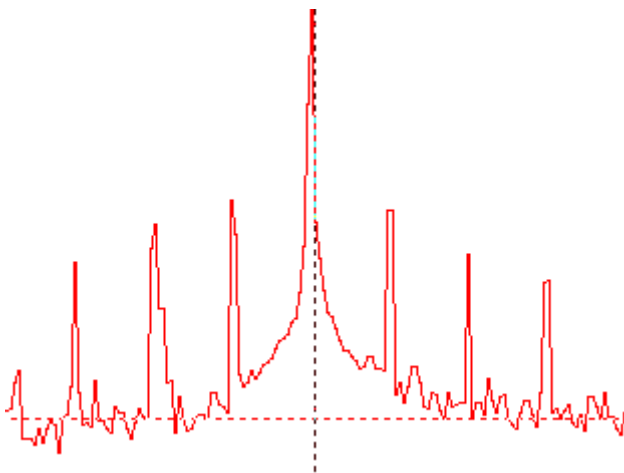


**Т.В. Попова Ж.А. Ген О.А. Киселёва**

**АНАЛИЗ РЕЖИМОВ РАБОТЫ  
ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ  
С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ  
ВЫСШИХ ГАРМОНИК:  
РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ  
КУРСОВОЙ РАБОТЫ**

**Учебное пособие**



**Воронеж 2017**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «Воронежский  
государственный технический университет»

Т.В. Попова Ж.А. Ген О.А. Киселёва

АНАЛИЗ РЕЖИМОВ РАБОТЫ  
ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ  
С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ  
ВЫСШИХ ГАРМОНИК:  
РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ  
КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Утверждено учебно-методическим советом  
университета в качестве учебного пособия

Воронеж 2017

УДК 621.31(075.8)

ББК 31.2.я7

П 58

Попова Т.В. Анализ режимов работы трехфазных цепей с учетом влияния высших гармоник: руководство по выполнению курсовой работы: учеб. пособие [Электронный ресурс]. – Электрон. текстовые и граф. данные (2,0 Мб) / Т.В. Попова, Ж.А. Ген, О.А. Киселёва. - Воронеж: ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», 2017. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM): цв. – Систем. требования : ПК 500 и выше ; 256 Мб ОЗУ ; Windows XP ; SVGA с разрешением 1024x768; (Adobe Acrobat) ; CD-ROM диск-вод; мышь. –Загл. с экрана.

Учебное пособие предназначено для оказания помощи студентам при изучении дисциплины «Теоретические основы электротехники» и самостоятельного выполнения курсовой работы по разделам «Трехфазные цепи», «Периодические несинусоидальные токи в линейных электрических цепях».

Издание соответствует требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» (направленности «Электропривод и автоматика», «Электромеханика», «Электроснабжение»).

Табл. 1. Ил. 38. Библиогр.: 8 назв.

Рецензенты: кафедра электроэнергетики Международного института компьютерных технологий (зав. кафедрой д-р техн. наук, проф. А.Н. Анненков); канд. техн. наук, доц. Ю.В. Писаревский

© Попова Т.В., Ген Ж.А., Киселёва О.А., 2017  
© ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», 2017

## ВВЕДЕНИЕ

В энергетике трехфазные синхронные генераторы вырабатывают практически синусоидальную трехфазную симметричную систему ЭДС.

Современные приемники потребляют как активную, так и реактивную мощности. В реактивной мощности нуждаются большое количество электрических машин, индукционных сталеплавильных печей, выпрямительных установок и т. д. Работа таких потребителей даже в нормальном (неаварийном) режиме приводит к появлению искажений формы токов и напряжений, обусловленных насыщением стали, работой управляемых вентильных преобразователей и другими режимами работы силового оборудования.

Кроме того, современную жизнь невозможна без компьютерного и офисного оборудования, большая часть которых представляет собой нелинейную электрическую нагрузку, что тоже создает искажения в питающей сети.

Суммарный эффект этих нагрузок выражается в искажении напряжения, которое воздействует на другое оборудование, получающее электропитание от того же источника.

Всё это является причиной появления высших гармоник в трехфазных цепях.

По сути, гармоники – это токи-паразиты, которые оборудование не может потребить или потребляет частично с негативным эффектом.

В трехфазных двигателях появление высших гармоник вызывает возникновение магнитных полей, вращающихся против направления ротора и, следовательно, вызывающих торможение ротора и добавочные потери в двигателях. Также в электродвигателях гармоники являются причиной вибраций. Если гармоника ниже номинального синусоидального тока, необходимого для работы электротехники, то в сервоприводах, автоматических выключателях и другом оборудовании они могут вызывать ложные срабатывания. Кроме того, это может

вызывать перегрев в других сетях и рассинхронизацию в устройствах, а также сбои в коммуникациях и сетях передачи данных, повреждении аппаратуры и другие нежелательные эффекты.

Внеплановые ремонт, замена оборудования, увеличение расхода электроэнергии за счет потерь, остановки техпроцесса из-за ложных срабатываний автоматических выключателей влекут за собой финансовые потери.

Все это показывает необходимость изучения высших гармоник в трехфазных цепях студентами, подготавливаемыми по направлению «Электроэнергетика и электротехника», направленностей «Электропривод и автоматика», «Электромеханика», «Электроснабжение», для которых дисциплина «Теоретические основы электротехники» является основой для ряда профилирующих дисциплин.

Данное учебное пособие призвано способствовать практической подготовке студентов очной формы обучения, которая основывается на самостоятельном выполнении представленной в данном учебном пособии курсовой работы.

В учебном пособии приводятся задания на выполнение курсовой работы, достаточно подробные теоретические сведения и примеры решения типовых задач по рассмотренным разделам дисциплины «Теоретические основы электротехники»: «Трехфазные цепи», «Периодические несинусоидальные режимы в линейных электрических цепях», а также рекомендации по выполнению курсовой, позволяющие успешно выполнить курсовую работу.

## ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

1. Курсовую работу выполняют на одной стороне листа белой бумаги формата А4, соблюдая следующие размеры полей: верхнее – 20 мм, нижнее – 10 мм, левое - 20 мм; правое - 10 мм.

Текст набирают в редакторе Microsoft Word шрифтом Times New Roman, кегль 14, черного цвета с межстрочным интервалом 1 и абзацным отступом первой строки 1,25 см. Текст необходимо отформатировать по ширине страницы.

2. Работа должна быть сброшюрована, страницы пронумерованы арабскими цифрами в центре нижней части страницы, нумерация – сквозная по всему документу, включая приложения. Номер страницы на титульном листе не указывается, хотя она включается в общую нумерацию страниц.

3. Текст курсовой работы содержит следующие структурные элементы:

- титульный лист;
- замечания руководителя;
- задание на курсовую работу;
- содержание;
- введение;
- основная часть;
- заключение;
- список литературы;
- приложения.

Каждый структурный элемент начинают с новой страницы. Страница должна быть заполнена не менее чем на третью часть.

Заголовки структурных элементов печатают прописными буквами, располагают по центру строки без точки в конце. Расстояние между заголовками и текстом равно одной строке.

4. На титульном листе приводят следующие данные:  
полное название университета и кафедры, где студент проходит обучение по дисциплине, название дисциплины;

наименование работы, тема работы.

В центре строки указывают номер варианта.

В строке «Выполнил» студент указывает шифр и номер группы, свои фамилию и инициалы; в строке «Принял» - указывают должность, фамилию и инициалы преподавателя.

В строке «Оценка» после защиты работы будет проставлена оценка. Внизу посередине указываются название города и год выполнения работы. Пример оформления титульного лист приведен в приложении.

Форму титульного листа заполняют на компьютере или от руки четким почерком пастой только одного цвета (черного, фиолетового или синего).

5. Лист «Замечания руководителя» заполняется преподавателем после проверки курсовой работы.

6. Форму задания на курсовую работу заполняют на компьютере или от руки четким почерком пастой только одного цвета (черного, фиолетового или синего).

7. Содержание включает все структурные элементы курсовой работы с указанием номеров страниц, с которых они начинаются.

8. Введение не нумеруют как раздел. Во введении показывают цели и задачи курсовой работы и ее актуальность.

9. Основную часть делят на разделы, подразделы и пункты. Разделы и подразделы имеют заголовки.

10. Иллюстрации (схемы, графики, диаграммы, таблицы) выполняют карандашом с помощью чертежных инструментов или на компьютере по Госстандарту. Иллюстрации нумеруют арабскими цифрами сквозной нумерацией или по разделам. Номер таблицы и её название располагают над таблицей.

Например,

"Рис. 1. Название рисунка"

или

"Рис. 1.1. Название рисунка".

Таблица 1 - Название таблицы

Иллюстрации располагают непосредственно после текста, в котором они упоминаются впервые или выносят в приложения. На все приложения в тесте дают ссылки.

При построении диаграмм вычисляют масштабы, например, напряжений, токов и т.д. Полученные результаты округляют до значений  $1 \cdot 10^n$ ,  $2 \cdot 10^n$  или  $5 \cdot 10^n$ , где  $n$  – любое целое положительное или отрицательное число или ноль.

По осям графиков следует наносить деления с числовыми обозначениями физических величин. В конце оси через запятую указывается размерность.

11. В начале основной части работы записывают данные для расчета, приводят чертеж исходной и преобразованной схем.

Выполнение расчетов начинают со следующего листа. Все вычисления и преобразования сопровождают пояснениями. Единицы измерений должны соответствовать системе СИ.

12. Формулы и уравнения записывают в общем виде и затем производят подстановку числовых значений, указывают результат вычисления и единицу измерения, которая проставляется без скобок. При многократном вычислении по одной формуле приводят только пример единичного расчёта.

Математические формулы и уравнения набирают в редакторе формул. Их следует выделять в отдельную строку и располагать по центру строки.

13. Заключение должно содержать краткие выводы по выполнению работы. Заключение не нумеруется как раздел.

14. Список литературы должен содержать сведения об источниках, использованных при выполнении курсовой работы.

15. Приложения являются продолжение курсовой работы.

В конце работы необходима подпись студента и дата выполнения задания.



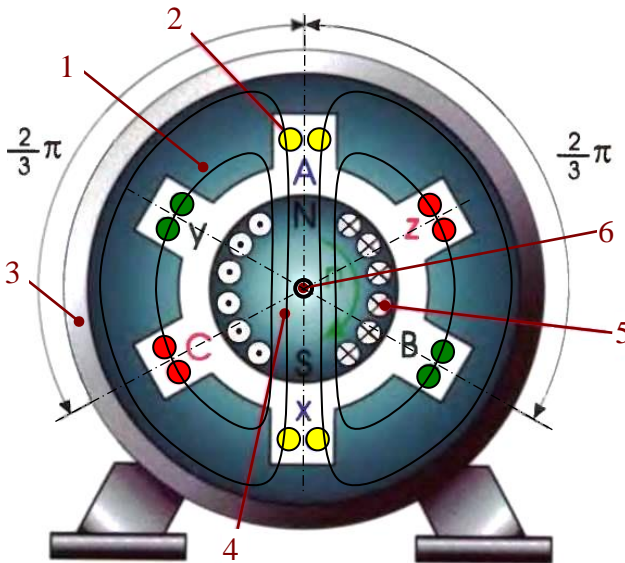
# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

## 1. ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ

### 1.1. Устройство и принцип действия трехфазного генератора

На электрических станциях трехфазная система ЭДС вырабатывается трехфазными синхронными генераторами.

Синхронный генератор имеет неподвижную часть – статор и подвижную часть – ротор. Модель трехфазного синхронного генератора схематично показана на рис.1.1.



- 1 - сердечник статора; 2 – трехфазная обмотка статора;  
3 – станина статора; 4 – сердечник ротора;  
5 - вал ротора; 6 - обмотка возбуждения ротора

Рис. 1.1. Модель трехфазного генератора  
в поперечном разрезе

Сердечник статора (поз.1 рис.1.1) имеет форму полого цилиндра. На внутренней поверхности сердечника равномерно расположены пазы, в которые укладываются три самостоятельные обмотки (поз. 2 рис. 1.1), сдвинутые относительно друг друга на треть окружности ( $120^\circ$ ). Эти обмотки называют *фазами генератора*. Начала фаз обозначают буквами А, В, С, а концы – X, Y, Z. Сердечник статора запрессован в станину (поз 3 рис.1) (корпус генератора).

Сердечник ротора (поз. 4 рис.1.1) жестко закреплен на валу генератора (поз. 5 рис. 1.1). На одном из концов вала закреплена турбина. Обмотка возбуждения ротора (поз. 6 рис.1.1) располагается в пазах на внешней поверхности сердечника ротора и через два контактных кольца и щетки подключается к источнику постоянного тока.

При вращении ротора турбиной с равномерной скоростью создаваемое им магнитное поле наводит в трех обмотках статора три синусоидальные ЭДС, подаваемые во внешнюю цепь генератора.

Зависимость величин мгновенных значение ЭДС фаз генератора от положения ротора относительно обмоток статора представлена на рис. 1.2. Из рис. 1.2 видно: в каждой фазе статора индуцируется синусоидальная ЭДС, период которой равен времени, затраченному ротором на один оборот. Так как обмотки смещены относительно друг друга в пространстве на третью часть окружности, ЭДС смещены во времени относительно друг друга на третью часть периода, т.е. на  $120$  электрических градусов.

Примечание: В трехфазных сетях принято с помощью цветов маркировать изоляцию жил фаз, нулевого провода и провода заземления. Так для маркировки фазы «а» используют **желтый** цвет, фазы «b» - **зеленый** цвет, фазы «с» - **красный** цвет, нулевого рабочего провода - **голубой** цвет. Для улучшения восприятия теоретического материала такое же цветовое обозначение применим в дальнейшем для маркировки фаз источника и нагрузки и на векторных диаграммах для изображе-

ния фазных напряжений, фазных и линейных токов, напряжения смещения нейтрали и тока нулевого провода.

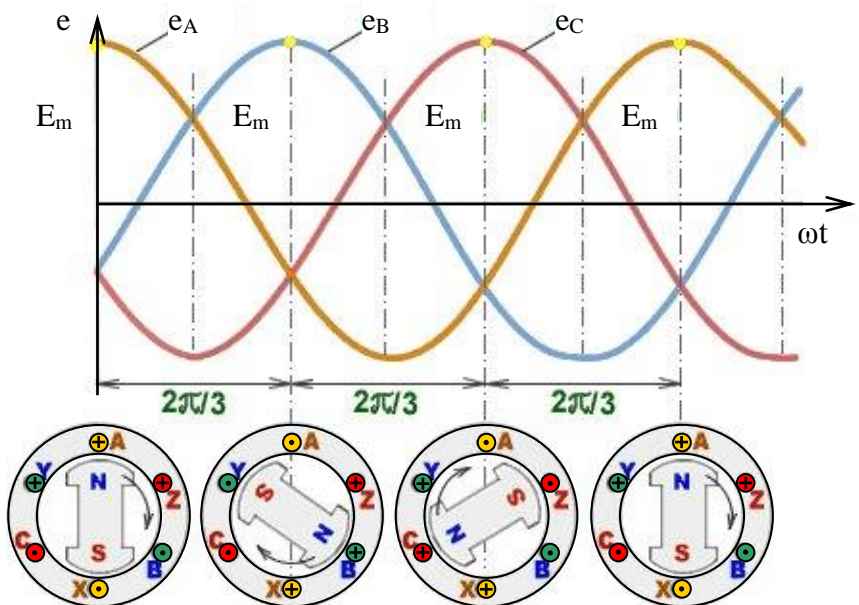


Рис. 1.2. Графики мгновенных значений ЭДС фаз генератора

## 1.2. Понятие о трехфазной симметричной системы ЭДС

Графики мгновенных значений ЭДС фаз генератора показаны на рис. 1.2.

В силу идентичности трех обмоток генератора в них наводятся ЭДС, имеющие одинаковые амплитуды и сдвинутые по фазе относительно друг друга на 120 электрических градусов. Такая система ЭДС называется *симметричной*.

Если ЭДС фазы А принять за исходную и считать ее начальную фазу равной нулю, то выражения мгновенных значений ЭДС можно записать:

$$e_A(t) = E_m \sin(\omega t), \quad e_B(t) = E_m \sin(\omega t - 120^\circ), \\ e_C(t) = E_m \sin(\omega t + 120^\circ).$$

В комплексной форме записи ЭДС фаз трехфазного генератора:

$$\dot{E}_A = E e^{j0^\circ}, \quad \dot{E}_B = E e^{-j120^\circ}, \quad \dot{E}_C = E e^{j120^\circ}.$$

Порядок, в котором фазные ЭДС проходят через одинаковые значения, например через положительные максимумы, называют **последовательностью фаз**, или порядком чередования фаз.

На рис. 1.3, *а* изображена векторная диаграмма фазных ЭДС для прямого чередования (АВС), а на рис. 1.3, *б* – для обратного чередования фаз (АСВ).

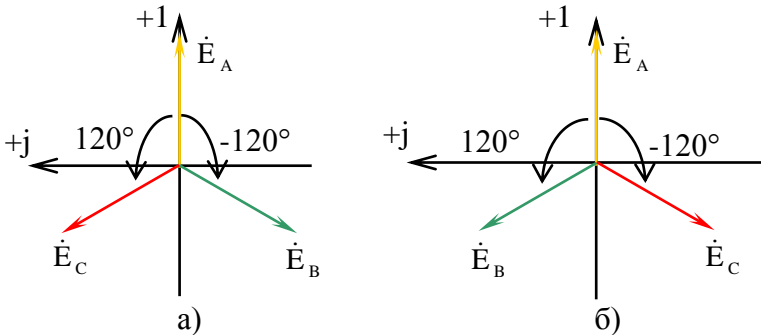


Рис. 1.3

От порядка чередования фаз зависит направление вращения трехфазных асинхронных двигателей. У генераторов последовательность фаз никогда не меняется, но при распределении энергии возможно нарушение последовательности фаз.

### 1.3. Преимущества трехфазных цепей

Трехфазная цепь является частным случаем многофазных электрических систем, в которых действуют синусоидальные ЭДС одинаковой частоты, сдвинутые по фазе относительно друг друга на определенный угол. Наиболее рациональной и

перспективной оказалась трехфазная система, разработанная русским учёным М.О. Доливо-Добровольским. В разработку трёхфазных систем большой вклад также внесли учёные Н.Тесла, Ф. Хазельвандер, М. Депре, Ч. Бредли и другие.

В настоящее время в энергетике трехфазные системы получили наибольшее распространение. Это связано с рядом преимуществ трехфазных цепей перед однофазными:

- простота получения вращающегося магнитного поля, применяемого в трехфазных асинхронных двигателях, а также в синхронных и линейных двигателях и ряде других электротехнических устройств;

- получение двух разных по величине напряжений в одной системе;

- экономичность передачи электроэнергии на большие расстояния, т.к. вместо шести проводов (при однофазной системе) здесь требуется всего три провода,

- в системах электроснабжения широко применяются экономичные и надежные, долговечные трёхфазные трансформаторы;

- неизменность величины мгновенной мощности за период синусоидального тока в том случае, если нагрузка во всех трех фазах трехфазного генератора одинакова;

- уравнивание трехфазных систем;

- основные потребители электрической энергии - трехфазные асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором, удовлетворяющие требованиям промышленного электропривода – просты в производстве, экономичны и надежны в работе.

#### **1.4. Применение трехфазной симметричной системы токов для создания вращающегося магнитного поля**

Одним из основных преимуществ многофазных токов является возможность получения вращающихся магнитных полей, лежащих в основе принципа действия наиболее распро-

страненных типов двигателей переменного тока, в частности, трехфазных асинхронных двигателей.

Рассмотрим получение вращающегося магнитного поля посредством трехфазной системы токов.

При подключении трехфазной обмотки статора к трехфазному источнику ЭДС, в фазах обмотки возникают токи:

$$i_a = I_m \sin \omega t; \quad i_b = I_m \sin(\omega t - 120^\circ); \quad i_c = I_m \sin(\omega t + 120^\circ).$$

Временные графики этих токов изображены на рис. 1.4.

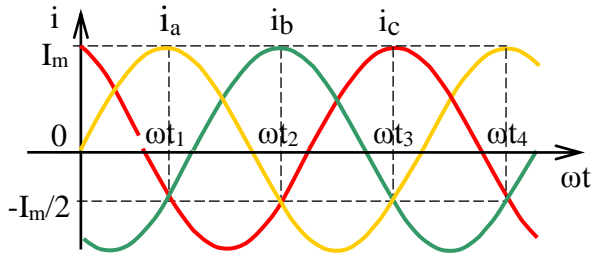


Рис. 1.4

Каждый из токов создает пульсирующее магнитное поле, направленное вдоль оси своей катушки:

$$B_a = B_m \sin \omega t; \quad B_b = B_m \sin(\omega t - 120^\circ); \quad B_c = B_m \sin(\omega t + 120^\circ).$$

Результирующее магнитное поле для любого момента времени определяется векторной суммой трёх индукций:

$$\vec{B}_p = \vec{B}_a + \vec{B}_b + \vec{B}_c.$$

На рис. 1.5, а, б, в показаны схематические картины магнитного поля для различных моментов времени, следующие друг за другом.

В момент времени  $t_1$ , при котором ( $\omega t_1 = 90^\circ$ ), ток в фазе А положителен и равен  $I_m$ , в фазах В и С токи отрицательны и составляют по величине  $0,5I_m$  (рис. 1.4).

Выберем условно положительные направления токов трёхфазной обмотки статора. Пусть положительный ток  $i_a$  в

фазе А направлен от её конца Х к началу А, тогда в фазах В и С токи  $i_b$ ,  $i_c$  имеют противоположное направление. На рис. 1.5, а направления токов обозначены крестиками и точками.

Направления векторов магнитной индукции в каждой из трёх обмоток совпадают с осями обмоток и определяются по правилу правого винта. Соответствующие токам векторы индукций  $B_a = B_m$ ;  $B_b = B_c = -1/2 B_m$  сдвинуты друг относительно друга на  $120^\circ$  (рис. 5, а). Результирующий вектор магнитной индукции для момента времени  $t_1$  -  $B_{t1} = 3/2 B_m$  (рис. 1.5, а).

На рис. 1.5, а хорошо видно, что магнитное поле имеет два полюса – северный и южный, т.е. *одну пару полюсов*. Линии магнитной индукции выходят из северного полюса N и входят в южный полюс S.

Далее, на рис. 1.5, б и в показаны направления токов и схематические картины магнитного поля для моментов времени  $t_2$  ( $\omega t_2 = 210^\circ$ ) и  $t_3$  ( $\omega t_3 = 330^\circ$ ). Из сравнения этих рисунков видно, что магнитное поле вращается по часовой стрелке с постоянной по величине магнитной индукцией  $3/2 B_m$ . Если продолжить анализ, то мы увидим, что для момента времени  $t_4$  ( $\omega t_4 = 450^\circ$ ) токи и соответственно картина магнитного поля такие же как и для  $t_1$  ( $\omega t_1 = 90^\circ$ ).

Таким образом, интервалу времени от  $t_1$  до  $t_4$  составляет период T синусоидального тока  $i_a$ , а результирующее двухполюсное магнитное поля совершает за это время один полный оборот. Тогда угловая частота и частота вращения магнитного поля равны  $\omega_0 = 2\pi \frac{1}{T} = 2\pi f$ ,  $c^{-1}$ ;  $n_0 = 60f$ , об/мин,

где  $f = 50$  Гц, частота напряжения сети электроснабжения.

Увеличение числа катушек в фазах обмотки статора приводит к увеличению числа пар полюсов магнитного поля. При различном числе пар полюсов частоты вращения:

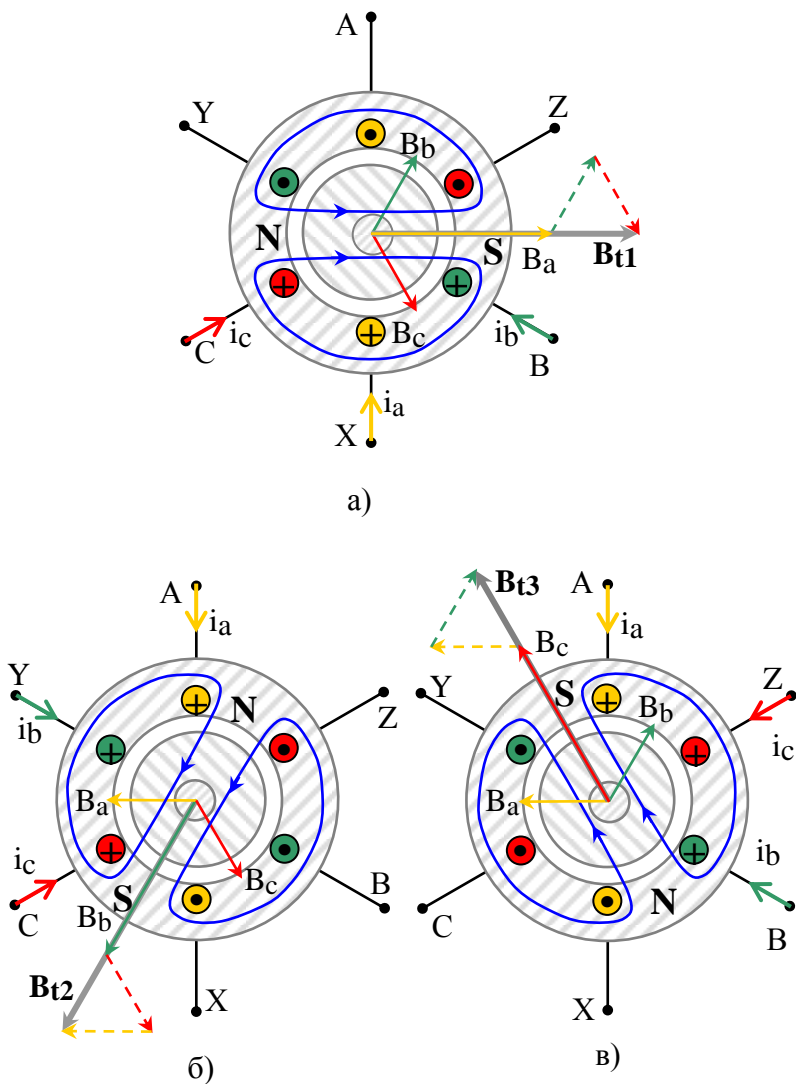


Рис. 1.5

$$\omega_0 = \frac{2\pi f}{p}; \quad n_0 = \frac{60f}{p},$$

где  $p$  - число пар полюсов магнитного поля двигателя.



Частота вращения магнитного поля многоскоростных асинхронных двигателей при соответствующем числе пар полюсов  $60f/p$  равна: 3000/1; 3000/2; 3000/3; 3000/4 и т.д.

## 1.5. Схемы соединения фаз трехфазного генератора

Фазы трехфазного генератора могут быть соединены по схеме «звезда» и по схеме «треугольник».

Примечание. Далее будут рассмотрены режимы работы трехфазных цепей при различных схемах соединения источника и приемника при условии симметрии фазных ЭДС.

### 1.5.1. Соединение фаз трехфазного генератора по схеме «звезда»

При соединении фаз генератора по схеме «звезда» концы всех фаз X, Y, Z соединяют в общий узел 0 (или N), называемый *нулевой* или *нейтральной* точкой генератора (рис. 1.6). Потенциал этого узла при расчетах трехфазных цепей принимается равным нулю.

К четырем зажимам генератора присоединяются провода.

Провода, присоединенные к началам фаз трехфазного генератора (A, B, C), называются *линейными*.

К нулевой точке генератора присоединяется провод, который называется *нулевым* или *нейтральным*.

Потенциалы точек A, B, C фаз генератора равны ЭДС соответствующих фаз:

$$\dot{\phi}_A = \dot{E}_A, \quad \dot{\phi}_B = \dot{E}_B, \quad \dot{\phi}_C = \dot{E}_C.$$

Напряжения между началом и концом фазы генератора называются *фазными напряжениями генератора*. Учитывая, что напряжение есть разность потенциалов, а потенциал точки 0 равен нулю, фазные напряжения генератора могут быть записаны:

$$\dot{U}_A = \dot{\phi}_A - \dot{\phi}_0 = \dot{\phi}_A = \dot{E}_A = Ue^{j\theta},$$

$$\dot{U}_B = \dot{\phi}_B - \dot{\phi}_0 = \dot{\phi}_B = \dot{E}_B = Ue^{-j120^\circ},$$

$$\dot{U}_C = \dot{\phi}_C - \dot{\phi}_0 = \dot{\phi}_C = \dot{E}_C = Ue^{j120^\circ}.$$

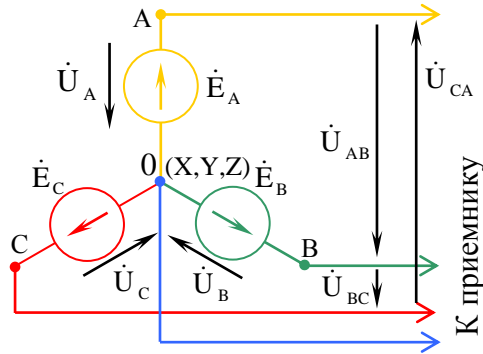


Рис. 1.6

Из полученных выражений видно, что фазные напряжения генератора равны ЭДС соответствующих фаз.

Напряжения между началами фаз генератора, то есть напряжения между линейными проводами, называются *линейными напряжениями*  $\dot{U}_{AB}$ ,  $\dot{U}_{BC}$ ,  $\dot{U}_{CA}$  и находятся как разность соответствующих потенциалов:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{\phi}_A - \dot{\phi}_B = \dot{U}_A - \dot{U}_B,$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{\phi}_B - \dot{\phi}_C = \dot{U}_B - \dot{U}_C,$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{\phi}_C - \dot{\phi}_A = \dot{U}_C - \dot{U}_A.$$

Из полученных выражений видно, что линейные напряжения могут быть определены как разность соответствующих фазных напряжений генератора.

На рис. 1.7 представлена топографическая диаграмма и показаны векторы фазных и линейных напряжений генератора при соединении его фаз «звездой».

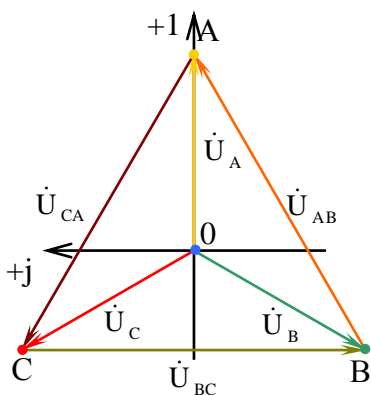


Рис. 1.7

напряжения генератора:

$$\dot{U}_{\text{л}} = \sqrt{3}\dot{U}_{\text{ф}} e^{j30^\circ}.$$

Из рис. 1.7 видно, что векторы линейных напряжений образуют замкнутый треугольник. Они сдвинуты друг относительно друга на угол  $120^\circ$  и опережают соответствующие фазные напряжения на  $30^\circ$ . По величине действующее значение линейного напряжения в  $\sqrt{3}$  раз больше фазного  $U_{\text{л}} = \sqrt{3} U_{\text{ф}}$ . Тогда можно записать еще одно выражение, связывающее линейные и фазные

### 1.5.2. Соединение фаз трехфазного генератора по схеме «треугольник»

При соединении фаз генератора по схеме «треугольник» конец одной фазы соединяется с началом другой (рис. 1.8).

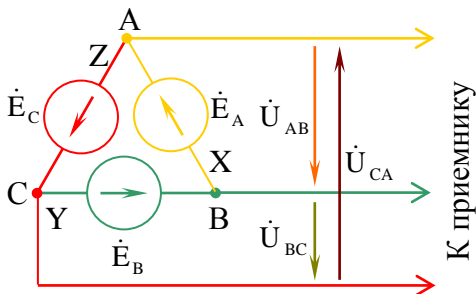


Рис. 1.8

При таком соединении фаз генератора линейные напряжения, как видно из схемы, равны соответствующим фазным напряжениям генератора

$$\dot{U}_A = \dot{\phi}_A - \dot{\phi}_x = \dot{E}_A = \dot{U}_{AB},$$

$$\dot{U}_B = \dot{\phi}_B - \dot{\phi}_y = \dot{E}_B = \dot{U}_{BC},$$

$$\dot{U}_C = \dot{\phi}_C - \dot{\phi}_z = \dot{E}_C = \dot{U}_{CA},$$

$$\text{или } \dot{U}_L = \dot{U}_\phi.$$

На практике обмотки фаз генератора соединяют звездой, у трансформатора – как звездой, так и треугольником.

### 1.6. Анализ трехфазных цепей при различных схемах соединения фаз источника и приемника

Фазы трехфазной нагрузки также соединяются по схеме «звезда» или по схеме «треугольник».

Напряжения между началом и концом фазы приемника называются фазными напряжениями приемников и определяются как разность соответствующих потенциалов:

$$\dot{U}_a = \dot{\phi}_a - \dot{\phi}_x, \quad \dot{U}_b = \dot{\phi}_b - \dot{\phi}_y, \quad \dot{U}_c = \dot{\phi}_c - \dot{\phi}_z.$$

Токи, протекающие по фазам приемника, называются фазными токами  $I_\phi$ . Токи, протекающие по линейным проводам, называются линейными токами  $I_L$ .

Трехфазные цепи рассчитываются теми же методами, которые применялись для расчета однофазных цепей.

В зависимости от схемы соединения фаз генератора и нагрузки можно выделить различные способы соединения фаз трехфазного генератора и нагрузки:

- фазы трехфазного генератора и нагрузки соединены по схеме «звезда» - «звезда-звезда»;

- фазы трехфазного генератора соединены по схеме «звезда», а трехфазной нагрузки по схеме «треугольник» - «звезда-треугольник»;

- фазы трехфазного генератора соединены по схеме «треугольник», а трехфазной нагрузки по схеме «звезда» - «треугольник-звезда»;
- фазы трехфазного генератора и нагрузки соединены по схеме «треугольник» - «треугольник - треугольник».

Примечание. Соединение фаз источника в замкнутый треугольник возможно только при симметричной системе ЭДС.

Если суммарная ЭДС в контуре треугольника отличается от нуля, то по обмоткам источника протекает большой ток - это аварийный режим для источников питания и поэтому он недопустим. Подобный режим работы для трехфазного источника возникает при наличии в цепи гармоник, кратных трем, поэтому соединение фаз источника по схеме «треугольник» не применяется. Далее будем рассматривать схемы подключения нагрузки к трехфазному источнику, фазы которого соединены по схеме «звезда».

### **1.6.1. Соединение фаз трехфазного генератора и нагрузки по схеме «звезда-звезда»**

При соединении фаз генератора и нагрузки по схеме «звезда - звезда» (рис. 1.9) начала фаз генератора соединяются с началами фаз приемника линейными проводами, а нулевая точка генератора (0) соединяется с нулевой точкой приемника (0') нулевым (нейтральным) проводом.

При соединении фаз по схеме «звезда» токи, протекающие по линейным проводам  $I_L$ , равны токам в фазах  $I_\phi$ . Ток, протекающий по нулевому проводу, называется током нулевого провода и обозначается  $I_0$ .

Напряжение между нейтральными точками приемника и генератора называется напряжением смещения нейтрали и определяется по методу двух узлов:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{0'0} &= \dot{\phi}_{0'} - \dot{\phi}_0 = \dot{\phi}_{0'} = \frac{\dot{E}_A Y_a + \dot{E}_B Y_b + \dot{E}_C Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c + Y_0} = \\ &= \frac{\dot{U}_A Y_a + \dot{U}_B Y_b + \dot{U}_C Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c + Y_0}. \end{aligned}$$

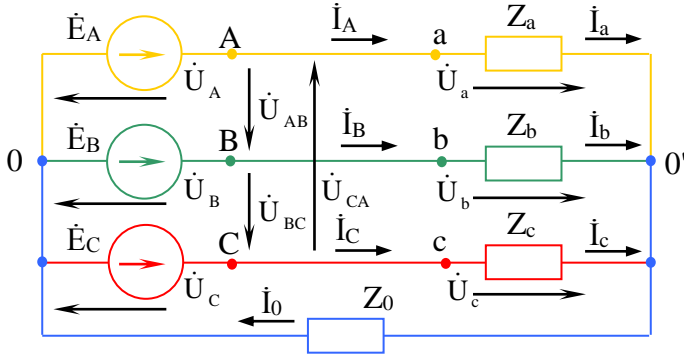


Рис. 1.9

Фазные напряжения приемника при соединении фаз по схеме звезда определяются:

$$\dot{U}_a = \dot{\phi}_a - \dot{\phi}_{0'} = \dot{\phi}_A - \dot{\phi}_{0'} = \dot{U}_A - \dot{U}_{0'0};$$

$$\dot{U}_b = \dot{\phi}_b - \dot{\phi}_{0'} = \dot{\phi}_B - \dot{\phi}_{0'} = \dot{U}_B - \dot{U}_{0'0};$$

$$\dot{U}_c = \dot{\phi}_c - \dot{\phi}_{0'} = \dot{\phi}_C - \dot{\phi}_{0'} = \dot{U}_C - \dot{U}_{0'0}.$$

То есть фазные напряжения приемников отличаются от соответствующих фазных напряжений генератора на величину напряжения смещения нейтрали.

Линейные напряжения при любом распределении нагрузок между фазами сохраняют симметричный характер и остаются неизменными и равны разности соответствующих фазных напряжений приемника:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_a - \dot{U}_b, \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_b - \dot{U}_c, \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_c - \dot{U}_a.$$

Фазные токи определяются по закону Ома:

$$\dot{I}_\phi = \dot{U}_\phi / Z_\phi.$$

Линейные токи равны соответствующим фазным

$$\dot{I}_A = \dot{I}_a, \quad \dot{I}_B = \dot{I}_b, \quad \dot{I}_C = \dot{I}_c.$$

Ток нейтрального провода определяется согласно первому закону Кирхгофа, как сумма фазных токов:  $\dot{I}_0 = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c$ .

Ток нулевого провода также можно определить по закону Ома:

$$\dot{I}_0 = \dot{U}_{00} / Z_0.$$

В случае, если сопротивление нейтрального провода равно нулю  $Z_0=0$ , то потенциалы нулевых точек генератора и приемника равны между собой  $\dot{\phi}_0 = \dot{\phi}_0 = 0$ , что обеспечивает при любой нагрузке фаз независимость режима работы одной фазы от другой, так как фазные напряжения приемников равны соответствующим фазным напряжениям генератора  $\dot{U}_{\text{фпр}} = \dot{U}_{\text{фг}}$ :

$$\dot{U}_a = \dot{\phi}_a - \dot{\phi}_0 = \dot{\phi}_a - \dot{\phi}_0 = \dot{U}_A;$$

$$\dot{U}_b = \dot{\phi}_b - \dot{\phi}_0 = \dot{\phi}_b - \dot{\phi}_0 = \dot{U}_B;$$

$$\dot{U}_c = \dot{\phi}_c - \dot{\phi}_0 = \dot{\phi}_c - \dot{\phi}_0 = \dot{U}_C.$$

Фазные токи определяются по закону Ома:  $\dot{I}_\phi = \dot{U}_\phi / Z_\phi$ .

Ток нейтрального провода определяется согласно первому закону Кирхгофа, как сумма фазных токов:  $\dot{I}_0 = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c$ .

### Анализ трехфазной цепи при симметричном режиме

*Симметричной* называется нагрузка, при которой во все фазы включаются одинаковые по величине и характеру сопротивления  $Z_a=Z_b=Z_c=Z=ze^{j\varphi}$  и, соответственно комплексные проводимости ветвей  $Y_a = Y_b = Y_c = Y$ .

Напряжение смещения нейтрали при симметричной нагрузке будет равно нулю:

$$\dot{U}_{00} = \frac{\dot{U}_A Y_a + \dot{U}_B Y_b + \dot{U}_C Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c + Y_0} = \frac{Y(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C)}{3Y + Y_0} = 0,$$

так как  $\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$ .

Потенциал нулевой точки приемника и нулевой точки генератора равны. Тогда фазные напряжения приемников будут равны фазным напряжениям генератора, т.е. будут одинаковы по модулю и сдвинуты относительно друг друга на угол  $120^\circ$

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A = U_\phi e^{j0^\circ}; \quad \dot{U}_b = \dot{U}_B = U_\phi e^{-j120^\circ}; \quad \dot{U}_c = \dot{U}_C = U_\phi e^{j120^\circ}.$$

Векторы фазных напряжений показаны на топографической диаграмме на рис. 1.10.

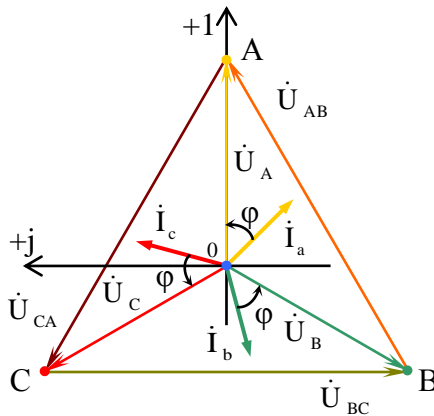


Рис. 1.10

В этом случае токи в фазах будут также равны по модулю и сдвинуты друг относительно друга по фазе на угол  $120^\circ$

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{Z_a} = \frac{U_\phi e^{j0^\circ}}{ze^{j\varphi}} = \frac{U_\phi}{z} e^{j(0^\circ - \varphi)} = I_\phi e^{j(0^\circ - \varphi)};$$

$$\dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{Z_b} = \frac{U_\phi e^{-j120^\circ}}{ze^{j\varphi}} = \frac{U_\phi}{z} e^{j(-120^\circ - \varphi)} = I_\phi e^{j(-120^\circ - \varphi)};$$

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{Z_c} = \frac{U_\phi e^{j120^\circ}}{ze^{j\varphi}} = \frac{U_\phi}{z} e^{j(120^\circ - \varphi)} = I_\phi e^{j(120^\circ - \varphi)}.$$



Тогда ток нулевого провода будет равен нулю:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = \frac{\dot{U}_A}{Z_\phi} + \frac{\dot{U}_B}{Z_\phi} + \frac{\dot{U}_C}{Z_\phi} = \frac{1}{Z_\phi} (\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) = 0,$$

так как  $\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$ .

Таким образом, в симметричной трехфазной системе нулевой провод оказывается лишним.

Векторы токов для случая активно-индуктивной нагрузки  $\varphi > 0$  построены на рис 1.10.

### Анализ трехфазных цепей при несимметричном режиме

1) Несимметричный режим обусловлен включением в каждую из фаз различной нагрузки  $Z_a \neq Z_b \neq Z_c$ .

а) Рассмотрим работу *четырёхпроводной* схемы с нулевым проводом при  $Z_0=0$  (рис. 1.11).

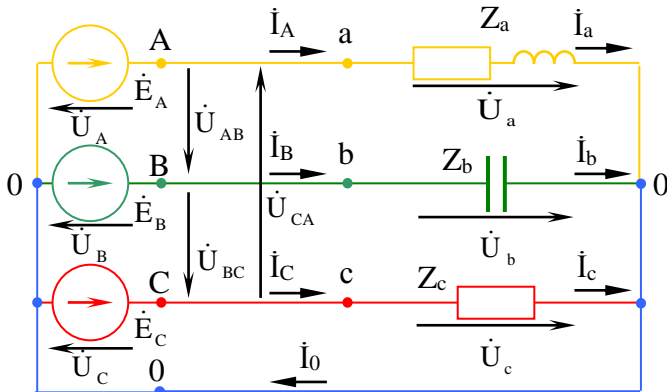


Рис. 1.11

Пусть:

- нагрузка фазы  $a$  имеет активно-индуктивный характер  $Z_a = z_a e^{j\varphi_a}$ , где  $\varphi_a > 0$ ;

- нагрузка фазы  $b$  имеет чисто активный характер  
 $Z_b = z_b e^{j\varphi_b} = z_b e^{j0^\circ}$  ;

- нагрузка фазы  $c$  имеет активно емкостный характер  
 $Z_c = z_c e^{j\varphi_c}$ , где  $\varphi_c < 0$ .

В схеме с нулевым проводом при  $Z_0=0$  фазные напряжения приемника равны соответствующим фазным напряжениям генератора:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A = 127 e^{j0^\circ} \text{ В}, \dot{U}_b = \dot{U}_B = 127 e^{-j120^\circ} \text{ В}, \dot{U}_c = \dot{U}_C = 127 e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

Фазные токи приемников определим по закону Ома:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{Z_a} = \frac{U_a e^{j0^\circ}}{z_a e^{j\varphi_a}} = \frac{U_a}{z_a} e^{j(0^\circ - \varphi_a)},$$

$$\dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{Z_b} = \frac{U_b e^{-j120^\circ}}{z_b e^{j0^\circ}} = \frac{U_b}{z_b} e^{j(-120^\circ)},$$

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{Z_c} = \frac{U_c e^{j120^\circ}}{z_c e^{j\varphi_c}} = \frac{U_c}{z_c} e^{j(120^\circ - \varphi_c)}.$$

Ток в нулевом проводе будет определяться по первому закону Кирхгофа

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c.$$

Топографическая диаграмма и векторная диаграмма токов качественно построена на рис. 5.14.

б) Рассмотрим работу *трехпроводной* схемы, то есть схемы без нулевого провода  $Z_0=\infty$  (рис. 1.12).

Так как нулевой провод отсутствует и нагрузка несимметрична, то фазные напряжения приемников отличаются от фазных напряжений генератора на величину напряжения смещения нейтрали. Характер нагрузки в каждой из фаз примем, как в предыдущем случае.

Потенциал нулевой точки приемника, равный напряжению смещения нейтрали, определяется:

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_{0'} &= \dot{U}_{0'0} = \frac{\dot{U}_A Y_a + \dot{U}_B Y_b + \dot{U}_C Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c} = \\ &= \frac{\dot{U}_A / Z_a + \dot{U}_B / Z_b + \dot{U}_C / Z_c}{1/Z_a + 1/Z_b + 1/Z_c}.\end{aligned}$$

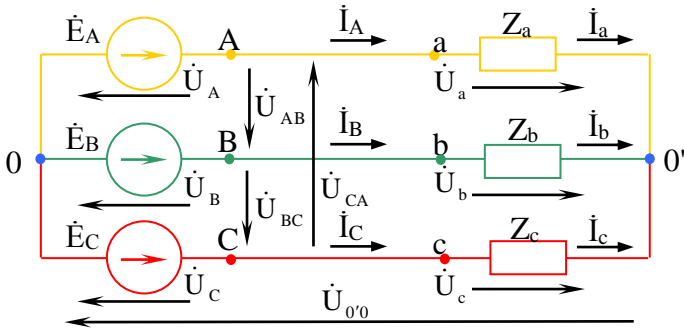


Рис. 1.12

Необходимо отметить, что величина, стоящая в числителе выражения, по которому рассчитывается напряжение смещения нейтрали, равна току, который протекал бы в нулевом проводе, если бы схема имела нулевой провод.

Фазные напряжения приемника определяются:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{0'0},$$

$$\dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{0'0},$$

$$\dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{0'0}.$$

Фазные токи приемника определим по закону Ома для участка цепи:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{Z_a}, \quad \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{Z_b}, \quad \dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{Z_c}.$$

Топографическая диаграмма, совмещенная с векторной диаграммой токов качественно построена на рис. 1.13.

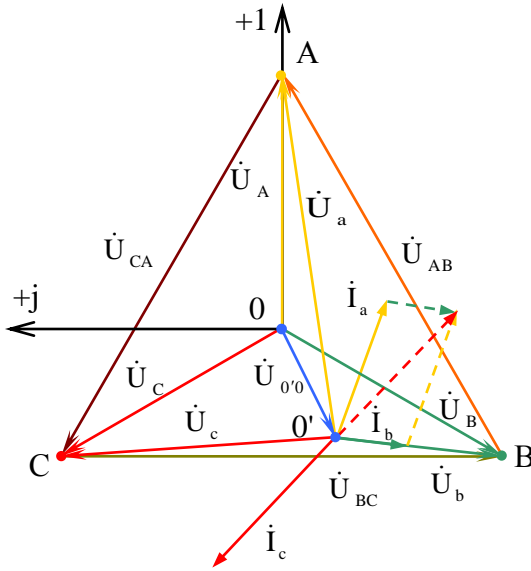


Рис. 1.13

Заметим, что потенциалы точек А, В, и С генератора всегда остаются неизменными. Фазные напряжения приемника легко получить на топографической диаграмме, соединив точки, соответствующие потенциалам начал фаз приемника, и точку, соответствующую потенциалу нулевой точки приемника.

На векторной диаграмме хорошо видно, что в схеме без нулевого провода сумма фазных токов равна нулю

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0.$$

2) Обрыв нагрузки в одной из фаз. Рассмотрим обрыв нагрузки фазы *в*. При этом сопротивление этой фазы равно бесконечности  $Z_b = \infty$  и ток в ней отсутствует  $I_b = 0$ .

а) *Схема с нулевым проводом.* В схеме с нулевым проводом потенциалы начал фаз приемников, равные потенциалам начал фаз генератора, не изменятся, потенциал нулевой точки приемника при наличии нулевого провода останется равным

потенциалу нулевой точки генератора, и фазные напряжения приемника будут равны соответствующим фазным напряжениям генератора:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A, \dot{U}_b = \dot{U}_B, \dot{U}_c = \dot{U}_C.$$

Пусть нагрузка в фазах  $a$  и  $c$  имеет чисто активный характер  $Z_a = Z_c = z e^{j0^\circ}$ .

Фазные токи приемников определяются по закону Ома:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{Z_a} = \frac{U_a e^{j0^\circ}}{z e^{j0^\circ}} = \frac{U_a}{z} e^{j0^\circ}, \quad \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{\infty} = 0,$$

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{Z_c} = \frac{U_c e^{j120^\circ}}{z e^{j0^\circ}} = \frac{U_c}{z} e^{j120^\circ}.$$

Ток в нулевом проводе определяется, как сумма токов в фазах

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = \dot{I}_a + 0 + \dot{I}_c = \dot{I}_a + \dot{I}_c.$$

Топографическая диаграмма, совмещенная с векторной диаграммой токов для этого режима качественно построена на рис. 1.14.

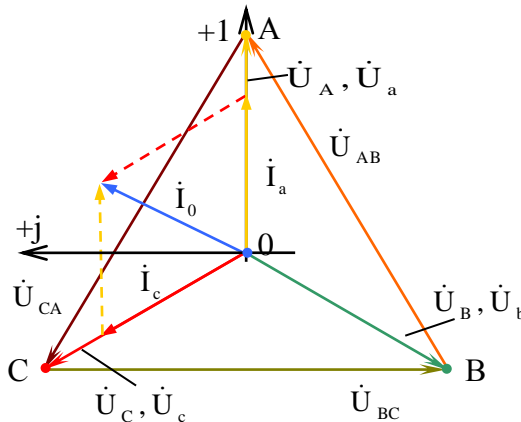


Рис. 1.14



3) Короткое замыкание в фазе приемника. Рассмотрим короткое замыкание в фазе «с» приемника (рис. 1.16). Этот режим рассматривается только для *схемы без нулевого провода* или для схемы, в которой сопротивление нулевого провода не равно нулю. В схеме с нулевым проводом в случае когда  $Z_0 = 0$  при коротком замыкании в одной из фаз приемника замыкается накоротко источник этой фазы, что является аварийным режимом.

При коротком замыкании в фазе  $c$  сопротивление  $Z_c = 0$  и, как видно на схеме рис. 1.16, разность потенциалов между нулевой точкой приемника и нулевой точкой генератора равна ЭДС фазы  $C$  генератора, напряжение смещения нейтрали равно напряжению фазы  $C$  генератора:

$$\dot{\phi}_{0'} = \dot{E}_C = \dot{U}_C.$$

Фазные напряжения приемников:

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= \dot{\phi}_a - \dot{\phi}_{0'} = \dot{U}_A - \dot{U}_C = -\dot{U}_{CA}, ; \\ \dot{U}_b &= \dot{\phi}_b - \dot{\phi}_{0'} = \dot{U}_B - \dot{U}_C = \dot{U}_{BC}; \quad \dot{U}_c = 0. \end{aligned}$$

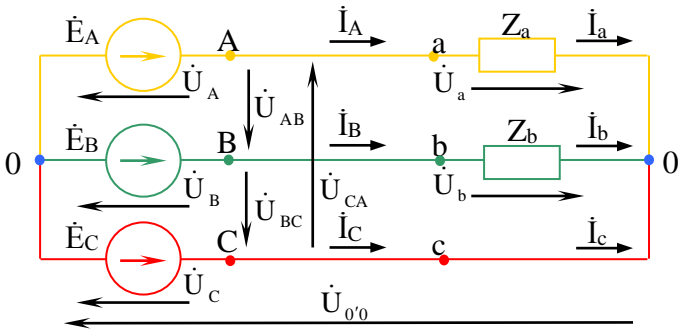


Рис. 1.16

Пусть нагрузка в фазах имеет чисто активный характер

$Z_a = Z_b = z e^{j0^\circ}$ . Токи приемников фазы  $a$  и  $b$  определим по закону Ома:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{Z_a}, \quad \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{Z_b}.$$

Ток фазы  $c$  определим с помощью первого закона Кирхгофа. Для схемы без нулевого провода  $\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$ , тогда

$$\dot{I}_c = -(\dot{I}_a + \dot{I}_b).$$

Топографическая диаграмма, совмещенная с векторной диаграммой токов качественно построена на рис. 1.17.

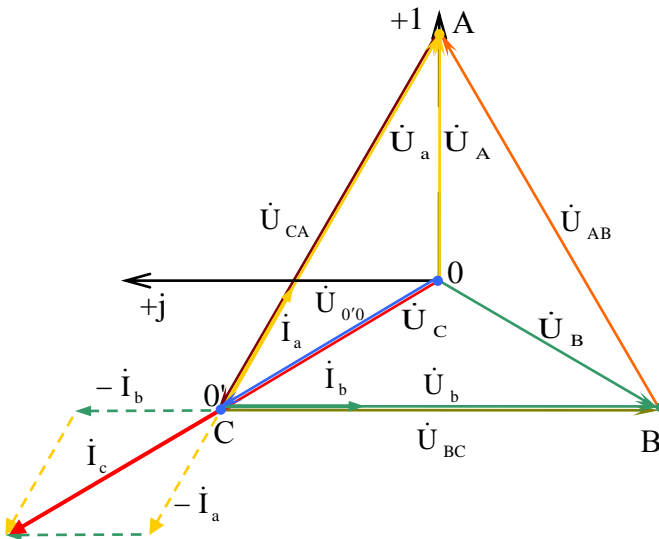


Рис. 1.17

### 1.6.2. Соединение фаз трехфазного генератора и нагрузки по схеме «звезда-треугольник»

Рассмотрим подключение трехфазной нагрузки при соединении фаз по схеме «треугольник» (рис. 1.18) к трехфазному источнику, фазы которого соединены по схеме «звезда».



При соединении фаз нагрузки «треугольником» обеспечивается независимость работы фаз друг от друга, так как к фазам подводятся непосредственно линейные напряжения сети, то есть линейные напряжения равны соответствующим фазным напряжениям приемников:  $U_{\text{л}} = U_{\text{ф}}$ .

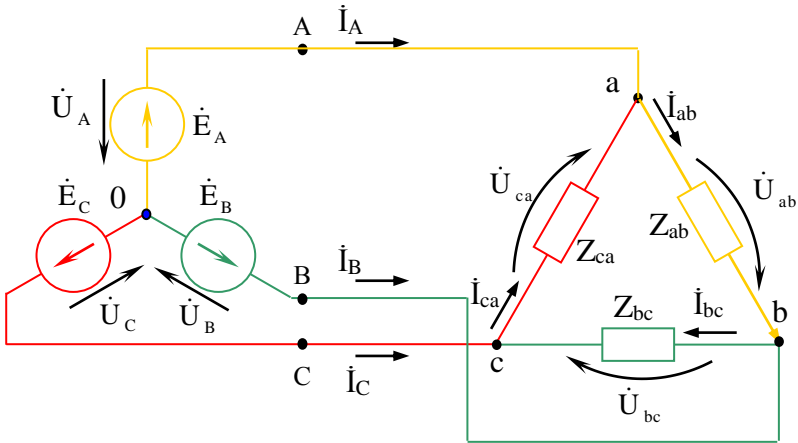


Рис. 1.18

Линейные напряжения генератора одинаковы по модулю и сдвинуты друг относительно друга по фазе на  $120^\circ$ . Учитывая это, можно записать:

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB} = Ue^{j30^\circ} \text{ В},$$

$$\dot{U}_{bc} = \dot{U}_{BC} = Ue^{-j90^\circ} \text{ В},$$

$$\dot{U}_{ca} = \dot{U}_{CA} = Ue^{j150^\circ} \text{ В}.$$

По фазам приемника протекают фазные токи, положительное направление которых, как и направление фазных напряжений, от начала к концу фазы приемника. Фазные токи определяются по закону Ома:

$$\dot{I}_{\text{ф}} = \dot{U}_{\text{ф}} / Z_{\text{ф}}.$$

По линейным проводам протекают линейные токи, положительное направление которых от генератора к нагрузке.

Линейные токи рассчитываются с помощью первого закона Кирхгофа:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}, \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}, \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.$$

### Анализ трехфазных цепей при симметричном режиме

В симметричном режиме в качестве нагрузки во все фазы включены одинаковые сопротивления:

$$Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = Z_{\Phi} = ze^{j\varphi}.$$

Фазные напряжения приемников равны линейным напряжениям генератора, поэтому фазные токи легко определяются с помощью закона Ома:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{Ue^{j30^\circ}}{ze^{j\varphi}} = \frac{U}{z} e^{j(30^\circ - \varphi)}, \quad \dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{Ue^{-j90^\circ}}{ze^{j\varphi}} = \frac{U}{z} e^{j(-90^\circ - \varphi)},$$

$$\dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{Ue^{j150^\circ}}{ze^{j\varphi}} = \frac{U}{z} e^{j(150^\circ - \varphi)}.$$

Как видно из расчетов, все фазные токи получились одинаковые по модулю и сдвинуты друг относительно друга по фазе на угол  $120^\circ$ .

Линейные токи определяем по уравнениям, составленным с помощью первого закона Кирхгофа:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca},$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab},$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.$$

Пусть нагрузка имеет чисто активный характер  $\varphi=0$ . Построим качественно топографическую диаграмму, совмещенную с векторной диаграммой токов (рис. 1.19).

По диаграмме хорошо видно, что линейные токи при симметричной нагрузке также одинаковы по модулю и сдвинуты относительно друг друга по фазе на  $120^\circ$ . Причем, линейные токи отстают от соответствующих фазных токов на угол  $30^\circ$ .

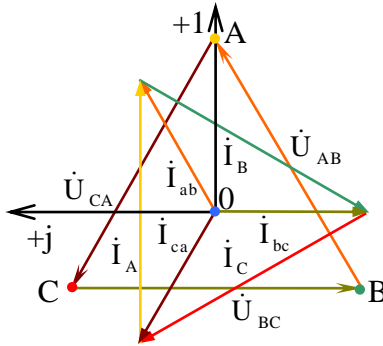


Рис. 1.19

Действующие значения линейных и фазных токов приемника при симметричной нагрузке связаны соотношением

$$I_{\text{л}} = \sqrt{3} I_{\text{ф}}.$$

Для комплексных значений справедливо соотношение

$$\dot{I}_{\text{л}} = \sqrt{3} \dot{I}_{\text{ф}} \cdot e^{-j30^\circ}.$$

### Анализ трехфазных цепей при несимметричном режиме

1) Несимметричный режим обусловлен включением в каждую из фаз различной нагрузки  $Z_{ab} \neq Z_{bc} \neq Z_{ca}$ .

Пусть:

- нагрузка фазы  $ab$  имеет активно-индуктивный характер

$$Z_{ab} = z_{ab} e^{j\varphi_{ab}}, \text{ где } \varphi_{ab} > 0;$$

- нагрузка фазы  $bc$  имеет чисто активный характер

$$Z_{bc} = z_{bc} e^{j\varphi_{bc}} = z_{bc} e^{j0^\circ};$$

- нагрузка фазы  $ca$  имеет активно емкостный характер

$$Z_{ca} = z_{ca} e^{j\varphi_{ca}}, \text{ где } \varphi_{ca} < 0.$$

Воспользовавшись законом Ома, определим фазные токи:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{Ue^{j30^\circ}}{z_{ab} e^{j\varphi_{ab}}} = \frac{U}{z_{ab}} e^{j(30^\circ - \varphi_{ab})},$$

$$\dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{Ue^{-j90^\circ}}{z_{bc} e^{j0^\circ}} = \frac{U}{z_{bc}} e^{-j90^\circ},$$

$$\dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{Ue^{j150^\circ}}{z_{ca} e^{j\varphi_{ca}}} = \frac{U}{z_{ca}} e^{j(150^\circ - \varphi_{ca})}.$$

Линейные токи определим по первому закону Кирхгофа:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca},$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab},$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.$$

Топографическая диаграмма, совмещенная с векторной диаграммой токов, качественно построена на рис. 1.20.

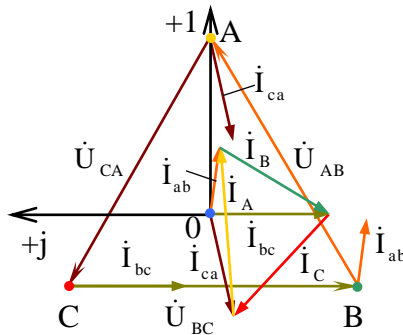


Рис. 1.20

Как видно из диаграммы, при несимметричной нагрузке равенство линейных токов не выполняется, но сумма линейных токов равна нулю

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0.$$

2) Обрыв в одной из фаз нагрузки. Рассмотрим случай, когда произошел обрыв в одной из фаз - фазе *bc*. При обрыве в

фазе  $bc$  сопротивление этой фазы равно бесконечности  $Z_{bc} = \infty$  и ток в ней отсутствует  $I_{bc} = 0$ . При этом напряжения на фазах приемников остаются такими же, как и в предыдущих режимах.

Ток в фазе  $bc$  отсутствует

$$\dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{Ue^{-j90^\circ}}{\infty} = 0,$$

токи в остальных фазах определяются по закону Ома

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_{ab}}, \quad \dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{Z_{ca}}.$$

Линейные токи определяются с помощью первого закона Кирхгофа:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca},$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = 0 - \dot{I}_{ab} = -\dot{I}_{ab},$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = \dot{I}_{ca} - 0 = \dot{I}_{ca}.$$

Топографическая диаграмма, совмещенная с векторной диаграммой токов, для случая активной нагрузки в фазах качественно построена на рис. 1.21.

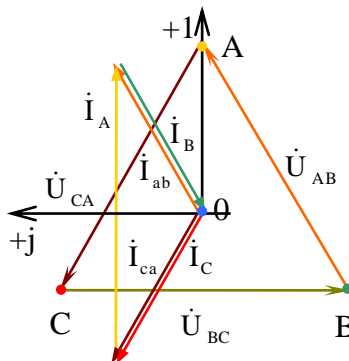


Рис. 1.21

3) Обрыв линейного провода. Рассмотрим режим, когда произошел обрыв линейного провода одной из фаз - фазы C (рис. 1.22).

В таком случае потенциалы точек A, B и C генератора не изменяются, но потенциал точки *c* приемника будет отличаться от потенциала точки C генератора. То есть рассматриваемая нагрузка подключена на одно линейное напряжение  $\dot{U}_{ab}$ . При этом условно-положительные направления токов и напряжений, принятые в трехфазных цепях, не изменяются.

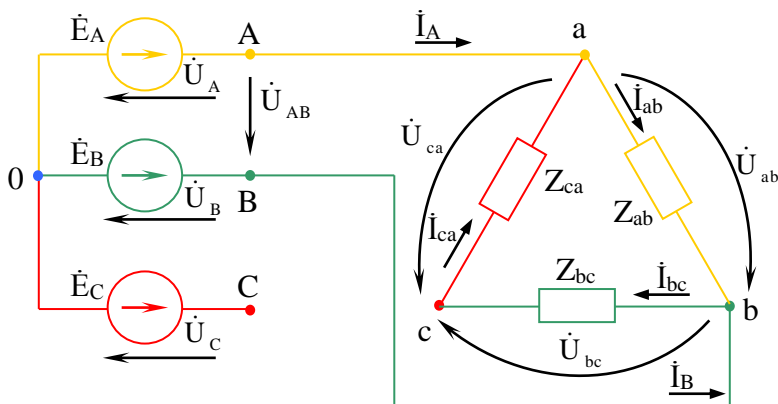


Рис. 1.22

Сопротивление фазы *ab* неизменно, а сопротивления фаз *bc* и *ca* соединены последовательно и по ним протекает один и тот же ток:  $\dot{I}_{bc} = \dot{I}_{ca}$ .

Фазные токи определяем по закону Ома:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_{ab}},$$

$$\dot{I}_{bc} = \dot{I}_{ca} = \frac{-\dot{U}_{ab}}{Z_{ab} + Z_{ca}}.$$

Линейные токи:

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}, \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}, \\ \dot{I}_C &= 0.\end{aligned}$$

Фазные напряжения приемников:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{ab} &= \dot{U}_{AB}, \quad \dot{U}_{bc} = Z_{bc} \dot{I}_{bc}, \\ \dot{U}_{ca} &= Z_{ca} \dot{I}_{ca}.\end{aligned}$$

Топографическая диаграмма, совмещенная с векторной диаграммой токов, для случая активной нагрузки в фазах качественно построена на рис. 1.23.

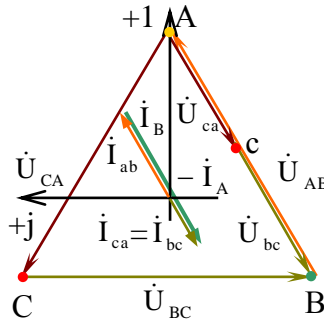


Рис. 1.23

## 1.7. Расчет мощностей в трехфазных цепях

Уравнение баланса мощностей для трехфазных цепей можно записать

$$\sum \tilde{S}_{\text{фг}} = \sum \tilde{S}_{\text{фн}},$$

где  $\tilde{S}_{\text{фг}}$  - комплексная мощность фазы генератора,

$\tilde{S}_{\text{фн}}$  - комплексная мощность фазы нагрузки.

Суммарная мощность фаз генератора определяется

$$\sum \tilde{S}_{\text{фг}} = \tilde{S}_A + \tilde{S}_B + \tilde{S}_C,$$

где мощность одной фазы генератора можно рассчитать

$$\begin{aligned}\tilde{S}_{\text{фг}} &= \dot{U}_{\text{фг}}^* I_{\text{фг}} = U_{\text{фг}} I_{\text{фг}} e^{j\varphi_r} = U_{\text{фг}} I_{\text{фг}} \cos \varphi + jU_{\text{фг}} I_{\text{фг}} \sin \varphi = \\ &= P_{\text{фг}} + jQ_{\text{фг}}.\end{aligned}$$

Суммарная мощность фаз нагрузки определяется

$$\sum \tilde{S}_{\text{фн}} = \tilde{S}_a + \tilde{S}_b + \tilde{S}_c,$$

где мощность одной фазы нагрузки можно рассчитать

$$\tilde{S}_{\text{фн}} = \dot{U}_{\text{фн}}^* I_{\text{фн}},$$

или

$$\tilde{S}_{\text{фн}} = Z_{\text{фн}} I_{\text{фн}}^2 = R_{\text{фн}} I_{\text{фн}}^2 + jX_{\text{фн}} I_{\text{фн}}^2 = P_{\text{фн}} + jQ_{\text{фн}}.$$

Баланс мощностей также можно проверить и отдельно по активной и реактивной мощностям:

$$\sum P_{\text{фн}} = \sum P_{\text{фг}}, \quad \sum Q_{\text{фн}} = \sum Q_{\text{фг}}$$

Суммарные активная и реактивная мощности трехфазного генератора определяется, как сумма мощностей всех трех фаз генератора:

$$\sum P_{\text{фг}} = P_A + P_B + P_C, \quad \sum Q_{\text{фг}} = Q_A + Q_B + Q_C,$$

где мощность фазы определяется

$$P_{\phi} = U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi,$$

$$Q_{\phi} = U_{\phi} I_{\phi} \sin \varphi.$$

Суммарная активная и реактивная мощности трехфазной нагрузки определяется, как сумма мощностей всех трех фаз нагрузки:

$$\sum P_{\text{фн}} = P_a + P_b + P_c, \quad \sum Q_{\text{фн}} = Q_a + Q_b + Q_c,$$

где мощность фазы определяется

$$P_{\phi} = R_{\phi} I_{\phi}^2,$$

$$Q_{\phi} = X_{\phi} I_{\phi}^2.$$

Тогда можно записать

$$P_A + P_B + P_C = P_a + P_b + P_c,$$



и для реактивных мощностей

$$Q_A + Q_B + Q_C = Q_a + Q_b + Q_c.$$

Полная мощность трехфазной цепи может быть определена по формуле

$$S = \sqrt{P_\Sigma^2 + Q_\Sigma^2}.$$

В случае симметричной нагрузки активная, реактивная и полная мощности могут быть определены по формулам:

$$P_\Sigma = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi = \sqrt{3}U_L I_L \cos \varphi,$$

$$Q_\Sigma = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi = \sqrt{3}U_L I_L \sin \varphi,$$

$$S = 3U_\phi I_\phi = \sqrt{3}U_L I_L.$$

### 1.8. Измерение активной мощности в трехфазных цепях

Активная мощность трехфазной цепи определяется:

$$\sum P_\phi = P_a + P_b + P_c = U_a I_a \cos \varphi_a + U_b I_b \cos \varphi_b + U_c I_c \cos \varphi_c.$$

Для измерения суммарной активной мощности трехфазной цепи **с нулевым проводом** при любом несимметричном режиме используют схему, изображенную на рис. 1.24, где мощность каждой фазы измеряется своим ваттметром.

В случае симметричной нагрузки достаточно измерить одним ваттметром мощность одной из фаз. Суммарная мощность будет равняться утроенной величине мощности одной фазы.

Комплексная мощность несимметричной трехпроводной цепи определяется по формуле

$$\sum \tilde{S} = \tilde{S}_a + \tilde{S}_b + \tilde{S}_c = \dot{U}_a^* \dot{I}_a + \dot{U}_b^* \dot{I}_b + \dot{U}_c^* \dot{I}_c,$$

однако в этом случае сумма линейных токов равна нулю

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0, \text{ откуда } \dot{I}_b = -\dot{I}_a - \dot{I}_c.$$

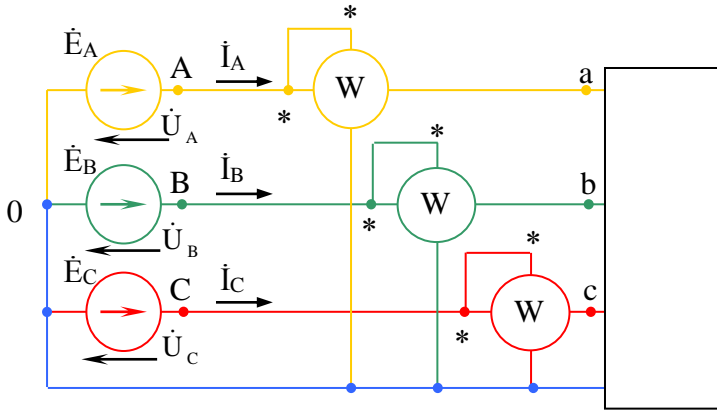


Рис. 1.24

Следовательно,

$$\begin{aligned} \sum \tilde{S} &= \dot{U}_a^* I_a + \dot{U}_b^* (-I_a - I_c) + \dot{U}_c^* I_c = \\ &= (\dot{U}_a - \dot{U}_b)^* I_a + (\dot{U}_c - \dot{U}_b)^* I_c = \dot{U}_{ab}^* I_a + \dot{U}_{cb}^* I_c. \end{aligned}$$

Тогда активная мощность

$$\sum P = U_{ab} I_a \cos(\hat{\dot{U}}_{ab}^* \hat{I}_a) + U_{cb} I_c \cos(\hat{\dot{U}}_{cb}^* \hat{I}_c) = P_{ab} + P_{cb}.$$

Таким образом, для измерения мощности такой цепи достаточно включить два ваттметра по схеме рис. 1.25.

Следует иметь в виду, что возможны такие режимы работы цепи, при которых стрелка того или иного ваттметра (рис. 1.25) отклоняется в обратную сторону, несмотря на правильное включение прибора в цепь. Тогда, чтобы снять показания ваттметра, нужно изменить подключение обмотки напряжения или обмотки тока соответствующего ваттметра на противоположное. Измеренную после этого мощность необходимо считать отрицательной.

Проанализируем зависимость мощности, измеряемой каждым из ваттметров в схеме рис. 25, от сдвига фаз между

напряжениями и токами. Рассмотрим частный случай симметричного режима. Для этого построим векторную диаграмму (рис. 1.26) для случая, когда  $\varphi > 0$ .

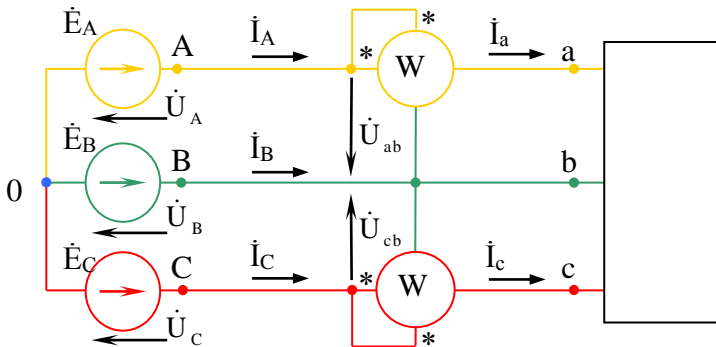


Рис. 1.25

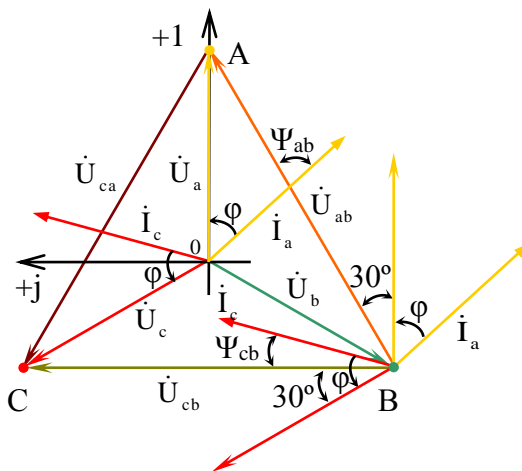


Рис. 1.26

При симметричной нагрузке, как видно по векторной диаграмме, можно записать

$$P_{ab} = U_{ab} I_a \cos(\dot{U}_{ab} \wedge I_a^*) = U_{л} I_{л} \cos \psi_{ab} = U_{л} I_{л} \cos(\varphi + 30^\circ);$$

$$P_{cb} = U_{cb} I_c \cos(\dot{U}_{cb} \wedge I_c^*) = U_{л} I_{л} \cos \psi_{cb} = U_{л} I_{л} \cos(\varphi - 30^\circ).$$

Сумма показаний ваттметров (рис. 27)

$$\sum P = P_{ab} + P_{cb} = U_{л} I_{л} 2 \cos 30^\circ \cos \varphi = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \cos \varphi.$$

Как видно из приведенных выражений, показания ваттметров одинаковы только при чисто активной нагрузке  $\varphi=0$ .

При  $\varphi=60^\circ$   $P_{ab}=0$ , а при  $\varphi=-60^\circ$   $P_{cb}=0$ .

При  $\varphi>60^\circ$   $P_{ab}<0$ , а при  $\varphi<60^\circ$   $P_{cb}<0$ .

При чисто реактивной нагрузке  $\varphi=\pm 90^\circ$   $P_{ab}=-P_{cb}$  и их сумма равна нулю.

## 1.9. Метод симметричных составляющих

Метод симметричных составляющих, основанный на принципе наложения, применяется для расчета несимметричных режимов в трехфазных цепях, возникающих при не симметрии приложенного напряжения, ЭДС или тока.

Метод симметричных составляющих основан на представлении любой трёхфазной несимметричной системы переменных величин (токов, напряжений, ЭДС, магнитных потоков) в виде суммы трех симметричных систем величин – они называются *симметричными составляющими*.

Эти симметричные системы в совокупности образуют несимметричную систему величин. Симметричные составляющие отличаются друг от друга порядком чередования фаз, то есть порядком, в котором фазные величины проходят через максимум. Они называются системами *прямой*, *обратной* и *нулевой последовательности*.

В первой симметричной системе все ЭДС, напряжения и токи содержат только составляющие прямой последовательности, а активные элементы представлены их сопротивлениями прямой последовательности.

Во второй симметричной системе все ЭДС, напряжения и токи содержат только составляющие обратной последовательности, а активные элементы представлены их сопротивлениями обратной последовательности.

В третьей симметричной системе все ЭДС, напряжения и токи содержат только составляющие нулевой последовательности, а активные элементы представлены их сопротивлениями нулевой последовательности.

Обозначим трехфазную систему величин в общем случае буквами А, В и С. Величины, относящиеся к системе прямой последовательности обозначим индексом 1 –  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$ ; величины, относящиеся к системе обратной последовательности, обозначим индексом 2 –  $A_2$ ,  $B_2$  и  $C_2$ ; величины, относящиеся к системе нулевой последовательности, обозначим индексом 0 –  $A_0$ ,  $B_0$  и  $C_0$ .

Система *прямой последовательности* представляет собой трехфазную симметричную систему величин с прямым чередованием фаз – вектор  $B_1$  отстает от вектора  $A_1$ , а вектор  $C_1$  отстает от вектора  $B_1$ . Векторная диаграмма симметричной системы векторов для прямой последовательности  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  показана на рис. 1.27, а.

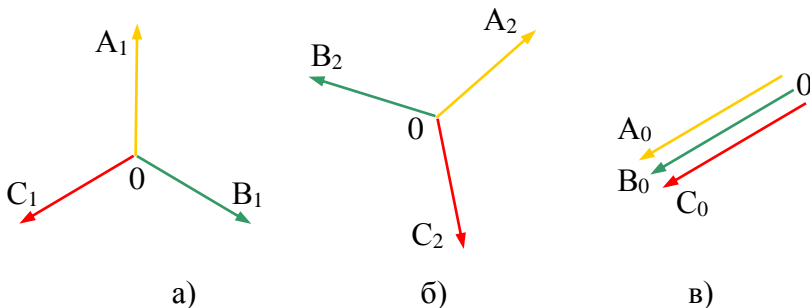


Рис. 1.27

Система *обратной последовательности* представляет собой трехфазную симметричную систему величин с обрат-

ным чередованием фаз - вектор  $V_2$  опережает вектор  $A_2$ , а вектор  $C_2$  опережает вектор  $V_2$ . Векторная диаграмма симметричной системы векторов для обратной последовательности  $A_2, V_2, C_2$  показана на рис. 1.27, б.

Система *нулевой последовательности* состоит из трех одинаковых величин, совпадающих по фазе. Векторная диаграмма векторов для нулевой последовательности  $A_0, B_0, C_0$  показана на рис. 1.27, в.

Для трех симметричных систем можно записать:

- для прямой последовательности

$$B_1 = A_1 e^{-j120^\circ}, \quad C_1 = A_1 e^{+j120^\circ}; \quad (1.1)$$

- для обратной последовательности

$$B_2 = A_2 e^{+j120^\circ}, \quad C_2 = A_2 e^{-j120^\circ}; \quad (1.2)$$

- для нулевой последовательности

$$A_0 = B_0 = C_0. \quad (1.3)$$

Комплексное число  $e^{j120^\circ}$ , по модулю равное единице, называется *оператором трехфазной системы* или *фазным множителем* и его можно обозначить буквой  $a$ :

$$a = e^{+j120^\circ} = e^{-j240^\circ} = \cos 120^\circ + j \sin 120^\circ = -1/2 + j\sqrt{3}/2.$$

Умножение вектора на  $a$  соответствует его повороту против направления движения часовой стрелки на  $120^\circ$  или повороту по направлению движения часовой стрелки на  $240^\circ$ .

$$a^2 = e^{+j240^\circ} = e^{-j120^\circ} = \cos 240^\circ + j \sin 240^\circ = -1/2 - j\sqrt{3}/2.$$

Умножение вектора на  $a^2$  соответствует его повороту по направлению движения часовой стрелки на  $240^\circ$  или повороту против направления движения часовой стрелки на  $120^\circ$ .

Три вектора:  $1, a$  и  $a^2$  - образуют симметричную трехфазную систему

$$1 + a + a^2 = 0.$$

При помощи фазного множителя выражения (1.1) и (1.2) можно записать

$$B_1 = a^2 A_1, \quad C_1 = a A_1; \quad (1.4)$$

$$B_2 = aA_2, \quad C_2 = a^2A_2. \quad (1.5)$$

Покажем, что любую несимметричную систему векторов  $A$ ,  $B$  и  $C$  можно разложить на симметричные системы прямой, обратной и нулевой последовательностей. Если это имеет место, то можно записать

$$A = A_1 + A_2 + A_0, \quad B = B_1 + B_2 + B_0, \\ C = C_1 + C_2 + C_0.$$

Выразим в этих равенствах все векторы симметричных систем через векторы  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_0$ , пользуясь выражениями (1.4), (1.5):

$$A = A_1 + A_2 + A_0, \quad (1.6)$$

$$B = a^2A_1 + aA_2 + A_0, \quad (1.7)$$

$$C = aA_1 + a^2A_2 + A_0. \quad (1.8)$$

В результате получены уравнения, из которых однозначно можно определить векторы  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_0$ , что доказывает возможность разложения заданной несимметричной системы векторов  $A$ ,  $B$  и  $C$  на три симметричные системы.

Просуммируем уравнения 1.6 -1.8

$$A + B + C = (A_1 + A_2 + A_0) + (a^2A_1 + aA_2 + A_0) + \\ (aA_1 + a^2A_2 + A_0) = (1 + a^2 + a)A_1 + (1 + a + a^2)A_2 + 3A_0.$$

Принимая во внимание, что  $1 + a + a^2 = 0$ , находим

$$A_0 = \frac{A + B + C}{3}. \quad (1.9)$$

Умножим уравнение 1.7 на  $a$ , а уравнение 1.8 на  $a^2$  и затем сложим полученные уравнения и уравнение 1.6. В результате получим

$$A_1 = \frac{A + aB + a^2C}{3}. \quad (1.10)$$

Умножим уравнение 1.7 на  $a^2$ , а уравнение 1.8 на  $a$  и затем сложим полученные уравнения и уравнение 1.6. В результате получим

$$A_2 = \frac{A + a^2B + aC}{3}. \quad (1.11)$$

Покажем на примере разложение на симметричные составляющие несимметричной системы, состоящей из токов  $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$  (рис. 1.28).

Исходную несимметричную систему можно представить в виде суммы трех симметричных систем – прямой, обратной и нулевой последовательности фаз

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0}, \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{B2} + \dot{I}_{B0}, \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{C1} + \dot{I}_{C2} + \dot{I}_{C0}.$$

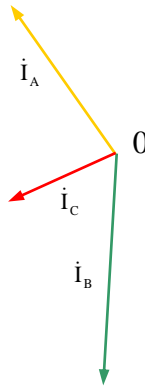


Рис. 1.28

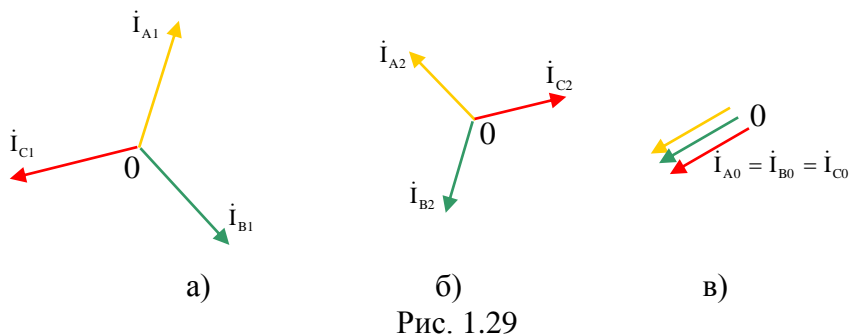
Значения симметричных составляющих определим по формулам 1.9-1.11.

$$\dot{I}_{A0} = \dot{I}_{B0} = \dot{I}_{C0} = \frac{\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C}{3}, \quad \dot{I}_{A1} = \frac{\dot{I}_A + a\dot{I}_B + a^2\dot{I}_C}{3},$$

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{I}_A + a^2\dot{I}_B + a\dot{I}_C}{3}.$$

Построим векторные диаграммы для прямой, обратной и нулевой составляющих (рис. 1.29): а – система прямой последовательности, б – система обратной последовательности, в – система нулевой последовательности.





Покажем на векторной диаграмме исходную несимметричную систему токов, где ток в каждой фазе определяется, как сумма соответствующих токов прямой, обратной и нулевой составляющих (рис. 1.30).

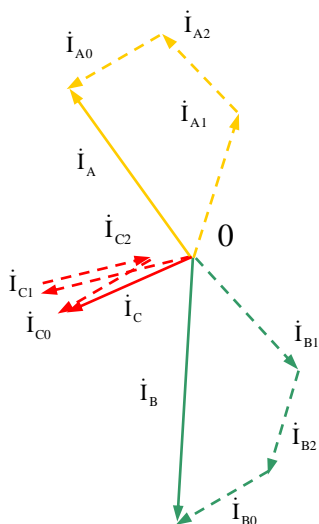


Рис. 1.30

## 2. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ ТОКАХ

### 2.1. Причины возникновения несинусоидальных токов и напряжений

*Первой причиной* возникновения периодических несинусоидальных токов в системе электроснабжения являются *изменения параметров самой цепи в течение периода*.

Цепь остается линейной, если изменение параметров не зависит от тока и происходит по заданной периодической функции времени.

Если параметры зависят от тока, то цепь является нелинейной. Например, в цепях, содержащих элементы с нелинейными сопротивлениями, индуктивностями или емкостями (вентель, электрическую дугу, катушку со стальным магнитопроводом) даже при синусоидальных ЭДС источников возникают несинусоидальные токи и напряжения.

В обычных системах электроснабжения, в особенности в трехфазных линиях, высшие гармоники возникают главным образом из-за подключения к сети такой нелинейной нагрузки как:

- электродвигатели с инверторной системой управления, комплексы плавного пуска двигателей, выпрямители управляемого и неуправляемого типа, блоки питания;
- электроотермическое оборудование – лазеры, дуговые и индукционные печи с высокой частотой, сварочные агрегаты, микроволновые установки и т.п.;
- осветительные устройства – люминесцентные, дуговые и газоразрядные лампы;
- современное бытовое оборудование – кондиционеры, телевизоры, аудио и видеосистемы, радиоприёмники, компьютеры, микроволновки, электрочайники и т.д.

Кроме того, большая часть компьютерной и офисной техники (ксероксы, принтеры, серверы, блоки беспереывного питания, мониторы) также представляет собой нелинейную электрическую нагрузку, создающую искажения в питающей сети.

Суммарный эффект этих нагрузок выражается в искажении напряжения, которое воздействует на другое оборудование, получающее электропитание от того же источника.

**Второй причиной** возникновения несинусоидальных токов в линейных цепях является **несовершенство источников постоянной и синусоидальной ЭДС**, в которых вследствие циклически повторяющихся факторов создаются периодические несинусоидальные напряжения.

На практике ЭДС и напряжения устройств, питающих цепи, обычно в большей или меньшей степени отличаются от постоянных или синусоидальных.

Трансформаторы являются наиболее распространенными элементами электрической сети. Нелинейность кривой намагничивания и наличие петли гистерезиса приводит к искажению синусоидальности намагничивающего тока трансформаторов (тока холостого хода) и, как следствие, к появлению высших гармоник в токе, потребляемом трансформатором из сети. Ток холостого хода современных трансформаторов класса 110 кВ не превышает 1%, а класса 6(10) кВ -  $2\div 3$  %. В этом случае можно пренебречь активными потерями в магнитопроводе и вместо петли гистерезиса использовать основную кривую намагничивания.

При таком допущении кривая намагничивающего тока симметрична относительно оси времени и разложение в ряд Фурье тока холостого хода не содержит четных гармоник. В этом случае искажение кривой намагничивающего тока вызывают только нечетные гармоники, включая гармоники, кратные трем. Наиболее существенны 3-я, 5-я и 7-я гармоники, особенно третья.

Синхронные и асинхронные двигатели, широко используемые в промышленности, могут генерировать как гармоники тока, так и гармоники напряжения (ЭДС) из-за нелинейности кривой намагничивания материала магнитопроводов статора и ротора и . Поэтому гармоники тока, генерируемые электродвигателями, имеют ту же природу, что и гармоники тока трансформаторов.

Частотный спектр гармоник тока, генерируемых электродвигателями, как и в случае трансформаторов, содержит все нечетные гармоники, включая гармоники, кратные трем. При этом наиболее существенными гармониками тока будут 3-я, 5-я и 7-я. По аналогии с трансформаторами при приближенных расчетах можно принимать содержание токов третьей, пятой и седьмой гармоник, соответственно, 40, 30 и 20% от тока холостого хода.

В обычных генераторах переменного тока кривая распределения магнитной индукции вдоль зазора отличается от синусоиды из-за наличия зубцов на статоре и роторе, поэтому наводимые в обмотках статора ЭДС хотя и незначительно, но отличаются от синусоидальных.

***Третьей причиной*** появления несинусоидальных токов является подключение к линейной электрической **цепи генераторов несинусоидальных напряжений специальной формы**.

В автоматизированных системах управления, в различных устройствах автоматики, обработки данных, часто бывает важным посылать сигналы высокой частоты, поэтому широкое распространение нашли генераторы периодических импульсов, например, релаксационный генератор пилообразных напряжений, генератор линейно изменяющегося напряжения ГЛИН, мультивибратор. Форма импульсов может быть различной: пилообразной, ступенчатой и прямоугольной.

## 2.2. Негативное влияние несинусоидальных токов на работу нагрузки и сети

По сути, гармоники – это токи-паразиты, которые не может потребить или потребляет частично с негативным эффектом оборудование. Присутствие высших гармоник может привести к ряду негативных последствий.

1) Увеличение текущего значения тока из-за присутствия гармоник приводит к перегрузкам в распределительных сетях и к падению напряжения;

2) Суммирование токов высших гармоник, кратных трём и генерируемых нагрузками по однофазной сети, способствует перегрузкам в нейтральных проводниках и их перегреву, что снижает степень защищенности системы.

3) Наличие высших гармоник в напряжении питания индукционных электродвигателей способствуют возникновению в магнитном потоке составляющих на частотах высших гармоник, которые будут наводить гармоники ЭДС и, как следствие, в обмотках ротора появляются высшие гармоники тока. Эти гармоники будут взаимодействовать с основным магнитным потоком, создавая дополнительные механические моменты на валу электрической машины. В результате создаются гармонические пульсации вращающего момента на валу двигателя. В экстремальных случаях может возникнуть вибрация на резонансной частоте вращающейся массы ротора, приводящая к накоплению усталости металла и возможному разрыву вала ротора электродвигателя.

4) Из-за высших гармоник электродвигатели испытывают пульсации магнитного потока, что приводит к вибрациям момента на валу.

5) В электрических машинах из-за значительной разницы в скоростях вращающихся магнитных полей, создаваемых высшими гармониками, и скорости вращения ротора возникают дополнительные потери в демпферных обмотках ротора и магнитопроводе машины.

6) В трансформаторах наличие высших гармоник вызывает увеличение потерь на гистерезис и вихревые токи в магнитопроводе, а также скин-эффект в меди обмотки (увеличение активного сопротивления обмотки с ростом частоты), в результате чего появляются дополнительные потери, вызывающие перегрев трансформаторов.

7) Из-за высших гармоник трансформаторы и дроссели начинают больше шуметь.

8) В конденсаторах, отвечающих за повышение коэффициента мощности, увеличивается угол диэлектрических потерь на частоте, выше сетевой, и они начинают перегреваться. а результате чего может случиться пробой диэлектрика.

9) Большая проблема – преждевременное старение электроизоляции в сетях с обилием гармоник. Гармоники, превышающие частоту номинального тока, вызывают нагрев проводников, при этом в изоляционных материалах начинаются термохимические процессы, меняющие их свойства. Следствием данных процессов являются пробой изоляции.

10) Если гармоника ниже, чем номинальный синусоидальный ток, необходимый для работы электротехники, то в сервоприводах, автоматических выключателях и другом оборудовании они могут вызывать ложные срабатывания.

11) При наличии большого количества гармоник возможны однофазные *короткие* замыкания с пробоем на землю.

12) Высшие гармоники вызывают помехи в сетях передачи данных в телефонных линиях и линиях связи, коммуникационном оборудовании, записывающих устройствах.

Кроме того, возможны финансовые потери, вызванные негативным влиянием высших гармоник. Они будут складываться из расходов на оплату электроэнергии, потребленной за счет роста потерь, расходов на ликвидацию пожара, остановку производства и ремонт из-за произошедшего короткого замыкания, убытков по причине остановки технологического процесса из-за ложных срабатываний автоматических выключателей, внепланового ремонта или замены оборудования.

С целью сократить расходы осуществляется контроль за работой сети с использованием современных анализаторов качества электроэнергии, способных контролировать от 10 параметров тока (в том числе уровни искажений) и выше с возможностью вывода информации на ПК.

Для защиты от высших гармоник в устройствах применяются различные схемы. К основным схемам относятся:

- использование резистора, способного поглотить ток гармоник и перевести его в тепловую энергию;
- применение конденсаторов (выполняют роль компенсатора реактивной мощности);
- применение фильтров гармоник.

Кроме того, индуктивное сопротивление тушит высшие гармоники и сглаживает форму кривой тока.

### 2.3. Способы представления периодических несинусоидальных электрических величин

*Первым способом* является представление периодических несинусоидальных электрических величин графиками зависимости их мгновенных значений от времени.

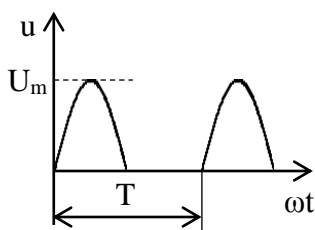


Рис. 2.1

Пример такого графика показан на рис. 2.1.

Изображение периодических несинусоидальных токов и напряжений в виде временных диаграмм можно получить экспериментальным путем. Снять кривую любой электрической величины можно с помощью обычного электронно-лучевого осциллографа, цифрового (запоминающего) осциллографа или с помощью современного виртуального осциллографа - программы «Компьютер – осциллограф» Digital Oscilloscope. В последнем случае подключение компьютера к электрической сети проис-

ходит через приставку - программно-управляемый аналогово-цифровой преобразователь.

*Вторым способом* представления периодических несинусоидальных величин является аналитическое разложение периодических функций в ряд Фурье.

Как известно, любая периодическая функция  $f(\omega t)$ , удовлетворяющая условиям Дирихле, то есть имеющая на всяком конечном интервале конечное число разрывов первого рода и конечное число максимумов и минимумов, может быть разложена в тригонометрический ряд Фурье:

$$f(\omega t) = A^{(0)} + A_m^{(1)} \sin(\omega t + \psi_1) + A_m^{(2)} \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots \\ + A_m^{(k)} \sin(k\omega t + \psi_k) = A^{(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} A_m^{(k)} \sin(k\omega t + \psi_k),$$

где  $A^{(0)}$  называют *постоянной составляющей* или *нулевой гармоникой*, второй член разложения  $A_m^{(1)} \sin(\omega t + \psi_1)$  - *основной* синусоидой или *первой гармоникой*, период  $T$  которой равен периоду данной несинусоидальной функции, а все остальные члены разложения вида  $A_m^{(k)} \sin(k\omega t + \psi_k)$  при  $k > 1$  носят название *высших гармоник*.  $k$  – целое положительное число, называют порядковым номером гармонической составляющей. Гармонические составляющие для краткости часто называют *гармониками*.

Для несинусоидальных функций токов и напряжений, наиболее часто встречающихся в электротехнике, разложение в ряд Фурье можно найти в справочниках по математике и электротехнике. Например, для несинусоидального напряжения, мгновенные значения которого показаны на рис. 2.1, разложение в ряд Фурье будет иметь следующий вид:

$$u(\omega t) = \frac{U_m}{\pi} \left( 1 + \frac{\pi}{2} \cos \omega t + \frac{2}{3} \cos 2\omega t - \frac{2}{15} \cos 4\omega t + \dots \right)$$

Несинусоидальные электрические величины имеют различный состав гармоник в ряду Фурье, которые довольно часто имеют ненулевые значения начальных фаз.



Амплитуды и начальные фазы гармоник определяют **спектральный состав** несинусоидальной кривой. Примеры спектров амплитуд и начальных фаз для несинусоидального напряжения, представленного на рис. 2.1 и показаны на рис. 2.2 в соответствии с рядом Фурье, записанным выше.

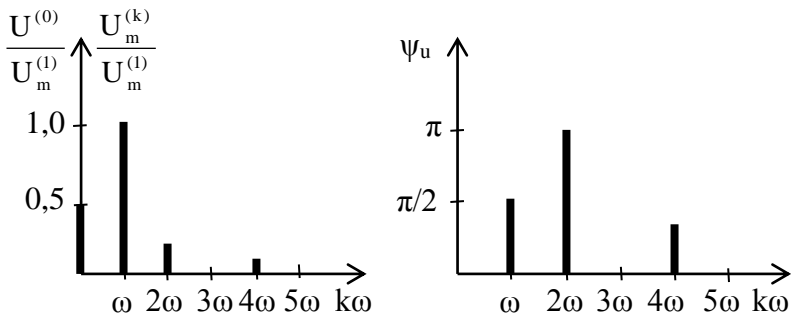


Рис. 2.2

На диаграмме амплитудно-частотного спектра отложены относительные значения постоянной составляющей и амплитуд остальных гармоник ряда. Значения амплитуд берутся положительными, а их отрицательный знак учитывается фазой.

Как правило, амплитуда гармонических составляющих резко уменьшается с ростом номера гармоники, поэтому при анализе электрических цепей несинусоидального тока ограничиваются учетом только нескольких первых членов ряда.

Примечание. Цифровой и виртуальный осциллографы позволяют экспериментальным путем определить спектральный состав несинусоидального тока или напряжения.

#### 2.4. Действующие значения несинусоидальных электрических величин

Под **действующим значением** несинусоидального тока понимают *такой постоянный ток  $I$ , который при протекании через резистор с сопротивлением  $R$  выделяет такое же*

количество тепла, что и несинусоидальный ток, за время равное периоду  $T$  несинусоидальной функции:

$$RI^2T = \int_0^T Ri^2 dt ,$$

откуда действующее значение тока

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} .$$

Пусть несинусоидальный ток выражается в виде аналитического разложения в ряд Фурье

$$i(\omega t) = I^{(0)} + I_m^{(1)} \sin(\omega t + \psi_{(1)}) + I_m^{(2)} \sin(2\omega t + \psi_{(2)}) + \dots + I_m^{(k)} \sin(k\omega t + \psi_{(k)}) + \dots$$

После интегрирования это выражение будет иметь вид

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{I^{(0)2} + \frac{I_m^{(1)2}}{2} + \frac{I_m^{(2)2}}{2} + \dots + \frac{I_m^{(k)2}}{2}} = \\ &= \sqrt{I^{(0)2} + I^{(1)2} + I^{(2)2} + \dots + I^{(k)2}} , \end{aligned}$$

где  $I^{(k)} = \frac{I_m^{(k)}}{\sqrt{2}}$  – действующее значение тока  $k$ -той гармоники.

Таким образом, действующее значение несинусоидального тока равно квадратному корню из суммы квадратов постоянной составляющей и действующих значений токов всех гармонических составляющих.

Аналогичное выражение можно записать для определения действующего значения несинусоидального напряжения:

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{U^{(0)2} + \frac{U_m^{(1)2}}{2} + \frac{U_m^{(2)2}}{2} + \dots + \frac{U_m^{(k)2}}{2}} = \\ &= \sqrt{U^{(0)2} + U^{(1)2} + U^{(2)2} + \dots + U^{(k)2}} , \end{aligned}$$

где  $U^{(k)} = \frac{U_m^{(k)}}{\sqrt{2}}$  – действующее значение тока  $k$ -той гармоники.

## 2.5. Расчет электрических цепей при несинусоидальных токах и напряжениях

До проведения расчета ЭДС источника линейной электрической цепи, показанной на рис. 2.3, а, должна быть представлена рядом Фурье.:  $e(t) = e^{(0)} + e^{(1)} + e^{(2)} + \dots + e^{(k)}$ .

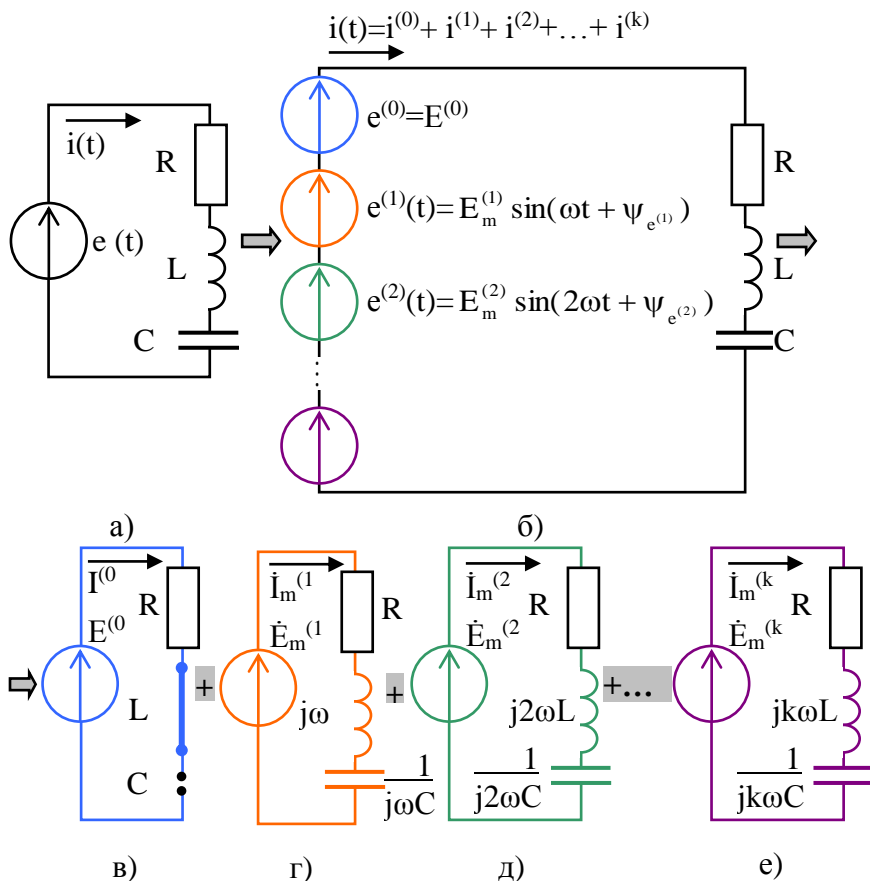


Рис. 2.3

На эквивалентной схеме замещения расчетной цепи (рис. 2.3, б) несинусоидальную ЭДС представляют в виде последо-

вательного соединения нескольких синусоидальных источников ЭДС различной частоты.

Расчет линейной цепи с несинусоидальными ЭДС и токами выполняют методом наложения: несинусоидальные токи или напряжения определяют, как сумму частичных токов или напряжений, возникающих от действия ЭДС каждой гармоники (рис. 2.3, в, г, д, е).

То есть решение сводят к решению к задач с синусоидальными ЭДС и токами, где  $k$  – число синусоидальных составляющих ряда Фурье, и одной задачи с постоянными ЭДС и токами при условии наличия нулевой гармоники в аналитическом разложении несинусоидальных величин в ряд Фурье.

В пределах одной гармоники расчеты можно выполнять в комплексной форме, так как все напряжения и токи в каждой схеме изменяются во времени по синусоидальному закону.

При расчете гармонических составляющих необходимо иметь в виду, что **сопротивления индуктивных и емкостных элементов зависят от частоты**, то есть от порядкового номера

гармоники:  $X_L^{(k)} = k\omega L$  и  $X_C^{(k)} = \frac{1}{k\omega C}$ .

Активное сопротивление при достаточно низких частотах и малых сечениях проводов можно считать независящим от номера гармоники.

В частичной схеме (рис. 2.3, в), являющейся схемой замещения по постоянной составляющей ( $\omega=0$ ) сопротивление индуктивного элемента  $\omega L$  равно нулю, поэтому постоянная составляющая напряжения  $u_L^{(0)}$  также равна нулю. Сопротивление емкостного элемента  $1/(\omega C)$  равно бесконечности, то есть он представляет собой разомкнутый участок цепи, поэтому постоянная составляющая тока ветви, содержащей конденсатор,  $i_C^{(0)}$  отсутствует.

В цепи (рис. 2.3, г) действует ЭДС первой гармоники

$$e^{(1)}(t) = E_m^{(1)} \sin(\omega t + \psi_{e(1)}).$$

Запишем комплексную амплитуду этой ЭДС:

$$\dot{E}_m^{(1)} = E_m^{(1)} e^{j\psi_{e(1)}}.$$

Комплексное сопротивление цепи

$$\begin{aligned} Z^{(1)} &= R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = \\ &= \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} e^{j \arctg \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}} = z^{(1)} e^{j\varphi(1)} \end{aligned}$$

Комплексная амплитуда тока

$$\dot{I}_m^{(1)} = \frac{\dot{E}_m^{(1)}}{Z^{(1)}} = \frac{E_m^{(1)} e^{j\psi_{e(1)}}}{z^{(1)} e^{j\varphi(1)}} = \frac{E_m^{(1)}}{z^{(1)}} e^{j\psi_{e(1)} - j\varphi(1)} = I_m^{(1)} e^{j\psi_{i(1)}},$$

тогда мгновенное значение тока первой гармоники

$$i^{(1)}(t) = I_m^{(1)} \sin(\omega t + \psi_{i(1)}).$$

В цепи рис. 2.3,  $\delta$  действует ЭДС второй гармоники

$$e^{(2)}(t) = E_m^{(2)} \sin(2\omega t + \psi_{e(2)}).$$

Комплексная амплитуда ЭДС второй гармоники:

$$\dot{E}_m^{(2)} = E_m^{(2)} e^{j\psi_{e(2)}}.$$

Комплексное сопротивление цепи второй гармоники

$$\begin{aligned} Z^{(2)} &= R + j2\omega L - j\frac{1}{2\omega C} = \\ &= \sqrt{R^2 + (2\omega L - \frac{1}{2\omega C})^2} e^{j \arctg \frac{2\omega L - 1/(2\omega C)}{R}} = z^{(2)} e^{j\varphi(2)}. \end{aligned}$$

Комплексная амплитуда тока второй гармоники

$$\dot{I}_m^{(2)} = \frac{\dot{E}_m^{(2)}}{Z^{(2)}} = \frac{E_m^{(2)} e^{j\psi_{e(2)}}}{z^{(2)} e^{j\varphi(2)}} = \frac{E_m^{(2)}}{z^{(2)}} e^{j\psi_{e(2)} - j\varphi(2)} = I_m^{(2)} e^{j\psi_{i(2)}},$$

тогда мгновенное значение тока второй гармоники

$$i^{(2)}(t) = I_m^{(2)} \sin(2\omega t + \psi_{i(2)}).$$

Аналогичные расчеты выполняются и для остальных гармоник. Для  $k$ -той гармоники (рис. 2.3,  $e$ )

$$e^{(k)}(t) = E_m^{(k)} \sin(k\omega t + \psi_{e(k)}).$$

Комплексная амплитуда ЭДС k-той гармоники:

$$\dot{E}_m^{(k)} = E_m^{(k)} e^{j\Psi_{e(k)}}.$$

Комплексное сопротивление цепи

$$\begin{aligned} Z^{(k)} &= R + jk\omega L - j\frac{1}{k\omega C} = \\ &= \sqrt{R^2 + (k\omega L - \frac{1}{k\omega C})^2} e^{j\arctg\frac{k\omega L - 1/(k\omega C)}{R}} = Z^{(k)} e^{j\varphi_{(k)}}. \end{aligned}$$

Комплексная амплитуда тока

$$\dot{I}_m^{(k)} = \frac{\dot{E}_m^{(k)}}{Z^{(k)}} = \frac{E_m^{(k)} e^{j\Psi_{e(k)}}}{Z^{(k)} e^{j\varphi_{(k)}}} = \frac{E_m^{(k)}}{Z^{(k)}} e^{j\Psi_{e(k)} - j\varphi_{(k)}} = I_m^{(k)} e^{j\Psi_{i(k)}}.$$

Мгновенное значение тока k-той гармоники

$$i^{(k)}(t) = I_m^{(k)} \sin(k\omega t + \Psi_{i(k)}).$$

Мгновенное значение несинусоидального тока цепи определяют, как сумму токов всех гармоник

$$\begin{aligned} i(t) = & i^{(0)}(t) + i^{(1)}(t) + i^{(2)}(t) + \dots + i^{(k)}(t) = 0 + I_m^{(1)} \sin(\omega t + \Psi_{i(1)}) + \\ & + I_m^{(2)} \sin(2\omega t + \Psi_{i(2)}) + \dots + I_m^{(k)} \sin(k\omega t + \Psi_{i(k)}) + \dots \end{aligned}$$

Аналогичным образом выполняют расчет несинусоидальных напряжений на отдельных участках цепи.

Для построения графика временной зависимости несинусоидальной функции строят в одних осях координат графики синусоидальных составляющих всех гармоник. При вычерчивании кривых отдельных гармоник необходимо учитывать тот факт, что период гармоники обратно пропорционален ее номеру. Так как по оси абсцисс откладывают величину  $\omega t$ , то при построении графика k-той гармоники несинусоидальной функции ее начальную фазу делят на номер гармоники.

## 2.6. Измерение несинусоидальных периодических токов и напряжений

При определении показаний измерительных приборов учитывают систему прибора.

Большинство систем приборов реагируют на действующее значение любой периодической кривой. Их шкалы градуируются в действующих значениях. Действующие значения тока и напряжения (I, U) измеряют приборы электромагнитной, электродинамической, электростатической и тепловой систем.

Приборы магнитоэлектрической системы с выпрямителем реагируют на среднее по модулю значение ( $I_{CP}$ ,  $U_{CP}$ ) и их шкала искусственно градуируется.

Приборы электронной системы (амплитудные электронные вольтметры) реагируют на амплитудное значение измеряемых напряжений и шкала таких приборов градуирована с учетом коэффициента амплитуды  $K_a = \sqrt{2}$  (но это справедливо только для синусоидальной функции).

Поэтому измерительные приборы магнитоэлектрической системы с выпрямителем и амплитудные электронные вольтметры нельзя использовать для измерений в цепях несинусоидального тока и без учета их градуировок.

## 2.7. Активная, реактивная и полная мощности

Активная мощность определяют как среднее значение мгновенной мощности:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) i(t) dt.$$

После подстановки мгновенных значений тока и напряжения получают выражение

$$P = U^{(0)} I^{(0)} + U^{(1)} I^{(1)} \cos \varphi_{(1)} + U^{(2)} I^{(2)} \cos \varphi_{(2)} + \dots + \\ + U^{(k)} I^{(k)} \cos \varphi_{(k)} = P^{(0)} + P^{(1)} + P^{(2)} + \dots + P^{(k)} + \dots$$

Таким образом, активная мощность электрической цепи при несинусоидальных напряжениях и токах равна сумме активных мощностей от постоянной и каждой из гармонических составляющих.

Произведение действующих значений напряжения и тока представляет собой полную мощность:

$$S = UI = \sqrt{U^{(0)2} + U^{(1)2} + U^{(2)2} + \dots + U^{(k)2}} \times \\ \times \sqrt{I^{(0)2} + I^{(1)2} + I^{(2)2} + \dots + I^{(k)2}}.$$

Реактивная мощность

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} U^{(k)} I^{(k)} \sin \varphi_{(k)} = \sum_{k=1}^{\infty} Q^{(k)}.$$

Для цепей с несинусоидальными токами и напряжениями

$$S^2 \neq P^2 + Q^2.$$

## 2.8. Особенности расчета трехфазных цепей при питании от несинусоидальных источников питания

### 2.8.1. Высшие гармоники в трехфазных цепях

В трехфазных цепях кривые напряжения во второй и третьей фазах в точности воспроизводят форму кривой напряжения в первой фазе, но со сдвигом на треть периода. Так, если напряжение в фазе А представлено функцией времени

$$u_A = f(t),$$

то напряжения в фазах В и С можно записать, как

$$u_B = f(t - T/3), \quad u_C = f(t + T/3),$$

где Т- период основной частоты.

Пусть напряжение фазы А изменяется во времени по несинусоидальному периодическому закону, который можно записать в виде аналитического разложения в ряд Фурье

$$u_A = f(t) = U^{(0)} + U_m^{(1)} \sin(\omega t + \psi^{(1)}) + U_m^{(2)} \sin(2\omega t + \psi^{(2)}) + \dots \\ \dots + U_m^{(k)} \sin(k\omega t + \psi^{(k)}) + \dots$$

Рассмотрим k-ю гармонику несинусоидальных напряжений во всех трех фазах, учитывая, что  $\omega T = 2\pi$ :

$$u_A^{(k)} = U_m^{(k)} \sin(k\omega t + \psi^{(k)}),$$



$$u_B^{(k)} = U_m^{(k)} \sin(k \omega t + \psi^{(k)} - 2k\pi/3);$$

$$u_C^{(k)} = U_m^{(k)} \sin(k \omega t + \psi^{(k)} + 2k\pi/3).$$

Сравнивая полученные выражения для различных значений  $k$ , можно заметить, что напряжения гармоник порядка, кратного трем ( $k=3, 6, 9, 12$  и т.д.) во всех трех фазах имеют не только одинаковые амплитуды, но и совпадают по фазе, то есть в любой момент времени имеют одинаковое значение. Таким образом *гармоники, кратные трем, образуют систему нулевой последовательности*

$$u_A^{(3n)} = u_B^{(3n)} = u_C^{(3n)} = U_m^{(3n)} \sin(3n \omega t + \psi^{(3n)}),$$

где  $n$  - любое целое число.

При  $k=3n+1$  (1, 4, 7, 10 и т.д.) напряжение фазы В отстает от напряжения фазы А на угол  $120^\circ$ , а напряжение фазы С опережает напряжение фазы А на угол  $120^\circ$ . То есть гармоники трех фаз образуют симметричную систему напряжений, последовательность которой совпадает с последовательностью фаз первой гармоники – *образуют систему прямой последовательности фаз*.

При  $k=3n+2$  (2, 5, 8, 11 и т.д.) напряжение фазы В опережает напряжение фазы А на угол  $120^\circ$ , а напряжение фазы С отстает от напряжения фазы А на угол  $120^\circ$ . То есть гармоники трех фаз образуют симметричную систему напряжений, последовательность которой противоположна основной – *образуют систему обратной последовательности фаз*.

### **2.8.2. Особенности работы трехфазных систем, вызываемые гармониками, кратными трем**

Рассмотрим различные схемы соединения трехфазных цепей.

Если фазы трехфазного генератора соединены в «звезду», то при несинусоидальном фазном напряжении линейные напряжения, равные разности соответствующих фазных напряжений, не содержат гармоник напряжений порядка,

кратного трем. Так как напряжения гармоник кратных трем образуют системы нулевой последовательности и при составлении разности они вычитаются.

В фазном напряжении могут присутствовать все гармоники (постоянная составляющая обычно отсутствует). Тогда действующее значение фазного напряжения

$$U_{\phi} = \sqrt{U_{\phi(1)}^2 + U_{\phi(2)}^2 + U_{\phi(3)}^2 + U_{\phi(4)}^2 + \dots}$$

В линейном напряжении отсутствуют напряжения, кратные трем, поэтому

$$U_{\text{л}} = \sqrt{U_{\text{л}(1)}^2 + U_{\text{л}(2)}^2 + U_{\text{л}(4)}^2 + \dots}$$

Отсюда следует, что

$$U_{\text{л}} < \sqrt{3}U_{\phi}.$$

Если в схеме «звезда-звезда с нулевым проводом» нагрузка симметричная, то фазные токи основной частоты и все высшие гармоники, за исключением гармоник порядка, кратного трем, образуют системы прямой и обратной последовательности и в сумме дают ноль. Гармоники порядка, кратного трем, образуют систему нулевой последовательности, то есть имеют в любой момент времени одинаковые значения и направления. Поэтому ток в нулевом проводе, который определяется, как сумма фазных токов, будет равен утроенной сумме токов высших гармоник нулевой последовательности, то есть гармоник, кратных трем:

$$I_0 = \sqrt{I_{0(3)}^2 + I_{0(6)}^2 + I_{0(9)}^2 + \dots} = 3\sqrt{I_{\phi(3)}^2 + I_{\phi(6)}^2 + I_{\phi(9)}^2 + \dots},$$

где ток нулевого провода гармоники, кратной трем:

$$I_{0(3n)} = \frac{3U_{\phi(3n)}}{Z_{\text{н}(3n)}} = 3I_{\phi(3n)}.$$

При соединении фаз генератора и симметричной нагрузки «звездой» и отсутствии нейтрального провода токи в каждой из фаз не могут содержать высших гармоник порядка, кратного трем, так как в такой схеме сумма токов в любой момент времени должна равняться нулю, что невозможно при

наличии высших гармоник порядка, кратного трем. Поэтому в приемнике нет напряжений от токов нулевой последовательности, но между нейтральными точками генератора и симметричной нагрузки может появиться значительное напряжение смещения нейтрали, содержащее только гармоники, кратные трем

$$U_{0'0} = \sqrt{U_{0'0(3)}^2 + U_{0'0(6)}^2 + U_{0'0(9)}^2 + \dots + U_{0'0(3n)}^2}.$$

где напряжение смещения нейтрали гармоники, кратной трем

$$U_{0'0(3n)} = \frac{3E_{\phi(3n)} / z_{н(3n)}}{3 / z_{н(3n)}} = E_{\phi(3n)}.$$

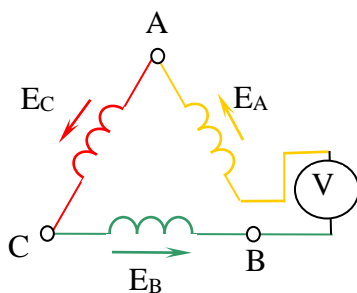


Рис. 2.4

Если фазы генератора соединены «треугольником», то при не-синусоидальных ЭДС в фазах сумма линейных напряжений, действующих в замкнутом контуре генератора, не равна нулю, как при синусоидальных ЭДС, а равна утроенной сумме высших гармоник порядка, кратного трем. Если соединить обмотки трехфазного генератора в открытый «треуголь-

ник» (рис. 2.4), то вольтметр, присоединенный к точкам разрыва измерит напряжение

$$U_V = 3\sqrt{U_{л(3)}^2 + U_{л(6)}^2 + U_{л(9)}^2 + \dots}.$$

При соединении фаз генератора по схеме «треугольник» даже при отсутствии внешней нагрузки по фазам генератора протекают токи гармоник порядка, кратного трем:

$$I_T = \sqrt{I_{(3)}^2 + I_{(6)}^2 + I_{(9)}^2 + \dots + I_{(3n)}^2 + \dots},$$

где ток гармоники, кратной трем, определяется

$$I_{(3n)} = \frac{3E_{\phi(3n)}}{z_{\phi(3n)}},$$

$Z_{\phi(3n)}$  - сопротивление фазы генератора.

В линейном напряжении кратные трем гармоники отсутствуют. Так как составляющая фазной ЭДС, содержащая гармоники кратные трем, компенсируется падением напряжения на внутреннем сопротивлении фазы генератора. Фазное напряжение в данном случае равно линейному. Поэтому во внешней цепи, подключенной к генератору, фазы которого соединены по схеме «треугольник», токи не содержат гармоник порядка, кратного трем. Поэтому для генератора линейный ток во внешней цепи меньше чем  $\sqrt{3}I_{\phi}$ .

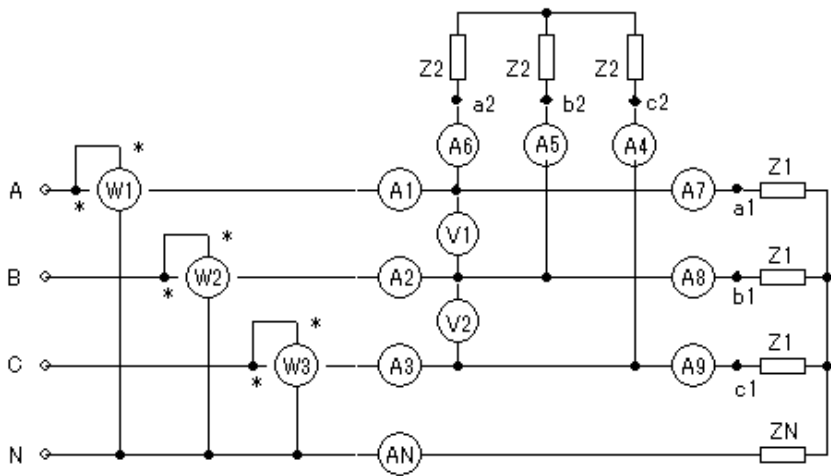
### **3. КУРСОВАЯ РАБОТА АНАЛИЗ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ВЫСШИХ ГАРМОНИК**

На рис. 3.1 приведены схемы трехфазных цепей. В каждой из них имеется трехфазный источник – симметричный трехфазный трансформатор, фазы вторичной обмотки которого соединены звездой. ЭДС обмоток трансформатора несинусоидальные, их осциллограммы приведены на рис. 3.2, там же представлено разложение в ряд Фурье фазных ЭДС. Индуктивность обмотки трансформатора для нулевой последовательности фаз  $L_0 = 1,59$  мГн.

Ко вторичной обмотке трансформатора подключена нагрузка - два трехфазных приемника, схемы соединения фаз которых показаны на рис. 3.1. Параметры фаз приемников, несимметричный режим работы заданы в таблице согласно варианту. Номер варианта соответствует номеру студента в списке группы.

Сопротивление нейтрали  $Z_N$  во всех вариантах принять равным  $Z_2$ .

1



2

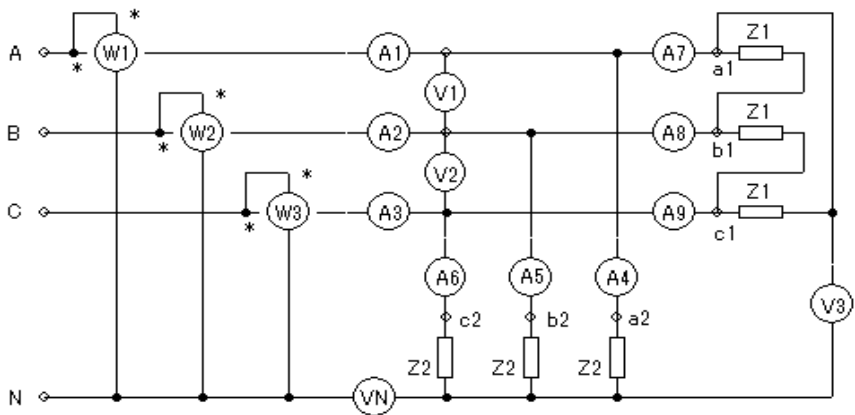
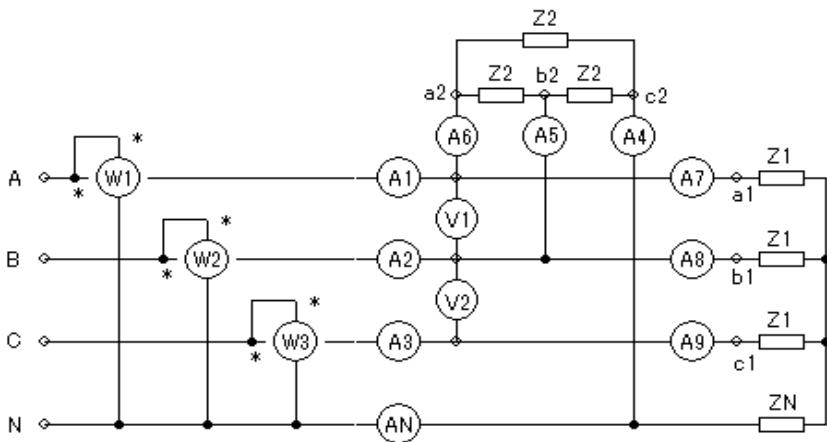


Рис. 3.1

3



4

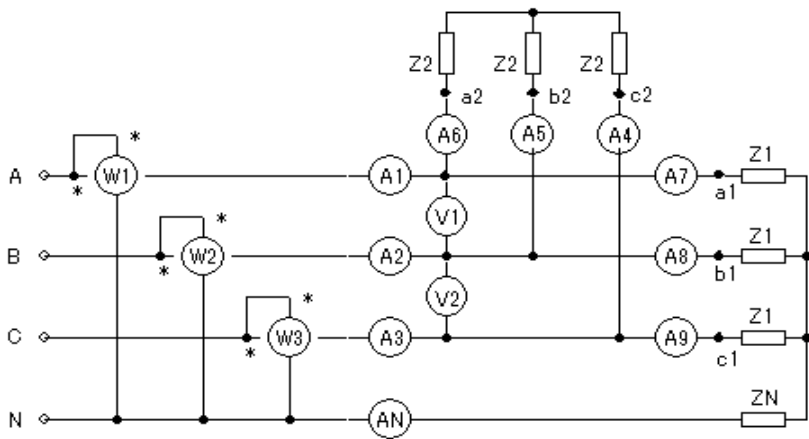
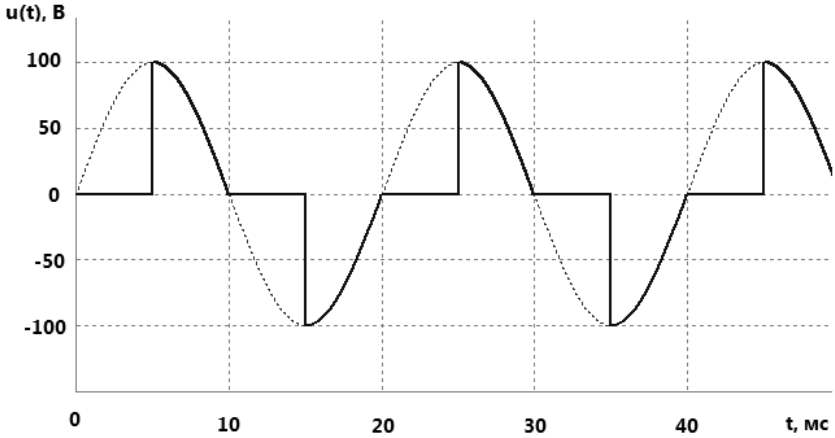


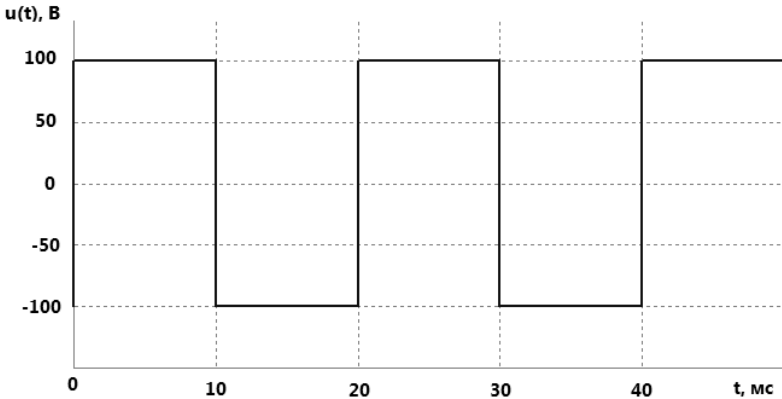
Рис. 3.1 (окончание)

1



$$e(t) = -31.8\cos(\omega t) + 50\sin(\omega t) + 31.8\cos(3\omega t) - 10.6\cos(5\omega t), \text{ В.}$$

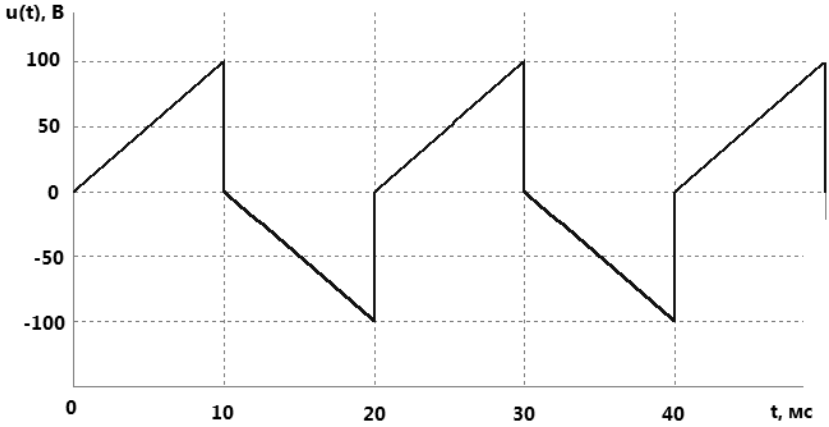
2



$$e(t) = 127.32\sin(\omega t) + 42.44\sin(3\omega t) + 25.47\sin(5\omega t), \text{ В.}$$

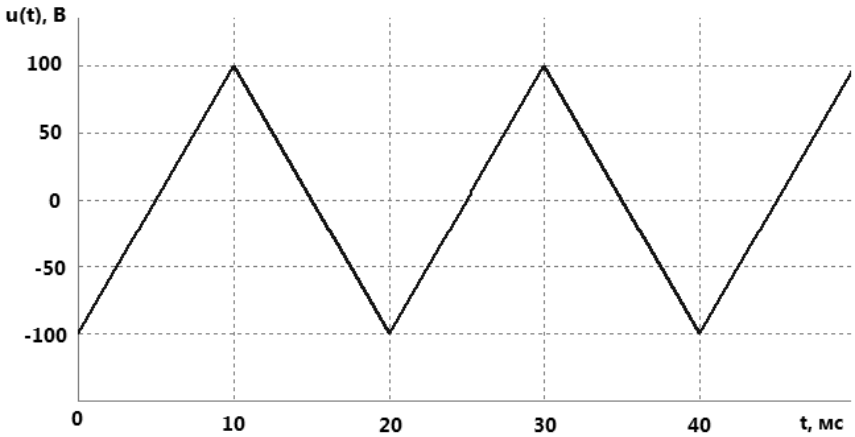
Рис. 3.2. Осциллограммы фазного напряжения трансформатора и соответствующие им ряды Фурье

3



$$e(t) = -40.53\cos(\omega t) + 63.66\sin(\omega t) - 4.5\cos(3\omega t) + 21.22\sin(3\omega t) - 1.62\cos(5\omega t) + 12.73\sin(5\omega t), \text{ В.}$$

4

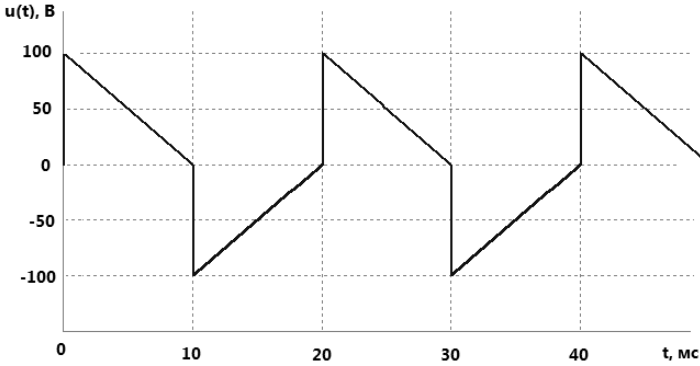


$$e(t) = -81.06\cos(\omega t) - 9.01\cos(3\omega t) - 3.24\cos(5\omega t), \text{ В.}$$

Рис. 3.2. Осциллограммы фазного напряжения трансформатора и соответствующие им ряды Фурье (продолжение)

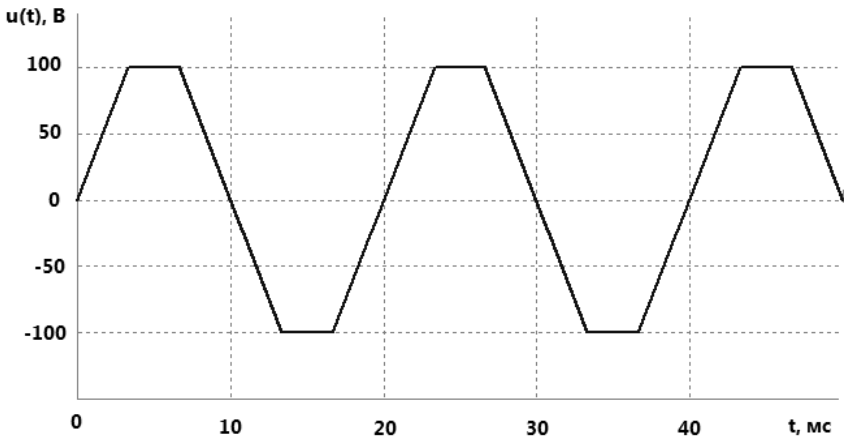


5



$$e(t) = 40.53\cos(\omega t) + 63.66\sin(\omega t) + 4.5\cos(3\omega t) + 21.22\sin(3\omega t) + 1.62\cos(5\omega t) + 12.73\sin(5\omega t), \text{ В.}$$

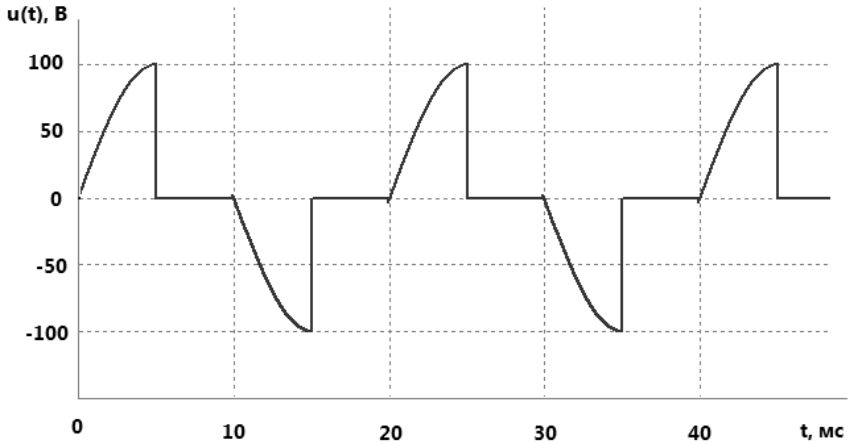
6



$$e(t) = 105.3\sin(\omega t) + 1.83\sin(3\omega t) - 4.21\sin(5\omega t), \text{ В.}$$

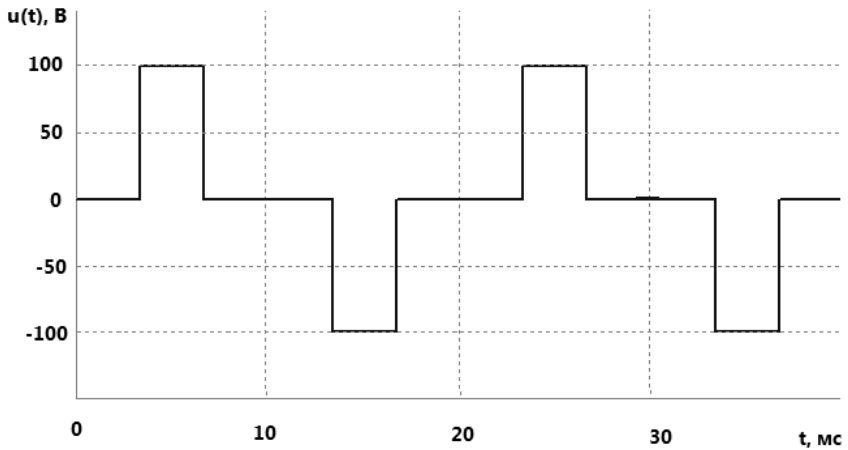
Рис. 3.2. Осциллограммы фазного напряжения трансформатора и соответствующие им ряды Фурье (продолжение)

7



$$e(t) = 31.8\cos(\omega t) + 50\sin(\omega t) - 31.8\cos(3\omega t) + 10.6\cos(5\omega t), \text{ В.}$$

8



$$e(t) = 63.66\sin(\omega t) - 42.44\sin(3\omega t) + 12.73\sin(5\omega t), \text{ В.}$$

Рис. 3.2. Осциллограммы фазного напряжения трансформатора и соответствующие им ряды Фурье (окончание)

№ варианта	№ схемы на рис. 3.1	№ осциллограммы на рис. 3.2	Параметры приемника $Z_1$ на первой гармонике			Параметры приемника $Z_2$ на первой гармонике			Причина несимметрии
			$R_1$ , Ом	$X_{L1}$ , Ом	$X_{C1}$ , Ом	$R_2$ , Ом	$X_{L2}$ , Ом	$X_{C2}$ , Ом	
<b>Первая группа</b>									
1	1	1	5	6	-	2	-	7	обрыв c1
2	2	2	6	-	4	-	7	5	$Z_{c1}=\infty$
3	3	3	4	-	6	-	3	6	обрыв c1
4	4	4	-	3	4	5	3	-	$Z_{c1}=\infty$
5	1	5	6	-	-	4	2	7	$Z_{b1}=\infty$
6	2	6	-	3	8	2	-	2	обрыв c2
7	3	7	6	-	8	6	5	-	обрыв b2
8	4	8	-	11	-	4	-	5	$Z_{b2}=0$
9	1	2	4	1	5	-	-	7	-
10	2	3	5	-	3	-	7	5	$Z_{b2}=0$
11	3	4	4	-	4	-	3	6	обрыв c1
12	4	5	-	1	4	5	3	-	$Z_{c1}=\infty$
13	1	6	6	-	-	4	4	7	$Z_{b1}=\infty$
14	2	7	-	4	7	2	-	2	обрыв b2
15	3	8	8	-	8	6	6	-	обрыв b2
16	4	1	10	10	-	20	-	20	$Z_{a2}=0$
17	1	3	2	-	2	-	3	-	$Z_{b2}=0$
18	2	4	-	-	10	10	5	-	$Z_{b2}=\infty$
19	3	5	-	8	-	5	-	8	обрыв b1
20	4	6	5	10	-	-	-	7	$Z_{a1}=0$
21	1	7	-	5	10	2	-	8	обрыв c1
22	2	8	2	3	8	6	-	-	$Z_{c2}=\infty$
23	3	1	-	12	-	5	-	5	$Z_{b2}=0$
24	4	2	4	4	5	-	-	8	-
25	1	8	2	-	6	4	1	5	обрыв a1

Продолжение таблицы

№ ва-ри-ан-та	№ схемы на рис. 3.1	№ ос-цил-ло-грам-мы на рис. 3.2	Параметры приемника $Z_1$ на первой гармонике			Параметры приемника $Z_2$ на первой гармонике			Причина несимме-трии
			$R_1$ , Ом	$X_{L1}$ , Ом	$X_{C1}$ , Ом	$R_2$ , Ом	$X_{L2}$ , Ом	$X_{C2}$ , Ом	
<b>Вторая группа</b>									
1	2	3	2	2	-	-	-	3	$Z_{b2}=0$
2	3	4	-	10	-	10	-	5	$Z_{b2}=\infty$
3	4	5	-	-	8	5	8	-	обрыв b1
4	1	6	5	-	10	-	7	-	$Z_{a1}=0$
5	2	7	-	10	5	2	8	-	обрыв c1
6	3	8	2	8	3	6	-	-	$Z_{c2}=\infty$
7	4	1	-	-	12	5	5	-	$Z_{b2}=0$
8	1	2	4	5	4	-	8	-	-
9	2	3	2	6	-	4	5	1	обрыв a1
10	3	4	3	-	4	4	6	-	-
11	4	5	-	-	7	2	5	-	обрыв a1
12	1	7	3	5	-	2	6	-	обрыв b1
13	2	8	4	4	-	3	6	-	обрыв c1
14	3	1	5	-	1	3	-	5	-
15	4	2	-	6	-	4	7	4	-
16	1	3	7	-	4	-	2	2	обрыв b2
17	2	4	8	8	-	6	-	6	обрыв b2
18	3	5	-	10	10	-	20	20	$Z_{a1}=0$
19	4	6	4	4	5	5	-	-	обрыв c2
20	1	8	3	3	-	5	-	5	обрыв b2
21	2	1	-	5	6	-	7	2	обрыв c1
22	3	2	4	6	-	7	5	-	$Z_{c1}=\infty$
23	4	3	6	4	-	3	6	-	обрыв c1
24	1	4	4	-	3	3	-	5	$Z_{c1}=\infty$
25	2	5	-	6	-	2	7	4	$Z_{b1}=\infty$

Продолжение таблицы

№ ва-ри-ан-та	№ схемы на рис. 3.1	№ ос-цил-ло-грам-мы на рис. 3.2	Параметры приемника $Z_1$ на первой гармонике			Параметры приемника $Z_2$ на первой гармонике			Причина несимме-трии
			$R_1$ , Ом	$X_{L1}$ , Ом	$X_{C1}$ , Ом	$R_2$ , Ом	$X_{L2}$ , Ом	$X_{C2}$ , Ом	
<b>Третья группа</b>									
1	3	5	5	3	-	-	6	2	обрыв b1
2	4	6	4	4	-	-	6	3	обрыв c1
3	1	7	-	5	1	5	-	3	-
4	2	8	6	-	-	4	7	4	-
5	3	1	-	7	4	2	2	-	обрыв b2
6	4	2	8	8	-	6	-	6	обрыв b2
7	1	3	10	-	10	20	20	-	$Z_{a1}=0$
8	2	4	4	4	5	-	-	5	обрыв c2
9	3	5	3	3	-	5	-	5	обрыв b2
10	4	6	5	-	6	2	7	-	обрыв c1
11	1	8	6	4	-	-	5	7	$Z_{c1}=\infty$
12	2	1	4	6	-	-	6	3	обрыв c1
13	3	2	-	4	3	5	-	3	$Z_{c1}=\infty$
14	4	3	6	-	-	4	7	2	$Z_{b1}=\infty$
15	1	4	-	8	3	2	2	-	обрыв c2
16	2	5	6	8	-	6	-	5	обрыв b2
17	3	6	-	-	11	4	5	-	$Z_{b2}=0$
18	4	7	4	5	1	-	7	-	-
19	1	1	5	3	-	-	5	7	$Z_{b2}=0$
20	2	2	4	4	-	-	6	3	обрыв c1
21	3	3	-	4	1	5	-	3	$Z_{c1}=\infty$
22	4	4	6	-	-	4	7	4	$Z_{b1}=\infty$
23	1	5	-	7	4	2	2	-	обрыв b2
24	2	7	8	8	-	6	-	6	обрыв b2
25	3	8	10	-	10	20	20	-	$Z_{a2}=0$

### 3.1. ЗАДАНИЕ

1. Записать мгновенные значения ЭДС фаз В и С ( $e_B$  и  $e_C$ ). Построить временные диаграммы фазных ЭДС в трех координатных плоскостях.

2. Рассчитать комплексные действующие значения токов во всех фазах нагрузки и записать их мгновенные значения.

3. Определить показания измерительных приборов, подключенных к трехфазной цепи.

4. Построить топографическую диаграмму, совмещенную с векторной диаграммой токов для каждой гармоники.

5. Вычислить активную, реактивную и полную мощности трехфазной цепи.

### 3.2. УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

В таблице задания распределены на три группы: варианты первой группы предназначены для студентов направленности «Электропривод и автоматика», второй группы - «Электромеханика», третьей группы - «Электроснабжение». Номер варианта соответствует порядковому номеру студента в списке группы.

\* Прежде чем приступить к расчетам, необходимо ряд Фурье заданной осциллограммы переписать таким образом, чтобы в нем не было косинусов и знаков «минус».

\* При построении временных диаграмм фазных ЭДС графики располагают так, чтобы их начала координат находились на одной вертикали, точно одно под другим. На каждой временной диаграмме необходимо показать как результирующую кривую, так и синусоиды гармонических составляющих ЭДС.

\* При составлении схем замещения расчетной цепи для прямой, нулевой и обратной последовательностей необходимо учесть следующее:

- индуктивностью обмотки трансформатора для прямой и обратной последовательностей можно пренебречь, активное сопротивление обмотки можно не учитывать, но не следует забывать об индуктивности обмотки трансформатора для нулевой последовательности фаз;

- сопротивления проводников равны нулю, поэтому проводник соединяет точки с одинаковым потенциалом;

- обмотки амперметров и токовые обмотки ваттметров имеют бесконечно малые сопротивления;

- внутреннее сопротивление вольтметра и сопротивление обмотки напряжения ваттметра обладают бесконечно большим сопротивлением.

\* При работе с таблицей следует обратить внимание на то, что:

- приемники будут иметь параметры  $Z_1$  и  $Z_2$  при работе цепи под действием ЭДС первой гармоники, т.е. прямой последовательности. Следует учесть, что с ростом порядкового номера гармоники индуктивные сопротивления возрастают в  $k$  раз, а емкостные – соответственно в  $k$  раз уменьшаются.

- Если в таблице вместо сопротивления элемента стоит прочерк, это означает отсутствие элемента в схеме.

В последней колонке таблицы:

- прочерк указывает на симметричную нагрузку трансформатора;

- запись «обрыв  $a_1$ » означает обрыв провода в точке  $a_1$  схемы рис. 3.1;

- обозначение  $Z_{c1}=\infty$  и  $Z_{c1}=0$  соответствуют обрыву или короткому замыканию фазы «с» первого приемника соответственно.

\* При расчете трехфазной электрической цепи при несимметричной системе приложенных напряжений рекомендуется:

- оперировать с комплексными действующими значениями;

- придерживаться следующего алгоритма расчета:

а) несимметричную систему ЭДС разлагают на симметричные составляющие;

б) проводят расчет для схемы прямого, обратного и нулевого следования фаз при симметричной системе ЭДС прямой, обратной и нулевой последовательностей соответственно;

в) по полученным симметричным составляющим токов на основании принципа наложения находят искомые токи, алгебраически суммируя мгновенные значения всех гармонических составляющих.

\*\* При расчете токов прямой и обратной последовательностей сначала необходимо определить токи в фазах нагрузки, затем - токи в линейных проводах, соединяющих приемник с трехфазной сетью. Токи в линейных проводах сети можно вычислить по первому закону Кирхгофа.

\*\* При расчете токов нулевой последовательности следует учесть:

- индуктивности обмоток трансформатора;

- при наличии сопротивлений фаз трансформатора  $Z_{\text{фг}}$  (рис. 3.3) потенциалы точек А, В и С будут отличаться от ЭДС фаз трансформатора на величину падения напряжения на внутренних сопротивлениях фаз источника;

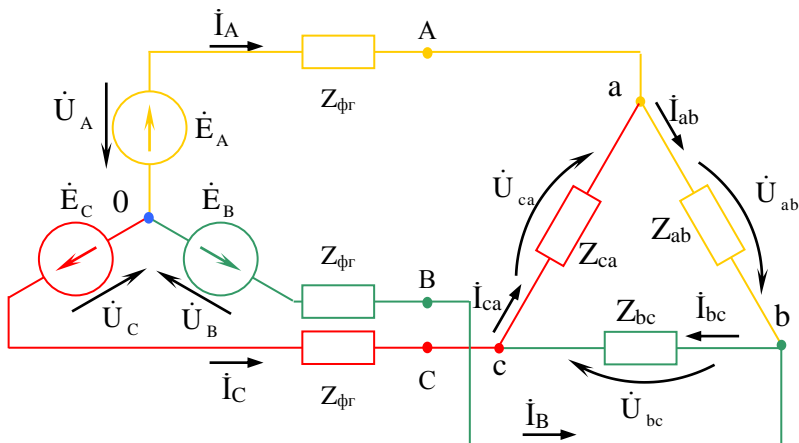


Рис. 3.3



- при наличии сопротивлений фаз трансформатора и нагрузки, фазы которой соединены по схеме «треугольник», как показано на схеме рис. 3.3, расчет токов методом эквивалентных преобразований возможен после эквивалентной замены соединения фаз нагрузки «треугольником» на соединение «звездой» (рис. 3.4).

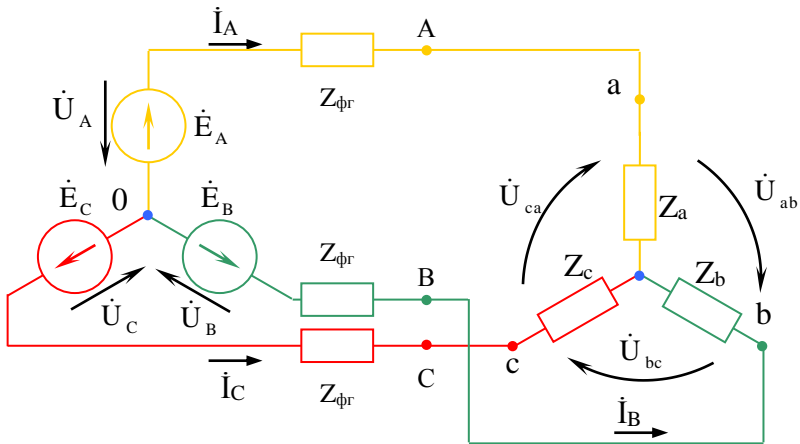


Рис. 3.4

Формулы для определения *сопротивлений лучей звезды* через сопротивления сторон треугольника имеют вид:

$$Z_a = \frac{Z_{ab}Z_{ca}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}},$$

$$Z_b = \frac{Z_{ab}Z_{bc}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}},$$

$$Z_c = \frac{Z_{bc}Z_{ca}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}}.$$

В этом случае эквивалентное сопротивление фазы трехфазной цепи будет складываться из сопротивления фазы

трансформатора  $Z_{фг}$  и сопротивления фазы нагрузки, соединенной по схеме «звезда».

При использовании других методов расчета преобразование не требуется.

\* При построении векторных диаграмм необходимо использовать один и тот же масштаб для прямого, обратного и нулевого чередования фаз.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данное учебное пособие направлено на самостоятельное выполнение студентами курсовой работы по дисциплине «Теоретические основы электротехники», предусмотренной учебным планом.

В учебном пособии приведены достаточно подробные теоретические сведения по разделам «Трёхфазные цепи», «Периодические несинусоидальные токи в линейных электрических цепях» дисциплины «Теоретические основы электротехники».

Учебное пособие содержит задания на выполнение курсовой работы, примеры решения типовых задач по рассмотренным разделам дисциплины, а также рекомендации по выполнению курсовой работы.

Составления уравнений, построения векторных диаграмм сопровождаются подробными пояснениями, что позволит получить студентам навыки самостоятельной обработки и анализа результатов расчета, способствующие более глубокому изучению материала по дисциплине «Теоретические основы электротехники».

Знание электрических схем трёхфазных цепей и особенностей процессов, происходящих в них при несинусоидальных воздействиях, умение рассчитывать различные симметричные и несимметричные режимы работы трёхфазных цепей позволяют более успешно освоить материалы специальных дисциплин, изучаемых студентами при подготовке по направлению «Электроэнергетика и электротехника», направленностей «Электропривод и автоматика», «Электромеханика», «Электроснабжение».

Пособие может быть использовано студентами направления подготовки «Электроэнергетика и электротехника заочной формы обучения».

**ПРИЛОЖЕНИЕ**  
**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ**  
**РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

ФГБОУ ВО  
«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра электропривода, автоматике и управления  
в технических системах

Дисциплина «Теоретические основы электротехники»

**КУРСОВАЯ РАБОТА**

на тему «**Анализ режимов работы трехфазных цепей  
с учетом влияния высших гармоник**»

Вариант № \_\_\_\_\_

Выполнил студент группы \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ фамилия, инициалы

Принял: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ должность преподавателя \_\_\_\_\_ фамилия, инициалы

Курсовая работа защищена « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ подпись

Оценка \_\_\_\_\_

Воронеж 20 \_\_\_\_  
83

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи [Текст] : учебник для бакалавров / Л. А. Бессонов. - М. : Юрайт, 2012. - 701 с.
2. Зевеке, Г.В. Основы теории цепей [Текст] / Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. - М.: Энергоатомиздат, 1989. - 528 с.
3. Поливанов, К.М. Теоретические основы электротехники [Текст] / К.М. Поливанов. - М.: Энергия, 1972. - 239 с.
4. Атабеков, Г.И. Теоретические основы электротехники [Текст] / Г.И. Атабеков. - М.: Энергия, 1978. - 245 с.
5. Шебес, М.Р. Задачник по теории линейных электрических цепей [Текст] / М.Р. Шебес, М.В. Каблукова. - М.: Высшая школа, 1990. - 485 с.
6. Задачник по теоретическим основам электротехники (теория цепей) [Текст] / Под ред. К.М. Поливанова. – М.: Энергия, 1973. - 304 с.
7. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники : учеб. пособие для вузов [Текст] / П.А. Ионкин и др.; под ред. П.А. Ионкина. - М.: Энергоиздат, 1982. - 768 с.
8. Сборник задач по теоретическим основам электротехники: учеб. пособие для энерг. и приборостроит. спец. вузов [Текст] / Л.А. Бессонов и др.; под ред. Л.А. Бессонова. – 4-е изд., перераб. - М.: Высшая школа, 2000. - 528 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ	5
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ	8
1. ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ	8
1.1. Устройство и принцип действия трехфазного генератора	8
1.2. Понятие о трехфазной симметричной системы ЭДС	10
1.3. Преимущества трехфазных цепей	11
1.4. Применение трехфазной симметричной системы токов для создания вращающегося магнитного поля	12
1.5. Схемы соединения фаз трехфазного генератора	16
1.5.1. Соединение фаз трехфазного генератора по схеме «звезда»	16
1.5.2. Соединение фаз трехфазного генератора по схеме «треугольник»	18
1.6. Анализ трехфазных цепей при различных схемах соединения фаз источника и приемника	19
1.6.1. Соединение фаз трехфазного генератора и нагрузки по схеме «звезда-звезда»	20
1.6.2. Соединение фаз трехфазного генератора и нагрузки по схеме «звезда-треугольник»	31
1.7. Расчет мощностей в трехфазных цепях	38
1.8. Измерение активной мощности в трехфазных цепях	40
1.9. Метод симметричных составляющих	43
2. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ ТОКАХ	49
2.1. Причины возникновения несинусоидальных токов и напряжений	49
2.2. Негативное влияние несинусоидальных токов на работу нагрузки и сети	52
2.3. Способы представления периодических несинусоидальных электрических величин	54

2.4. Действующее значения несинусоидальных электрических величин	56
2.5. Расчет электрических цепей при несинусоидальных токах и напряжениях	58
2.6. Измерение несинусоидальных периодических токов и напряжений	61
2.7. Активная, реактивная и полная мощности	62
2.8. Особенности расчета трехфазных цепей при питании от несинусоидальных источников питания	63
2.8.1. Высшие гармоники в трехфазных цепях	63
2.8.2. Особенности работы трехфазных систем, вызываемые гармониками, кратными трем	64
3. КУРСОВАЯ РАБОТА «Анализ режимов работы трехфазных цепей с учетом влияния высших гармоник»	67
3.1. Задание	77
3.2. Указания к выполнению курсовой работы	77
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	82
ПРИЛОЖЕНИЕ	83
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	84

Учебное издание

Попова Татьяна Владимировна  
Ген Жанна Александровна  
Киселёва Ольга Алексеевна

АНАЛИЗ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ  
С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ВЫСШИХ ГАРМОНИК:  
РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ  
КУРСОВОЙ РАБОТЫ

В авторской редакции

Компьютерная верстка Ж.А. Ген

Подписано к изданию 13.12.2017.  
Объем данных 2,0 Мб

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический  
университет»

394026 Воронеж, Московский просп., 14