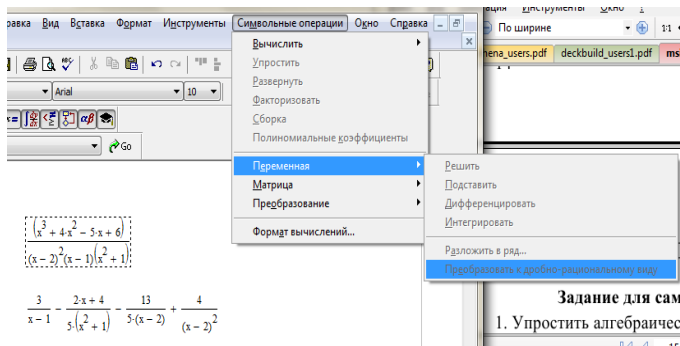


Рис. 8. Разложение рациональной дроби на простейшие множители

3. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ

В математике часто удобнее полученное решение вывести в графическом виде. Для решения этой задачи удобнее использовать панель графиков. На этой панели представлено семь кнопок, предназначенных для построения различных типов графиков. Эту же задачу можно решить, используя меню **Insert** (Вставка). В этом меню есть подменю **Graph**, состоящее из восьми команд.

X-Y Plot, «Shift+2» – построение графиков функции одной переменной в декартовых координатах.

Polar Plot, «Ctrl+7» – построение графиков функции одной переменной в полярных координатах.

3D Plot Wizard – мастер построения графиков функции двух переменных. При вызове данной команды появляется окно, в котором предлагается пять видов представления графических результатов в трехмерном пространстве: поверхность, контур, векторное поле, трехмерная диаграмма и точечный график. Можно выбрать любой тип представления.

Surface Plot, «Ctrl+2» – графики функций двух переменных в декартовых координатах.

Counter Plot, «Ctrl+5» – линии уровня функции двух переменных в декартовых координатах.

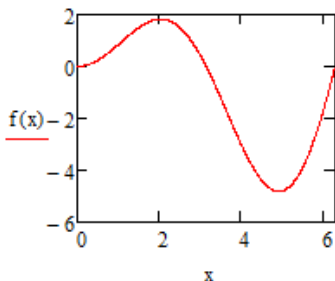
3D Scatter Plot – изображение точек в трехмерном пространстве, заданных декартовыми координатами.

3D Bar Plot – трехмерные диаграммы.

Vector Field Plot – векторное поле.

Пример 1. Построить график функции $f(x) = x \sin(x)$ на отрезке $[0; 2\pi]$.

$$f(x) := x \cdot \sin(x)$$



Пример 2. Построить графики трех функций:

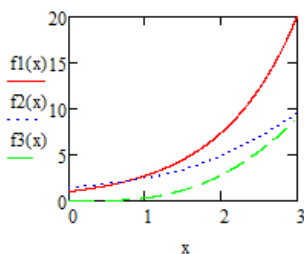
$$F1(x) = e^x,$$

$$F2(x) = \sqrt{x^4 + 3x + 2},$$

$$F3(x) = x^2 \cdot \ln(x^2 + 1), \quad x: [0; 3].$$

При построении функции вводятся через запятую.

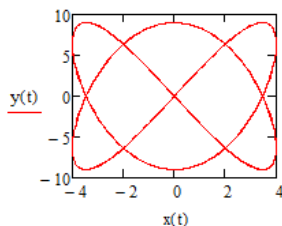
$$f1(x) := e^x \quad f2(x) := \sqrt{x^4 + 3 \cdot x + 2} \quad f3(x) := x^2 \cdot \log(x^2 + 1)$$



Пример 3. Построить график кривой, заданной в параметрической форме.

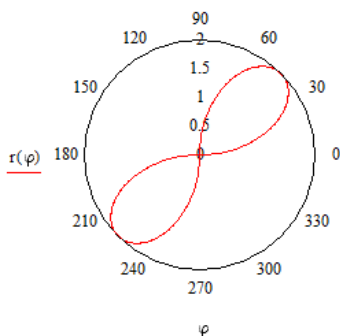
$$\begin{cases} x = 4 \sin(2t) \\ y = 9 \sin(3t) \end{cases}$$

$$x(t) := 4 \cdot \sin(2 \cdot t) \quad y(t) := 9 \cdot \sin(3 \cdot t)$$



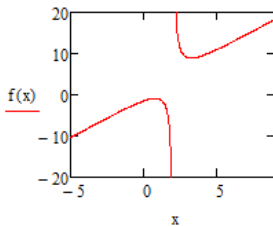
Пример 4. Построить график кривой, заданной в полярной системе координат: $r = 2 \cdot \sin(2 \cdot \varphi)$. На графике мы видим четыре лепестка, а должно быть два. Разработчики пакета Mathcad при построении графика функций в полярной системе координат решили отрицательные значения аргумента r отображать на графике в противоположную сторону полюса. Мы отобразим все отрицательные значения функции в полюс, тем самым уберем из графика все мнимые кривые.

$$r(\varphi) := \begin{cases} 2 \cdot \sin(2 \cdot \varphi) & \text{if } (\sin(2 \cdot \varphi) > 0) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



Пример 5. Построить график функции

$$f(x) := \frac{(2x^2 - 4x + 3)}{(x - 2)}$$



Пример 6. Затабулировать функцию: $f(x) := x^2 \cdot \cos(2x) \cdot x$; $x \in [0; \pi]$ с шагом $h = 0,1\pi$.

Определим массив абсцисс точек табуляции x_i и массив F_i значений функции в точках x_i . Для этого определяем диапазон изменения индекса i узлов сетки: $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$.

$$i := 0..10 \quad x_i := i \cdot \frac{\pi}{10} \quad F_i := f(x_i)$$

Первая команда задает диапазон изменения индекса i . Символ изменения диапазона «..» вводится нажатием символа «;» (точка с запятой). Такая переменная i называется ранжированным вектором. При использовании ранжированного вектора происходит циклическое выполнение команд для указанного диапазона значений и направления вектора. Вторая команда вычисляет вектор абсцисс узлов табуляции.

Чтобы вывести вектор x , необходимо ввести с клавиатуры: $x =$. Аналогично, для вывода значений функции подаем команду: $F =$.

$$i := 0..10 \quad x_i := i \cdot \frac{\pi}{10} \quad f(x) := x^2 \cdot \cos(2 \cdot x)$$

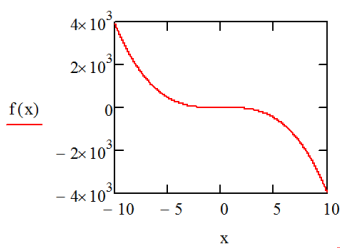
$$F_i := f(x_i)$$

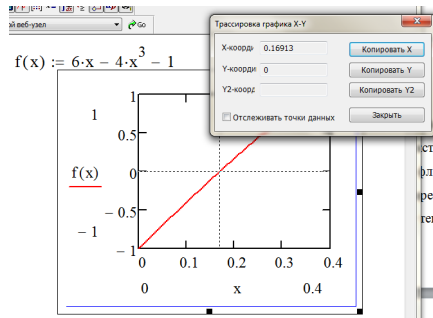
	0		F =
0	0		0
1	0.314		0.08
2	0.628		0.122
3	0.942		-0.274
+			
x =	4	1.257	-1.278
	5	1.571	-2.467
	6	1.885	-2.874
	7	2.199	-1.494
	8	2.513	1.952
	9	2.827	6.468
	10	3.142	9.87

Пример 7. Графически найти первый положительный корень уравнения: $6 \cdot x - 4 \cdot x^3 - 1 = 0$.

При помощи оператора присваивания определим функцию: $f(x) := 6 \cdot x - 4 \cdot x^3 - 1$ и построим ее график на отрезке $[0, 2]$. Из графика видно, что первый положительный корень находится на отрезке $[0; 0,2]$. Уменьшаем диапазон изменения координат по оси x до отрезка $[0; 0,2]$ и оси y от -1 до $0,5$.

$$f(x) := 6 \cdot x - 4 \cdot x^3 - 1$$





Находясь внутри поля графика, вызываем контекстное меню, нажав на правую кнопку мыши. В возникшем контекстном меню выбираем пункт Trace.. В возникшем диалоговом окне убираем флажок Track Data Points и, нажав левую кнопку мыши, не отпуская ее, перемещаемся по графику функции. В диалоговом окне X–Y Trace отображаются текущие координаты точки и, кроме того, на экране отображается две перекрещивающиеся пунктирные линии. Перемещаемся по графику до тех пор, пока число в поле Y–Value не примет нулевое или близкое к нему значение. Значение координаты x и есть графическое решение уравнения $f(x)=0$.

Пример 8. Построить график функции двух переменных $z=9-x^2-y^2$.

Для того чтобы построить график функции двух переменных, необходимо предварительно ее затабулировать, т.е. получить матрицу со значениями функции в узлах некоторой сетки. Вводим следующие переменные: N – число узлов сетки по оси Ox; M – число узлов сетки по оси Oy; [a; b] – отрезок по оси Ox; [c;d] – отрезок по оси Oy; hx, hy – шаг сетки по оси Ox и Oy.

Ниже приведен фрагмент рабочего документа Mathcad с необходимыми командами для построения графиков функции двух переменных $z=f(x,y)$, а также график поверхности (сверху) и график изолиний (снизу).

$$\begin{aligned}
 f(x,y) &:= 9 - x^2 - y^2 & N &:= 10 & M &:= 10 & a &:= -1 & b &:= 1 & c &:= -1 \\
 d &:= 1 & hx &:= \frac{b-a}{N} & hy &:= \frac{d-c}{M} & i &:= 0..N & j &:= 0..M \\
 x_i &:= a + hx \cdot i & y_j &:= c + hy \cdot j & z_{i,j} &:= f(x_i, y_j)
 \end{aligned}$$

4. РЕШЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ

Пример 1. Решить кубическое уравнение:

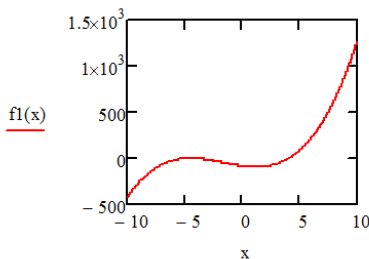
$$x^3 + 5x^2 - 16x - 80 = 0.$$

Первый метод. Необходимо нажать левую кнопку мыши на значке **solve** из панели **Symbolic**. Введите в помеченной позиции слева от **solve** левую часть уравнения, а справа – имя переменной, относительно которой нужно получить решение. При этом надо следить, чтобы имя текущей переменной в документе ранее не использовалось для переменных другого типа, например массивов. После выхода из поля определения уравнения, справа от стрелки появляется ответ.

$$t^3 + 5 \cdot t^2 - 16 \cdot t - 80 \text{ solve, } t \rightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Второй метод. Решение уравнения при помощи функции **root(F(x),x,[a,b])**. Применяется для приближенного вычисления одного корня уравнения $F(x)=0$, находящегося на отрезке $[a; b]$. Последние два аргумента являются необязательными. При отсутствии отрезка $[a; b]$ среди параметров, перед вызовом функции, необходимо задать нулевое приближение для корня. Если отрезок $[a; b]$ выбран неправильно, то выдается сообщение об ошибке и команда выделяется красным цветом.

$$f1(x) := x^3 + 5 \cdot x^2 - 16 \cdot x - 80$$



$$\text{root}(f1(x), x, 0, 5) = 4$$

$$\text{root}(f1(x), x, -10, -4.5) = -5$$

$$x := -3 \quad \text{root}(f1(x), x) = -4$$

Третий метод. Решение уравнения при помощи блока вычислений **Given/find(x,y,z,..)**. Данным методом решаются не только уравнения, но и системы уравнений с несколькими неизвестными переменными: x, y, z, \dots . Функция **find** (найти) применяется в паре с командой **Given** (дано). Структура блока вычисления решения данным методом следующая: $x:=x_0$ $y:=y_0$ $z:=z_0$ **Given** уравнение или система уравнений **Find(x, y, z, ...)**. Знак = в уравнении набирается как знак логической операции при помощи горячих клавиш «Ctrl+=» или используя панель инструментов **Boolean**. В формуле такой знак отображается полужирным шрифтом.

$$\text{Given } x^3 + 5 \cdot x^2 - 16 \cdot x - 80 = 0 \quad \text{find}(x) \rightarrow (4 \quad -4 \quad -5)$$

Пример 2. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \\ y = 2x^2 - 4 \end{cases}$$

Решение. Для определения количества корней и приближенных значений корней уравнений построим графики данных функций. Для этого первую функцию представим в явном виде. В явном виде эту функцию можно

представить как две функции: $h1(x) = 3\sqrt{1 - x^2/16}$ - верхняя часть эллипса и $-h1(x)$ - нижняя часть эллипса. Графиком третьей функции $h2(x) = 2x^2 - 4$ является парабола. Из графика видно, что данная система имеет четыре решения, находящиеся в разных четвертях декартовой системы координат. Приближенные значения решений: (2; 3), (-2; 3), (-1; -3), (1; -3).

$$\begin{aligned}
 &g(x,y) := \frac{x}{16} + \frac{y}{9} - 1 \quad h(x,y) := y - 2 \cdot x^2 + 4 \\
 &x := 2 \quad y := 3 \quad \text{Given } g(x,y) = 0 \quad h(x,y) = 0 \quad r1 := \text{Find}(x,y) \\
 &\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad r1 = \begin{pmatrix} 1.826 \\ 2.669 \end{pmatrix} \\
 &\underline{x} := -2 \quad \underline{y} := 3 \\
 &\text{Given } g(x,y) = 0 \quad h(x,y) = 0 \quad r2 := \text{Find}(x,y) \\
 &\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad r2 = \begin{pmatrix} -1.826 \\ 2.669 \end{pmatrix} \\
 &\underline{x} := -2 \quad \underline{y} := -3 \\
 &\text{Given } g(x,y) = 0 \quad h(x,y) = 0 \quad r3 := \text{Find}(x,y) \\
 &\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad r3 = \begin{pmatrix} -0.724 \\ -2.95 \end{pmatrix} \\
 &\underline{x} := 2 \quad \underline{y} := -3 \\
 &\text{Given } g(x,y) = 0 \quad h(x,y) = 0 \quad r4 := \text{Find}(x,y) \\
 &\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad r4 = \begin{pmatrix} 0.724 \\ -2.95 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Пример 3. Решить систему трех нелинейных уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1000 \\ z = \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} \\ y = 4x^2 \end{cases}$$

В данной задаче необходимо найти все точки пересечения трех поверхностей второго порядка. Первая поверхность является сферой радиуса 10 с центром в начале координат. Вторая поверхность – эллиптический параболоид с ветвями, направленными вверх. Эти поверхности пересекаются, и линией пересечения является замкнутая линия, проекция которой на плоскость Oxy – эллипс. Третье уравнение системы описывает поверхность являющуюся

параболическим цилиндром с осью Oz. Очевидно, что эта поверхность имеет две общие точки с линией пересечения первых двух поверхностей. В качестве нулевого приближения возьмем следующие две точки:

- 1) $x_0 = 4; y_0 = 3; z_0 = 100 - x_0^2 - y_0^2$,
- 2) $x_0 = -4; y_0 = 3; z_0 = 100 - x_0^2 - y_0^2$.

$$f1(x, y, z) := x^2 + y^2 + z^2 - 100$$

$$f2(x, y, z) := z - \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9}$$

$$f3(x, y, z) := y - 4 \cdot x^2$$

$$x := 4 \quad y := 3 \quad z := 100 - x^2 - y^2$$

$$\text{Given} \quad f1(x, y, z) = 0 \quad f2(x, y, z) = 0 \quad f3(x, y, z) = 0$$

$$r := \text{Find}(x, y, z) \quad r^T = (1.373 \quad 7.536 \quad 6.428)$$

$$\underline{x} := -4 \quad \underline{y} := 3 \quad \underline{z} := 100 - x^2 - y^2$$

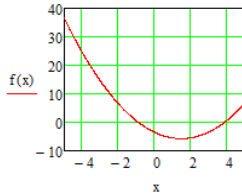
$$\text{Given} \quad f1(x, y, z) = 0 \quad f2(x, y, z) = 0 \quad f3(x, y, z) = 0$$

$$r := \text{Find}(x, y, z) \quad r^T = (-1.373 \quad 7.536 \quad 6.428)$$

Варианты реализации решения уравнений в Маткаде представлены ниже:

Решение уравнения

$$f(x) := x^2 - 3x - 3.5$$



Графическое решение уравнения
приблизительно $x=4$ и $x=-1$.
Эти значения используем в качестве начального
приближения

1 способ

$x_0 := 4$ начальное приближение

$$\text{root}(f(x), x) = 3.898$$

$x_0 := -2$

$$\text{root}(f(x_0), x_0) = -0.898$$

2 способ

$x := 4$

$$\text{root}(x^2 - 3x - 3.5, x) = 3.898$$

$x_0 := -2$

$$\text{root}(x_0^2 - 3x_0 - 3.5, x_0) = -0.898$$

3 способ

$$\text{root}(f(x), x, 0, 4) = 3.898$$

$$\text{root}(f(x), x, 0, -4) = -0.898$$

Или:

Решение уравнения

$$g(t) := t^2 - 3t - 3.5$$

$t := 4$

Given

$$g(t) = 0 \quad \text{здесь нужно писать жирное равно Ctrl + =}$$

$$-4 < t < 5$$

$$\text{Find}(t) = 3.898$$

Или:

x := -50, -50.1.. 10

знак .. пишут нажав на клавишу Ж в английском алфавите

чтобы добавить второй график подводят курсор к записи на оси у и нажимают запятую ,

найдем первое решение

x := -3 y := -5 x < 0

Given

$$y = (x^2 + 4x) \quad y = 3x + 8$$

$$\begin{pmatrix} x0 \\ y0 \end{pmatrix} := \text{Find}(x, y) \quad \begin{pmatrix} x0 \\ y0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3.372 \\ -2.117 \end{pmatrix}$$

Проверим

$$(x0)^2 + 4 \cdot (x0) = -2.117$$

$$3 \cdot x0 + 8 = -2.117$$

найдем второе решение

x := 2.4 y := 15

Given

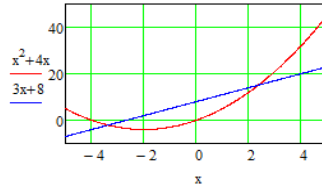
$$y = (x^2 + 4x) \quad y = 3x + 8$$

$$\begin{pmatrix} x1 \\ y1 \end{pmatrix} := \text{Find}(x, y) \quad \begin{pmatrix} x1 \\ y1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.372 \\ 15.117 \end{pmatrix}$$

Проверяем

$$(x1)^2 + 4 \cdot (x1) = 15.117$$

$$3 \cdot x1 + 8 = 15.117$$



существует 2 решения - это приблизительно -3,2; 2,4

5. МАТРИЦЫ

Для решения инженерных задач часто приходится выполнять различные матричные операции: решать систему линейных алгебраических уравнений, вычислять нормы матриц, вычислять определитель, находить обратную матрицу, умножать матрицы, вычислять ранг матрицы, определять собственные числа и вектора и т.д.

Номера столбцов и строк матриц, по умолчанию, начинается с нуля. Чтобы выполнить любую операцию над матрицами при помощи панели инструментов, необходимо нажать на соответствующую кнопку и ввести в помеченной позиции имя матрицы и, возможно, параметры команды. На этапе ввода матрицы для перехода к следующему элементу можно использовать клавишу Tab или “Shift+Tab”.

Для выполнения различных матричных преобразований в Mathcad встроено более сорока матричных функций. Все эти функции можно разделить на три группы.

1. Функции определения матриц и операции с блоками матриц.
2. Функции вычисления числовых характеристик матриц.
3. Функции, реализующие численные алгоритмы решения задач линейной алгебры.

Чтобы вызвать список всех матричных и векторных функций, необходимо войти в пункт меню **Insert/Function**. В списке из тридцати типов функций выбрать предпоследний пункт **Vector and Matrix** и перейти в правое поле, в котором расположен список матричных и векторных функций.

1. Функции определения матриц и операции с блоками матриц.

matrix(N, M, fun) — создает и заполняет матрицу, состоящую из N строк и M столбцов. Третий параметр fun определяет имя функции двух переменных **fun(i, j)**, задающую формулу для заполнения элемента, стоящего на пересечении i-й строки и j-го столбца. Функция fun должна быть определена выше.

$$f(i,j) := 10 \cdot (i + 1) + (j + 1) \quad \text{matrix}(2,3,f) = \begin{pmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 21 & 22 & 23 \end{pmatrix}$$

diag(V) — на базе вектора V создает диагональную матрицу, диагональные элементы которой равны компонентам заранее определенного вектора V.

$$\underline{V} := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{diag}(V) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

identity(N) — создает единичную матрицу порядка N.

$$\underline{A} := \text{identity}(2) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

augment(A, B, C, ...) – на базе нескольких, заранее определенных матриц A, B, C и т.д., имеющих одинаковое количество строк, формирует матрицу, в первых столбцах которой расположен массив A, а в последующих – массивы B, C и т.д.

$$M := \begin{pmatrix} 1 \\ 10 \end{pmatrix} \quad N := \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 20 & 30 \end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 40 & 50 & 60 \end{pmatrix}$$

$$\text{augment}(M, N, C) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 10 & 20 & 30 & 40 & 50 & 60 \end{pmatrix}$$

stack(A, B, C, ...) – на базе нескольких, заранее определенных матриц A, B, C и т.д., имеющих одинаковое количество столбцов, формирует матрицу, в первых строках которой расположен массив A, а в последующих – массивы B, C и т.д.

$$M := \begin{pmatrix} 1 \\ 10 \end{pmatrix} \quad N := \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 20 & 30 \end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 40 & 50 & 60 \end{pmatrix}$$

$$D := \text{stack}(M^T, N^T, C^T) = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 2 & 20 \\ 3 & 30 \\ 4 & 40 \\ 5 & 50 \\ 6 & 60 \end{pmatrix}$$

submatrix(A, RowBeg, RowEnd, ColumnBeg, ColumnEnd) – выводит блок матрицы A, расположенный в строках с RowBeg по RowEnd и в столбцах с ColumnBeg по ColumnEnd.

$$D := \text{stack}(M^T, N^T, C^T) = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 2 & 20 \\ 3 & 30 \\ 4 & 40 \\ 5 & 50 \\ 6 & 60 \end{pmatrix}$$

$$\text{submatrix}(D, 3, 4, 1, 1) = \begin{pmatrix} 40 \\ 50 \end{pmatrix}$$

last(V) – возвращает номер последней компоненты вектора V .

length(V) – возвращает количество компонент вектора V .

rows(A) – возвращает количество строк в матрице A .

cols(A) – возвращает количество столбцов в матрице A .

max(A, B, C, ...), min(A, B, C, ...) – возвращают соответственно максимальное и минимальное значение элементов матриц, включенных в скобки.

tr(A) – возвращает сумму диагональных элементов матрицы A (след матрицы A).

rank(A) – вычисляет ранг матрицы A .

norm1(A), norm2(A), norme(A), normi(A) – вычисление норм матрицы A по разным методам.

eigenvals(A) – вычисление собственных значений квадратной матрицы A .

eigenvecs(A) – вычисление собственных векторов квадратной матрицы A .

lsolve(A,b) – решение системы линейных алгебраических уравнений $Ax=b$.

rref(A) – приведение матрицы к ступенчатому виду при помощи элементарных преобразований с единичным базисным минором.

Пример 1. Найти миноры M_{22} , алгебраические дополнения A_{31} и вычислить определители матриц.

Для данного определителя Δ найти миноры и алгебраические дополнения элементов a_{12}, a_{3j} . Вычислить определитель Δ : а) разложив его по элементам I -ой строки; б) разложив его по элементам J -го столбца; в) получив предварительно нули в I -ой строки.

$$\Delta = \begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 4 \end{vmatrix} \quad I=1, J=2$$

Решение:

1. Находим миноры к элементам a_{12} и a_{32} :

$$M_{12} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \end{vmatrix} = -8 - 16 + 6 + 12 + 4 - 16 = -18,$$

$$M_{32} = \begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & -1 & 4 \end{vmatrix} = -12 + 12 - 12 - 8 = -20.$$

Алгебраические дополнения элементов a_{12} и a_{32} соответственно равны:

$$A_{12} = (-1)^{1+2} M_{12} = (-16) = 16,$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} M_{32} = (-20) = 20.$$

2. а). Вычислим определитель, разложив его по элементам первой строки:

$$\begin{aligned} \Delta &= a_{11} \cdot A_{11} + a_{12} \cdot A_{12} + a_{13} \cdot A_{13} + a_{14} \cdot A_{14} = -3 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \end{vmatrix} + \\ &+ 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 4 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -3(8 - 2 + 4) - 2(8 - 16 + 6 - 12 + 4 - 16) + \\ &+ (16 - 12 - 4 + 32) = 38 \end{aligned}$$

б) Вычислим определитель, разложив его по элементам второго столбца:

$$\begin{aligned} \Delta &= a_{21} \cdot A_{21} + a_{22} \cdot A_{22} + a_{23} \cdot A_{23} + a_{24} \cdot A_{24} = -2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix} + \\ &+ 0 \cdot \begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & -1 & 4 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \\ 4 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -2(8 - 6 - 16 + 12 + 4 - 16) + \\ &+ 2(12 - 6 - 16) + (8 - 16 - 12 - 4) = 38. \end{aligned}$$

в) Вычислить определитель Δ , получив предварительно нули в первой строке. Используем свойство определителей: определитель не изменится, если ко всем элементам какой-либо строки (столбца) прибавить соответствующие элементы другой строки (столбца), умноженные на одно и то же произвольное число. Умножим третий столбец определителя на 3 и прибавим к первому, затем умножим на (-2) и прибавим ко второму. Тогда в первой строке все элементы, кроме одного, будут нулями. Разложим полученный таким образом определитель по элементам первой строки и вычислим его:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & -4 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -14 & -6 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{vmatrix} = -(-56 + 18) =$$

$$= 38$$

Более подробная запись использования управляющих выражений приведена ниже:

```

ORIGIN := 1
*****
A := ⎡ 5 6 3 ⎤
    ⎣ 0 1 0 ⎣
    ⎣ 7 4 5 ⎣
|A| = 4
⎡ 5 3 ⎤
⎣ 7 5 ⎣ = 4
A31 := submatrix(A, 1, 2, 2, 3)
A31 = ⎡ 6 3 ⎤
    ⎣ 1 0 ⎣
B := ⎡ 1 -2 3 4 ⎤
    ⎣ 2 1 -4 3 ⎣
    ⎣ 3 -4 -1 -2 ⎣
    ⎣ 4 3 2 -1 ⎣
|B| = 900
B1 := augment(submatrix(B, 1, 1, 1, 1), submatrix(B, 1, 1, 3, 4))
B2 := augment(submatrix(B, 3, 4, 1, 1), submatrix(B, 3, 4, 3, 4))
B22 := stack(B1, B2)
B22 = ⎡ 1 3 4 ⎤
    ⎣ 3 -1 -2 ⎣
    ⎣ 4 2 -1 ⎣
|B22| = 30
M31 := stack(submatrix(B, 1, 2, 2, 4), submatrix(B, 4, 4, 2, 4))
B31 := submatrix(B, 4, 4, 2, 4)

```

Пример 2. Решить уравнение:

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ x & x & 8 \end{vmatrix} = 12.$$

$$x := 0 \quad \text{Given} \quad \begin{vmatrix} 0 & -1 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ x & x & 8 \end{vmatrix} = 0 \quad \underline{\underline{x}} := \text{Find}(x) \quad x = 2$$

Пример 3. Найти произведения матриц $A \cdot B$:

$$\underline{\underline{A}} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 6 & -3 & 9 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

Пример 4. Доказать, что матрица A имеет обратную и найти её:

$$\underline{\underline{A}} := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} -2.333 & -0.833 & 2.167 \\ 1.667 & 0.667 & -1.333 \\ 0.333 & -0.167 & -0.167 \end{pmatrix}$$

Пример 5. Найти ранг матрицы:

$$\underline{\underline{A}} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{rank}(A) = 2$$

Пример 6. Решить систему линейных уравнений: а) матричным методом; б) методом Крамера; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases}$$

а) вводим матрицу и вектор:

$$\begin{aligned}
 \underline{\underline{A}} &:= \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} & \mathbf{b} &:= (2 \ 6 \ 5)^T & \mathbf{x} &:= \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b} \\
 & & & & \mathbf{x}^T &= (2 \ -5 \ 3) \\
 & & & & (\mathbf{A} \cdot \mathbf{x})^T &= (2 \ 6 \ 5) & \text{проверка}
 \end{aligned}$$

б) Решаем систему методом Крамера. На базе матрицы A получаем три вспомогательные матрицы: A1, A2 и A3. В матрице A1, вместо первого столбца, в матрице A2, вместо второго столбца и в матрице A3, вместо третьего столбца, подставляем вектор b.

ORIGIN := 1

$$\underline{\underline{A}} := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} := (2 \ 6 \ 5)^T$$

$$\mathbf{A1} := \text{augment}(\mathbf{b}, \mathbf{A}^{(2)}, \mathbf{A}^{(3)})$$

$$\mathbf{A2} := \text{augment}(\mathbf{A}^{(1)}, \mathbf{b}, \mathbf{A}^{(3)})$$

$$\mathbf{A3} := \text{augment}(\mathbf{A}^{(1)}, \mathbf{A}^{(2)}, \mathbf{b})$$

$$\mathbf{d} := |\mathbf{A}|$$

$$\mathbf{y} := \text{stack}\left(\frac{|\mathbf{A1}|}{\mathbf{d}}, \frac{|\mathbf{A2}|}{\mathbf{d}}, \frac{|\mathbf{A3}|}{\mathbf{d}}\right)$$

$$\mathbf{y}^T = (2 \ -5 \ 3)$$

в) Решение методом Гаусса:

ORIGIN := 1

$$\underline{\underline{A}} := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} := (2 \ 6 \ 5)^T$$

$$\text{lsolve}(\mathbf{A}, \mathbf{b})^T = (2 \ -5 \ 3)$$

ЗАДАНИЯ ПО ВАРИАНТАМ:

Задание 1.1. Найдите значение X по заданной формуле

Таблица 1

№1 $X = \frac{\cos(\alpha\beta)}{3\sqrt{x}}$			№2 $X = \frac{\sqrt{\alpha} \sin(\beta)}{x}$			№3 $X = \frac{\sqrt{\alpha\beta}}{\operatorname{tg}(\chi)}$		
2.043	12.16	5.205	86.4	72.5	66.4	16.2	23.3	18.4
962.6	55.18	87.32	68.7	53.8	72.3	12.48	11.3	20.02
№4 $X = \frac{\sin(\alpha^2)\beta}{x}$			№5 $X = \frac{\alpha\cos(\beta^3)}{x}$			№6 $X = \frac{\sin(\alpha)\cos(\beta)}{x^2}$		
a	b	C	a	b	c	a	b	c
3.456	1.245	0.327	0.643	0.142	0.258	0.357	0.175	0.213
0.642	0.121	3.147	2.17	1.71	3.45	2.63	3.71	5.12
7.12	2.34	1.78	5.843	3.721	7.221	0.854	0.285	0.374
№7 $X = \frac{ab}{\log(c^2)}\pi^2$			№8 $X = \frac{\alpha^2\sin^2\beta}{x^2}$			№9 $X = \cos\left(\sqrt{\frac{\alpha\beta}{x}}\right)$		
a	b	c	a	b	c	a	b	c
3.456	1.245	0.327	1.653	2.348	3.804	0.756	0.834	0.638
0.642	0.121	3.147	3.78	4.37	4.05	21.7	17.8	32.7
7.12	2.34	1.78	0.158	0.235	0.318	2.65	1.84	4.88
№10 $X = \frac{\sin(\alpha\beta^3)}{48\cos(\chi)}$			№11 $X = \frac{\sin(\alpha\beta)}{\sqrt[3]{x^2}}$			№12 $X = \frac{\cos(\sqrt{\alpha})\sin(\beta)}{x}$		
a	b	c	a	b	c	a	b	c
54.8	38.5	17.3	3.878	5.16	7.299	227.6	325.6	176.7
2.45	3.35	5.73	2.041	11.16	5.115	85.4	73.5	67.4
0.863	0.734	0.956	962	56.18	88.32	67.7	55.8	77.3
№13 $X = \frac{\sqrt{\alpha}\sin(\beta)}{\operatorname{tg}(\chi)}$			№14 $X = \frac{\sin(\alpha^2)\beta}{\cos^2(\chi)}$			№15 $X = \frac{\sin(\alpha)\cos^2(\beta)}{x}$		
.845	.632	.312	.556	.345	.427	.643	.142	.258
6.4	3.5	6.4	.652	.131	.144	.17	.71	.45
2.44	1.5	0.06	.15	.33	.74	.843	.721	.221
№16 $X = \frac{\sin^2(\alpha)\cos^2(\beta)}{x^3}$			№17 $X = \frac{\ln^2(\alpha\beta)\pi^2}{x^3 \cdot 2}$			№18 $X = \frac{\operatorname{tg}(\alpha^2)\sin^3(\beta)}{\sqrt{x}}$		
.357	.175	.213	2.45	.245	.327	.652	.348	.804
.63	.71	.12	.642	.121	.147	.78	.37	.05
.854	.285	.374	.12	.34	.78	.158	.235	.318

Продолжение табл. 1

№19 X = $tg\left(\sqrt{\frac{\alpha\beta^3}{\chi}}\right)$			№20 X = $\frac{\sin(\sqrt{\alpha}\beta)}{48\cos^3(\chi)}$			№21 X = $\frac{tg(\sqrt{\alpha}\beta)}{\sqrt[3]{\chi^5}}$		
.756	.834	.638	4.8	8.5	7.3	.85	.16	.27
1.7	4.8	2.7	.45	.35	.73	.043	2.16	.205
.65	.84	.88	.863	.734	.956	62.6	5.18	7.32
№22 X = $\frac{\cos(\sqrt{\alpha})\sin^3(\beta)}{\sqrt[3]{\chi}}$			№23 X = $\frac{\sqrt{\alpha^5}\sin^3(\beta)}{tg(\chi^2)}$			№24 X = $\frac{\sqrt{\sin(\alpha^2)\beta}}{\cos(\sqrt{\lambda})}$		
28.6	15.6	86.7	.845	.632	.312	.456	.245	.327
6.4	2.5	6.4	6.2	3.3	8.4	.642	.121	.147
8.7	3.8	2.3	2.48	1.3	0.02	.12	.34	.78
№25 X = $\sin(\alpha)\frac{tg^2(\beta)}{\sqrt{\chi}}$			№26 X = $\frac{\sqrt{\sin(\alpha)\cos^2(\beta)}}{\sqrt{\chi^3}}$			№27 X = $\sqrt{\frac{\ln(\alpha\beta)\pi^2}{\chi^3}}$		
.643	.142	.258	.357	.175	.213	.456	.245	.327
.17	.71	.45	.63	.71	.12	.642	.121	.147
.843	.721	.221	.854	.285	.374	.12	.34	.78
№28 X = $\frac{\sqrt{tg(\alpha)\sin(\beta^2)}}{\sqrt{\chi^3}}$			№29 X = $\sqrt{tg\left(\frac{\alpha\beta^3}{\sqrt{\chi}}\right)}$			№30 X = $\sqrt[3]{\frac{\sin\sqrt{\alpha}\beta}{4\cos(\chi)}}$		
.653	.348	.804	.756	.834	.638	4.8	8.5	7.3
.78	.37	.05	1.7	4.8	2.7	.45	.35	.73
.158	.235	.318	.65	.84	.88	.863	.734	.956

Задание 1.2. Найдите значение Y по заданной формуле (значение X определено в задании 1.1)

Таблица 2

№1 $X^2 + \left[\frac{(a+b)c}{m-n}\right]^2$			№2 $2X + \left[\frac{(a+b)m^3}{c-n}\right]$			№3 $X^3 + \left[\frac{(a+b)m^l}{(c-n)^2}\right]$		
a	б	в	a	б	в	a	б	в

Продолжение табл. 2

4.3	5.2	2.13	13.5	18.5	11.8	2.754	3.236	4.5
17.21	15.32	22.1 6	3.7	5.6	7.4	11.7	15.8	1.8
8.2	7.5	6.3	4.22	3.42	5.82	0.65	0.65	0.8
12.417	21.823	16.8 25	34.5	26.3	26.7	2	3	5
8.37	7.56	8.13	23.725	14.782	11.23 4	6.32	7.18	4.1
№4 $\sqrt[3]{X} \left[\frac{(a+b)\log(m)}{\sqrt{c-n}} \right]$			№5 $X - \left[\frac{(a+b)\sqrt[4]{c}}{\sqrt{m-n^2}} \right]$			№6 $3X \left[\frac{(a+b)^2}{\sqrt{m-n} c!} \right]$		
23.16	17.41	3 2. 3 7	22.16	15.71	12.31	16.34 2	12.751	3 . 4
8.32	1.27	2. 3 5	5.03	3.28	1.73	2.5	3.7	7 . 3
145.5	342.3	1 2 8. 7	3.6	7.2	3.7	1	2	3
28.6	11.7	2 7. 3	12.37	13.752	17.42 8	9.14	8.12	6 . 7 1
0.28	0.71	0. 9 3	86.2	33.7	41.7	3.6	1.7	5 . 8
№7 $\frac{x}{64c} \sqrt{na^2 + mb^2}$			№8 $X^2 \left[\frac{m!(\sqrt{a-b})}{c+n} \right]^2$			№9 $3X \left[\frac{\ln(m)(\sqrt[3]{a-b})}{\sqrt{m}(n-a)} \right]$		
23.16	17. 41	32.37	16. 34 2	12.75 1	31.45 6	10.82	9.3 7	11.45
8.32	1.2 7	2.35	2.5	3.7	7.3	2.786	3.1 08	4.431
145.25	342 .3	128.7	38. 17	23.76	33.28	-	-	-
28.6	11. 7	27.3	2	3	4	0.28	0.4 6	0.75
0.28	0.7 1	0.93	3.6	1.7	5.8	14.7	15. 2	16.7
№10 $\frac{x}{2} + \frac{(2n-1)!(a+b)}{(a-b)^2}$			№11 $\sqrt{X^2} \left[\frac{(a+b)c!}{m-n} \right]^2$			№12 $X + \left[\frac{(a+b)m!}{c-n} \right]$		
a	б	c	a	б	c	a	б	C

Продолжение табл. 2

2.0435	1.1 752	4.5681	5.3	6.2	2313	12.5	19. 5	12.8	
4.2	3.8	6.3	18. 21	16.32	23.16	3.2	5.9	7.2	
-	-	-	1	2	3	4.22	3.4 9	5.82	
-	-	-	13. 41 7	20.86 3	17.92 5	1	3	5	
1	2	3	8.3 71	7.562	8.134	23.722	14. 782	11.232	
№13 $\left[\frac{(a+b)\sqrt{m!}}{(c-n)^4}\right] + X$			№14 $\left[\frac{(a+b)(m)^{n+1}}{X\sqrt{c-n!}}\right]$			№15 $\ln(X^2) \left[\frac{(a+b)\sqrt[4]{c}}{\sqrt{(m-n)!}}\right]$			
a	б	c	a	б	c	a	б	C	
a	3.754	4.2 36	5.523	25. 16	16.41	12.37	22.16	15. 71	12.31
b	11.3	14. 8	10.5	8.5 2	1.67	2.25	5.03	3.2 8	1.73
c	0.63	0.6 4	0.85	14 3.5	356.3	124.7	3.6	7.2	3.7
m	2	3	1	28. 7	14.6	26.3	5	6	7
n	6.32	7.1 5	4.15	1	2	3	1	3	5
№16 $\left[\frac{(a+b)^2+X}{\sqrt{m-n}c!}\right]$			№17 $\frac{n!}{4c}\sqrt{ba^2 + (m-n)!X^2}$			№18 $X + \sqrt{\frac{(2m-1)!(\sqrt{a-b})}{c+\log(n^2)}}$			
a	б	c	a	б	c	a	б	C	
a	16.34 2	12. 751	31.456	23. 16	17.41	32.37	16.342	12. 751	31.456
b	2.5	3.7	7.3	8.3 2	1.27	2.35	2.5	3.7	7.3
c	1	2	3	14 5.5	342.3	128.7	38.17	23. 76	33.28
m	9.14	8.1 2	6.71	2	4	6	2	3	4
n	3.6	1.7	5.8	3	6	9	3.6	1.7	5.8
№19 $\left[\frac{\ln(m)(\sqrt[3]{a-b})}{\sqrt{m(n-a^3)}}\right] + X$			№20 $X - \frac{(2n)!\sqrt{a+\sqrt{b}}}{(a-b)^2}$			№21 $X^2 + \left[\frac{(a+\sqrt{b})c!}{(m-n)^2}\right]^2$			
a	б	c	a	б	c	a	б	C	
a	10.82	9.3 7	11.4 5	2.04 35	1.1752	4.568 1	4.3	5.2	2.13

Продолжение табл. 2

b	2.786	3.108	4.431	4.2	3.8	6.3	17.21	15.32	22.16
c	-	-	-	-	-	-	1	2	3
m	0.28	0.46	0.75	-	-	-	12.417	21.823	16.825
n	14.7	15.2	16.7	1	2	3	8.37	7.56	8.13
	№22 $2X + \frac{[(a+b)(2m+1)!]}{c-n}$			№23 $\left[\frac{(\sqrt{a+b})(\sqrt{2m})}{(c-n)^4} \right] + 3X$			№24 $X \left[\frac{\sqrt{a+b}(2m)^{2n-1}}{\sqrt{c-n!}} \right]$		
	a	б	c	A	б	c	a	б	C
a	16.5	18.5	1 1 8	2.754	3.236	4.523	23.16	17.41	32.37
b	3.7	5.6	7 4	11.7	15.8	10,8	8,32	1,27	2,35
c	4.22	3.42	5 8 2	0.65	0.65	0.85	145.5	342.3	128.7
m	1	3	5	2	3	1	28.6	11.7	27.3
n	23.725	14.782	1 1 2 3 4	6.32	7.18	4.17	1	2	3
	№25 $\frac{(a^2+\sqrt{b})^4\sqrt{c+X^2}}{\sqrt{(m-n)!}}$			№26 $\sqrt{\left[\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2+X}{\sqrt{m-n} c!} \right]}$			№27 $\sqrt{\frac{n!}{3c}} \sqrt{X^2 a^2 + (m-n)! \sqrt{b}}$		
	a	б	c	A	б	c	a	б	C
a	22.16	15.71	1 2 3 1	16.342	12.751	31.456	23.16	17.41	32.37
b	5.03	3.28	1 7 3	2.5	3.7	7.3	8.32	1.27	2.35
c	3.6	7.2	3 7	1	2	3	145.5	342.3	128.7

Окончание табл. 2

m	5	6	7	9.14	8.12	6.71	2	4	6
n	1	3	5	3.6	1.7	5.8	3	6	9
	№28 $\sqrt{\frac{(2m+1)!(\sqrt{a-\sqrt{b}})}{x^2c^3+\ln(n^2)}}$			№29 $\left[\frac{\log(m)(\sqrt[3]{a-\sqrt{b}})}{\sqrt{m(n-a^3)}} \right] x^2$			№30 $\frac{(2n+1)!\sqrt{a+\sqrt{b}}}{\ln((x-b)^2)}$		
	a	б	с	A	б	с	a	б	C
a	16.342	12.751	31.456	10.82	9.37	11.45	2.0435	1.1752	4.5681
b	2.5	3.7	7.3	2.786	3.108	4.431	4.2	3.8	6.3
c	38.17	23.76	33.28	-	-	-	-	-	-
m	2	3	4	0.28	0.46	0.75	-	-	-
n	3.6	1.7	5.8	14.7	15.2	16.7	1	2	3

Задание 2.1. Вычислите предел

Таблица 3

1 вариант	$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{5x}{tg(x)} \right] \quad \lim_{n \rightarrow -\infty} (e^{ax} \ln(x^2 - a^2))$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\exp(x)}{x^2} \right)^2 \quad \lim_{n \rightarrow \pi} \left(\frac{\cos(\frac{x}{2})^2}{\cos(2x)^2} \right)$ $\lim_{t \rightarrow 5} \frac{t^3 - 81}{\sin(t-3)^3 \cos(2t)}$
2 вариант	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left[\frac{x - \frac{\pi}{2}}{ctg(3x)} \right] \quad \lim_{n \rightarrow 0} ((8x\pi)ctg(2x))$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \quad \lim_{t \rightarrow 6} \sqrt{\frac{t^3 - 125}{\cos(\pi \frac{t}{2})}}$ $\lim_{b \rightarrow 5} \left[\frac{\sin(b+1)^2}{(b^2+2)(b^2-1)} \right]$
3 вариант	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{1 + \frac{\ln x}{1+x}} \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x^3 - 12x + 2)}{\sin(x) \sin(2x) \sin(3x)}$ $\lim_{t \rightarrow -1} \frac{\sin(3t^2 \cos 5t)}{\pi \cos(\frac{t}{2})} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(32 \sin(x) \cos(x))}{tg(7x)}$ $\lim_{a \rightarrow 2} \frac{[(a-2)(a^2+4a+5)]}{\cos(\frac{\pi}{a})}$

<p>4 вариант</p>	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{tg(5x)}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{\sin\left(\frac{1}{x^2}\right)}$ $\lim_{t \rightarrow 3} \frac{(t^3 - 13)}{\cos(t - 3)^3 \cos(2t)}$ $\lim_{a \rightarrow \pi} \frac{\sin(a/2)^2}{\sin(2a)^2}$ $\lim_{a \rightarrow -\infty} (e^{a^8} \log(\pi^2 - a^2))$
<p>5 вариант</p>	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{Ln(x)}{x^2 - 1}$ $\lim_{t \rightarrow \pi} \frac{t - \pi \sin\left(\frac{t}{2}\right)}{t^2 \cos\left(\frac{t}{2}\right)}$ $\lim_{a \rightarrow \pi} \frac{a^2 + a + 1}{tg(a)tg(3a)}$ $\lim_{y \rightarrow 1} \sqrt{\frac{\sin(2xy)}{y}}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{\sin(\pi x)}$
<p>6 вариант</p>	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{tg(\pi x)}{x}$ $\lim_{m \rightarrow \pi} \frac{ctg(m)}{m - \pi}$ $\lim_{a \rightarrow \infty} \left[\frac{a - 13}{a}\right]^2$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(\pi x - 1)}{x^2 - 1}$ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} (\tan(x))^2 \cot(3\pi x)$
<p>7 вариант</p>	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log(x)}{x^2 + x - 2}$ $\lim_{t \rightarrow \pi} \frac{t - \pi \cos(13)}{t^2 \sin\left(\frac{t}{2}\right)}$ $\lim_{a \rightarrow 5} \frac{a^2 - a - 1}{\tan(a) \sin(3a)}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos(x)}{\sin(9x)}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{\sin(\pi x)}$
<p>8 вариант</p>	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(x)}$ $\lim_{a \rightarrow 1} \left[\frac{a - 13}{a^2}\right]^2$ $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 12x + 2}{\sin(5x) \sin(2x) \sin(3x)}$ $\lim_{a \rightarrow 2} \frac{[(a - 4)(a^2 + 6a + 5)]}{\sin\left(\frac{\pi}{a}\right)}$ $\lim_{a \rightarrow 1} \log(\pi^2 - a^2)$

<p>9 вариант</p>	$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x}{\cos(x)} \quad \lim_{t \rightarrow \pi} \frac{(t - \pi \sin(\frac{t}{2}))}{t^2 \cos(\frac{t}{2})}$ $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 12x + 2}{tg(2x)ctg(3x)} \quad \lim_{a \rightarrow 2} \frac{a^2 + 6a + 5}{\sin(\frac{\pi}{a})}$ $\lim_{a \rightarrow 1} \left[\frac{a - 13}{a^2 + 5a + 1} \right]^2$
<p>10 вариант</p>	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} [(8 - \pi)tg(2x)]$
	$\lim_{a \rightarrow 2} \frac{a^2 + 6a + 5}{\cos(\pi - a)} \quad \lim_{b \rightarrow 5} \left[\frac{\sin(b + 1)^2}{(b^2 - 1)} \right]$ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x - \frac{\pi}{2}}{ctg(3x)}$
<p>11 вариант</p>	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{Ln(x)}{x^2 - 1} \quad \lim_{a \rightarrow 1} \sin(\pi^2 - a^2)$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\exp(x)}{x^2} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{\sin(\pi x)}$ $\lim_{a \rightarrow 2} \frac{a^2 + 6a + 5}{\sin(\frac{\pi}{a})}$
<p>12 вариант</p>	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(x)} \quad \lim_{a \rightarrow \infty} \left[\frac{a - 13}{a} \right]^a$ $\lim_{a \rightarrow 2} \frac{a^2 + 6a + 5}{\cos(\pi x)} \quad \lim_{b \rightarrow 5} \left[\frac{\sin(b + 1)^2}{b^2 - 1} \right]$ $\lim_{a \rightarrow -\infty} (e^{a8} \log(\pi^2 - a^2))$
<p>13 вариант</p>	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{1 + \frac{\ln(x)}{1 + x}} \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 12x + 2}{\sin(x) \sin(2x) \sin(3x)}$ $\lim_{t \rightarrow -1} \frac{\sin(3t^2 \cos 5t)}{\pi \cos(\frac{t}{2})} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{32 \sin(x) \cos(x)}{tg(7x)}$ $\lim_{a \rightarrow 2} \frac{[(a - 2)(a^2 + 4a + 5)]}{\cos(\frac{\pi}{a})}$

14 вариант	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{tg(5x)}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{\sin\left(\frac{1}{x^2}\right)}$ $\lim_{t \rightarrow 3} \frac{t^3 - 13}{\cos(t-3)^3 \sin(2t)}$ $\lim_{a \rightarrow \pi} \frac{\sin\left(\frac{a}{2}\right)^2}{\sin(2a)^2}$ $\lim_{a \rightarrow -\infty} (e^{a^8} \log(\pi^2 - a^2))$
15 вариант	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{Ln(x)}{x^2 - 1}$ $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x^3 - 12x + 2)}{\sin(x) \sin(2x) \sin(3x)}$ $\lim_{a \rightarrow \pi} \frac{(a^2 + a + 1)}{tg(a)tg(3a)}$ $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(\cos(x/2))^2}{\cos(2x)^2}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{\sin(\pi x)}$
16 вариант	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{tg(\pi x)}{x}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} [(8\pi x)ctg(2x)]$ $\lim_{a \rightarrow 2} \frac{[(a-4)(a^2+6a+5)]}{\sin\left(\frac{\pi}{a}\right)}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(\pi x - 1)}{x^2 - 1}$ $\lim_{x \rightarrow \pi/3} (tan(x)^2 \cot(3\pi x))$

Задание 2.2. Продифференцируйте выражение

Таблица 4

1 вариант	$\frac{d}{dx} arctg(1+x^2)$ $\frac{d^2}{dx^2} (\sin(x) \cos(3x))$ $\frac{d^{11}}{dx^{11}} \sin(2x)$ $\frac{d^2}{dx^2} (e^x \sin(5x))$ $\frac{d}{dx} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1+x}}}$
2 вариант	$\frac{d}{dx} \ln(x + arct(1+x^2))$ $\frac{d}{dx} arcses(\sqrt{x+1})$ $\frac{d}{dx} (\sin(x) + 5\cos(x))$ $\frac{d^{10}}{dx^{10}} \sqrt{x+1}$ $\frac{d^2}{dx^2} (tg(x) + tg(5x))$

<p>3 вариант</p>	$\frac{d}{dx} \frac{x + x^2 + x^3}{1.5 + \cos(x)} \quad \frac{d}{dx} \cos(x^2 - 4)$ $\frac{d}{dx} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \ln(x)}}} \quad \frac{d^2}{dx^2} \cos(x^2 - 4)$ $\frac{d^2}{dx^2} (x^2 \ln(2x))$
<p>4 вариант</p>	$\frac{d^2}{dx^2} \sqrt{\log(x)} \quad \frac{d^2}{dx^2} \sqrt{\sin(x) + 1}$ $\frac{d}{dx} (x^2 + x + 2) \quad \frac{d}{dx} \frac{(1 - \sin(2x))}{1.5 + \cos(x)}$ $\frac{d}{dx} \frac{x + \ln(x)}{x - \ln(x)}$
<p>5 вариант</p>	$\frac{d}{dx} (x^3 + 2x^2 + 25) \quad \frac{d}{dx} \frac{\sin(x)}{2 - x}$ $\frac{d}{dx} \frac{x^2}{x - \ln(x)} \quad \frac{d^2}{dx^2} \sqrt{1 + x \sin(x)}$ $\frac{d^2}{dx^2} \left(\log \left(\frac{\sqrt{x}}{3} \right) x^5 \right)$
<p>6 вариант</p>	$\frac{d}{dx} (x^4 + 2x^2 + 25x) \quad \frac{d}{dx} \sqrt{\ln(x + 2)}$ $\frac{d}{dx} e^{\sqrt{\sin(x)}} \quad \frac{d^2}{dx^2} \sqrt{1 + x + \sin(x)}$ $\frac{d^2}{dx^2} \left(\log \left(\frac{\sqrt{2+x}}{3} \right) x^6 \right)$
<p>7 вариант</p>	$\frac{d}{dx} e^{\sqrt{\cos(x)}} \quad \frac{d}{dx} (x^3 + 5x^2 + 25x)$ $\frac{d}{dx} (\cos(x) + 5 \sin(5x)) \quad \frac{d^3}{dx^3} \cos(3x)^3$ $\frac{d^2}{dx^2} \left(\ln \left(\frac{\sqrt{2+x}}{3} \right) x^2 \right)$

<p>8 вариант</p> $\frac{d}{dx}(x^6 + 2x^3 + 5)$ $\frac{d \cos(x)}{dx} 1 - 3x$ $\frac{d^2}{dx^2} \left(\log \left(\frac{\sqrt{2+x}}{6} \right) x^2 \right)$	$\frac{d}{dx} (\cos(x+2) + \sin(x))$ $\frac{d}{dx} (2+x)^2 + \sin(x)$
<p>9 вариант</p> $\frac{d}{dx} [2x^3 + 10x^2 + 45]$ $\frac{d^3}{dx^3} \left(\ln \left(\frac{\sqrt{2+x}}{3} \right) x^3 \right)$	$\frac{d}{dx} \cos(x) \operatorname{tg}(x)$ $\frac{d \sin(x)^4}{dx} 2 + x^2$ $\frac{d^2}{dx^2} \frac{1}{x^3(1 + \cos(x))}$
<p>10 вариант</p> $\frac{d}{dx}(x^2 + 4x^3 + 5)$ $\frac{d \cos(x)}{dx} 5 + x$ $\frac{d^2}{dx^2} \sqrt{2 + \sin(1+x)}$	$\frac{d}{dx} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1+x}}}$ $\frac{d^3}{dx^3} \log \left(\frac{\sqrt{x}}{3} \right)$
<p>11 вариант</p> $\frac{d}{dx} (\operatorname{arctg}(1+x^2))$ $\frac{d^2}{dx^2} \cos(3x) \sin(x)$ $\frac{d^2}{dx^2} e^x \sin(5x)$	$\frac{d}{dx} \operatorname{arcses}(\sqrt{x+1})$ $\frac{d^{11}}{dx^{11}} \sin(2x)$
<p>12 вариант</p> $\frac{d}{dx} \ln(x + \operatorname{arctg}(1+x^2))$ $\frac{d^{11}}{dx^{11}} \sin(x)$	$\frac{d}{dx} (\sin(x) + 5 \cos(x))$ $\frac{d^{10}}{dx^{10}} \sqrt{x+1}$ $\frac{d^2}{dx^2} (\operatorname{tg}(x) + \operatorname{tg}(5x))$

13 вариант	$\frac{d}{dx} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \ln(x)}}}$ $\frac{d}{dx} \frac{x + x^2 + x^3}{1.5 + \cos(x)}$ $\frac{d}{dx} \cos(x^2 - 4)$ $\frac{d^2}{dx^2} x^5 \ln(2x)$ $\frac{d^2}{dx^2} \sin\left(\frac{1}{1+x}\right)$
14 вариант	$\frac{d}{dx} (x^2 + x + 2)$ $\frac{d}{dx} \frac{(1 - \sin(2x))}{1.5 + \cos(x)}$ $\frac{d^2}{dx^2} \sqrt{\log(x)}$ $\frac{d^2}{dx^2} \sqrt{\sin(x)} + 1$ $\frac{d^2}{dx^2} \sqrt{2 + \sin(1+x)}$
15 вариант	$\frac{d}{dx} (x^3 + 2x^2 + 25)$ $\frac{d}{dx} (\sqrt{\ln(x+2)})$ $\frac{d}{dx} \frac{\sin(x)}{2-x}$ $\frac{d}{dx} \frac{x + \ln(x)}{x - \ln(x)}$ $\frac{d^2}{dx^2} \left(\log\left(\frac{\sqrt{x+2}}{3}\right) x^6 \right)$
16 вариант	$\frac{d}{dx} e^{\sqrt{\sin(x)}}$ $\frac{d}{dx} (2x^3 + x^4 + 25x)$ $\frac{d}{dx} \frac{x^2}{x - \ln(x)}$ $\frac{d^2}{dx^2} (\sqrt{1+x+\sin(x)})$ $\frac{d^2}{dx^2} \left(\log\left(\frac{\sqrt{x}}{3}\right) x^5 \right)$

Задание 3.1. Упростить алгебраическое выражение

Таблица 5

№	Алгебраическое выражение
1	$\frac{x^4 - x^3 - 11x^2 + 9x + 18}{x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27x - 18}$ $\frac{x^3 - 9x^2 + 26x - 24}{x^3 - 8x^2 + 19x - 12}$
2	$\frac{2-x}{3x^4 - 24x^3 - 3x^2 + 204x - 252}$ $\frac{x+1}{x^3 + 2x^2 + 4x + 8}$ $\frac{220x - 70x^2 - 168 - 15x^3 + 10x^4 - x^5}{2x^4 + 10x^3 - 16x - 80}$
3	$\frac{x^5 + 5x^4 - 16x - 80}{x^2 + 2x + 4}$ $\frac{2x^4 + 10x^3 - 2x - 10}{x^3 + x^2 + x + 1}$
4	$\frac{x^2 + x + 1}{x^5 + 5x^4 - x - 5}$

Продолжение табл. 5

5	$\frac{4x^4 + x^5 - 81x - 324}{3x^4 + 10x^3 - 81x - 270}$	$\frac{3x^3 + 19x^2 + 57x + 90}{x^4 + 7x^3 + 21x^2 + 63x + 108}$
6	$\frac{4x^5 + 40x^4 + 100x^3 - 80x^2 - 320x + 256}{x^4 + x^3 - 9x^2 + 11x - 4}$	$\frac{3x^3 - 3x^2}{x^2 + 8x + 16}$
7	$\frac{5x^4 + 10x^3 - 100x^2 - 330x - 225}{x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6}$	$\frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 3x + 2}$
8	$\frac{x^3 + 3x^2 - 9x - 27}{x^3 - 5x^2 - 15x - 72}$	$\frac{x^4 - 8x^3 - 27x + 216}{49x^4 - 882x^2 + 3969}$
9	$\frac{7x^4 - 126x^2 + 567}{x^5 - 8x^4 - 27x^2 + 216x}$	$\frac{x^3 - 5x^2 - 15x - 72}{x^3 + 3x^2 - 9x - 27}$
10	$\frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 8}{x^2 + 3x - 4}$	$\frac{x^4 + x^3 - 9x^2 + 11x - 4}{9x^5 + 36x^4 + 9x^3 - 90x^2 - 36x + 72}$
11	$\frac{x^3 - x^2 - 4x + 4}{x^3 - 3x + 2}$	$\frac{3x - 3}{2x - 4}$
12	$\frac{x^4 + 2x^3 - 72x^2 - 416x - 640}{9x^3 - 144x^2 + 180x + 3600}$	$\frac{x - 10}{x^2 + 8x + 16}$
13	$\frac{x^4 + x^3 - 3x^2 - 5x - 2}{9x^3 - 351x^2 + 3240x + 3600}$	$\frac{x^2 - 40x + 400}{x^3 - 3x - 2}$
14	$\frac{2x^4 + 4x^3 - 4x - 2}{x^3 + x^2 - x - 1}$	$\frac{x^4 - 7}{2x + 2}$
15	$\frac{4x^4 + 4x^3 - 48x^2 - 112x - 64}{2x^3 + 4x^2 - 32x - 64}$	$\frac{x + 4}{x^2 + 3x + 2}$
16	$\frac{4x^4 - 45x^2 + 35x^3 - 315x + 81}{8x^4 + 166x^3 + 1038x^2 + 1674x - 486}$	$\frac{x + 9}{x^2 - 6x + 9}$

Задание 3.2. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые

Таблица 6

№	Алгебраическое выражение
1	$(x - 1)^4 (x + 2)(x + 4)^2 (3x + 8)$
2	$(3x + 2)^3 (x^2 + 2)^4 (x - 3)^2 (0.5 - x)$
3	$((x^2 - 1)(2x - 3))^2 (3x + 2)^3$
4	$(x^2 + 4x - 6)((x^3 - 1)(2 - 4x))^2 (2x + 4)^2$
5	$(7x^3 + 4x)((x^2 - 9)(3 + x)(2x + 4))^2$
6	$x(x^3 - 3x^2 + 4)((x^2 - 9)(3 + x)(2x + 4))^2$
7	$((x^3 - 1)(2x^2 + 2x - 3))^3 (3x + 2)^2$
8	$(6x - 9)^5 (2 - 7x)(x^4 + 4x)^2 (3x + 8)$
9	$(x - 3x^2 + 7)^2 (x^2 + 3x - 1)(9x^4 - 1)^3$
10	$(7x + 5x^2)(7x - 4)(x^4 + 3)(8x + 4)$
11	$(x^3 - 3x^2 + 4)((x^4 - 81)(3x^4 + x)(2x + 4))^3 x$
12	$((x^3 - 3)(x^0 - 11))^2 ((3x^4 + 2x + 4)(2x + 4))^3$

Продолжение табл. 6

13	$(x - 54)^4 (12x + 4)(2x + 4)^2 (x - 8x^6)$
14	$(5x^2 - 2x^3 + 5x)^2 (3 - x^2 + x)(7x^4 - x)^3$
15	$((9x^2 - 3x + 1)(x^2 + x - 2))^2 (1.5 - 4x)^4$
16	$(x^3 - 3x^2 + 4)(x^4 - 81)(3x^4 + 3)(2x + 4)^3 x$

Задание 3.3. Разложите алгебраическое выражение на множители

Таблица 7

№	Алгебраическое выражение	№	Алгебраическое выражение
1	$x^3 + 2x^2 - 4x + 8$	16	$4x^4 + 14x^3 + 22x^2 + 35x + 30$
2	$6x^3 + 55x^2 + 129x + 90$	17	$x^4 + 2x^3 - 143x^2 - 144x + 5164$
3	$x^4 + 2x^3 - 72x^2 - 416x - 640$	18	$x^6 + 4x^3 + x^5 + 4x^2 - 48x - 12x^4$
4	$2x^4 + 4x^3 - 4x - 2$	19	$2x^5 + 8x^2 + x^4 + 4x - 6x^3 - 24$
5	$9x^5 + 36x^4 + 9x^3 - 90x^2 - 36x + 72$	20	$4x^4 - 31x^3 + 33x^2 - 93x + 63$
6	$x^4 + x^3 - 9x^2 + 11x - 4$	21	$2x^3 - 25x^2 + 93x - 90$
7	$6x^3 + 62x^2 + 184x - 168$	22	$14x^4 - 82x^2 - 46x^3 + 138x + 120$
8	$x^4 + 7x^3 - 21x^2 + 63x + 108$	23	$3x^4 + x^3 - 22x^2 - 4x + 40$
9	$3x^3 + 10x^4 - 81x^2 - 270x$	24	$6x^4 + 23x^3 - 9x^2 - 92x - 60$
10	$4x^4 + x^5 - 81x - 324$	25	$16x^4 + 76x^3 + 68x^2 - 76x - 84$
11	$3x^3 - 4 - 19x^2 + 57x + 90$	26	$-x^4 - 5x + 12x^3 + 60 - x^5 - 5x^2$
12	$2x^4 + 10x^3 - 16x - 80$	27	$-6x^2 + 58x + 120 - 4x^3$
13	$x^5 + 5x^4 - 16x - 80$	28	$x^4 + 7x^2 + 9x^3 + 63x$
14	$x^5 - 4x^4 - 21x^3 - 45x^2$	29	$16x^3 - 67x^2 + 64x - x^4 - 252$
15	$x^4 + 6x^3 - 4x^2 - 30x - 45$	30	$5x^3 + 56x^2 + 112x - 128$

Задание 3.4. Разложите рациональную дробь на простейшие множители

Таблица 8

№	Алгебраическое выражение	№	Алгебраическое выражение
1	$\frac{5x^4 + 7x^3 + 5x - 4}{(x^2 + 4)(x - 2)^2(x^2 - 1)}$	16	$\frac{x^4 + x^3 - 5x - 7}{(x^2 + 4x + 1)(x - 2)^2(x^2 - 1)}$
2	$\frac{3x^5 + 6x^3 + 5x - 1}{(x^2 \pm 4x + 3)(x - 2)^2(x^2 - 16)}$	17	$\frac{x^6 + 2x - 1}{(x^2 - x + 5)(x - 3)^3(x^2 - 1)}$
3	$\frac{x^3 + 2x^2 + 3x + 4}{(x^2 - x)(3 - x)^3(x^2 - 81)}$	18	$\frac{x^4 + x^3 - 5x - 7}{(x^2 + 4x + 1)(x - 2)^2(x^2 - 1)}$
4	$\frac{x^5 - 7x^4 + 2x - 8}{(x^3 - 4x^2 + 5x)(x - 3)^2(x^2 - 1)}$	19	$\frac{2x^6 - 3x^4 + 9}{(x^2 - 2x - 15)(4x + 1)^3 x}$
5	$\frac{x^5 + 2x^3 + 9x^2 - 7}{(4x^2 - 6x - 10)(5x + 3)^2 x}$	20	$\frac{x^5 + 2x^3 + 9x^2 - 7}{(2x^2 - 6x + 1)(4x + 2)x^2}$

Продолжение табл. 8

6	$\frac{6x^6+4x^2+9x}{(x^2-4)(2-3x)^3(x^2-4)}$	21	$\frac{3x^5+x^2+4x}{(3x^2-6x)(x+2)^4x^2}$
7	$\frac{2x^7+4x^2+1}{(25x^2-30x-5)(3x^2+x)^2}$	22	$\frac{5x^6+9x^3+10x+15}{(5x^2-125)(6x^2+2x)^2}$
8	$\frac{x^6+3x^3+4x+12}{(x^2-25)(3x^2+9x)^3}$	23	$\frac{7x^5-5x^6+1}{(x^2+8x)x^3(x^2-9)^2}$
9	$\frac{x^7+2x^5+15x+14}{(x^2+5x+13)(3x-6)^4}$	24	$\frac{x^7+2x^6+5x+51}{(x^2+3x+1)x^2(x^2-4)^3}$
10	$\frac{3x^4+3x+4}{(x^2-1)(2-x)^3(x^2-9)}$	25	$\frac{4x^4+5x^3+2x-1}{(x^2-4x+5)(x-1)^2(x^2-9)}$
11	$\frac{3x^5+x^2+4x}{(5x^2+6x-1)(x+2)^3(x-3)}$	26	$\frac{6x^5+3x^3+4x+1}{(5x^2+6x-1)(x+4)^3(x^2-4)}$
12	$\frac{7x^5-3x^3+7x+77}{(x^2+10x+25)(x^2-9)^2}$	27	$\frac{4x^7+9x^6+x+5}{(x^2+3x)x^2(x^2-25)^3}$
13	$\frac{8x^5-14x^3+34}{x(x^2-x)(7-x)^3}$	28	$\frac{5x^6+x^5-4x+21}{(2x^2+x+14)(3-6x)^4}$
14	$\frac{x^6+4x^3-14x^2+35}{x(2x^2+x)(5-2x)^4}$	29	$\frac{x^6+3x^3+6x+11}{(x^2-10x+25)(3x^2+9)^3}$
15	$\frac{4x^2-3x^3-x}{(x^2-2x+1)(4x+1)^2(x^2-64)}$	30	$\frac{x^5-2x^3+9x^2+4}{(x^2-6x+1)(x+2)x^4}$

Задание 4.1. Изобразите график заданной функции

Таблица 9

№	f(x)	№	f(x)	№	f(x)
1	$\frac{4x^2+5}{4x+8}$	11	$\frac{2-x^2}{\sqrt{9x^2-4}}$	21	$\frac{4x^3+3x^2-2x-2}{x^2-1}$
2	$\frac{17-x^2}{4x-5}$	12	$\frac{x^3+3x^2-2x-2}{2-3x^2}$	22	$\frac{1-x^2}{\sqrt{16x^2-9}}$
3	$\frac{x^3-3}{\sqrt{4x^2-3}}$	13	$\frac{3x^2-7}{2x+1}$	23	$\frac{2x^2-3x+1}{1-2x}$
4	$\frac{x^3-4x}{3x^2-4}$	14	$\frac{x^2-5}{\sqrt{9x^2-8}}$	24	$\frac{4x^3+x^2-2x-1}{2x^2-1}$
5	$\frac{4x^3+3x^2-8x}{2-3x^2}$	15	$\frac{x^2-6x+4}{2-2x}$	25	$\frac{5x^2-3}{\sqrt{3x^2-1}}$
6	$\frac{x^2-3}{\sqrt{3x^2-2}}$	16	$\frac{21-x^2}{7x-9}$	26	$\frac{4x^3-x}{x^2-1}$

Продолжение табл. 9

7	$\frac{2x^2 - 6}{x - 2}$	17	$\frac{2x^2 - 7}{\sqrt{3x^2 - 2}}$	27	$\frac{2x^3 - 2x + 1}{x^2 - 1}$
8	$\frac{x^3 + 3x^2 - 2x - 2}{2 - 3x^2}$	18	$\frac{2x^3 - 3x^2 - 2x + 1}{3x^2 - 1}$	28	$\frac{x^2 - 5}{\sqrt{x^2 - 2}}$
9	$\frac{4x^3 - 3x}{4x^2 - 1}$	19	$\frac{x^2 - 11}{4x - 3}$	29	$\frac{2x^2 - 5}{\sqrt{3x^2 - 4}}$
10	$\frac{x^2 - 6x + 4}{3x - 2}$	20	$\frac{2x^2 - 9}{\sqrt{x^2 - 1}}$	30	$\frac{15 - x^3}{2x - 1}$

Задание 4.2. Изобразите график заданной функции

Таблица 10

№	f(x)	№	f(x)
1	$\sqrt[3]{(1+x)(x^2+2x-2)}$	16	$\sqrt[3]{x(x+3)^2}$
2	$\sqrt[3]{(x^2-4x+3)^2}$	17	$\sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{x^2}$
3	$\sqrt[3]{(3+x)x^2}$	18	$\sqrt[3]{x^2(x-6)}$
4	$\sqrt[3]{(2+x)^2(x^2-4)}$	19	$\sqrt[3]{x^2(x+4)^2}$
5	$\sqrt[3]{(1+x)^2} - \sqrt[3]{(x+2)^2}$	20	$\sqrt[3]{(2+x)(x^2+4x+1)}$
6	$\sqrt[3]{(x+2)^2} - \sqrt[3]{(x-3)^2}$	21	$\sqrt[3]{x(x^2+2)^2}$
7	$\sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{(x-2)^2}$	22	$\sqrt[3]{(3+x)(2x^2+x-1)}$
8	$\sqrt[3]{(x-4)^2(x+2)}$	23	$\sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{(x-2)^2}$
9	$\sqrt[3]{x^2-2x-3)^2}$	24	$\sqrt[3]{(4+x)^2} - \sqrt[3]{(x+3)^2}$
10	$\sqrt[3]{(3+x)(x^2+6x+6)}$	25	$\sqrt[3]{(6+x)x^2}$
11	$\sqrt[3]{(1-x)(x^2-2x-2)}$	26	$\sqrt[3]{(x^2-3x+2)^2}$
12	$\sqrt[3]{x^2(x^2+2)^2}$	27	$\sqrt[3]{(x-4)^2(x^2+2)}$
13	$\sqrt[3]{(x+2)^2(x-1)}$	28	$\sqrt[3]{(x+3)^2} - \sqrt[3]{(x-4)^2}$
14	$\sqrt[3]{(x-2)^2(x+1)}$	29	$\sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{x}$
15	$\sqrt[3]{(2+x)^2} - \sqrt[3]{(x+3)^2}$	30	$\sqrt[3]{(x^2-x-3)^2}$

Задание 4.3. Изобразите линии, заданные неявно в декартовых координатах

Таблица 11

№	f(x)	№	f(x)	№	f(x)
1	$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} - 1$	11	$\frac{y^3}{3} + \frac{x^2}{4} - 1$	21	$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - 1$

Продолжение табл. 11

2	$\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} - 1$	12	$\frac{y^2}{2} + \frac{x^2}{3} - 1$	22	$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} - 1$
3	$\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} - 1$	13	$\frac{y^2}{3} + \frac{x^2}{5} - 1$	23	$\frac{y^2}{4} + \frac{x^2}{9} - 1$
4	$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} - 1$	14	$\frac{y^2}{2} + \frac{x^2}{5} - 1$	24	$\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9} - 1$
5	$y^2 - 2x^2 - 4$	15	$y^2 + 24x^2 - 4$	25	$2y^2 - 9x^2 - 18$
6	$\frac{x^2}{2} - \frac{y^4}{4} - 1$	16	$\frac{y^2}{3} - \frac{x^2}{4} - 1$	26	$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} - 1$
7	$\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} - 1$	17	$\frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{3} - 1$	27	$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} - 1$
8	$\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} - 1$	18	$\frac{y^2}{3} - \frac{x^2}{5} - 1$	28	$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} - 1$
9	$\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{5} - 1$	19	$4y^2 - 5x^2 - 20$	29	$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} - 1$
10	$\frac{y^2}{2} + \frac{x^2}{4} - 1$	20	$4y^2 + 5x^2 - 20$	30	$2y^2 + 9x^2 - 18$

Задание 4.4. Изобразите кривую, заданную в полярных координатах

Таблица 12

№	$\rho(\varphi)$	№	$\rho(\varphi)$	№	$\rho(\varphi)$
1	φ	11	$3\varphi^2$	21	$2\cos \varphi + 2$
2	$2\varphi + 1$	12	$2(1 - \cos \varphi)$	22	$2\operatorname{ctg} \varphi$
3	$2/\sin \varphi + 2$	13	$5\sin(4\varphi/5)$	23	$3/\varphi + 3$
4	$2\sin 3\varphi$	14	2^φ	24	$2\sqrt{\sin 2\varphi}$
5	$2\cos 3\varphi + 3$	15	$2\cos \varphi + 1$	25	$-2\operatorname{tg} \varphi$
6	$-2\operatorname{ctg} \varphi$	16	$2\cos 6\varphi$	26	$2^\varphi + 1$
7	$2\sqrt{\cos 2\varphi}$	17	$3\varphi + 2$	27	$3\varphi^2 + \varphi$
8	$2\sin 6\varphi$	18	3^φ	28	$2\operatorname{tg} 3\varphi$
9	$1/\cos(\varphi/3)$	19	$2/\sin \varphi + 3$	29	$5\sin^2(\varphi/3)$
10	$2/\sin \varphi + 1$	20	$5\sin(\varphi/3)$	30	$3/\varphi^2 + 1$

Задание 5.1. Даны матрицы А и В. Найти произведение матриц АВ и ВА (если они существуют)

1. а) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

б) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

$$2. \quad \text{a) } A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ -5 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 4 & 7 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad \text{a) } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 2 & 4 & -6 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 8 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad \text{a) } A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ -6 & 4 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ -6 & -7 & 8 \\ 2 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 9 \\ 6 & 3 & 1 \\ -3 & 2 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$5. \quad \text{a) } A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 5 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$6. \quad \text{a) } A = \begin{pmatrix} 1 & 11 & -6 \\ 5 & 2 & 9 \\ 7 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 2 & -8 & 5 \\ 1 & -3 & 6 \\ 5 & 2 & 10 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 7 & -6 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$7. \quad \text{a) } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & -1 \\ 4 & 6 & 1 \\ -3 & -1 & 12 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -7 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$8. \quad \text{a) } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 7 & -3 & -2 \\ 5 & 4 & 3 \\ 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$9. \text{ a) } A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 7 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 8 & 5 & 5 \\ -9 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$$

$$10. \text{ a) } A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 2 & 9 & -6 \\ 5 & 7 & -2 \\ -1 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 7 \\ 9 & -2 \end{pmatrix}$$

$$11. \text{ a) } A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & 4 & 11 \\ -1 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$12. \text{ A) } A = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 2 & 6 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 7 \\ 5 & 5 & 7 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 8 & 3 & -7 \\ 6 & 3 & 7 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 5 & 9 \\ -3 & -7 \end{pmatrix}$$

$$13. \text{ a) } A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & 1 & -1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 7 & 8 \\ -8 & -7 \end{pmatrix}$$

$$14. \text{ a) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 7 \\ 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 2 & 0 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$15. \text{ a) } A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -6 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 8 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & 15 \\ -1 & 3 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & -7 \\ 5 & 5 & -1 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 8 & -1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$$

$$16. \text{ a) } A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -2 & 3 & -3 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} -2 & -6 & -1 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$17. \text{ a) } A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 2 & 1 & 7 \\ 0 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 9 & 2 & -10 \\ 11 & 5 & -9 \\ 13 & 7 & -8 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 5 & -6 & -3 \\ 12 & -1 & 0 \\ -9 & 2 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 8 & 7 \\ 6 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$18. \text{ a) } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 6 & 0 & 3 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \\ 6 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$19. \text{ a) } A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 4 & 0 & -4 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$20. \text{ a) } A = \begin{pmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 12 & 6 & -1 \\ 4 & 0 & 11 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 7 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Задание 5.2. Вычислить определитель, разложив его по элементам: а) i -й строки, б) j -го столбца

$$1. \text{ a) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 1 & 4 & 1 \\ -9 & 0 & 2 \end{vmatrix}, i = 2$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 7 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & -3 \end{vmatrix}, j = 3$$

$$2. \text{ a) } \begin{vmatrix} -7 & 2 & 0 \\ 4 & -3 & 1 \\ 5 & 1 & 5 \end{vmatrix}, i = 1$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 7 & 8 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{vmatrix}, j = 2$$

$$3. \text{ a) } \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \\ 6 & 1 & -8 \end{vmatrix}, i = 1$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 7 & -8 & 1 \\ -5 & 6 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}, j = 1$$

4. a) $\begin{vmatrix} 6 & 0 & 6 \\ 1 & -7 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix}, i = 1$ b) $\begin{vmatrix} -12 & 6 & 2 \\ 5 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}, j = 3$
5. a) $\begin{vmatrix} 6 & 0 & -7 \\ 2 & 6 & 2 \\ 5 & 7 & 6 \end{vmatrix}, i = 3$ b) $\begin{vmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -1 & 2 & 4 \\ 8 & 2 & 9 \end{vmatrix}, j = 2$
6. a) $\begin{vmatrix} 15 & 0 & -2 \\ 4 & 4 & 3 \\ -5 & 6 & 6 \end{vmatrix}, i = 2$ b) $\begin{vmatrix} 4 & 6 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 9 & -9 & 20 \end{vmatrix}, j = 1$
7. a) $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 15 \\ 4 & 6 & -1 \\ -8 & 9 & 10 \end{vmatrix}, i = 3$ b) $\begin{vmatrix} -13 & -5 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}, j = 1$
8. a) $\begin{vmatrix} -7 & 7 & 0 \\ 2 & 2 & 12 \\ 6 & 14 & 3 \end{vmatrix}, i = 1$ b) $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \\ 9 & -10 & 0 \end{vmatrix}, j = 3$
9. a) $\begin{vmatrix} -5 & 6 & 1 \\ 0 & 5 & 10 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}, i = 3$ b) $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 5 & 11 & 8 \\ -2 & -2 & 12 \end{vmatrix}, j = 3$
10. a) $\begin{vmatrix} -14 & -5 & 1 \\ 0 & 2 & 9 \\ 4 & 6 & 3 \end{vmatrix}, i = 2$ b) $\begin{vmatrix} -3 & 0 & 9 \\ 6 & -7 & 6 \\ 2 & 3 & 8 \end{vmatrix}, j = 3$
11. a) $\begin{vmatrix} 20 & -3 & 6 \\ 11 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}, i = 2$ b) $\begin{vmatrix} -9 & -3 & 14 \\ 8 & 9 & 0 \\ 2 & 2 & 4 \end{vmatrix}, j = 1$
12. a) $\begin{vmatrix} -1 & 6 & 0 \\ 9 & -9 & -8 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}, i = 2$ b) $\begin{vmatrix} 9 & -8 & 7 \\ 6 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 5 \end{vmatrix}, j = 3$
13. a) $\begin{vmatrix} 2 & 9 & 2 \\ 6 & -1 & 7 \\ 0 & 2 & -6 \end{vmatrix}, i = 1$ b) $\begin{vmatrix} 9 & -8 & 7 \\ 2 & 9 & -12 \\ 6 & 3 & 0 \end{vmatrix}, j = 3$
14. a) $\begin{vmatrix} -16 & -2 & 0 \\ 4 & 9 & 12 \\ 6 & 7 & 7 \end{vmatrix}, i = 1$ b) $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 8 \\ 7 & -1 & 9 \\ 2 & 0 & -7 \end{vmatrix}, j = 2$
15. a) $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & -9 & 0 \end{vmatrix}, i = 3$ b) $\begin{vmatrix} 4 & 7 & 5 \\ 3 & 0 & -2 \\ 12 & 7 & 8 \end{vmatrix}, j = 1$

$$16. \text{ a) } \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -5 \\ 7 & 9 & 8 \end{vmatrix}, i = 1 \qquad \text{b) } \begin{vmatrix} 2 & -20 & 7 \\ 3 & 4 & 0 \\ 11 & 5 & -6 \end{vmatrix}, j = 2$$

$$17. \text{ a) } \begin{vmatrix} 1 & 0 & 9 \\ 9 & -8 & -7 \\ 3 & 12 & 4 \end{vmatrix}, i = 2 \qquad \text{b) } \begin{vmatrix} 8 & -8 & 5 \\ 9 & -4 & 0 \\ 6 & 8 & 5 \end{vmatrix}, j = 3$$

$$18. \text{ a) } \begin{vmatrix} 19 & -4 & 5 \\ -10 & 8 & 0 \\ 5 & 3 & 5 \end{vmatrix}, i = 1 \qquad \text{b) } \begin{vmatrix} 9 & 5 & -3 \\ -3 & 8 & 9 \\ 0 & 3 & 7 \end{vmatrix}, j = 3$$

$$19. \text{ a) } \begin{vmatrix} 20 & -5 & 0 \\ 6 & 2 & 9 \\ 3 & -9 & 4 \end{vmatrix}, i = 2 \qquad \text{b) } \begin{vmatrix} 0 & -5 & 20 \\ 9 & 2 & 6 \\ 4 & -9 & 3 \end{vmatrix}, j = 1$$

$$20. \text{ a) } \begin{vmatrix} -16 & -4 & 0 \\ 6 & 3 & 1 \\ 7 & 7 & 12 \end{vmatrix}, i = 2 \qquad \text{b) } \begin{vmatrix} 8 & -8 & 1 \\ 1 & 0 & 8 \\ 7 & 3 & 5 \end{vmatrix}, j = 3$$

Задание 5.3. Вычислить ранг матрицы

1. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & -3 & 1 & -9 \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} 2 & -11 & 3 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \\ -4 & 5 & 5 & -1 \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} -3 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & -2 & 3 \\ -8 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -6 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
5. $\begin{pmatrix} 3 & -3 & -3 & 1 \\ 9 & 0 & 0 & 4 \\ -1 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$
6. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 4 & -5 & 5 & 1 \end{pmatrix}$
7. $\begin{pmatrix} 11 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 13 & -1 & 9 \end{pmatrix}$
8. $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & -3 & 4 \\ 5 & -5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
9. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -8 & -5 & -10 & -10 \\ -5 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$
10. $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & -1 \\ 6 & 10 & 1 & -7 \\ 3 & -5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
11. $\begin{pmatrix} 2 & -6 & 0 & -4 \\ 3 & -9 & 0 & -6 \\ -1 & 9 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
12. $\begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 & 7 \\ 5 & 10 & 2 & -1 \\ 5 & -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

13.
$$\begin{pmatrix} 3 & 12 & -627 \\ 2 & 8 & -418 \\ -1 & -8 & 2 & -9 \end{pmatrix}$$

17.
$$\begin{pmatrix} 6 & -6 & 12 & 24 \\ 5 & -5 & 10 & 20 \\ 3 & -3 & 6 & 12 \end{pmatrix}$$

14.
$$\begin{pmatrix} -9 & 9 & -6 & -12 \\ -6 & 6 & -4 & -8 \\ 3 & -3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

18.
$$\begin{pmatrix} 12 & -12 & 4 & -8 \\ 9 & -9 & 8 & -6 \\ -15 & 15 & -5 & 10 \end{pmatrix}$$

15.
$$\begin{pmatrix} -8 & -20 & -12 \\ -12 & -30 & -18 \\ 4 & 11 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

19.
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 & 4 \\ -9 & 2 & -5 & -5 \end{pmatrix}$$

16.
$$\begin{pmatrix} 8 & -12 & 12 & 4 \\ -6 & 9 & -9 & -3 \\ -4 & 16 & -6 & -2 \end{pmatrix}$$

20.
$$\begin{pmatrix} -4 & -3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -2 \\ -5 & 0 & 10 & -4 \end{pmatrix}$$

Задание 5.4. Найти обратную матрицу

1.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

9.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

2.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 4 \\ 3 & 10 & 8 \end{pmatrix}$$

10.
$$A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & -1 \\ 6 & 4 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

11.
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

4.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 4 \\ -4 & -14 & -6 \end{pmatrix}$$

12.
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

5.
$$A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

13.
$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 \\ 7 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

6.
$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & -4 & -3 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

14.
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -6 \\ 5 & 14 & -2 \\ -1 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

7.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 8 & 3 & -6 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

15.
$$A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & -3 \\ 3 & 6 & -1 \\ -1 & 1 & 12 \\ 9 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

8.
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

16.
$$A = \begin{pmatrix} 14 & 8 & -3 \\ -2 & 5 & -6 \end{pmatrix}$$

$$17. A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$19. A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

$$18. A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Задание 5.5. Найти решение линейной системы уравнений, используя формулы Крамера, с помощью обратной матрицы

$$1. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 7 \\ 7x_1 + 4x_2 - 8x_3 = 3 \\ 5x_1 - 3x_2 - 4x_3 = -12 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 10 \\ -3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 8 \\ 5x_1 + 2x_2 + 8x_3 = -1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 18 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 26 \\ x_1 - 6x_2 + 8x_3 = 0 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 14 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 16 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 = 3 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 8 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 19 \\ 7x_1 + 8x_2 = 1 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 3 \\ 4x_1 + 10x_2 + 6x_3 = 6 \\ 4x_1 + 15x_2 + 12x_3 = 5 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} ax_1 + bx_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + abx_2 + x_3 = b \\ x_1 + bx_2 + ax_3 = 1 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -1 \\ x_1 + 9x_2 + 6x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_1 + 6x_2 + 4x_3 = -6 \\ 3x_1 + 10x_2 + 8x_3 = -8 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -5 \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} -3x_1 + 4x_2 + x_3 = 17 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 8 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 0.04x_1 - 0.08x_2 + 4x_3 = 20 \\ 4x_1 + 0.24x_2 - 0.08x_3 = 8 \\ 0.09x_1 + 3x_2 - 0.15x_3 = 9 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -3 \\ -2x_1 + 6x_2 + 9x_3 = -11 \\ -4x_1 - 3x_2 + 8x_3 = -2 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 7x_3 = -1 \\ 4x_1 + 10x_2 + 6x_3 = 2 \\ 3x_1 - 3x_2 + 12x_3 = 3 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 3.21x_1 + 0.71x_2 + 0.34x_3 = 6.12 \\ 0.43x_1 + 4.11x_2 + 0.22x_3 = 5.71 \\ 0.17x_1 + 0.16x_2 + 4.73x_3 = 7.06 \end{cases} \quad 20. \begin{cases} 12x_1 + 5x_2 + 7x_3 = -1 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

Задание 5.6. Решить систему уравнений методом Гаусса. Указать общее и одно частное решение, если система неопределенна

$$1. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31 \\ 5x_1 - x_2 + 2x_3 = 20 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases} \quad 11. \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = 31 \\ 4x_1 + 11x_2 = -43 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -20 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases} \quad 12. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 = 11 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \end{cases} \quad 13. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases} \quad 14. \begin{cases} 3x_1 - x_2 = -5 \\ 2x_1 + 3x_2 = 4 \\ -x_1 + \frac{1}{3}x_2 = -\frac{5}{2} \\ x_1 + 1.5x_2 = 2 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 14 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6 \end{cases} \quad 15. \begin{cases} x_1 - \sqrt{3}x_2 = 1 \\ \sqrt{3}x_1 - 3x_2 = \sqrt{3} \\ -\frac{\sqrt{3}}{3}x_1 + x_2 = -\frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8 \end{cases} \quad 16. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7 \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13 \end{cases} \quad 17. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 7 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 2\sqrt{5}x_1 - x_2 + \sqrt{5}x_3 = 1 \\ 10x_1 - \sqrt{5}x_2 + 5x_3 = \sqrt{5} \\ -2x_1 + \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)x_2 - x_3 = -\frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases} \quad 18. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 4 \\ 5x_1 + 2x_2 + 13x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2 \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = -3 \end{cases} \quad 19. \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 7 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

Задание 5.7. Решить матричное уравнение

$$1. \quad X \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 5 \\ 5 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$12. \quad X \begin{pmatrix} 4 & -1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 7 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad X \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$13. \quad X \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ -5 & 1 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -3 \\ 9 & -8 & 5 \\ 5 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad X \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 7 \end{pmatrix}$$

$$14. \quad X \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -7 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 8 & -1 \\ 9 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$5. \quad X \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -3 \\ 2 & -2 & 5 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$15. \quad X \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ -5 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -3 \\ 3 & -2 & 5 \\ 5 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$6. \quad X \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$16. \quad X \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 4 & 7 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -7 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$7. \quad X \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ -5 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -3 \\ 4 & -2 & 5 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$17. \quad X \begin{pmatrix} 5 & 3 & 7 \\ 3 & -2 & 1 \\ -5 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 1 & -3 \\ 9 & -3 & 5 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$8. \quad X \begin{pmatrix} 8 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 2 & -2 & 5 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$18. \quad X \begin{pmatrix} 7 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 0 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$9. \quad X \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$19. \quad X \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -5 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -3 \\ 9 & -2 & 5 \\ 5 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$10. \quad X \begin{pmatrix} 7 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$20. \quad X \begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$11. \quad X \begin{pmatrix} 4 & 8 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -3 \\ 9 & -2 & 5 \\ 5 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$21. \quad X \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ -5 & 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 9 & -2 & 5 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Задание 5.8. Исследовать систему линейных уравнений и в случае совместности решить ее:

1.

$$2. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 5x_5 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 - x_5 = -1 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 12 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 8x_4 = -7 \\ 5x_1 + 5x_2 + 12x_3 + 10x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 2 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 5x_4 = 4 \\ 4x_1 + 14x_2 + x_3 + 7x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 7 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 2x_3 - 19x_4 = 0 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 1 \\ 7x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 5x_4 = 10 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 3 \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 7 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x_1 + x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 6 \\ x_1 - x_2 - 4x_3 + 9x_4 = 22 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -3 \\ 3x_2 + 4x_3 - 13x_4 = -25 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2 \\ 6x_1 - x_2 - x_3 + 5x_4 = -2 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0 \\ 6x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0 \\ 9x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_4 + 8x_5 = 0 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x_1 + x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 8x_4 = -7 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 11 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = -3 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -3 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_4 = -3 \\ x_1 - x_2 - 4x_3 - x_4 = 22 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3 \\ 9x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 8 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -3 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 1 \\ -x_1 + x_3 + 24x_4 = 1 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_4 = -3 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 + 5x_4 = 19 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -3 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 5x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = -1 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0 \\ 4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 = 0 \\ 5x_1 - 10x_2 + 9x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 13x_3 + 9x_4 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0 \\ 4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 = 0 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2 \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3 \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 9 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 1 \end{cases} \quad 21. \begin{cases} x_1 + x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 6 \\ 2x_1 - 2x_2 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 2x_4 = -13 \\ x_1 - x_2 - 6x_3 + 6x_4 = 6 \end{cases}$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Макаров, Е. Инженерные расчеты в Mathcad 15: Учебный курс / Е. Макаров. – СПб.: ПИТЕР, 2011. – 400 с.
2. Васильев, А.Н. Mathcad 13 на примерах / А.Н. Васильев. – СПб.: БВХ-Петербург, 2006. – 528 с.
3. Панферов, А.И. Применение Mathcad в инженерных расчетах: Учеб. пособие / А.А. Панферов, А.В. Лопарев, В.К. Пономарев. – СПб.: СПбГУАП, 2004. – 88 с.
4. Половко, А.М. Mathcad для студента / А.М. Половко, И.В. Ганичев. – СПб.: БВХ-Петербург, 2006. – 336 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	1
1. Расчет пределов, интегралов и дифференцирование	5
2. Задачи элементарной математики	6
3. Построение графиков функций	9
4. Решение алгебраических уравнений и систем	15
5. Матрицы	20
Задания по вариантам	27
Библиографический список	55

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторной работы № 5
по дисциплине «Информатика»
для студентов направления
11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»,
профиля «Микроэлектроника и твердотельная электроника»
очной формы обучения

Составители:

Плотникова Екатерина Юрьевна
Кошелева Наталья Николаевна
Винокуров Александр Александрович

В авторской редакции

Компьютерный набор Е.Ю. Плотниковой

Подписано к изданию 11.03.2016

Уч.-изд. л. 3,5

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный
технический университет»
394026 Воронеж, Московский просп., 14