СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ

Методические указания
к выполнению практических работ
для студентов 3-го курса, обучающихся по направлению подготовки
бакалавров 27.03.05 «Инноватика» всех форм обучения

Воронеж 2022

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра инноватики и строительной физики имени профессора И.С. Суровцева

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ

Методические указания
к выполнению практических работ
для студентов 3-го курса, обучающихся по направлению подготовки
бакалавров 27.03.05 «Инноватика» всех форм обучения

Воронеж 2022

УДК 519.85(07)
ББК 22.18.я73

Составители:
А. О. Шаталова

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ: методические указания к выполнению практических работ по дисциплине «Системный анализ и принятие решений» для студентов 3-го курса, обучающихся по направлению подготовки бакалавров 27.03.05 «Инноватика» /ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: А.О. Шаталова. - Воронеж, 2022. – 31 с.

Содержат комплекс требований к содержанию, порядку выполнения и оформлению практических работ студентов в соответствии с перечнем общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций, осваиваемых в процессе обучения. Описана структура индивидуальных заданий для самостоятельного выполнения по дисциплине «Системный анализ и принятие решений».

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки бакалавров 27.03.05 «Инноватика» всех форм обучения.

Ил. 8., Табл.23. Библиогр.: 9 назв.

УДК 519.85(07)
ББК 22.18.я73

Печатается по решению редакционно-издательского совета Воронежского государственного технического университета

Рецензент *– С. А. Баркалов, д.т.н., профессор кафедры управления строительством Воронежского государственного технического университета*

ВВЕДЕНИЕ

В самых различных практически важных задачах встречается необходимость обработки последовательностей того или иного вида данных. Это могут быть текстовые или звуковые фразы из слов, последовательные видеокадры или временные зависимости (временные ряды) котировок валют. В любом случае, нужно уметь найти в таком потоке данных нужную информацию, и дать ее прогноз на ближайшее будущее. Одним из способов встраивания в работу нейронной сети информации о последовательной цепочке данных является образование обратной связи в нейронной сети. Обратная связь может присутствовать в нейронной сети в виде локальной обратной связи, т.е. на уровне одного нейрона, либо в форме глобальной обратной связи, которая охватывает всю сеть.

Системный анализ (СА) признается в настоящее время наиболее конструктивным из направлений системных исследований. Этот термин впервые появился в 1948 г. в работах корпорации RAND в связи с задачами военного управления. Получил распространение в отечественной литературе после перевода книги С. Оптнера «системный анализ деловых и промышленных проблем».

Системный анализ – междисциплинарный курс, обобщающий методологию исследования сложных технических, природных и социальных систем.

Цель настоящих методических указаний - дать студентам целостную картину системных методов и материалов для характеристики важнейших системообразующих факторов, их моделирования и анализа, выработать у них навыки самостоятельного решения экономико-социальных задач.

1. ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ, КОЭФФИЦИЕНТ КОРРЕЛЯЦИИ

ЗАДАНИЕ. Имеются данные средней выработки на одного рабочего y (тыс. руб.) и товарооборота x (тыс. руб.) в 12 магазинах за квартал. На основе указанных данных требуется:

1) определить зависимость (коэффициент корреляции) средней выработки на одного рабочего от товарооборота;

2) составить уравнение прямой регрессии этой зависимости.

Таблица 1

Исходные данные

	Магазины											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x	10	14	21	23	27	32	39	45	55	61	62	68
y	3,8	4,8	5,9	6,1	6,2	6,3	6,6	7,4	8,5	9,7	10,5	12,4

РЕШЕНИЕ. Связь между изучаемыми признаками может быть выражена уравнением прямой линии регрессии Y на X : $\overline{y_x} = ax + b$. Для вычисления параметров a , b и коэффициента корреляции r составим расчетную таблицу (табл. 2).

Таблица 2

Расчетные данные

	Месяцы												Сумма
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x	10	14	21	23	27	32	39	45	55	61	62	68	**457**
y	3,8	4,8	5,9	6,1	6,2	6,3	6,6	7,4	8,5	9,7	10,5	12,4	**88,2**
X^2	100	196	441	529	729	1024	1521	2025	3025	3721	3844	4624	**21779**
Y^2	14,44	23,04	34,81	37,21	38,44	39,69	43,56	54,76	72,25	94,09	110,25	153,76	**716,3**
XY	38	67,2	123,9	140,3	167,4	201,6	257,4	333	467,5	591,7	651	843,2	**3882,2**

Параметры a , b найдем из системы уравнений:

$$\begin{cases} 21779a + 457b = 3882{,}2, \\ \quad 457a + 12b = 88{,}2. \end{cases}$$

Получаем $a = 0{,}12$, $b = 2{,}8$, тогда $\overline{y_x} = 0{,}12x + 2{,}8.$

Найдем выборочный коэффициент корреляции:

$$r_B = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \cdot \sqrt{n\sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}}$$

$$= \frac{12 \cdot 3882.2 - 457 \cdot 88.2}{\sqrt{12 \cdot 21779 - (457)^2} \cdot \sqrt{12 \cdot 716.3 - (88.2)^2}} = 0{,}959$$

Задание для самостоятельной работы:

1. Разобрать пример.
2. Геометрически проиллюстрировать пример линейной регрессии.
3. Прокомментировать выборочный коэффициент корреляции. (Описать уровень связи).

2. ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ

Задача 1. Пусть имеется следующий временный ряд:

t: 1 2 3....9

y_t : 25............10

Известно также, что $\sum y_t = 130;\ \sum y_t^2 = 3100;\ \sum_{t=2}^{n} y_t y_{t-1} = 2552.$

Определить для этого временного ряда значение коэффициента автокорреляции первого порядка.

Решение. Значение коэффициента определим по формуле:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^{n}(y_t - \bar{y}_1)(y_{t-1} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{t=2}^{n}(y_t - \bar{y}_1)^2 \sum_{t=2}^{n}(y_{t-1} - \bar{y}_2)^2}}$$

Распишем все компоненты этой формулы. Числитель преобразуем следующим путем:

$$\sum_{t=2}^{n}(y_t - \bar{y}_1)(y_{t-1} - \bar{y}_2) = \sum_{t=2}^{n}(y_t y_{t-1} - \bar{y}_1 y_{t-1} - \bar{y}_2 y_t + \bar{y}_1 \bar{y}_2) =$$

$$= \sum_{t=2}^{n} y_t y_{t-1} - \bar{y}_1 \sum_{t=2}^{n} y_{t-1} - \bar{y}_2 \sum_{t=2}^{n} y_t + (n-1)\bar{y}_1 \cdot \bar{y}_2$$

Здесь $n = 9$, значения средних вычисляем по соответствующим формулам; при этом значения сумм рассчитываются с учетом крайних значений временного ряда:

$$\sum_{t=2}^{n} y_{t-1} = \sum_{t=1}^{n} y_t - y_n = 130 - 10 = 120$$

$$\sum_{t=2}^{n} y_t = \sum_{t=1}^{n} y_t - y_1 = 130 - 25 = 105$$

$$\bar{y}_1 = \frac{105}{8} = 13{,}125; \quad \bar{y}_2 = \frac{120}{8} = 15$$

Отсюда: $\sum_{t=2}^{n}\left(y_t-\bar{y}_1\right)\left(y_{t-1}-\bar{y}_2\right)=2552-13{,}125\cdot120-15\cdot105+$
$8\cdot13{,}125\cdot15=977.$

Аналогично рассчитываем каждый член в знаменателе:

$$\sum_{t=2}^{n}\left(y_t-\bar{y}_1\right)^2=\sum_{t=2}^{n}\left(y_t^2-2\bar{y}_1\cdot y_t+\bar{y}_1^2\right)=$$

$$=\sum_{t=2}^{n}y_t^2-2\bar{y}_1\cdot\sum_{t=2}^{n}y_t+(n-1)\bar{y}_1^2=$$

$$=\sum_{t=1}^{n}y_t^2-y_1^2-2\bar{y}_1\cdot\sum_{t=2}^{n}y_t+(n-1)\bar{y}_1^2=$$

$$=3100-25^2-2\cdot13{,}125\cdot105+8\cdot13{,}125^2=1096{,}87.$$

$$\sum_{t=2}^{n}\left(y_t-\bar{y}_2\right)^2=\sum_{t=2}^{n}\left(y_{t-1}^2-2\bar{y}_2\cdot y_{t-1}+\bar{y}_2^2\right)=$$

$$=\sum_{t=2}^{n}y_{t-1}^2-2\bar{y}_2\cdot\sum_{t=2}^{n}y_{t-1}+(n-1)\bar{y}_2^2=$$

$$=\sum_{t=1}^{n}y_t^2-y_n^2-2\bar{y}_2\cdot\sum_{t=2}^{n}y_{t-1}+(n-1)\bar{y}_2^2=$$

$$=3100-10^2-2\cdot15\cdot120+8\cdot15^2=1200.$$

Результат определим по исходной расчетной формуле:

$$r_1=\frac{977}{\sqrt{1096{,}875\cdot1200}}=\frac{977}{1147{,}28}=0{,}852$$

Задача 2. На основе квартальных данных объемов продаж предприятия за 2015-2020 гг. была построена аддитивная модель временного ряда, трендовая компонента которой имеет вид:

$$T=200+3\cdot t\quad(t=1,2,\ldots).$$

Показатели за 2019 г. приведены в табл.3.

Таблица 3

Показатели за 2019 г.

Квартал	Фактический объем продаж	Компонента аддитивной модели		
		трендовая	сезонная	случайная
1	2	3	4	5
1	200			-11
2			15	5
3	250		32	
4				

Определить недостающие в таблице данные, учитывая, что общий объем продаж за 2019 г. составил 1000 тыс. у.е.

Решение. В первую очередь определим все значения трендовой компоненты. Чтобы использовать имеющееся уравнение тренда, надо определить моменты времени, относящиеся к 2019 г. Поскольку модель, относится к периоду 2015 – 2020 гг., т.е. охватывает 6 лет, квартальные временные отметки изменяются от 1 до 24. В этом случае 2019 г. (предпоследний в исследуемом периоде) соответствует моментам времени 17, 18, 19 и 20.

Подставим в уравнение тренда, получим:

$T_1 = 200 + 3 \cdot 17 = 251;$

$T_2 = 200 + 3 \cdot 18 = 254;$

$T_3 = 200 + 3 \cdot 19 = 257;$

$T_4 = 200 + 3 \cdot 20 = 260.$

Далее недостающие величины для первого, второго и третьего кварталов вычисляем по балансу из уравнения для аддитивной модели временного ряда:

$S_1 = y_1 - T_1 - E_1 = 200 - 251 - (-11) = -40;$

$y_2 = T_2 + S_2 + E_2 = 254 + 15 + 5 = 274;$

$E_3 = y_3 - T_3 - S_3 = 250 - 257 - 32 = -39.$

Осталось определить только величины для четвертого квартала, где известно только значение трендовой компоненты. В условиях задачи задан общий объем продаж за год. Поскольку известны продажи за три первых квартала, четвертый определяется легко:

$y_4 = 1000 - (y_1 + y_2 + y_3) = 1000 - (200 + 274 + 250) = 276.$

Для расчета сезонной компоненты за 4 – й квартал воспользуемся тем, что в аддитивной модели сумма сезонных компонент за один период должны равняться нулю:

$S_4 = -(S_1 + S_2 + S_3) = -(40 + 15 + 32) = -7.$

Последнее значение в таблице – случайную компоненту за 4 – й квартал – вычисляем по балансу из уравнения аддитивной модели, поскольку все остальные компоненты уже известны:

$E_4 = y_4 - T_4 - S_4 = 276 - 260 + 7 = 23.$

Таблица 4

Полученные данные

Квартал	Фактический объем продаж	Компонента аддитивной модели		
		трендовая	сезонная	случайная
1	2	3	4	5
1	200	251	- 40	-11
2	274	254	15	5

3	250	257	32	- 39
4	276	260	- 7	23

Задача 3. На основе поквартальных данных за 9 последних лет была построена мультипликативная модель некоторого временного ряда. Уравнение тренда в этой модели имеет вид:

$T_1 = 10{,}8 + 0{,}1 \cdot t.$

Скорректированные значения сезонной компоненты равны: в 1–м квартале – 1,5; в 3–м квартале – 0,6; в 4–м квартале – 0,8.

Определить сезонную компоненту за 2 – й квартал и прогноз моделируемого показателя за 2 – й и 3 – й кварталы следующего года.

Решение. В мультипликативной модели сумма скорректированных сезонных компонент за один период должны равняться количеству этих коэффициентов, т.е. четырем. Отсюда находим недостающую сезонную компоненту за 2–й квартал:

$S_2 = 4 - (S_1 + S_3 + S_4) = 4 - (1{,}5 + 0{,}6 + 0{,}8) = 1{,}1.$

Для прогнозирования по мультипликативной модели воспользуемся соотношением (2), в котором не будем учитывать случайную компоненту. При этом следует иметь в виду, что 2–й и 3–й кварталы будущего года будут относиться в рамках рассматриваемой модели соответственно к 38–й и 39–й отметкам времени соответственно:

$\hat{y}_{38} = (10{,}8 + 0{,}1 \cdot 38) \cdot 1{,}1 = 16{,}06;$

$\hat{y}_{39} = (10{,}8 + 0{,}1 \cdot 39) \cdot 0{,}6 = 8{,}82.$

Задача 4. На основе помесячных данных за последние 5 лет была построена аддитивная временная модель потребления тепла в районе. Скорректированные значения сезонной компоненты приведены в табл.5.

Таблица 5

Данные сезонной компоненты

Январь	+ 27	Май	- 20	Сентябрь	- 10
Февраль	+ 22	Июнь	- 34	Октябрь	+ 12
Март	+ 15	Июль	- 42	Ноябрь	+20
Апрель	- 2	Август	- 18	Декабрь	?

Уравнение тренда выглядит так:

$T = 300 + 1{,}1 \cdot t.$

Определить значение сезонной компоненты за декабрь, а также точечный прогноз потребления тепла на 2–й квартал следующего года.

Решение. В аддитивной модели временного ряда сумма скорректированных сезонных компонент за один период, в данном случае за год, должна равняться нулю. Отсюда значение сезонной компоненты за декабрь:

$$S_{12} = -\sum_{i=1,(i\neq 12)}^{12} S_i = (27+22+15-2-20-34-42-18-10+12+20) = -30.$$

Прогноз потребления тепла рассчитывается по формуле для детерминированной составляющей ряда, в которой не учитывается случайная составляющая, поскольку она не прогнозируется. Здесь для расчета трендовой компоненты следует иметь в виду, что второму кварталу следующего года (апрель, май, июнь) соответствуют отметки времени 64, 65 и 66. Прогноз за весь второй квартал складывается из прогнозов за апрель, май и июнь.

$\hat{y}(\textit{апрель}) = (300 + 1{,}1 \cdot 64) - 2 = 368{,}4;$

$\hat{y}(\textit{май}) = (300 + 1{,}1 \cdot 65) - 20 = 351{,}5;$

$\hat{y}(\textit{июнь}) = (300 + 1{,}1 \cdot 66) - 34 = 338{,}6;$

$\hat{y}(2 - \textit{й квартал}) = 368{,}4 + 351{,}5 + 338{,}6 = 1058{,}5.$

Задача 5.

Дана таблица (табл.6) с исходными данными.

Таблица 6

Исходные данные

Момент времени	$t-3$	$t-2$	$t-1$	t	$t+1$
S^*	130				
S	145	165	190	210	-

где S^*, S - ожидаемый и действительный объемы предложения. Определить значения S^* в соответствии с моделью адаптивных ожиданий, приняв $\lambda = 0{,}55$.

Решение. Расчет ожидаемых значений проводим по формуле (1):

$$S_{t+1}^* = \lambda S_t + (1-\lambda) S_t^*, \tag{1}$$

которая модифицируется для каждого момента времени $(t-2, t-1, t)$:

$S_{t-2}^* = \lambda S_{t-3} + (1-\lambda) S_{t-3}^* = 0{,}55 \cdot 145 + (1-0{,}55) \cdot 130 = 138{,}25;$

$S_{t-1}^* = \lambda S_{t-2} + (1-\lambda) S_{t-2}^* = 0{,}55 \cdot 165 + (1-0{,}55) \cdot 138{,}25 = 152{,}96;$

$S_t^* = \lambda S_{t-1} + (1-\lambda) S_{t-1}^* = 0{,}55 \cdot 190 + (1-0{,}55) \cdot 152{,}96 = 173{,}33;$

$S_{t+1}^* = \lambda S_t + (1-\lambda) S_t^* = 0{,}55 \cdot 210 + (1-0{,}55) \cdot 173{,}33 = 193{,}50.$

3. ДЕНДРОГРАММА

Задача.

Провести классификацию объектов, каждый из которых характеризуется двумя признаками x_1 и x_2.

Таблица 7

Исходные данные

№ объекта	1	2	3	4	5	6
x_1	5	6	5	10	11	10
x_2	10	12	13	9	9	7

Решение.

Представим расположение объектов в пространстве их признаков:

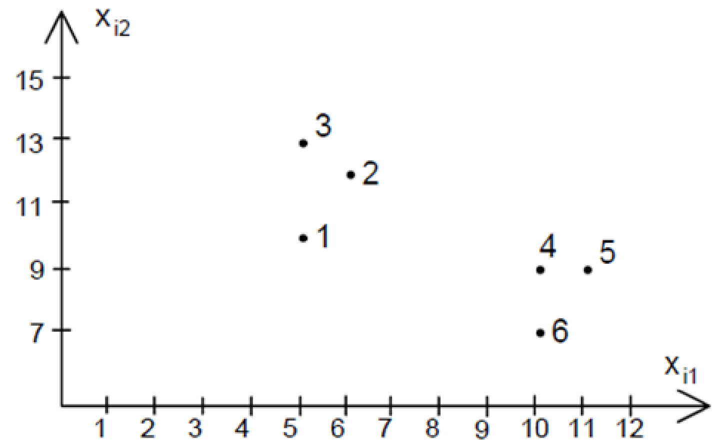

Рис.1. Расположение объектов в пространстве признаков

Далее, воспользуемся иерархическим алгоритмом классификации. В качестве расстояния между объектами с номерами *i* и *j* возьмем евклидово расстояние:

$$\rho_{il} = \sqrt{\sum_{k=1}^{m} (x_{ki} - x_{kj})^2}\,, \qquad (2)$$

где k – номер признака, m – количество признаков.

Тогда расстояние между объектами 1 и 2 равно:

$$\rho_{12} = \sqrt{(5-6)^2 + (10-12)^2} = 2.24$$

Продолжая вычисления для каждой пары объектов, получим матрицу расстояний:

$$R_1 = \begin{pmatrix} 0 & 2.24 & 3 & 5.1 & 6.08 & 5.83 \\ 2.24 & 0 & 1.41 & 5 & 5.83 & 6.4 \\ 3 & 1.41 & 0 & 6.4 & 7.21 & 7.81 \\ 5.1 & 5 & 6.4 & 0 & 1 & 2 \\ 6.08 & 5.83 & 7.21 & 1 & 0 & 2.24 \\ 5.83 & 6.4 & 7.81 & 2 & 2.24 & 0 \end{pmatrix}$$

На начальном этапе каждый объект считаем отдельным кластером, т.о. у нас 6 кластеров: (1), (2), (3), (4), (5), (6).

Из матрицы R_1 следует, что объекты 4 и 5 наиболее близки, поэтому объединяем их в кластер (4,5). После этого получаем 5 кластеров: (1), (2), (3), (4,5), (6).

Расстояние между кластерами будем находить по принципу «ближайшего соседа»:

$$\rho_{(l,m)q} = \frac{1}{2}\rho_{l,q} + \frac{1}{2}\rho_{m,q} - \frac{1}{2}\left|\rho_{l,q} - \rho_{m,q}\right|, \qquad (2^*)$$

где l и m – номера объектов в кластере, q – другой кластер.

Так, расстояние между кластером (1) и кластером (4,5) равно

$$\rho_{(4,5)1} = \frac{1}{2}\rho_{4,1} + \frac{1}{2}\rho_{5,1} - \frac{1}{2}\left|\rho_{4,1} - \rho_{5,1}\right| = \frac{1}{2}(5.1 + 6.08) - \frac{1}{2}\left|5.1 - 6.08\right| = 5.1$$

В данном случае (евклидово расстояние), расстояние между кластерами можно определять, как минимальное расстояние между объектами из разных кластеров. Но мы для расчетов в общем виде, будем пользоваться формулой (*).

Продолжая вычисления, получим новую матрицу расстояний:

$$R_2 = \begin{pmatrix} 0 & 2.24 & 3 & 5.1 & 5.83 \\ 2.24 & 0 & 1.41 & 5 & 6.4 \\ 3 & 1.41 & 0 & 6.4 & 7.81 \\ 5.1 & 5 & 6.4 & 0 & 2 \\ 5.83 & 6.4 & 7.81 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Объединяем объекты 2 и 3, имеющие минимальное расстояние. После объединения получим 4 кластера: (1), (2,3), (4,5), (6).

После этого снова считаем матрицу расстояний. Так, расстояние между кластерами (2,3) и (4,5) равно

$$\rho_{(4,5),(2,3)} = \frac{1}{2}\rho_{(4,5),2} + \frac{1}{2}\rho_{(4,5),3} - \frac{1}{2}\left|\rho_{(4,5),2} - \rho_{(4,5),3}\right| = \frac{5}{2} + \frac{6.4}{2} - \frac{1.4}{2} = 6$$

Продолжая вычисления, получим новую матрицу расстояний:

$$R_3 = \begin{pmatrix} 0 & 2.24 & 5.1 & 5.83 \\ 2.24 & 0 & 5 & 6.4 \\ 5.1 & 5 & 0 & 2 \\ 5.83 & 6.4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Объединяем теперь кластеры (4,5) и (6). Получаем три кластера: (1), (2,3), (4,5,6).

После пересчета расстояний получим новую матрицу:

$$R_4 = \begin{pmatrix} 0 & 2.24 & 5.1 \\ 2.24 & 0 & 5 \\ 5.1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

Объединяем кластеры (1) и (2,3). Получаем два кластера: (1,2,3) и (4, 5, 6).

Результаты иерархической классификации объектов задачи представлены на рисунке:

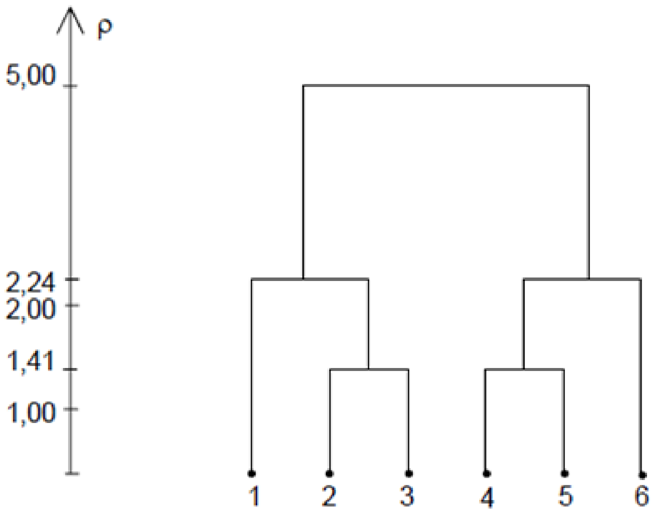

Рис.2. Дендрограмма решения

4. АЛГОРИТМ K-MEANS

Задача.

Пусть имеется набор из 8 точек данных в двумерном пространстве, из которого требуется получить два кластера. Значения точек приведены в табл. 8 и на рис. 3.

Таблица 8

Набор точек

	X	Y
A	1	3
B	3	3
C	4	3
D	5	3
E	1	2
F	4	2
G	1	1
H	2	1

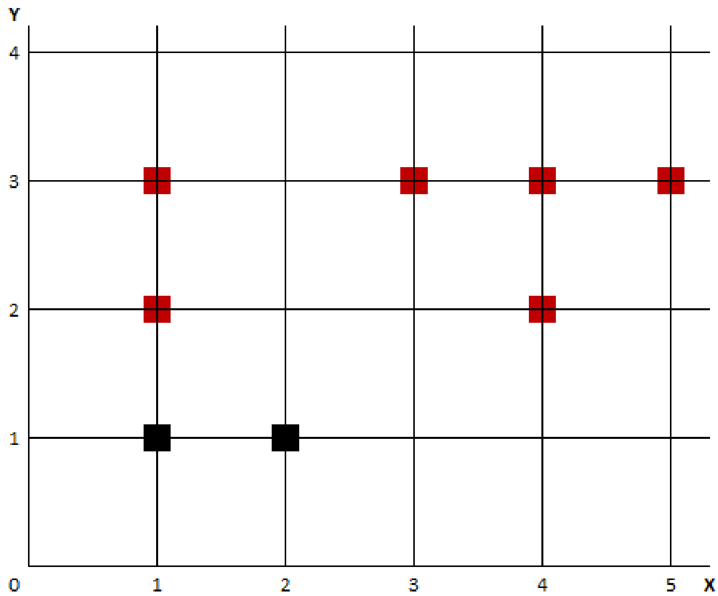

Рис.3. Начальная инициализация

Определим число кластеров (k), на которое требуется разбить исходное множество, k=2.

Шаг 1.

Случайным образом выберем две точки, которые будут начальными центрами кластеров. Пусть это будут точки $m_1=(m_{11},m_{12})=(1;1)$ и $m_2==(m_{21},m_{22})=(2;1)$. На рис. 5 они закрашены черным цветом

<u>Итерация 1</u>

Шаг 2.

Для каждой точки определим ближайший к ней центр кластера с помощью расстояния Евклида. Если i и j нумерует объекты, а индекс k нумерует количественные признаки (координаты), то расстояние между объектами с индексами i и j равно

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^{m}(x_{ik} - x_{jk})^2}.$$

Для двух координат *x* и *y*:

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

В табл. 9 представлены вычисленные расстояния между центрами кластеров $m_1=(1;1)$, $m_2=(2;1)$ и каждой точкой исходного множества, а также указано, к какому кластеру принадлежит та или иная точка.

Таблица 9

Вычисленные расстояния между центрами кластеров

#	X	Y	Расстояние, от m1	Расстояние, от m2	Принадлежит кластеру №
A	1	3	2,00	2,24	1
B	3	3	2,83	2,24	2
C	4	3	3,61	2,83	2
D	5	3	4,47	3,61	2
E	1	2	1,00	1,41	1
F	4	2	3,16	2,24	2
G	1	1	0,00	1,00	1
H	2	1	1,00	0,00	2

Т.о., кластер 1 содержит точки A, E, G, а кластер 2 – точки B, C, D, F, H.

Шаг 3. Проверяем условие остановки: рассчитываем сумму квадратичных ошибок, т.е. сумму квадратов расстояний от каждой точки кластера до его центра:

$$E = \sum_{i=1}^{k} \sum_{p \in C_i} (p - m_i)^2 = 2^2 + 2{,}24^2 + 2{,}83^2 + 3{,}61^2 + 1^2 + 2{,}24^2 + 0^2 + 0^2 = 36$$

где *p* – точка кластера C_i, *i* – номер кластера. Условие остановки не выполнено.

Шаг 4.

Для каждого кластера вычисляется его центроид, и центр кластера перемещается в него. Новая координата центра кластера (центроида) равна средней арифметической соответствующих координат объектов в данном кластере:

$$m_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_{ik},$$

где x_{ik} – k-я координата *i*-го объекта в кластере, N – число объектов в кластере.

Центроид для кластера 1: $m_{11}=(1+1+1)/3$, $m_{12}=(3+2+1)/3$, т.о. новый центр 1-го кластера $m_1 = (1; 2)$.

Центроид для кластера 2: $m_{21}=(3 + 4 + 5 + 4 + 2)/5$, $m_{22}=(3 + 3 + 3 + 2 + 1)/5$, т.о. новый центр 2-го кластера $m_2 = (3{,}6; 2{,}4)$.

Расположение кластеров и центроидов после первого прохода алгоритма представлено на рис. 4.

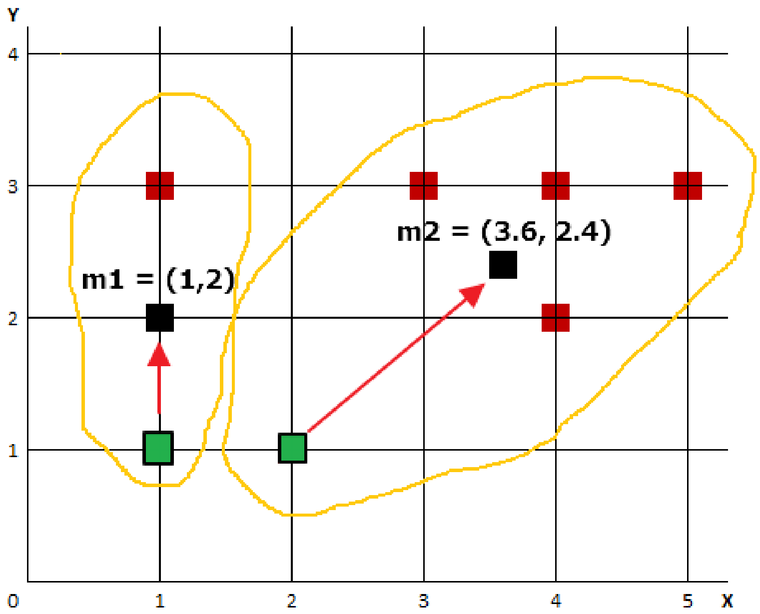

Рис.4. Расположение кластеров и центроидов после первого прохода алгоритма

На рис. 4 начальные центры кластеров закрашены зеленым цветом, а центроиды, вычисленные при 1-м проходе алгоритма, – закрашены черным цветом. Они и будут являться новыми центрами кластеров, к которым будет определяться принадлежность точек данных на втором проходе.

Возвращаемся на Шаг 2.

Итерация 2.

Шаг 2.

Для каждой точки снова определяется ближайший к ней центр и ее отношение к соответствующему кластеру (с рассчитанными на предыдущем шаге центрами). Для это еще раз вычисляются евклидовы расстояния между точками и центрами кластеров m_1 = (1; 2) и m_2=(2;1). Результаты вычислений приведены в табл. 10.

Таблица 10

Результаты вычислений

#	X	Y	Расстояние, от m1	Расстояние, от m2	Принадлежит кластеру №
A	1	3	1,00	2,67	1
B	3	3	2,24	0,75	2
C	4	3	3,16	0,72	2
D	5	3	4,12	1,52	2
E	1	2	0,00	2,63	1
F	4	2	3,00	0,57	2
G	1	1	1,00	2,95	1
H	2	1	1,41	2,13	1

Относительно большое изменение m_2 привело к тому, что точка H оказалась ближе к центру m_1, что автоматически сделало ее членом кластера 1. Все остальные точки остались в тех же кластерах, что и на предыдущем проходе алгоритма. Таким образом, кластер 1 будет (A, E, G, H), а кластер 2 (B, C, D, F).

Шаг 3. Новая сумма квадратов ошибок составит:

$$E = \sum_{i=1}^{k} \sum_{p \in C_i} (p - m_i)^2 = 1^2 + 0{,}85^2 + 0{,}72^2 + 1{,}52^2 + 0^2 + 0{,}57^2 + 1^2 + 1{,}41^2 = 7{,}88$$
,

что показывает уменьшение ошибки относительно начального состояния центров кластеров (которая на первом проходе составляла 36). Это говорит об улучшении качества кластеризации, т.е. более высокую «кучность» объектов относительно центра кластера.

Шаг 4.

Для каждого кластера вновь вычисляется его центроид, и центр кластера перемещается в него.

Новый центроид для 1-го кластера: $m_{11}=(1+1+1+2)/4=1.25$, $m_{12}=(3+2+1+1)/4=1.75$, т.о. $m_1=(1.25, 1.75)$.

Для кластера 2: $m_2 = (4, 2.75)$.

Расположение кластеров и центроидов после второго прохода алгоритма представлено на рис. 5.

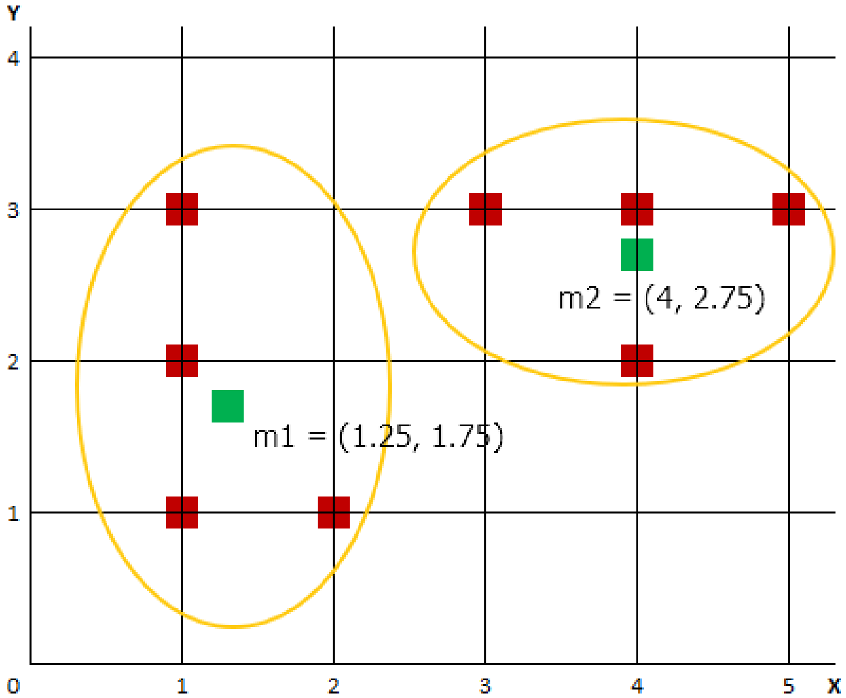

Рис.5. Расположение кластеров и центроидов после второго прохода алгоритма

По сравнению предыдущим проходом центры кластеров изменились незначительно.

<u>Итерация 3</u>

Шаг 2.

Для каждой точки вновь ищется ближайший к ней центр кластера. Полученные на данном проходе расстояния представлены в табл. 11.

Таблица 11

Полученные расстояния

#	X	Y	Расстояние, от m1	Расстояние, от m2	Принадлежит кластеру №
A	1	3	1,27	3,01	1
B	3	3	2,15	1,03	2
C	4	3	3,02	0,25	2
D	5	3	3,95	1,03	2
E	1	2	0,35	3,09	1
F	4	2	2,76	0,75	2
G	1	1	0,79	3,47	1
H	2	1	1,06	2,66	1

Записей, сменивших кластер на данном проходе алгоритма, не было.

Шаг 3. Проверяется условие остановки.

Новая сумма квадратов ошибок составит

$$E = \sum_{i=1}^{k} \sum_{p \in C_i} (p - m_i)^2 = 1{,}27^2 + 1{,}03^2 + 0{,}25^2 + 1{,}03^2 + 0{,}35^2 + 0{,}75^2 + 0{,}79^2 + 1{,}06^2 = 6{,}25$$

Изменение суммы квадратов ошибок является незначительным по сравнению с предыдущим проходом.

Шаг 4.

Поскольку на данной итерации ни одна запись не изменила своего членства в кластерах, то положения центров масс не поменялось. Так как положения центров масс не поменялось, работа алгоритма прекращается.

Итоговое распределение на кластеры представлено на рис. 5.

5. СЕТЕВОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Необходимо построить сетевой график, рассчитать наиболее ранние и наиболее поздние сроки наступления событий, найти критический путь, определить полные и независимые резервы времени всех работ, найти коэффициенты напряженности некритических дуг с помощью данных, представленных в табл.12.

Таблица 12

Исходные данные

Работа	Продолжительность работы	Опирается на работы
b_1	5	-
b_2	6	-
b_3	4	b_1
b_4	2	b_2
b_5	4	b_1
b_6	3	b_3, b_4
b_7	6	b_2
b_8	2	b_3, b_4, b_5
b_9	2	b_6, b_8
b_{10}	8	b_3, b_4, b_5
b_{11}	5	b_6, b_8
b_{12}	6	b_7, b_9

Решение

1) Построим структурный сетевой график и введем правильную нумерацию событий (рис.6).

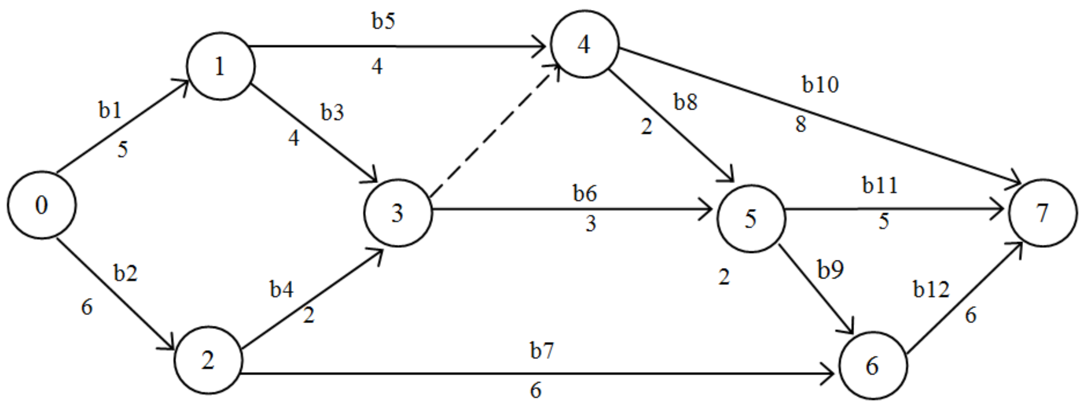

Рис.6. Структурный сетевой график

2) Найдем наиболее ранние сроки наступления событий:

Тр(1)=0+5=5

Тр(2)=0+6=6

Тр(3)=max{5+4; 6+2}=9

Тр(4)=max{5+4; 9}=9

Тр(5)=max{9+2; 9+3}=12

Тр(6)=max{6+6; 12+2}=14

Тр(7)=max{9+8; 14+6; 12+5}=20

Ткр=20. Минимальный срок выполнения – 20 дней.

Найдем наиболее поздние сроки наступления событий:

Тп(6)=20-6=14

Тп(5)=min{14-2; 20-5}=12
Тп(4)=min{20-8; 12-2}=10
Тп(3)=min{10; 12-3}=9
Тп(2)=min{14-6; 9-2}=7
Тп(1)=min{10-4; 9-4}=5
Тп(0)=min{5-5; 7-6}=0

Результаты расчетов отобразим на сетевом графике. Ранние сроки напишем над кружками, поздние сроки наступления событий – под кружками (рис.7).

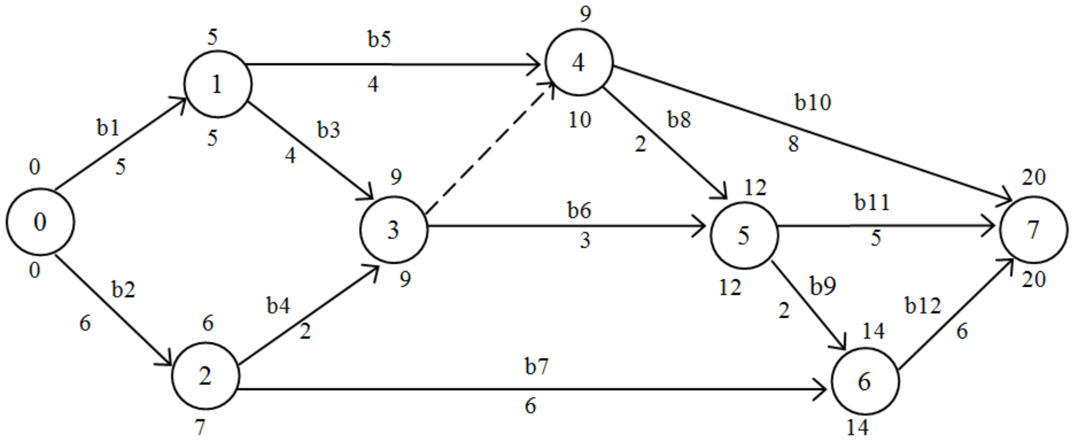

Рис.7. Сетевой граф

Временные характеристики представлены в табл.13.

Таблица 13

Временные характеристики

Событие	Ранний срок Тр(i)	Поздний срок Тп(i)	Резерв времени R(i)
0	0	0	0
1	5	5	0
2	6	7	1
3	9	9	0
4	9	10	1
5	12	12	0
6	14	14	0
7	20	20	0

Критический путь проходит через события с нулевым резервом времени, т.е. через события 0, 1, 3, 5, 6, 7.

3) Найдем резервы времени работ. Сведем полученные данные в табл.14.

Таблица 14

Резервы времени работ

Работа $b_k=(i,j)$	Продолжительность работы $t(b_k)=t_{ij}$	$s_р(b_k)$	$s_п(b_k)$	$r_п(b_k)$	$r_н(b_k)$
$b_1=(0,1)$	5	0	5	0	0
$b_2=(0,2)$	6	0	7	1	0

b_3=(1,3)	4	5	9	0	0
b_4=(2,3)	2	6	9	1	0
b_5=(1,4)	4	5	10	1	0
b_6=(3,5)	3	9	12	0	0
b_7=(2,6)	6	6	14	2	1
b_8=(4,5)	2	9	12	1	0
b_9=(5,6)	2	12	14	0	0
b_{10}=(4,7)	8	9	20	3	2
b_{11}=(5,7)	5	12	20	3	3
b_{12}=(6,7)	6	14	20	0	0
φ=(4,4)	0	9	10	1	0

Критические работы – b_1, b_3, b_6, b_9, b_{12}. Резервы времени этих работ равны нулю. Выделим критический путь синими стрелками (рис.8).

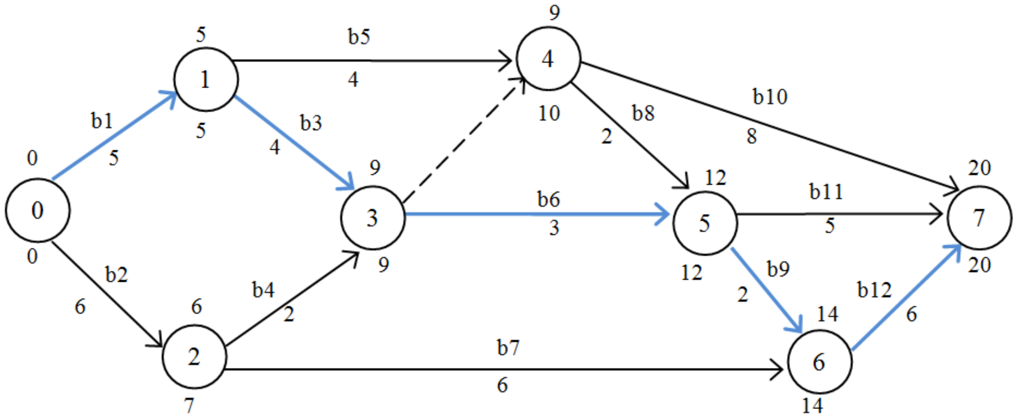

Рис.8. Критический путь

4) Найдем коэффициенты напряженности некритических дуг.

Резервы времени и коэффициенты напряженности некритических дуг представлены в табл.15.

Таблица 15

Резервы времени и коэффициенты напряженности некритических дуг

Некритические дуги	a	b	Резерв времени дуги R(b)	Коэффициент напряженности дуги N(b)
(0; 2; 6)	14	12	2	12/14≈0,86
(0; 2; 3)	9	8	1	8/9≈0,89
(0; 2; 3; 4; 5)	12	10	2	10/12≈0,83
(0; 2; 3; 4; 5; 7)	20	15	5	15/20≈0,75
(0; 2; 3; 4; 7)	20	16	4	16/20≈0,8
(1; 4; 7)	15	12	3	12/15≈0,8
(1; 4; 5)	7	6	1	6/7≈0,86
(1; 4; 5; 7)	15	11	4	11/15≈0,73
(3; 4; 5)	3	2	1	2/3≈0,67
(3; 4; 7)	11	8	3	8/11≈0,73
(3; 4; 5; 7)	11	7	4	7/11≈0,64

Критическую зону составляют дуги (0; 2; 6), (0; 2; 3), (0; 2; 3; 4; 5), (1; 4; 5); подкритическую зону – (0; 2; 3; 4; 5; 7), (0; 2; 3; 4; 7), (1; 4; 7), (1; 4; 5; 7), (3; 4; 5), (3; 4; 5; 7). Самой напряженной дугой является (0; 2; 3).

6. МЕТОД АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

Для матрицы парных сравнений оценка альтернатив осуществляется следующим методом: для каждой строки матрицы вычисляется среднее геометрическое

$$b_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} a_{ij}}, \tag{3}$$

где a_{ij} – элемент матрицы парных сравнений, полученные значения нормализуются (w_j).

Отклонение от согласованности называют индексом согласованности (ИС) [28, 18]:

$$ИС = \frac{|(\lambda_{\max} - n)\ |}{(n-1)}, \tag{4}$$

$$\lambda_{\max} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} a_{ij} \times w_j, \tag{5}$$

где $\lambda_{\max}$ – максимальное собственное значение матрицы парных сравнений; i – номер строки, j – номер столбца матрицы парных сравнений; w_j - элемент нормализованного вектора приоритетов.

Формулировка задачи: Предприятие ООО «ЭнергоСтрой» имеет 3 поставщиков сырья и материалов: 1. ИП «Феликс»; 2. ООО «Зенос»; 3. АО «Радуга». Необходимо из имеющихся поставщиков выбрать одного, применив метод анализа иерархий. Группой экспертов выбираются наиболее важные, на их взгляд, критерии, чтобы с их помощью оценить поставщиков сырья и материалов. Критерии для оценки могут учитывать особенности отрасли, в которой работает предприятие, и особенности хозяйственной деятельности самого предприятия.

Критерии, по которым могут оцениваться поставщики с использованием шкалы относительной важности, следующие:

- стоимость поставляемых ресурсов;
- качество ресурсов;
- гарантии качества, предоставляемые поставщиком;
- надежность поставки;
- форма расчетов;
- время поставки.

Для оценки поставщиков по перечисленным критериям приглашается группа экспертов. Их мнения по обсуждаемой проблемы сводятся в таблицу «Матрица попарных сравнений критериев» (табл. 16). В этой таблице эксперты определяют важность каждого из показателей, рассматриваемых при определении поставщика. Так, стоимость и качество товаров, по мнению эксперта, имеют одинаковую значимость, поэтому в соответствии со шкалой относительной важности в соответствующую ячейку таблицы ставится 1.

При заполнении данной таблицы необходимо учитывать, что диагональные значения матрицы равны единице, так как одинаковые критерии имеют равную важность.

Таблица 16

Матрица парных сравнений критериев

Критерии оценки поставщиков	С	К	ГК	Н	ФР	ВП	Собственный вектор	Вектор приоритетов
Стоимость (С)	1	1	1	4	1	0,5	1,122	0,169
Качество (К)	1	1	2	4	1	0,5	1,260	0,189
Гарантии качества (ГК)	1	0,5	1	5	3	0,5	1,246	0,187
Надежность (Н)	0,25	0,25	0,2	1	0,333	0,333	0,334	0,050
Форма расчетов (ФР)	1	1	0,333	3	1	1	1,000	0,150
Время поставки (ВП)	2	2	2	3	1	1	1,698	0,255
Итого							6,661	1,000

ИС=0,08 ИС – индекс согласованности

ОС=5,10 % ОС – относительная согласованность, ОС < 10 %

Далее эксперты оценивают поставщиков по каждому из критериев по-отдельности (табл. 17 - 22). Первым критерием является стоимость. Необходимо оценить по этому критерию три имеющихся варианта поставщиков сырья и материалов. Далее проводится оценка этих поставщиков по остальным критериям.

При оценке по каждому из критериев рассчитывают индекс согласованности и относительную согласованность, следя за тем, чтобы относительная несогласованность не превышала 10 %, в противном случае необходимо провести новые экспертные оценки или уточнить статистические данные.

Таблица 17

Оценка альтернатив по критерию «Стоимость»

Стоимость	ИП «Феликс»	ООО «Зенос»	АО «Радуга»	Собственный вектор	Вектор приоритетов
ИП «Феликс»	1	6	8	3,634	0,753
ООО «Зенос»	0,167	1	4	0,874	0,181
АО «Радуга»	0,125	0,25	1	0,315	0,065
Итого				4,823	1

ИС 0,054

ОС 9,28 %

Таблица 18

Оценка альтернатив по критерию «Качество»

Качество	ИП «Феликс»	ООО «Зенос»	АО «Радуга»	Собственный вектор	Вектор приоритетов
ИП «Феликс»	1	5	4	2,714	0,674
ООО «Зенос»	0,2	1	0,333	0,405	0,101
АО «Радуга»	0,25	3	1	0,909	0,226
Итого				4,028	1

ИС	0,044
ОС	7,52 %

Таблица 19

Оценка альтернатив по критерию «Гарантии качества»

Гарантии качества	ИП «Феликс»	ООО «Зенос»	АО «Радуга»	Собственный вектор	Вектор приоритетов
ИП «Феликс»	1	5	0,33	1,182	0,271
ООО «Зенос»	0,2	1	0,125	0,292	0,067
АО «Радуга»	3	8	1	2,884	0,662
Итого				4,359	1

ИС	0,021
ОС	3,69 %

Таблица 20

Оценка альтернатив по критерию «Надежность»

Надежность	ИП «Феликс»	ООО «Зенос»	АО «Радуга»	Собственный вектор	Вектор приоритетов
ИП «Феликс»	1	5	0,33	1,182	0,278
ООО «Зенос»	0,2	1	0,143	0,306	0,072
АО «Радуга»	3	7	1	2,759	0,650
Итого				4,246	1

ИС	0,032
ОС	5,50 %

Таблица 21

Оценка альтернатив по критерию «Форма расчетов»

Форма расчетов	ИП «Феликс»	ООО «Зенос»	АО «Радуга»	Собственный вектор	Вектор приоритетов
ИП «Феликс»	1	1	1	1,000	0,333
ООО «Зенос»	1	1	1	1,000	0,333
АО «Радуга»	1	1	1	1,000	0,333
Итого				3,000	1

ИС	0
ОС	0,00 %

Таблица 22

Оценка альтернатив по критерию «Время поставки»

Время поставки	ИП «Феликс»	ООО «Зенос»	АО «Радуга»	Собственный вектор	Вектор приоритетов
ИП «Феликс»	1	0,14	0,2	0,304	0,072
ООО «Зенос»	7	1	3	2,759	0,650
АО «Радуга»	5	0,33	1	1,182	0,278
Итого				4,244	1

ИС	0,033
ОС	5,75 %

Относительная значимость отдельного объекта в иерархии определяется оценкой соответствующего ему элемента собственного вектора матрицы приоритетов, нормированного на единицу.

Собственный вектор матрицы суждений обеспечивает упорядочение приоритетов, а собственное значение является мерой согласованности суждений. Определив вектор приоритетов, можно найти главное собственное значение матрицы суждений (λ_{max}), которое используется для оценки согласованности, отражающей пропорциональность предпочтений. Чем ближе λ_{max} к размерности матрицы суждений (n), тем более согласован результат. Отклонение от согласованности может быть выражено величиной индекса согласованности, вычисленного по формуле (5).

Индекс сгенерированный случайным образом по шкале от 1 до 9 обратно симметричной матрицы с соответствующими обратными величинами элементов называется случайным индексом (СИ). Среднее значение случайного индекса определяется по соответствующим таблицам по размерности матрицы суждений. Отношение ИС к среднему СИ для матрицы того же порядка называется отношением согласованности (ОС). Значение отношения согласованности меньшее или равное 0,10 считается приемлемым для полученных результатов и является еще одним способом проверки согласованности оценок.

Если индексы относительной согласованности находятся в нужных пределах, то составляется сводная табл. 8 «Итоговые данные», в которой представляются обобщенные приоритеты.

Таблица 23

Итоговые данные

Критерий	Стоимость	Качество	Гарантии качества	Надеж-ность	Форма расчета	Время поставки	Обобщенные приоритеты
Поставщик	0,169	0,189	0,187	0,05	0,15	0,255	
ИП «Феликс»	0,753	0,674	0,271	0,278	0,333	0,072	0,388
ООО «Зенос»	0,181	0,101	0,067	0,072	0,333	0,650	0,282
АО «Радуга»	0,065	0,226	0,662	0,650	0,333	0,278	0,331
							1,000

Из таблицы следует, что предпочтение стоит отдать поставщику ИП «Феликс», так как у него результирующий показатель наибольший и равен

0,388, у поставщика АО «Радуга» он равен 0,331, у поставщика ООО «Зенос» – 0,282.

7. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Тест по теме «Многомерный анализ»

1. Факторный анализ может применяться для решения следующих задач:

a) оценка различий между экспериментальной и контрольной группами;

b) обработка данных семантического дифференциала;

c) стандартизация нового опросника;

d) адаптация иноязычного опросника к новой языковой среде.

2. К числу требований к корректному использованию метода факторного анализа относится:

a) измерения по номинативным шкалам;

b) измерения по количественным шкалам широкого диапазона;

c) нормальное распределение признаков;

d) задача, связанная с уменьшением количества переменных за счет нахождения латентных переменных.

3. Кластерный анализ применяется для решения следующей задачи:

a) разбиение объектов на группы наиболее похожих друг на друга по совокупности признаков;

b) исследование связи признаков, измеренных в количественных шкалах;

c) сокращение количества переменных за счет нахождения латентных переменных;

d) оценка различий между показателями, измеренными в 3-х и более условиях у группы испытуемых.

4. Графически результаты кластерного анализа представляются в виде:

a) дендрограммы;

b) гистограммы;

c) столбиковой диаграммы;

d) корреляционного поля.

5. Среди перечисленных методов к числу многомерных методов ПРЕДСКАЗАНИЯ (экстраполяции) относится:

a) множественный регрессионный анализ;
b) факторный анализ;
c) кластерный анализ;
d) однофакторный анализ.

6. Среди перечисленных методов на корреляционной модели (исходящей из предположения о согласованной изменчивости признаков, измеренных у множества объектов) основан:

a) факторный анализ;
b) дисперсионный анализ;
c) кластерный анализ;
d) многомерное шкалирование.

7. Среди перечисленных методов на дистантной модели (исходящей из предположения, что различия между объектами можно описать как расстояния между ними) основан:

a) кластерный анализ;
b) факторный анализ;
c) дисперсионный анализ;
d) множественный регрессионный анализ.

8. Исследователь измерил у группы испытуемых самооценку методом семантического дифференциала при помощи 10 пар прилагательных типа «разговорчивый - молчаливый», «безответственный - добросовестный», «вялый - энергичный» и т.д. по 7-балльной шкале.

Он получил групповую матрицу данных путем суммирования индивидуальных матриц.

Он хочет выявить действительную семантическую структуру самооценки и найти общие факторы, которые ее (самооценку) характеризуют.

Для решения этой задачи он выберет метод:

a) факторный анализ;
b) дисперсионный анализ;
c) кластерный анализ;
d) многомерный регрессионный анализ.

9. 10-и студентам предложено оценить проведенное с ними занятие по 2-м критериям – «увлекательность» и «полезность» по 10-балльной шкале. Исследователь хочет классифицировать студентов – разбить их на группы по совокупности обеих оценок.

Для решения этой задачи он выберет метод:

a) кластерный анализ;
b) факторный анализ;
c) многомерное шкалирование;
d) многомерный регрессионный анализ.

10. Для проверки надежности теста используется:
a) факторный анализ;
b) коэффициент Альфа Кронбаха;
c) корреляции между результатами теста и ретеста;
d) корреляции между суммой баллов всех четных и всех нечетных пунктов теста.

11. Валидность теста НЕ бывает:
a) корреляционной;
b) факторной;
c) конвергентной;
d) дифференциальной.

12. Тест-ретест надежность измеряется с помощью:
a) вычисления коэффициента корреляции между показателями теста и ретеста;
b) сопоставления показателей теста и ретеста по критерию Краскела-Уоллиса;
c) сопоставления показателей теста и ретеста по парному критерию Стьюдента;
d) вычисления выборочных характеристик показателей теста и ретеста.

13. Расщепленная надежность теста измеряется с помощью:
a) вычисления коэффициента корреляции между суммой баллов всех четных и всех нечетных пунктов теста;
b) вычисления коэффициента корреляции между показателями теста и ретеста;
c) сопоставления сумм баллов по всем четным и по всем нечетным пунктам теста с помощью парного критерию Стьюдента;
d) вычисления выборочных характеристик для сумм баллов по всем четным и по всем нечетным пунктам теста.

14. О высокой внутренней согласованности пунктов шкалы говорит показатель Альфа Кронбаха, лежащий в диапазоне:
a) от 0,8 до 0,9;
b) от 0,1 до 0,2;
c) от 0,4 до 0,5;

d) от -0,8 до -0,9.

15. В процессе стандартизации теста матрица ответов респондентов на все пункты теста подвергается процедуре факторного анализа, чтобы проверить:

a) факторную валидность теста;
b) конвергентную валидность теста;
c) дифференциальную валидность теста;
d) факторную надежность теста.

16. В процессе стандартизации теста коэффициент Альфа Кронбаха для пунктов, входящих в конкретную шкалу, вычисляется с целью проверки:

a) внутренней согласованности пунктов шкалы;
b) валидности теста;
c) влияния социодемографических факторов на результаты теста;
d) межкультурных различий.

17. В процессе стандартизации теста корреляции его шкал со шкалами других опросников вычисляются с целью проверки его:

a) конвергентной валидности;
b) тест-ретест надежности;
c) расщепленной надежности;
d) факторной валидности.

18. В процессе стандартизации теста влияние таких факторов, как «пол», «образование», «возраст» и т.д., на результаты теста вычисляется с целью проверки его:

a) дифференциальной валидности;
b) факторной валидности;
c) внутренней согласованности пунктов шкалы;
d) расщепленной надежности.

19. В процессе адаптации теста к новым языковым и культурным условиям:

a) необходимо провести полный статистический анализ, что и при его стандартизации в стране-оригинале;

b) достаточно сделать квалифицированный перевод вопросов теста на другой язык;

c) достаточно вычислить новые популяционные нормы для измеряемых тестом параметров;

d) необходимо вновь проверить только валидность теста для иноязычной выборки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Вдовин, В. М. Теория систем и системный анализ: Учебник для бакалавров / Вдовин В. М. - Москва: Дашков и К, 2014. - 644 с. - ISBN 978-5-394-02139-8. URL: http://www.iprbookshop.ru/24820.html
2. Головинский П.А., Суровцев И.С. Системный анализ. –Воронеж: ГУП «Воронежская областная типография», 2013. – 172 с.
3. Клименко, И. С. Теория систем и системный анализ: Учебное пособие / Клименко И. С. - Москва: Российский новый университет, 2014. - 264 с. - ISBN 978-5-89789-093-4. URL: http://www.iprbookshop.ru/21322.html
4. Медоуз Д. Азбука системного мышления. – М.: Бином, 2011. – 343 с.
5. Саати Т.Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитичекие сети. – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – 360 с.
6. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем. – М.: Радио и связь, 1991. – 224 с.
7. Секлетова, Н. Н. Системный анализ и принятие решений [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Н. Н. Секлетова, А. С. Тучкова. - Самара: Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. - 83 с. - ISBN 2227-8397. URL: http://www.iprbookshop.ru/75407.html
8. https://www.anaconda.com
9. http://k504.khai.edu/index.php/entertainment/801-metod-analiza-ierarkhij.

ОГЛАВЛЕНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ

Методические указания
к выполнению практических работ
для студентов 3-го курса, обучающихся по направлению подготовки бакалавров 27.03.05 «Инноватика» всех форм обучения

Составители: Шаталова Ангелина Олеговна

Подписано в печать 00.00.2022 Формат 60х84 1/16. Уч.-изд. л. 0,0. Усл. печ. л. 0.0. Бумага для множительных аппаратов. Тираж 50 экз. Заказ №___.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»
394026 г. Воронеж, Московский проспект, 14

Участок оперативной полиграфии издательство ВГТУ
394026 г. Воронеж, Московский проспект, 14