

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Утверждаю:

Зав. кафедрой прикладной математики и
механики


В.И. Ряжских

«17» января 2025 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по дисциплине

«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ»

Направление подготовки 08.04.01 Строительство

**Программа Проектирование, расчет и изготовление строительных сооруже-
ний и их элементов**

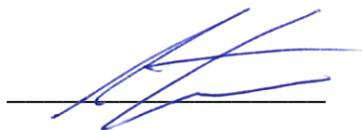
Квалификация выпускника магистр

Срок освоения образовательной программы 2 года

Форма обучения Очная

Год начала подготовки 2025 г.

Разработчик



А.С. Чесноков

Процесс изучения дисциплины «Математическое моделирование» направлен на формирование у обучающихся следующих компетенций:

ОПК-1 - Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ, математического аппарата фундаментальных наук.

Перечень планируемых результатов обучения и показателей оценивания сформированности компетенций на этапе промежуточной аттестации

№ п/п	Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Тип ОМ	Показатели оценивания
1	ОПК-1	знать: фундаментальные законы, описывающие изучаемый процесс или явление	Вопросы (тест) к экзамену	Полнота знаний
		уметь: составлять математическую модель, описывающую изучаемый процесс или явление, выбор и обоснование граничных и начальных условий	Стандартные задания	Наличие умений
		владеть: навыками оценки адекватности результатов моделирования, формулированием предложения по использованию математической модели для решения задач профессиональной деятельности	Прикладные задания	Наличие навыков

ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ, КРИТЕРИЕВ И ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ НА ЭТАПЕ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Показатели оценивания компетенций	Шкала и критерии оценки уровня сформированности компетенции			
	Неудовлетворительный	Минимально допустимый (пороговый)	Средний	Высокий
Полнота знаний	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущены не грубые ошибки.	Уровень знаний в объёме, соответствующем программе подготовки. Допущены некоторые погрешности.	Уровень знаний в объёме, соответствующем программе подготовки
Наличие умений	При выполнении стандартных заданий не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Выполнены типовые задания с не грубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объёме (отсутствуют пояснения, неполные выводы)	Продemonстрированы все основные умения. Выполнены все основные задания с некоторыми погрешностями. Выполнены все задания в полном объёме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Выполнены все основные и дополнительные задания без ошибок и погрешностей. Задания выполнены в полном объёме без недочетов.
Наличие навыков (владение опытом)	При выполнении стандартных заданий не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для выполнения стандартных заданий с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при выполнении стандартных заданий с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Выполнены все основные и дополнительные задания без ошибок и погрешностей. Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
Характеристика сформированности компетенции	Компетенция в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач. Требуется повторное обучение.	Сформированность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по большинству профессиональных задач.	Сформированность компетенций в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения стандартных профессиональных задач.	Сформированность компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для решения сложных профессиональных задач.

ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Вопросы (тестовые задания) для оценки результатов обучения,
характеризующих сформированность компетенций

ОПК-1 - Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ, математического аппарата фундаментальных наук	
1.	Математическое моделирование: история развития и основные задачи.
2.	Основные виды математических моделей и области их применения.
3.	Примеры использования некоторых математических моделей.
4.	Основные этапы математического моделирования.
5.	Классификация уравнений математической физики.
6.	Уравнение волновых движений.
7.	Уравнение теплопроводности.
8.	Основные понятия. Принципы планирования эксперимента.
9.	Выборки и их характеристики.
10.	Элементы теории оценок.
11.	Проверка статистических гипотез.
12.	Проверка адекватности моделей.
13.	Критерии оценки адекватности математической модели.
14.	Оценка точности результатов моделирования.
15.	Определение парной регрессии и основные задачи построения парной регрессии.
16.	Линейная парная регрессия.
17.	Вычисление оценок для коэффициентов линейной парной регрессии на основе метода наименьших квадратов.
18.	Метод наименьших квадратов. Числовые ряды. Основные определения. Свойства числовых рядов.
19.	Геометрическая прогрессия. Гармонический ряд. Обобщенный гармонический ряд.
20.	Необходимый признак сходимости. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: признаки сравнения.
21.	Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: признак Даламбера, интегральный и радикальный признаки Коши.
22.	Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница.
23.	Знакопеременные ряды. Достаточный признак сходимости знакопеременных рядов. Абсолютная и условная сходимость.
24.	Функциональные ряды. Основные определения. Область сходимости функционального ряда.
25.	Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.
26.	Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.
27.	Приложения степенных рядов. Приближенное вычисление значений функции и определенных интегралов. Приближенное решение дифференциальных уравнений.
28.	Ряды Фурье. Вычисление коэффициентов a_0 , a_n , b_n
29.	Понятие математической модели.
30.	Этапы решения задачи математического программирования.
31.	Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Жордана–Гаусса
32.	Примеры задач линейного программирования (задача оптимального производственного планирования, задача о смесях, транспортная задача)
33.	Формулировка основной задачи линейного программирования
34.	Понятие допустимого решения. Переход от задачи минимизации целевой функции к за-

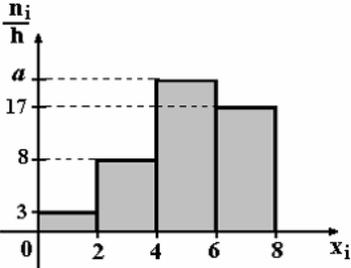
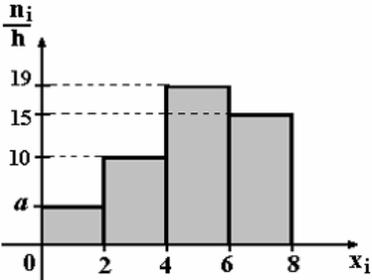
	даче максимизации
35.	Переход от стандартной формы модели задачи линейного программирования к канонической.
36.	Переход от канонической формы модели задачи линейного программирования к стандартной
37.	Графический метод решения задачи линейного программирования
38.	Свойства допустимых планов задачи. Линейного программирования. Опорный план
39.	Симплекс-метод, его идея

**Практические задания для оценки результатов обучения,
характеризующих сформированность компетенций**

ОПК-1 - Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ, математического аппарата фундаментальных наук

1.	Алгебраическое дополнение элемента a_{23} матрицы $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -2 \\ -1 & 1 & 6 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ имеет вид...	<input type="radio"/> $A_{23} = \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ -4 & -5 \end{vmatrix}$ <input type="radio"/> $A_{23} = - \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}$ <input type="radio"/> $A_{23} = \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$ <input type="radio"/> $A_{23} = - \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$
2.	Пусть A и B – обратимые квадратные матрицы одного порядка. Тогда решением матричного уравнения $BXA = C$ является матрица...	<input type="radio"/> $B^{-1}CA^{-1}$ <input type="radio"/> $B^{-1}C^{-1}A^{-1}$ <input type="radio"/> $A^{-1}C^{-1}B^{-1}$ <input type="radio"/> $A^{-1}CB^{-1}$
3.	Если $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, тогда матрица $C = A \cdot B$ имеет вид ...	<input type="radio"/> $\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}$ <input type="radio"/> $(-2 \ 7)$ <input type="radio"/> $\begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix}$ <input type="radio"/> $\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

4.	Определитель $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}$ равен...	<input type="radio"/> - 2 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 6 <input type="radio"/> - 6
5.	Алгебраическое дополнение элемента a_{32} матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ имеет вид...	<input type="radio"/> $A_{32} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$ <input type="radio"/> $A_{32} = - \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$ <input type="radio"/> $A_{32} = - \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$ <input type="radio"/> $A_{32} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$
6.	Пусть A и B – обратимые квадратные матрицы одного порядка. Тогда решением матричного уравнения $2AX = B$ является матрица...	<input type="radio"/> $\frac{1}{2}BA^{-1}$ <input type="radio"/> $2A^{-1}B$ <input type="radio"/> $2BA^{-1}$ <input type="radio"/> $\frac{1}{2}A^{-1}B$
7.	Среди перечисленных дифференциальных уравнений уравнениями второго порядка являются:	<input type="checkbox"/> $y \frac{d^2 y}{dx^2} - 5x \frac{dy}{dx} + x = y$ <input type="checkbox"/> $xy^2 \frac{\partial z}{\partial x} - 3x^2 \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ <input type="checkbox"/> $xy' - xy^2 + 2x^2 + 3y^2 = 0$ <input type="checkbox"/> $x \frac{d^2 y}{dx^2} + 3y \frac{dy}{dx} - x + 6y = 0$
8.	Частному решению линейного неоднородного дифференциального $y'' + 2y' - 15y = x + 11$ по виду его правой части соответствует функция ...	<input type="radio"/> $f(x) = e^{3x}(Ax + B)$ <input type="radio"/> $f(x) = Ax^2 + Bx$ <input type="radio"/> $f(x) = Ax + B$ <input type="radio"/> $f(x) = Ae^{3x} + Be^{-5x}$

9.	<p>Частному решению линейного неоднородного дифференциального $y''+2y'-15y = x+11$ по виду его правой части соответствует функция ...</p>	<ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> $f(x) = e^{3x}(Ax + B)$ <input type="radio"/> $f(x) = Ax^2 + Bx$ <input type="radio"/> $f(x) = Ax + B$ <input type="radio"/> $f(x) = Ae^{3x} + Be^{-5x}$
10.	<p>Общий интеграл дифференциального уравнения $\cos y dy = \frac{dx}{x^2}$ имеет вид...</p>	<ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> $-\sin y = \frac{x^2}{2} + C$ <input type="radio"/> $-\sin y = -\frac{1}{x} + C$ <input type="radio"/> $\sin y = x^2 + C$ <input type="radio"/> $\sin y = -\frac{1}{x} + C$
11.	<p>По выборке объема $n=100$ построена гистограмма частот:</p>  <p>Тогда значение a равно...</p>	<ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> 23 <input type="radio"/> 21 <input type="radio"/> 72 <input type="radio"/> 22
12.	<p>Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 15. Тогда его интервальная оценка может иметь вид...</p>	<ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> (13,8; 14,1) <input type="radio"/> (13,8; 15) <input type="radio"/> (13,8; 16,2) <input type="radio"/> (15; 16,2)
13.	<p>По выборке объема $n=100$ построена гистограмма частот:</p>  <p>Тогда значение a равно...</p>	<ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> 5 <input type="radio"/> 56 <input type="radio"/> 6 <input type="radio"/> 7

14.	<p>Если $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, тогда матрица $C = A \cdot B$ имеет вид ...</p>	<input type="radio"/> $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ <input type="radio"/> $\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$ <input type="radio"/> $\begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$ <input type="radio"/> $(6 \ -2)$
15.	<p>Формула вычисления определителя третьего порядка $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix}$ содержит следующие произведения:</p>	<input checked="" type="checkbox"/> ceg <input checked="" type="checkbox"/> ach <input checked="" type="checkbox"/> bfk <input checked="" type="checkbox"/> cdh
16.	<p>Дана система m линейных уравнений с n неизвестными. Пусть ранг матрицы этой системы равен k, а ранг расширенной матрицы системы равен p. Правильными утверждениями являются...</p>	<input checked="" type="checkbox"/> если система совместна, то $n = p$ <input checked="" type="checkbox"/> если $n < m$, то система не имеет решений <input checked="" type="checkbox"/> если система не имеет решений, то $p > k$ <input checked="" type="checkbox"/> если система имеет только одно решение, то $p = k = n$
17.	<p>Дана матрица $A = \begin{pmatrix} -1 & 6 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Установите соответствие между указанными элементами и их алгебраическими дополнениями.</p> <p>1) a_{12} 2) a_{13} 3) a_{22} 4) a_{23}</p>	<input type="checkbox"/> $\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$ <input type="checkbox"/> $-\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$ <input type="checkbox"/> $-\begin{vmatrix} -1 & 6 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$ <input type="checkbox"/> $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$ <input type="checkbox"/> $\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$ <input type="checkbox"/> $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$
18.	<p>Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 1 & 5 & 4 \\ 2 & 8 & -1 \end{pmatrix}$. Установите соответствие между указанными элементами и их алгебраическими дополнениями.</p> <p>1) a_{22} 2) a_{32} 3) a_{33} 4) a_{12}</p>	<input type="checkbox"/> $-\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$ <input type="checkbox"/> $\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$ <input type="checkbox"/> $\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$ <input type="checkbox"/> $-\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$ <input type="checkbox"/> $-\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$ <input type="checkbox"/> $-\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$

19.	Если основная гипотеза имеет вид $H_0: p = 0,4$, то конкурирующей может быть гипотеза ...	<input type="radio"/> $H_1: p > 0,4$ <input type="radio"/> $H_1: p \neq 0,3$ <input type="radio"/> $H_1: p \leq 0,4$ <input type="radio"/> $H_1: p \geq 0,4$
20.	Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 13. Тогда его интервальная оценка может иметь вид ...	<input type="radio"/> (11,6; 13) <input type="radio"/> (13; 14,6) <input type="radio"/> (11,8; 14,2) <input type="radio"/> (11,8; 12,8)
21.	Выборочное уравнение парной регрессии имеет вид $y = 4,6 - 2,3x$. Тогда выборочный коэффициент корреляции может быть равен...	<input type="radio"/> - 0,8 <input type="radio"/> 0,5 <input type="radio"/> 4,6 <input type="radio"/> 0,8
22.	Выборочное уравнение парной регрессии имеет вид: $y = -3,2 + 2,4x$, средние квадратические отклонения $\sigma_x = 0,8$, $\sigma_y = 2,4$. Тогда коэффициент корреляции равен ...	<input type="radio"/> - 0,8 <input type="radio"/> 0,8 <input type="radio"/> 5,76 <input type="radio"/> 7,2
23.	Выборочное уравнение парной регрессии имеет вид: $y = 2,8 + 0,8x$, средние квадратические отклонения $\delta_x = 2$, $\delta_y = 3,2$. Тогда коэффициент корреляции равен ...	<input type="radio"/> - 0,5 <input type="radio"/> 5,12 <input type="radio"/> 3,36 <input type="radio"/> 0,5

24. 1) . Решить уравнение теплопроводности методом Фурье:

$$T'_t = a^2 T''_{xx} \quad T(0; x) = \varphi(x) \quad T(t; 0) = T_0$$

$$T(t; L) = T_L \quad \varphi(x) = T_0 + \left(\frac{x}{L}\right)^2 (T_L - T_0)$$

а) $a = 1; L = 3.5; T_0 = 0; T_L = 20.5$

б) $a = 2; L = 5; T_0 = 0.7; T_L = 2.5$

в) $a = 15; L = 2.5; T_0 = 10; T_L = 22.5$

г) $a = 21; L = 3; T_0 = 1; T_L = 5$

д) $a = 2; L = 4.5; T_0 = 12.4; T_L = 25$

е) $a = 11; L = 0.3; T_0 = 40; T_L = 40.5$

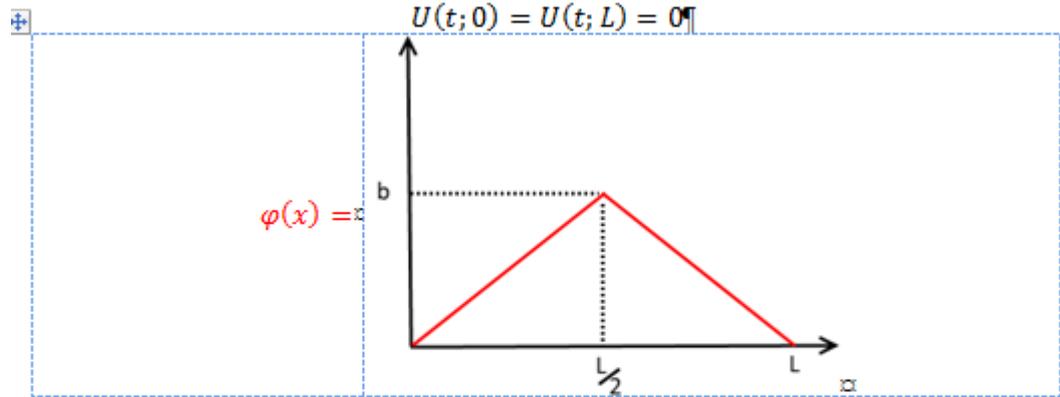
25. 2. Решить волновое уравнение методом Фурье:

$$U''_{tt} = a^2 U''_{xx}$$

$$U(0; x) = \varphi(x)$$

$$U'_t(0; x) = 0$$

$$U(t; 0) = U(t; L) = 0$$



2.1	$a = 1; L = 3.5; b = 20.5$	2.2	$a = 2; L = 5; b = 0.7$
2.3	$a = 15; L = 2.5; b = 22.5$	2.4	$a = 21; L = 3; b = 1$
2.5	$a = 2; L = 4.5; b = 12.4$	2.6	$a = 11; L = 0.3; b = 40$
2.7	$a = 3; L = 5.5; b = 8.2$	2.8	$a = 31; L = 14; b = 1.5$
2.9	$a = 4; L = 6.5; b = 10$	2.10	$a = 1.4; L = 0.7; b = 0.5$

26. 3) Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд функции $y(x)$, являющейся решением заданного дифференциального уравнения.

1	2	3
$y' = x^2 y^2 - e^x$	$y'' = xy' - y + e^x$	$y' = x^2 y^2 - e^x$
$y(0) = 0$	$y(0) = 1, y'(0) = 0$	$y(0) = 0$
4	5	6
$y' = 2xy - x \sin x$	$y' = 3e^x - y^2 \cos x$	$y'' = x^2 y$
$y(0) = 1$	$y(0) = 1$	$y(0) = 1, y'(0) = 1$

27. На приобретение оборудования для нового производственного участка выделено 20 тыс. у. е. Оборудование должно быть размещено на площади, не превышающей 72 м². Предприятие может заказать оборудование двух видов: более мощные машины типа А стоимостью 5 тыс. у. е., занимающие производственную площадь 6 м² (с учетом проходов) и дающие 8 тыс. единиц продукции за смену, и менее мощные машины типа Б стоимостью 2 тыс. у. е., занимающие площадь 12 м² и дающие за смену 3 тыс. единиц продукции. Найти оптимальный вариант приобретения оборудования, обеспечивающий максимум общей производительности нового участка.

28. Предприятие располагает ресурсами сырья, рабочей силой и оборудованием, необходимыми для производства любого из 4 видов производимых товаров. Затраты ресурсов на изготовление единицы данного вида товаров, прибыль, получаемая предприятием, а также запасы ресурсов указаны в таблице:

Вид товара \ Вид ресурсов	1	2	3	4	Объем ресурсов
Сырье, кг	3	5	2	4	60
Рабочая сила, чел.-ч	22	14	18	30	400
Оборудование, станко-ч	10	14	8	16	128
Прибыль на единицу товара, у.е.	30	25	56	48	

Определить оптимальный ассортимент продукции при дополнительном условии: 1-го товара выпустить не более 5 единиц, 2-го – не менее 8 единиц, а 3-го и 4-го – в отношении 1: 2.

29. В плановом году строительные организации города переходят к сооружению домов типов Д-1, Д-2, Д-3, Д-4. Данные о количестве квартир разного типа в каждом из указанных типов домов, их плановая себестоимость приведены в таблице:

Тип домов \ Тип квартир	Д-1	Д-2	Д-3	Д-4
Однокомнатные	10	18	20	15
Двухкомнатные:				
смежные	40	–	20	–
несмежные	–	20	–	60
Трехкомнатные	60	90	10	–
Четырехкомнатные	20	10	–	5
Плановая себестоимость, у.е.	830	835	360	450

Годовой план ввода жилой площади составляет соответственно 800, 1000, 900, 2000 и 700 квартир указанных типов. Исходя из необходимости выполнения плана (возможно его перевыполнение по всем показателям), сформулировать задачу минимизации объема капиталовложений в жилищное строительство на

	ПЛАНОВЫЙ ГОД.
--	---------------