

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра автоматизированных и вычислительных систем

**330-2021**

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ**

к выполнению контрольной работы  
по дисциплине «Методы оптимизации»  
для студентов направления 09.03.01  
«Информатика и вычислительная техника» профиля  
«Вычислительные машины, комплексы, системы и сети»  
заочной формы обучения



Воронеж 2021

УДК 681.3.06(07)  
ББК 32.973

**Составители:**

канд. техн. наук Т.И.Сергеева,  
канд. техн. наук М.Ю. Сергеев,  
канд. техн. наук Т.Н. Недикова

**Решение задач линейного программирования:** методические рекомендации к выполнению контрольной работы по дисциплине «Методы оптимизации» для студентов направления 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» профиля «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети» заочной формы обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост. Т.И. Сергеева, М.Ю. Сергеев, Т.Н. Недикова. - Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2021. - 31 с.

Цель методических рекомендаций – получение умений и навыков решения стандартных задач линейного программирования с применением пакета программ MS Excel.

Методические рекомендации содержат теоретические сведения и практические задания для решения оптимизационных задач линейного программирования.

Предназначены для выполнения контрольной работы по дисциплине «Методы оптимизации» для студентов 4 курса заочного обучения.

Методические рекомендации подготовлены в электронном виде и содержатся в файле MO\_ZO\_KR.pdf.

Ил. 9. Табл. 18. Библиогр.: 5 назв.

**УДК 681.3.06(07)**  
**ББК 32.973**

**Рецензент** - В.В. Сафронов, канд. техн наук, доцент кафедры автоматизированных и вычислительных систем ВГТУ

*Издается по решению редакционно-издательского совета  
Воронежского государственного технического университета*

## ВВЕДЕНИЕ

При выполнении контрольной работы необходимо решить задачи линейного программирования средствами MS Excel.

Линейное программирование – это раздел математического программирования, посвященный нахождению экстремума линейной функции, зависящей от нескольких переменных, при линейных ограничениях, которые налагаются на переменные.

Методы, с помощью которых решаются задачи линейного программирования подразделяются на универсальные (например, симплексный метод) и специальные.

С помощью универсальных методов решаются любые задачи линейного программирования. Особенностью задач линейного программирования является то, что экстремум целевой функции достигается на границе области допустимых решений.

### 1. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

#### 1.1. Теоретические сведения

Задачу оптимизации в общем виде можно сформулировать следующим образом.

Целевая функция (критерий оптимизации) показывает, в каком смысле решение должно быть оптимальным (максимальным, минимальным или равным заданному значению).

$$F = f(x_j) \rightarrow \max (\min, \text{const}) \quad j = \overline{1, n} \quad (1)$$

Ограничения устанавливают зависимости между переменными. Ограничения могут быть односторонними и двусторонними. При решении задач двустороннее ограничение записывается в виде двух односторонних.

$$\begin{aligned} g_i(x_i) &\leq (=; \geq) b_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}. \\ x_j &= \overline{1, k} \leq n - \text{целые (для задач целочисленного программирования);} \quad (2) \\ 0 &\leq x_j \leq 1, \quad j = \overline{1, k} - \text{для задач с булевыми переменными и} \end{aligned}$$

Граничные условия показывают, в каких пределах могут находиться значения искомых переменных в оптимальном решении.

$$d_j \leq x_j \leq D_j, \quad j = \overline{1, n} \quad (3)$$

Решение задачи, удовлетворяющее всем ограничениям и граничным условиям, называется допустимым. Важная характеристика задачи оптимизации – ее размерность, которая определяется **числом переменных  $n$**  и **числом ограничений  $m$** .

При  $n > m$  задача решения не имеет. Необходимым требованием решения задач оптимизации является выполнение условия  $n < m$ . Систему уравнений, для которых  $n=m$ , рассматривают как задачу оптимизации, имеющую одно допустимое решение (ее можно решать как обычную задачу оптимизации, назначая в качестве целевой функции любую переменную).

## 1.2. Решение задач оптимизации средствами MS Excel

В MS Excel существует возможность с помощью надстройки **Поиск решения** найти решение, оптимальное в некотором смысле при нескольких входных значениях и наборе ограничений на решение. С помощью надстройки **Поиск решения** можно решать как линейные задачи (задачи линейного, целочисленного и стохастического программирования), так и нелинейные (задачи нелинейного программирования).

Надстройка **Поиск решения** запускается из вкладки **Данные**, с помощью кнопки **Поиск решения**.

При щелчке по кнопке **Поиск решения** открывается диалоговое окно **Поиск решения**. В нем задаются следующие параметры.

**Установить целевую ячейку** – указывается ячейка, содержащая целевую функцию (критерий оптимизации) рассматриваемой задачи.

**Равной** – следует выбрать один из трех переключателей (максимальному значению, минимальному значению, значению).

**Изменяя ячейки** – указываются ячейки, которые должны изменяться в процессе поиска решения задачи (т.е. ячейки, которые являются переменными задачи).

**Ограничения** – отображаются ограничения, налагаемые на переменные задачи. Допускаются ограничения в виде равенств, неравенств, а также – требование целочисленных переменных. Ограничения добавляются по одному с помощью кнопки **Добавить**.

Кнопка **Изменить** позволяет изменить выделенное ограничение.

Кнопка **Удалить** позволяет удалить выделенное ограничение.

Кнопка **Параметры** – позволяет изменять условия и варианты поиска решений исследуемой задачи, а также загружать и сохранять оптимизируемые модели. Значения и состояния элементов управления, используемые по умолчанию, подходят для решения большинства задач.

Кнопка **Выполнить** запускает процедуру поиска решения.

### 1.3. Пример реализации поиска решения в MS Excel

Рассмотрим пример планирования производства материалов. Фирма выпускает два типа строительных материалов А и В. Продукция обоих видов поступает в продажу. Для производства материалов используются два исходных продукта I и II. Максимально возможные суточные запасы этих продуктов составляют 7 и 9 тонн соответственно. Расходы продуктов I и II на 1 тонну соответствующих материалов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Исходный продукт	Расход исходных продуктов, т (на одну тонну материала)		Максимальный возможный запас
	материал А	материал В	
I	3	2	7
II	2	3	9

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на материал В никогда не превышает спроса на материал А более чем на 1 т. Кроме того, спрос на материал А никогда не превышает 3 т в сутки. Оптовые цены одной тонны материалов равны: 4000 у. е. для В и 3000 у. е. для А. Какое количество материала каждого вида должна производить фирма, чтобы доход от реализации был максимальным?

Решение.

**1 этап. Формулировка математической модели задачи.**

**Определение переменных для решения задачи:**

-  $x_1$  – суточный объем производства материала А;

-  $x_2$  – суточный объем производства материала В.

**Определение функции цели (критерия оптимизации).** Суммарная суточная прибыль от производства  $x_1$  материала А и  $x_2$  материала В равна:

$$F = 4000x_2 + 3000x_1$$

Таким образом, цель фирмы – среди всех допустимых значений  $x_1$  и  $x_2$  найти такие, которые максимизируют суммарную прибыль от производства материалов F:

$$F = 4000x_2 + 3000x_1 \rightarrow \max;$$

**Формирование ограничений на переменные.**

Объем производства материала не может быть отрицательным, т.е.  $x_2 \geq 0$ ,  $x_1 \geq 0$ ;

Расход исходного продукта для производства обоих видов материалов не может превосходить максимально возможного запаса данного исходного продукта, т.е.:

$$2x_2 + 3x_1 \leq 7,$$

$$3x_2 + 2x_1 \leq 9$$

Ограничения на величину спроса на материалы могут быть записаны так:

$$x_1 - x_2 \leq 1,$$

$$x_1 \leq 3.$$

**Окончательная запись математической модели задачи следующая:**

$$F = 4000x_2 + 3000x_1 \rightarrow \max;$$

$$2x_2 + 3x_1 \leq 7,$$

$$3x_2 + 2x_1 \leq 9,$$

$$x_1 - x_2 \leq 1,$$

$$x_1 \leq 3,$$

$$x_2 \geq 0, x_1 \geq 0.$$

**2 этап. Подготовка листа рабочей книги MS Excel для вычислений.**

На рабочий лист вводят необходимый текст, данные и формулы. Переменные задачи  $x_1$  и  $x_2$  находятся соответственно в ячейках C3 и C4. Целевая функция находится в ячейке C6 и содержит формулу:

$$=4000*C4+3000*C3$$

Ограничения на задачу заданы в ячейках C8:D11.

Пример заполнения ячеек таблицы Excel представлен на рис. 1.

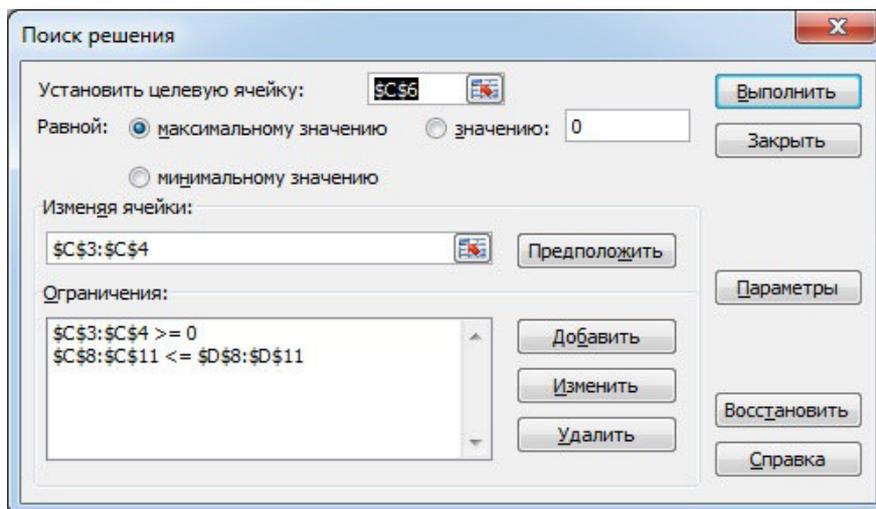
	A	B	C	D
1	Планирование производства материалов			
2	Переменные			
3		x1		
4		x2		
5				
6	Целевая функция		=4000*C4+3000*C3	
7				
8			=2*C4+3*C3	7
9	Ограничения		=3*C4+2*C3	9
10			=C3-C4	1
11			=C3	3
12				

**Рис. 1.** Рабочий лист Ms Excel для решения задачи планирования производства материалов

**Внимание!** Для наглядности на рис. 1 формулы введены с пробелом перед знаком «равно». При выполнении задания формулы вводятся без начального пробела.

### 3 этап. Работа с надстройкой Поиск решения.

На панели **Данные** щелкают по кнопке **Поиск решения**. Установка данных в окне **Поиск решения** приведена на рис. 2.



**Рис. 2.** Установка параметров поиска

Для запуска процесса поиска решения щелкают по кнопке **Выполнить**. Результат поиска решения представлен на рис. 3.

Планирование производства материалов			
Переменные			
x1		0,6	
x2		2,6	
Целевая функция		12200	
		7	7
Ограничения		9	9
		-2	1
		0,6	3

**Рис. 3.** Результаты поиска решения

Можно сформировать отчеты о решении задачи. Для этого необходимо после нажатия кнопки **Выполнить** в окне **Результаты поиска решения** выделить все типы отчетов и нажать кнопку **ОК**.

Отчет по результатам поиска решения представлен на рис. 4.

<b>Microsoft Excel 12.0 Отчет по результатам</b>						
<b>Рабочий лист: [Поиск_реш_1.xls]Лист3</b>						
<b>Отчет создан: 19.11.2018 18:12:06</b>						
Целевая ячейка (Максимум)						
<b>Ячейка</b>	<b>Имя</b>	<b>Исходное значение</b>	<b>Результат</b>			
\$C\$6	Целевая функция	0	12200			
Изменяемые ячейки						
<b>Ячейка</b>	<b>Имя</b>	<b>Исходное значение</b>	<b>Результат</b>			
\$C\$3	x1	0	0,6			
\$C\$4	x2	0	2,6			
Ограничения						
<b>Ячейка</b>	<b>Имя</b>	<b>Значение</b>	<b>Формула</b>	<b>Статус</b>	<b>Разница</b>	
\$C\$8		7	\$C\$8<=\$D\$8	связанное	0	
\$C\$9	Ограничения	9	\$C\$9<=\$D\$9	связанное	0	
\$C\$10		-2	\$C\$10<=\$D\$10	не связан.	3	
\$C\$11		0,6	\$C\$11<=\$D\$11	не связан.	2,4	
\$C\$3	x1	0,6	\$C\$3>=0	не связан.	0,6	
\$C\$4	x2	2,6	\$C\$4>=0	не связан.	2,6	

**Рис. 4.** Отчет по результатам поиска решения

В отчете по результатам поиска решения таблица **Целевая ячейка** выводит сведения о целевой функции.

Таблица **Изменяемые ячейки** показывает значения искомых переменных, полученных в результате решения задачи.

Таблица **Ограничения** отображает результаты оптимального решения для ограничений и для граничных условий.

В поле **Формула** приведены зависимости, которые были введены в окно **Поиск решения**, в поле **Разница** – величины использованного материала. Если материал используется полностью, то в поле **Статус** указывается слово «связанное», при неполном использовании материала в этом поле указывается «не связан».

Для граничных условий приводятся аналогичные величины с той лишь разницей, что вместо величины неиспользованного продукта показана разность между значением переменной в найденном оптимальном решении и заданным для неё граничным условием.

Отчет по устойчивости поиска решения приведен на рис. 5.

В таблице **Изменяемые ячейки** приводится результат решения задачи.

В таблице **Ограничения** выводятся значения для ограничений, при которых сохраняется оптимальный набор переменных, входящих в оптимальное решение.

Microsoft Excel 12.0 Отчет по устойчивости						
Рабочий лист: [Поиск_реш_1.xls]Лист3						
Отчет создан: 19.11.2018 18:12:06						
Изменяемые ячейки						
		Результ.	Нормир.	Целевой	Допустимое	Допустимое
Ячейка	Имя	значение	стоимость	Коэффициент	Увеличение	Уменьшение
\$C\$3	x1	0,6	0	3000	3000	333,333
\$C\$4	x2	2,6	0	4000	500	2000
Ограничения						
		Результ.	Теневая	Ограничение	Допустимое	Допустимое
Ячейка	Имя	значение	Цена	Правая часть	Увеличение	Уменьшение
\$C\$8		7	200	7	3	1
\$C\$9	Ограничения	9	1200	9	1,5	3
\$C\$10		-2	0	1	1E+30	3
\$C\$11		0,6	0	3	1E+30	2,4

**Рис. 5.** Отчет по устойчивости поиска решения

Отчет по пределам поиска решения приведен на рис. 6.

В данном отчете показано, в каких пределах может изменяться количество материалов, вошедших в оптимальное решение, при сохранении структуры оптимального решения.

В отчете также приводятся значения переменных в оптимальном решении, а также нижние и верхние пределы изменения значений переменных.

Отчет содержит значения целевой функции при выпуске данного типа продукции на верхнем и нижнем пределах.

<b>Microsoft Excel 12.0 Отчет по пределам</b>							
<b>Рабочий лист: [Поиск_реш_1.xls]Отчет по пределам 4</b>							
<b>Отчет создан: 19.11.2018 18:12:06</b>							
		<b>Целевое</b>					
<b>Ячейка</b>	<b>Имя</b>	<b>Значение</b>					
\$C\$6	Целевая функция	12200					
	<b>Изменяемое</b>		<b>Нижний</b>	<b>Целевой</b>	<b>Верхний</b>	<b>Целевой</b>	
<b>Ячейка</b>	<b>Имя</b>	<b>Значение</b>	<b>предел</b>	<b>результат</b>	<b>предел</b>	<b>результат</b>	
\$C\$3	x1	0,6	0	10400	0,6	12200	
\$C\$4	x2	2,6	0	1800	2,6	12200	

**Рис. 6.** Отчет по пределам поиска решения

## **2. ВАРИАНТЫ ПЕРВОГО ЗАДАНИЯ**

### **2.1. Выбор вариантов первого задания**

Выбор варианта задания производится по табл. 2 по двум последним цифрам номера зачетной книжки. Для каждой комбинации последних двух цифр зачетки приводится номер варианта задания.

**В контрольной работе для первого задания необходимо привести:**

- вариант задания;
- математическую формулировку задачи, определив переменные, функцию цели и ограничения, задав окончательную запись математической модели задачи;
- лист рабочей книги MS Excel, подготовленный для вычислений;
- окно **Поиск решения** с настроенными параметрами поиска;
- результаты поиска решения;
- отчет по результатам поиска решения;
- отчет по устойчивости поиска решения;
- отчет по пределам поиска решения.

Таблица выбора вариантов первого задания

Предпоследняя цифра номера студенческого билета	Последняя цифра номера студенческого билета									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	11	12	13	14	15	16	17	18	1	2
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	13	14	15	16	17	18	1	2	3	4
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	15	16	17	18	1	2	3	4	5	6
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	17	18	1	2	3	4	5	6	7	8
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	2	3	6	8	9	10	11	12	13	14

## 2.2. Варианты заданий для решения задач линейной оптимизации

**Задание 1.** Предприятие выпускает продукцию четырех видов П1-П4. Для изготовления продукции используются ресурсы трех видов: трудовые, сырье и оборудование. Нормы расхода каждого вида ресурса на изготовление единицы каждого вида продукции приведены в табл. 3.

Таблица 3

Нормы расхода ресурсов на выпуск единицы продукции

Ресурс	Вид продукции				Объем ресурса
	П1	П2	П3	П4	
Трудовой	1	1	1	1	16
Сырье	6	5	4	3	110
Оборудование	4	6	10	13	100

Прибыль, получаемая от реализации единицы продукции, равна: для продукции П1 – 60 у.е., для П2 – 70 у.е., для П3 – 120 у.е., для П4 – 130 у.е.

Определить оптимальный план производства каждого вида продукции, максимизирующий прибыль данного предприятия.

Ответ: 10, 0, 6, 0.

**Задание 2.** Магазин реализует три вида продукции П1, П2, П3. Для этого используются два ограниченных ресурса – полезная площадь помещений, которая составляет 450 м<sup>2</sup>, и рабочее время сотрудников магазина – 600 часов. Товарооборот (объем продаж) должен быть не менее 240 тыс. у.е. Необходимо разработать план товарооборота, доставляющего максимум прибыли. Затраты ресурсов на реализацию продукции и полученная при этом прибыль представлены в табл. 4.

Таблица 4

Затраты ресурсов на реализацию единицы продукции

Ресурсы	Затраты ресурсов на реализацию, тыс. у.е.			Объем ресурсов
	1	2	3	
Полезная площадь, м <sup>2</sup>	1,5	2	3	450
Рабочее время, час.	3	2	1,5	600
Прибыль, тыс. у.е.	50	65	70	

Ответ: 100, 150, 0.

**Задание 3.** Двум погрузчикам разной мощности не более чем за 24 часа нужно погрузить на первой площадке 230 тонн груза, на второй – 168 тонн груза.

Первый погрузчик может погрузить на первой площадке 10 тонн в час, на второй – 12 тонн в час. Второй погрузчик может погрузить на каждой площадке 13 тонн в час.

Стоимость работ, связанных с погрузкой одной тонны первым погрузчиком на первой площадке – 8 у.е., на второй – 7 у.е. Стоимость работ, связанных с погрузкой одной тонны вторым погрузчиком на первой площадке – 12 у.е., на второй – 13 у.е.

Нужно составить план работы, т.е. найти, какой объем работ должен выполнить каждый погрузчик на каждой площадке, чтобы стоимость всех работ по погрузке была минимальной.

Следует учесть, что по техническим причинам первый погрузчик на второй площадке должен работать не более 16 часов.

Ответ: 105.6, 168, 124.4, 0

**Задание 4.** Цех выпускает два вида продукции, используя два вида полуфабрикатов. Продукция используется при комплектовании изделий, при этом на каждую единицу продукции первого вида требуется не более двух единиц продукции второго вида. Нормы расходов  $a_{ij}$  полуфабрикатов каждого вида на единицу выпускаемой продукции, общие объемы полуфабрикатов  $b_i$  и прибыль

$c_j$  от единицы каждой продукции представлены в табл. 5. Необходимо определить план производства продукции, доставляющий максимум прибыли.

Таблица 5

Затраты ресурсов на реализацию единицы продукции

Полуфабрикаты	Нормы расхода полуфабрикатов		Объем полуфабриката
	1	2	
1	1	2	800
2	6	2	2400
Прибыль, у.е.	10	35	

Ответ: 160, 320.

**Задание 5.** Предприятие может выпускать четыре вида продукции. Сбыт любого количества обеспечен. Для изготовления этой продукции используются трудовые ресурсы, полуфабрикаты и станочное оборудование. Общий объем ресурсов (в расчете на трудовую неделю), расход каждого ресурса на единицу выпускаемой продукции и прибыль, получаемая за единицу продукции, приведены в табл. 6. Требуется определить план выпуска четырех видов продукции, обеспечивающий предприятию максимум прибыли.

Таблица 6

Параметры выпускаемой продукции

Ресурсы		Выпускаемая продукция				Объем ресурсов
		П1	П2	П3	П4	
P1	Трудовые ресурсы, час.	4	2	2	8	4800
P2	Полуфабрикаты, кг	2	10	6	0	2400
P3	Станочное оборудование, час.	1	0	2	1	1500
Прибыль, у.е.		65	70	60	120	

Ответ: 0, 0, 400, 500.

**Задание 6.** Фирма выпускает два вида продукции. Для изготовления продукции используются ресурсы: труд, сырье и оборудование. Нормы расхода ресурсов на единицу продукции, объем имеющихся ресурсов и прибыль, получаемая от единицы каждого вида продукции, представлены в табл. 7. Необходимо определить план производства продукции, максимизирующий прибыль фирмы.

Таблица 7

## Количество ресурсов и их затраты на единицу продукции

Ресурсы	Нормы расхода ресурсов на единицу продукции		Наличие ресурса
	А	Б	
Труд	2	4	2000
Сырье	4	1	1400
Оборудование	2	1	800
Прибыль на единицу продукции	40	60	

Ответ: 200, 400.

**Задание 7.** Фирма выпускает три вида продукции. Для изготовления продукции используются ресурсы: труд, сырье и оборудование. Нормы расхода ресурсов на единицу продукции, объем имеющихся ресурсов и прибыль, получаемая от единицы каждого вида продукции, представлены в табл. 8. Необходимо определить план производства продукции, максимизирующий прибыль фирмы.

Таблица 8

## Нормы затрат ресурсов и прибыль от реализации продукции

Ресурсы	Наличие ресурса	Затраты ресурсов на одно изделие		
		А	Б	В
Труд	2300	6	4	2
Сырье	1600	2	1	3
Оборудование	2100	3	1	2
Прибыль на одно изделие		80	70	45

Ответ: 0, 370, 410.

**Задание 8.** Необходимо составить диету, состоящую из двух продуктов: А и Б. Дневное питание этими продуктами должно давать не более 14 единиц жира, но и не менее 300 калорий.

В одном килограмме продукта А содержится 15 единиц жира и 150 калорий, а в одном килограмме продукта Б – 4 единицы жира и 200 калорий.

При этом цена одного килограмма продукта А равна 15 у.е., а цена одного килограмма продукта Б – 25 у.е.

Какое количество продуктов в день необходимо употреблять для соблюдения диеты, чтобы вложенные средства были минимальны?

Ответ: 0,7, 1

**Задание 9.** Для выпуска четырех видов продукции P1, P2, P3, P4 используют три вида сырья C1, C2, C3. Объемы выделенного сырья, нормы расхода сырья и прибыль на единицу продукции при изготовлении каждого вида продукции приведены в табл. 9. Требуется определить план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль предприятия.

Таблица 9

Нормы расхода сырья и прибыль от реализации единицы продукции

Вид сырья	Запасы сырья	Вид продукции			
		P1	P2	P3	P4
C1	35	4	2	2	3
C2	30	1	1	2	3
C3	40	3	1	2	1
Прибыль		14	10	14	11

Ответ: 0, 5, 12.5, 0.

**Задание 10.** Фабрика выпускает три вида тканей, причем суточное плановое задание составляет не менее 90 м тканей первого вида, 70 м – второго и 60 м – третьего. Суточные ресурсы следующие: 780 единиц производственного оборудования, 850 единиц сырья и 790 единиц электроэнергии. Расход этих ресурсов на один метр тканей представлен в табл. 10.

Цена за 1 м ткани вида I равна 80 у.е., II - 70 у.е., III – 60 у.е. Определить, сколько метров ткани каждого вида следует выпустить, чтобы общая стоимость выпускаемой продукции была максимальной.

Таблица 10

Затраты ресурсов на производство тканей

Ресурсы	Ткани		
	I	II	III
Оборудование	2	3	4
Сырье	1	4	5
Электричество	3	4	2

Ответ: 113, 70, 86.

**Задание 11.** Фирма выпускает два вида древесно-стружечных плит – обычные и улучшенные. При этом производятся две основные операции – прессование и отделка. Определить, какое количество плит каждого типа можно изготовить в течение месяца так, чтобы обеспечить максимальную прибыль при ограничениях на ресурсы (материал, время, затраты), представленные в табл. 11.

Партия из 100 обычных плит приносит прибыль 25 у.е., партия из 100 улучшенных плит приносит прибыль 45 у.е.

Ограничение на ресурсы при производстве плит

Затраты	Партия из 100 плит		Имеющиеся ресурсы на месяц
	Обычных	улучшенных	
Материал (кг)	20	40	4000
Время на прессование (часы)	4	6	900
Время на отделку (часы)	4	4	600
Средства (у.е.)	30	50	6000

Ответ: 100, 50.

**Задание 12.** Фирма производит два вида продукции: столы и стулья. Для изготовления одного стула требуется 3 кг древесины, а для изготовления одного стола – 7 кг. На изготовление одного стула уходит два часа рабочего времени, а на изготовление стола – 8 часов. Каждый стул приносит прибыль, равную 1 у.е., а каждый стол – 3 у.е. Сколько стульев и сколько столов должна изготовить эта фирма, если она располагает 420 кг древесины и 400 часами рабочего времени и хочет получить максимальную прибыль?

Ответ: 56, 36.

**Задание 13.** Фирма выпускает два набора удобрений для газонов: обычный и улучшенный. В обычный набор входит 3 кг азотных, 4 кг фосфорных и 1 кг калийных удобрений. В улучшенный набор входит 2 кг азотных, 6 кг фосфорных и 3 кг калийных удобрений.

Известно, что для некоторого газона требуется, по меньшей мере, 10 кг азотных, 20 кг фосфорных и 7 кг калийных удобрений. Обычный набор стоит 3 у.е., а улучшенный – 4 у.е. Какие и сколько наборов удобрений (количество упаковок) нужно купить, чтобы обеспечить эффективное питание почвы и минимизировать стоимость.

Ответ: 2, 2.

**Задание 14.** Для изготовления изделий типа А1 и А2 склад может выделить не более 80 кг металла. Деталей типа А1 завод может изготовить за сутки не более 30 штук, типа А2 – не более 40 штук. Стоимость одного изделия типа А1 составляет 3 у.е., а типа А2 – 5 у.е. На изготовление одного изделия типа А1

идет 2 кг металла, типа А1 – 1 кг. Требуется найти такой план выпуска изделий, который позволит заводу получить максимальную прибыль.

Ответ: 20, 40.

**Задание 15.** Предприятие выпускает продукцию четырех видов П1-П4. Для изготовления продукции используются ресурсы трех видов: трудовые, сырье и оборудование. Нормы расхода каждого вида ресурса на изготовление единицы каждого вида продукции приведены в табл. 12.

Таблица 12

Нормы расхода ресурсов на выпуск единицы продукции

Ресурс	Вид продукции				Объем ресурса
	П1	П2	П3	П4	
Трудовой	1	1	1	1	32
Сырье	6	5	4	3	220
Оборудование	4	6	10	13	200

Прибыль, получаемая от реализации единицы продукции, равна: для продукции П1 – 60 у.е., для П2 – 70 у.е., для П3 – 120 у.е., для П4 – 130 у.е.

Определить оптимальный план производства каждого вида продукции, максимизирующий прибыль данного предприятия.

Ответ: 20, 0, 12, 0.

**Задание 13.** Магазин реализует три вида продукции П1, П2, П3. Для этого используются два ограниченных ресурса – полезная площадь помещений, которая составляет 900 м<sup>2</sup>, и рабочее время сотрудников магазина – 1200 часов. Товарооборот (объем продаж) должен быть не менее 480 тыс. у.е. Необходимо разработать план товарооборота, доставляющего максимум прибыли. Затраты ресурсов на реализацию продукции и полученная при этом прибыль представлены в табл. 12.

Таблица 13

Затраты ресурсов на реализацию единицы продукции

Ресурсы	Затраты ресурсов на реализацию, тыс. у.е.			Объем ресурсов
	П1	П2	П3	
Полезная площадь, м <sup>2</sup>	1,5	2	3	900
Рабочее время, час.	3	2	1,5	1200
Прибыль, тыс. у.е.	50	65	70	

Ответ: 200, 300, 0.

**Задание 17.** Цех выпускает два вида продукции, используя два вида полуфабрикатов. Продукция используется при комплектовании изделий, при этом на каждую единицу продукции первого вида требуется не более двух единиц продукции второго вида. Нормы расходов  $a_{ij}$  полуфабрикатов каждого вида на единицу выпускаемой продукции, общие объемы полуфабрикатов  $b_i$  и прибыль  $c_j$  от единицы каждой продукции представлены в табл. 14. Необходимо определить план производства продукции, доставляющий максимум прибыли.

Таблица 14

Затраты ресурсов на реализацию единицы продукции

Полуфабрикаты	Нормы расхода полуфабрикатов		Объем полуфабриката
1	2	4	800
2	12	4	2400
Прибыль, у.е.	10	35	

Ответ: 80, 160.

**Задание 18.** Предприятие может выпускать четыре вида продукции. Сбыт любого количества обеспечен. Для изготовления этой продукции используются трудовые ресурсы, полуфабрикаты и станочное оборудование. Общий объем ресурсов (в расчете на трудовую неделю), расход каждого ресурса на единицу выпускаемой продукции и прибыль, получаемая за единицу продукции, приведены в табл. 15. Требуется определить план выпуска четырех видов продукции, обеспечивающий предприятию максимум прибыли.

Таблица 15

Параметры выпускаемой продукции

Ресурсы		Выпускаемая продукция				Объем ресурсов
		П1	П2	П3	П4	
Р1	Трудовые ресурсы, час.	4	2	2	8	2400
Р2	Полуфабрикаты, кг	2	10	6	0	1200
Р3	Станочное оборудование, час.	1	0	2	1	750
Прибыль, у.е.		65	70	60	120	

Ответ: 0, 0, 200, 250.

### 3. РЕШЕНИЕ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ

#### 3.1. Методические рекомендации для решения транспортной задачи

В общем виде транспортную задачу можно сформулировать следующим образом.

В  $m$  пунктах отправления  $A_1, \dots, A_m$  находится однородный груз, количество которого равно соответственно  $a_1, \dots, a_m$  единиц. Данный груз необходимо доставить потребителям  $B_1, \dots, B_n$ , спрос потребителей соответственно равен  $b_1, \dots, b_n$ .

Стоимость перевозки единицы груза из  $i$ -го ( $i=1, \dots, m$ ) пункта отправления в  $j$ -й ( $j=1, \dots, n$ ) пункт назначения равна  $c_{ij}$ .

Необходимо составить план перевозок, который полностью удовлетворяет спрос потребителей в грузе, и при этом суммарные транспортные издержки минимальны.

Математически транспортную задачу можно записать так:

$$F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i=1, \bar{m},$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j=1, \bar{n}, \quad (5)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i=1, \bar{m}, \quad j=1, \bar{n} \quad (6)$$

Таким образом, даны система ограничений (5) при условии (6) и линейная функция (4). Требуется среди множества решений системы (5) найти такое неотрицательное решение, которое доставляет минимум линейной функции (4).

Модель транспортной задачи называют закрытой (сбалансированной), если суммарный объем груза, имеющегося у поставщика, равен суммарному спросу потребителя, т.е. выполняется равенство:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad (7)$$

Если для транспортной задачи выполняется одно из условий:

$$\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j, \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j, \quad (9)$$

То модель задачи называют открытой (несбалансированной).

Для разрешимости транспортной задачи с открытой моделью следует её в закрытую модель.

Если выполняется условие (8), то необходимо ввести фиктивный (n+1)-й пункт назначения  $V_{n+1}$ , т.е. в матрицу задачи вводится дополнительный столбец. Спрос фиктивного потребителя принимается равным  $b_{n+1} = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j$ .

Стоимость перевозок продукции полагается одинаковой, чаще всего равной нулю (если не задана стоимость складирования продукции), т.е.  $c_{i,n+1} = 0, i = 1, \bar{m}$ .

Если выполняется условие (9), то необходимо ввести фиктивного (m+1)-го поставщика  $A_{m+1}$ , т.е. в матрицу задачи вводится дополнительная строка. Запас груза данного поставщика принимается равным  $a_{m+1} = \sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i$ .

Стоимость перевозок продукции полагается одинаковой, чаще всего равной нулю (если не задана стоимость штрафов за недопоставку продукции), т.е.  $c_{m+1,j} = 0, j = 1, \bar{n}$ .

При преобразовании открытой задачи в закрытую целевая функция не меняется, так как слагаемые, соответствующие дополнительным перевозкам, равны нулю.

### 3.2. Математическая постановка транспортной задачи

Рассмотрим типовой пример транспортной задачи.

Пример. Производство продукции осуществляется на четырех предприятиях, а затем развозится в пять пунктов потребления. Предприятия могут выпускать в день 235, 175, 185 и 175 единиц продукции. Пункты потребления готовы принимать ежедневно 125, 160, 60, 250, 175 единиц продукции. Хранение на предприятии единицы продукции обходится в 2 у.е. в день, штраф за недопоставленную продукцию – 3,5 у.е. в день. Стоимость перевозки единицы продукции (в у.е.) с предприятий в пункты потребления приведена в табл. 16.

Необходимо минимизировать суммарные транспортные расходы по перевозке продукции.

Таблица 16

Транспортные расходы

Предприятия	Пункты потребления				
	1	2	3	4	5
1	3,2	3	2,35	4	3,65
2	3	2,85	2,5	3,9	3,55
3	3,75	2,5	2,4	3,5	3,4
4	4	2	2,1	4,1	3,4

## Решение.

### 1 этап. Проверка сбалансированности модели задачи.

Модель задачи является сбалансированной, так как суммарный объем производимой продукции в день равен суммарному объему потребности в ней:

$$235 + 175 + 185 + 175 = 125 + 160 + 60 + 250 + 175 = 770$$

Поэтому при решении этой задачи не учитываются издержки, связанные со складированием и недопоставкой продукции.

### 2 этап. Построение математической модели.

В данной задаче неизвестными являются объемы перевозок. Пусть  $x_{ij}$  – объем перевозок с  $i$ -го предприятия в  $j$ -й пункт потребления. Суммарные транспортные расходы – это функция цели данной задачи:

$$F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij},$$

где  $c_{ij}$  – стоимость перевозки единицы продукции с  $i$ -го предприятия в  $j$ -й пункт потребления.

Неизвестные в этой задаче должны удовлетворять следующим ограничениям:

- объемы перевозок не могут быть отрицательными;
- поскольку модель сбалансирована, то вся продукция должна быть перевезена с предприятий, а потребности всех пунктов потребления должны быть полностью удовлетворены.

Итак, математическая постановка задачи следующая:

$$F = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^4 x_{ij} = b_j, \quad j \in [1,5],$$

$$\sum_{j=1}^5 x_{ij} = a_i, \quad i \in [1,4],$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i \in [1,4], \quad j \in [1,5].$$

$a_i$  – это объем производства на  $i$ -м предприятии,  $b_j$  – спрос в  $j$ -м пункте потребления.

## 3.3. Пример реализации транспортной задачи в MS Excel

Решение транспортной задачи с помощью окна **Поиск решения** в MS Excel состоит из нескольких действий.

### 1 действие. Подготовка рабочего листа.

Пример подготовки рабочего листа приведен на рис. 7. В ячейках B15:F15 и в ячейках G11:G14 находятся формулы для вычисления ограничений. В ячейке B19 находится формула для вычисления целевой функции.

Формулы для расчета приведены в табл. 17.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1			Транспортная задача					
2		Пункты потребления						
3		Стоимость перевозок						
4	Предприятия	1	2	3	4	5		
5	1	3,2	3	2,35	4	3,65		
6	2	3	2,75	2,5	3,9	3,55		
7	3	3,75	2,5	2,4	3,5	3,4		
8	4	4	2	2,1	4,1	3,4		
9		Неизвестные - объемы перевозок						Объемы производства
10		1	2	3	4	5	Ограничения_2	
11	1						0	235
12	2						0	175
13	3						0	185
14	4						0	175
15	Ограничения_1	0	0	0	0	0		
16		Потребность в продукции						
17		125	160	60	250	175		
18								
19	Целевая функция	0						

Рис. 7. Исходные данные для решения транспортной задачи

Таблица 17

Формулы для расчета в транспортной задаче

Описание	Ячейка	Формула
Ограничения_1	B15	=СУММ(B11:B14)
	C15	=СУММ(C11:C14)
	D15	=СУММ(D11:D14)
	E15	=СУММ(E11:E14)
	F15	=СУММ(F11:F14)
Ограничения_2	G11	=СУММ(B11:F11)
	G12	=СУММ(B12:F12)
	G13	=СУММ(B13:F13)
	G14	=СУММ(B14:F14)
Целевая функция	B19	=СУММПРОИЗВ(B5:F8;B11:F14)

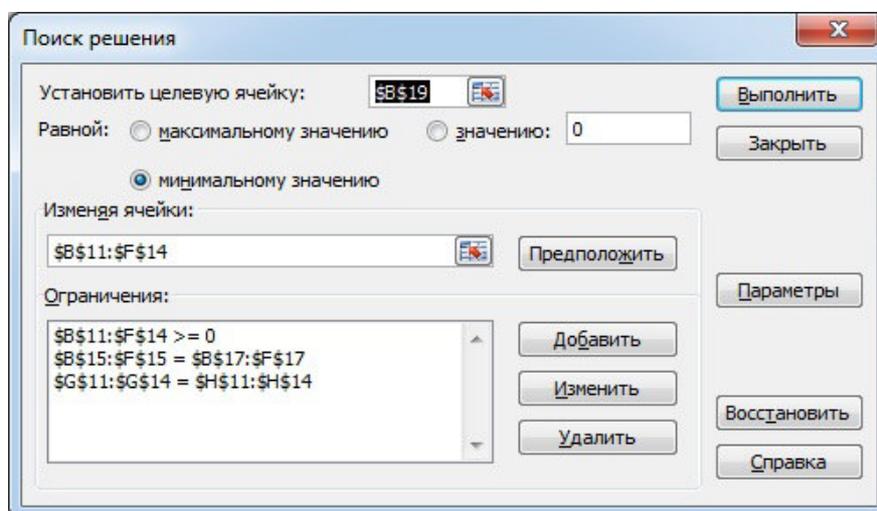
Функции СУММ и СУММПРОИЗВ являются математическими функциями. Для их вставки в формулу необходимо выполнить следующие действия:

- выбрать вкладку **Формулы**;
- выбрать кнопку **Вставить функцию**;
- в поле **Категория** выбрать из списка **Математические**;
- в поле **Выберите функцию** выбрать функцию СУММ или СУММПРОИЗВ, кнопка **ОК**;
- в открывшемся диалоговом окне вставить (выделить на рабочем столе) диапазон - один для СУММ или два для СУММПРОИЗВ, кнопка **ОК**.

## 2 действие. Вызов окна Поиск решения и реализация поиска.

Для решения транспортной задачи необходимо выбрать вкладку **Данные** и кнопку **Поиск решения**.

Затем необходимо заполнить данные в окне поиска решения. Ввод данных в окно Поиск решения производят в соответствии с рис. 8.



**Рис. 8.** Ввод данных в окно Поиск решения для транспортной задачи

В данном окне с помощью кнопки **Параметры** можно проверить, что включен переключатель **Линейная модель** и определены другие параметры поиска решения.

Полученное оптимальное решение представлено на рис. 9.

Транспортная задача								
Пункты потребления								
Стоимость перевозок								
Предприятия	1	2	3	4	5			
1	3,2	3	2,35	4	3,65			
2	3	2,75	2,5	3,9	3,55			
3	3,75	2,5	2,4	3,5	3,4			
4	4	2	2,1	4,1	3,4			
Неизвестные - объемы перевозок								Объемы производства
	1	2	3	4	5	Ограничения_2		
1	0	0	60	31	144	235	235	
2	125	0	0	34	16	175	175	
3	0	0	0	185	0	185	185	
4	0	160	0	0	15	175	175	
Ограничения_1	125	160	60	250	175			
Потребность в продукции								
	125	160	60	250	175			
Целевая функция	2373,5							

Рис.9. Оптимальное решение для транспортной задачи

### 3.4. Выбор вариантов второго задания

Выбор варианта второго задания производится по табл. 18 по двум последним цифрам номера зачетной книжки. Для каждой комбинации последних двух цифр зачетки приводится номер варианта второго задания.

**В контрольной работе для второго задания необходимо привести:**

- вариант задания;
- математическую формулировку задачи, определив переменные, функцию цели и ограничения, задав окончательную запись математической модели задачи;
- лист рабочей книги MS Excel, подготовленный для вычислений;
- окно **Поиск решения** с настроенными параметрами поиска;
- результаты поиска решения.

Таблица выбора вариантов заданий

Предпоследняя цифра номера студенческого билета	Последняя цифра номера студенческого билета									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8
2	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6
3	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4
4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2
5	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8
8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6
9	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4

### 3.5. Варианты заданий для решения транспортной задачи

Имеются  $n$  пунктов производства и  $m$  пунктов распределения продукции.

Стоимость перевозки единицы продукции из  $i$ -го пункта производства в  $j$ -й центр потребления составляет  $c_{ij}$ . Стоимости перевозок приведены в соответствующих таблицах, расположенных дальше. В этих таблицах под строкой понимается пункт производства, а под столбцом – пункт потребления. Кроме того, в таблицах в  $i$ -й строке указан объем производства в  $i$ -м пункте, в  $j$ -м столбце указан спрос в  $j$ -м центре потребления.

Хранение продукции на предприятии обходится в 1,6 у.е. в день, а штраф за просроченную поставку единицы продукции, заказанной потребителем в пункте потребления, но там не находящейся, равен 3,4 у.е. в сутки.

Составить план перевозок по доставке требуемой продукции в пункты потребления, минимизирующей суммарные транспортные расходы. Необходимые данные для решения задач необходимо взять из соответствующих таблиц, приведенных далее.

**Вариант № 1**

Предпри- ятия	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производ- ства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	5	1,8	6	6	30
B	1	5,1	8	2	42
C	3,5	6	3	3,1	10
D	2,2	4,9	1,3	4	16
E	3	7	8,95	1	12
Объемы потребле- ния	20	38	30	22	

Ответ: целевая функция = 229.6

**Вариант № 2**

Предпри- ятия	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производ- ства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	2,3	7	6	8	15
B	2	1,3	1	2,5	55
C	4,9	4	4	1	12
D	2	8	1	4	18
E	3	2,1	1,2	5	17
Объемы потребле- ния	35	42	15	25	

Ответ: целевая функция = 193.2

**Вариант № 3**

Предпри- ятия	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производ- ства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	4	2	4,1	6	17
B	5	2,5	2	3	73
C	3	4	3	4,2	52
D	5,1	3	2	7	38
Объемы потребле- ния	40	25	80	35	

Ответ: целевая функция = 451

**Вариант № 4**

Предпри- ятия	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производ- ства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	1,7	3	4	6	28
B	5,2	2,6	9,8	3	27
C	3	2	1	4	52
D	6	5	2,5	7	18
Объемы потребле- ния	32	18	60	15	

Ответ: целевая функция = 234,8

**Вариант № 5**

Предпри- ятия	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производ- ства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	6	2	4,8	3	20
B	8	4	5	8	30
C	5,5	2	3	7	24
D	5	6	8,2	4	26
E	1,8	9	7	6	30
Объемы потребле- ния	40	30	48	12	

Ответ: целевая функция = 432

**Вариант № 6**

Предпри- ятия	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производ- ства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	6,2	1	4,2	5	30
B	2	4	5,1	8	30
C	5	8	3	4	17
D	2	4	9	2	20
E	4	2,75	2	1	23
Объемы потребле- ния	45	30	25	20	

Ответ: целевая функция = 212

**Вариант № 7**

Предпри- ятия	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производ- ства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	4	9	1	3	38
B	2	5	5	6	20
C	2	5	10	4	30
D	3	7	2	6	37
Объемы потребле- ния	18	50	22	35	

Ответ: целевая функция = 450

**Вариант № 8**

Предпри- ятия	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производ- ства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	4	9	4	7,4	20
B	2	8	5	1	10
C	7	2,2	1	4	30
D	2,5	6	10	6	40
Объемы потребле- ния	43	10	35	12	

Ответ: целевая функция = 238

**Вариант № 9**

Предпри- ятия	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производ- ства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	6,3	8,6	1	5	27
B	2,5	7	5	7	30
C	4	5	11	8	50
D	1	5	4	5	35
Объемы потребле- ния	44	30	26	42	

Ответ: целевая функция = 535

**Вариант № 10**

Предпри- ятия	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производ- ства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
А	7,3	9	3	10	14
В	3	10	5	9	30
С	7	11	3	2	20
Д	8	5	9	2	32
Е	4,8	9	10	5	16
Объемы потребле- ния	60	22	20	10	

Ответ: целевая функция = 454,8

**Вариант № 11**

Предпри- ятия	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производ- ства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
А	6,3	8	5	11	12
В	4	11	7	9	24
С	7	3	5	8	32
Д	9	5,5	10	1	32
Е	5	8	11	5	30
Объемы потребле- ния	60	15	30	25	

Ответ: целевая функция = 521,3

**Вариант № 12**

Предпри- ятия	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производ- ства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
А	4,2	10	5	9	15
В	5	8	5	9	33
С	6	4	4	7,3	20
Д	7	5	11	4	12
Е	3	11	8	5	20
Объемы потребле- ния	35	20	30	15	

Ответ: целевая функция = 422

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Холопкина Л.В., Кремер О.Б. Методы оптимизации, компьютерные технологии. – Воронеж, ВГТУ, 2016.
2. Струченков В.И. Методы оптимизации в прикладных задачах [Электронный ресурс] / Струченков В.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2009.— 315 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/8722.html>.— ЭБС «IPRbooks»
3. Пантелеев А.В. Методы оптимизации [Электронный ресурс]: учебное пособие / Пантелеев А.В., Летова Т.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: Логос, 2011.— 424 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/9093.html>.— ЭБС «IPRbooks»
4. Розова В.Н. Методы оптимизации [Электронный ресурс]: учебное пособие / Розова В.Н., Максимова И.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский университет дружбы народов, 2010.— 112 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/11536.html>.— ЭБС «IPRbooks»
5. Олейникова С.А. Численные методы оптимизации: практикум / С.А. Олейникова, Т.И. Сергеева, М.Ю. Сергеев. Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2021. – 90 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
1. Методические рекомендации для выполнения контрольной работы	3
1.1. Теоретические сведения	3
1.2. Решение задач оптимизации средствами MS Excel	4
1.3. Пример реализации поиска решения в MS Excel	5
2. Варианты первого задания	10
2.1. Выбор вариантов первого задания	10
2.2. Варианты заданий для решения задач линейной оптимизации	11
3. Решение транспортной задачи	19
3.1. Методические рекомендации для решения транспортной задачи	19
3.2. Математическая постановка транспортной задачи	20
3.3. Пример реализации транспортной задачи в MS Excel	21
3.4. Выбор вариантов второго задания	24
3.5. Варианты заданий для решения транспортной задачи	25
Библиографический список	30

# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

к выполнению контрольной работы  
по дисциплине «Методы оптимизации»  
для студентов направления 09.03.01  
«Информатика и вычислительная техника», профиля  
«Вычислительные машины, комплексы, системы и сети»  
заочной формы обучения

Составители:  
Сергеева Татьяна Ивановна  
Сергеев Михаил Юрьевич  
Недикова Татьяна Николаевна

В авторской редакции

Компьютерный набор Т.И. Сергеевой

Подписано к изданию 23.09.2021  
Уч.-изд. л. 3,1.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический  
университет»  
394026 Воронеж, Московский просп., 14