А. В. Володько, С. М. Федоров, Ю. Г. Пастернак, И. А. Черноиваненко

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Лабораторный практикум



Воронеж 2021

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный технический университет»

А. В. Володько, С. М. Федоров, Ю. Г. Пастернак, И. А. Черноиваненко

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Лабораторный практикум

Воронеж 2021

Рецензенты:

кафедра основ радиотехники и электроники Воронежского института ФСИН России (начальник кафедры, канд. техн. наук, доц. Р. Н. Андреев); кафедра информационной безопасности и систем связи Международного института компьютерных технологий (г. Воронеж) (зав. кафедрой канд. техн. наук, доц. О. С. Хорпяков)

Володько, А. В.

Электродинамика и распространение радиоволн: лабораторный практикум [Электронный ресурс]. – Электрон. текстовые и граф. данные (2,8 Мб) / А. В. Володько, С. М. Федоров, Ю. Г. Пастернак, И. А. Черноиваненко. – Воронеж: ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», 2021. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – Систем. требования: ПК 500 и выше; 256 Мб ОЗУ; Windows XP; SVGA с разрешением 1024х768; Adobe Acrobat; CD-ROM дисковод; мышь. – Загл. с экрана.

ISBN 978-5-7731-0959-4

Лабораторный практикум содержит материалы и задания для проведения лабораторных занятий по дисциплине «Электродинамика и распространение радиоволн». В работе излагаются основные теоретические сведения о принципах распространения радиоволн в радиотехнических системах, приводится описание используемых лабораторных установок, методические указания и рекомендации по выполнению лабораторных работ.

Издание предназначено для студентов специальности 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы» (специализация «Радиоэлектронные системы передачи информации»).

Ил. 25. Табл. 6. Библиогр.: 6 назв.

УДК 537.86(075.8) ББК 22.313я73

Издается по решению редакционно-издательского совета Воронежского государственного технического университета

ISBN 978-5-7731-0959-4

 © Володько А. В., Федоров С. М., Пастернак Ю. Г., Черноиваненко И. А., 2021
 © ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», 2021

введение

Электродинамика является наиболее успешной теорией поля в теоретической физике, и она послужила моделью для всех последующих разработок.

Поскольку радиосвязь осуществляется посредством электромагнитных волн, проходящих через атмосферу Земли, важно понять природу этих волн и их поведение в среде распространения. Большинство антенн будут эффективно излучать энергию, приложенную к ним, но ни одна антенна не может делать все одинаково хорошо при любых обстоятельствах.

Цель учебного издания – подготовить студентов к пониманию теоретических и практических вопросов по основным разделам дисциплины «Электродинамика и распространение радиоволн».

Для правильного выполнения лабораторных работ студенту необходимо изучить теоретический материал, изложенный на лекционных занятиях и в рекомендованной учебной литературе, а затем рассмотреть материал данного учебного издания.

В учебном издании представлено 7 лабораторных работ по исследованию взаимодействия плоской электромагнитной волны с границей раздела диэлектриков, дифракции плоских электромагнитных волн с Е- и Н-поляризацией на отражательной идеально проводящей двухпазовой гребенке, интерференции волн, излучаемых линейной системой элементарных источников, свойств волноводов и волноводных переходов, распространения радиоволн миллиметрового диапазона в атмосфере Земли.

Каждая лабораторная работа содержит краткие теоретические сведения, домашнее и лабораторное задания, методические указания по их выполнению, требования к отчету, а также список контрольных вопросов к этим заданиям.

По всем работам необходимо подготовить отчеты, содержащие цель работы, кратко описанное теоретическое содержание изучаемого явления, исходные данные для расчета, результаты расчетов, выполненных в ходе лабораторного исследования и краткие выводы по результатам работы.

Авторы постарались выдержать краткость и доступность изложения основных теоретических сведений и лабораторных практикумов, которые необходимы для успешного освоения дисциплины и получения студентами практических умений при изучении электродинамики и распространения радиоволн.

Все представленные в издании иллюстрации являются авторскими.

1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1 ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ С ГРАНИЦЕЙ РАЗДЕЛА ДИЭЛЕКТРИКОВ

Цель работы:

1. Исследование направления распространения отраженной и преломленной на границе сред волн и установление связи их амплитуд и фаз с амплитудой и фазой падающей волны, а также с комплексной диэлектрической и магнитной проницаемостями обеих сред.

2. Изучение теории вопроса с помощью конспекта лекций и методического руководства, а также последующая опытная проверка законов Снелля и Френеля.

1.1. Краткие теоретические сведения

Физическая модель задачи

Согласно теории Максвелла электромагнитная волна в среде представляет собой процесс взаимного и последовательного возбуждения вихрей электрического и магнитного полей, при котором силовые линии комплексных векторов \vec{E} и \vec{H} образуют замкнутые кольца, связанные (сцепленные) друг с другом подобно звеньям в цепи. По аналогии с последней, звенья магнитных вихрей располагаются в одной плоскости, а звенья электрических, связывающие соседние магнитные вихри, в ортогональной плоскости. Если электромагнитная волна (ЭМВ) плоская, тогда вихри одной природы (электрической или магнитной) имеют одинаковую фазу и интенсивность на некоторой плоской поверхности, которую называют фронтом волны. Цепочка звеньев электрических и магнитных вихрей ориентирована строго перпендикулярно к фронту и направлена в сторону (вперед или назад от плоскости фронта), указываемую вектором Пойнтинга. Сказанное выше составляет основу вихревой физической модели движения ЭМВ в пространстве.

В безграничной среде с конкретными значениями диэлектрической ($\dot{\epsilon}_{a1}$) и магнитной ($\dot{\mu}_{a1}$) проницаемостей цепочка вихрей развивается с конечной скоростью (это и есть скорость распространения волны), а между самими вихрями электрическими и магнитными устанавливается определенный связанный со свойствами среды сдвиг фаз и соотношение интенсивностей. То же самое относится к магнитной и электрической компонентам волны, то есть к векторам \vec{H} и \vec{E} . Рассмотрим теперь другую модель развития в среде явления, называемого плоской электромагнитной волной.

В процессе распространения ЭМВ её электрическое и магнитное поле возбуждает в такт со своей частотой колебания свободных и связанных электронов среды. Каждый колеблющийся электрон подобно электрическому диполю излучает собственные сферические волны, во все стороны, кроме направления колебания. С учетом согласованного коллективного движения общее излучение всех электронов формируется в результате интерференции волн, порождаемых каждым электроном, и в итоге приобретает характер электромагнитной волны с плоским фронтом. Распространение плоской ЭМВ в среде можно теперь представить как чередование процессов возбуждения колебаний ближайших волной синхронных гармонических К фронту электронов, рождения вторичных синфазных сферических волн индивидуально каждым электроном, их суперпозиции и формирование ЭМВ с плоским фронтом, подвинутым вперед на небольшое расстояние; вновь гармоническая раскачка электронов в очередном слое среды, переизлучение ими сферических волн и т.д. В описанном процессе и плоской ЭМВ остаются неизменными частота, поляризация, геометрическая конфигурация фронта и направление распространения. Переходя через границу раздела в другую среду, с отличными от первой параметрами $\dot{\epsilon}_{a2}$ и $\dot{\mu}_{a2}$ волна и в ней также стимулирует колебательное движение электронов, которое, сохраняя частоту, отличается, однако, от колебаний в первой среде фазой и амплитудой. Рассогласованные по фазе и не равные по амплитуде колебания слоев электронов прилегающих к границе раздела со стороны каждой среды, порождает дополнительные плоские волны. Эти волны расходятся от поверхности раздела. Одна из них возвращается в первую среду, и её называют отражённой. Другая углубляется во вторую среду и известна, как преломленная (или прошедшая) волна.

Математическая модель задачи

Опишем изложенную выше модель перехода плоской ЭМВ из одной среды в другую на языке математики. Для определенности остановимся на конкретном случае: падающая волна поляризована горизонтально. С учетом вышеописанной физической картины на рис. 1.1 схематично изображены векторы полей падающей, отраженной и преломленной волн.

Заметим, что на рис. 1.1 точно известны лишь направление распространения падающей волны (угол $\theta_{\text{пад}}$), а также ориентация и значения (модуль и фаза) комплексных векторов $\vec{E}_{\text{пад}}^{(r)}$ и $\vec{H}_{\text{пад}}^{(r)}$. Остальные величины (углы $\theta_{\text{отр}}$, $\theta_{\text{прел}}$, векторы $\vec{E}_{\text{отр}}^{(r)}$, $\vec{H}_{\text{отр}}^{(r)}$, $\vec{E}_{\text{прел}}^{(r)}$, $\vec{H}_{\text{прел}}^{(r)}$) подлежат определению после составления математической модели и её анализа.



Рис. 1.1. Векторы полей падающей, отраженной и преломленной волн

Итак, пусть плоская ЭМВ с горизонтальной поляризацией наклонно (под углом $\theta_{\text{пад}}$) падает на поверхность, служащую границей раздела двух изотропных однородных, линейных сред. Свойства сред описываются параметрами $\dot{\varepsilon}_{a1}$, $\dot{\mu}_{a1}$ и $\dot{\varepsilon}_{a2}$, $\dot{\mu}_{a2}$. Комплексный характер проницаемости означает, что модель учитывает наличие в средах потерь электрической и магнитной природы. Запишем общее выражение для падающей волны:

$$\overrightarrow{\dot{E}_{na\partial}^{(2)}} = -\overrightarrow{x_0} \dot{E}_{m_{na\partial}} e^{i\omega t} e^{-ik_1(zsin\theta_{na\partial} + ycos\theta_{na\partial})}, \qquad (1.1, a)$$

$$\vec{H}_{\Pi a d}^{(\Gamma)} = (\vec{z_0} \cos \theta_{\Pi a d} - \vec{y_0} \sin \theta_{\Pi a d}) \dot{H}_{m_{\Pi a d}} e^{i\omega t} e^{-ik_1 (z \sin \theta_{\Pi a d} + y \cos \theta_{\Pi a d})}, \quad (1.1, 6)$$

Рассмотрим формулу (1.1, а). $\vec{x_0}$ показывает, что вектор $\vec{E}_{nad}^{(r)}$ параллелен оси ОХ и, следовательно, линейно поляризован. $\vec{E}_{m_{nad}}$ – комплексная амплитуда электрического поля. Индекс "г" указывает на горизонтальную поляризацию волны. Две экспоненты свидетельствуют о том, что мы имеем дело с плоской волной. Первая экспонента указывает на гармонический (с частотой ω) закон изменения волны во времени. Вторая показывает, в каком направлении движения фронт-волны (в этом направлении ориентирован вектор Пойнтинга $\vec{\Pi}_{nad}^{(r)}$). То, что падающая волна распространяется в первой среде, учтено волновым числом k_1 в показателе степени второй экспоненты. Аналогично расшифровывается формула (1.1, б) с учетом ориентации вектора $\vec{H}_{nad}^{(r)}$. В безграничной среде комплексные амплитуды электрической и магнитной компоненты плоской волны связаны волновым сопротивлением $\dot{W} = \sqrt{\mu_a/\dot{\epsilon}_a}$:

$$\dot{E}_{m_{\text{пад}}} = \dot{H}_{m_{\text{пад}}} \cdot \dot{W}_{1}, \tag{1.2}$$

Поэтому, так как по условию задачи известны параметры среды, для решения достаточно знать либо $\dot{E}_{m_{\rm пад}}$, либо $\dot{H}_{m_{\rm пад}}$.

Прежде, чем математически записать выражения для отраженной и преломленной волн, отметим некоторые очевидные свойства этих волн. Первое свойство: частота отраженной и преломленной волн не отличается от частоты падающей волны (т.к. вторичные волны порождаются электронами сред, колеблющимся с частотой, точно равной частоте падающей волны).

Второе свойство: векторы $\overline{\dot{\Pi}}_{orp}$ и $\overline{\dot{\Pi}}_{npen}$, как и вектор $\dot{\Pi}_{nad}$, лежат в плоскости падения ZOY (т.к. поверхность раздела сред идеально плоская и не имеет границ).

Третье свойство: при наклонном падении исходной волны отраженная и преломленная волна в общем случае также будут распространяться по траекториям, наклоненным к границе между средами. С учетом перечисленных свойств:

Отраженная волна:

$$\vec{E}_{\text{orp}}^{(\Gamma)} = -\vec{x}_{0}\vec{E}_{m_{\text{orp}}}e^{i\omega t}e^{-ik_{1}(z\sin\theta_{\text{orp}}+y\cos\theta_{\text{orp}})}, \qquad (1.3,a)$$

$$\vec{H}_{\rm orp}^{(\Gamma)} = (\vec{z_0} \cos\theta_{\rm orp} - \vec{y_0} \sin\theta_{\rm orp}) \dot{H}_{m_{\rm orp}}' e^{i\omega t} e^{-ik_1 (z\sin\theta_{\rm orp} + y\cos\theta_{\rm orp})}, \quad (1.3, 6)$$

Преломленная волна:

$$\overrightarrow{\dot{E}_{\text{прел}}^{(\Gamma)}} = \overrightarrow{x_0} \dot{E}_{m_{\text{прел}}} e^{i\omega t} e^{-ik_2(zsin\theta_{\text{прел}} + ycos\theta_{\text{прел}})}, \qquad (1.4, a)$$

$$\vec{\dot{H}_{\text{прел}}^{(\Gamma)}} = \left(\vec{z_0} \cos\theta_{\text{прел}} - \vec{y_0} \sin\theta_{\text{прел}}\right) \dot{H}_{m_{\text{прел}}} e^{i\omega t} e^{-ik_2 \left(z\sin\theta_{\text{прел}} + y\cos\theta_{\text{прел}}\right)}, (1.4, 6)$$

Причем по аналогии с (1.2):

$$\dot{E}_{m_{\text{orp}}} = \dot{H}_{m_{\text{orp}}} \cdot \dot{W}_{1}, \tag{1.5}$$

$$\dot{E}_{m_{\text{прел}}} = \dot{H}_{m_{\text{прел}}} \cdot \dot{W}_2, \qquad (1.6)$$

Как уже отмечалось, в выражениях (1.3), (1.4) остаются неизвестными углы $\theta_{\text{отр}}$, $\theta_{\text{прел}}$ и комплексные амплитуды отраженной и преломленной волн. Для их нахождения следует вспомнить, что при любом взаимодействии ЭМВ с поверхностью, разделяющей разные среды, обязательно выполняются граничные условия. Для решения стоящей перед нами задачи из всех граничных условий достаточно выбрать одно: непрерывность касательной к поверхности y = 0компоненты электрического поля

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}$$
 при $y = 0$, (1.7)

В первой среде полное поле, касательное к границе раздела, складывается из X-компонент падающей и отраженной волн:

$$\dot{E}_{\tau 1} = \dot{E}_{m_{\text{пад}}} e^{-ik_1 z \sin \theta_{\text{пад}}} + \dot{E}_{m_{\text{отр}}} e^{-ik_1 z \sin \theta_{\text{отр}}}, \qquad (1.8)$$

Во второй среде существует только поле преломленной волны, поэтому

$$\dot{E}_{\tau 2} = \dot{E}_{m_{\rm прел}} e^{-ik_2 z sin\theta_{\rm прел}},\tag{1.9}$$

С учетом (1.8) и (1.9) требование (1.7) принимает следующий вид:

$$\dot{E}_{m_{\text{пад}}}e^{-ik_1zsin\theta_{\text{пад}}} + \dot{E}_{m_{\text{отр}}}e^{-ik_1zsin\theta_{\text{отр}}} = \dot{E}_{m_{\text{прел}}}e^{-ik_2zsin\theta_{\text{прел}}}.$$
 (1.10)

Поскольку равенство (1.10) выполняется всюду на поверхности y = 0 (т.е. при любом z), должны быть одинаковыми показатели всех экспонент:

$$ik_1 z sin\theta_{\text{пад}} = ik_1 z sin\theta_{\text{отр}} = ik_2 z sin\theta_{\text{прел}}, \qquad (1.11)$$

Откуда следует два вывода:

a)
$$sin\theta_{\text{пад}} sin\theta_{\text{отр}} \,\mu \,\theta_{\text{отр}} + \theta_{\text{пад}} = \pi,$$
 (1.12)

б)
$$k_1 sin \theta_{\text{пад}} k_2 sin \theta_{\text{отр}} \varkappa \frac{sin \theta_{\text{пад}}}{sin \theta_{\text{прел}}} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{n_2}{n_1}.$$
 (1.13)

где n_1 , n_2 – показатели преломления сред.

Равенство (1.12) определяет первый закон Снелля и при заданном $\theta_{\text{пад}}$ позволяет установить направление движения отраженной волны. Равенство (1.13), известное как второй закон Снелля, дает способ вычисления направления распространения преломлений волны. Первый закон Снелля свидетельствует о зеркальном отражении волны при падении на гладкую поверхность. Он справедлив при любой поляризации падающей волны и не зависит от параметров сред. Второй закон Снелля также не чувствителен к типу поляризации падающей волны, однако включает в себя показатели преломления сред. Поэтому при одном и том же $\theta_{\text{пад}}$ направление распространения преломленной волны не зависит от соотношения их оптических плотностей ($n_1 = \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}$ и $n_2 = \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}$). С другой стороны, выражением (1.13) можно воспользоваться для вычисления неизвестного показателя преломления одной из сред, если экспериментально измерить углы $\theta_{\text{пад}}$ и $\theta_{\text{прел}}$. Формулы Снелля устанавливают взаимосвязь только между направлениями падающей, отраженной и преломленной волнами. Соотношение между амплитудами и фазами этих волн составляет содержание других законов, установленных Френелем. Ограничиваясь горизонтальной поляризацией падающей волны, введем безразмерные комплексные коэффициенты отражения $\dot{\Gamma}$ и преломления \dot{P} для электрической и магнитной составляющих волны:

$$\dot{P}_{\rm E}^{(r)} = \frac{\dot{E}_{m_{\rm прел}}^{(r)}}{\dot{E}_{m_{\rm пад}}^{(r)}}, \text{ a)} \qquad \dot{P}_{\rm H}^{(r)} = \frac{\dot{H}_{m_{\rm прел}}^{(r)}}{\dot{H}_{m_{\rm пад}}^{(r)}}. \quad 6) \qquad (1.15)$$

Причем, если учесть, что $\dot{E}_{orp}/\dot{H}_{orp} = \dot{E}_{nad}/\dot{H}_{nad} = \dot{W}_1$, а $\dot{E}_{npen}/\dot{H}_{npen} = \dot{W}_2$, то легко установить, что

$$\dot{\Gamma}_{H}^{(r)} = \dot{\Gamma}_{E}^{(r)} , \qquad \dot{P}_{H}^{(r)} = \dot{P}_{E}^{(r)} \frac{W_{1}}{\dot{W}_{2}} . \qquad (1.16)$$

Как показано в [1]:

$$\dot{\Gamma}_{E}^{(r)} = \frac{\frac{\dot{W}_{2}}{\dot{W}_{1}}cos\theta_{\text{пад}} - cos\theta_{\text{прел}}}{\frac{\dot{W}_{2}}{\dot{W}_{1}}cos\theta_{\text{пад}} + cos\theta_{\text{прел}}},$$
(1.17)

$$\dot{P}_{\rm E}^{(\Gamma)} = \frac{2\frac{W_2}{\dot{W}_1}\cos\theta_{\rm nag}}{\frac{\dot{W}_2}{\dot{W}_1}\cos\theta_{\rm nag} + \cos\theta_{\rm прел}},\tag{1.18}$$

А если ввести коэффициент Френеля для потоков мощности, то

$$\dot{\Gamma}_{\Pi}^{(r)} = \frac{\dot{\Pi}_{orp}}{\dot{\Pi}_{nad}} = \left| \dot{\Gamma}_{E}^{(r)} \right|, \qquad (1.19)$$

$$\dot{P}_{\Pi}^{(\Gamma)} = \frac{\dot{\Pi}_{\Pi p e \pi}}{\dot{\Pi}_{\Pi a d}} = \left| \dot{P}_{E}^{(\Gamma)} \right| \cdot \frac{\dot{W}_{1}^{*}}{\dot{W}_{2}^{*}}$$
(1.20)

Причем по закону сохранения энергии

$$P_{\text{пад}} = P_{\text{отр}} + P_{\text{прел}},$$

$$1 = \left| \dot{\Gamma}_{E}^{(r)} \right| + \left| \dot{P}_{E}^{(r)} \right| \cdot \left| \frac{\dot{W}_{1}^{*}}{\dot{W}_{2}^{*}} \right|.$$
 (1.21)

С познавательной и практической точек зрения интересно знать условия, при которых:

 падающая волна полностью отражается от границы раздела сред (случай, когда «вторая» среда – идеальный металл, исключается, как тривиальный);

- падающая волна полностью проходит через границу раздела сред.

Первое требование выполняется всегда [1], когда

$$\theta_{\text{пад}}^{(\mathrm{\Gamma},\mathrm{B})} \ge \theta_{\mathrm{Kp}} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right),$$
(1.22)

и не зависит от поляризации падающей волны.

Второе требование, если магнитные свойства «первой» и «второй» среды одинаковы ($\mu_1 = \mu_2$), может быть удовлетворено только при вертикальной поляризации падающей волны [1], если она направлена на границу раздела сред под углом Брюстера:

$$\theta_{\text{пад}}^{(B)} = \arcsin \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}},$$
(1.23)

Как отразится на формулах Френеля (1.14 – 1.21), замена поляризации падающей волны о горизонтальной на вертикальную? В этом случае векторы $\vec{E}_{nad}^{(r)}$ и $\vec{H}_{nad}^{(r)}$ в плоскости фронта волны повернутся на 90° и, следовательно, поменяются местами (с точностью до знака). Это дает основание сделать вывод: формулы Френеля можно применять для вертикальной поляризации падающей волны, если предварительно скорректировать их в соответствии с принципом перестановочной двойственности. Легко показать, что перестановка приводит к новым выражениям:

$$\dot{\Gamma}_{H}^{(B)} = \frac{\frac{\dot{W}_{1}}{\dot{W}_{2}}cos\theta_{\pi a \mu} - cos\theta_{\pi p e \mu}}{\frac{\dot{W}_{1}}{\dot{W}_{2}}cos\theta_{\pi a \mu} + cos\theta_{\pi p e \mu}},$$
(1.24)

$$\dot{P}_{H}^{(B)} = \frac{2\frac{W_{1}}{\dot{W}_{2}}cos\theta_{\Pi ad}}{\frac{\dot{W}_{1}}{\dot{W}_{2}}cos\theta_{\Pi ad} + cos\theta_{\Pi pen}},$$
(1.25)

$$\dot{\Gamma}_{\Pi}^{B} = \left| \dot{\Gamma}_{H}^{(B)} \right|, \qquad (1.26)$$

$$\dot{P}_{\Pi}^{(B)} = \left| \dot{P}_{H}^{(B)} \right| \cdot \frac{W_{2}^{*}}{\dot{W}_{1}^{*}}$$
(1.27)

Причем связь (1.16) сохраняется.

Законы Снелля и Френеля дают ответы на все вопросы, связанные с задачей взаимодействия электромагнитных волн с плоской границей раздела двух сред. Важно, что указанные законы поддаются экспериментальной проверке. Именно это и является главной целью данной лабораторной работы.

1.2. Домашнее задание и методические указания по его выполнению

Изложенное ниже задание необходимо выполнить до лабораторного занятия. С помощью аналитических выражений (1.19), (1.20) и (1.26), (1.27) с учетом заданного n_2 , произвести расчет зависимости $\Gamma_{\Pi}^{(r)}$, $P_{\Pi}^{(r)}$, $\Gamma_{\Pi}^{(B)}$, $P_{\Pi}^{(B)}$ от величины угла $\theta_{пад}$. Взяв исходные данные для своего варианта, приведенные в таблице, вычислить по формулам (1.17), (1.18), (1.24), (1.25) модуль и аргумент комплексных коэффициентов Френеля. Вывести формулы для $\Gamma_{\Pi i}(\theta)$, $P_{\Pi i}(\theta)$ горизонтально и вертикально поляризованной волны, многократно отразившейся от поверхностей стеклянной пластины (рис. 1.4), i = 0,1,2.... Вычислить значения $\Gamma_{\Pi i}$ и $P_{\Pi i}$ (i = 0,1,2,3) для волн горизонтальной и вертикальной поляризаций, изменяя $\theta_{пад}$ от 0° до 90° с шагом 2° (для вертикальной поляризации включить значение $\theta_{пад} = \theta_{6p}$), численные значения показателей преломления n_1, n_2 взять из таблицы.

Вывести формулу для угла падения $\theta_{\text{пад}}$ электромагнитной волны на стеклянную треугольную призму (рис. 1.5), при котором в точке В волна испытывает полное прохождение. Выяснить возможность достижения в точке В условия полного внутреннего отражения. Задавшись показателем преломления стекла, определить при каком угле стеклянного клина α вертикально поляризованная волна, упавшая в т. А под углом Брюстера, в т. В также испытывает полное прохождение. Все числовые расчеты выполнять дома либо в дисплейном классе кафедры.

Таблица

исходные данные для расчета $\Gamma_{E,H}$ и $\Gamma_{E,H}$ ($\mu_1 - \mu_2$)											
№ вариан- та	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
<i>n</i> ₁	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
n ₂	1,5	1,51	1,52	1,53	1,54	1,55	1,56	1,57	1,58		
№ вариан- та	10	11	12	13	14	15	16	17	18		
<i>n</i> ₁	1	1	1	1,49	1,49	1,49	1,49	1,49	1,49		
<i>n</i> ₂	1,59	1,6	1,61	1,50	1,51	1,52	1,53	1,54	1,55		
№ вариан- та	19	20	21	22	23	24	25				
<i>n</i> ₁	1,49	1,49	1,49	1,49	1,49	1,49	1,49				
<i>n</i> ₂	1,56	1,57	1,58	1,59	1,60	1,61	1,62				

Исходные данные для расчета $\dot{\Gamma}_{E,H}$ и $\dot{P}_{E,H}$ ($\mu_1 = \mu_2$)

1.3. Лабораторное задание и методические указания по его выполнению

Экспериментальная проверка законов отражения и преломления электромагнитных волн на границе раздела двух сред проводятся на стенде, структурная схема которого показана на рис. 1.2.



Рис. 1.2. Структурная схема лабораторного стенда

Стенд содержит: газовый (гелий-неоновый) лазер с блоком накачки 1 и излучающей головкой 2, установленной в поворотном устройстве 3; поворотный столик 4 с закрепляемыми на нем сменными оптическими элементами 5 (плоско-параллельной пластины и треугольной формы), выполненными из стекла с показателем преломления n = 2,2 оптический приемник 6, соединенный с индикатором 7.

Лазер генерирует линейно-поляризованную плоскую электромагнитную волну видимого диапазона ($\lambda = 0,63 \text{ мкм}$), выполняющую в эксперименте роль падающей ЭМВ. Благодаря поворотному устройству 3 направление поверхности стеклянного оптического элемента (пластины, призмы) можно изменять в пределах от 0° (горизонтальная поляризация) до 90° (вертикальная поляризация). Лабораторная работа носит исследовательский характер и состоит из экспериментальной и вычислительной частей.

Ознакомившись с теоретическим введением, с устройством стенда и комплектом измерительных средств, самостоятельно предложив методику эксперимента, а также выбрав средства и способ регистрации измеряемых величин (с учетом оснащения рабочего места):

1. Убедиться в правильности первого закона Снелля (1.12); проверить, влияет ли направление линейной поляризации падающей волны на равенство (1.12).

2. Убедиться в справедливости второго закона Снелля (1.13), а также в его независимости от характера поляризации падающей волны.

3. На примере плоско-параллельной стеклянной пластины исследовать зависимость мощности отраженной волны и волны, прошедшей сквозь пластину, от угла падения и направления поляризации волны.

4. Исследовать возможность полного прохождения волны через плоскопараллельную стеклянную пластину ($n_2 = 2,2$), определить экспериментально величину угла Брюстера.

5. Пользуясь поляроидом, исследовать поляризацию отраженной и преломленной волн для случаев, когда падающая волна направлена на плоскопараллельную пластину под углом Брюстера и имеет линейную поляризацию произвольной ориентации.

6. Используя трехгранную стеклянную призму, исследовать возможность полного внутреннего отражения ЭМВ от границы раздела сред «стекловоздух». Результаты экспериментальных исследований оформить графически. С этой целью: по п. 1 задания построить график зависимости θ_{отр} от θ_{пад} для горизонтальной линейной поляризации падающей ЭМВ.

По п. 2 задания построить график зависимости $sin\theta_{npen}$ от $sin\theta_{nad}$ (для горизонтальной, вертикальной и произвольной поляризаций падающей ЭМВ), используя для этого экспериментально полученную связь между смещением Δ и $sin\theta_{nad}$ (рис. 1.3).



Рис. 1.3. Преломление ЭМВ на границе двух сред

По п. 3 задания построить график зависимости мощности отраженной и преломленной волны, а также их суммы от угла падения $\theta_{\text{пад}}$ для горизонтальной, вертикальной и произвольной поляризаций падающей ЭМВ; по графикам оценить величину угла Брюстера (в соответствии с п. 4 задания) обратить внимание на эффект многократного отражения первоначально преломленной волны от границы «стекло-воздух» (рис. 1.4).



Рис. 1.4. Плоско-параллельная стеклянная пластина

По п. 6 задания построить графики зависимостей мощности волны, вышедшей из трехгранной призмы $P_{\text{выш}}$, от угла θ .



Рис. 1.5. Трехгранная стеклянная призма

Определить критическое значение угла падения θ_{nag} . По всем пунктам задания дать объяснение полученным результатам, а также сопоставить их с расчетом.

1.4. Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

– цель работы;

- кратко описанное теоретическое содержание изучаемого явления;

– результаты выполнения домашнего задания;

– результаты выполнения экспериментальных исследований;

 выводы и необходимые пояснения по предыдущим пунктам, а также объяснение расхождения результатов расчета и эксперимента.

1.5. Контрольные вопросы

1. Какова физическая основа процесса взаимодействия ЭМВ с границей раздела сред (ГРС)?

2. Каким граничным условиям удовлетворяет электромагнитное поле на поверхности разделяющей среды с разными параметрами?

3. Какие закономерности процесса взаимодействия ЭМВ и ГРС отражает формулы Снелля?

4. При каком условии ЭМВ испытывает полное внутреннее отражение от ГРС?

5. Какие закономерности процесса взаимодействия ЭМВ и ГРС отражают формулы Френеля?

6. Как изменяется запись формул Снелля и Френеля при переходе от волны с горизонтальной поляризацией к вертикальной поляризованной волне?

7. Может ли ЭМВ испытать полное преломление на ГРС?

8. Какой физический смысл имеют модуль и аргумент комплексных коэффициентов Френеля ($\dot{\Gamma}_E$, $\dot{\Gamma}_H$, \dot{P}_E , \dot{P}_H)?

9. Плоская ЭМВ нормально падает на ГРС. При каком условии: а) скорость волны в 1-й и 2-й средах будет одинакова; б) волна не испытывает отражения от ГРС и полностью пройдет из 1-й среды во 2-ю?

10. Какие из законов Снелля и Френеля могут быть использованы для экспериментального определения неизвестного показателя преломления одной из двух сред? Предложить методику эксперимента.

11. Угол Брюстера называют также углом полной поляризации ЭМВ. По-чему?

12. Привести примеры практического использования эффектов полного внутреннего отражения и полного преломления ЭМВ на ГРС.

13. Можно ли использовать законы Снелля и Френеля для описания взаимодействия с ГРС волны с круглой и эллиптической поляризацией?

14. Плоская ЭМВ наклонно падает на плоско-параллельную диэлектрическую пластину (рис. 1.4): а) может ли волна одновременно испытать полное преломление в точках A и B? (среды по обе стороны пластины одинаковые, разные); б) может ли волна испытать в точке A полное преломление, в точке B – полное внутреннее отражение? (среды 1, 3 одинаковые, разные); в) может ли волна, войдя в пластину, в дальнейшем от каждой её поверхности отражаться полностью, не выходя в 1-ю и 3-ю среды?; г) если волна многократно переотражается внутри пластины, то по какому закону изменяются интенсивности тых волн, выходящих из пластины в 1-ю и 3-ю среды?

15. Плоская ЭМВ нормально падает на плоско-параллельную диэлектрическую пластину. Среда 1 и 3 разные. При каком условии волна полностью пройдет сквозь пластину?

2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2 ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФРАКЦИИ ПЛОСКИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН С Е- И Н-ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ НА ОТРАЖАТЕЛЬНОЙ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕЙ ДВУХПАЗОВОЙ ГРЕБЕНКЕ

Цель работы:

1. Углубление знаний студентов радиотехнической специальности в области дифракции электромагнитных волн на металло-диэлектрических периодических структурах.

2. Подготовка студентов к пониманию разделов «Дифракционные антенны», «Антенны вытекающей волны», которые читаются в курсе «Устройства СВЧ и антенны».

2.1. Краткие теоретические сведения

Дифракция электромагнитных волн с Е-поляризацией на отражательной идеально проводящей двухпазовой гребенке

Пусть плоская отражательная дифракционная решетка (идеально проводящая гребенка) расположена параллельно плоскости ХОУ декартовой системы координат (рис. 2.1). В направлении оси ОХ решетка периодична с периодом d. Из верхнего полупространства (z>0) падает однородная плоская линейнополяризованная элекромагнитная волна:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{jk_0(\vec{n}\,\vec{r})},\tag{2.1}$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 e^{jk_0(\vec{n}\,\vec{r})}, \qquad (2.2)$$

где r – радиус-вектор точки наблюдения;

 \vec{n} – нормаль к фронту волны;

 $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ – волновое число свободного пространства;

 λ_0 – длина волны.

Вектор \vec{n} имеет компоненты \vec{x}_0 , \vec{y}_0 и \vec{z}_0 , причем $x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 1$, $z_0 > 0$. Задача дифракции заключается в нахождении поля волн, отраженных решеткой.



Рис. 2.1. Профиль двухпазовой гребенки

Случай, когда все компоненты вектора \vec{n} отличны от нуля, называется случаем произвольного падения; если же, например, вектор \vec{n} расположен в плоскости XOZ (то есть y = 0), то волна называется наклонно падающей. Известно [1,2], что возникающая векторная задача дифракции сводится к паре скалярных. В случае произвольного падения – к случаю наклонного падения в плоскости XOZ. Вследствие однородности решетки в направлении оси ОУ зависимость полей от «у» такая же, как и у поля падающей волны. В случае идеальной проводимости материала решетки векторная задача дифракции допускает два независимых решения: 1) $E_y = 0$, и все компоненты поля выражаются через H_y ; 2) $H_y = 0$, и все компоненты поля выражаются через H_y .

Таким образом, в задаче дифракции фигурируют две поляризации падающей волны в зависимости от ориентации векторов ее электрического и магнитного полей относительно оси ОХ. При Е-поляризации Е||ОУ, при Нполяризации H||OУ.

В случае Е-поляризации все компоненты поля согласно уравнениям Максвелла выражаются через E_y , следующим образом:

$$\dot{E}_x = \dot{E}_z = 0, \tag{2.3}$$

$$\dot{H}_x = \frac{1}{j\omega\mu_a} \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial z},\tag{2.4}$$

$$\dot{H}_{y} = 0, \tag{2.5}$$

$$\dot{H}_z = \frac{1}{j\omega\mu_a} \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial x}.$$
(2.6)

Сама же компонента \dot{E}_y , удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца (2.7) с граничным условием $\dot{E}_y = 0$ на контурах решетки (первая краевая задача – задача Дирихле).

$$\Delta E_y(x, y) + k_0^2 E_y(x, y) = 0.$$
(2.7)

Кроме того, решение задачи должно удовлетворять:

a) условию излучения на бесконечности, заключающемуся в том, что в поле отраженных волн должны отсутствовать волны, приходящие из бесконечности;

б) условию квазипериодичности, поскольку структура переходит сама в себя при сдвиге вдоль оси ОХ на величину периода d:

$$\left\{ \dot{E}(x+d,z), \dot{H}(x+d,z) \right\} = e^{jk_0x_0d} \left\{ \dot{E}(x,z), \dot{H}(x,z) \right\};$$
(2.8)

в) условию пространственной интегрируемости плотности энергии поля отраженных волн – для каждой конечной области плоскости переменных х и z должен быть ограничен интеграл:

$$\iint_{S} \left(\varepsilon \left| \dot{E} \right|^{2} + \mu \left| \dot{H} \right|^{2} \right) dx dz < \infty.$$
(2.9)

Итак, пусть на решетку из бесконечности сверху наклонно падает плоская электромагнитная волна единичной амплитуды с Е-поляризацией:

$$\dot{E}_{\rm yn} = e^{-j\gamma_0 z} e^{j\beta_0 x},\tag{2.10}$$

$$\dot{H}_{yn} = -\frac{\gamma_0}{\omega\mu_0} e^{-j\gamma_0 z} e^{j\beta_0 x},$$
(2.11)

где $\gamma_0 = k_0 \cos\theta$ – поперечная постоянная распространения (вдоль оси OZ); $\beta_0 = k_0 \sin\theta$ – поперечная постоянная распространения (вдоль оси OX). Поле рассеянных (отраженных) решеткой волн (область 0) представляется совокупностью пространственных гармоник (ПГ), описываемой бесконечным рядом Фурье:

$$\dot{E}_{yn} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{a}_n \, e^{-j\dot{\gamma}_n z} e^{j\beta_n x}, \qquad (2.12)$$

$$\dot{H}_{x0} = \frac{1}{\omega\mu_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{\gamma}_n \dot{a}_n \, e^{-j\dot{\gamma}_n z} e^{j\beta_n x}, \qquad (2.13)$$

где \dot{a}_n – неизвестные (искомые) комплексные амплитуды ПГ;

 $\beta_n = \beta_0 + 2\pi n/d$ – продольная постоянная распространения n-й ПГ;

 $\dot{\gamma}_n = (k_0^2 - \beta_0^2)^{1/2}$ – поперечная постоянная распространения n-й ПГ.

Далее следует заметить, что каждый член рядов (2.12) и (2.13), для которого $Im \dot{\gamma}_n = 0$ и $Re \dot{\gamma}_n > 0$ (при $k_0 = 0$), представляет собой распространяющуюся однородную плоскую волну, уходящую от решетки под углом, определенным выражением:

$$\theta_n = \arcsin\left(\frac{n}{\chi} + \sin\theta\right),$$
(2.14)

где $\chi = a/\lambda_0$;

а если $\dot{\gamma}_n$ – мнимая величина, то соответствующая n-я ПГ является неоднородной (поверхностной) волной, распространяющейся вдоль оси ОХ, ее поле экспоненциально убывает при удалении от решетки. Фазовая скорость данной ПГ в направлении оси ОХ меньше скорости света *с* и определяется выражением:

$$V_{\varphi n} = c \frac{\chi}{n + \chi sin\theta},\tag{2.15}$$

При $Im \dot{\gamma}_n = Re \dot{\gamma}_n = 0$ ПГ с номером п распространяется (скользит) с фазовой $V_{\varphi n} = c$ вдоль оси ОХ в виде однородной плоской волны.

Модуль амплитуды распространяющейся ПГ $|\dot{a}_n|$ определяет ее энергетические характеристики, в частности, величина

$$\dot{W}_n = |\dot{a}_n|^2 Re \frac{\dot{\gamma}_n}{\gamma_0} = \frac{|\dot{a}_n|^2 \cos\theta_n}{\cos\theta},$$
(2.16)

соответствует относительной доле энергии, уносимой от решетки n-й распространяющейся ПГ, а arg $\dot{a}_n (0 \le arg \dot{a}_n < 2\pi)$ определяет фазовый сдвиг n-й ПГ относительно падающей волны.

Для совокупности распространяющихся волн справедлив закон сохранения энергии, записываемый в виде:

$$\sum_{n} |\dot{a}_{n}|^{2} \gamma_{n} = \gamma_{0}. \tag{2.17}$$

Далее, поле в пазах решетки представляется совокупностью волноводных мод. Так, в пазе 1 (область 1):

$$\dot{E}_{y1} = \sum_{m=1}^{\infty} \dot{d}_{m1} \sin \dot{q}_{m1} (z+h_1) \sin \frac{\pi m x}{w}, \qquad (2.18)$$

$$\dot{H}_{x1} = \frac{1}{\omega\mu_a} \sum_{m=1}^{\infty} \dot{d}_{m1} (-j\dot{q}_{m1}) \cos\dot{q}_{m1} (z+h_1) \sin\frac{\pi m x}{w}, \qquad (2.19)$$

где \dot{d}_{m1} – комплексные амплитуды волноводных мод; $\dot{q}_{m1} = (k_0^2 \varepsilon_1 - (\frac{\pi m}{w})^2)^{1/2}$ – поперечная постоянная распространения; *h*₁ и *w* – глубина и ширина первого паза. Аналогично в пазе 2 (область 2)

$$\dot{E}_{y2} = \sum_{m=1}^{\infty} \dot{d}_{m2} \sin \dot{q}_{m2} (z+h_2) \sin \frac{\pi m (x-w)}{d-w}, \qquad (2.20)$$

$$\dot{H}_{x2} = \frac{1}{\omega\mu_a} \sum_{m=1}^{\infty} \dot{d}_{m2} (-j\dot{q}_{m2}) \cos\dot{q}_{m2} (z+h_2) \sin\frac{\pi m(x-w)}{d-w}, \quad (2.21)$$

где \dot{d}_{m2} – комплексные амплитуды волноводных мод;

$$\dot{q}_{m2} = (k_0^2 \varepsilon_2 - (\frac{\pi m}{d-w})^2)^{1/2}.$$

Использование условия непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границе раздела областей 0, 1, 2 (z=0)

$$\dot{E}_{y\pi} + \dot{E}_{y0} = \dot{E}_{y1} + \dot{E}_{y2},$$
 (2.22)

$$\dot{H}_{x\Pi} + \dot{H}_{x0} = \dot{H}_{x1} + \dot{H}_{x2}.$$
(2.23)

позволяет получить следующую систему функциональных уравнений относительно $\dot{a}_n, \dot{d}_{m1}, \dot{d}_{m2}$:

$$\begin{cases} e^{j\beta_{0}x} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{a}_{n}e^{j\beta_{0}x} = \sum_{m=1}^{\infty} \dot{d}_{m1}\sin\dot{q}_{m1}\dot{h}_{1}sin\frac{\pi mx}{w} + \\ + \sum_{m=1}^{\infty} \dot{d}_{m2}\sin\dot{q}_{m2}\dot{h}_{2}sin\frac{\pi m(x-w)}{d-w} \\ -\gamma_{0}^{j\beta_{0}x} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{\gamma}_{n}\dot{a}_{n}e^{j\beta_{n}x} = -\sum_{m=1}^{\infty} j\dot{q}_{m1}\dot{d}_{m1}\cos\dot{q}_{m1}\dot{h}_{1}sin\frac{\pi mx}{w} - \\ - \sum_{m=1}^{\infty} j\dot{q}_{m2}\dot{d}_{m2}\cos\dot{q}_{m2}\dot{h}_{2}sin\frac{\pi m(x-w)}{d-w} \end{cases}$$
(2.24)

В таком виде (2.24) не может быть использована для нахождения \dot{a}_n , $\dot{d}_{m1,2}$. Вместе с тем, применение дополнительных разложений функций $sin \frac{\pi m x}{w}$ и $sin \frac{\pi m (x-w)}{d-w}$ на периоде d в ряды Фурье по функциям нулевой области $e^{j\beta_n x}$

$$\sin\frac{\pi mx}{w} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{p}_{nm1} e^{j\beta_n x}, \qquad (2.25)$$

где
$$\dot{p}_{nm1} = \frac{1}{\alpha} \int_{0}^{w} \sin \frac{\pi m x}{w} e^{-j\beta_n x} dx = \frac{w \pi m (1 - (-1)^m e^{-j\beta_n w})}{d((\pi m)^2 - (\beta n w)^2)},$$

$$\sin \frac{\pi m (x - w)}{d - w} = \sum_{n = -\infty}^{\infty} \dot{p}_{nm2} e^{j\beta_n x}, \qquad (2.26)$$

где
$$\dot{p}_{nm2} = \frac{1}{\alpha} \int_{w}^{d} \sin \frac{\pi m(x-w)}{d-w} e^{-j\beta_n x} dx = \frac{(d-w)\pi m(e^{-j\beta_n w} - (-1)^m e^{-j\beta_n w}}{d((\pi m)^2 - (\beta_n (d-w))^2)}$$

с последующей их подстановкой в систему (2.24) и изменением порядка суммирования по n и m приводит к новой системе линейных алгебраических уравнений (2.27) относительно \dot{a}_n , $\dot{d}_{m1,2}$

$$\begin{cases} 1 + \dot{a}_{0} = \sum_{m=1}^{\infty} \dot{d}_{m1} \sin \dot{q}_{m1} \dot{h}_{1} \dot{p}_{0m1} + \sum_{m=1}^{\infty} \dot{d}_{m2} \sin \dot{q}_{m2} \dot{h}_{2} \dot{p}_{0m2} \\ \dot{a}_{n} = \sum_{m=1}^{\infty} \dot{d}_{m1} \sin \dot{q}_{m1} \dot{h}_{1} \dot{p}_{nm1} + \sum_{m=1}^{\infty} \dot{d}_{m2} \sin \dot{q}_{m2} \dot{h}_{2} \dot{p}_{nm2} \\ \gamma_{0}(1 - \dot{a}_{0}) = \sum_{m=1}^{\infty} j \dot{q}_{m1} \dot{d}_{m1} \cos \dot{q}_{m1} \dot{h}_{1} \dot{p}_{0m1} + \sum_{m=1}^{\infty} j \dot{q}_{m2} \dot{d}_{m2} \cos \dot{q}_{m2} \dot{h}_{2} \dot{p}_{0m2} \\ - \dot{\gamma}_{n} \dot{a}_{n} = \sum_{m=1}^{\infty} j \dot{q}_{m1} \dot{d}_{m1} \cos \dot{q}_{m1} \dot{h}_{1} \dot{p}_{0m1} + \sum_{m=1}^{\infty} j \dot{q}_{m2} \dot{d}_{m2} \cos \dot{q}_{m2} \dot{h}_{2} \dot{p}_{nm2} \end{cases}$$
(2.27)

Система (2.27) может быть непосредственно использована для составления алгоритма и программы расчетов \dot{a}_n , $\dot{d}_{m1,2}$ на ЭВМ при следующем условии: общее количество ПГ в области 0 ограничивается величиной L = 2N + 1, $n = -\overline{N; N}$, количество учитываемых волноводных мод в пазе 1 равно М1, в пазе 2 – М2, причем для обеспечения сходимости приближенного решения задачи к точному L = M1 + M2, $\lim_{N\to\infty} \frac{M1}{M2} = \frac{u}{1-u} = \frac{w}{d-w}$, $u = \frac{w}{d}$.

Практическое применение металлических гребенок с различными параметрами позволяет реализовать различные режимы отражения. Так из (2.14) следует, что при $2\chi sin\theta = -n$ однородная плоская волна, соответствующая ПГ с номером n, отражается решеткой в направлении, обратном направлению падения первичной волны. Данный режим принято называть автоколлимационным; он является частным случаем незеркального отражения волн, при котором существует возможность концентрации всей (или большей части) энергии отраженных волн в плоской волне, уходящей от решетки под углом θ_n .

Дополнительно необходимо отметить, что при нормальном падении независимо от параметров решетки всегда справедливы соотношения $|\dot{a}_k| = |\dot{a}_{-k}|$ и для распространяющихся волн $\theta_k = -\theta_{-k}$, k = 1;2...

Дифракция электромагнитных волн с *H*-поляризацией на отражательной идеально проводящей двухпазовой гребенке

При Н-поляризации падающей волны все компоненты поля согласно уравнениям Максвелла выражаются через \dot{H}_{v} следующим образом:

$$\dot{H}_{x} = \dot{H}_{z} = 0, \\ \dot{E}_{x} = -\frac{1}{j\omega\varepsilon_{a}} \frac{\partial \dot{H}_{y}}{\partial z}, \\ \dot{E}_{y} = 0, \\ \dot{E}_{z} = -\frac{1}{j\omega\varepsilon_{a}} \frac{\partial \dot{H}_{y}}{\partial x}, \quad (2.28)$$

Сама же компонента \dot{H}_y удовлетворяет однородному уравнению Гельм-гольца:

$$\Delta \dot{H}_{y}(x,z) + k_{0}^{2} \dot{H}_{y}(x,z) = 0.$$
(2.29)

с граничным условием $\frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z} = 0$ на контурах решетки (вторая краевая задача – задача Неймана).

Как и в случае Е-поляризации решение задачи должно удовлетворять условию излучения на бесконечности, условиям квазипериодичности и пространственной интегрируемости плотности энергии поля отраженных волн.

Пусть на решетку из бесконечности сверху наклонно падает плоская электромагнитная волна единичной амплитуды ($H_0 = 1 A/M$) с Н-поляризацией (рис. 2.1):

$$\dot{H}_{yn} = e^{-j\gamma_0 z} e^{j\beta_0 x}, \\ \dot{E}_{xn} = \frac{\gamma_0}{\omega\varepsilon_0} e^{-j\gamma_0 z} e^{j\beta_0 x},$$
(2.30)

Поле рассеянных (отраженных) решеткой волн (область 0) представляется совокупностью ПГ, описываемой бесконечным рядом Фурье:

$$\dot{H}_{y0} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{A}_n \, e^{j\gamma_n z} e^{j\beta_n x} , \\ \dot{E}_{x0} = -\frac{1}{\omega\varepsilon_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{\gamma}_n \dot{A}_n \, e^{j\gamma_n z} e^{j\beta_n x} , \quad (2.31)$$

Поле в пазах решетки представляется совокупностью волноводных мод. Так, в пазе 1 (область 1):

$$\dot{H}_{y1} = \sum_{m=0}^{\infty} \dot{D}_{m1} \cos \dot{q}_{m1} (z+h_1) \cos \frac{\pi m x}{w}, \qquad (2.32)$$

$$\dot{E}_{x1} = -\frac{1}{j\omega\varepsilon_0\varepsilon_1} \sum_{m=0}^{\infty} \dot{D}_{m1} \dot{q}_{m1} \sin \dot{q}_{m1} (z+h_1) \cos \frac{\pi m x}{w}.$$
 (2.33)

в отличие от случая Е-поляризации суммирование производится, начиная с m=0, что обусловлено возможностью существования в пазах низшей моды.

Аналогично в пазе 2 (область 2):

$$\dot{H}_{y2} = \sum_{m=0}^{\infty} \dot{D}_{m2} \cos \dot{q}_{m2} (z+h_2) \cos \frac{\pi m (x-w)}{d-w}, \qquad (2.34)$$

$$\dot{E}_{x2} = -\frac{1}{j\omega\varepsilon_0\varepsilon_2} \sum_{m=0}^{\infty} -\dot{D}_{m2} \sin \dot{q}_{m2} (z+h_2) \cos \frac{\pi m(x-w)}{d-w}.$$
 (2.35)

Использование условия непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границе раздела областей 0, 1, 2 (z=0):

$$\dot{H}_{y\Pi} + \dot{H}_{y0} = \dot{H}_{x1} + \dot{H}_{x2}, \ \dot{E}_{y\Pi} + \dot{E}_{x0} = \dot{E}_{x1} + \dot{E}_{x2},$$
 (2.36)

позволяет получить следующую систему функциональных уравнений (2.37) относительно \dot{A}_n , \dot{D}_{m1} , \dot{D}_{m2} .

$$\begin{cases}
e^{j\beta_{0}x} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{A}_{n}e^{j\beta_{n}x} = \sum_{m=0}^{\infty} \dot{D}_{m1}\cos\dot{q}_{m1}\dot{h}_{1}\cos\frac{\pi mx}{w} + \\
+ \sum_{m=0}^{\infty} \dot{D}_{m2}\cos\dot{q}_{m2}\dot{h}_{2}\cos\frac{\pi m(x-w)}{d-w} \\
-\gamma_{0}e^{j\beta_{0}x} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{\gamma}_{n}\dot{A}_{n}e^{j\beta_{n}x} = -\sum_{m=0}^{\infty} \frac{j\dot{q}_{m1}}{\varepsilon_{1}}\dot{D}_{m1}\sin\dot{q}_{m1}\dot{h}_{1}\cos\frac{\pi mx}{w} - \\
- \sum_{m=0}^{\infty} \frac{j\dot{q}_{m2}}{\varepsilon_{2}}\dot{D}_{m2}\sin\dot{q}_{m2}\dot{h}_{2}\cos\frac{\pi m(x-w)}{d-w}
\end{cases}$$
(2.37)

Применение дополнительных разложений функций $cos \frac{\pi mx}{w}$ и $cos \frac{\pi m(x-w)}{d-w}$ на периоде d в ряды Фурье по функциям нулевой области

$$\cos\frac{\pi mx}{w} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{P}_{nm1} e^{j\beta_n x}, \qquad (2.38)$$

где
$$\dot{P}_{nm1} = \frac{1}{d} \int_{0}^{w} \cos \frac{\pi mx}{w} e^{-j\beta_n x} dx,$$

$$\cos \frac{\pi m(x-w)}{d-w} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{P}_{nm2} e^{j\beta_n x},$$
(2.39)

где
$$\dot{P}_{nm2} = \frac{1}{d} \int_{w}^{d} \cos \frac{\pi m(x-w)}{d-w} e^{-j\beta_n x} dx$$

с последующей их подстановкой в систему (2.37) и изменением порядка суммирования по n и m приводят к новой системе линейных алгебраических уравнений относительно \dot{A}_n , \dot{D}_{m1} , \dot{D}_{m2} :

$$\begin{cases} 1 + \dot{A}_{0} = \sum_{m=0}^{\infty} \dot{D}_{m1} \cos \dot{q}_{m1} \dot{h}_{1} \dot{P}_{0m1} + \sum_{m=0}^{\infty} \dot{D}_{m2} \cos \dot{q}_{m2} \dot{h}_{2} \dot{P}_{0m2} \\ \dot{A}_{n} = \sum_{m=0}^{\infty} \dot{D}_{m1} \cos \dot{q}_{m1} \dot{h}_{1} \dot{P}_{nm1} + \sum_{m=0}^{\infty} \dot{D}_{m2} \cos \dot{q}_{m2} \dot{h}_{2} \dot{P}_{nm2} \end{cases}$$

$$(2.40)$$

$$\gamma_{0} (\dot{A}_{0} - 1) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{j \dot{q}_{m1}}{\varepsilon_{1}} \dot{D}_{m1} \sin \dot{q}_{m1} \dot{h}_{1} \dot{P}_{0m1} + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{j \dot{q}_{m2}}{\varepsilon_{2}} \dot{D}_{m2} \sin \dot{q}_{m2} \dot{h}_{2} \dot{P}_{0m2} \\ \dot{\gamma}_{n} \dot{A}_{n} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{j \dot{q}_{m1}}{\varepsilon_{1}} \dot{D}_{m1} \sin \dot{q}_{m1} \dot{h}_{1} \dot{P}_{nm1} + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{j \dot{q}_{m2}}{\varepsilon_{2}} \dot{D}_{m2} \sin \dot{q}_{m2} \dot{h}_{2} \dot{P}_{nm2} \end{cases}$$

Как и в случае Е-поляризации, общее количество ПГ ограничивается величиной L = 2N + 1, $n = -\overline{N}$; \overline{N} , количество учитываемых волноводных мод в пазе 1 равно М1, в пазе 2 – М2, причем L = M1 + M2, $\lim_{N\to\infty} \frac{M1}{M2} = \frac{u}{1-u} = \frac{w}{d-w}$.

2.2. Домашнее задание и методические указания по его выполнению

1. По настоящим методическим указаниям ознакомиться с приближенным математическим описанием дифракции однородной плоской электромагнитной волны с линейной поляризацией на отражательной металлической решетке (гребенке).

2. Подготовить бланк отчета по работе. Бланк должен содержать название, цель работы, рисунок, поясняющий устройство многорезонаторного магнетрона.

2.3. Лабораторное задание и методические указания по его выполнению

Учитывая значительную стоимость и трудоемкость натурных экспериментов, исследование характеристик гребенок в настоящей работе выполняется на персональном компьютере с использованием пакета прикладных программ. 1. Исследовать зависимость энергии W_0 зеркально отраженной электромагнитной волны и энергий ± 1 -ых пространственных гармоник $W_{\pm 1}$ от отношения $\chi = d/\lambda_0$ при нормальном падении на металлическую решетку с одним пазом на периоде ($h_2 = 0$) волны с Е- и Н-поляризациями.

В качестве параметра семейства зависимостей $W_0(\chi)$ и $W_{\pm 1}(\chi)$ использовать коэффициент заполнения $u = \frac{w}{d}$. Расчеты выполнить в следующих пределах изменения переменных параметров: $\chi = 1 \dots 3$ с шагом 0,25; $\delta = \frac{h}{d} = 0,25; u = 0,2; 0,5; 0,8$.

2. Для случая Е-поляризации вычислить зависимость W_0 от χ для $\delta_1 = 0,2$ и $\delta_2 = 0,3$ при тех же, что и в п. 1, пределах изменения χ и u.

3. Для случая Н-поляризации рассчитать:

3.1 Зависимость W_{-1} в автоколлимационном режиме при $\chi = 0,89 \dots 1,19$ (углы падения $\theta = 34 \dots 24$ град.), $\varepsilon_1 = 2, \delta = 0,316$; u=0,4 (узкополосное отражение).

3.2 Зависимость W_{-1} при $\chi = 0.65 \dots 1.15$ (углы падения $\theta = 47 \dots 17$ град.), $\varepsilon_1 = 1, \delta = 0.247$; u=0,4 (широкополосное отражение).

2.4. Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

– цель работы;

- кратко описанное теоретическое содержание изучаемого явления;

- результаты выполнения лабораторных исследований;

- выводы и необходимые пояснения по предыдущим пунктам.

2.5. Контрольные вопросы

1. В чем заключается явление дифракции электромагнитных волн: его физическая сущность и внешнее проявление?

2. Как объяснить появление электромагнитного поля в области глубокой тени за идеальным металлическим экраном?

3. Привести положительные и отрицательные примеры влияния дифракции ЭМВ в конкретных технических приложениях.

4. Дать краткое словесное изложение математической модели, описывающей дифракцию волн на металлической гребенке.

5. Какой режим дифракции называется автоколлимационным? При каких условиях возможно автоколлимационное отражение ЭМВ от металлической гребенки?

6. От чего зависит частотная полоса эффекта полного автоколлимационного отражения?

7. При каких условиях наблюдается узкополосное и широкополосное полное автоколлимационное отражение?

3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3 ИССЛЕДОВАНИЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН, ИЗЛУЧАЕМЫХ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМОЙ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ИСТОЧНИКОВ

Цель работы:

1. Углубление знаний студентов радиотехнической специальности в вопросе интерференции электромагнитных волн, проиллюстрировав явления интерференции на примере формирования в дальней зоне поля излучения системы дискретных излучателей (антенн);

2. Подготовка студентов к пониманию раздела «Фазированные антенные решётки», который читается в курсе «Устройства СВЧ и антенны».

3.1. Краткие теоретические сведения

Электромагнитные поля удовлетворяют принципу суперпозиции. Это означает, что, если в точку наблюдения M (рис. 3.1) приходят электромагнитные волны от нескольких (N) источников, то полное поле \vec{E}_{Σ} в этой точке находится геометрическим суммированием полей, создаваемых каждым источником:

$$\vec{E}_{\Sigma} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N; \qquad \vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 + \dots + \vec{H}_N, \qquad (3.1)$$

Далее ограничимся рассмотрением только электрической компоненты поля. Вектор \vec{E}_i принадлежит электромагнитному полю *i*-го источника и равен:

$$\vec{E}_i = \left(\vec{x}_0 E_{xi} + \vec{y}_0 E_{yi} + \vec{z}_0 E_{zi}\right) \cdot \exp(j(\omega t + \varphi_i)) \cdot \exp(jkr_{Mi}), \qquad (3.2)$$

где \vec{x}_0 , \vec{y}_0 , \vec{z}_0 – орты декартовой системы координат;

 E_{xi} , E_{yi} , E_{zi} – проекции вектора \dot{E}_i на оси x, y, z;

ω – частота излучаемого поля;

 φ_i – фаза электрического поля в точке расположения *i*-го источника;

 k_0 – постоянная распространения электромагнитной волны в свободном пространстве – величина обратно пропорциональная длине волны λ_0 : $k_0 = 2\pi/\lambda_0$;

 $r_{Mi} = \sqrt{(x_M - x_i)^2 + (y_M - y_i)^2 + (z_M - z_i)^2}$ – расстояние между *i*-м источником и точкой наблюдения *M*;

 x_i, y_i, z_i – координаты *i*-го источника;

 x_M , y_M , z_M – координаты точки M.



Рис. 3.1. Иллюстрация принципа суперпозиции

Сложение полей (3.2) по правилу (3.1) показывает, что в зависимости от ориентации векторов \vec{E}_i , их амплитуд и фаз суммарное поле может изменяться от некоторого максимального значения (при наиболее благоприятном сложении) до нуля (когда поля \vec{E}_i взаимно гасят себя). Если r_{Mi} фиксированы, то величиной $|\vec{E}_{\Sigma}|$ можно управлять, изменяя значения $|\vec{E}_i|$ и φ_i .

Интерференцию электромагнитных волн удобно изучать на примере фазированных антенных решёток (ФАР). ФАР представляет собой линейную или поверхностную (в том числе трехмерную) систему излучающих элементов, расположенных по определённому закону. На рис. 3.2 приведены различные типы ФАР.





К числу наиболее важных задач, решаемых с помощью ФАР, относятся следующие [3]:

– электрическое сканирование (по одной и двум координатам) в широком секторе углов;

 – получение диаграмм направленности (ДН) специальной формы (с низким уровнем боковых лепестков);

 возможность когерентного сложения в одном луче мощности многих генераторов с целью получения уровней мощности, недостижимых в обычных антеннах из-за ограниченной электрической прочности;

– возможность синфазного сложения сигналов, принимаемых системой антенн;

- повышение надёжности радиосистемы;

- адаптивное слежение за движущимся источником радиосигнала;

- адаптивное подавление радиопомех;

- автоматическое одновременное пеленгование нескольких целей;

– создание многолучевых антенн (MA) для различных применений с изменяемым положением максимумов и нулей в диаграмме направленности.

На рис. 3.3 приведена схема математической модели ФАР в режиме приёма электромагнитной волны, приходящей извне от источника радиоизлучения.



Рис. 3.3. Схема математической модели ФАР

Сигнал на выходе Φ AP (\dot{Y}) определяется следующим образом:

$$\dot{Y} = \sum_{i=1}^{N} \dot{X}_{i} \left(W_{i1} + j W_{i2} \right) = \sum_{i=1}^{N} \dot{X}_{i} \cdot \dot{W}_{i},$$
(3.3)

где \dot{X}_i – комплексный сигнал, снимаемый с -го излучателя ФАР;

 $\dot{W}_i = W_{i1} + jW_{i2}$ – комплексные весовые коэффициенты, в которых мнимая единица (*j*) учитывает сдвиг фазы на $\pi/2$ радиан.

При облучении ФАР сигналом одного источника, находящегося в дальней зоне относительно ФАР, справедливо выражение:

$$\dot{X}_{i} = \dot{I}_{0} \exp\left[j\frac{2\pi d}{\lambda_{0}}(i-1)\sin\alpha\right],$$
(3.4)

где \dot{I}_0 – амплитуда сигнала на излучателях;

і – номер излучателя линейной эквидистантной ФАР;

d – расстояние между соседними излучателями;

 λ_0 – длина волны в свободном пространстве;

а – угол прихода волны (относительно нормали к линии излучателей).

С учётом (3.1) и (3.2) выражение для общей диаграммы направленности ФАР, являющейся результатом интерференции полей, создаваемых *N* излучателями, принимает вид:

$$\dot{Y}(W,\alpha) = D_0(\alpha) \cdot \sum_{i=1}^{N} \left(\dot{I}_0 \exp\left[j \frac{2\pi d}{\lambda_0} (i-1) \sin \alpha \right] \cdot (W_{i1} + j W_{i2}) \right), \quad (3.5)$$

где $2\pi d\sin\alpha/\lambda_0 = \Delta \Phi$ – фазовый сдвиг между соседними излучателями, обусловленный разностью хода лучей;

 $W = [\dot{W}_1; \dot{W}_2; ... \dot{W}_N]^T$ – вектор весовых комплексных множителей (T – знак транспонирования);

 $D_0(\alpha)$ – ДН элементарного излучателя ФАР.

В частности, если $d = \lambda_0/2$ и $D_0(\alpha) = 1$ (изотропный элементарный излучатель), то для определения диаграммы направленности ФАР, выраженной в децибелах (*D*), целесообразно использовать следующее выражение:

$$D = 10 \log \left\{ \left[\sum_{i=0}^{N-1} (\cos[i(\pi \sin \alpha)] \cdot W_{i1} - \sin[i(\pi \sin \alpha)] \cdot W_{i2}) \right]^2 + \left[\left(\sum_{i=0}^{N-1} \cos[i(\pi \sin \alpha)] \cdot W_{i2} + \sin[i(\pi \sin \alpha)] \cdot W_{i1} \right) \right]^2 \right\}.$$
(3.6)

В последнее время в технике радиосвязи и радиолокации особую актуальность приобрели адаптивные антенны (АА), автоматически подавляющие помехи и следящие за источником полезного сигнала. Принцип действия адаптивной антенны иллюстрируется на рис. 3.4 и рис. 3.5. На первом из них изображена ситуация, когда в пределах ширины главного лепестка ДН антенны помимо полезного сигнала находится помеха.



Рис. 3.4. Действие помехи Рис. 3.4. В пределах главного лепестка ДН антенны помех

Рис. 3.5. Исключение действия помехи на приемное устройство

На рис. 3.5 в направлении помехи благодаря подбору амплитуд и фаз в каналах каждого элементарного излучателя в суммарном интерференционном поле системы излучателей формируется провал в общей ДН. Таким образом, действие помехи на приёмное устройство исключается. Схема математической модели АА приведена на рис. 3.6.

Опорный сигнал (\dot{S}) представляет собой хорошую (в корреляционном смысле) копию полезного сигнала. В каждом конкретном случае способ получения опорного сигнала зависит от требований к качеству работы AA и от специфичности решаемых с помощью антенны задач.

Для выполнения в адаптивной антенне функций, подобных показанной на рис. 3.5, необходимо, последовательно изменяя в каждом источнике амплитуду и фазу сигнала (т. е. комплексный весовой коэффициент \dot{W}_i), оценивать полученный результат по какому-либо критерию. Если соответствие критерию оказывается неудовлетворительным, выбирается новый набор \dot{W}_i , оценка повторяется до тех пор, пока установленный критерий не будет достигнут. На практике применяются разные алгоритмы адаптации. Например, максимизируются отношение сигнал/шум или отношение правдоподобия, минимизируются среднеквадратическая ошибка между опорными и выходными сигналами и т. д. Каждый из приведённых критериев характеризует тот или иной параметр качества работы антенны в адаптивном режиме, и когда критерий достигнут, можно утверждать, что параметр качества принял оптимальное значение.



Рис. 3.6. Схема математической модели АА

Наиболее часто минимизируется среднеквадратическая ошибка между выходным (\dot{Y}) и опорным (\dot{S}) сигналами:

$$M\left(\left(\dot{S} - W^T X\right)^2\right) \to \min,$$
 (3.7)

где $W = \begin{bmatrix} \dot{W}_1; \dot{W}_2; ... \dot{W}_N \end{bmatrix}^T;$ $X = \begin{bmatrix} \dot{X}_1; \dot{X}_2; ... \dot{X}_N \end{bmatrix}^T;$

М – знак математического ожидания;

Т – знак транспонирования матрицы.

Из теории оптимальной фильтрации известно, что оптимальное значение вектора весовых коэффициентов (*W*), обеспечивающее требование (3.7), может быть определено как:

$$W_{\rm OIIT} = R^{-1} P, (3.8)$$

где R^{-1} – матрица, обратная автоковариационной матрице R входного сигнала X:

$$R = \begin{bmatrix} \dot{X}_{1}\dot{X}_{1} & \dot{X}_{1}\dot{X}_{2} & \cdots & \dot{X}_{1}\dot{X}_{N} \\ \dot{X}_{2}\dot{X}_{1} & \dot{X}_{2}\dot{X}_{2} & \cdots & \dot{X}_{2}\dot{X}_{N} \\ \cdots \\ \dot{X}_{N}\dot{X}_{1} & \dot{X}_{N}\dot{X}_{2} & \cdots & \dot{X}_{N}\dot{X}_{N} \end{bmatrix}$$

Р – взаимноковариационная матрица входного сигнала и опорного сигнала:

$$P = \begin{bmatrix} \dot{S}\dot{X}_1 & \dot{S}\dot{X}_2 & \dots & \dot{S}\dot{X}_N \end{bmatrix}^T.$$

Уравнение (3.8) называется уравнением оптимальной фильтрации Винера-Хопфа и сводится к системе линейных алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами.

3.2. Домашнее задание и методические указания по его выполнению

1. Изучить интерференционный принцип формирования общей диаграммы направленности совокупности индивидуальных излучателей электромагнитных волн, объединённых в антенную решётку.

2. Познакомиться со способами активного управления формой общей диаграммы направленности антенной решетки.

3. Выяснить возможность использования интерференционного эффекта формирования общего поля системы излучателей для её адаптации к помехам, сосредоточенным по направлениям прихода излучения.

3.3. Лабораторное задание и методические указания по его выполнению

Учитывая значительную стоимость и трудоемкость натурных экспериментов, исследование характеристик гребенок в настоящей работе выполняется на персональном компьютере с использованием пакета прикладных программ.

1. С помощью программы «*Dia*» исследовать диаграммы направленности ФАР с количеством элементов 2, 3, 5, 7, 9 для равноамплитудного и синфазного распределений. Рассмотреть три случая:

а) изотропные излучатели;

б) излучатели – элементы Гюйгенса;

в) остронаправленные излучатели;

Зарисуйте полученные в ходе задания ДН. Сделайте выводы.

2. С помощью той же программы для изотропных излучателей исследовать ДН восьмиэлементной ФАР для равноамплитудного распределения и следующих фазовых распределений (для всех вариантов) по таблице:

Номер	Значение фазового сдвига, рад										
излучателя	Варианты										
	1	2	3	4	5						
1	0	0	0	0	0						
2	0	π/4	$\pi/2$	π	<i>-π</i> /4						
3	0	$\pi/2$	π	0	$-\pi / 2$						
4	0	3π/4	3π/2	π	$-3\pi / 4$						
5	0	π	2π	0	$-\pi$						
6	0	5π/4	$\pi/2$	π	<i>-5π/</i> 4						
7	0	$6\pi/4$	π	0	<i>-6π</i> /4						
8	0	$7\pi/4$	$3\pi/2$	π	$-7\pi/4$						

Исходные данные для выполнения лабораторного задания

Полученные ДН зарисовать. Прокомментировать полученные результаты.

3. С помощью программы «*Ada*» исследовать диаграммы направленности АА с количеством элементов 3, 5, 7 для двух действующих с разных углов помех. Полагать, что излучатели – изотропные.

Углы действия помех и полезного сигнала выбрать произвольно в пределах главного лепестка ДН. Повторить эксперименты для большей амплитуды помех. Зарисовать полученные ДН. Сделать соответствующие выводы.

4. С помощью той же программы исследовать ДН семиэлементной АА для 1, 2, 3, 4, 5, 6 действующих помех. Зарисовать ДН АА. Прокомментировать полученные результаты.

3.4. Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

– цель работы;

- кратко описанное теоретическое содержание изучаемого явления;

– исходные данные для расчёта;

– диаграммы направленности, полученные в ходе численного моделирования по индивидуальному заданию;

– результаты расчётов диаграмм направленности, выполненных в ходе свободного поискового исследования;

– выводы по результатам исследований.
3.5. Контрольные вопросы

1. В чём заключается явление интерференции электромагнитных волн?

2. Возможно ли, чтобы при сложении в одной точке излучений нескольких когерентных источников, напряжённость суммарного поля оказалась меньше поля каждого источника?

3. Какую роль играет явление интерференции волн в работе антенных решёток?

4. Какие задачи позволяют решить ФАР?

5. Нарисовать схему математической модели ФАР и записать выражение для ее ДН?

6. Чем можно варьировать для изменения ДН ФАР?

7. От чего зависит фазовый сдвиг между соседними излучателями?

8. От чего зависит коэффициент усиления ФАР?

9. Что представляет собой адаптивная антенна?

10. Нарисовать схему математической модели АА.

4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4 ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ФОРМЫ

Цель работы:

1. Изучение конструктивных особенностей полых металлических волноводов различных типов.

2. Определение их параметров: критических длин волн, рабочей полосы частот, длины волны в волноводе, коэффициентов затухания и т.п.

4.1. Краткие теоретические сведения

Волновод в простейшем случае представляет собой трубу круглого или прямоугольного сечения. Полые металлические волноводы используются для канализации электромагнитной энергии в диапазоне сантиметровых волн, а также в высокочастотной части дециметрового и низкочастотной части миллиметрового диапазонов. По сравнению с другими линиями, волноводы характеризуются следующими преимуществами:

1) потери в меди минимальны, так как в волноводе отсутствует внутренний проводник, а стенки волновода создают хорошую проводящую поверхность при большом поперечном сечении;

2) электромагнитное поле, как и в коаксиальной линии, сосредоточено во внутренней полости волновода, в связи с чем нет потерь на излучение;

3) в волноводе отсутствуют диэлектрические опоры и шайбы, что исключает потери в диэлектрике; 4) предельная мощность высокочастотных колебаний, передаваемых по волноводу, значительно больше, чем в коаксиальной линии, так как в волноводе отсутствует внутренний проводник, уменьшающий расстояние между проводящими поверхностями, от которого зависит допустимое напряжение в линии передачи, а, следовательно, и передаваемая мощность;

5) простота конструкции;

6) высокая механическая жесткость, что обеспечивает высокую стабильность электрических параметров.

К недостаткам волноводов относятся:

1) наличие критической длины волны для волновода с данным поперечным сечением;

2) с целью уменьшения потерь внутренняя поверхность волновода должна быть тщательно отполирована и покрыта хорошо проводящим металлом (например, серебром), что усложняет производство волноводов;

3) возможность возникновения и распространения нежелательных типов волн;

4) громоздкость размеров в дециметровом диапазоне волн;

5) наличие дисперсионных свойств, т.е. зависимости скорости распространения фазы волны (фазовой скорости) и огибающей модулированного колебания или скорости распространения энергии вдоль волновода (групповой скорости) от длины волны колебаний.

В полых волноводах возможно существование двух типов волн:

– электрических (*E*-волны) и магнитных (*H*-волны). -волнами называют волны, у которых вектор напряженности электрического поля \vec{E} имеет обе составляющие: продольную и поперечную, т.е. параллельную и перпендикулярную к оси волновода, а вектор \vec{H} лишь поперечную.

– *H*-волнами называют волны, у которых вектор напряженности магнитного поля имеет продольную и поперечную составляющие, а вектор \vec{E} только поперечную. Как в прямоугольных, так и в круглых волноводах волны принято обозначать символами: магнитные – H_{mn} , электрические – E_{mn} , где m и n – любые целые числа, включая нуль (одновременно равными нулю быть не могут), причем в прямоугольных волноводах m и n указывают на количество пространственных полуволн поля, укладывающихся вдоль наибольшего и наименьшего поперечных размеров волновода.

В круглых волноводах индексы m и n имеют другой смысл: m – число пространственных (стоячих) полуволн, укладывающихся вдоль полуокружности, а n – число максимумов поля в направлении радиуса волновода. Для некоторых типов волн в круглом волноводе из-за сложности структуры полей вдоль радиуса может укладываться нецелое число полуволн. В этом случае производят округление до ближайшего целого числа.

В прямоугольных волноводах не могут существовать волны вида E_{m0} и E_{0n} , а в круглых – вида E_{m0} и H_{m0} . В прямоугольном волноводе низшей или

основной является волна H_{10} , а в круглом – H_{11} . При этих волнах размеры поперечных сечений волноводов будут наименьшими.

Условием распространения всех типов волн является неравенство:

$$\lambda_{\mathrm{\kappa p}} > \lambda$$
,

где λ – рабочая длина волны.

В прямоугольном волноводе как при H_{mn} -, так и при E_{mn} -волнах критическая длина волны вычисляется по формуле:

$$\lambda_{\rm \kappa p} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}},\tag{4.1}$$

где *а* и *b* – наибольший и наименьший размеры поперечного сечения волновода (с внутренней стороны).

В круглом волноводе λ_{кр} равна: При электрических колебаниях

$$\lambda_{\rm \kappa p} = \frac{\pi D}{\beta_{mn}},$$

а при магнитных волнах

$$\lambda_{\mathrm{\kappa p}} = \frac{\pi D}{\beta'_{mn}},$$

где D – внутренний диаметр сечения волновода; β_{mn} – n-ый по порядку возрастания корень функции Бесселя первого рода m-го порядка; β'_{mn} – n-ый по порядку возрастания корень производной функции Бесселя первого рода m-го порядка. Значения β_{mn} и β'_{mn} приводятся в справочных таблицах.

Значение $\lambda_{\rm kp}$ позволяет правильно выбрать размеры волновода. Общее условие существования только нужной волны можно сформулировать так: рабочая длина волны должна быть меньше $\lambda_{\rm kp}$ рабочего типа волны, но больше критической длины волны ближайшего высшего типа ($\lambda_{\rm kp1}$), то есть:

$$\lambda_{\mathrm{кp1}} < \lambda < \lambda_{\mathrm{кp}}$$
 или $\lambda_{min} = \lambda_{\mathrm{кp1}} < \lambda < \lambda_{\mathrm{\kappap}} = \lambda_{max}$,

Это соотношение для прямоугольного волновода, работающего на основной волне H_{10} имеет вид:

$$\lambda_{\kappa p H_{01}} < \lambda < \lambda_{\kappa p H_{10}}$$

или (при других соотношениях поперечных размеров)

 $\lambda_{\kappa p H_{20}} < \lambda < \lambda_{\kappa p H_{10}}.$

Здесь $\lambda_{\kappa p H_{10}} = 2a$; $\lambda_{\kappa p H_{20}} = a$; $\lambda_{\kappa p H_{01}} = 2b$. Для круглого волновода при волне H_{11} будем иметь:

$$\lambda_{{
m kp} E_{01}} < \lambda < \lambda_{{
m kp} H_{11}}$$
или $2,61R < \lambda < 3,41R,$

где *R* – радиус волновода.

Обычно размер широкой стенки прямоугольного волновода выбирают равным 0,7 λ , а узкой – (0,3 ÷ 0,35) λ , или примерно (0,4 ÷ 0,5)a.

В круглом волноводе радиус нужно брать примерно равным одной трети средней рабочей длины волны.

Поскольку вблизи критической длины волны $\lambda_{\rm kp}$ затухание сильно возрастает, то максимальная длина волны в волноводах принимается:

а) для прямоугольного волновода $\lambda_{max} = 1,6a;$

б) для круглого волновода $\lambda_{max} = 3,2R$.

Необходимость увеличения затухания высших типов волн требует увеличения минимальной длины волны рабочего диапазона:

а) для прямоугольного волновода $\lambda_{min} = 1, 1a;$

б) для круглого – $\lambda_{min} = 2,72R$.

Если диапазон рабочих частот известен, то справедливы следующие соотношения:

$$\frac{\lambda_{max}}{1,6} \le a \le \frac{\lambda_{min}}{1,1},$$
$$\frac{\lambda_{max}}{3,2} \le R \le \frac{\lambda_{min}}{2,72}$$

Эти выражения правомерны лишь для основных типов волн: H_{10} и H_{11} . Стенки реальных волноводов обладают хотя и малым, но имеющим конечную величину активным сопротивлением. Поэтому часть мощности, передаваемой по волноводу, затрачивается на нагрев стенок, так как по ним протекают высокочастотные токи. Поскольку для различных типов волн распределение и величина токов разные, то и потери в стенках волновода будут зависеть от типа волны, на которой происходит передача энергии. При уменьшении частоты и приближении ее к критической затухание растет за счет увеличения числа отражений плоских волн от стенок волновода, так как при каждом отражении часть энергии теряется. Рост потерь с увеличением частоты сигнала объясняется влиянием поверхностного эффекта.

4.2. Домашнее задание и методические указания по его выполнению

Составить сравнительную характеристику для прямоугольных и круглых волноводов, указав в ней преимущества и недостатки и тех, и других, их области применения, используемые типы волн, способы изготовления.

Для выполнения домашнего задания необходимо изучить материал соответствующих лекций и следующие разделы по литературе:

а) прямоугольные волноводы [4, с. 50-55];

6) волна *H*₁₀ в прямоугольном волноводе [4, с. 55-56];

в) токи в прямоугольном волноводе на волне H_{10} [4, с. 56-57];

г) круглые волноводы [4, с. 57-61];

д) определение размеров поперечного сечения прямоугольного и кругло-го волноводов [4, с. 65].

При этом следует обратить внимание на физический смысл таких понятий, как критическая длина волны, тип и вид электромагнитных колебаний, длина волны в волноводе, фазовая и групповая скорости, дисперсионные свойства волноводов, плоскость поляризации волны.

4.3. Лабораторное задание и методические указания по его выполнению

1. Изучить по образцам конструктивные особенности волноводных устройств (их количество и конкретные типы указываются преподавателем).

2. Определить использованные материалы, покрытия и методы изготовления СВЧ элементов.

3. Измерить все размеры волноводных устройств и составить их эскизы.

4. Определить расчетным путем по измеренным линейным размерам поперечного сечения прямоугольных волноводов критические длины волн для следующих типов электромагнитных полей: H_{10} , H_{01} , H_{20} , H_{11} , H_{21} , H_{12} , H_{32} , E_{11} , E_{12} , E_{21} , E_{22} . Составить график распределения критических длин волн.

5. Найти рабочую полосу частот для всех устройств на волне H_{10} .

6. Определить для средних рабочих частот длину волны в волноводе, фазовую и групповую скорости (при волне H_{10}).

7. Найти эквивалентные сопротивления волноводных устройств.

8. Для волн H_{10} и E_{11} определить коэффициенты затухания в волноводах, обусловленные потерями в их стенках.

В пункте 1 студенты должны выяснить наличие у СВЧ устройств таких конструктивных особенностей, как повороты волноводного тракта, изгиб его

оси, поворот плоскости поляризации, наличие щелей, отверстий, элементов связи и т.п.

В пункте 2 нужно определить материалы, из которых изготовлены элементы волноводного тракта. Наиболее часто для этой цели используются медь марок М-1, М-3; латунь марок Л-59, Л-62, Л-96; алюминий марок АОО, АО. Здесь следует указать способ изготовления волновода, вид покрытия его внутренней поверхности.

Линейные размеры СВЧ узлов и их составных частей измеряются при помощи линейки и штангенциркуля.

Критические длины волн (4-ый пункт лабораторного задания) определяются по формуле (4.1), в которую необходимо подставить численные значения a, b, m, n, соответствующие рассматриваемым волноводным устройствам и типам заданных электромагнитных волн. Полученные значения $\lambda_{\rm kp}$ в виде отделытых точек наносятся на ось абсцисс, причем сверху над точками указывается тип волны, а снизу – длина волны (в сантиметрах).

Рабочую полосу частот можно найти так:

$$\Delta f = f_{max} - f_{min},$$

где
$$f_{max} = \frac{c}{\lambda_{min}} = \frac{c}{1,1a}; f_{min} = \frac{c}{\lambda_{max}} = \frac{c}{1,6a}$$
.

Следовательно,

$$\Delta f \approx 0,284 \frac{c}{a} \; .$$

Здесь $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света. Если *а* выразить в метрах, то Δf получится в герцах. Окончательно Δf следует выразить в мегагерцах или гига-герцах.

Для нахождения длины волны в волноводе нужно воспользоваться соотношением:

$$\lambda_{\rm B} = \frac{\lambda_{\rm cp}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{\rm cp}}{\lambda_{\rm \kappa p}}\right)^2}}$$

,

где $\lambda_{
m cp} = rac{\lambda_{max} + \lambda_{min}}{2}$ ·

Фазовая и групповая скорости определяются по формулам:

$$V_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{\rm cp}}{\lambda_{\rm \kappa p}}\right)^2}}; \qquad V_{\rm rp} = c\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{\rm cp}}{\lambda_{\rm \kappa p}}\right)^2}.$$

Для прямоугольного волновода с волной H_{10} введено понятие эквивалентного сопротивления, которое справедливо только для решения вопросов согласования волноводов. Эквивалентное сопротивление Z_{9} , может быть рассчитано тремя способами, использующими за известные величины: напряжение u, ток i и мощность P:

$$Z_{3ui} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{b}{a} \frac{376,7}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{cp}}{2a}\right)^2}}; \quad Z_{3pu} = 2\frac{b}{a} \frac{376,7}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{cp}}{2a}\right)^2}}$$
$$Z_{3pi} = \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{b}{a} \frac{376,7}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{cp}}{2a}\right)^2}}.$$

,

В этих выражениях *a*, *b* и λ_{cp} выражаются в одинаковых единицах, при этом Z_3 будет иметь размерность в омах.

Коэффициент затухания в стенках волновода может быть вычислен по приведенным ниже формулам:

а) для прямоугольного волновода при *H_{mn}*-волнах:

$$\beta_{c} = \frac{0,793}{b\sqrt{a - \left(\frac{\lambda_{cp}}{\lambda_{\kappa p}}\right)^{2}} \cdot \sqrt{\delta\lambda_{cp}}} \left[\frac{\left(\frac{b}{a}E_{n}m^{2} + E_{m}n^{2}\right)\left(1 - \frac{\lambda_{cp}^{2}}{\lambda_{\kappa p}^{2}}\right)}{\frac{b}{a}m^{2} + \frac{a}{b}n^{2}} + \left(\frac{\lambda_{cp}}{\lambda_{\kappa p}}\right)^{2}\left(\frac{b}{a}E_{m} + E_{n}\right) \right] (4.2)$$

где

$$E_n = 1$$
 при $n = 0$; $E_m = 1$ при $m = 0$; $E_n = 2$ при $n \neq 0$; $E_m = 2$ при $m \neq 0$;

б) для прямоугольного волновода при E_{mn} -волнах:

$$\beta_{c} = \frac{1,586}{a\sqrt{a - \left(\frac{\lambda_{cp}}{\lambda_{\kappa p}}\right)^{2}} \cdot \sqrt{\delta\lambda_{cp}}} \cdot \frac{m^{2} + n^{2}\left(\frac{a}{b}\right)^{3}}{m^{2} + n^{2}\left(\frac{a}{b}\right)^{2}};$$
(4.3)

в) для круглого волновода при *H_{mn}*-волнах:

$$\beta_{c} = \frac{0,793}{R_{\sqrt{\alpha - \left(\frac{\lambda_{cp}}{\lambda_{Kp}}\right)^{2}} \cdot \sqrt{\delta\lambda_{cp}}}} \left[\left(\frac{\lambda_{cp}}{\lambda_{Kp}}\right)^{2} + \frac{m^{2}}{\beta_{mn}^{2} - m^{2}} \right];$$
(4.4)

г) для круглого волновода при *E_{mn}*-волнах:

$$\beta_{c} = \frac{0,793}{R_{\sqrt{\alpha - \left(\frac{\lambda_{cp}}{\lambda_{\kappa p}}\right)^{2}} \cdot \sqrt{\delta\lambda_{cp}}};$$
(4.5)

 $\beta(4.2) \div (4.5): \delta$ — проводимость материала стенок волновода, *См/см*; величины *a*, *b*, *R*, λ_{cp} и $\lambda_{\kappa p}$ выражены в метрах, а β_c — в дБ/м.

Проводимость δ равна: для серебра $-6,1 \cdot 10^7 \cdot \frac{1}{0_{\text{М}\cdot\text{M}}}$, для меди $-5,86 \cdot 10^7 \cdot \frac{1}{0_{\text{M}\cdot\text{M}}}$, для латуни $-1,6 \cdot 10^7 \cdot \frac{1}{0_{\text{M}\cdot\text{M}}}$.

4.4. Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

- цель работы;
- кратко описанное теоретическое содержание изучаемого явления;
- исходные данные для расчёта;
- результаты выполнения домашнего задания;
- результаты по всем пунктам лабораторного задания;
- графические материалы;
- выводы по результатам исследований.

4.5. Контрольные вопросы

1. Каковы достоинства и недостатки прямоугольных волноводов по сравнению с круглыми?

2. Что такое длина волны в волноводе и чем она обусловлена?

3. В чем проявляются дисперсионные свойства волноводов?

4. Каким образом изменяется полоса пропускания волновода с повышением вида электромагнитных колебаний?

5. Какое направление полировки внутренней поверхности волновода считается оптимальным?

6. Какие требования предъявляются к материалам, используемым для изготовления волноводов?

7. Из каких соображений выбираются размеры поперечного сечения волновода?

8. Что ограничивает применение волноводов на миллиметровых волнах?

9. Почему в полых волноводах не могут распространяться Т-волны?

10. Можно ли увеличить критическую длину волны в волноводе, не изменяя его размеров?

11. В чем состоит отличие фазовой скорости волны от групповой?

12. Зависит ли фазовая или групповая скорость волны от размеров и формы волновода?

13. Какие материалы используются для антикоррозионных покрытий внутренних поверхностей волноводов?

14. Влияет ли коррозия на искажения сигналов, передаваемых по волноводному тракту?

15. Каковы достоинства и недостатки контактных и дроссельнофланцевых соединений волноводов?

16. С какой целью в волноводном тракте осуществляют поворот плоскости поляризации волны?

17. С какой целью и для какого типа волноводов введено понятие эквивалентного сопротивления, и как оно определяется?

18. Как объяснить с физической точки зрения изменение коэффициента затухания в стенках волновода при переходе от одного типа волны к другому?

5. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5 ИССЛЕДОВАНИЕ СООСНЫХ И ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ВОЛНОВОДНЫХ ПЕРЕХОДОВ

Цель работы:

1. Приобретение практических навыков по исследованию конструкций соосных и перпендикулярных переходов волноводных линий передачи СВЧ энергии.

2. Освоение методики определения параметров: граничных длин волн, рабочей полосы частоты, предельной пропускаемой мощности.

5.1. Краткие теоретические сведения

На практике часто требуются осуществлять соединение между собой различных линий передачи СВЧ сигналов, которые могут отличаться друг от друга не только длиной и размерами поперечного сечения, но и по форме. Устройства, обеспечивающие такое сопряжение линий, принято называть переходами. Наиболее распространенными из них являются:

1) волноводные переходы, используемые для соединения прямоугольного волновода с круглым или другим прямоугольным волноводом;

2) коаксиально-волноводные переходы, предназначенные для сопряжения коаксиальной линии с прямоугольным или круглым волноводом;

3) коаксиально-полосковые переходы, обеспечивающие соединение между собой коаксиальной и полосковой (симметричной или несимметричной) линий;

4) волноводно-полосковые переходы, соединяющие прямоугольные волноводы и полосковые линии.

В плоскости перехода от одного прямоугольного волновода к другому изза неравенства их волновых сопротивлений возникают отражения, что приводит к появлению нежелательных типов волн. В связи с этим конструктивно переход следует выполнить таким образом, чтобы обеспечить условия распространения лишь для нужного типа волны, сведя к минимуму нежелательные отражения. Изменения наименьшего размера поперечного сечения «*b*» прямоугольного волновода с волной H_{10} эквивалентно внесению емкостной, а изменение наибольшего размера «*a*» — индуктивной проводимости в плоскости раздела соединяемых волноводов.

Существенного уменьшения отражений можно добиться применением плавных переходов от одного волновода к другому, причем, чем больше длина перехода по отношению к длине волны, тем меньше отражения. При плавном изменении наибольшего размера «*a*» непрерывно будет изменяться в переходе длина волны в волноводе $\lambda_{\rm B}$. В этом случае длина перехода *L* выбирается в соответствии с выражением:

$$L = \frac{n \cdot \lambda \cdot (a_2 - a_1)}{\sqrt{4 \cdot a_2^2 - \lambda^2} - \sqrt{4 \cdot a_1^2 - \lambda^2} + \lambda \cdot \left[\arccos\left(\frac{\lambda}{2 \cdot a_1}\right) - \arccos\left(\frac{\lambda}{2 \cdot a_2}\right)\right]}, \quad (5.1)$$

где λ – длина волны передаваемых колебаний; n – число полуволн в переходе; a_1, a_2 – наибольшие размеры поперечных сечений узкого и широкого волноводов. Одновременно с «*a*» может изменяться и другой размер «*b*» в пределах от b_1 до b_2 , где b_1 и b_2 — наименьшие размеры поперечных сечений волноводов. При этом b_2 может быть в общем случае больше или меньше b_1 , а также и равным ему. Размер a_2 , как принято ранее в (5.1), больше или равен a_1 .

Условие существования в переходе только одной волны H_{10} можно получить из условий распространения этой волны в обоих волноводах:

$$\begin{split} \lambda_{\mathrm{kp}_{1}H_{20}} &= a_{1} \\ \lambda_{\mathrm{kp}_{1}H_{01}} &= 2b_{1} \end{split} < \lambda < \lambda_{\mathrm{kp}_{1}H_{10}} &= 2a_{1}, \\ \lambda_{\mathrm{kp}_{2}H_{20}} &= a_{2} \\ \lambda_{\mathrm{kp}_{2}H_{01}} &= 2b_{2} \rbrace < \lambda < \lambda_{\mathrm{kp}_{2}H_{10}} &= 2a_{2}, \end{split}$$

откуда будем иметь:

$$\lambda_{\mathrm{Kp}_{1}H_{01}} = 2b_{1} \\ \lambda_{\mathrm{Kp}_{2}H_{20}} = a_{2} \\ \lambda_{\mathrm{Kp}_{2}H_{01}} = 2b_{2} \end{pmatrix} < \lambda < \lambda_{\mathrm{Kp}_{1}H_{10}} = 2a_{1},$$
(5.2)

В этих соотношениях: $\lambda_{\text{кр}_1H_{10}}, \lambda_{\text{кр}_1H_{20}}, \lambda_{\text{кр}_1H_{01}}, \lambda_{\text{кр}_2H_{10}}, \lambda_{\text{кр}_2H_{20}}, \lambda_{\text{кр}_2H_{01}} -$ критические длины волн в волноводах соответственно с размерами a_1 , b_1 и a_2 , b_2 .

Из (5.2) верхняя граничная длина волны $\lambda_{\rm rb}$ будет равна $2a_1$, а нижняя определяется по формулам:

$$\lambda_{\rm \tiny \Gamma B} = \begin{cases} 2b_1 \text{ при } a_2 \le 2b_1 \ge 2b_2; \\ a_2 \text{ при } 2b_1 \le a_2 \ge 2b_2; \\ 2b_2 \text{ при } 2b_1 \le 2b_2 \ge a_2. \end{cases}$$
(5.3)

Длину волны $\lambda_{\rm B}$ в переходе можно определить, воспользовавшись рис. 5.1 и соотношением:

$$\lambda_{\rm B} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}.$$
(5.4)

Из рис. 5.1 имеем:

$$a = a_1 + 2\Delta a = a_1 + \frac{2\Delta a_{max}l}{L} = a_1 + \frac{(a_2 - a_1)l}{L}.$$
 (5.5)

Подставляя (5.5) в (5.4) получим:

$$\lambda_{\rm B} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda L}{(a_2 - a_1)l + a_1 L}\right]^2}}.$$
(5.6)

В формулах (5.4) – (5.6) и на рис. 5.1 приняты обозначения: l – текущее значение расстояния, отсчитываемого от размера a_1 ; a – величина широкого размера перехода, соответствующая расстоянию l; $\Delta a, \Delta a_{max}$ – величины, характеризующие увеличение размеров a и a_2 по сравнению с a_1 .



Рис. 5.1. Параметры волноводного перехода



Рис. 5.2. Соосный переход прямоугольного волновода на круглый



Рис. 5.3. Перпендикулярный переход с прямоугольного волновода на круглый

Для соосного перехода с прямоугольного волновода на круглый (рис. 5.2) с преобразованием волны H_{10} в волну H_{11} условия существования этих волн можно определить в виде следующих аналитических выражений:

$$\lambda_{\mathrm{\kappa p}H_{20}} = a \\ \lambda_{\mathrm{\kappa p}H_{01}} = 2b \} < \lambda < \lambda_{\mathrm{\kappa p}H_{10}} = 2a,$$

$$(5.7)$$

$$\lambda_{\text{kp}H_{01}} = 2,62R < \lambda < \lambda_{\text{kp}H_{11}} = 3,41R.$$
(5.8)

Соотношение (5.7) представляет собой условие существования волны H_{10} в прямоугольном волноводе, а (5.8) — волны H_{11} в круглом волноводе. Разумеется, рабочий диапазон частот должен удовлетворить обоим этим соотношениям. В (5.8) R — радиус круглого волновода.

Из (5.7) и (5.8) граничные длины волн определяются так:

$$\lambda_{\rm fh} = \begin{cases} a \, \text{при } 2b \le a \ge 2,62R; \\ 2b \, \text{при } a \le 2b \ge 2,62R; \\ 2,62R \, \text{при } a \le 2,62R \ge 2b; \end{cases}$$
(5.9)

$$\lambda_{\rm fb} = \begin{cases} 2a \, \text{при} \, 2a \le 3,41R; \\ 3,41R \, \text{при} \, 2a \ge 3,41R. \end{cases}$$
(5.10)

Для перпендикулярного перехода с прямоугольного волновода на круглый (рис. 5.3) с преобразованием волны H_{10} в волну E_{01} условия существования этих волн имеют вид:

$$\lambda_{\mathrm{\kappa p}H_{20}} = a \\ \lambda_{\mathrm{\kappa p}H_{01}} = 2b \\ \rbrace < \lambda < \lambda_{\mathrm{\kappa p}H_{10}} = 2a, \\ \lambda_{\mathrm{\kappa p}H_{21}} = 2,06R < \lambda < 2,62R = \lambda_{\mathrm{\kappa p}E_{01}}. \\ \rbrace$$

$$(5.11)$$

На рис. 5.3: 1,2 — прямоугольный и круглый волноводы; 3 – согласующая индуктивная диафрагма.

Поскольку здесь выполняются условия распространения для волны E_{01} , то они выполняются и для волны H_{11} . Поэтому для подавления последней используется гасящий объем, длина l и диаметр d которого выбираются такими, чтобы волна E_{01} проходила беспрепятственно, а H_{11} гасилась. Это возможно, например, при

$$l = \frac{3}{4}\lambda_{\rm BH_{11}} = \frac{1}{2}\lambda_{\rm BE_{01}},\tag{5.12}$$

что достигается выбором диаметра d.

На основании (5.12) будем иметь:

$$\frac{3}{4}\frac{\lambda}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{3,41r}\right)^2}} = \frac{1}{2}\frac{\lambda}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2,62r}\right)^2}},$$
(5.13)

откуда $r = 0,44\lambda$,

где r = d/2 – радиус гасящего объема.

Следовательно, для рассматриваемого перехода рабочий диапазон частот будет определяться не условиями (5.11), а соотношением (5.12). Из (5.11) без учета влияния гасящего объема:

$$\lambda_{\text{гн}} = \begin{cases} a \text{ при } 2b \le a \ge 2,06R; \\ 2b \text{ при } a \le 2b \ge 2,06R; \\ 2,06R \text{ при } a \le 2,06R \ge 2b; \end{cases}$$
(5.14)

$$\lambda_{\rm fb} = \begin{cases} 2a \, \text{при } 2a \le 2,62R;\\ 2,62R \, \text{при } 2a \ge 2,62R. \end{cases}$$
(5.15)

Заметим, что:

$$\lambda_{_{\Gamma\mathrm{H}}} < \lambda = r/0$$
,44 $< \lambda_{_{\Gamma\mathrm{B}}}$.

Для соосных переходов с прямоугольного волновода на прямоугольный или круглый минимальная, средняя и максимальная длины рабочих волн, а также и полоса пропускания могут быть найдены с помощью соотношений:

$$\lambda_{min} = \lambda_{\Gamma H} + 0,1(\lambda_{\Gamma B} - \lambda_{\Gamma H}), \\\lambda_{cp} = \lambda_{\Gamma H} + 0,35(\lambda_{\Gamma B} - \lambda_{\Gamma H}), \\\lambda_{max} = \lambda_{\Gamma H} + 0,6(\lambda_{\Gamma B} - \lambda_{\Gamma H}), \\\Delta\lambda = \lambda_{max} - \lambda_{min} = 0,5(\lambda_{\Gamma B} - \lambda_{\Gamma H}).$$
(5.16)

Важной характеристикой линий передачи СВЧ энергии, в том числе и их переходов, является электрическая прочность. За предельную мощность, передаваемую по линии, принимают мощность, при которой градиент электрического поля в линии в режиме бегущей волны достигает пробивного значения.

Предельные мощности равны:

а) для прямоугольного волновода на волне H_{10} :

$$P_{\text{пред}} = \frac{abE_{\text{пред}}^2}{1.51} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2},$$
(5.17)

б) для круглого волновода на волне *H*₁₁:

$$P_{\text{пред}} = \frac{\pi R^2 E_{\text{пред}}^2}{1,58} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{3,41R}\right)^2},$$
 (5.18)

в) для круглого волновода на волне E_{01} :

$$P_{\text{пред}} = \frac{\pi R^2 E_{\text{пред}}^2}{2,79} \cdot \frac{2,62R}{\lambda} \cdot \sqrt{\left(\frac{2,62R}{\lambda}\right)^2 - 1},$$
(5.19)

г) для коаксиальной линии:

$$P_{\rm пред} = \frac{d^2 E_{\rm пред}^2}{0.48} \cdot \ln \frac{D}{d} , \qquad (5.20)$$

где $E_{\rm пред}$ — предельная напряженность поля; для воздуха при нормальном атмосферном давлении, нормальной ионизации и нормальной температуре $E_{\rm пред}$ в сантиметровом и дециметровом диапазонах составляет приблизительно 29 кВ/см;

D, *d* – внешний и внутренний диаметры коаксиальной линии.

Величины λ , R, a, b, D и d, входящие в формулы (5.17) — (5.20), выражены в сантиметрах.

Допустимой (рабочей) мощностью называют предельную мощность пропускания, умноженную на коэффициент запаса, то есть:

$$P_{\text{доп}} \cong (1/3 \div 1/5) P_{\text{пред}}.$$

Нужно отметить, что соотношения (5.17) – (5.20) верны лишь для импульсного режима работы, поскольку они учитывают только электрические причины пробоя.

5.2. Домашнее задание и методические указания по его выполнению

Дать краткое описание волноводных переходов, наиболее часто используемых на практике.

Для выполнения этого пункта задания нужно изучить материал соответствующих лекций, а также проработать материал по следующим литературным источникам [4, с.98-103]; [5, с.226-232].

При описании переходов отметить их достоинства и недостатки, области применения, способы согласования с соединяемыми элементами волноводного тракта, а также обратить внимание на трансформацию типов волн в переходах.

5.3. Лабораторное задание и методические указания по его выполнению

1. Изучить по образцам конструктивные особенности всех СВЧ переходов (их количество и конкретные типы указываются преподавателем).

2. Измерить все размеры СВЧ переходов и составить эскизы чертежей.

3. Для перехода с прямоугольного волновода на прямоугольный:

а) определить расчетным путем по измеренным размерам граничные длины волн $\lambda_{\text{гн}}$ и $\lambda_{\text{гв}}$, а также минимальную (λ_{min}), среднюю (λ_{cp}), и максимальную (λ_{max}) длины рабочих волн и полосу пропускания $\Delta\lambda$;

б) найти число полуволн, укладывающихся в переходе при трех значениях длины волны: $\lambda = \lambda_{min}, \lambda_{cp}, \lambda_{max};$

в) построить зависимость длины волны в волноводе $\lambda_{\rm B}$ от текущей длины перехода l при $\lambda = \lambda_{min}, \lambda_{\rm cp}, \lambda_{max}$.

4. Для соосного перехода с прямоугольного волновода на круглый с преобразованием волны H_{10} в волну H_{11} определить на основании измеренных размеров:

а) длины волн: $\lambda_{\text{гн}}, \lambda_{\text{гв}}, \lambda_{min}, \lambda_{\text{ср}}, \lambda_{max};$

б) рабочую полосу пропускания $\Delta \lambda$;

в) длину волны в волноводе $\lambda_{{}_{\mathrm{B}H_{11}}}$ в круглой части волновода.

5. Для перпендикулярного перехода с прямоугольного волновода на круглый с преобразованием волны H_{10} в волну E_{01} определить по измеренным размерам:

а) рабочую длину волны λ ;

б) критические длины волн в круглом волноводе и его гасящем объеме при колебаниях типа H_{11} и E_{01} ($\lambda_{\text{кр}H_{11}}, \lambda_{\text{кр.г.}H_{11}}, \lambda_{\text{кр}E_{01}}, \lambda_{\text{кр.г.}E_{01}}$);

в) длины волн в волноводе в круглой части перехода и гасящем объеме: $\lambda_{BH_{11}}, \lambda_{B\Gamma H_{11}}, \lambda_{B\Gamma E_{01}}, \lambda_{B\Gamma E_{01}}$.

6. Для всех переходов, в том числе и для перехода с коаксиальной линии на прямоугольный волновод, определить предельную пропускаемую мощность.

В п. 1 студенты должны выяснить конструктивные особенности элементов связи переходов с одной линии передачи на другую, их согласующих устройств, элементов сочленения, элементов крепления и т.п.

Линейные размеры СВЧ переходов и их отдельных составных частей измеряются с помощью линейки и штангенциркуля.

Для нахождения величин λ_{rH} , λ_{rB} , λ_{min} , λ_{cp} , λ_{max} и $\Delta\lambda$ нужно воспользоваться соотношениями (5.2), (5.3), (5.9), (5.10) и (5.16). При этом за a_2 принять наибольший из широких размеров волновода.

Число полуволн *n*, укладывающихся в переходе с прямоугольного волновода на прямоугольный, может быть найдено на основании (5.1).

Для построения графиков функциональной зависимости $\lambda_{\rm B} = F(l)$ по п. Зв необходимо использовать равенство (5.6), подставляя в него значения *l* от 0 до *L*, а вместо λ соответственно λ_{min} , $\lambda_{\rm cp}$, λ_{max} .

Критические длины волн в круглом волноводе и его гасящем объеме (п. 5б) определяются с помощью соотношений:

 $\lambda_{\text{Kp}H_{11}} = 3,41R,$ $\lambda_{\text{Kp.r.}H_{11}} = 3,41r,$ $\lambda_{\text{Kp}E_{01}} = 2,62R,$ $\lambda_{\text{Kp.r.}E_{01}} = 2,62r.$

Длины волн в волноводе для круглой части переходов и гасящего объема (п. 4в и п. 5в) находятся по формулам:

$$\lambda_{\mathrm{B}H_{11}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/3, 41R)^2}}, \qquad \lambda_{\mathrm{B}\Gamma H_{11}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/3, 41r)^2}}, \\ \lambda_{\mathrm{B}E_{01}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/2, 62R)^2}}, \qquad \lambda_{\mathrm{B}\Gamma E_{01}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/2, 62r)^2}}$$

Для определения рабочей длины волны λ (по п. 5а) необходимо воспользоваться соотношением (5.13).

Пропускаемые по переходам предельные мощности можно найти с помощью формул (5.17) — (5.20), причем для каждого перехода из двух определяемых мощностей за предельную следует принять наименьшую из них.

5.4. Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

– цель работы;

- кратко описанное теоретическое содержание изучаемого явления;

- исходные данные для расчёта;

– результаты выполнения домашнего задания;

– результаты по всем пунктам лабораторного задания;

- графические материалы;

- выводы по результатам исследований.

5.5. Контрольные вопросы

1. В каких случаях условие существования только волны H_{10} в прямоугольном волноводе определяется критической длиной одной из волн: H_{20} или H_{01} ?

2. Как определяется полоса пропускания соосного перехода с прямоугольного волновода на прямоугольный?

3. Как определяется полоса пропускания соосного перехода с прямоугольного волновода на круглый?

4. Как определяется полоса пропускания перпендикулярного перехода с прямоугольного волновода на круглый?

5. Как определяется полоса пропускания перпендикулярного перехода с коаксиальной линии на прямоугольный волновод?

6. Какие из исследуемых в лабораторной работе переходов можно отнести к *E*- или -тройниковым разветвлением?

7. Изобразить графически при волне H_{11} эквивалентную схему гасящего объема перехода в виде двухпроводной линии с указанием ее продольного размера в длинах волн.

8. Изобразить графически картину электромагнитного поля в соосном переходе с прямоугольного волновода на прямоугольный.

9. Указать и объяснить в каких поперечных сечениях полого соосного металлического перехода с прямоугольного волновода на прямоугольный электрическая прочность будет максимальной и минимальной.

10. Какое из поперечных сечений соосного перехода с прямоугольного волновода на прямоугольный определяет предельную пропускаемую мощность по переходу? Пояснить физически и аналитически.

11. Какой фазовый сдвиг имеют волны, распространяющиеся от места возбуждения в разные стороны в круглой части перехода с гасящим объемом?

12. Изобразить графически картину электромагнитного поля в соосном переходе с прямоугольного волновода на круглый.

13. Влияет ли гасящий объем на электрическую прочность перехода? Пояснить аналитически. 14. Изобразить графически картину электромагнитного поля в коаксиально-волноводном переходе.

15. Изобразить графически изменение длины волны колебаний вдоль оси коаксиально-волноводного перехода.

6. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6 ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ

Цель работы:

1. Ознакомление с математическим описанием процесса распространения электромагнитных волн в круглом диэлектрическом волноводе.

2. Ознакомление с собственными типами волн диэлектрического волновода и структурой их поля.

3. Компьютерный анализ дисперсионных и энергетических характеристик круглого диэлектрического волновода.

6.1. Краткие теоретические сведения

Диэлектрические волноводы имеют несколько принципиальных отличий от полых металлических волноводов [6]:

- полное отсутствие металлических проводников;

 – открытый (для поля) характер волновода в поперечном сечении и, как следствие этого, наличие продольного потока электромагнитной мощности не только внутри, но и вне диэлектрического волновода;

 поверхностный характер волн, распространяющихся вдоль волновода;
 поле волн «прижато» к его поверхности; волны бегут по волноводу со скоростью, меньшей скорости света в окружающей среде: диэлектрический волновод
 это структура, направляющая «медленные» волны;

– электромагнитное поле концентрируется внутри диэлектрического волновода вследствие того, что бегущие по нему волны испытывают полное внутреннее отражение при каждом падении (изнутри) на его поверхность.

Внешний вид простейшего круглого диэлектрического волновода показан на рис. 6.1.



Рис. 6.1. Круглый диэлектрический волновод (а - внешний вид, б - поперечное сечение)

Основными типами собственных волн диэлектрического волновода являются гибридные HE_{nm} и EH_{nm} -волны. В частном случае осесимметричных (азимутально независимых) полей возможно существование магнитных или электрических волн (H_{0m} , E_{0m}). Поэтому общий анализ полей в диэлектрическом волноводе начинается с решения однородных волновых уравнений для продольных (H_{z-} и E_{z-}) составляющих, как для внутренней, так и для внешней области волновода:

$$\Delta \dot{E}_{z1} + k_1^2 \cdot \dot{E}_z = 0, \tag{6.1}$$

$$\Delta \dot{H}_{z1} + k_1^2 \cdot \dot{H}_z = 0, \tag{6.2}$$

$$\Delta \dot{E}_{z2} + k_2^2 \cdot \dot{E}_z = 0, \tag{6.3}$$

$$\Delta \dot{H}_{z2} + k_2^2 \cdot \dot{H}_z = 0. \tag{6.4}$$

где $k_1 = \omega \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}$, $k_2 = \omega \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}$ – постоянные распространения свободной волны в средах 1 и 2 соответственно; ε_1, μ_1 и ε_2, μ_2 – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости сред соответственно внутри и вне волновода.

Решение первых двух уравнений (6.1), (6.2), учитывая наличие особой точки r = 0, записывается в виде:

$$\dot{H}_{z1}(r,\varphi,z,t) = \dot{H}_{z1m} \cdot J_n(\beta) \cdot \sin(n\varphi) \cdot e^{i(\omega t - k_{||}z)}, \tag{6.5}$$

$$\dot{E}_{z1}(r,\varphi,z,t) = \dot{E}_{z1m} \cdot J_n(\beta) \cdot \sin(n\varphi) \cdot e^{i(\omega t - k_{||}z)}, \qquad (6.6)$$

где $\beta = k_{\perp 1} \cdot a$ – безразмерное поперечное волновое число для внутренней области; $J_n(\beta)$ – функция Бесселя n-го порядка.

При решении уравнений (6.3), (6.4) учитываем наличие особой точки $r \to \infty$:

$$\dot{H}_{z2}(r,\varphi,z,t) = \dot{H}_{z2m} \cdot K_n(\alpha) \cdot \sin(n\varphi) \cdot e^{i(\omega t - k_{||}z)}, \qquad (6.7)$$

$$\dot{E}_{z2}(r,\varphi,z,t) = \dot{E}_{z2m} \cdot K_n(\alpha) \cdot \sin(n\varphi) \cdot e^{i(\omega t - k_{||}z)}, \qquad (6.8)$$

где $\alpha = k_{\perp 2} \cdot a$ – безразмерное поперечное волновое число для внешней среды; $J_n(\beta)$ – функция Макдоналда n-го порядка.

Поперечные (E_r , E_{φ} , H_r , H_{φ}) составляющие поля в обеих областях находятся подстановкой (6.5), (6.6) и (6.7), (6.8) в уравнения Максвелла, предварительно спроектированные на оси цилиндрической системы координат. Весьма трудной задачей является определение волновых чисел α и β . Трансцендентное уравнение, которое их связывает, получается из граничных соотношений (при $r = a, \varphi - любое$):

$$\dot{E}_{\varphi 1} = \dot{E}_{\varphi 2}, \\ \dot{E}_{z 1} = \dot{E}_{z 2}, \\ \dot{H}_{\varphi 1} = \dot{H}_{\varphi 2} \\ \dot{H}_{z 1} = \dot{H}_{z 2},$$
(6.9)

и имеет следующий вид:

$$[\varepsilon f_n(\beta) + F_n(\alpha)] \cdot [\mu f'_n(\beta) + F_n(\alpha)] = n^2 \cdot (\beta^{-2} + \alpha^{-2}) \cdot (\varepsilon \mu \beta^{-2} + \alpha^{-2}), (6.10)$$

где введены обозначения:

$$f_n(\beta) = \frac{J'_n(\beta)}{\beta \cdot J_n(\beta)}; \quad F_n(\alpha) = \frac{K'_n(\alpha)}{\alpha \cdot K_n(\alpha)}, \quad (6.11)$$

 α и β – безразмерные внешнее и внутреннее волновые числа, связанные соотношением

$$\alpha^2 + \beta^2 = R^2 = \pi \left(\frac{2a}{\lambda}\right)^2 \cdot (\varepsilon_1 \mu_1 - \varepsilon_2 \mu_2), \qquad (6.12)$$

R – численный размер волновода.

Из общего трансцендентного уравнения (6.10) следует, что для полей с осевой симметрией (n = 0) существуют чисто электрические (E_z, E_r, H_{φ} составляющие во внутренней и внешней областях волновода не равны нулю) и чисто магнитные (H_z, H_r, E_{φ} составляющие в обеих областях волновода не равны нулю) с более простыми трансцендентными уравнениями, связывающими α и β , соответственно [1]:

$$\varepsilon f_0(\beta) + F_0(\beta) = 0$$
для E_{0m} – волн, (6.13)

$$\mu f_0(\beta) + F_0(\beta) = 0$$
для H_{0m} – волн. (6.14)

Остальные волны $(n \neq 0)$, как отмечалось выше, являются гибридными. Основной волной диэлектрического волновода является волна HE_{11} , не имеющая отсечки $(\lambda_{\kappa p}^{HE_{11}} \rightarrow \infty)$. С ростом числового размера *R* (6.12) количество типов волн *N*, одновременно распространяющихся по волноводу, быстро растет и определяется (при $R > 2\pi$) простым соотношением

$$N = 3.7 \cdot \left(\frac{R}{\pi}\right)^{1.84}.$$
 (6.15)

Структура поля симметричных волн

Три отличные от нуля составляющие E_{0m} -волн имеют следующую аналитическую запись

$$E_{r1} = J_1\left(\beta \frac{r}{a}\right) \qquad a)$$

$$E_{z1} = -i\frac{\beta}{k_{||}a}J_0\left(\beta \frac{r}{a}\right) \qquad b)$$

$$H_{\phi 1} = \varepsilon_1 \frac{k_0}{k_{||}} \cdot \frac{1}{W_0}J_1\left(\beta \frac{r}{a}\right) \qquad b)$$

$$E_{r2} = -\frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{J_0(\beta)}{K_0(\alpha)} \cdot K_1\left(\alpha \frac{r}{\alpha}\right) \quad \text{a)}$$

$$\begin{split} E_{z2} &= -i\frac{\beta}{k_{||}a} \cdot \frac{J_0(\beta)}{K_0(\alpha)} \cdot K_0\left(\alpha \frac{r}{a}\right) \quad \text{ б) } \text{ для } r \ge a \quad (6.17) \\ H_{\phi 2} &= -\frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{k_0}{k_{||}} \cdot \varepsilon_2 \cdot \frac{J_0(\beta)}{K_0(\alpha)} \cdot K_1\left(\alpha \frac{r}{a}\right) \quad \text{ в)} \end{split}$$

где $k_{||}$ – продольная постоянная распространения, причем

$$k_1^2 = k_{||}^2 + \beta^2, k_2^2 = k_{||}^2 + \alpha^2,$$
 (6.18)

$$k_1 = \omega \sqrt{\varepsilon_{a1} \mu_{a1}}, k_2 = \omega \sqrt{\varepsilon_{a2} \mu_{a2}}, k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}.$$
 (6.19)

 $W_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi$ – волновое сопротивление вакуума. Для волн H_{0m} -типа:

$$E_{\phi 1} = J_1\left(\beta \frac{r}{a}\right)$$
 а)
 $H_{z1} = -\frac{k_{||}}{k_{z1}}J_1\left(\beta \frac{r}{a}\right)$ б) для $r \leq 1$

$$H_{z1} = -\frac{M_{||}}{k_0 W_0} J_1\left(\beta \frac{r}{a}\right)$$
б) для $r \le a$ (6.20)
$$H_{z1} = i \frac{\beta}{k_0} \cdot \frac{1}{a W_0} J_0\left(\beta \frac{r}{a}\right)$$
в)

$$\begin{split} E_{\phi 2} &= -\frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{J_0\left(\alpha \frac{r}{a}\right)}{K_0\left(\alpha \frac{r}{a}\right)} \cdot K_1\left(\alpha \frac{r}{a}\right) \qquad \text{a}) \\ H_{r2} &= \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{k_{||}}{k_0} \cdot \frac{1}{W_0} \cdot \frac{J_0(\beta)}{K_0(\alpha)} \cdot K_1\left(\alpha \frac{r}{a}\right) \qquad \text{b}) \quad \text{для } r \ge a \ (6.21) \\ H_{z2} &= i \frac{\beta}{k_0} \cdot \frac{1}{aW_0} \cdot \frac{J_0(\beta)}{K_0(\alpha)} \cdot K_0\left(\alpha \frac{r}{a}\right) \qquad \text{b}) \end{split}$$

Потоки мощности внутри и вне диэлектрического волновода

Вследствие того, что во внутренней среде волновода скорость распространения волны меньше, чем во внешней, фронт волны искривлен. На рис. 6.2 для трех вариантов соотношения $n_1 = \varepsilon_1 \mu_1$ и $n_2 = \varepsilon_2 \mu_2$ изображены профили фронта волны.



Рис. 6.2. Профиль фронта волны в диэлектрическом волноводе

С увеличением оптической плотности материала волновода искривление фронта волны растет, поток мощности все более «втягивается» во внутреннюю область, на что указывает ориентация вектора Пойнтинга $\vec{\Pi}$. Если обозначить P_1 и P_2 – потоки мощности во внутренней и внешней областях волновода, а ($P = (P_1 + P_2)$ – суммарный поток, то, очевидно, что перераспределение мощностей между областями в зависимости от n_1/n_2 будет иметь вид, показанный на рис. 6.3, а доля мощности, сконцентрированной внутри волновода, - вид, приведенный на рис. 6.4.



 $\frac{\frac{\mathbf{P}_{1}}{\mathbf{P}}}{1} \underbrace{\frac{\mathbf{a}_{1}}{\mathbf{a}_{1}}}_{0 \quad 1 \quad \mathbf{n}_{1}} \underbrace{\frac{\mathbf{a}_{1}}{\mathbf{n}_{2}}}_{\mathbf{n}_{1}}$

Рис. 6.3. Соотношение потоков мощности волны внутри и вне волновода

Рис. 6.4. Доля потока мощности волны, сконцентрированного внутри волновода

Наклонными стрелками на обоих рисунках показано направление роста параметра изображенного семейства кривых: поперечного размера волновода, выраженного в длинах волн.

Зависимости P_1/P_2 и P_1/P от электрического размера волновода показаны на рис. 6.5 и рис. 6.6 соответственно.



Рис. 6.5. Соотношение потоков мощности волны внутри и вне волновода



Рис. 6.6. Доля потока мощности волны, сконцентрированного внутри волновода

Как и на предыдущих рисунках наклонными стрелками показано направление роста параметра семейств $\varepsilon_1/\varepsilon_2$. Приведенные зависимости свидетельствуют о том, что чем толще диэлектрический волновод и чем больше показатель преломления его материала, тем сильней проявляется эффект концентрации поля бегущих по волноводу волн в его объеме.

Скорость распространения волн и их замедление

Указанные выше физические закономерности приводят к пониманию дисперсии волн в диэлектрическом волноводе – зависимости скорости распространения волн и коэффициента замедления от длины волны. Поскольку передача энергии и информации определяется групповой скоростью распространения волны, речь в дальнейшем пойдет о последней.

Существование у бегущей по диэлектрическому волноводу волны потоков мощности внутри и вне волновода свидетельствуют о том, что скорость волны имеет значение, находящееся между V_{rp1} и V_{rp2} . При постепенном возрастании параметров n_1/n_2 (при a/λ =const) и a/λ (при n_1/n_2 =const) групповая скорость волны стремится к V_{rp1} . Поэтому нетрудно предугадать характер зависимостей $V_{rp}(n_1/n_2)$, $V_{rp}(a/\lambda)$, а также $V_{rp}/V_0 = K_{3aM}(n_1/n_2)$ и $K_{3aM}(a/\lambda)$, приведенных на рис. 6.7 – 6.10.



Рис. 6.7. Зависимость групповой скорости волны от оптической плотности материала волновода



Рис. 6.9. Зависимость коэффициента замедления волны от оптической плотности материала волновода



Рис. 6.8. Зависимость групповой скорости волны от электрического размера волновода



Рис. 6.10. Зависимость коэффициента замедления волны от электрического размера волновода

Характеристики основной волны в тонких диэлектрических волноводах

К тонким относятся волноводы, для которых их приведенный параметр мал:

$$\tilde{d} = \frac{2\pi}{a} \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1 - \varepsilon_2 \mu_2} \ll 1.$$
(6.22)

При выполнении (6.22) внутреннее и внешнее волновые числа также малы $\alpha \ll 1$; $\beta \ll 1$. Приближенная формула для расчета α имеет вид:

$$\alpha = \alpha_0 \cdot \left[0,86 + 0,036 \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} + \left(0,56 + 0,012 \cdot \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)^2 \right) \cdot \alpha_0 \right], \tag{6.23}$$

$$\alpha_0 = \frac{2}{k_{||}} \cdot \exp\left\{-\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} + 1\right) \cdot \left[\frac{2}{\pi^2 \tilde{d}^2} - \frac{1}{8}\right]\right\}.$$
(6.24)

Выражение (6.24) позволяет вычислять $\alpha \leq 0.8$ в диапазоне $\varepsilon_1/\varepsilon_2 = 1.05$.. 5,0 с ошибкой не более 3 %. После нахождения α внутреннее волновое число находится с помощью (6.12). Если замедление волны мало ($\beta \ll \alpha$), справедлива приближенная формула

$$\beta = \pi \tilde{d} - \frac{\alpha^2}{2\pi \tilde{d}} , \qquad (6.25)$$

Замедление, которое испытывает волна, равно

$$K_{\rm 3AM} = 1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\alpha\lambda}{\pi \cdot 2a}\right)^2. \tag{6.26}$$

Внутренний и внешний потоки мощности, переносимой основной волной, равны

$$P_1 = \frac{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} + 1}{4W_0/\sqrt{\varepsilon_2}} \cdot \pi a^2 \cdot \left(1 - \frac{\beta^2}{4}\right),\tag{6.27}$$

$$P_2 = \cdot \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{8W_0} \pi a^2 \cdot \left(1 - \frac{\beta^2}{8}\right)^2, \qquad (6.28)$$

а их отношение

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{2 \cdot \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} + 1\right) \cdot \alpha^2 \cdot \left(1 - \frac{\beta^2}{4}\right)}{\beta^4 \cdot \left(1 - \frac{\beta^2}{8}\right)^2}.$$
(6.29)

6.2. Домашнее задание и методические указания по его выполнению

1. Используя лекции по высшей математике, повторить раздел специальных функций, в частности функций Бесселя, Неймана, Макдоналда, Ханкеля.

2. Используя лекции по электродинамике, повторить раздел направляющих систем, в частности, диэлектрических волноводов. Использовать для этой цели рекомендованную литературу.

6.3. Лабораторное задание и методические указания по его выполнению

Учитывая значительную стоимость и трудоемкость натурных экспериментов, исследование структуры электромагнитных волн в диэлектрическом волноводе в настоящей работе выполняется на персональном компьютере с использованием пакета прикладных программ.

1. Нижеследующие расчеты и исследования выполнять для случая, когда внешняя среда – воздух ($\varepsilon_2 = 1$, $\varepsilon_{a2} = \varepsilon_0 = 1/(36\pi) \cdot 10^{-9}$ Ф/м; $\mu_2 = 1$, $\mu_{a2} = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м), а внутренняя среда – идеальный немагнитный диэлектрик ($\varepsilon_{a2} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_1$; $\mu_{a2} = \mu_0 \cdot \mu_1 = 1$).

2. Пользуясь (6.15), рассчитать зависимость общего числа волн, распространяющихся по волноводу из полистирола ($\varepsilon_1 = 2,5$), от его размера ($2a/\lambda$).

3. Выяснить, как зависит общее число волн, распространяющихся по волноводу заданного размера ($\frac{2a}{\lambda} = 1$; 5; 10), от материала стержня:

- -тефлон $\varepsilon_1 = 2,1;$
- полиэтилен $\varepsilon_1 = 2,25;$
- полистирол $\varepsilon_1 = 2,5;$
- -кварц $\varepsilon_1 = 3,8;$
- стекло $\varepsilon_1 = 5$; 10.

4. Пользуясь (6.16), (6.17), построить качественный характер изменения составляющих поля E_{0m} -волн в поперечном сечении волновода для случаев $\beta = 0,5; 1; 2; 4.$

5. Повторить расчеты (п. 4) для H_{0m} -волн (воспользоваться формулами (6.18), (6.19)).

6. Дать физическое объяснение характеру зависимостей, приведенных на рис. 6.3 – 6.6, 6.8 – 6.10.

7. Пользуясь (6.23), (6.24), (6.26), исследовать для тонкого волновода зависимость коэффициента замедления основной волны от размера волновода $(2a/\lambda)$, применяя материалы, приведенные в п. 3.

8. Пользуясь (6.27) – (6.29), провести вычисление потоков мощности, переносимой основной волной вдоль тонкого волновода во внутренней и внешней областях. Исследовать зависимости P_1 , P_2 , P_1/P_2 от приведенного диаметра волновода ($2a/\lambda = 0.05..0,1$), используя материалы, приведенные в п. 3. Внешнее волновое число выбрать равным $\alpha_1 = 0.1$; $\alpha_2 = 0.2$; $\alpha_3 = 0.4$.

9. Оформить отчет по работе, приведя распечатки графиков по п. 2 - 8.

6.4. Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

– цель работы;

- кратко описанное теоретическое содержание изучаемого явления;

– исходные данные для расчёта;

- выводы по результатам исследований.

6.5. Контрольные вопросы

1. Какие физические явления лежат в основе действия диэлектрического волновода?

2. В чем заключаются принципиальные отличия диэлектрического волновода от полого металлического? Что общего между ними?

3. В чем заключаются особенности математического анализа волн в круглом диэлектрическом волноводе?

4. Каким требованиям должен удовлетворять материал волновода?

5. Каким классам принадлежат волны, способные распространяться в диэлектрическом волноводе? Какие из них наиболее типичны?

6. При каких условиях в диэлектрическом волноводе могут существовать чисто электрические и магнитные волны?

7. От чего зависит соотношение потоков мощности, переносимой волной по диэлектрическому волноводу во внутренней и внешней областях?

8. Как изменяются доля мощности, концентрируемой внутри волновода, и скорость передачи информации при увеличении диаметра стержня?

9. Что происходит с отмеченными выше характеристиками при увеличении показателя преломления материала волновода?

10. Каковы области практического применения диэлектрических волноводов?

11. Существуют ли проблемы применения диэлектрических волноводов в оптическом диапазоне?

7. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7 ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА В АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

Цель работы:

1. Изучении студентами раздела «Распространение миллиметровых волн» курса «Электродинамика и распространение радиоволн».

2. Закрепление студентами самостоятельно освоенного теоретического материала с помощью решения практических задач по количественной оценке ослабляющего действия атмосферы на распространение радиоволн миллимет-

рового диапазона с учетом воздействия молекулярного поглощения, рассеяния и поглощения аэрозольными образованиями и гидрометеорами.

7.1. Краткие теоретические сведения

Краткие сведения о распространении радиоволн миллиметрового диапазона в атмосфере и основные расчетные соотношения для оценки их ослабления

При распространении MMB в атмосфере имеет место их затухание. Оно обусловлено двумя причинами: поглощением радиоволн и их рассеянием. Поглощение и рассеяние происходят в газах, входящих в состав атмосферы (в основном в кислороде и водяном паре), а также в частицах аэрозолей (туман, дымка, облака, пыль) и гидрометеоров (дождь, снег, град). В соответствии с законом Бугера плотность потока излучения, прошедшего в среде путь длиной Z, равна

$$P = P_0 e^{-\alpha_{p_1} Z},\tag{7.1}$$

где *P*₀ – начальная плотность потока излучения;

*а*_{*pl*} – коэффициент ослабления.

Обычно под коэффициентом α_{pl} понимают ослабление на единицу расстояния (чаще всего на 1 км) и выражают его в децибелах на километр.

$$\alpha_p = 10 lg \alpha_{p1} = 4,34 \alpha_{p1}. \tag{7.2}$$

Ослабление радиоволн газами атмосферы

Ослабление радиоволн газами атмосферы обусловлено в основном поглощением, которое является избирательным, резонансным, т.е. становится заметным при совпадении частоты радиоволны с одной из частот собственных колебаний молекулы газа. Резонансные линии поглощения всех газов атмосферы, за исключением кислорода и водяного пара, расположены вне диапазона MMB. Рассеяние миллиметровых радиоволн молекулами газов проявляется слабо, и им можно пренебречь. Резонансное поглощение в парах воды имеет место при длине волны $\lambda = 13,5$ мм и составляет (при влажности воздуха $\vartheta = 7,5$ г/м³, давлении P = 760 мм рт. ст. и температуре T = 20 K) $\alpha_p = 0,15$ дБ/км. Поглошение радиоволн в кислороде имеет две резонансные линии: на волне $\lambda = 5$ мм ($\alpha_p = 14$ дБ/км) и на волне $\lambda = 2,5$ мм ($\alpha_p = 3,5$ дБ/км).

Поглощение вне резонансных линий во влажном воздухе можно рассчитать по формуле

$$\alpha_p = 0,182fn''(f) , (7.3)$$

где α_p – коэффициент поглощения в дБ/км;

f – частота в ГГц; n''(f) – мнимая часть комплексного показателя преломления; $n = \sqrt{\varepsilon} = n' + jn'';$

 $\varepsilon = \varepsilon' + j\varepsilon''$ – комплексная относительная диэлектрическая проницаемость;

$$n''(f) = f(3,57e^2 \cdot \theta^{10,5} + 0,113ep\theta^3) \cdot 10^{-5}, \tag{7.4}$$

p – давление воздуха в кПа;

$$e = 0,1383 \frac{\vartheta}{\theta}; \tag{7.5}$$

 $\theta = 300/T$ – относительная обратная температура;

θ – абсолютная влажность воздуха в г/м³;

$$\vartheta = \left(\frac{\varphi}{5,752}\right) \cdot \theta^6 \cdot 10^{(10-9,834\theta)},\tag{7.6}$$

 φ – относительная влажность воздуха в %.

В программе для расчетов коэффициента ослабления MMB в воздухе использованы следующие идентификаторы:

T – абсолютная температура воздуха T, K;

- Р давление воздуха Р, кПа;
- V абсолютная влажность воздуха, ϑ , г/м³;
- F относительная влажность воздуха φ , %;
- L длина волны λ , см;
- F1 частота f, ГГц;
- A коэффициент ослабления α_p , дБ/км.

Ослабление радиоволн аэрозолями атмосферы

На распространение радиоволн миллиметрового диапазона значительное влияние оказывают атмосферные аэрозоли. К ним относятся водные аэрозоли (дымка, туман, облака), дымы и пыль. Коэффициент ослабления определяется поглощающими и рассеивающими свойствами частиц аэрозоля и их распределением по размерам:

$$\alpha_{p1} = \int_{0}^{\infty} \delta_{\text{осл}} N(r) \cdot dr, \qquad (7.7)$$

где *r* – радиус частицы;

N(r) – функция распределения частиц по размерам; $\delta_{\text{осл}} = \delta_n + \delta_p$ – эффективная поверхность ослабления частицы; δ_n – эффективная поверхность поглощения;

 δ_p – эффективная поверхность рассеяния.

Во многих случаях размеры частиц аэрозоля много меньше длины волны, поэтому при определении поглощения и рассеяния можно использовать выражения, вытекающие из теории Рэлея. Если в качестве верхнего предела радиуса частицы принять значение $r = 0,05\lambda$, то теория Рэлея приводит к ошибке, меньшей 4%. У водных аэрозолей размеры частиц обычно не превышают 50 мкм. Установлено, что максимальные значения радиуса частиц пыли $r_m < 150$ мкм и что обычно 70 % всех частиц имеют r = 0,5 - 50 мкм. В приближении Рэлея

$$\sigma_n = 24\pi^2 r^2 \left(\frac{r}{\lambda}\right) \cdot \frac{\varepsilon''}{|\varepsilon+2|},\tag{7.8}$$

$$\sigma_n = \frac{128\pi^5}{3} r^2 \left(\frac{r}{\lambda}\right)^4 \cdot \left|\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\right|^2,\tag{7.9}$$

Как следует из приведенных выражений, ввиду малости отношения r/λ $\sigma_p << \sigma_n$, и рассеянием частиц можно пренебречь. Эффективная поверхность поглощения σ_n пропорциональна объему частиц, и коэффициент ослабления зависит от относительного объема частиц V в единице объема независимо от вида функций распределения частиц по размерам :

$$\alpha_{p1} = \frac{18\pi}{\lambda} \cdot \frac{\varepsilon''}{|\varepsilon + 2|^2} \cdot V.$$
(7.10)

Таким образом, для расчета ослабления в атмосферных аэрозолях необходимо знать плотность, массу вещества частиц аэрозоля в единице объема и его диэлектрическую проницаемость.

Диэлектрическая проницаемость большинства известных веществ (типа тех, которые образуют аэрозоли) изменяется не только в зависимости от химического состава, но и от длины волны. Для жидкой воды в миллиметровом диапазоне волн проницаемость можно рассчитать по формулам теории Дебая [1]:

$$\varepsilon_{\rm\scriptscriptstyle B}' = \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_\infty (\omega \tau)^2}{1 + (\omega \tau)^2},\tag{7.11}$$

$$\varepsilon_{\rm\scriptscriptstyle B}^{\prime\prime} = \frac{(\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty)(\omega\tau)}{1 + (\omega\tau)^2},\tag{7.12}$$

где величины ε_0 и ε_{∞} не зависят от частоты и равны соответственно 78 и 5, $\tau = 7,5 \cdot 10^{-12}$ с, $\omega \tau = 0.45 \pi / \lambda$, длина волны λ выражена в сантиметрах.

Диэлектрическую проницаемость частиц пыли в зависимости от их влажности можно определить из рефракционной формулы для смеси веществ

$$\sqrt{\varepsilon} = \rho_{\rm B} \sqrt{\varepsilon_{\rm B}} + (1 - \rho_{\rm B}) \sqrt{\varepsilon_{\rm c}}, \qquad (7.13)$$

где ε , $\varepsilon_{\rm B}$, $\varepsilon_{\rm c}$ – относительные диэлектрические проницаемости соответственно смеси, воды и сухой частицы;

 $ho_{\rm B}$ – относительная объемная концентрация воды;

$$\sqrt{\varepsilon_{\rm B}} \approx 1 + 0.5\rho_{\rm C},\tag{7.14}$$

$$\rho_{\rm B} = \frac{q\rho_c}{[q\rho_c + (1-q)\rho_0]},\tag{7.15}$$

*ρ*_c – плотность вещества сухой частицы;

 ho_0 – плотность воды;

q – влажность, определяемая по весу влажного и сухого образцов.

$$\varepsilon' = \rho_{\rm B}\varepsilon_{\rm B}' + (1 - \rho_{\rm B})^2\varepsilon_{\rm c} + 2\rho_{\rm B}(1 - \rho_{\rm B})\sqrt{\varepsilon_{\rm c}}\sqrt{\varepsilon_{\rm B}'^2\varepsilon_{\rm B}''^2} \cdot \cos\left(\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\varepsilon_{\rm B}''}{\varepsilon_{\rm B}'}\right), \quad (7.16)$$

$$\varepsilon'' = \rho_{\rm B}\varepsilon_{\rm B}'' + 2\rho_{\rm B}(1-\rho_{\rm B})\sqrt{\varepsilon_{\rm c}}\sqrt[4]{\varepsilon_{\rm c}'^2}\varepsilon_{\rm B}''^2} \cdot \sin\left(\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\varepsilon_{\rm B}''}{\varepsilon_{\rm B}'}\right).$$
(7.17)

Ослабление радиоволн гидрометеорами

К гидрометеорам, или осадкам, относятся дождь, снег, град. Их особенность состоит в том, что размеры частиц в миллиметровом диапазоне длин волн могут быть сравнимы с длиной волны, поэтому теория Рэлея оказывается несостоятельной. В этом случае при решении задач рассеяния и поглощения частицами гидрометеоров необходимо использовать теорию Ми. Расчеты по этой теории даже для случая сферической формы частиц очень сложны и требуют больших затрат времени. В действительности же форма частиц в большинстве случаев отличается от сферической, особенно для частиц снега и града. Поэтому при расчетах ослабления в осадках используют преимущественно эмпирические соотношения. В частности, ослабление в осадках связывают с их интенсивностью \Im [мм/ч]. При этом для расчета коэффициента ослабления используется эмпирическая зависимость (7.18).

$$\alpha_p = \gamma \mathfrak{I}^{\alpha}, \tag{7.18}$$

где α_p измеряется в децибелах на километр, \Im – в миллиметрах на час.

Параметры γ и α сильно зависят от длины волны и слабо от температуры. Значения параметров γ и α для различных длин волн приведены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

λ,см	0,096	0,20	0,43	0,62	0,90	1,24	1,8	3,2	5,6	10
γ	1,53	1,24	1,08	0,37	0,22	0,12	0,045	0,007 4	0,002 2	0,000 3
α	0,64	0,69	0,71	1,0	1,0	1,05	1,14	1,31	1,17	1,0

Значения параметров γ и α для различных длин волн

Ослабление в сухих снегопаде и граде при прочих равных условиях значительно меньше, чем в дожде или обводненных снегопаде и граде, и им обычно можно пренебречь. В мокром снеге ослабление соизмеримо с ослаблением в дожде той же интенсивности, а в некоторых случаях даже превосходит его.

В некоторых случаях (при небольших интенсивностях дождей) можно использовать при вычислениях ослабления теорию Рэлея. При этом расчеты проводятся по формуле (7.10). Необходимо только знать значения водности дождей при определенной их интенсивности. Зная водность ω [г/м³], можно определить относительный объем частиц дождя в единице объема:

$$V = \frac{\omega}{\rho_0},\tag{7.19}$$

где ρ_0 — плотность воды в г/м³.

При падении частиц дождя в атмосфере они приобретают форму, отличную от сферической. В этом случае ослабление будет зависеть от вида поляризации электромагнитных волн. Форма частиц дождя обычно аппроксимируется сплюснутым эллипсоидом вращения, большая ось которого расположена в горизонтальной плоскости. При такой форме частиц минимальное поглощение и рассеяние наблюдается при вертикальной поляризации волн. В этом случае в приближении теории Рэлея коэффициент ослабления определяется выражением

$$\alpha_{p2} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\varepsilon^{\prime\prime}}{[1 + L_1(\varepsilon^\prime - 1)]^2 + L_1^2 \varepsilon^{\prime\prime 2}} \cdot V, \qquad (7.20)$$

где $L_1 = \frac{1+f^2}{f^2} (1 - \frac{1}{f} \operatorname{arct} gf)$

$$f^2 = (b/a)^2 - 1, (7.21)$$

a, b, c – ось эллипсоида (a < b = c);

g = b/a - фактор частицы.

Часто в задачах распространения миллиметровых волн в атмосфере Земли возникает потребность в определении вероятности ослабления выше заданного. Вероятность P ($A \ge A_0$) того, что ослабление A на трассе длиной L_m превышает заданную величину A_0 , определяется следующими факторами:

– зависимостью коэффициента ослабления α_p от интенсивности осадков, водности туманов и облаков, плотности дымов и пыли;

– вероятностью попадания в зону осадков или аэрозолей участка трассы длиной не менее $L_m = A_0/\alpha_p$,

 вероятностью выпадения в данной местности осадков или появления аэрозолей, вызывающих соответствующее ослабление.

В лабораторной работе будут рассчитываться вероятности ослабления выше заданного в дождях для определенных географических районов России, для которых собраны статистические данные метеостанций по характеристикам дождей. При этом будут использоваться эмпирические соотношения, связывающие с интенсивностью дождя ослабление и время, в течение которого эта интенсивность превышает заданную величину.

Для коротких трасс (до нескольких километров) получена зависимость

$$P(A \ge A_0) = \frac{M}{t_0} \{\beta \exp(-0.03J_{min}) + 0.2(1 - \beta)[0.258^{-1} \exp(-0.258J_{min}) + 0.2(1 - \beta)[0.258J_{min}) + 0.2(1 - \beta)[0.255]_{min}) + 0.2(1 - \beta)[$$

 $+0,141 \exp(-1,63J_{min})]$

где

$$J_{min} = exp\left\{\frac{\ln\left[A_o/\gamma L_T\right]}{\alpha}\right\},\tag{7.23}$$

(7.22)

М – среднее количество осадков (в мм), выпадающих в данном районе за год;

$$\beta = M_1/M;$$

 M_1 – среднее количество осадков, обусловленных дождями с интенсивностью не менее 30 км/ч;

 L_T – длина трассы в км;

 t_0 – продолжительность года в ч.

Программа расчета вероятности ослабления в дожде, алгоритм расчетов коэффициентов ослабления в водных аэрозолях, дождях с размером частиц, меньшим 0,05 λ , и пыли, а также программа расчетов коэффициентов ослабления предоставляются студенту во время проведения лабораторной работы преподавателем. Назначение используемых в программе идентификаторов:

L – длина волны λ , см;

R0 – плотность воды ρ_0 , г/см³;

R7 – плотность других частиц пыли $\rho_{\rm c}$, г/см³;

Q – влажность частиц пыли q;

G – отношение большой оси эллипсоида к малой (фактор формы) g;

V – относительный объем частиц в единице объема V;

E1 – действительная часть относительной диэлектрической проницаемости воды $\varepsilon'_{\rm B}$;

E2 – мнимая часть относительной диэлектрической проницаемости воды $\varepsilon_{\rm B}^{\prime\prime};$

E3 – действительная часть относительной диэлектрической проницаемости частиц пыли ε' ;

E4 – мнимая часть относительной диэлектрической проницаемости частиц пыли ε'' ;

A3 – коэффициент ослабления водных аэрозолей и мелких дождей с частицами сферической формы *α*_{*p*3}, 1/км;

*А*4 – коэффициент ослабления водных аэрозолей и мелких дождей с частицами эллипсоидальной формы *α*_{*p*4}, 1/км;

A1 – коэффициент ослабления дыма и пыли с частицами сферической формы *α*_{p1}, 1/км;

A2 – коэффициент ослабления дыма и пыли с частицами эллипсоидальной формы α_{p2} , 1/км;

7.2. Домашнее задание и методические указания по его выполнению

1. Ознакомиться с содержанием и объемом данной работы. Пользуясь настоящими методическими указаниями, а также рекомендованной литературой, ознакомиться с физическими основами распространения радиоволн миллиметрового диапазона в атмосфере.

2. Ознакомиться с программой расчетов ослабления миллиметровых волн в воздухе. Проанализировать возможный ход зависимостей коэффициента ослабления от температуры, влажности, давления воздуха. Подготовить координатные сетки для построения указанных зависимостей.
3. Ознакомиться с программой расчетов ослабления миллиметровых волн в аэрозольных образованиях атмосферы. Проанализировать возможный ход зависимостей коэффициента ослабления от относительного объема частиц аэрозоля в единице объема, формы частиц аэрозоля, влажности частиц пыли. Подготовить координатные сетки для построения указанных зависимостей.

4. Ознакомиться с программой расчетов вероятности ослабления миллиметровых волн выше заданного уровня в дождях. Проанализировать возможный ход зависимостей коэффициента ослабления от интенсивности дождей длины волны, зависимостей вероятности ослабления в дождях выше заданного от вероятностных характеристик дождей. Подготовить координатные сетки для построения зависимостей ослабления от интенсивности дождя и вероятности превышения заданного ослабления от величин ослабления.

7.3. Лабораторное задание и методические указания по его выполнению

Учитывая значительную стоимость и трудоемкость натурных экспериментов, исследование в настоящей работе выполняется на персональном компьютере с использованием пакета прикладных программ.

1. Задания 1-е, 2-е и 3-е выполняются студентом во время лабораторных занятий. Студент обязан рассчитать варианты, выданные преподавателем. При досрочном завершении указанной работы можно по своему усмотрению расширить набор вариантов, чтобы глубже исследовать изучаемые зависимости.

Рассчитать ослабление миллиметровых волн в воздухе по варианту из табл. 7.2, заданному преподавателем, при следующих исходных данных:

 $T_o = 237,16 \text{ K} -$ начальное значение температуры;

 $\varphi_o = 60 \%$ – начальное значение относительной влажности;

S = 5К – шаг изменения температуры;

M = 8 -количество расчетных точек температуры;

C = 10% – шаг изменения влажности;

K = 6 -количество расчетных точек влажности.

Результаты расчетов свести в таблицу и построить графики зависимостей коэффициента ослабления в воздухе от температуры, влажности при заданных давлении и длине волны.

Таблица 7.2

N⁰	1	•	2		~	6	-	0	0
варианта	l	2	3	4	5	6	1	8	9
λ, см	0,096	0,096	0,096	0,2	0,2	0,2	0,43	0,43	0,43
<i>р,</i> кПа	95	98	101	95	98	101	95	98	101
N⁰	10	11	12	13	14	15	16	17	18
варианта	10	11	12	15	14	15	10	1 /	10
λ, см	0,62	0,62	0,62	0,9	0,9	0,9	1,24	1,24	1,24
<i>р,</i> кПа	95	98	101	95	98	101	95	98	101

Исходные данные для лабораторного задания 1

2. Рассчитать ослабление миллиметровых волн в аэрозольных образованиях атмосферы (водные аэрозоли, пыль) и мелком дожде по варианту из табл. 7.3, заданному преподавателем, при следующих исходных данных:

 $\rho_0 = 1 \, r/cm^3 - плотность воды;$

 $\rho_{\rm c} = 1,4$ г/см³ – плотность вещества частиц пыли;

 $q_0 = 0,001$ – начальное значение влажности частиц пыли;

 $g_0 = 1,05$ – начальное значение фактора формы частиц;

S = 0,1 – шаг изменения влажности частиц пыли;

M = 6 -количество расчетных точек влажности;

С = 0,15 – шаг изменения фактора формы;

N = 7 -количество расчетных точек фактора формы.

Результаты расчетов свести в таблицу и построить графики зависимостей коэффициента ослабления от фактора формы частиц аэрозолей (дождя) и пыли, влажности частиц пыли при заданных относительном объеме частиц и длине волны.

Таблица 7.3

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9
λ, см	0,096	0,096	0,096	0,2	0,2	0,2	0,43	0,43	0,43
V	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸
№ варианта	10	11	12	13	14	15	16	17	18
λ, см	0,62	0,62	0,62	0,9	0,9	0,9	1,24	1,24	1,24
V	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸	10^{-6}	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸

Исходные данные для лабораторного задания 2

3. Рассчитать ослабление миллиметровых волн и вероятность превышения ослабления выше заданного в дождях по варианту из табл. 7.4, заданному преподавателем, при следующих исходных данных:

 $L_T = 1$ км – длина трассы распространения волн;

 $T_o = 8700 -$ количество часов в году;

*А*1 = 0,5 дБ – начальное значение заданного ослабления;

 $S = 5 \, \text{дБ} - \text{шаг}$ изменения заданного ослабления;

M = 8 – количество расчетных точек вероятности ослабления и интенсивности дождя.

Значения параметров γ и α берутся из табл. 7.1.

Результаты расчетов свести в таблицу и построить графики зависимостей интенсивности дождей и вероятности ослабления от заданного ослабления при заданных параметрах дождей *M*, *β* и длине волны.

Таблица 7.4

пеходные динные для лаобраторного задания 5									
№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9
λ, см	0,096	0,096	0,096	0,2	0,2	0,2	0,43	0,43	0,43
<i>М</i> , мм	129	385	530	129	385	530	129	385	530
β	0,051	0,088	0,05	0,051	0,088	0,05	0,051	0,088	0,05
№ варианта	10	11	12	13	14	15	16	17	18
λ, см	0,62	0,62	0,62	0,9	0,9	0,9	1,24	1,24	1,24
М, мм	129	385	530	129	385	530	129	385	530
β	0,051	0,088	0,05	0,051	0,088	0,05	0,051	0,088	0,05

Исходные данные для лабораторного задания 3

4. При самостоятельном изучении особенностей ослабления миллиметровых волн в атмосфере полезно выполнить исследования, дополняющие те, что входят в обязательное задание на лабораторном занятии. Например, студент по своему усмотрению может рассчитать все четные (или нечетные) варианты лабораторных заданий, дополнив их:

– при расчетах зависимости коэффициента ослабления ММВ в воздухе для производительной температуры и влажности (табл. 7.2) изменением давления воздуха и длины волны соответственно в диапазонах p = 90...104 кПа, $\lambda = 0,08...1,6$ см;

– при расчетах ослабления ММВ в аэрозольных образованиях атмосферы (табл. 7.3) изменением относительного объема частиц и длины волны соответственно в диапазонах $V = 10^{-5}$... 10^{-10} , $\lambda = 0.08$...1,6 см;

– при расчетах вероятности превышения ослабления заданного уровня (табл. 7.4) изменением параметра *M* в пределах 50...1000 мм.

7.4. Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

– цель работы;

- кратко описанное теоретическое содержание изучаемого явления;

- таблицы и графики полученных расчетных зависимостей;

- выводы и пояснения полученных результатов.

7.5. Контрольные вопросы

1. Каковы преимущества и недостатки связи на миллиметровых волнах?

2. Какими физическими процессами обусловливается ослабление миллиметровых волн в атмосфере? 3. Каким образом зависят рассеяние и поглощение миллиметровых волн от соотношения размеров частиц аэрозольных образований атмосферы и гидрометеоров и длины волны?

4. Каковы ограничения и трудности использования теории Ми при расчетах ослабления миллиметровых волн в атмосфере?

5. Каковы ограничения при использовании теории Рэлея для расчетов ослабления миллиметровых волн в атмосфере?

6. Какие эмпирические соотношения используются для оценок ослабления миллиметровых волн в осадках?

7. Какие параметры осадков и аэрозолей необходимо знать для определения вероятности ослабления миллиметровых волн выше заданного?

8. Каким образом и почему поляризация миллиметровых волн влияет на их ослабление в осадках и аэрозолях атмосферы?

9. Как выбрать длину волны для обеспечения связи на максимальной дальности?

10. При каком соотношении действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости частиц аэрозоля наблюдается максимальное поглощение MMB в нем?

11. Можно ли и как использовать ослабляющее действие атмосферы для борьбы с мешающим действием соседних линий связи на ММВ?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Различные волновые электромагнитные явления нашли широкое применение в современной радиотехнике. Благодаря законам электродинамики могут быть изучены особенности и свойства этих явлений. Помимо рассмотрения этих законов, электродинамика занимается анализом на их основе радиотехнических систем, применяющих многообразные методы управления электромагнитными процессами.

В данном издании рассматриваются процессы излучения, отражения и преломления волн, интерференция, дифракция, распространение волн в волноводах и на границе раздела диэлектриков.

Учебное издание будет практично студентам для выполнения лабораторных, курсовых и выпускных квалификационных работ, а также расширения знаний в области распространения радиоволн в радиотехнических системах.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Никольский, В. В. Электродинамика и распространение радиоволн [Текст] / В. В. Никольский, Т. И. Никольская. – М.: Наука, 1989. – 288 с.

2. Шестопалов, В. П. Резонансное рассеяние волн. Дифракционные решетки [Текст] / В. П. Шестопалов, А. А. Кириленко. – Т.1. – Киев: Наукова думка, 1986. – 232 с.

3. Сазонов, Д. М. Антенны и устройства СВЧ [Текст] / Д. М. Сазонов. – М.: Высшая школа, 1988. – 427 с.

4. Чернушенко, А. М. Конструкции СВЧ устройств и экранов [Текст] / А. М. Чернушенко. – М.: Радио и связь, 1983. – 400 с.

5. Сазонов, Д. М. Устройства СВЧ [Текст] / Д. М. Сазонов, А. Н. Гридин, Б. А. Мишустин. – М.: Высшая школа, 1981. – 205 с.

6. Взятышев, В. Ф. Диэлектрические волноводы [Текст] / В. Ф. Взятышев. – М.: Наука, 1970. – 216 с.

оглавление

Введение	3
1. Лабораторная работа № 1. Исследование взаимодействия плоской	
электромагнитной волны с границей раздела диэлектриков	4
1.1. Краткие теоретические сведения	4
1.2. Домашнее задание и методические указания по его выполнению	.11
1.3. Лабораторное задание и методические указания по его выполнению	12
1.4. Содержание отчета	.15
1.5. Контрольные вопросы	15
2. Лабораторная работа № 2. Исследование дифракции плоских	
электромагнитных волн с Е- и Н-поляризацией на отражательной	
идеально проводящей двухпазовой гребенке	.16
2.1. Краткие теоретические сведения	16
2.2. Домашнее задание и методические указания по его выполнению	25
2.3. Лабораторное задание и методические указания по его выполнению	. 25
2.4. Содержание отчета	. 26
2.5. Контрольные вопросы	. 26
3. Лабораторная работа № 3. Исследование интерференции	
электромагнитных волн, излучаемых линейной системой элементарных	
источников	. 27
3.1. Краткие теоретические сведения	. 27
3.2. Домашнее задание и методические указания по его выполнению	34
3.3. Лабораторное задание и методические указания по его выполнению	34
3.4. Содержание отчета	35
3.5. Контрольные вопросы	.36
4. Лабораторная работа № 4. Исследование полых металлических	
волноводов прямоугольной формы	.36
4.1. Краткие теоретические сведения	36
4.2. Домашнее задание и методические указания по его выполнению	40
4.3. Лабораторное задание и методические указания по его выполнению	40
4.4. Содержание отчета	43
4.5. Контрольные вопросы	44
5. Лабораторная работа № 5. Исследование соосных и перпендикулярных	
волноводных переходов	44
5.1. Краткие теоретические сведения	45
5.2. Домашнее задание и методические указания по его выполнению	51
5.3. Лабораторное задание и методические указания по его выполнению	51
5.4. Содержание отчета	53
5.5. Контрольные вопросы	53
6. Лабораторная работа № 6. Исследование свойств диэлектрических	
ВОЛНОВОДОВ	54
6.1. Краткие теоретические сведения	54

6.2. Домашнее задание и методические указания по его выполнению	. 63
6.3. Лабораторное задание и методические указания по его выполнению	63
6.4. Содержание отчета	64
6.5. Контрольные вопросы	. 64
7. Лабораторная работа № 7. Исследование распространения радиоволн	
миллиметрового диапазона в атмосфере Земли	64
7.1. Краткие теоретические сведения	65
7.2. Домашнее задание и методические указания по его выполнению	71
7.3. Лабораторное задание и методические указания по его выполнению	. 72
7.4. Содержание отчета	74
7.5. Контрольные вопросы	74
Заключение	75
Библиографический список	76

Учебное издание

Володько Александр Владиславович Федоров Сергей Михайлович Пастернак Юрий Геннадьевич Черноиваненко Игорь Александрович

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Лабораторный практикум

Компьютерный набор И.А. Черноиваненко

Редактор Четвертухина Е. А.

Подписано к изданию 07.07.2021. Объем данных 2,8 Мб.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет» 394026 Воронеж, Московский просп., 14