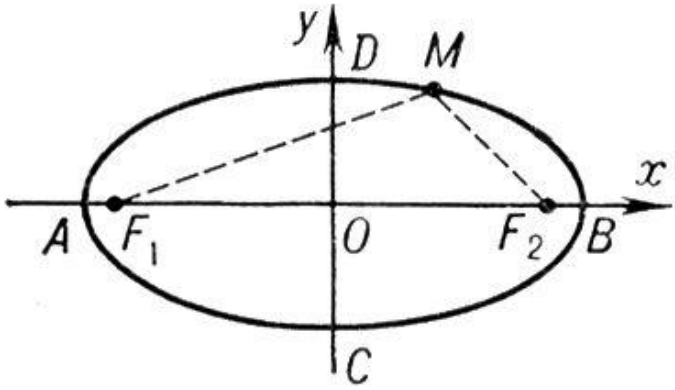
ФГБОУ ВО "Воронежский государственный
технический университет"

Кафедра высшей математики и
физико-математического моделирования

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ К РАЗДЕЛУ «КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для индивидуальной самостоятельной работы по разделу
«Кратные интегралы»
курса «Математика» для студентов направления 11.03.01
«Радиотехника»



Воронеж 2021

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Вычислить двойной интеграл по прямоугольной области D, заданной указанными неравенствами.

1.1. $\iint\limits_D \left(xy^2+\sqrt{xy}\right)dxdy,\ D:\ 1\le x\le 2,\ 0\le y\le 3.$

1.2. $\iint\limits_D \left(xy+\sin xy\right)dxdy,\ D:\ 0\le x\le \pi,\ 0\le y\le \frac{\pi}{2}.$

1.3. $\iint\limits_D \frac{dxdy}{\sqrt[3]{x+y}},\ D:\ 1\le x\le 2,\ 0\le y\le 1.$

1.4. $\iint\limits_D \frac{dxdy}{\cos^2 xy},\ D:\ 0\le x\le \frac{\pi}{4},\ 0\le y\le \frac{\pi}{4}.$

1.5. $\iint\limits_D \sin\left(x+y\right)dxdy,\ D:\ 0\le x\le \pi,\ 0\le y\le \frac{\pi}{2}.$

1.6. $\iint\limits_D \frac{dxdy}{\sqrt{2x+y}},\ D:\ 1\le x\le 2,\ 0\le y\le 1.$

1.7. $\iint\limits_D \left(\cos y+\sin x\right)dxdy,\ D:\ 0\le x\le \pi,\ 0\le y\le \frac{\pi}{2}.$

1.8. $\iint\limits_D \frac{dxdy}{\sin^2\left(x+y\right)},\ D:\ 0\le x\le \frac{\pi}{4},\ 0\le y\le \frac{\pi}{2}.$

1.9. $\iint\limits_D \frac{dxdy}{\sqrt[3]{x+2y}},\ D:\ 0\le x\le \frac{1}{2},\ 0\le y\le 1.$

1.10. $\iint\limits_D \cos\left(x+2y\right)dxdy,\ D:\ 0\le x\le \pi,\ 0\le y\le \frac{\pi}{2}.$

1.11. $\iint\limits_D \frac{y}{x+1}dxdy,\ D:\ 0\le x\le 2,\ 1\le y\le 2.$

1.12. $\iint\limits_D \frac{dxdy}{\sqrt{2x+y}},\ D:\ 1\le x\le 2,\ 0\le y\le 1.$

1.13. $\iint\limits_D e^{x+2y}dxdy,\ D:\ -1\le x\le 2,\ 0\le y\le 1.$

1.14. $\iint\limits_D \sqrt{x+y}dxdy,\ D:\ 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 3.$

1.15. $\iint\limits_D \frac{dxdy}{\sqrt{3x+y}},\ D:\ 0\le x\le 2,\ 1\le y\le 2.$

1.16. $\iint\limits_D e^{xy}dxdy,\ D:\ 0\le x\le 2,\ 1\le y\le 2.$

1.17. $\iint\limits_D y\sin xy\ dxdy,\ D:\ x=1,\ x=2, y=\frac{\pi}{2},\ y=\pi\ .$

1.18. $\iint\limits_D \frac{dxdy}{\sqrt{x+4y}},\ D:\ 0\le x\le 2,\ 1\le y\le 2.$

1.19. $\iint\limits_D \sqrt{x+2y}\ dxdy,\ D:\ 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 3.$

1.20. $\iint\limits_D x\cos xy\ dxdy,\ D:\ 0\le x\le \pi,\ 0\le y\le \frac{\pi}{2}.$

1.21. $\iint\limits_D \sin xy\ dxdy,\ D:\ x=1,\ x=2, y=\frac{\pi}{2},\ y=\pi\ .$

1.22. $\iint\limits_D e^{x+y}dxdy,\ D:\ -2\le x\le 2,\ -1\le y\le 2.$

1.23. $\iint\limits_D \sqrt[3]{3x-y}dxdy,\ D:\ 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 3.$

1.24. $\iint\limits_D \cos\left(x-4y\right)dxdy,\ D:\ 0\le x\le \pi,\ 0\le y\le \frac{\pi}{2}.$

1.25. $\iint\limits_D \left(\frac{x}{y}+e^{xy}\right)dxdy,\ D:\ 0\le x\le 1,\ 0\le y\le \frac{1}{2}.$

1.26. $\iint\limits_D \left(xy^2+y^3\right)dxdy,\ D:\ -1\le x\le 2,\ 0\le y\le 1.$

1.27. $\iint\limits_D e^{x}\sin xy\ dxdy,\ D:\ x=1,\ x=2, y=\frac{\pi}{2},\ y=\pi\ .$

1.28. $\iint\limits_D \frac{dxdy}{e^{x-y}}$, D: $-1 \le x \le 2,\ 0 \le y \le 1$.

1.29. $\iint\limits_D \left(x^2y^2 + \sqrt{x}\right)dxdy$, D: $-1 \le x \le 2,\ 0 \le y \le 1$.

1.30. $\iint\limits_D \sin\left(3x - 2y\right)dxdy$, D: $0 \le x \le \pi,\ 0 \le y \le \frac{\pi}{2}$.

2. Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f\left(x, y\right)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями.

2.1. $D: y = \sqrt{4 - x^2},\ y = \sqrt{3x},\ x \ge 0$.

2.2. $D: x^2 = 2y,\ 5x - 2y - 6 = 0$.

2.3. $D: y = \sqrt{8 - x^2},\ y = x,\ y \ge 0$.

2.4. $D: x \ge 0,\ y \ge 0,\ y \le 1,\ y = \ln x$.

2.5. $D: x^2 = 2 - y,\ x + y = 0$.

2.6. $D: y = \sqrt{2 - x^2},\ y = x^2$.

2.7. $D: y = x^2 - 2,\ y = x$.

2.8. $D: x \ge 0,\ y \ge 1,\ y \le 3,\ y = x$.

2.9. $D: y^2 = 2x,\ x^2 = 2y,\ x \le 1$.

2.10. $D: x \ge 0,\ y \ge x,\ y = \sqrt{9 - x^2}$.

2.11. $D: y^2 = 2 - x,\ y = x$.

2.12. $D: x = \sqrt{2 - y^2},\ x = y^2,\ y \ge 0$.

2.13. $D: y \ge 0,\ x + 2y - 12 = 0,\ y = \lg x$.

2.14. $D: x \le 0,\ y \ge 1,\ y \le 3,\ y = -x$.

2.15. $D: y = 0,\ y \ge x,\ y = -\sqrt{2 - x^2}$.

2.16. $D: y \geq 0,\ x = \sqrt{y},\ y = \sqrt{8 - x^2}$.

2.17. $D: y = -x,\ y^2 = x + 3$.

2.18. $D: y = \sqrt{4 - x^2},\ x \geq 0,\ x = 1,\ y = 0$.

2.19. $D: x = -1,\ x = -2,\ y \geq 0,\ y = x^2$.

2.20. $D: y \leq 0,\ x^2 = -y,\ x = \sqrt{1 - y^2}$.

2.21. $D: y \geq 0,\ y \leq 1,\ y = x,\ x = -\sqrt{4 - y^2}$.

2.22. $D: x \leq 0,\ y = 1,\ y = 4,\ y = -x$.

2.23. $D: y = 3 - x^2,\ y = -x$.

2.24. $D: x = 0,\ x = -2,\ y \geq 0,\ y = x^2 + 4$.

2.25. $D: x = 0,\ y = 0,\ y = 1,\ (x - 3)^2 + y^2 = 1$.

2.26. $D: x = \sqrt{9 - y^2},\ y = x,\ y \geq 0$.

2.27. $D: x + 2y - 6 = 0,\ y = x,\ y \geq 0$.

2.28. $D: y = -x,\ 3x + y = 3,\ y = 3$.

2.29. $D: x \geq 0,\ y = 1,\ y = -1,\ y = \log_{1/2} x$.

2.30. $D: x \geq 0,\ y \geq 0,\ y = 1,\ x = \sqrt{4 - y^2}$.

3. Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями.

3.1. $\iint\limits_D \left(x^2 + y\right) dxdy,\ D: y = x^2,\ x = y^2$.

3.2. $\iint\limits_D xy^2 dxdy,\ D: y = x^2,\ y = 2x$.

3.3. $\iint\limits_D \left(x + y\right) dxdy,\ D: y^2 = x,\ x = y$.

3.4. $\iint\limits_D x^2 y dxdy,\ D: y = 2 - x,\ x = y,\ x \geq 0$.

3.5. $\iint\limits_D \left(x^3-2y\right)dxdy$, $D: y=x^2-1,\ x\geq 0,\ y\leq 0.$

3.6. $\iint\limits_D \left(y-x\right)dxdy$, $D: y=x,\ y=x^2.$

3.7. $\iint\limits_D \left(1+y\right)dxdy$, $D: y^2=x,\ x=5y.$

3.8. $\iint\limits_D \left(x+y\right)dxdy$, $D: y=x^2-1,\ y=-x^2+1.$

3.9. $\iint\limits_D x\left(y-1\right)dxdy$, $D: y=5x,\ y=x,\ x=3.$

3.10. $\iint\limits_D y\left(x-2\right)dxdy$, $D: y=x,\ y=\frac{1}{2}x,\ x=2.$

3.11. $\iint\limits_D \left(x-y^2\right)dxdy$, $D: y=1,\ y=x^2.$

3.12. $\iint\limits_D x^2 ydxdy$, $D: y=2x^3,\ y=0,\ x=1.$

3.13. $\iint\limits_D \left(x^2+y^2\right)dxdy$, $D: x=y^2,\ x=1.$

3.14. $\iint\limits_D xydxdy$, $D: y=x^3,\ y=0,\ x\leq 2.$

3.15. $\iint\limits_D \left(x+y\right)dxdy$, $D: y=x^3,\ y=8,\ y=0,\ x=3.$

3.16. $\iint\limits_D x\left(2x+y\right)dxdy$, $D: y=1-x^2,\ y\geq 0.$

3.17. $\iint\limits_D y\left(1-x\right)dxdy$, $D: y^3=x,\ y=x.$

3.18. $\iint\limits_D xy^3dxdy$, $D: y^2=1-x,\ x\geq 0.$

3.19. $\iint\limits_D x\left(y+5\right)dxdy$, $D: y=x+5,\ x+y+5=0,\ x\leq 0.$

3.20. $\iint\limits_D \left(x-y\right)dxdy$, $D: y=x^2-1,\ y=3.$

3.21. $\iint\limits_D (x+1)\,y^2\,dxdy,\ D: y=3x^2,\ \ y=3.$

3.22. $\iint\limits_D xy^2\,dxdy,\ D: y=x,\ \ y=0,\ \ x=1.$

3.23. $\iint\limits_D \left(x^3+y\right)dxdy,\ D: x+y=1,\ \ x+y=2,\ \ x\le 1,\ \ x\ge 0.$

3.24. $\iint\limits_D xy^3\,dxdy,\ D: y=x^3,\ \ y=4x,\ \ y\ge 0.$

3.25. $\iint\limits_D \left(x^3+3y\right)dxdy,\ D: x+y=1,\ \ y=x^2-1,\ \ x\ge 0.$

3.26. $\iint\limits_D xydxdy,\ D: y=\sqrt{x},\ \ y=0,\ \ x+y=2.$

3.27. $\iint\limits_D \frac{y^2}{x^2}\,dxdy,\ D: y=x,\ \ y=2,\ \ xy=1.$

3.28. $\iint\limits_D y\left(x^2+1\right)dxdy,\ D: y=x^3,\ \ y=3x.$

3.29. $\iint\limits_D y^2\left(2x+1\right)dxdy,\ D: x=2-y^2,\ \ x=0.$

3.30. $\iint\limits_D e^y dxdy,\ D: y=\ln x,\ \ y=0,\ \ x=2.$

4. Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями.

4.1. $\iint\limits_D ye^{xy/2}dxdy,\ D:\ y=\ln 2,\ y=\ln 3,\ x=2,\ x=4.$

4.2. $\iint\limits_D y^2 \sin\frac{xy}{2}\ \ dxdy,\ D:\ x=0,\ y=\sqrt{\pi},\ y=\frac{x}{2}.$

4.3. $\iint\limits_D y\cos xy\ dxdy,\ D:\ y=\pi/2,\ y=\pi,\ x=1,\ x=2.$

4.4. $\iint\limits_D y^2 e^{-xy/4}dxdy,\ D:\ x=0,\ y=2,\ y=x.$

4.5. $\iint\limits_D y\sin xy\ dxdy,\ D:\ y=\pi/2,\ y=\pi,\ x=1,\ x=2.$

4.6. $\iint\limits_D y^2\cos\frac{xy}{2}\ dxdy,\ D:\ x=0,\ y=\sqrt{\pi/2},\ \mathrm{y}=x/2.$

4.7. $\iint\limits_D 4ye^{2xy}dxdy,\ D:\ y=\ln 3,\ y=\ln 4,\ x=\frac{1}{2},\ x=1.$

4.8. $\iint\limits_D 4y^2\sin xy\ dxdy,\ D:\ x=0,\ y=\sqrt{\frac{\pi}{2}},\ y=x.$

4.9. $\iint\limits_D y\cos 2xy\ dxdy,\ D:\ y=\frac{\pi}{2},\ y=\pi,\ x=\frac{1}{2},\ x=1.$

4.10. $\iint\limits_D y^2e^{-xy/8}dxdy,\ D:\ x=0,\ y=2,\ y=\frac{x}{2}.$

4.11. $\iint\limits_D 12y\sin 2xy\ dxdy,\ D:\ y=\frac{\pi}{4},\ y=\frac{\pi}{2},\ x=2,\ x=3.$

4.12. $\iint\limits_D y^2\cos xy\ dxdy,\ D:\ x=0,\ y=\sqrt{\pi},\ y=x.$

4.13. $\iint\limits_D ye^{xy/4}dxdy,\ D:\ y=\ln 2,\ y=\ln 3,\ x=4,\ x=8.$

4.14. $\iint\limits_D y^2\sin 2xy\ dxdy,\ D:\ x=0,\ y=\sqrt{2\pi},\ y=2x.$

4.15. $\iint\limits_D 2y\cos 2xy\ dxdy,\ D:\ y=\frac{\pi}{4},\ y=\frac{\pi}{2},\ x=1,\ x=2.$

4.16. $\iint\limits_D y^2e^{-xy/2}dxdy,\ D:\ x=0,\ y=\sqrt{2},\ y=x.$

4.17. $\iint\limits_D y\sin xy\ dxdy,\ D:\ y=\pi,\ y=2\pi,\ x=\frac{1}{2},\ x=1.$

4.18. $\iint\limits_D y^2\cos 2xy\ dxdy,\ D:\ x=0,\ y=\sqrt{\frac{\pi}{2}},\ y=\frac{x}{2}.$

4.19. $\iint\limits_D 8ye^{4xy}dxdy,\ D:\ y=\ln 3,\ y=\ln 4,\ x=\frac{1}{4},\ x=\frac{1}{2}.$

4.20. $\iint\limits_D 3y^2 \sin\frac{xy}{2}\ dxdy,\ D:\ x=0,\ y=\sqrt{\frac{4\pi}{3}},\ y=\frac{2}{3}x.$

4.21. $\iint\limits_D y\cos xy\ dxdy,\ D:\ y=\pi,\ y=3\pi,\ x=1/2,\ x=1.$

4.22. $\iint\limits_D y^2 e^{-xy/2} dxdy,\ D:\ x=0,\ y=1,\ y=\frac{x}{2}.$

4.23. $\iint\limits_D y\sin 2xy\ dxdy,\ D: y=\frac{\pi}{2},\ y=\frac{3\pi}{2},\ x=\frac{1}{2},\ x=2.$

4.24. $\iint\limits_D y^2\cos xy\ dxdy,\ D:\ x=0,\ y=\sqrt{\pi},\ y=2x.$

4.25. $\iint\limits_D 6ye^{xy/3} dxdy,\ D:\ y=\ln 2,\ y=\ln 3,\ x=3,\ x=6.$

4.26. $\iint\limits_D y^2 \sin\frac{xy}{2}\ dxdy,\ D:\ x=0,\ y=\sqrt{\pi},\ y=x.$

4.27. $\iint\limits_D y\cos 2xy\ dxdy,\ D: y=\frac{\pi}{2},\ y=\frac{3\pi}{2},\ x=\frac{1}{2},\ x=2.$

4.28. $\iint\limits_D y^2 e^{-xy/8} dxdy,\ D:\ x=0,\ y=4,\ y=2x.$

4.29. $\iint\limits_D 3y\sin xy\ dxdy,\ D:\ y=\frac{\pi}{2},\ y=3\pi,\ x=1,\ x=3.$

4.30. $\iint\limits_D y^2\cos\frac{xy}{2}\ dxdy,\ D:\ x=0,\ y=\sqrt{2\pi},\ y=2x.$

5. Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями.

5.1. $\iint\limits_D \frac{x+y}{x^2+y^2} dxdy,$

$D: x^2+y^2=1,\ x^2+y^2=4,\ x=0,\ y=0\left(x\ge 0,\ y\ge 0\right).$

5.2. $\iint\limits_D \frac{2x+5y}{x^2+y^2}dxdy,$

$D: x^2+y^2=9,\ x^2+y^2=16,\ x=0,\ y=0\left(x\ge 0,\ y\le 0\right).$

5.3. $\iint\limits_D \frac{x+y}{x^2+y^2}dxdy,$

$D: x^2+y^2=4,\ x^2+y^2=25,\ x=0,\ y=0\left(x\le 0,\ y\ge 0\right).$

5.4. $\iint\limits_D \frac{2x-3y}{x^2+y^2}dxdy,$

$D: x^2+y^2=9,\ x^2+y^2=16,\ x=0,\ y=0\left(x\le 0,\ y\le 0\right).$

5.5. $\iint\limits_D \frac{x-y}{x^2+y^2}dxdy,$

$D: x^2+y^2=1,\ x^2+y^2=9,\ x=0,\ y=0\left(x\ge 0,\ y\ge 0\right).$

5.6. $\iint\limits_D \frac{2y-x}{x^2+y^2}dxdy,$

$D: x^2+y^2=9,\ x^2+y^2=25,\ x=0,\ y=0\left(x\ge 0,\ y\ge 0\right).$

5.7. $\iint\limits_D \frac{2y-3x}{x^2+y^2}dxdy,$

$D: x^2+y^2=4,\ x^2+y^2=16,\ x=0,\ y=0\left(y\ge 0\right).$

5.8. $\iint\limits_D \frac{y-5x}{x^2+y^2}dxdy,$

$D: x^2+y^2=9,\ x^2+y^2=16,\ x=0,\ y=0\left(x\ge 0,\ y\le 0\right).$

5.9. $\iint\limits_D \frac{x-2y}{x^2+y^2}dxdy,$

$D: x^2 + y^2 = 4,\ x^2 + y^2 = 9,\ x = 0,\ y = 0\left(x \le 0\right).$

5.10. $\iint\limits_D \frac{4x - y}{x^2 + y^2} dxdy,$

$D: x^2 + y^2 = 1,\ x^2 + y^2 = 9,\ x = 0,\ y = 0\left(x \ge 0,\ y \ge 0\right).$

5.11. $\iint\limits_D \frac{2x - y}{x^2 + y^2} dxdy,$

$D: x^2 + y^2 = 4,\ x^2 + y^2 = 16,\ x = 0,\ y = 0\left(x \le 0,\ y \ge 0\right).$

5.12. $\iint\limits_D \frac{4y - x}{x^2 + y^2} dxdy,$

$D: x^2 + y^2 = 9,\ x^2 + y^2 = 25,\ x = 0,\ y = 0\left(x \le 0,\ y \le 0\right).$

5.13. $\iint\limits_D \frac{7y - x}{x^2 + y^2} dxdy,$

$D: x^2 + y^2 = 1,\ x^2 + y^2 = 9,\ x = 0,\ y = 0\left(x \ge 0,\ y \le 0\right).$

5.14. $\iint\limits_D \frac{3x - y}{x^2 + y^2} dxdy,$

$D: x^2 + y^2 = 16,\ x^2 + y^2 = 36,\ x = 0,\ y = 0\left(x \ge 0,\ y \ge 0\right).$

5.15. $\iint\limits_D \frac{y - 3x}{x^2 + y^2} dxdy,$

$D: x^2 + y^2 = 4,\ x^2 + y^2 = 25,\ x = 0,\ y = 0\left(x \le 0,\ y \le 0\right).$

5.16. $\iint\limits_D \frac{x + 4y}{x^2 + y^2} dxdy,$

$D: x^2 + y^2 = 9,\ x^2 + y^2 = 36,\ x = 0,\ y = 0\left(x \le 0,\ y \ge 0\right).$

5.17. $\iint\limits_D \frac{3x+2y}{x^2+y^2}dxdy,$

$D: x^2+y^2=1,\ x^2+y^2=16,\ x=0,\ y=0\left(y\le 0\right).$

5.18. $\iint\limits_D \frac{4y-3x}{x^2+y^2}dxdy,$

$D: x^2+y^2=1,\ x^2+y^2=9,\ x=0,\ y=0\left(x\ge 0\right).$

5.19. $\iint\limits_D \frac{7x+4y}{x^2+y^2}dxdy,$

$D: x^2+y^2=4,\ x^2+y^2=9,\ x=0,\ y=0\left(x\ge 0,\ y\le 0\right).$

5.20. $\iint\limits_D \frac{8x+y}{x^2+y^2}dxdy,$

$D: x^2+y^2=9,\ x^2+y^2=36,\ x=0,\ y=0\left(x\ge 0\right).$

5.21. $\iint\limits_D \frac{x-6y}{x^2+y^2}dxdy,$

$D: x^2+y^2=4,\ x^2+y^2=36,\ x=0,\ y=0\left(x\ge 0,\ y\ge 0\right).$

5.22. $\iint\limits_D \frac{3x+5y}{x^2+y^2}dxdy,$

$D: x^2+y^2=1,\ x^2+y^2=4,\ x=0,\ y=0\left(x\le 0,\ y\ge 0\right).$

5.23. $\iint\limits_D \frac{x-7y}{x^2+y^2}dxdy,$

$D: x^2+y^2=4,\ x^2+y^2=16,\ x=0,\ y=0\left(x\ge 0,\ y\ge 0\right).$

5.24. $\iint\limits_D \frac{x+4y}{x^2+y^2}dxdy,$

$D: x^2 + y^2 = 9,\ x^2 + y^2 = 36,\ x = 0,\ y = 0 (x \le 0).$

5.25. $\iint\limits_D \frac{7x - 8y}{x^2 + y^2} dxdy,$

$D: x^2 + y^2 = 4,\ x^2 + y^2 = 9,\ x = 0,\ y = 0 (x \le 0,\ y \le 0).$

5.26. $\iint\limits_D \frac{y - 5x}{x^2 + y^2} dxdy,$

$D: x^2 + y^2 = 9,\ x^2 + y^2 = 36,\ x = 0,\ y = 0 (y \le 0).$

5.27. $\iint\limits_D \frac{7y - 3x}{x^2 + y^2} dxdy,$

$D: x^2 + y^2 = 1,\ x^2 + y^2 = 4,\ x = 0,\ y = 0 (x \ge 0,\ y \le 0).$

5.28. $\iint\limits_D \frac{3x + 5y}{x^2 + y^2} dxdy,$

$D: x^2 + y^2 = 9,\ x^2 + y^2 = 16,\ x = 0,\ y = 0 (x \ge 0).$

5.29. $\iint\limits_D \frac{5y - 2x}{x^2 + y^2} dxdy,$

$D: x^2 + y^2 = 4,\ x^2 + y^2 = 9,\ x = 0,\ y = 0 (y \ge 0).$

5.30. $\iint\limits_D \frac{x + 2y}{x^2 + y^2} dxdy,$

$D: x^2 + y^2 = 9,\ x^2 + y^2 = 16,\ x = 0,\ y = 0 (y \ge 0).$

6. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной указанными линиями.

6.1. $y = 3/x,\ y = 4e^x,\ y = 3,\ y = 4.$

6.2. $x = \sqrt{36 - y^2},\ x = 6 - \sqrt{36 - y^2}.$

6.3. $x^2+y^2=72,\ 6y=-x^2\ \ (y\le 0).$

6.4. $x=8-y^2,\ x=-2y.$

6.5. $y=\dfrac{3}{x},\ y=8e^x,\ y=3,\ y=8.$

6.6. $y=\dfrac{\sqrt{x}}{2},\ y=\dfrac{1}{2x},\ x=16.$

6.7. $x=5-y^2,\ x=-4y.$

6.8. $x^2+y^2=12,\quad \sqrt{6}y=-x^2\ \ (y\le 0).$

6.9. $y=\sqrt{12-x^2},\ y=2\sqrt{3}-\sqrt{12-x^2},\ x=0\ \ (x\ge 0).$

6.10. $y=\dfrac{3}{2}\sqrt{x},\ y=\dfrac{3}{2x},\ x=9.$

6.11. $y=\sqrt{24-x^2},\ 2\sqrt{3}y=x^2,\ x=0\ \ (x\ge 0).$

6.12. $y=\sin x,\ y=\cos x,\ x=0,\ \ (x\ge 0).$

6.13. $y=20-x^2,\ y=-8x.$

6.14. $y=\sqrt{18-x^2},\ y=3\sqrt{2}-\sqrt{18-x^2}.$

6.15. $y=32-x^2,\ y=-4x.$

6.16. $y=2/x,\ y=5e^x,\ y=2,\ y=5.$

6.17. $x^2+y^2=36,\ \ 3\sqrt{2}y=x^2\ \ (y\ge 0).$

6.18. $y=3\sqrt{x},\ y=3/x,\ x=4.$

6.19. $y=6-\sqrt{36-x^2},\ y=\sqrt{36-x^2},\ x=0\ \ (x\ge 0).$

6.20. $y=25/4-x^2,\ y=x-5/2.$

6.21. $y=\sqrt{x},\ y=1/x,\ x=16.$

6.22. $y=2/x,\ y=7e^x,\ y=2,\ y=7.$

6.23. $x=27-y^2,\ x=-6y.$

6.24. $x=\sqrt{72-y^2},\ 6x=y^2,\ y=0\ \ (y\ge 0).$

6.25. $y=\sqrt{6-x^2},\ y=\sqrt{6}-\sqrt{6-x^2}.$

6.26. $y=\frac{3}{2}\sqrt{x},\ y=\frac{3}{2x},\ x=4.$

6.27. $y=\sin x,\ y=\cos x,\ x=0,\ (x\le 0).$

6.28. $y=\frac{1}{x},\ y=6e^{x},\ y=1,\ y=6.$

6.29. $y=3\sqrt{x},\ y=3/x,\ x=9.$

6.30. $y=11-x^2,\ y=-10x.$

7. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной указанными линиями.

7.1. $y^2-2y+x^2=0,\ y^2-4y+x^2=0,$
$y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

7.2. $x^2-4x+y^2=0,\ x^2-8x+y^2=0,$
$y=0,\ y=x/\sqrt{3}.$

7.3. $y^2-6y+x^2=0,\ y^2-8y+x^2=0,$
$y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

7.4. $x^2-2x+y^2=0,\ x^2-4x+y^2=0,$
$y=0,\ y=x.$

7.5. $y^2-8y+x^2=0,\ y^2-10y+x^2=0,$
$y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

7.6. $x^2-4x+y^2=0,\ x^2-8x+y^2=0,$
$y=0,\ y=x.$

7.7. $y^2-4y+x^2=0,\ y^2-6y+x^2=0,$
$y=x,\ x=0.$

7.8. $x^2-2x+y^2=0,\ x^2-10x+y^2=0,$
$y=0,\ y=\sqrt{3}x.$

7.9. $y^2-6y+x^2=0,\ y^2-10y+x^2=0,$
$y=x,\ x=0.$

7.10. $x^2-2x+y^2=0,\ x^2-4x+y^2=0,$
$y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

7.11. $y^2-2y+x^2=0,\ y^2-4y+x^2=0,$
$y=\sqrt{3}x,\ x=0.$

7.12. $x^2-2x+y^2=0,\ x^2-6x+y^2=0,$
$y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

7.13. $y^2-4y+x^2=0,\ y^2-6y+x^2=0,$
$y=\sqrt{3}x,\ x=0.$

7.14. $x^2-2x+y^2=0,\ x^2-8x+y^2=0,$
$y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

7.15. $y^2-2y+x^2=0,\ y^2-6y+x^2=0,$
$y=x/\sqrt{3},\ y=0.$

7.16. $x^2-2x+y^2=0,\ x^2-4x+y^2=0,$
$y=0,\ y=x/\sqrt{3}.$

7.17. $y^2-2y+x^2=0,\ y^2-10y+x^2=0,$
$y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

7.18. $x^2-2x+y^2=0,\ x^2-6x+y^2=0,$
$y=0,\ y=x/\sqrt{3}.$

7.19. $y^2-4y+x^2=0,\ y^2-10y+x^2=0,$
$y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

7.20. $x^2-2x+y^2=0,\ x^2-6x+y^2=0,$
$y=0,\ y=x.$

7.21. $y^2-2y+x^2=0,\ y^2-4y+x^2=0,$
$y=x,\ x=0.$

7.22. $x^2-2x+y^2=0,\ x^2-4x+y^2=0,$
$y=0,\ y=\sqrt{3}x.$

7.23. $y^2-6y+x^2=0,\ y^2-8y+x^2=0,$
$y=x,\ x=0.$

7.24. $x^2-4x+y^2=0,\ x^2-8x+y^2=0,$
$y=0,\ y=\sqrt{3}x.$

7.25. $y^2-4y+x^2=0,\ y^2-8y+x^2=0,$
$y=x,\ x=0.$

7.26. $x^2-4x+y^2=0,\ x^2-8x+y^2=0,$
$y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

7.27. $y^2-4y+x^2=0,\ y^2-8y+x^2=0,$
$y=\sqrt{3}x,\ x=0.$

7.28. $x^2-4x+y^2=0,\ x^2-6x+y^2=0,$
$y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

7.29. $y^2-2y+x^2=0,\ y^2-10y+x^2=0,$
$y=x/\sqrt{3},\ x=0.$

7.30. $x^2-6x+y^2=0,\ x^2-10x+y^2=0,$
$y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

8. Вычислить массу неоднородной пластины, ограниченной заданными линиями, если поверхностная плотность в каждой ее точке $\mu=\mu(x,y)$.

8.1. $D: y^2=x,\ x=3,\ \mu=x.$

8.2. $D: x=0,\ y=0,\ x+y=1,\ \mu=x^2.$

8.3. $D: x=0,\ y=0,\ 2x+3y=6,\ \mu=\dfrac{y^2}{2}.$

8.4. $D: x^2+y^2=4x,\ \mu=4-x.$

8.5. $D: x=0,\ y=1,\ y=x,\ \mu=x^2+2y^2.$

8.6. $D: x^2+y^2=1,\ \mu=2-x-y.$

8.7. $D: x^2+y^2=4y,\ \mu=\sqrt{4-y}.$

8.8. $D: x=y,\ y=-x,\ y=1,\ \mu=\sqrt{1-y}.$

8.9. $D: x=0,\ y=2x,\ x+y=2,\ \mu=2-x-y.$

8.10. $D: x=1,\ y^2=x,\ \mu=2x+5y+10.$

8.11. $D: y=0,\ x^2=1-y,\ \mu=3-x-y.$

8.12. $D: y=x^2,\ x=y^2,\ \mu=3x+2y+6.$

8.13. $D: y=x^2,\ y=4,\ \mu=2x+5y+10.$

8.14. $D: x=0,\ y=0,\ x+y=1,\ \mu=2x^2+y^2.$

8.15. $D: x=0,\ y^2=1-x,\ \mu=2-x-y.$

8.16. $D: y=\sqrt{x},\ x=y,\ \mu=2-x-y.$

8.17. $D: y=x^2-1,\ y=1,\ \mu=3x^2+2y^2+1.$

8.18. $D: x=1,\ y=0,\ y=x,\ \mu=x^2+2y^2+10.$

8.19. $D: y=0,\ y=2x,\ x+y=6,\ \mu=x^2.$

8.20. $D: x\ge 1,\ y\ge 0,\ x^2+y^2=4,\ \mu=4-x^2.$

8.21. $D: y = x^2,\ y = 2,\ \mu = 2 - y.$

8.22. $D: x = 0,\ y = 0,\ x + y = 1,\ \mu = x^2 + y^2.$

8.23. $D: y = x^2 + 1,\ x + y = 3,\ \mu = 4x + 5y + 2.$

8.24. $D: y = x^2 - 1,\ x + y = 1,\ \mu = 2x + 5y + 8.$

8.25. $D: x = 0,\ y = 0,\ y = 4,\ x = \sqrt{25 - y^2},\ \mu = x.$

8.26. $D: x = 2,\ y = x,\ y = 3x,\ \mu = 2x^2 + y^2.$

8.27. $D: y = x^2,\ y = x,\ \mu = 2x + 3y.$

8.28. $D: x = 0,\ x + 2y + 2 = 0,\ x + y = 1,\ \mu = x^2.$

8.29. $D: x = 0,\ y = 0,\ x + 2y = 1,\ \mu = 2 - \left(x^2 + y^2\right).$

8.30. $D: x = 0,\ y = 0,\ x + y = 2,\ \mu = x^2 + y^2.$

9. Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями.

9.1. $z = x^2 + y^2,\ x + y = 1,\ x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0.$

9.2. $z = 2 - \left(x^2 + y^2\right),\ x + 2y = 1,\ x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0.$

9.3. $z = x^2,\ x - 2y + 2 = 0,\ x + y - 7 = 0,\ z \ge 0.$

9.4. $z = 2x^2 + 3y^2,\ y = x^2,\ y = x,\ z \ge 0.$

9.5. $z = 2x^2 + y^2,\ y \le x,\ y = 3x,\ x = 2,\ z \ge 0.$

9.6. $z = x,\ y = 4,\ x = \sqrt{25 - y^2},\ x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0.$

9.7. $y = \sqrt{x},\ y = x,\ x + y + z = 2,\ z \ge 0.$

9.8. $y = 1 - x^2,\ x + y + z = 3,\ y \ge 0\ , z \ge 0.$

9.9. $z = 2x^2 + y^2,\ x + y = 4,\ x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0.$

9.10. $z = 4 - x^2,\ x^2 + y^2 = 4,\ x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0.$

9.11. $2z = y^2,\ 2x + 3y - 12 = 0,\ x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0.$

9.12. $z = 10 + x^2 + 2y^2,\ y = x,\ x = 1,\ y \ge 0,\ z \ge 0.$

9.13. $z = x^2,\ x + y = 6,\ y = 2x,\ x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0.$

9.14. $z = 3x^2 + 2y^2 + 1,\ y = x^2 - 1,\ y = 1,\ z \ge 0.$

9.15. $3y=\sqrt{x},\ y\le x,\ x+y+z=10,\ y=1,\ z=0.$

9.16. $y^2=1-x,\ x+y+z=1,\ x=0,\ z=0.$

9.17. $y=x^2,\ x=y^2,\ z=3x+2y+6,\ z=0.$

9.18. $x^2=1-y,\ x+y+z=3,\ x\ge 0,\ z\ge 0.$

9.19. $x=y^2,\ x+y+z=4,\ x=1,\ z=0.$

9.20. $z=2x^2+y^2,\ x+y=1,\ x\ge 0,\ y\ge 0,\ z\ge 0.$

9.21. $y=x^2,\ y=4,\ z=2x+5y+10,\ z\ge 0.$

9.22. $y=2x,\ x+y+z=2,\ x\ge 0,\ z\ge 0.$

9.23. $y=1-z^2,\ y=x,\ y=-x,\ y\ge 0,\ z\ge 0.$

9.24. $x^2+y^2=4y,\ z^2=4-y,\ z\ge 0.$

9.25. $x^2+y^2=1,\ z^2=2-x^2-y^2,\ z\ge 0.$

9.26. $y=x^2,\ z=0,\ y+z=2.$

9.27. $x^2+y^2=4x,\ z^2=4-x,\ z\ge 0.$

9.28. $z=x^2+2y^2,\ y=x,\ x\ge 0,\ y=1,\ z\ge 0.$

9.29. $z=y^2,\ x+y=1,\ x\ge 0,\ z\ge 0.$

9.30. $y^2=x,\ x=3,\ z=x,\ z\ge 0.$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике / Л. А. Кузнецов М., 2007.
2. Рябушко А.П. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике. Часть 3 / А.П. Рябушко, В.В. Бархатов, В.В. Державец, И.Е. Юруть. Минск, Вышэйшая школа, 1990.

Составитель
Борщ Надежда Алексеевна