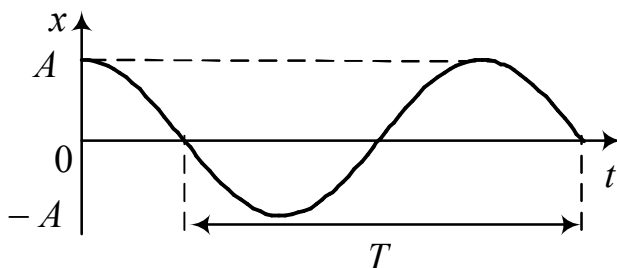


ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»

Кафедра физики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ
по теме «Механические колебания и волны»
дисциплины «Физика»
для студентов всех технических направлений
и специальностей очной формы обучения



Воронеж 2016

Составители: канд. физ.-мат. наук А.Г. Москаленко, канд. физ.-мат. наук Н.В. Матовых, канд. техн. наук М.Н. Гаршина, канд. физ.-мат. наук Е.П. Татьяна

УДК 531.07

Методические указания к выполнению лабораторных работ по теме «Механические колебания и волны» дисциплины «Физика» для студентов всех технических направлений и специальностей очной формы обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост. А.Г. Москаленко, Н.В. Матовых, М.Н. Гаршина, Е.П. Татьяна. Воронеж, 2016. 42 с

Методические указания содержат необходимый теоретический материал по разделу «Механические колебания и волны» курса физики. Даны описание методик измерения и порядок выполнения лабораторных работ, поставленных в учебной лаборатории ВГТУ.

Предназначены для студентов технических направлений и специальностей очной формы обучения.

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле Колебания л_r.pdf.

Табл. 10. Ил. 24. Библиогр.: 4 назв.

Рецензент канд. физ.-мат. наук, доц. А.Ф. Татаренков

Ответственный за выпуск зав. кафедрой канд. физ.-мат. наук, проф. Т.Л. Тураева

Издается по решению редакционно-издательского совета Воронежского государственного технического университета

© ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», 2016

1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ К ЛАБОРАТОРНОМУ ПРАКТИКУМУ ПО МЕХАНИЧЕСКИМ КОЛЕБАНИЯМ И ВОЛНАМ

1.1. Гармонические колебания. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний

Колебаниями называют процессы, характеризующиеся повторяемостью во времени. Простейшими из них являются гармонические колебания, при которых колеблющиеся величины изменяются со временем по закону синуса или косинуса. Колебания будут гармоническими, если возвращающая сила пропорциональна смещению от положения равновесия и амплитуда колебаний мала. Колебания могут происходить только в системах с устойчивым положением равновесия.

Кинематическое уравнение гармонических колебаний имеет вид

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1.1)$$

где x - смещение системы от своего положения равновесия; A - амплитуда колебаний; $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$ - фаза колебаний; φ_0 - начальная фаза; ω_0 - собственная циклическая частота.

График гармонических колебаний представлен на рис.1.1.

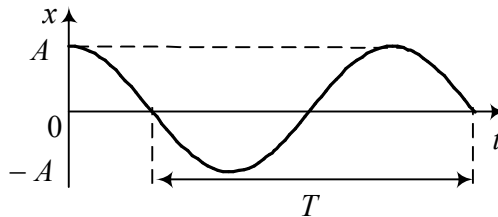


Рис. 1.1

Скорость и ускорение колеблющейся точки определяются через первую и вторую производную соответственно

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1.2)$$

$$a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.3)$$

Из уравнений (1.2) и (1.3) следует дифференциальное уравнение гармонических колебаний

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0, \quad (1.4)$$

решением которого является уравнение (1.1).

1.2. Собственные гармонические колебания. Пружинный, физический и математический маятники

Идеализированные системы, в которых колебания возникают за счёт первоначально сообщённой энергии при последующем отсутствии внешних воздействий и описываются уравнением (1.4), называются гармоническими осцилляторами. Примерами гармонических осцилляторов являются пружинный, физический и математический маятники. Колебания, возникающие в таких системах при отсутствии сил трения, называются собственными гармоническими колебаниями.

1.2.1. Пружинный маятник

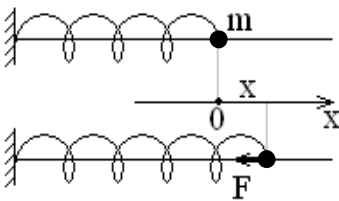


Рис.1.2

Рассмотрим систему, состоящую из пружины с коэффициентом жесткости k , к которой прикреплен шарик массой m , способный перемещаться вдоль гладкого горизонтального стержня (рис.1.2). При смещении шарика из положения равновесия возникает сила упругости $F_x = -kx$, стремящаяся вернуть его в положение равновесия.

Это возвращающая сила, она пропорциональна смещению и направлена всегда к положению равновесия.

Если трение в системе отсутствует, то по 2-му закону Ньютона:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \quad \text{или} \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0. \quad (1.5)$$

Сопоставляя полученное дифференциальное уравнение с дифференциальным уравнением гармонического осциллятора (1.4) находим собственную циклическую частоту и период колебаний пружинного маятника

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (1.6)$$

1.2.2. Физический маятник

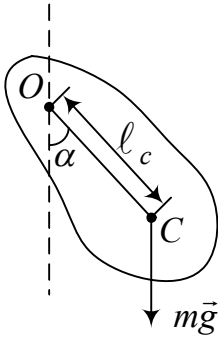


Рис.1.3

Физический маятник – твердое тело, способное совершать под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной точки, не совпадающей с его центром инерции (рис.1.3). В положении равновесия центр инерции маятника C находится под точкой подвеса O , на одной с ней вертикали. При отклонении маятника от положения равновесия на угол α возникает вращательный момент

$$M = -mg \ell_c \sin \alpha,$$

стремящийся возвратить маятник в положение равновесия.

Обозначив момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку подвеса буквой I , на основании основного закона динамики при вращательном движении можно написать

$$I \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -mg \ell_c \sin \alpha$$

В случае малых колебаний ($\alpha \leq 5^\circ$) $\sin \alpha \approx \alpha$, следовательно

$$I \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -mg \ell_c \cdot \alpha \quad \text{или} \quad \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{mg \ell_c}{I} \cdot \alpha = 0. \quad (1.7)$$

Из сопоставления полученного уравнения с дифференциальным уравнением гармонического осциллятора (1.4), находим циклическую частоту и период колебаний физического маятника

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mg\ell_c}{I}} ; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mg\ell_c}} . \quad (1.8)$$

Таким образом, при малых колебаниях физической маятник совершает гармонические колебания с частотой ω_0 и периодом T , описываемые уравнением

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (1.9)$$

Величина $L = \frac{I}{m\ell_c}$ - называется приведенной длиной

физического маятника. С учетом этого, период колебаний физического маятника определяется выражением

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} . \quad (1.10)$$

1.2.3. Математический маятник

Математический маятник – идеализированная система, состоящая из материальной точки массой m , подвешенной на нерастяжимой невесомой нити длиной ℓ , и колеблющаяся под действием силы тяжести.

Математический маятник можно представить как частный случай физического маятника. Для математического маятника момент инерции $I = m\ell^2$. Подставив это выражение в формулы для циклической частоты и периода колебания физического маятника (1.8), получим известные выражения для малых колебаний математического маятника:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}} ; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} . \quad (1.11)$$

Из сопоставлений формул (1.8) и (1.11) для периодов физического и математического маятников следует, что при-

веденная длина физического маятника – это длина такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом данного физического маятника.

1.3. Сложение гармонических колебаний

Результирующее движение точки, одновременно участвующей в нескольких колебаниях, во многих случаях является колебательным. Таким образом, можно говорить о сложении нескольких колебаний в одно результирующее.

1.3.1. Сложение гармонических колебаний одного направления

Это действие осуществляется с помощью вектора амплитуды, позволяющего свести сложение колебаний к сложению векторов. Вектор амплитуды представляет собой вектор, величина которого равна амплитуде гармонических колебаний, а угол между его направлением и осью Ox определяется начальной фазой (рис.1.4). Если привести вектор во вращение против часовой стрелки с угловой скоростью ω_0 , то его проекция на ось Ox будет изменяться со временем по гармоническому закону (1.1). Следовательно, гармоническое колебание может быть задано с помощью вращающегося вектора амплитуды.

Рассмотрим сложение двух гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты, описываемых уравнениями:

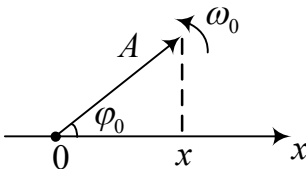


Рис.1.4

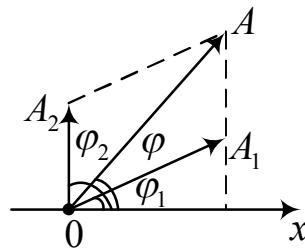


Рис.1.5

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1), \quad (1.12)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2). \quad (1.13)$$

Представим эти колебания с помощью векторов амплитуды \vec{A}_1 и \vec{A}_2 и построим вектор \vec{A} , представляющий результирующие колебания (рис.1.5).

Из построения найдём амплитуду и фазу результирующего колебания

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}, \quad (1.14)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}. \quad (1.15)$$

Таким образом, результирующее колебание является гармоническим с частотой ω_0 , амплитуда которого и его начальная фаза определяются выражениями (1.14) и (1.15)

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

1.3.2. Сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний одной частоты

Пусть колебания одинаковой частоты совершаются вдоль взаимно перпендикулярных осей Ox и Oy . Выберем начало отсчета времени так, чтобы начальная фаза первого колебания была равна нулю. В этом случае уравнения колебаний запишутся следующим образом

$$x = A \cos \omega_0 t, \quad (1.16)$$

$$y = B \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (1.17)$$

где $\Delta\varphi = \varphi$ - разность фаз складываемых колебаний.

Исключив из данных уравнений параметр t , получим уравнение траектории результирующего движения точки:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi. \quad (1.18)$$

Уравнение (1.18) представляет собой уравнение эллипса, произвольно ориентированного относительно осей координат.

Рассмотрим частные случаи:

1) При $\Delta\varphi=0$ или $\Delta\varphi = \pm\pi$ результирующее колебание совершается вдоль прямой, описываемой соответствующим уравнением

$$y = \frac{B}{A}x \text{ или } y = -\frac{B}{A}x. \quad (1.19)$$

Видно, что точка колеблется вдоль отрезка прямой, причём расстояние от начала координат изменяется по закону

$$r = \sqrt{A^2 + B^2} \cos \omega_0 t. \quad (1.20)$$

Таким образом, результирующее колебание является также гармоническим.

2) При $\Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ или $\Delta\varphi = \pm\frac{3\pi}{2}$ уравнение (1.18) становится уравнением эллипса, приведённого к координатным осям:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1. \quad (1.21)$$

При равенстве амплитуд эллипс вырождается в окружность.

На рис.1.6 представлены различные формы траектории и направления движения точки в зависимости от разности фаз складываемых колебаний.

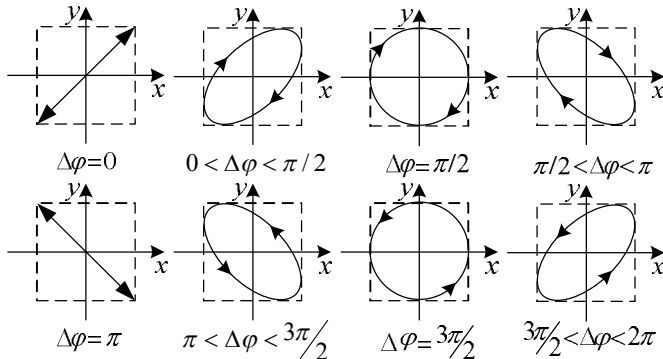


Рис.1.6

1.4. Затухающие колебания и их характеристики

Рассмотрим реальную механическую систему (например, пружинный маятник), в которой действуют силы трения. При малых колебаниях сила вязкого трения пропорциональна скорости $\vec{F}_c = -r\vec{v}$. Тогда дифференциальное уравнение пружинного маятника можно записать в следующем виде

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - r \frac{dx}{dt}, \quad (1.22)$$

где r - коэффициент сопротивления; k - коэффициент упругости.

Уравнение (1.22) может быть приведено к стандартному виду, называемому дифференциальным уравнением затухающих колебаний

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0 x = 0, \quad (1.23)$$

где $\beta = \frac{r}{2m}$ - коэффициент затухания; $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ - собственная частота колебаний системы.

Решение уравнения (1.23) имеет вид

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (1.24)$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ - частота затухающих колебаний.

Период затухающих колебаний определяется формулой

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (1.25)$$

Амплитуда затухающих колебаний убывает по экспоненциальному закону

$$A = A_0 e^{-\beta t}. \quad (1.26)$$

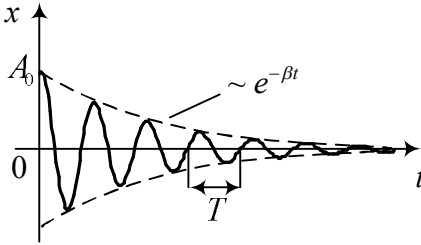


Рис.1.7

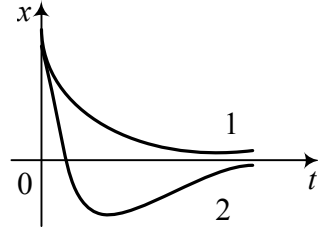


Рис.1.8

График затухающих колебаний показан на рис.1.7.

С ростом коэффициента затухания β период затухающих колебаний увеличивается, стремясь к бесконечности при критическом коэффициенте затухания $\beta_{кр} = \omega_0$. При $\beta \geq \beta_{кр}$ процесс носит аperiodический характер. Выведенная из положения равновесия система возвращается к нему, не совершая колебаний (кривая 1 или 2 рис. 1.8).

Основные характеристики затухающих колебаний:

1) время релаксации τ - время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в e раз

$$\frac{A_0}{A_0 e^{-\beta\tau}} = e \Rightarrow \beta\tau = 1, \quad \tau = \frac{1}{\beta}, \quad (1.27)$$

2) логарифмический декремент затухания, представляющий логарифм отношения двух соседних амплитуд, т.е.

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e}, \quad (1.28)$$

где N_e - число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в e раз;

3) добротность колебательной системы

$$Q = 2\pi \frac{E}{\Delta E} = \frac{\pi}{\lambda}, \quad (1.29)$$

где E - энергия системы в момент времени t ; ΔE - убыль энергии за один последующий период колебаний.

1.5. Вынужденные колебания. Резонанс

Вынужденными называются такие колебания, которые возникают в колебательной системе под действием всякой внешней периодически изменяющейся силы. С учётом вынуждающей силы $F = F_0 \cos \omega t$ закон движения пружинного маятника запишется в виде

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - r \frac{dx}{dt} + F_0 \cos \omega t. \quad (1.30)$$

После преобразования получим неоднородное дифференциальное уравнение, описывающее вынужденные колебания:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0 x = f_0 \cos \omega t, \quad (1.31)$$

где $f_0 = F_0 / m$.

Общее решение данного неоднородного уравнения равно сумме общего решения соответствующего однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения.

Общее решение однородного уравнения имеет вид

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega_s t + \varphi), \quad (1.32)$$

где $\omega_s = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ - частота затухающих колебаний, A_0 и φ - произвольные постоянные.

Частное решение неоднородного уравнения (1.31) имеет вид

$$x = A \cos(\omega t - \varphi), \quad (1.33)$$

где

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \quad (1.34)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (1.35)$$

Уравнение (1.33) в сумме с (1.32) даёт общее решение уравнения (1.31), описывающее поведение системы при вы-

нужденных колебаниях. Слагаемое (1.32) играет значительную роль в начальной стадии процесса при установлении колебаний. С течением времени его роль из-за экспоненциального множителя всё больше уменьшается, и им можно пренебречь

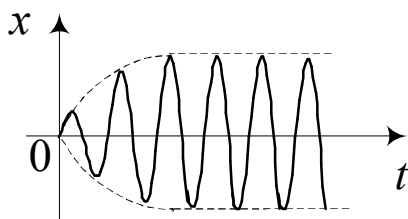


Рис. 1.9

Процесс установления вынужденных колебаний представлен на рис. 1.9.

В установившемся режиме вынужденные колебания происходят с частотой вынуждающей силы и являются гармоническими, амплитуда и отставание фазы которых определяются выражениями (1.34) и (1.35).

Амплитуда вынужденных колебаний зависит от частоты вынуждающей силы. При некоторой частоте амплитуда достигает максимума. Это явление называется резонансом, а соответствующая частота - резонансной частотой.

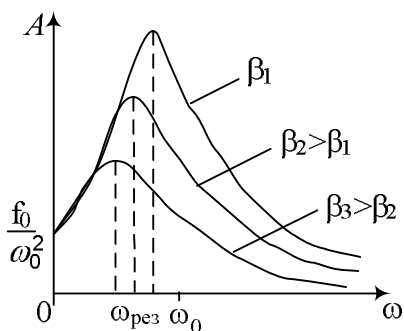


Рис.1.10

Резонансные кривые при различных значениях коэффициента затухания представлены на рис.1.10.

Из условия максимума функции (1.34) найдём

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} . \quad (1.36)$$

Амплитуда колебаний при резонансе равна

$$A_{рез} = \frac{f_0}{2\beta \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} . \quad (1.37)$$

Чем меньше β , тем выше и правее лежит резонансный максимум. Если $\omega \rightarrow 0$, то все кривые приходят к одному и тому же значению $\frac{f_0}{\omega_0^2}$, так называемому статическому отклонению.

Резонансная амплитуда связана с добротностью колебательной системы следующим соотношением:

$$A_{рез} = Q \frac{f_0}{\omega^2}. \quad (1.38)$$

Таким образом, добротность характеризует резонансные свойства колебательной системы: чем больше Q , тем острее и выше резонанс.

1.6. Распространение волн в упругих средах. Уравнение бегущей волны

Процесс распространения колебаний в упругой среде, периодический во времени и в пространстве, называется механической волной. Распространение волн не связано с переносом вещества. Частицы среды, в которой распространяется волна, лишь совершают колебания около своих положений равновесия. От одних участков среды к другим переносятся только энергия и импульс.

Различают продольные и поперечные волны. В продольной волне частицы среды колеблются вдоль направления распространения волны. В поперечной волне частицы среды колеблются в направлениях, перпендикулярных к направлению распространения волны. Механические поперечные волны могут возникнуть лишь в среде, обладающей упругостью формы, т.е. способной сопротивляться деформации сдвига. Поэтому поперечные волны могут существовать лишь в твёрдых телах. Продольные волны связаны с объёмной деформацией среды, поэтому они могут распространяться как в твёрдых телах, так и в жидкостях и в газах. Скорости распро-

странения поперечных v_{\perp} и продольных v_{\parallel} механических волн в твёрдых телах определяются выражениями

$$v_{\perp} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}; \quad v_{\parallel} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (1.39)$$

где G – модуль сдвига; E – модуль Юнга.

В газообразных средах распространяется только продольная волна со скоростью

$$v = \sqrt{\frac{RT}{\mu}}, \quad (1.40)$$

где R – универсальная газовая постоянная; T – абсолютная температура, μ – молярная масса газа.

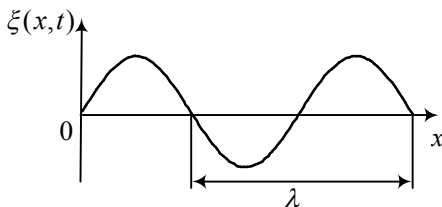


Рис.1.11

этих частиц до источника колебаний для какого-то фиксированного момента времени представлен на рис.1.11.

Расстояние между ближайшими частицами в направлении распространения волны, колеблющимися в одинаковой фазе, называется длиной волны. Длина волны λ равна такому расстоянию, на которое распространяется определённая фаза волны за период, т.е.

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu}. \quad (1.41)$$

Зависимость смещения колеблющейся частицы среды от координат и времени называется уравнением волны.

В случае плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси Ox в отсутствие положения, уравнение имеет вид

$$\xi(x, t) = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right], \quad (1.42)$$

или в стандартной форме

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0), \quad (1.43)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число.

Уравнение волны, распространяющейся в сторону убывания x , отличается только знаком члена kx .

Уравнение любой волны является решением некоторого дифференциального уравнения, называемого волновым. В общем случае волновое уравнение имеет вид

$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, \quad (1.44)$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ - оператор Лапласа.

1.7. Стоячие волны

Стоячие волны образуются при наложении двух бегущих волн с одинаковыми амплитудами и частотой, распространяющихся навстречу друг другу. Практически стоячие волны возникают при отражении волн от преград.

Пусть уравнения бегущей и отражённой волн имеют вид

$$\xi_1 = A \cos(\omega t - kx);$$

$$\xi_2 = A \cos(\omega t + kx).$$

Сложив эти уравнения, получим уравнение стоячей волны

$$\xi = 2A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \cos \omega t. \quad (1.45)$$

Из (1.45) следует, что в каждой точке стоячей волны происходят колебания с частотой ω и амплитудой

$$A_{cm} = \left| 2 A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right|, \quad (1.46)$$

которая является периодической функцией координаты x .

Точки среды, в которых амплитуда стоячей волны достигает максимального значения, называются пучностями стоячей волны. Значения координат пучностей

$$x_{пучн} = \pm 2m \frac{\lambda}{4}, \quad (m=1,2,3\dots). \quad (1.47)$$

Точки среды, в которых амплитуда стоячей волны обращается в ноль, называются узлами стоячей волны. Координаты узлов определяются соотношением

$$x_{узн} = \pm(2m+1) \frac{\lambda}{4}. \quad (1.48)$$

Расстояние между соседними узлами или соседними пучностями равно

$$\lambda_{cm} = \frac{\lambda}{2}, \quad (1.44)$$

и называется длиной стоячей волны.

В отличие от бегущей волны, все точки которой совершают колебания с одинаковой амплитудой, но с запаздыванием по фазе, все точки стоячей волны между двумя узлами колеблются с разными амплитудами, но с одинаковыми фазами (синфазно). Точки, лежащие по разные стороны от узла, колеблются в противофазе. Графическое изображение стоячей волны для разных моментов времени представлено на рис. 1.12.

В стоячей волне отсутствует перенос энергии, так как образующие эту волну встречные волны переносят энергию в равных количествах в противоположных направлениях. Полная энергия колебаний каждого элемента объема среды, ограниченного соседними узлом и пучностью, не зависит от времени: она лишь периодически переходит из кинетической энергии, сосредоточенной вблизи пучностей, в потенциаль-

ную - вблизи узлов волны, где деформация среды достигает максимальных значений.

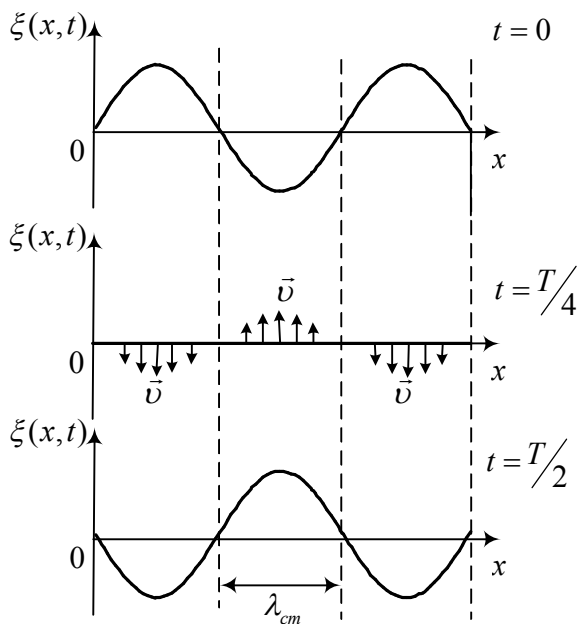


Рис. 1.12

2. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО МЕХАНИЧЕСКИМ КОЛЕБАНИЯМ И ВОЛНАМ

2.1. Исследование законов колебательного движения физического маятника и определение ускорения свободного падения

Лабораторная работа № 1.11

Цель работы: измерение зависимости периода колебаний физического маятника от расстояния l_c между точкой опоры и центром масс; определение ускорения свободного падения.

Оборудование: универсальная установка FRM-04, физический маятник, фотоэлектрический датчик, электронный секундомер и метрическая линейка.

Описание установки и методика измерений

Общий вид универсального маятника представлен на рис.2.1. На основании 1 прибора закреплены: стойка 2 и электронный миллисекундомер 3. На стойке зафиксированы: верхний кронштейн 4 и нижний кронштейн 5 с фотоэлектрическим датчиком 6. Физический маятник выполнен в виде стального стержня 7, на котором закреплена опорная призма 8, острое ребро которой является осью качания маятника. На стержне для определения размеров маятника через каждые 10 мм выполнены кольцевые канавки, которые позволяют четко фиксировать положение ножей на стержне.

На лицевой панели миллисекундомера находятся следующие функциональные элементы: **СЕТЬ** – включение, выключение сети; **СБРОС** – установка нуля и начало отсчета; **СТОП** – окончание процесса отсчета. На элек-

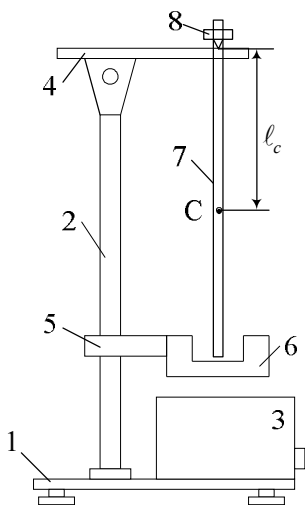


Рис.2.1

тронном табло высвечивается количество полных колебаний и время. Фотоэлектрический датчик смонтирован на кронштейне 5. Он содержит электрическую лампочку и фотозадающий элемент, включенный на вход универсального миллисекундомера. Нижний кронштейн можно перемещать вдоль стойки и фиксировать в произвольном положении.

Период колебаний физического маятника практически не зависит от фазы и амплитуды только в случае малых колебаний, т.е. когда $\sin \varphi \approx \varphi$. При больших углах отклонения маятника наблюдается так называемая ангармоничность колебаний, т.е. зависимость частоты ω и, следовательно, периода T от амплитуды колебаний. Поэтому при измерениях необходимо соблюдать условие $\varphi \leq 5^\circ$.

Период колебания физического маятника определяется выражением

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mg \ell_c}}, \quad (2.1)$$

где ℓ_c – расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника; I – момент инерции маятника относительно оси качения.

В случае однородного стержня момент инерции маятника согласно теореме Штейнера равен

$$I = \frac{1}{12} m \ell^2 + m \ell_c^2, \quad (2.2)$$

где ℓ – длина стержня.

С учетом (2.2) уравнение (2.1) преобразуется к виду

$$T^2 \ell_c = \frac{4\pi^2}{g} \left(\frac{\ell^2}{12} + \ell_c^2 \right), \quad (2.3)$$

или

$$\ell_c^2 = \left(\frac{g}{4\pi^2} \right) T^2 \ell_c - \frac{\ell^2}{12}. \quad (2.4)$$

График функции (2.4) в координатах ℓ_c^2 от $T^2\ell_c$ представляет собой прямую, (рис.2.2), тангенс угла наклона которой равен

$$tg\alpha = \frac{g}{4\pi^2} \quad (2.5)$$

Определив угловой коэффициент (рис. 2.2) из графика

$$k = tg\alpha = \frac{\Delta(\ell_c^2)}{\Delta(T^2\ell_c)},$$

с учетом выражения (2.5) получим расчетную формулу для ускорения свободного падения

$$g = 4\pi^2 \frac{\Delta(\ell_c^2)}{\Delta(T^2\ell_c)}. \quad (2.6)$$

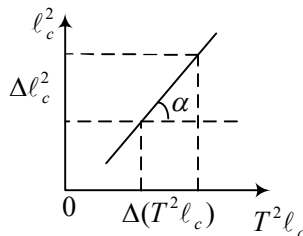


Рис.2.2

Порядок выполнения работы

1. Перемещая опорную призму стержня начиная от конца к середине, снять зависимость периода колебаний физического маятника T от расстояния ℓ_c между точкой опоры и центром масс. Призму перемещать на 3 риски стержня ($\Delta\ell_c \approx 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$) не менее 5 раз. Результаты измерений занести в табл. 2.1.

Таблица 2.1

№ опыта	$\ell_c, \text{ м}$	$\ell_c^2, \text{ м}^2$	N	$t, \text{ с}$	$t_{cp}, \text{ с}$	$T, \text{ с}$	$T^2\ell_c, \text{ с}^2\text{ м}$
1							

5							

2. Построить график в координатах ℓ_c^2 от $T^2\ell_c$. Убедиться, что график имеет прямолинейный характер. Из полученных экспериментальных данных определить по формуле (2.6) ускорение свободного падения g .

3. Оценить относительную погрешность измерений, сравнив экспериментальное значение ускорения свободного падения с табличной величиной ($g_T=9,8\text{м/с}^2$)

$$\varepsilon = \frac{\Delta g}{g_T} \cdot 100\% .$$

4. Сделать вывод.

Контрольные вопросы

1. Что называется физическим маятником? Выведите дифференциальное уравнение колебаний физического маятника.

2. В чем состоит метод определения ускорения свободного падения с помощью физического маятника?

3. Назовите факторы влияющие на ускорение свободного падения.

2.2. Определение ускорения свободного падения с помощью обратного и математического маятников

Лабораторная работа № 1.12

Цель работы: определение приведённой длины физического маятника и величины ускорения свободного падения с помощью обратного и математического маятников.

Принадлежности: универсальная установка FRM-04, содержащая математический и обратный маятники, фотоэлектрический датчик, электронный секундомер и метрическую линейку.

Описание установки и методика измерения

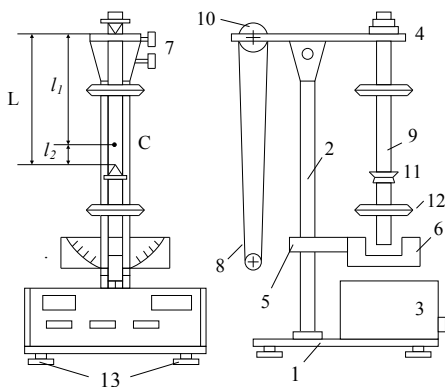


Рис.2.3

Общий вид универсального маятника представлен на рис.2.3. На основании 1 прибора закреплены: стойка 2 и электронный миллисекундомер 3. На колонке зафиксированы: верхний кронштейн 4 и нижний кронштейн 5 с фотоэлектрическим датчиком 6. При помощи воротка 7 можно фиксировать любой поворот вокруг стойки

верхнего кронштейна 2. С одной стороны кронштейна 4 находится математический маятник 8, с другой – на вмонтированных вкладышах оборотный маятник 9.

Длину математического маятника можно регулировать при помощи воротка 10, а её величину определять по шкале на стойке.

Оборотный маятник выполнен в виде стального стержня, на котором фиксированы две опорные призмы 11, повернутые своими лезвиями друг к другу, и два ролика 12. На стержне через 10 миллиметров сделаны кольцевые нарезки, служащие для точного определения длины оборотного маятника (расстояние между лезвиями опорных призм) и надежной фиксации роликов 12 и опорных призм при помощи воротков.

Нижний кронштейн вместе с фотоэлектрическим датчиком можно перемещать вдоль колонки и фиксировать в произвольно избранном положении

Точка O' , удаленная на расстояние приведенной длины от оси вращения, называется **центром качания** физического маятника (Рис.2.4). Точка подвеса и центр качания являются взаимозаменяемыми. Если маятник подвесить за центр кача-

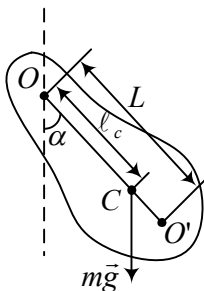


Рис.2.4

ния O' , то его период не изменится и прежняя точка O делается новым центром качания. На этом свойстве основано определение ускорения свободного падения с помощью обратного маятника.

Совпадение периодов

$$T_1 = T_2 \Rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{I_1}{mg\ell_{c1}}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_2}{mg\ell_{c2}}} \quad (2.7)$$

возможно только в случае равенства приведённых длин прямого и обратного положений маятника, т.е.

$$\frac{I_1}{mg\ell_{c1}} = \frac{I_2}{mg\ell_{c2}}, \quad (2.8)$$

где $\ell_{c1} = OC$, $\ell_{c2} = O'C$.

По теореме Штейнера

$$I_1 = I_0 + m\ell_{c1}^2 \quad \text{и} \quad I_2 = I_0 + m\ell_{c2}^2. \quad (2.9)$$

Подставив (2.9) в уравнения (2.7) при условии, что $T_1 = T_2 = T$, найдём ускорение свободного падения

$$\begin{aligned} T^2 g (\ell_{c1} - \ell_{c2}) &= 4\pi^2 (\ell_{c1}^2 - \ell_{c2}^2), \\ T^2 g &= 4\pi^2 (\ell_{c1} + \ell_{c2}). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Отсюда

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}, \quad (2.11)$$

где $L = (\ell_{c1} + \ell_{c2})$ - приведенная длина обратного маятника.

Подготовка прибора к измерениям

На стержне 9 (рис.2.5) закрепите несимметрично два ролика 12 и опорные призмы 11. Один из роликов расположите вблизи конца стержня, а второй – вблизи его середины. Призмы 11 закрепите по обеим сторонам центра тяжести маятника лезвиями друг к другу. При этом лезвия опорных призм должны соответствовать кольцевым проточкам стержня. Одну

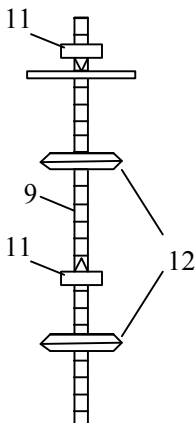


Рис.2.5

из призм установите на расстоянии 3 см от свободного конца стержня, а вторую – на половине расстояния между роликами.

Опустите нижний кронштейн 5 в нижнее положение и установите маятник на опорные вкладыши верхнего кронштейна 4 (рис.2.3).

Включите прибор нажатием клавиши «сеть». При этом на индикаторах измерителя должны высвечиваться нули и должна гореть лампочка фотоэлектрического датчика.

Нижний кронштейн 5 с фотоэлектрическим датчиком переместите вверх и зафиксируйте таким образом, чтобы маятник

пересекал оптическую ось датчика.

После указанных действий прибор готов к работе.

Порядок выполнения работы

а) Определение приведенной длины обратного маятника и ускорения свободного падения

1. Включить прибор в сеть.
2. Отклонить маятник на 4-5 градусов от положения равновесия и отпустить, одновременно нажав клавишу «сброс».

3. После девяти полных колебаний маятника нажать клавишу «стоп», а десятое колебание прибор измерит автоматически. При этом измеритель покажет соответствующий этому числу колебаний $N = 10$ промежуток времени t . Период колебаний маятника рассчитать по формуле $T = t/N$. Сделать $n=3$ измерения, а полученные результаты записать в табл.2.2.

Таблица 2.2

№	N	t, c	T, c	Примечания
1	10			$T_i = \frac{t_i}{N}; \langle T \rangle = \frac{1}{n} \sum T_i$ $N = 10, n = 3$
2	10			
3	10			
Средн. знач.				

4. Снять маятник и подвесить его на вторую призму. При этом нижний кронштейн с фотоэлектрическим датчиком потребует перемещения таким образом, чтобы маятник пересекал оптическую ось датчика.

5. Отклонить маятник на 4-5 градусов от положения равновесия и измерить период колебаний оборотного маятника $T_{об}$.

6. Сравнить период колебаний оборотного маятника и среднее значение периода $\langle T \rangle$ из таблицы. В случае несовпадения значений, повторить измерения, изменив положение второй призмы. Положение роликов и первой призмы не менять. Изменять положения второй призмы до момента получения значения периода оборотного маятника, отличающегося от

$$\langle T \rangle \text{ не более, чем на } \varepsilon = \frac{|T_{об} - \langle T \rangle|}{\langle T \rangle} \cdot 100\% = 0,5\%$$

7. Определить приведенную длину L оборотного маятника, равную расстоянию между лезвиями опорных призм при условии $T_{об} = \langle T \rangle$.

8. По формуле (2.11) вычислить ускорение свободного падения.

9. Оценить относительную погрешность измерений, сравнив экспериментальное значение ускорения свободного падения с табличной величиной ($g_T = 9,8 \text{ м/с}^2$)

$$\varepsilon_{об} = \frac{\Delta g}{g_T} \cdot 100\% .$$

б) Определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника

1. Поворотом верхнего кронштейна расположить над датчиком математический маятник.

2. Вращая вороток 10 на верхнем кронштейне установить длину математического маятника 8, равную приведенной длине L физического маятника. При этом необходимо обратить внимание на то, чтобы черта на шарике была продолжением черты на корпусе фотоэлектрического датчика.

3. Включить прибор в сеть.

4. Отклонить маятник на 4-5 градусов от положения равновесия. Нажав клавишу «сброс», отпустить маятник.

5. После девяти полных колебаний маятника нажать клавишу «стоп». При этом измеритель покажет промежуток времени t соответствующий $N = 10$ колебаниям. Период колебаний маятника рассчитать по формуле $T = t/N$. По совокупности нескольких измерений определить средний период T_M колебаний математического маятника. Результаты занести в табл. 2.3

Таблица 2.3

№	N	t, c	T_M, c	Примечания
1	10			$T_i = \frac{t_i}{N}; \langle T \rangle = \frac{1}{n} \sum T_i$ $N = 10, n = 3$
2	10			
3	10			
Средн. знач.				

6. По формуле $g = \frac{4\pi^2 L}{T_M^2}$ определить ускорение свободного

падения.

7. Оценить относительную погрешность измерений, сравнив экспериментальное значение ускорения свободного падения с табличной величиной ($g_T = 9,8 \text{ м/с}^2$)

$$\varepsilon_M = \frac{\Delta g}{g_T} \cdot 100\%$$

8. Результаты измерений и вычислений ускорения свободного падения занести в табл.2.4. Сравнить полученные результаты и сделать вывод.

Таблица 2.4

Маятник	T, c	L, m	$g, \text{ м/с}^2$	$\varepsilon, \%$
Оборотный				
Математический				

Контрольные вопросы

1. Математический и физический маятники. Уравнения и периоды их колебаний.

2. Что называется приведенной длиной физического маятника?

3. В чем состоит метод определения приведенной длины обратного физического маятника?

4. Какие факторы оказывают влияние на величину ускорения свободного падения?

2.3. Определение приведенной длины физического маятника и ускорения свободного падения

Лабораторная работа № 1.13

Цель работы: исследование зависимости периода колебаний физического маятника от положения точки подвеса и определение по этой зависимости приведенной длины маятника и ускорения свободного падения.

Принадлежности: универсальная установка FRM-04, физический маятник, фотоэлектрический датчик, электронный секундомер и масштабная линейка.

Описание прибора и методика измерения

Применяемый в данной работе маятник представляет собой однородный металлический стержень длиной более 1м, диаметром около 2см. На стержне имеется шкала и передвижная, закрепляющаяся в любом месте стержня, опорная призма (рис.2.6).

Период колебаний стержня, относительно оси, не совпадающей с центром масс

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mg\ell_c}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + ma^2}{mga}}, \quad (2.12)$$

где $\ell_c = a$ - расстояние от точки опоры до центра масс.

Момент инерции стержня относи-

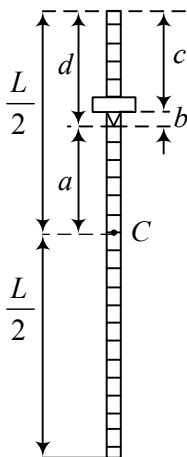


Рис.2.6

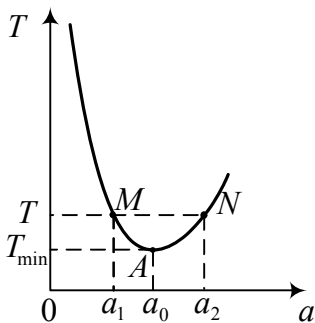


Рис.2.7

тельно оси проходящей через центр тяжести, равен

$$I_0 = \frac{1}{12} m \ell^2 = m a_0^2, \quad (2.13)$$

где m – масса тела; ℓ – длина стержня; $a_0 = \frac{\ell}{\sqrt{12}}$ – так называемый радиус инерции маятника.

Из уравнений (2.12) и (2.13) получаем

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a_0^2 + a^2}{ga}}. \quad (2.14)$$

График зависимости $T(a)$ представлен на (рис.2.7). Наименьшее значение величины периода колебаний получается при $a=a_0$ (точка А). В этом можно убедиться, если определить минимальное значение функции

$$L = \frac{a_0^2 + a^2}{a}. \quad (2.15)$$

Равные периоды колебаний получаются при двух значениях a : при $a_1 < a_0$ на падающем участке правой ветви – точка М и при $a_2 > a_0$ на возрастающем участке ветви – точка N.

Для точек М и N период колебаний равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a_0^2 + a_1^2}{a_1 g}} = 2\pi \sqrt{\frac{a_0^2 + a_2^2}{a_2 g}},$$

что приводит к равенству $a_1 a_2 = a_0^2$. Пользуясь этим, для величины приведенной длины маятника получим

$$L = \frac{a_0^2 + a_1^2}{a_1} = a_1 + a_2. \quad (2.16)$$

В маятнике может быть найдено большое число пар точек, периоды колебаний которых равны между собой, но для

каждой пары точек, соответствующих определенной приведенной длине, значения периода колебаний будут различны.

По графику можно, следовательно, определить приведенную длину маятника L .

Порядок выполнения работы

1. Осторожно, сняв маятник с подставки, на которую опирается ребро опорной призмы, масштабной линейкой измерить длину маятника ℓ и расстояние от опорного ребра призмы до противоположной ему грани b (рис. 2.6)

2. Опорную призму укрепить на расстоянии 3 см от верхнего конца маятника так, чтобы плоскости ее верхней грани и верхнего основания маятника совпадали. При этом расстояние от центра тяжести стержня до оси вращения равно $(\ell/2 - b)$.

3. Измерять время t полных колебаний (от 5 до 10 по указанию преподавателя) маятника и найти период колебаний T . Угол отклонения маятника от вертикали не должен превышать 5° .

4. Перемещая каждый раз опорную призму на 3 см, повторить п.3. При каждом перемещении измерять расстояние от ближайшего конца стержня до верхней грани призмы c . Тогда расстояние от центра тяжести маятника до оси вращения (рис.2.6)

$$a = \frac{\ell}{2} - d = \frac{\ell}{2} - (b + c).$$

Таких опытов проделать не менее 15. Результаты измерений занести в табл. 2.5.

Таблица 2.5

№ опыта	$c,$ $м$	$d = c + b,$ $м$	$a = \frac{\ell}{2} - d,$ $м$	$t,$ $с$	N	$T = t/n,$ $с$
1						

15						

5. На основании данных табл.3.5 построить график зависимости $T(a)$, откладывая по оси абсцисс расстояние a , по оси ординат соответствующее ему значение периода T (кривая на рис. 2.7).

На графике провести любую прямую, параллельную оси абсцисс (желательно для большей точности не в окрестности минимума). Найти приведенную длину физического маятника как сумму расстояний от оси ординат до двух точек, лежащих на кривой и имеющих одинаковые периоды по формуле (2.16). Аналогичным образом по кривой определяют L и T не менее 5 раз, проводя прямые, параллельные оси абсцисс. Полученные данные заносят в табл.2.6.

Таблица 2.6

№ п/п	$a_1,$ $м$	$a_2,$ $м$	$L=a_1+a_2,$ $м$	$T,$ $с$	$g,$ $м/с^2$
1					

5					
Среднее значение					$\bar{g} =$

6. По формуле $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$ определить ускорение свободного

падения.

7. Оценить относительную погрешность измерений, сравнив экспериментальное значение ускорения свободного падения с табличной величиной ($g_T=9,8с^2$)

$$\varepsilon = \frac{\Delta g}{g_T} \cdot 100\% .$$

Контрольные вопросы

1. Что называется физическим маятником? Выведите дифференциальное уравнение колебаний физического маятника.

2. В чем состоит метод определения ускорения свободного падения с помощью физического маятника?

3. Назовите факторы, влияющие на ускорение свободного падения.

2.4. Изучение резонансных явлений при колебаниях плоской пружины

Лабораторная работа № 1.14

Цель работы: получение резонансных кривых и определение частоты собственных колебаний плоской пружины, изучение зависимости частоты собственных колебаний пружины от её длины.

Принадлежности: электромагнит, плоская пружина, звуковой генератор, миллиметровая шкала.

Описание установки

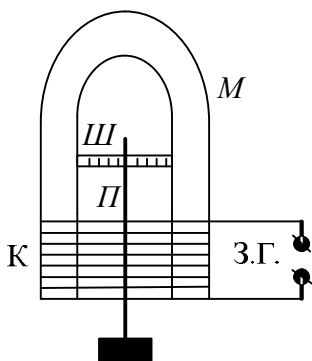


Рис.2.8

Вынужденные колебания стальной плоской пружины *П*, жестко зажатой одним концом в стойке, создаются с помощью электромагнитного возбудителя колебаний, который состоит из подковообразного постоянного магнита *М* и катушки *К*, питаемой переменным током от звукового генератора *З.Г.* Амплитуда колебаний пружины отмечается по шкале *Ш*, частота колебаний задается лимбом звукового генератора (рис.2.8).

Момент наступления резонанса соответствует резкому увеличению амплитуды колебаний пружины; при этом частота ν вынужденных колебаний будет приближена к собственной частоте ν_0 . При жестком зажиме пружины затухание колебаний мало, а частота свободных колебаний будет примерно равна собственной частоте пружины. Собственную частоту колебаний плоской пружины, зажатой одним концом, можно рассчитать по формуле, полученной в теории упругости

$$v_0 = 0,16 \frac{h}{\ell^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (2.17)$$

где E – модуль Юнга; h – толщина пружины; ℓ – её длина; ρ – плотность стали.

Из формулы (2.17) следует, что $v_0 \sim \frac{1}{\ell^2}$, т.е. собственная частота обратно пропорциональна квадрату длины пружины.

Порядок выполнения работы

1. Измерить с помощью микрометра в нескольких местах толщину пружины h . Ее среднее значение, а также рассчитанные по формуле (2.17) собственные частоты колебаний пружины для ℓ_1 и ℓ_2 занести в табл. 2.7.

Таблица 2.7

$E,$ H/m^2	ρ ст, $кг/м^3$	$\bar{h},$ $мм$	$\ell_1,$ $мм$	$\ell_2,$ $мм$	$v_{01},$ $Гц$	$v_{02},$ $Гц$
$20,7 \cdot 10^{10}$	7800		80	100		

2. Установить и зажать пружину длиной ℓ_1 в стойке электромагнитного возбуждителя колебаний.

3. Включить в сеть звуковой генератор и дать ему прогреться 2-4 минуты. Изменяя с помощью лимба частоту звуковых колебаний, добиться наступления резонанса. С помощью регулятора напряжения генератора получить максимально возможную амплитуду колебаний пружины, не допуская ее касания с подковообразным магнитом. Записать значение резонансной частоты в таблицу.

4. Оценить отклонение в процентах измеренной резонансной частоты от собственной частотой колебаний пружины по формуле

$$\varepsilon = \frac{|v_{\text{рез}} - v_0|}{v_0} \cdot 100\%$$

5. Снять зависимость амплитуды колебаний пружины от частоты колебаний генератора, изменяя ее от резонансной частоты, как в сторону увеличения, так и уменьшения. Получить 5 точек. Результаты измерений занести в табл. 2.8.

Таблица 2.8

№ п/п	ℓ , мм	ν , Гц	A , мм	$\nu_{рез}$, Гц
1	80			

5				
1	100			

5				

6. Установить в стойке электромагнитного возбудителя колебаний пружину длиной ℓ_2 . Прodelать все аналогичные измерения и расчеты согласно пунктам 3-5.

7. Сравнить две резонансные частоты $\nu_{рез1}$ и $\nu_{рез2}$ для разных длин пружины и проверить справедливость соотноше-

ния
$$\frac{\nu_{рез1}}{\nu_{рез2}} = \frac{\ell_2^2}{\ell_1^2}.$$

8. Построить резонансные кривые $A = f(\nu)$ (рис.2.9).

9. По полученным резонансным кривым, как показано на рис.2.9, определить разность частот $\Delta \nu = \nu_2 - \nu_1$, при которых амплитуда колебаний равна

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} A_{рез} \approx 0,7 A_{рез},$$

а затем

вычислить добротность по формуле

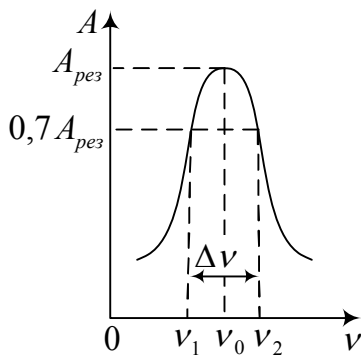


Рис.2.9

$$Q = \frac{v_{рез}}{\Delta v}$$

10. Из формулы для добротности колебательной систе-

мы
$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\beta T}$$

определить логарифмический декремент затухания λ и коэффициент затухания β (учесть, что $T = \frac{1}{v_0}$).

Контрольные вопросы

1. Каковы условия возникновения вынужденных колебаний?
2. Выведите дифференциальное уравнение вынужденных механических колебаний. Какой вид имеет решение дифференциального уравнения для установившихся вынужденных колебаний?
3. Что называется резонансом? Вид резонансных кривых при различных значениях коэффициента затухания.
4. От чего зависит собственная частота колебаний плоской пружины.

2.5. Определение скорости звука в воздухе методом стоячей волны

Лабораторная работа № 1.15

Цель работы: определить скорость звука в воздухе при комнатной температуре.

Принадлежности: генератор звуковых колебаний ЗГ, телефон, акустическая труба с подвижным поршнем, слуховая трубка.

Описание установки и метода измерений

В звуковой, или акустической, волне, происходят механические колебания частиц среды с малыми амплитудами. Звуковые волны в жидкостях и газах являются продольными и представляют собой последовательные сгущения и разрежения частиц среды.

Метод определения скорости звука в данной работе основан на свойствах звуковой стоячей волны. Образование стоячей звуковой волны хорошо наблюдается в любой воздушной полости, например, в цилиндрической трубе, закрытой с двух концов. В такой трубе интерферируют прямая волна и отражённая от акустически более плотной среды звуковая волна. Образование стоячих волн тесно связано с явлением резонанса на ограниченных участках сплошной упругой среды. Воздух, заключённый в трубе, можно рассматривать как вибратор, частота собственных колебаний которого может совпадать с частотой источника, и в трубке возникает акустический резонанс. При резонансной частоте колебания плотности воздуха достигают максимальной амплитуды и звучание воздушного столба в трубе максимально.

Как известно, при свободных колебаниях в трубе, закрытой с обоих концов, устанавливается стоячая волна с узлами на концах. Следовательно, резонанс в такой трубе наблюдается тогда, когда на её длине L укладывается целое число полуволен бегущей волны.

Установка, в которой получают стоячие волны, состоит из металлической трубы A , закрытой с одного конца поршнем B , который может перемещаться вдоль трубы (рис.2.10). С другой стороны труба закрыта телефоном T , подключённым к звуковому генератору (телефон служит излучателем звуковых волн). Положение поршня отсчитывается по

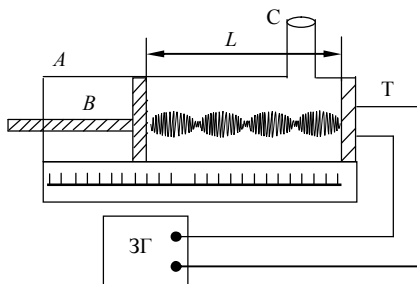


Рис.2.10

шкале. Возникновение резонанса фиксируется непосредственно на слух (при помощи трубки C) по максимальной интенсивности звука, достаточно высокой в этом случае, так как помимо телефона звучит столб воздуха, заключённый в трубке. При перемещении поршня длина столба возду-

ха между телефоном и поршнем меняется и резонанс наблюдается каждый раз, когда на его длине укладывается целое число полуволен.

Разность длин трубы для двух последовательных положений резонанса равна $\Delta L = L_{n+1} - L_n = \lambda/2$, следовательно, $\lambda = 2\Delta L$, а скорость звука

$$v = \lambda \nu = 2\Delta L \cdot \nu. \quad (2.18)$$

Частота колебаний отсчитывается по лимбу звукового генератора. Измерения производятся при $\nu = 1000, 1500, 2000$ Гц. При каждой частоте необходимо сделать не менее трёх измерений длины волны.

Порядок выполнения работы

1. Включить генератор звуковой частоты, прогреть 2-4 минуты и установить лимб на частоту 1000 Гц. Перемещая поршень в трубке, найти такие его последовательные положения, при которых слышится максимум звука. Измерения L_n для каждого максимума звучания делают не менее трёх раз, затем берут среднее арифметическое ΔL . По разности положений для двух последовательных резонансов определить длину волны

$$\lambda = 2\Delta L.$$

Те же измерения провести на частотах 1500 и 2000 Гц. Данные измерений занести в табл. 2.9.

Таблица 2.9

№ п/п	$\nu, \text{Гц}$	$L_n, \text{м}$	$L_{n+1}, \text{м}$	$\nu, \text{м/с}$	$\nu_{\text{ср}}, \text{м/с}$
1	1000				
2					
3					
1	1500				
2					
3					
1	2000				
2					
3					
Среднее значение					

2. По полученным данным определить скорость звука при разных частотах и найти её среднее значение при комнатной температуре.

3. Рассчитать скорость звука в воздухе при комнатной температуре T по формуле

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}},$$

где $\gamma = 1,4$ - показатель адиабаты воздуха, $\mu = 0,029$ кг/моль - молярная масса воздуха.

4. Оценить в процентах разницу между измеренным и вычисленным значением скорости звука по формуле

$$\varepsilon = \frac{|v_{cp} - v_s|}{v_s} \cdot 100\%.$$

Контрольные вопросы

1. Каковы основные различия между бегущей и стоячей волной?
2. Выведите уравнения бегущей и стоячей плоских волн.
3. Какова зависимость смещения точек стоячей волны от времени?
4. Получите выражения для координат узлов и пучностей стоячей волны.

2.6. Определение скорости звука методом сдвига фаз

Лабораторная работа № 1.16

Цель работы: изучение метода сдвига фаз и определение скорости звука при комнатной температуре.

Принадлежности: акустическая труба с микрофоном и телефоном, звуковой генератор, осциллограф.

Описание установки и методики измерений

Настоящий метод основан на преобразовании звуковых колебаний в электромагнитные, а затем сложении двух коле-

баний, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях.

В используемой для определения скорости звука установке телефон излучает звуковые волны. Уравнение волны, распространяющейся в направлении X , имеет вид

$$\xi = \xi_0 \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right], \quad (2.19)$$

где v – скорость распространения волны; ξ – отклонение изменяющейся величины от ее равновесного значения в точке пространства, имеющей координату x .

Если поставить микрофон на расстоянии x от телефона (источник колебаний), то колебания в точке расположения микрофона будут сдвинуты по фазе относительно колебаний телефона на величину

$$\varphi = \omega \frac{x}{v}, \quad (2.20)$$

где $\frac{x}{v}$ – время в течение которого волна от источника колебаний доходит до микрофона.

Преобразуя звуковые колебания в электромагнитные с помощью микрофона, и подавая колебания в точке его нахождения на вертикально отклоняющие пластины осциллографа, а колебания в точке нахождения телефона – на горизонтально отклоняющие пластины, будем визуально наблюдать на экране осциллографа результат сложения гармонических колебаний, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях.

Установка (рис.2.11) состоит из акустической трубы, внутри которой находятся: а) неподвижно закрепленный микрофон (М); б) телефон (Т), который может перемещаться относительно микрофона. Со звукового генератора на телефон подаются электромагнитные колебания звуковой частоты.

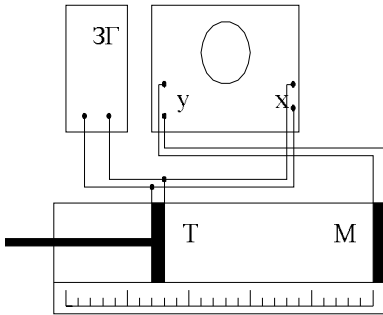


Рис. 2.11

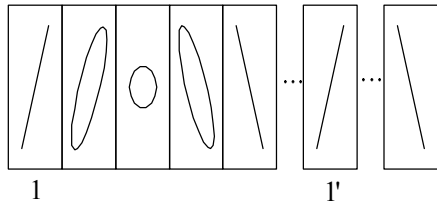


Рис.2.12

Расстояние между микрофоном и телефоном определяется по шкале, нанесенной на шток, соединенный с телефоном. На поверхность трубы выведены клеммы, соединенные с микрофоном и телефоном. С клемм телефона напряжение подаётся на горизонтально отклоняющие пластины осциллографа (клеммы ВХОД и ЗЕМЛЯ). С клемм микрофона напряжение подается на вертикально отклоняющие пластины осциллографа (клеммы ВХОД и ЗЕМЛЯ), расположенные слева на передней панели. Частоту следует выбрать в диапазоне от 1000 Гц до 2000 Гц. Некоторые характерные фигуры Лиссажу приведены на рис.2.12.

Следует получить идентичные фигуры Лиссажу при различных расстояниях между микрофоном и телефоном. Так как идентичность двух эллипсов визуально определить очень трудно, на экране обычно получают две идентичные прямые. Пусть, например, при некотором расстоянии x_1 между микрофоном и телефоном получили прямую 1. В этом случае сдвиг фаз $\varphi = 2k\pi$. Учитывая (2.20), будем иметь

$$2k\pi = \omega \frac{x_1}{v}, \quad (2.21)$$

где v - скорость звука.

Продолжая перемещать телефон, снова получим на экране осциллографа прямую 1'. При этом расстояние между микро-

фоном и телефоном составит x_2 . Сдвиг фаз в этом случае равен

$$2\pi(k+1) = \omega \frac{x_2}{v}. \quad (2.22)$$

Вычитая (2.21) из (2.22), получаем

$$2\pi = \omega \frac{x_2 - x_1}{v}; \quad 2\pi = \omega \frac{\Delta x}{v}. \quad (2.23)$$

Так как $\omega = 2\pi\nu$, из (2.23) получим формулу для вычисления скорости распространения звуковых волн

$$v = \Delta x \nu. \quad (2.24)$$

Порядок выполнения работы

1. Установить на звуковом генераторе частоту 1000 Гц, на осциллографе ручку диапазона в положение **ВЫКЛ.**

Включить звуковой генератор и осциллограф и дать прогреться в течение 2-4 минут. Ручками **РЕГ. НАПРЯЖЕНИЯ** на звуковом генераторе и **УСИЛЕНИЕ** по горизонтали и вертикали на панели осциллографа добиться появления на экране осциллографа фигуры Лиссажу.

Перемещая телефон относительно микрофона с помощью штока со шкалой, добиться появления на экране прямой линии. Отсчитать расстояние между телефоном и микрофоном x_1 . Поскольку наименьшее деление шкалы на трубке равно 1 см, следует миллиметровой линейкой определить расстояние от последнего деления шкалы до края акустической трубы и уточнить результат. Перемещая телефон, снова получить на экране осциллографа ту же самую прямую и отсчитать расстояние x_2 .

2. Зная частоту колебаний генератора ν , по формуле (2.24) определить скорость звука. Если Δx отрицательно, то в формуле (2.22) вместо $(k+1)$ надо взять $(k-1)$. Измерения проводить не менее пяти раз для различных расстояний между микрофоном и телефоном и для различных частот генератора

($\nu = 1000; 1500; 2000$ Гц.). Результаты измерений и вычислений занести в табл. 2.10.

Таблица 2.10

N п/п	ν , Гц	x_1 , м	x_2 , м	Δx , м	ν , м/с
1	1000				
2	1500				
3	2000				
Среднее значение					$\bar{\nu} =$

3. Рассчитать теоретические значения скорости звука в воздухе при комнатной температуре T

$$\nu_{\text{г}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}},$$

где $\gamma = 1,4$ и $\mu = 0,029$ кг/моль - показатель адиабаты и молярная масса воздуха соответственно.

4. Оценить в процентах разницу между измеренным и вычисленным значением скорости звука по формуле

$$\varepsilon = \frac{|\nu_{\text{сп}} - \nu_{\text{г}}|}{\nu_{\text{в}}} \cdot 100\%.$$

Контрольные вопросы

1. В чем состоит метод сдвига фаз, применяемый для измерения скорости звука?

2. Какие фигуры возникают в результате сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний с одинаковыми частотами?

3. Как получить фигуры Лиссажу и от чего зависит их вид?

4. От чего зависит скорость распространения звуковых волн в газах?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Трофимова, Т.И. Курс физики [Текст]: учеб. пособие для вузов / Т.И. Трофимова. – М.: Издательский центр «Академия», 2007. - 560 с.
2. Детлаф, А.А. Курс физики [Текст] : учеб. пособие для втузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. - М. : Высшая школа, 1989. - 608 с.
3. Савельев, И.В. Курс общей физики [Текст]: в 5 кн.: учеб. пособие для втузов / И.В. Савельев. - М.: АСТ: Астрель, 2005.
4. Яворский Б.М. Справочник по физике для инженеров и студентов вузов [Текст]: учеб. пособие / Б.М. Яворский, А.А. Детлаф, А.К. Лебедев. - М.:Оникс, 2006. – 1056 с.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ К ЛАБОРАТОРНОМУ ПРАКТИКУМУ ПО МЕХАНИЧЕСКИМ КОЛЕБАНИЯМ И ВОЛНАМ.....	1
1.1. Гармонические колебания. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний.....	1
1.2. Собственные гармонические колебания. Пружинный, физический и математический маятники	2
1.2.1. Пружинный маятник	2
1.2.2. Физический маятник.....	3
1.2.3. Математический маятник	4
1.3. Сложение гармонических колебаний.....	5
1.3.1. Сложение гармонических колебаний одного направления	5
1.3.2. Сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний одной частоты	6
1.4. Затухающие колебания и их характеристики	8
1.5. Вынужденные колебания. Резонанс	10
1.6. Распространение волн в упругих средах. Уравнение бегущей волны	12
1.7. Стоячие волны	14
2. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ.....	17
ПО МЕХАНИЧЕСКИМ КОЛЕБАНИЯМ И ВОЛНАМ.....	17
2.1. Исследование законов колебательного движения физического маятника и определение ускорения свободного падения.....	17
2.2. Определение ускорения свободного падения с помощью обратного и математического маятников	20
2.3. Определение приведенной длины физического маятника и ускорения свободного падения.....	26
2.4. Изучение резонансных явлений при колебаниях плоской пружины ..	30
2.5. Определение скорости звука в воздухе методом стоячей волны	33
2.6. Определение скорости звука методом сдвига фаз.....	36
Библиографический список.....	41

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ
по теме «Механические колебания и волны»
дисциплины «Физика»
для студентов всех технических направлений и
специальностей очной формы обучения

Составители:

Москаленко Александр Георгиевич
Матовых Николай Васильевич
Гаршина Мария Николаевна
Татьянина Елена Павловна

В авторской редакции

Подписано к изданию 19.08.2016.

Уч.-изд. л. 2,6.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный
технический университет»
394026 Воронеж, Московский просп., 14