ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет»

Кафедра компьютерных интеллектуальных технологий проектирования

382-2014

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ
по дисциплине «Оптимизация в САПР»
для студентов направления подготовки бакалавров
230100 «Информатика и вычислительная техника»
(профиль «Системы автоматизированного проектирования
в машиностроении») очной и заочной форм обучения

Воронеж 2014

Составитель канд. техн. наук О.В. Собенина

УДК 681.3

Методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Оптимизация в САПР» для студентов направления подготовки бакалавров 230100 «Информатика и вычислительная техника» (профиль «Системы автоматизированного проектирования в машиностроении») очной и заочной форм обучения / ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет»; сост. О.В. Собенина. Воронеж, 2014. 44 с.

Методические указания содержат необходимые для выполнения лабораторных работ теоретические сведения, примеры выполнения заданий.

Предназначены для студентов 3 курса.

Методические указания подготовлены в электронном виде в текстовом редакторе Word и содержатся в файле «Оптимизация в САПР Лабораторные работы.doc».

Табл. 5. Ил. 25. Библиогр.: 4 назв.

Рецензент канд. физ-мат. наук, доц. В.В. Горбунов

Ответственный за выпуск зав. кафедрой д-р техн. наук, проф. М.И. Чижов

Издается по решению редакционно-издательского совета Воронежского государственного технического университета

Лабораторная работа №1

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Цель работы: изучение методов решения задач линейного программирования. Получение практических навыков решения задач линейного программирования с помощью пакетов прикладных программ.

Программные средства: OpenOffice.orgCalc, Mathcad.

Теоретические сведения

Задачей линейного программирования (ЗЛП) называется задача, математическая модель которой имеет вид:

$$f(X) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to max(min); \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i,\ i \in I,\ I \subseteq M = \{1, 2, ..., m\}; \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i,\ i \in M; \tag{3}$$

$$x_j \ge 0,\ j \in J,\ J \subseteq N = \{1, 2, ..., n\}. \tag{4}$$

Система линейных уравнений (2) и неравенств (3), (4), определяющая допустимое множество решений задачи, называется *системой ограничений задачи линейного программирования,* а линейная функция $f(X)$ называется *целевой функцией,* или *критерием оптимальности.*

В частном случае, если $I = \varnothing$, то система (2) - (3) состоит только из линейных неравенств, а если $I = M$, то — из линейных уравнений.

Рассмотрим процесс построения математических моделей задач линейного программирования на примере.

Пример. *Определение оптимального ассортимента продукции.* Предприятие изготавливает два вида продукции — П1 и П2, которая поступает в оптовую продажу. Для производства продукции используются два вида сырья — A и B. Максимально возможные запасы сырья в сутки составляют 16 и 12 единиц соответственно. Расход сырья на единицу продукции вида П1 и вида П2 дан в таблице 1. Опыт работы показал, что суточный спрос на продукцию П1 никогда не превышает спроса на продукцию П2 более чем на 2 ед. Кроме того, известно, что спрос на продукцию П2 никогда не превышает 2 ед. в сутки. Оптовые цены единицы продукции равны: 4 д. е. — для П1 и 6 д. е. для П2. Какое количество продукции каждого вида должно производить предприятие, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

Таблица 1

Сырье	Расход сырья на 1 ед. продукции		Запас сырья, ед.
	П1	П2	
A	3	4	16
B	3	3	12

Процесс построения математической модели для решения поставленной задачи начинается с ответов на следующие вопросы.

1. Для определения каких величин должна быть построена модель, т. е. как идентифицировать *переменные* данной задачи?

2. Какие *ограничения* должны быть наложены на переменные, чтобы выполнялись условия, характерные для моделируемой системы?

3. В чем состоит *цель задачи,* для достижения которой из всех допустимых значений переменных нужно выбрать те, которые будут соответствовать оптимальному (наилучшему) решению задачи?

Для рассматриваемой задачи ответы на эти вопросы сформулируем так: предприятию требуется определить объемы производства каждого вида продукции в тоннах, максимизирующие доход в д. е. от реализации продукции, с учетом ограничений на спрос и расход исходных продуктов.

Для построения математической модели остается только идентифицировать переменные и представить цель и ограничения в виде математических функций этих переменных.

Предположим, что предприятие изготовит x_1 единиц продукции П1 и x_2 единиц продукции П2. Поскольку производство продукции П1 и П2 ограничено имеющимися в распоряжении предприятия сырьем каждого вида и спросом на данную продукцию, а также учитывая, что количество изготовляемых изделий не может быть отрицательным, должны выполняться следующие неравенства:

$3x_1 + 4x_2 \le 16;$ (ограничение запаса сырья А)

$3x_1 + 3x_2 \le 12;$ (ограничение запаса сырья В)

$x_1 - x_2 \le 2;$ (ограничение соотношения спроса на П1 и П2)

$x_2 \le 2;$ (ограничение спроса на продукцию П2)

$x_1 \ge 0,$ $x_2 \ge 0.$ (условие неотрицательности объемов производства П1 и Р2)

Доход от реализации x_1 единиц продукции П1 и x_2 единиц продукции П2 составит $F = 4\,x_1 + 6\,x_2$. (целевая функция задачи). Таким образом, приходим к следующей математической задаче: среди всех неотрицательных решений данной системы линейных неравенств требуется найти такое, при котором функция F принимает максимальное значение.

Практическая часть

Задача 1. Планирование номенклатуры и объемов выпуска. Предприятие может выпускать 3 вида изделий (П1, П2 и П3). В табл.2 приведены данные о производственных мощностях, имеющихся на предприятии (в штуках изделий).

Таблица 2

Производственные мощности (в шт.)

	П1	П2	П3
Штамповка	20000	30000	12000
Отделка	30000	10000	10000
Сборка	20000	12000	8000
Объем выпуска	X_1	X_2	X_3
Удельная прибыль (на одно изделие)	15	12	14

При этом штамповка и отделка проводятся на одном и том же оборудовании. Оно позволяет штамповать за заданное время или 20000 изделий П1, либо 30000 изделий П2, либо 12000 изделий П3, либо и то, и другое, не в меньшем количестве. А вот сборка проводится на отдельных участках. Определить оптимальные объемы выпуска изделий.

Задача линейного программирования имеет вид:

$$X_1 \geq 0 \,, X_2 \geq 0 \,, X_3 \geq 0 \,, \quad (5)$$

$$X_1 / 200 + X_2 / 300 + X_3 / 120 \leq 100 \,, \quad (6)$$

$$X_1 / 300 + X_2 / 100 + X_3 / 100 \leq 100 \,, \quad (7)$$

$$X_1 / 200 \leq 100 \,, \quad (8)$$

$$X_2 / 120 \leq 100 \,, \quad (9)$$

$$X_3 / 80 \leq 100 \,, \quad (10)$$

$$F = 15 X_1 + 12 X_2 + 14 X_3 \rightarrow \max \,.$$

Здесь:

(5) - условие неотрицательности переменных,

(6) - ограничение по возможностям штамповки (выраженное для облегчения восприятия в процентах),

(7) - ограничение по возможностям отделки,

(8) - ограничение по сборке для изделия П1,

(9) - то же для изделия П2,

(10) - то же для изделия П3 (как уже говорилось, все три вида изделий собираются на отдельных линиях).

Наконец, целевая функция F - общая прибыль предприятия.

Преобразуем систему ограничений задачи к виду

$X_1 \geq 0$, $X_2 \geq 0$, $X_3 \geq 0$,

$3X_1 + 2X_2 + 5X_3 \leq 60000$,

$X_1 + 3X_2 + 3X_3 \leq 30000$,

$X_1 \leq 20000$,

$X_2 \leq 12000$,

$X_3 \leq 8000$.

Получим решение задачи с помощью средств OpenOffice.orgCalc. Сформируем исходные данные задачи: зададим значения переменных, например, все единицы, сформируем левые чисти ограничений и выражение для целевой функции. Каждого ограничения и целевая функция должны быть записаны в отдельных ячейках документа OpenOffice.orgCalc (рис. 1).

	A	B	C	D	E	F
1		Переменные				
2		X1	X2	X3		
3		1	1	1		
4						
5		Ограничения				
6		1	2	3	4	5
7		10	7	1	1	1
8						
9	Целевая функция		41			

Рис. 1. Исходные данные задачи

Выполняем команду Сервис\Решатель… . На экране появится окно, представленное на рис. 2. Необходимо заполнить следующие данные:

1) в поле «Целевая ячейка» даем ссылку на ячейку, в которой вычисляется значение целевой функции;

2) установить точку на переключателе «Максимум»;

3) в поле «Изменяя ячейки» даем ссылку на диапазон ячеек (переменные задачи);

4) ввести ограничения задачи в поле «Ограничительные условия». Вводим 6 ограничений, как показано на рис. 2.

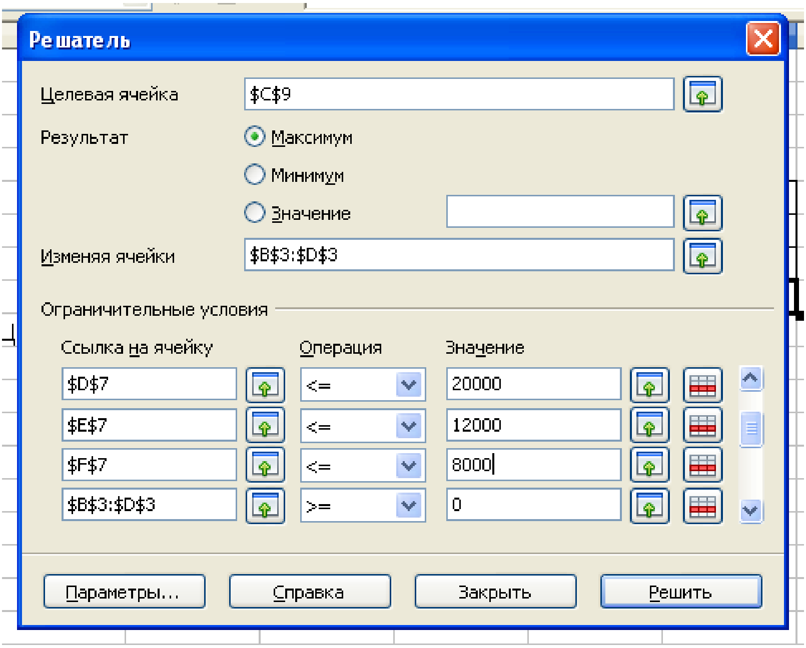


Рис. 2. Окно «Решатель…»

Выбрав пункт «Решить», получим решение задачи (рис. 3).

A	B	C	D	E	F
	Переменные				
	X1	X2	X3		
	17144	4284	0		
	Ограничения				
	1	2	3	4	5
	60000	29996	17144	4284	0
Целевая функция		308568			

Рис. 3. Результат решения задачи

Ответ. Необходимо выпускать 17144 изделий типа П1, 4284 – типа П2 и не производить изделия типа П3 для обеспечения максимальной прибыли (308568).

Задача 2. Задача о ресурсах и плане выпуска продукции.

На предприятии имеется сырье трех видов. Из него можно изготавливать изделия типов А и В. Запасов сырья I вида – 25 ед., II вида – 18 ед., III вида – 20 ед. Изделие типа А приносит прибыль 4 денежных единиц, типа В – 3 денежных единиц. Расход сырья на изготовление одного изделия задан в условных единицах таблицей. Составить план выпуска продукции, при котором предприятие имеет наибольшую прибыль.

Изделия	Сырье, ед.		
	I	II	III
А	3	2	4
В	4	3	5

Составим математическую модель задачи. Обозначим: x1 - количество выпускаемых изделий типа А, x2 – количество выпускаемых изделий типа В. Тогда ограничения в запасе сырья дают ограничения на x1 и x2 следующего вида:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \le 25 \\ 2x_1 + 3x_2 \le 18 \\ 4x_1 + 5x_2 \le 20 \end{cases}$$

По смыслу задачи: $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$, прибыль предприятия F= $4x_1 + 3x_2$. Необходимо найти значения $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$, удовлетворяющих системе неравенств, для которых функция F имеет наибольшее значение.

Для решения задачи используем Mathcad. Запишем математическую модель задачи, используя оператор присвоения **:=**, систему неравенств, функцию *Given (Дано)*, функцию нахождения максимума функции нескольких переменных *Maximize*.

$K(x1, x2) := x1 \cdot 4 + x2 \cdot 3$

$x1 := 0 \qquad x2 := 0$

Given

$3 \cdot x1 + 4 \cdot x2 \le 25$

$2x1 + 3x2 \le 18$

$4x1 + 5x2 \le 20$

$x1 \ge 0 \qquad x2 \ge 0$

$\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \end{pmatrix} := \mathrm{Maximize}(K, x1, x2)$

$\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$

$K(x1, x2) = 20$

Вывод: предприятию выгодно выпускать только 5 изделий типа **А** и не выпускать изделия типа **В.** При этом наибольшая прибыль равна 20 денежным единицам.

Примерные задания

Использовать OpenOffice.orgCalc и Mathcad для решения задач линейного программирования.

1. Цех выпускает три вида деталей – А, В, С. Каждая деталь обрабатывается тремя станками. Организация производства в цехе характеризуется табл. 3.

Таблица 3

Станок	Длительность обработки детали, мин.			Фонд времени, час
	А	В	С	
1	12	10	9	220
2	15	18	20	400
3	6	4	4	100
Отпускная цена на одну деталь	30	32	30	

Составить план загрузки станков, обеспечивающий цеху получение максимальной прибыли.

2. На заводе выпускаются изделия четырех типов. От реализации 1 ед. каждого изделия завод получает прибыль соответственно 2, 1, 3 и 5 ед. На изготовление изделий расходуются ресурсы трех типов: энергия, материалы, труд. Данные о технологическом процессе приведены в табл. 4.

Таблица 4

Ресурсы	Затраты ресурсов на единицу изделия				Запасы ресурсов, ед.
	1	2	3	4	
Энергия	2	3	1	2	30
Материалы	4	2	1	2	40
Труд	1	2	3	1	25

Спланируйте производство деталей так, чтобы прибыль от их реализации была наибольшей.

3. На предприятии для производства запасных частей для автомобилей используются три вида ресурсов. Выпускаются три вида запасных частей. Организация производств на предприятии характеризуется табл. 5.

Таблица 5

Ресурсы	Расход материалов на производство одной запасной части, кг			Запас ресурсов, кг
	1	2	3	
I	5	5	2	1200
II	4	-	3	300
III	-	2	4	800
Прибыль от реализации одной запанной части (д.е.)	5	8	6	

Составить план производства запасных частей, обеспечивающий максимальную прибыль.

4. Предприятие изготавливает два вида продукции – П1 и П2, которая поступает в оптовую продажу. Для производства продукции используют два вида сырья – А и В. Максимально возможные запасы сырья в сутки составляют **C** и **D** единиц соответственно. Расход сырья на единицу продукции вида П1 и П2 дан в таблице.

Сырье	Расход сырья на 1 единицу продукции	
	П1	П2
А	R_{11}	R_{12}
В	R_{21}	R_{22}

Опыт работы показал, что суточный спрос на продукцию П1 никогда не превышает спроса на продукцию П2 более чем на **M** единицу. Кроме того, известно, что спрос на продукцию П2 никогда не превышает **N** единиц в сутки. Оптовые цены единицы продукции равны: **K** денежных единиц для П1 и *L* денежных единиц для П2. Какое количество продукции каждого вида должно производить предприятие, чтобы доход от реализации продукции был максимальным? Определить предельно допустимое увеличение запаса дефицитного ресурса, позволяющее улучшить найденное оптимальное решение? На сколько можно снизить запас недефицитного ресурса при сохранении полученного оптимального решения? Какому из ресурсов следует отдать предпочтение при вложении дополнительных средств? Каков диапазон изменения цен на продукцию, при котором не происходит изменения оптимального решения?

Вариант	R_{11}	R_{12}	R_{21}	R_{22}	**C**	**D**	**K**	**L**	**M**	**N**
1	3	2	2	3	12	8	3	4	1	2
2	4	2	3	3	10	12	5	3	1	2
3	2	4	3	3	15	11	5	4	2	3
4	3	1	2	4	8	10	4	5	2	3
5	4	2	3	3	10	12	4	3	2	2
6	3	2	4	2	10	13	5	3	1	2
7	3	2	3	3	9	12	6	4	2	2
8	5	4	3	3	15	11	6	4	2	3
9	3	2	4	4	8	14	4	5	2	3
10	4	3	3	2	10	12	4	3	2	2

Содержание отчета

1. Номер и тема лабораторной работы.
2. Цель выполнения работы.
3. Построить математическую модель задачи.
4. Описание процесса решения задачи.
5. Анализ полученных результатов и вывод по работе.

Лабораторная работа № 2

ЗАДАЧИ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Цель работы: изучение методов решения задач линейного целочисленного программирования. Получение практических навыков решения задач линейного целочисленного программирования с помощью пакетов прикладных программ.

Программные средства: OpenOffice.orgCalc, Mathcad.

Теоретические сведения

Нередко приходится рассматривать задачи, в которых неизвестные величины могут принимать только целочисленные значения. Например, задачи, связанные с определением необходимого числа рабочих мест или количества дорогостоящих станков. При решении таких задач с целочисленными переменными методы линейного программирования неприменимы.

Другая сфера применения целочисленных моделей — выбор вариантов. В соответствующих задачах все или некоторые переменные могут принимать только два значения: 0 или 1. Такие переменные называют булевыми.

Задача линейного целочисленного программирования формулируется следующим образом: найти такое решение, при котором линейная функция

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

принимает максимальное или минимальное значение при ограничениях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i,\ i \in I,\ I \subseteq M = \{1,2,...,m\};$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i,\ i \in M;$$

$$x_j \ge 0,\ j = \overline{1,n}.$$

$$x_j \text{ - целые числа } j = \overline{1,n}.$$

Наиболее известные методы решения целочисленных задач — метод отсечения и метод ветвей и границ.

В процессе управления производством зачастую возникают задачи назначения исполнителей на различные виды работ, например, подбор кадров и назначение кандидатов на вакантные должности, распределение источников капитальных вложении между различными проектами научно-технического развития и т.п.. Задачу о назначениях можно сформулировать следующим образом. Необходимо выполнить N различных работ. Для их выполнения можно привлечь N рабочих. Каждый рабочий за определенную плату готов выполнить любую работу. Выполнение любой работы следует поручить одному рабочему. Любой рабочий может выполнить только одну работу. Требуется так распределить работы между рабочими, чтобы общие затраты на выполнение всех работ были минимальными.

Задача о назначениях в стандартной форме. При рассмотрении задачи о назначениях в стандартной форме предполагается, что количество рабочих равно количеству работ.

Введем обозначения:

c_{ij} — показатель эффективности назначения i-го рабочего на j-ю работу, например, издержки выполнения i-м рабочим j-й работы;

x_{ij} — переменная модели ($x_{ij} = 1$, если i-й рабочий используется на j-й работе, и $x_{ij} = 0$ в противном случае).

Математическая модель задачи о назначениях:

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to min \qquad (11)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad i = \overline{1,n}; \qquad (12а)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad j = \overline{1,n}; \qquad (12б)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad (13)$$

Здесь (11) - целевая функция (минимум издержек на выполнение всех работ); (12) – система ограничений, отражающая следующие условия: а) – каждый рабочий может быть привлечен к одной работе; б) – каждая работа должна быть выполнена одним рабочим; (13) – условия двоичности переменных.

При решении задачи о назначениях исходной информацией является таблица задачи о назначениях с=$\{c_{ij}\}$, элементами которой служат показатели эффективности назначений. Для задачи о назначениях, записанной в стандартной форме, количество строк этой таблицы совпадает с количеством столбцов.

Результатом решения задачи о назначениях (11) – (13) является вектор $x^* = \{ x_{ij}^* \}$, компоненты которого – целые числа. Решение задачи о назначениях (11) – (13) можно представить в виде квадратной матрицы назначений, в каждой строке и в каждом столбце которой находится ровно одна 1. Такую матрицу также называют матрицей перестановок. Значение целевой функции (11), соответствующее оптимальному назначению, называют *эффективностью назначений.*

В комбинаторной интерпретации задача о назначениях заключается в определении такой перестановки исполнителей $\{1,2,\ldots,n\}$, которая обеспечивает минимальную суммарную стоимость назначений. Очевидно, что решение такой задачи может быть получено перебором, однако существует ряд эффективных алгоритмов.

Практическая часть

1. Решение задачи целочисленного линейного программирования в Mathcad. В Mathcad нет реализаций методов решения задач целочисленного линейного программирования. Существуют задачи, в которых можно определить пределы изменения значений переменных из системы ограничений, при этом полученные диапазоны изменения значений переменных позволяют получить решение задачи, осуществив полный перебор всех возможных значений переменных. Учитывая небольшое количество возможных вариантов, а также использование программных средств для автоматизации вычислений будем решать такие задачи методом полного или сплошного перебора.

Метод заключается в переборе всех возможных вариантов сочетаний допустимых значений, проверке выполнения для каждого из ограничений и вычислении в удовлетворительных случаях соответствующих значений целевой функции. Из полученного множества значений выбирается максимальное (или минимальное), а набор значений переменных для него и будет решением задачи. Данный метод имеет простой алгоритм и может быть легко реализован с использованием средств программирования пакета Mathcad.

Если вычисление функции требует выполнения нескольких операторов, то в этом случае необходимо использовать операторы из палитры программирования (рис. 4). Составление программы начинается с нажатия кнопки Add line (Добавить строку), после чего в появившиеся шаблоны можно вставлять операторы программирования. Реализуем поэтапно, например, программу вычисления функции, которая задает единичный скачок в точке а (рис. 5).

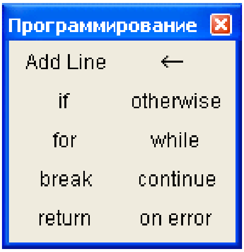


Рис. 4. Панель программирования

$$f1(x,a) := \left| \begin{array}{l} \blacksquare \\ \blacksquare \end{array} \right. \qquad f1(x,a) := \left| \begin{array}{l} \blacksquare \;\; \text{if} \;\; \blacksquare \\ \blacksquare \end{array} \right. \qquad f1(x,a) := \left| \begin{array}{l} 1 \;\; \text{if} \;\; x \ge a \\ \blacksquare \end{array} \right.$$

$$f1(x,a) := \left| \begin{array}{ll} 1 & \text{if} \;\; x \ge a \\ \blacksquare & \text{otherwise} \end{array} \right. \qquad f1(x,a) := \left| \begin{array}{ll} 1 & \text{if} \;\; x \ge a \\ 0 & \text{otherwise} \end{array} \right.$$

$$f1(0,1) = 0 \qquad f1(2,1) = 1$$

Рис. 5. Создание программы вычисления функции

В этом примере вначале набрано имя функции с двумя формальными параметрами x и a, затем оператор присвоения и нажата кнопка Add line. На втором этапе в первый шаблон вставлен оператор if (если). На следующем этапе в шаблоны оператора if вставлено значение функции при $x>a$. Затем нажата кнопка otherwise (иначе), и в шаблон этого оператора вставлено нулевое значение функции, которое она принимает при $x<a$. Обращение к функции с фактическими параметрами дает требуемые значения функции.

В более сложных программах необходима операция присвоения. Оператор присвоения в палитре программирования изображен в виде стрелки, направленной влево: ←.

Рассмотрим пример использования оператора цикла for (для), показанный на рис. 6. После ввода оператора присвоения нажать кнопка Add line дважды.

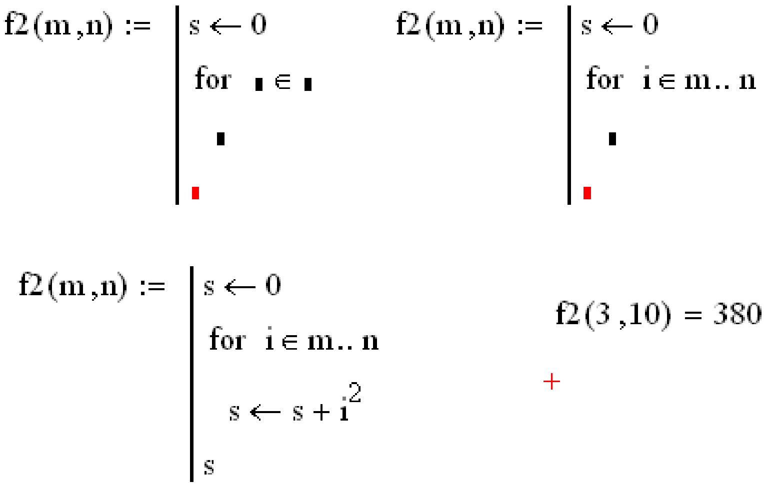


Рис. 6. Программа с оператором цикла for

На первом этапе обнуляем переменную суммирования *s* и вводим во вторую строку программы оператор for, получая в результате и третью строку - шаблон для тела цикла. Далее вставляем в шаблоны для оператора цикла имя циклической переменной и пределы ее изменения. На следующем этапе вводим оператор тела цикла, осуществляющий суммирование квадратов целых чисел и, добавляя еще одну строку нажатием Add line, в последнюю строку программы вводим имя переменной *s* как результат выполнения программы - суммы квадратов всех целых чисел от *m* до *n*.

Пример решения задачи целочисленного линейного программирования в Mathcad. Предприниматель для приобретения оборудования выделяет 40 денежных единиц. Оборудование должно быть размещено на площади, не превышающей 100 кв. м. Предприниматель может заказать оборудование трех типов, стоимость, занимаемая производственная площадь и производительность которых приведены в таблице:

Типы оборудования	Стоимость	Площадь	Производительность
1	5	3	10
2	4	5	8
3	6	4	12

Составить оптимальный план приобретения оборудования, обеспечивающий максимальную общую производительность при условии, что количество единиц 1-го типа оборудования должно быть не меньше, чем количество единиц 2-го типа.

РЕШЕНИЕ.

Построим математическую модель задачи. Обозначим через x_1, x_2, x_3 количество единиц оборудования соответственно 1, 2 и 3 типа. Математическая модель задачи примет вид:

$$10x_1 + 8x_2 + 12x_3 \to max$$

при ограничениях:

$$5x_1 + 4x_2 + 6x_3 \le 40,$$

$$3x_1 + 5x_2 + 4x_3 \le 100,$$

$$x_2 \le x_1,$$

$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0, \; x_3 \ge 0,$$

$$x_1, x_2, x_3 \text{ - целые}.$$

Это задача целочисленного линейного программирования. Найдем решение задачи средствами Mathcad. Будем использовать средства программирования пакета Mathcad для реализации метода полного или сплошного перебора. Для этого определим пределы изменения переменных. Из ограничений получим, что $0 \le x_1 \le 8$, $0 \le x_2 \le 8$, а $0 \le x_3 \le 6$.

Протокол решения задачи в Mathcad приведен ниже.

$$ORIGIN := 1$$

```
R := | f ← 0
     | for x1 ∈ 0..8
     |   for x2 ∈ 0..8
     |     for x3 ∈ 0..6
     |       | if (5·x1 + 4·x2 + 6·x3 ≤ 40) ∧ (3·x1 + 5·x2 + 4·x3 ≤ 100) ∧ (x2 ≤ x1)
     |       |   | s ← 10·x1 + 8·x2 + 12·x3
     |       |   | if s > f
     |       |   |   | f ← s
     |       |   |   | K ← (x1, x2, x3)ᵀ
     |       | s ← 0  otherwise
     | K
```

$$R = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad W := R \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$W = 80$$

Ответ. Максимальную производительность 80 можно получить приобретением 2 единиц 1-го типа оборудования и 5 единиц 3-го типа оборудования.

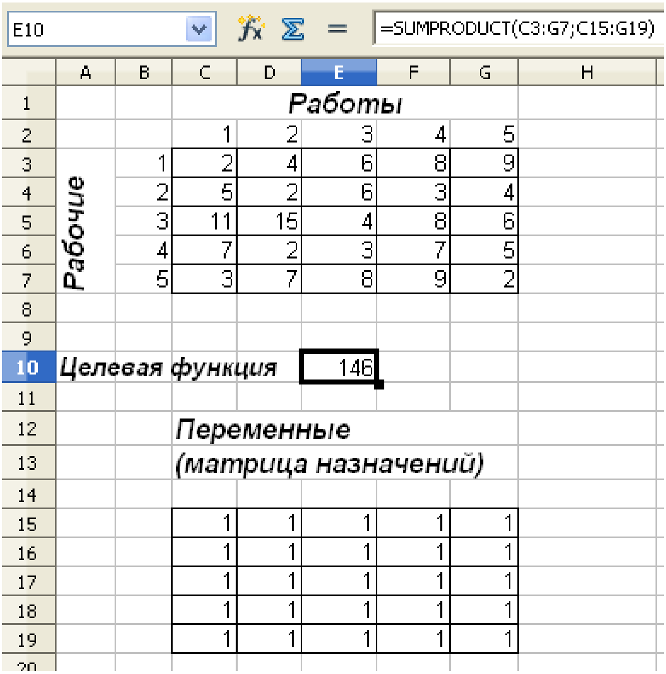
2. Решение задачи о назначениях в OpenOffice.orgCalc. Используются возможности самой программы – инструмент для поиска решений уравнений и задач оптимизации.

Следующая последовательность шагов описывает процесс решения задачи о назначениях в OpenOffice.orgCalc.

Шаг 1. Открываем электронную таблицу OpenOffice.orgCalc. Вводим в некоторый диапазон ячеек матрицу весов заданную в условии задачи (рис.7). Делаем необходимые подписи.

Шаг 2. Заполняем диапазон ячеек единицами, равный по размеру заданной матрице весов, но расположенный таким образом, чтобы он не перекрывал матрицу весов. Эта матрица назначений (переменные задачи), предварительно заполненная единицами. Расставляем необходимые подписи.

Шаг 3. Вычисляем значение целевой функции (11) и помещаем его в некоторую ячейку. Целевая функция равна сумме произведений значений из диапазона, заданного в шаге 1 и диапазона, заданного в шаге 2. Для этого вызываем мастер функций соответствующей кнопкой (или из меню Функции\Вставить функцию) и выбираем функцию SUMPRODUCT. В полях «Массив 1» вводим диапазон ячеек из шага 1, делая на них ссылку, а в «Массив 2» вводим диапазон из шага 2. Нажимаем кнопку «ОК» (рис. 7).



E10 =SUMPRODUCT(C3:G7;C15:G19)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1					Работы			
2			1	2	3	4	5	
3	Рабочие	1	2	4	6	8	9	
4		2	5	2	6	3	4	
5		3	11	15	4	8	6	
6		4	7	2	3	7	5	
7		5	3	7	8	9	2	
8								
9								
10	Целевая функция				146			
11								
12			Переменные					
13			(матрица назначений)					
14								
15			1	1	1	1	1	
16			1	1	1	1	1	
17			1	1	1	1	1	
18			1	1	1	1	1	
19			1	1	1	1	1	

Рис. 7. Ввод матрица весов, переменных и вычисление целевой функции

Шаг 4. Вводим левые части ограничений (12а)-(12б). Для этого выполняем суммирование значений элементов первого столбца матрицы, полученной в шаге 2, и размещаем результат, например, под первым столбцом матрицы весов. Заполняем с помощью операции автозаполнения ячейки под всеми остальными столбцами матрицы весов.

Выполняем суммирование значений элементов первой строки матрицы, полученной в шаге 2, и размещаем результат, например, за последним элементом первой строки матрицы весов. Заполняем с помощью операции автозаполнения ячейки за всеми остальными строками матрицы весов (рис. 8).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			*Работы*						
2			1	2	3	4	5		
3	*Рабочие*	1	2	4	6	8	9		
4		2	5	2	6	3	4		
5		3	11	15	4	8	6		
6		4	7	2	3	7	5		
7		5	3	7	8	9	2		
8									
9									
10	*Целевая функция*				146				
11									
12			*Переменные*						
13			*(матрица назн*						*Ограничения*
14									
15			1	1	1	1	1		5
16			1	1	1	1	1		5
17			1	1	1	1	1		5
18			1	1	1	1	1		5
19			1	1	1	1	1		5
20									
21	*Ограничения*		5	5	5	5	5		

Рис. 8. Добавление ограничений

Шаг 5. Выполняем команду Сервис\Решатель… . На экране появится окно, представленное на рис. 9. Необходимо заполнить следующие данные:

1) в поле «Целевая ячейка» даем ссылку на ячейку из шага 3, т.е. ячейку, в которой вычисляется значение целевой функции;

2) установить точку на переключателе «Минимум»;

3) в поле «Изменяя ячейки» даем ссылку на диапазон ячеек таблицы из шага 2 (матрицы назначений).

4) ввести ограничения задачи в поле «Ограничительные условия». Вводим 3 группы ограничений, как показано на рис. 9.

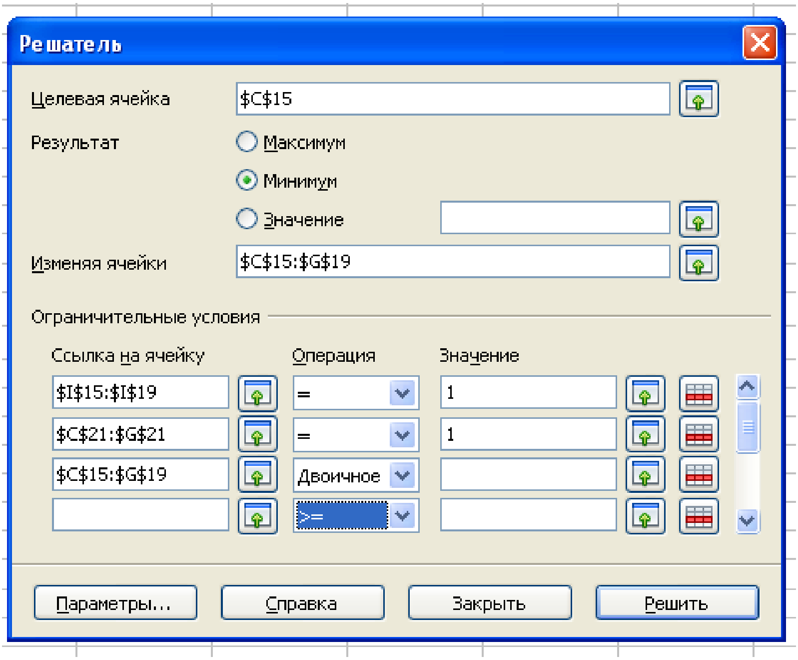
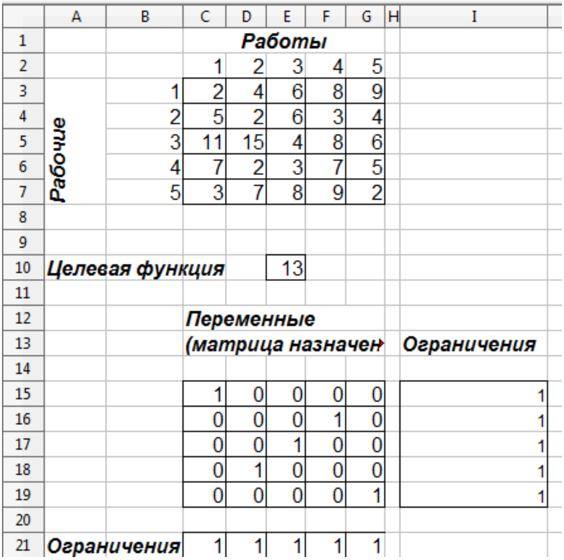


Рис. 9. Окно «Решатель…»

5) Нажимаем «Решить». После чего в матрице назначений будет представлено решение задачи, а в целевой ячейке будет показано значение целевой функции, соответствующее оптимальному назначению (рис.10).



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			**Работы**						
2			1	2	3	4	5		
3	**Рабочие**	1	2	4	6	8	9		
4		2	5	2	6	3	4		
5		3	11	15	4	8	6		
6		4	7	2	3	7	5		
7		5	3	7	8	9	2		
8									
9									
10	**Целевая функция**				13				
11									
12			**Переменные**						
13			**(матрица назначен**						**Ограничения**
14									
15			1	0	0	0	0		1
16			0	0	0	1	0		1
17			0	0	1	0	0		1
18			0	1	0	0	0		1
19			0	0	0	0	1		1
20									
21	**Ограничения**		1	1	1	1	1		

Рис. 10. Результат

Пример решения задачи о назначениях. Цеху металлообработки нужно выполнить срочный заказ на производство деталей. Каждая деталь обрабатывается на 4-х станках C_1, C_2, C_3 и C_4. На каждом станке может работать любой из четырех рабочих A, B, C и D. Однако, каждый из них имеет на каждом станке различный процент брака. Из документации ОТК имеются данные о проценте брака каждого рабочего на каждом станке:

Рабочие	Станки			
	C_1	C_2	C_3	C_4
A	2,3	1,9	2,2	2,7
B	1,8	2,2	2,0	1,8
C	2,5	2,0	2,2	3,0
D	2,0	2,4	2,4	2,8

Необходимо так распределить рабочих по станкам, чтобы суммарный процент брака, который равен сумме процентов брака всех 4-х рабочих, был минимален. Чему равен этот процент?

РЕШЕНИЕ.

Обозначим за x_{ij} (i,j=1,2,3,4, i соответствует рабочим A, B, C, D, а индекс j - станкам C_1, C_2, C_3, C_4) переменные, которые принимают значение 1, если i-й рабочий назначается для работы на j-ом станке. Если данное условие не выполняется, то x_{ij}=0. Целевая функция имеет вид:

$$2{,}3x_{11}+1{,}9x_{12}+2{,}2x_{13}+2{,}7x_{14}+1{,}8x_{21}+2{,}2x_{22}+2x_{23}+1{,}8x_{24}+$$
$$+2{,}5x_{31}+2x_{32}+2{,}2x_{33}+3x_{34}+2x_{41}+2{,}4x_{42}+2{,}4x_{43}+2{,}8x_{44}\to min.$$

Введем ограничения. Каждый рабочий может работать только на одном станке, т. е.

$$\sum_{j=1}^{4}x_{ij}=1, \quad \boldsymbol{i=1,...,4.}$$

Каждый станок обслуживается только одним рабочим:

$$\sum_{i=1}^{4}x_{ij}=1, \quad \boldsymbol{j=1,...,4.}$$

$$x_{i,j}=\{0,1\}.$$

Решим задачу с помощью средств OpenOffice.orgCalc.

Исходные данные для решения задачи представлены на рис. 11.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1			Станки					Переменные				Ограничения
2			C1	C2	C3	C4		C1	C2	C3	C4	
3	Рабочие	A	2,3	1,9	2,2	2,7		1	1	1	1	4
4		B	1,8	2,2	2	1,8		1	1	1	1	4
5		C	2,5	2	2,2	3		1	1	1	1	4
6		D	2	2,4	2,4	2,8		1	1	1	1	4
7								4	4	4	4	
8												
9	Целевая функция				36,2							
10												

Рис.11. Исходные данные задачи

Результат решения представлены на рис. 12.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1			Станки					Переменные				Ограничения
2			C1	C2	C3	C4		C1	C2	C3	C4	
3	Рабочие	A	2,3	1,9	2,2	2,7		0	1	0	0	1
4		B	1,8	2,2	2	1,8		0	0	0	1	1
5		C	2,5	2	2,2	3		0	0	1	0	1
6		D	2	2,4	2,4	2,8		1	0	0	0	1
7								1	1	1	1	
8												
9	Целевая функция				7,9							
10												

Рис.12. Результат решения задачи

ОТВЕТ: Из таблицы переменных, определяем, что рабочий A должен работать на втором станке (C2), рабочий B – на станке C4, рабочий C – на станке C3, рабочий D – на станке C1. Суммарный процент брака при таком распределении рабочих по станкам равен 7,9 (значение целевой функции).

Примерные задания

Использовать OpenOffice.orgCalc и Mathcad для решения задач линейного целочисленного программирования.

1. Цеху металлообработки нужно выполнить срочный заказ на производство деталей. Каждая деталь обрабатывается на 4-х станках C_1, C_2, C_3 и C_4. На каждом станке может работать любой из четырех рабочих A, B, C и D. Однако, каждый из них имеет на каждом станке различный процент брака. Из документации ОТК имеются данные о проценте брака каждого рабочего на каждом станке, которые представлены в таблице. Необходимо так распределить рабочих по станкам, чтобы суммарный процент брака, который равен сумме процентов брака всех 4-х рабочих, был минимален. Чему равен этот процент?

Рабочие	Станки			
	C_1	C_2	C_3	C_4
A	1,3	1,9	1,2	1,7
B	1,8	2,2	2,0	1,8
C	1,5	2,0	2,2	2,3
D	2,0	2,4	2,4	1,8

2. Предприниматель для приобретения оборудования выделяет **C** денежных единиц. Оборудование должно быть размещено на площади, не превышающей **S** кв. м. Предприниматель может заказать оборудование трех типов, стоимость, занимаемая производственная площадь и производительность которых приведены в таблице. Составить оптимальный план приобретения оборудования, обеспечивающий максимальную общую производительность при условии, что количество единиц 1-го типа оборудования должно быть не меньше, чем количество единиц 2-го типа.

Типы оборудования	Стоимость	Площадь	Производительность
1	5	3	9
2	4	5	7
3	6	4	11
	C=35	S=80	

3. Имеется четыре инвестиционных проекта, каждый из которых требует затрат материальных и трудовых ресурсов. Расходы ресурсов и получение прибыли приведены в таблице. Количество ресурсов ограничено и не позволяет реализовать все проекты сразу. Выбрать для реализации оптимальные по суммарному экономическому эффекту проекты.

Показатели	Варианты				Наличие
	1	2	3	4	
Прибыль, д.е./ед.	120	80	90	110	
Материальные ресурсы	180	180	240	200	700
Трудовые ресурсы	14	15	22	26	60

4. Автомобилестроительный завод выпускает три модели автомобилей, которые изготавливаются последовательно в трех цехах. Мощность цехов составляет 300, 250 и 200 человекодней в декаду. В первом цехе для сборки одного автомобиля первой модели требуется б человекодней, второй модели — 4 и третьей модели — 2 человекодня в декаду соответственно. Во втором цехе трудоемкость равна 3,4 и 5 человекодней соответственно, в третьем — по 3 человекодня на каждую модель. Прибыль, получаемая заводом от продажи одного автомобиля каждой модели, составляет соответственно 15, 13 и 10 ден. ед. Определить оптимальный план выпуска автомобилей.

Содержание отчета

1. Номер и тема лабораторной работы.
2. Цель выполнения работы.
3. Построить математическую модель задачи.
4. Описание процесса решения задачи.
5. Анализ полученных результатов и вывод по работе.

Лабораторная работа № 3

РЕШЕНИЕ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ УСТУПОК

Цель работы: изучение алгоритма решения многокритериальных ЗЛП с использованием метода последовательных уступок. Получение практических навыков решения многокритериальных задач с помощью OpenOffice.orgCalc.

Программное средство: OpenOffice.orgCalc.

Теоретические сведения

В практических задачах могут использоваться несколько критериев оптимизации. Например, при производстве продукции одновременно максимизируется ее качество и минимизируется себестоимость и др.

Существуют различные методы решения многокритериальных задач. Одним из таких методов является метод последовательных уступок. Он применяется, когда частные критерии (Ц.Ф.) могут быть упорядочены в порядке убывающей важности.

Предположим, что все критерии максимизируются и пронумерованы в порядке убывания их важности.

Находим максимальное значение Z1, первого по важности критерия в области допустимых решений, решив задачу

$$Z_1(X) \to max,$$

$$X \in Q.$$

Затем, исходя из практических соображений и принятой точности, назначается допустимое отклонение $\delta_1 > 0$ (экономически оправданная уступка) критерия Z_1 и отыскивается максимальное значение второго критерия Z_2 при условии, что значение первого должно отклоняться от максимального не более чем на величину допустимой уступки.

Далее решается задача:

$$Z_2(X) \to max,$$
$$Z_1(X) \geq Z_1 - \delta_1,$$
$$X \in Q.$$

Затем снова назначается величина уступки $\delta_2 > 0$ по второму критерию, которая вместе с первой используется при нахождении условного экстремума третьего частного критерия, и т.д.

В конце, выявляется экстремальное значение последнего по важности критерия Z_m при условии, что значение каждого из первых m-1 частных критериев отличается от экстремального не более чем на величину допустимой уступки. Полученное на последнем этапе решение считается оптимальным.

Замечание. Недостаток – метод не всегда дает эффективное решение.

Практическая часть

Задача. Найти оптимальное решение для трехкритериальной задачи:

$$Z_1 = 2x_1 + x_2 - 3x_3 \to max,$$
$$Z_2 = x_1 + 3x_2 - 2x_3 \to min,$$
$$Z_3 = -x_1 + 2x_2 + 4x_3 \to max,$$
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 16, \\ x_1 + 2x_2 \leq 24, \end{cases}$$
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

Оптимальное решение найти методом последовательных уступок, выбрав уступку по первому критерию $\delta_1=4$, а по второму $\delta_2=5$.

Алгоритм решения задачи.

1. Вначале решаем однокритериальную задачу с первой целевой функцией.

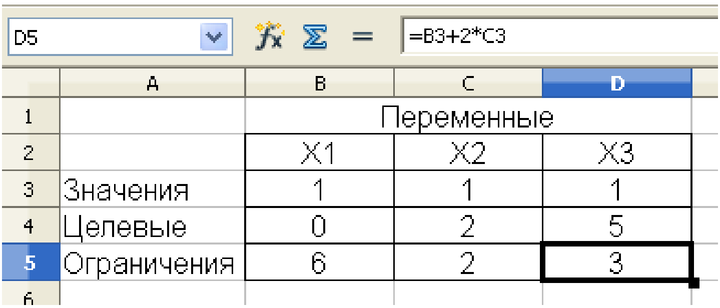
В ячейку С1 записываем «Переменные», а в ячейку А3 - «значение». В соседние три ячейки В3, С3 и D3 вводим произвольные числа для переменных (X1, X2, X3), например, единицы (рис. 10).

2. В следующей строке задаем целевые функции.

В А4 вводим подпись «Целевые», а в В4 формулу «*= 2*B3 + C3 - 3*D3*» задаем первую целевую функцию. Аналогично в ячейку *C4* вводим вторую целевую функцию *«= B3+3*C3-2*D3»,* и в ячейку третью *D4* – третью *«= - B3+2*C3+4*D3»* (рис. 13).

3. В следующую строку вводим левые части ограничений.

Для этого в яцейку А5 вводим подпись «Ограничения», в В5 формулу *«=B3+3*C3+2*D3»,* в *C5* формулу *«=2*B3-C3+D3»* и в *D5* формулу *«=B3+2*C3»* (рис. 13).



	A	B	C	D
1		Переменные		
2		X1	X2	X3
3	Значения	1	1	1
4	Целевые	0	2	5
5	Ограничения	6	2	3
6				

Рис. 13. Исходные данные задачи

4. Вызываем команду Сервис\Решатель… . На экране появится окно, представленное на рис. 14. Необходимо заполнить следующие данные:

1) в поле «Целевая ячейка» даем ссылку на ячейку B3, т.е. ячейку, в которой вычисляется значение целевой функции;

2) установить точку на переключателе «Максимум»;

3) в поле «Изменяя ячейки» даем ссылку на диапазон ячеек, выделив блок ячеек B3, C3 и D3 с переменными. В поле появиться $B$3:$D$3.

4) ввести ограничения задачи в поле «Ограничительные условия». Вводим 4 группы ограничений, как показано на рис. 14.

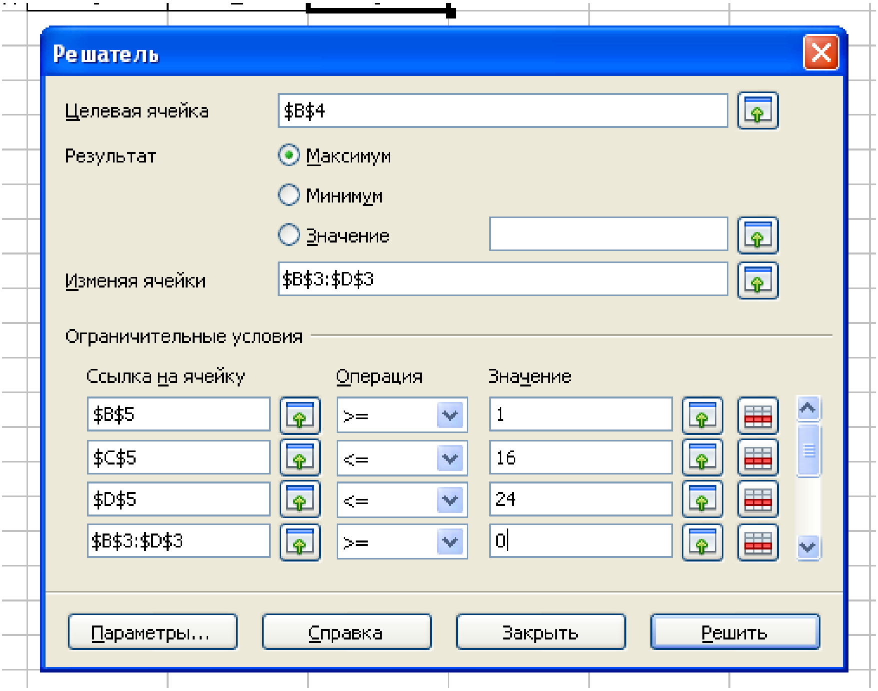


Рис.14. Окно «Решатель»

Для запуска вычислений нажимаем «Решить». В открывшемся диалоговом окне «Результат» выбираем «Сохранить результат» (рис. 15). В ячейках B3, C3 и D3 находятся оптимальные значения переменных: 11,2; 6,4 и 0. В ячейки B4 – значение целевой функции 28,8 (рис. 16).

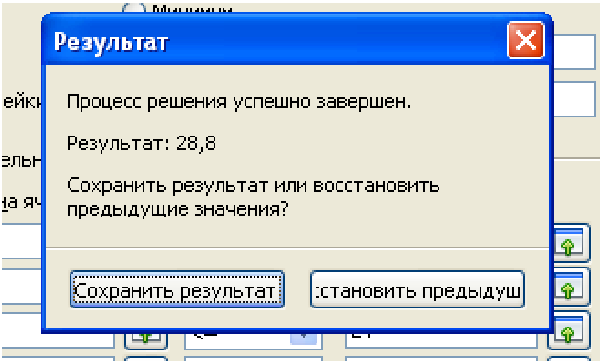
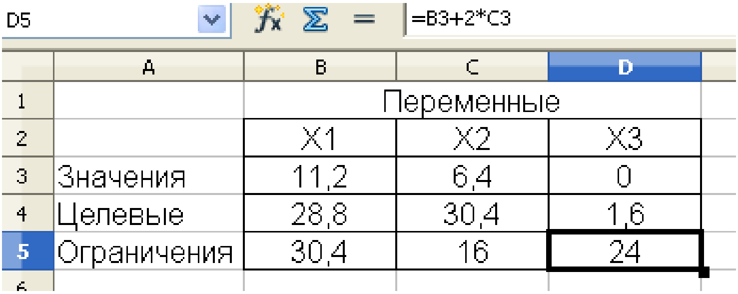


Рис. 15



D5 =B3+2*C3

	A	B	C	D
1		Переменные		
2		X1	X2	X3
3	Значения	11,2	6,4	0
4	Целевые	28,8	30,4	1,6
5	Ограничения	30,4	16	24

Рис. 16

5. После этого проводим оптимизацию по второму критерию (целевая функция Z_2). При этом первую Ц.Ф. Z_1, в соответствии с методом последовательных уступок можно ухудшить на величину не более, чем $\delta_1=4$. С учетом этого значение в ячейке B4 (где хранится первая целевая функция) может быть не меньшее, чем 28,8 – 4 = 24,8.

Далее вызываем надстройку «Решатель», в ней все данные остались прежними. Меняем ссылку на целевую функцию. Ставим курсор в поле «Целевая ячейка» и щелкаем по ячейке С4, в которой находится ссылка на вторую целевую функцию. Поскольку вторая целевая функция минимизируется, то ставим флажок напротив надписи «Минимум» (рис 17).

В поле «Ограничительные условия» вводим дополнительное ограничение, связанное с уступкой по первому критерию (вводим данные «В4», «≥», «24,8») (рис 17) .

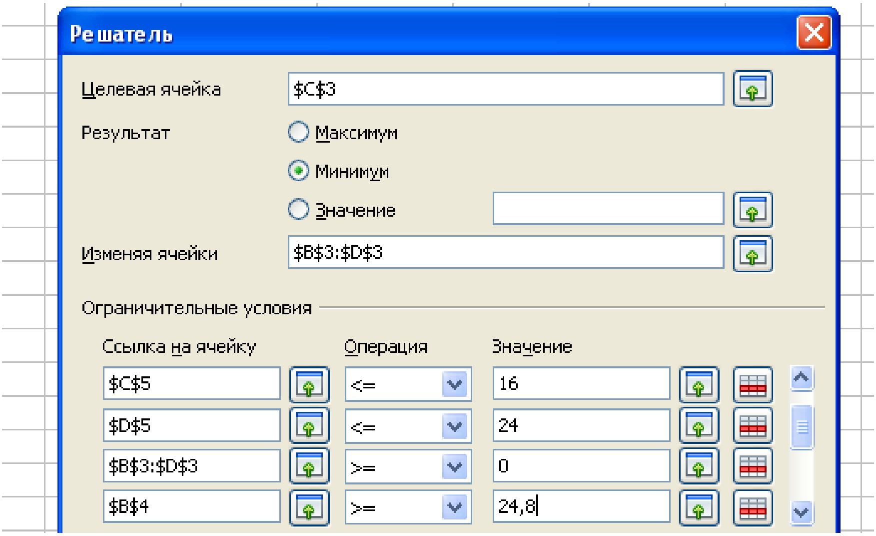


Рис. 17

В результате решения – переменные равны 10,2; 4,4; 0. Вторая целевая функция равна 23,4 (ячейка С4). Первая равна своему минимальному значению 24,8 (ячейка В4) (рис. 18).

D5 =B3+2*C3

	A	B	C	D
1		Переменные		
2		X1	X2	X3
3	Значения	10,2	4,4	0
4	Целевые	24,8	23,4	-1,4
5	Ограничения	23,4	16	19
6				

Рис. 18

6. На третьем этапе делаем уступку по второму критерию, равную δ_2=5. Поскольку вторая функция минимизируется, то ее значение не должно превышать 23,4 + 5 = 28,4. Вызываем надстройку «Решатель» и меняем ссылку на целевую функцию Z_3. Поскольку третья Z_3 максимизируется, то устанавливаем «Максимум».

В поле «Ограничительные условия» вводим дополнительное ограничение с учетом уступки по второму критерию («C4», «≤», «28,4»).

В результате расчета найдены:

$x_1 = 10{,}76$; $x_2 = 6{,}62$; $x_3 = 1{,}11$.

Целевые функции равны:

max $Z_1 = 24{,}8$; min $Z_2 = 28{,}4$ и max $Z_3 = 6{,}93$, при удовлетворении всех ограничений (рис. 19).

F22

	A	B	C	D
1		Переменные		
2		X1	X2	X3
3	Значения	10,76	6,62	1,11
4	Целевые	24,80	28,40	6,93
5	Ограничения	32,84	16,00	24,00
6				

Рис. 19. Результат

Примерные задания

Найти оптимальное решение для задач:

1.

$$Z_1 = x_1 + 8x_2 - 5x_3 \to \min,$$

$$Z_2 = 4x_1 - 5x_2 - +9x_3 \to \min,$$

$$Z_3 = -8x_1 - 6x_2 + 4x_3 \to \max,$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 12, \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 \leq 25, \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 14, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

2.

$$Z_1 = 5x_1 - 8x_2 + 3x_3 \to \max,$$

$$Z_2 = x_1 + 3x_2 - 2x_3 \to \min,$$

$$Z_3 = -x_1 + 2x_2 + 4x_3 \to \max,$$

$$Z_4 = 7x_1 - 6x_2 - 3x_3 \to \max,$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 21, \\ x_1 + 2x_2 \leq 14, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

Содержание отчета

1. Номер и тема лабораторной работы.
2. Цель выполнения работы.
3. Построить математическую модель задачи.
4. Описание процесса решения задачи.
5. Анализ полученных результатов и вывод по работе.

Лабораторная работа № 4

ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИИ В NX

Цель работы: изучение методов практической оптимизации в NX. Получение практических навыков решения задачи оптимизации геометрии с помощью приложения NX Расширенная симуляция (NX Advanced Simulation).
Программное средство: NX Advanced Simulation.

Теоретические сведения

При проектировании нового изделия часто ставится задача по определению его оптимального конструктивного исполнения. Процесс оптимизации использует варьирование параметров конструкции и дает возможность получить множество альтернативных вариантов ее исполнения, среди которых выбирается лучший. Практическая оптимизация – это итерационный процесс достижения оптимального соотношения проектных параметров. В терминах оптимизации конструкций в NX Nastran существуют три типа проектных параметров:

• целевая функция – параметр, рассчитываемый для каждой итерации, характеризует основную цель оптимизации, например минимизация веса, увеличение жесткости, уменьшение напряжений, возникающих в конструкции;

• проектные переменные – это набор параметров конструкции, варьированием которых достигаются цели оптимизации. При этом задается диапазон возможного изменения каждой проектной переменной;

• проектные ограничения – задаваемые пользователем предельные значения физических величин результатов. В качестве проектных ограничений могут использоваться значения напряжений и перемещений, вес и объем, собственные частоты конструкции и др. В процессе оптимизации сравниваются значения получаемых физических величин со значениями проектных ограничений. В том случае, если найденное на какой-либо итерации значение не удовлетворяет заданным условиям, процесс поиска оптимального решения продолжается с предыдущей итерации.

Оптимизационная модель может содержать десятки или сотни проектных переменных, поэтому поиск их оптимального соотношения в пределах проектных ограничений для выполнения целевых функций, которых также может быть несколько, является сложно выполнимой задачей.

В проектной деятельности для решения задач оптимизации используют специализированные инструменты численного анализа.

Приложение NX Расширенная симуляция (NX Advanced Simulation) включает следующие решения для проведения оптимизации:

- геометрическая оптимизация;
- параметрическая оптимизация;
- топологическая оптимизация;
- анализ чувствительности конструкций.

Приложение NX Расширенная симуляция позволяет проводить геометрическую оптимизацию конструкции, или, другими словами, оптимизацию ее формы.

Алгоритм оптимизации, реализованный в решателе NX Nastran, относится к градиентным методам. Процесс поиска может быть представлен следующим образом: для конкретной точки в пространстве проектных параметров определяются градиенты целевой функции и ограничений, на основе которых определяется направление поиска. Далее вычислительный процесс продолжается в этом направлении до точки, в которой не происходит нарушения проектных ограничений. Затем определяется, является ли эта точка оптимальной. Если точка не соответствует оптимуму, то процесс запускается заново и повторяется до тех пор, пока не будет достигнута точка, где невозможны дальнейшие улучшения для достижения цели без нарушения ограничений.

Практическая часть

Рассмотрим возможности модуля «Оптимизация геометрии» (Geometry Optimization) NX 7.5. Запуск этого модуля осуществляется одним из способов:

1) через контекстное меню файла симуляции во вкладке «Навигатор симуляции» (Simulation Navigator): Новый процесс решения → Оптимизация геометрии (Geometry Optimization) (рис. 20);

2) через главное меню: Вставить (Insert) → Оптимизация геометрии (Geometry Optimization).

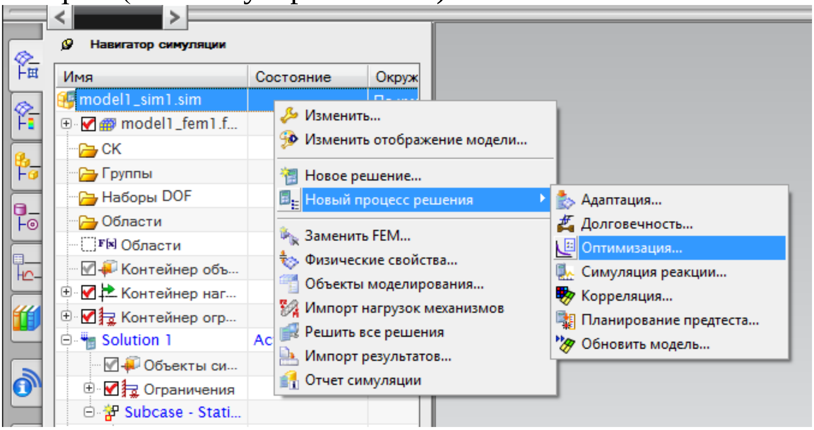


Рис. 20. Запуск модуля «Оптимизация геометрии»

В результате выполнения одного из данных способов появляется диалоговое окно «Выберите решение для обработки», в котором необходимо выбрать, на основе какого решения будет проводиться оптимизация геометрии (рис 21), а также тип оптимизации:

• Altair HyperOpt – выполнение непосредственно геометрической оптимизации;

• Global Sensitivity (Общая чувствительность) – анализ чувствительности конструкции, целью которого является определение проектных переменных, к изменению которых наиболее чувствительны целевые функции исследуемой конструкции в пределах заданных проектных ограничений. Получаемые значения называются коэффициентами чувствительности конструкции.

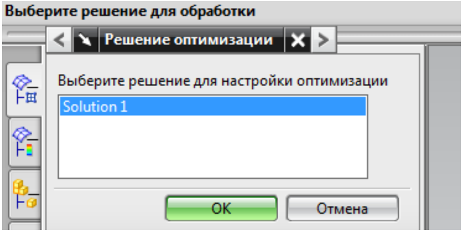


Рис. 21

После нажатия ОК открывается диалоговое окно «Настройка оптимизации» (рис. 22). За исключением первого поля, в котором присваивается имя текущему решению оптимизации и поля для выбора типа оптимизации, остальные предназначены для задания параметров оптимизации.

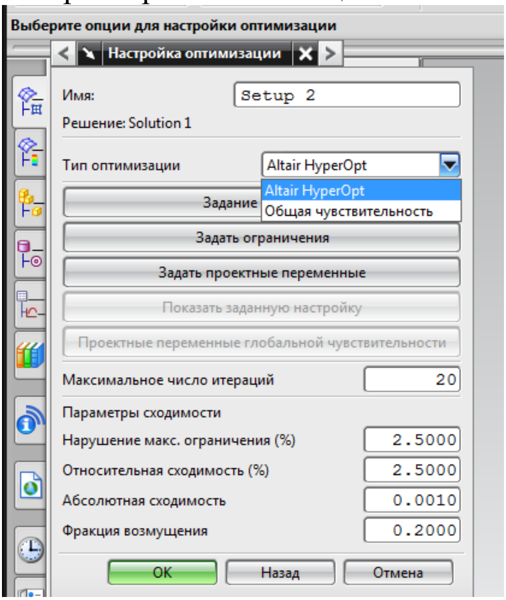


Рис. 22. Окно «Настройка оптимизации»

Необходимо задать параметры для работы алгоритма оптимизации:

• Максимальное число итераций – количество итераций, при достижении которого вычислительный процесс будет остановлен независимо от результата;

• Нарушение максимального ограничения (%) – процент, на который условия проектных ограничений могут быть нарушены для достижения результата;

• Относительная сходимость (%) – изменение в процентах значения целевой функции за последние две итерации. Решение считается сошедшимся, если изменение меньше данного значения;

• Абсолютная сходимость – действительное изменение значения целевой функции за две последовательные итерации. Решение считается сошедшимся, если изменение меньше заданного в этом поле значения;

• Фракция возмущения – разрешенное изменение проектных переменных в долях в течение первых итераций.

Пошаговый процесс создания решения оптимизации в соответствии с заданием параметров оптимизации во вкладках диалогового окна «Настройка оптимизации».

При выборе вкладки «Задание цели» задаются целевая функция и соответствующие ей параметры (рис. 23):

• Категория – выбор типа КЭ, участвующих в оптимизации: 1D цели – участвуют только 1D КЭ сетки; 2D цели – участвуют 2D КЭ сетки; 3D цели – участвуют только 3D КЭ сетки; Объекты модели – участвуют все КЭ сетки. При выборе «Объекты модели» параметр «Применить к» неактивен;

• Тип – в качестве оптимизируемых переменных используются такие физические величины, как напряжения, перемещение, деформации, собственные частота, вес, объем и температура;

• Применить к – выбор геометрического объекта модели для оптимизации. Набор доступных геометрических объектов зависит от заданной физической величины. Например, оптимизация по весу и объему доступна только для твердых тел, а при выборе оптимизации по напряжению возможно указать твердые тела, грани, ребра, точки;

• Параметры – доступны минимизация, максимизация и приведение к заданному значению целевой функции.

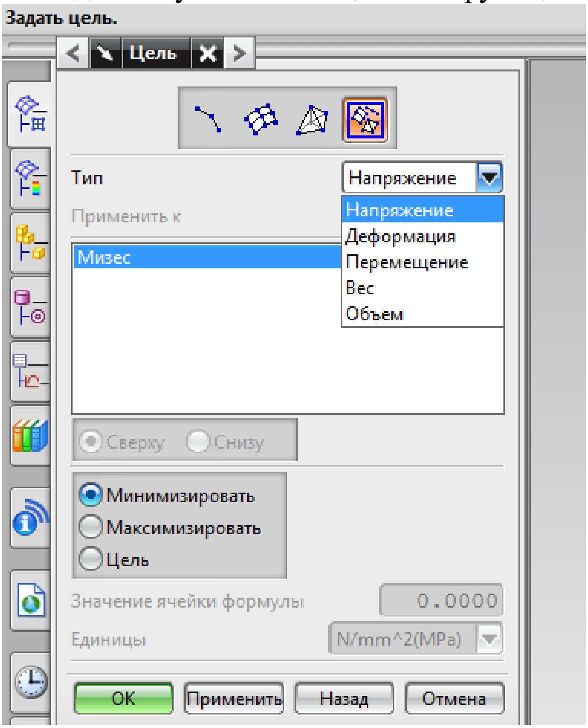


Рис. 23. Задание целевых функций

В качестве проектных ограничений используются перемещение, напряжение и деформация, усилие реакции, собственная частота, значения температур, вес и объем. Для вызова диалогового окна «Ограничения» выберем соответствующую вкладку в окне «Настройка оптимизации» (рис. 24). При задании проектных ограничений, так же как и целевой функции, следует выбрать тип элементов – Категория, физическую величину – Тип, геометрический объект модели – Применить к.

В группе Параметры задается Значение предела и выбирается его тип, соответственно, либо верхний предел – Верхний, либо нижний предел – Нижний.

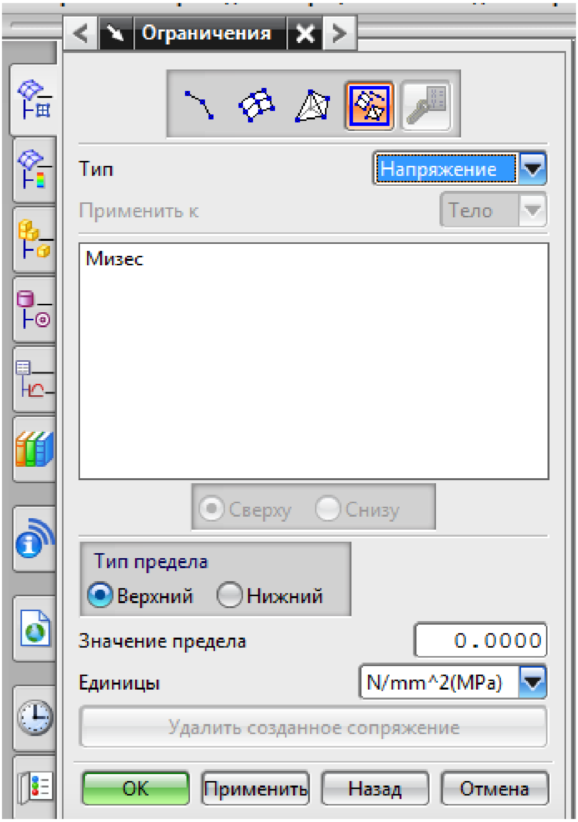


Рис. 24. Задание проектных ограничений

Под проектными переменными, изменением которых достигается оптимум целевой функции в пределах заданных проектных ограничений, понимаются следующие параметры модели (рис. 25):

- параметры сечений для 1D стержневых элементов;
- толщины 2D оболочечных элементов;
- геометрические параметры CAD-модели;

• размеры эскизов, на основе которых создается КЭ модель.

Для вызова диалогового окна «Проектные переменные» необходимо выбрать вкладку «Задать проектные переменные». Все типы проектных переменных представлены в выпадающем списке. Также задается диапазон изменения проектных переменных.

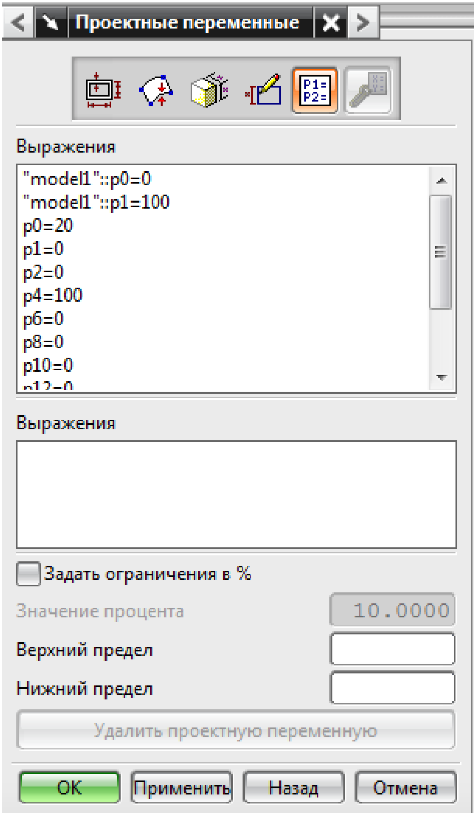


Рис. 25. Задание проектных переменных

После задания всех параметров задачи необходимо выбрать ОК и появившемся окне сохранить результат.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Батищев Д.И. Оптимизация в САПР: учебник / Д.И. Батищев, Я.Е. Львович, В.Н. Фролов. – Воронеж: Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 1997. – 416 с.

2. Аттетков А.В. Методы оптимизации / А.В. Аттетков, С.В. Галкин, В.С. Зарубин. – 2001.

3. Карманов В.Г. Математическое программирование / В.Г. Карманов. М.: Физматмет, 2000. – 264 с.

4. Плис А.И. Mathcad: математический практикум для экономистов и инженеров: учеб. пособие / А.И. Плис, Н.А. Сливина. – М.: Финансы и статистика, 1999.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ
по дисциплине «Оптимизация в САПР»
для студентов направления подготовки бакалавров
230100 «Информатика и вычислительная техника»
(профиль «Системы автоматизированного проектирования
в машиностроении») очной и заочной форм обучения

Составитель
Собенина Ольга Валерьевна

В авторской редакции
Компьютерный набор О.В. Собениной

Подписано к изданию 24.11.2014.
Уч.-изд. л. 2,7. «С»

ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический
университет»
394026 Воронеж, Московский просп., 14