

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета  В.А.Небольсин  
«05» июня 2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

дисциплины  
«Математика»

**Направление подготовки**

12.03.04 Биотехнические системы и технологии

**Профиль** Менеджмент и управление качеством в здравоохранении

**Квалификация выпускника** бакалавр

**Нормативный период обучения** 4 года / 4 года и 11 м.

**Форма обучения** очная / заочная

**Год начала подготовки** 2018

Автор программы



/Борщ Н.А./

Заведующий кафедрой

Высшей математики и фи-  
зико-математического мо-  
делирования



/Батаронов И.Л./

Руководитель ОПОП



/Родионов О.В./

Воронеж 2018

## **1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **1.1. Цели дисциплины**

Изучение закономерностей математики и отвечающих им методов расчета. Формирование навыков построения и применения моделей, возникающих в инженерной практике и проведение расчетов по таким моделям.

### **1.2. Задачи освоения дисциплины**

Дать ясное понимание необходимости математического образования в общей подготовке инженера, в том числе выработать представление о роли и месте математики в современной цивилизации и мировой культуре. Научить умению логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий, символов для выражения количественных и качественных отношений. Дать достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, разумную точность формулировок математических свойств изучаемых объектов, логическую строгость изложения математики, опирающуюся на адекватный современный математический язык. Научить умению использовать основные понятия и методы математического анализа в приложениях.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП**

Дисциплина «Математика» относится к дисциплинам базовой части блока Б1.

## **3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Процесс изучения дисциплины «Математика» направлен на формирование следующих компетенций:

УК-1 - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

<b>Компетенция</b>	<b>Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции</b>
УК-1	Знает основы высшей математики
	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением методов высшей математики
	Владеет навыками теоретического исследования объектов профессиональной деятельности

## **4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ**

Общая трудоемкость дисциплины «Математика» составляет 10 з.е.

Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий

**очная форма обучения**

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры		
		1	2	3
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	180	72	54	54
В том числе:				
Лекции	72	36	18	18
Практические занятия (ПЗ)	108	36	36	36
<b>Самостоятельная работа</b>	108	36	54	18
Часы на контроль	72	36	-	36
Виды промежуточной аттестации - экзамен, зачет с оценкой	+	+	+	+
Общая трудоемкость академические часы	360	144	108	108
з.е.	10	4	3	3

**заочная форма обучения**

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры	
		1	2
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	48	32	16
В том числе:			
Лекции	24	16	8
Практические занятия (ПЗ)	24	16	8
<b>Самостоятельная работа</b>	290	207	83
<b>Курсовая работа</b>	+		+
<b>Контрольная работа</b>	+	+	
Часы на контроль	22	13	9
Виды промежуточной аттестации - экзамен, зачет с оценкой	+	зачет с оценкой	экзамен
Общая трудоемкость академические часы	360	252	108
з.е.	10	7	3

**СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)****5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий****очная форма обучения**

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	СРС	Всего, час
1	Линейная алгебра	Матрицы, действия над ними. Определитель, и его свойства. Невырожденная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Правило Крамера. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений уравнений.	4	4	4	12
2	Элементы векторной алгебры	Векторы и линейные операции над ними. Разложение вектора по осям координатных осей. Действия над векторами, заданными проекциями. Скалярное произведение векторов, его свойства и вычисление. Векторное произведение векторов, его свойства, вычисления	4	4	4	12

		и приложения. Смешанное произведение векторов, свойства, вычисление и геометрический смысл.				
3	Аналитическая геометрия	Система координат на плоскости. Полярные координаты. Расстояние между двумя точками. Преобразования системы координат. Уравнение прямой на плоскости. Кривые второго порядка на плоскости, их свойства и канонические уравнения. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Уравнения плоскости в пространстве. Уравнение прямой в пространстве. Прямая и плоскость. Поверхности второго порядка и их канонические уравнения.	4	4	4	12
4	Введение в математический анализ	Основные понятия теории множеств. Числовые функции, способы их задания. Основные элементарные функции. Числовая последовательность. Определение предела числовой последовательности. Число $e$ . Предел функции. Односторонние пределы. Бесконечно малые и их свойства. Основные теоремы о пределах. Первый и второй замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые функции. Непрерывность функций.	4	4	4	12
5	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Производная, ее геометрический и механический смысл. Производная сложной и обратной функции. Производные функций, заданных неявно и параметрически. Таблица производных основных элементарных функций. Дифференциал функции, его свойства, вычисление. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы Ролля, Коши и Лагранжа. Формула Тейлора. Правило Лопиталю. Возрастание и убывание функций. Необходимое и достаточное условие экстремума. Выпуклость. Точки перегиба. Асимптоты. Комплексные числа. Многочлены. Понятие тензора.	6	6	6	18
6	Неопределенный интеграл	Первообразная и неопределенный интеграл, их свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных функций.	6	6	6	18
7	Определенный интеграл	Определение интеграла по Риману. Необходимое и достаточное условия интегрируемости. Свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Вычисление площадей в прямоугольных и полярных координатах с помощью определенного интеграла. Длина дуги кривой в прямоугольных и полярных координатах. Вычисление объема: по площади сечения, тела вращения. Площадь поверхности тела вращения. Физические приложения определенного интеграла. Несобственный интеграл I и II рода.	4	4	4	12
8	Функции нескольких переменных	Определение функции нескольких переменных. Частное и полное приращение функции. Непрерывность. Частные производные. Дифференциал. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Производные сложной и неявной функций. Частные производные высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных. Условный экстремум. Интеграл, зависящий от параметра.	4	4	4	12
9	Ряды	Числовые ряды. Необходимый признак сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости ряда: сравнения, Даламбера, радикальный и интегральный Коши. Знакопеременные и знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Функциональные ряды. Мажорируемые ряды. Непрерывность суммы ряда. Интегрирование и дифференцирование рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости. Дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Тригонометрический ряд. Ряд Фурье для четных, нечетных, периодических и непериодических функций.	6	12	18	36
10	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка Линейные однородные уравнения Линейные однородные и неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	6	12	18	36
11	Кратные и	Двойной интеграл: определение, свойства, приложения. Тройной	6	12	18	36

	криволинейные интегралы	интеграл: определение, свойства, приложения. Сферические и цилиндрические координаты. Криволинейный интеграл I и II рода: определение, свойства, вычисление, приложения. Формула Грина. Поверхностный интеграл I и II рода: определение, свойства, вычисление, приложения. Формула Остроградского-Гаусса. Формула Стокса.				
12	Элементы теории поля	Скалярное поле: производная по направлению, градиент. Векторное поле: поток, дивергенция; циркуляция; ротор поля. Оператор Гамильтона. Оператор Лапласа.	6	12	6	24
13	Теория функций комплексного переменного	Функции комплексного переменного: предел и непрерывность. Основные элементарные функции комплексного переменного. Дифференцирование функций комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Аналитическая функция. Интегрирование функции комплексного переменного: определение, свойства и правила вычисления. Теорема Коши. Формула Ньютона-Лейбница. Интегральная формула Коши. Ряды Тейлора и Лорана в комплексной области. Нули аналитической функции. Классификация особых точек. Вычет. Теорема Коши о вычетах. Применение вычетов для вычисления интегралов.	6	12	6	24
14	Операционное исчисление	Преобразование Лапласа: оригиналы и изображения; свойства преобразования. Обратное преобразование Лапласа. Интеграл Дюамеля. Решение дифференциальных уравнений операционным методом. Решение интегральных уравнений операционным методом.	6	12	6	24
<b>Итого</b>			<b>72</b>	<b>108</b>	<b>108</b>	<b>288</b>

### заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	СРС	Всего, час
1	Линейная алгебра	Матрицы, действия над ними. Определитель, и его свойства. Невырожденная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Правило Крамера. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений уравнений.	1	1	15	17
2	Элементы векторной алгебры	Векторы и линейные операции над ними. Разложение вектора по ортам координатных осей. Действия над векторами, заданными проекциями. Скалярное произведение векторов, его свойства и вычисление. Векторное произведение векторов, его свойства, вычисления и приложения. Смешанное произведение векторов, свойства, вычисление и геометрический смысл.	1	1	10	12
3	Аналитическая геометрия	Система координат на плоскости. Полярные координаты. Расстояние между двумя точками. Преобразования системы координат. Уравнение прямой на плоскости. Кривые второго порядка на плоскости, их свойства и канонические уравнения. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Уравнения плоскости в пространстве. Уравнение прямой в пространстве. Прямая и плоскость. Поверхности второго порядка и их канонические уравнения.	1	1	15	17
4	Введение в математический анализ	Основные понятия теории множеств. Числовые функции, способы их задания. Основные элементарные функции. Числовая последовательность. Определение предела числовой последовательности. Число $e$ . Предел функции. Односторонние пределы. Бесконечно малые и их свойства. Основные теоремы о пределах. Первый и второй замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые функции. Непрерывность функций.	1	1	20	22
5	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Производная, ее геометрический и механический смысл. Производная сложной и обратной функции. Производные функций, заданных неявно и параметрически. Таблица производных основных элементарных функций. Дифференциал функции, его свойства, вычисления. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы Ролля, Коши и Лагранжа. Формула Тейлора. Правило Лопиталя. Возрастание и убывание функций. Необходимое и достаточное условие экстремума. Выпуклость. Точки перегиба. Асимптоты. Комплексные числа. Многочлены. Понятие тензора.	2	2	27	31
6	Неопределенный интеграл	Первообразная и неопределенный интеграл, их свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных функций.	2	2	27	31

7	Определенный интеграл	Определение интеграла по Риману. Необходимое и достаточное условия интегрируемости. Свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Вычисление площадей в прямоугольных и полярных координатах с помощью определенного интеграла. Длина дуги кривой в прямоугольных и полярных координатах. Вычисление объема: по площади сечения, тела вращения. Площадь поверхности тела вращения. Физические приложения определенного интеграла. Несобственный интеграл I и II рода.	2	2	27	31
8	Функции нескольких переменных	Определение функции нескольких переменных. Частное и полное приращение функции. Непрерывность. Частные производные. Дифференциал. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Производные сложной и неявной функций. Частные производные высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных. Условный экстремум. Интеграл, зависящий от параметра.	2	2	25	29
9	Ряды	Числовые ряды. Необходимый признак сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости ряда: сравнения, Даламбера, радикальный и интегральный Коши. Знакопеременные и знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Функциональные ряды. Мажорируемые ряды. Непрерывность суммы ряда. Интегрирование и дифференцирование рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости. Дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Тригонометрический ряд. Ряд Фурье для четных, нечетных, периодических и непериодических функций.	2	2	27	31
10	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Линейные однородные уравнения. Линейные однородные и неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	2	2	18	22
11	Кратные и криволинейные интегралы	Двойной интеграл: определение, свойства, приложения. Тройной интеграл: определение, свойства, приложения. Сферические и цилиндрические координаты. Криволинейный интеграл I и II рода: определение, свойства, вычисление, приложения. Формула Грина. Поверхностный интеграл I и II рода: определение, свойства, вычисление, приложения. Формула Остроградского-Гаусса. Формула Стокса.	2	2	20	24
12	Элементы теории поля	Скалярное поле: производная по направлению, градиент. Векторное поле: поток, дивергенция; циркуляция; ротор поля. Оператор Гамильтона. Оператор Лапласа.	2	2	20	24
13	Теория функций комплексного переменного	Функции комплексного переменного: предел и непрерывность. Основные элементарные функции комплексного переменного. Дифференцирование функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Аналитическая функция. Интегрирование функции комплексного переменного: определение, свойства и правила вычисления. Теорема Коши. Формула Ньютона-Лейбница. Интегральная формула Коши. Ряды Тейлора и Лорана в комплексной области. Нули аналитической функции. Классификация особых точек. Вычет. Теорема Коши о вычетах. Применение вычетов для вычисления интегралов.	2	2	20	24
14	Операционное исчисление	Преобразование Лапласа: оригиналы и изображения; свойства преобразования. Обратное преобразование Лапласа. Интеграл Дюамеля. Решение дифференциальных уравнений операционным методом. Решение интегральных уравнений операционным методом.	2	2	23	27
<b>Итого</b>			<b>24</b>	<b>24</b>	<b>290</b>	<b>338</b>

## 5.2 Перечень лабораторных работ

Не предусмотрено учебным планом

## 6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. Приложения определенного интеграла в задачах механики.
2. Приложения кратных интегралов в прикладных задачах.
3. Уравнения с параметрами и их системы.
4. Решение дифференциальных уравнений и их систем с помощью рядов.
5. Применение операционного исчисления для решения задач электротехники.

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

#### 7.1.1 Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Аттестован	Не аттестован
УК-1	Имеет практический опыт работы с информационными источниками	Решение стандартных и прикладных задач в конкретной предметной области, выполнение ИДЗ, защита.	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах

#### 7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 3, 2, 1 семестре для очной формы обучения, 3, 1, 2 семестре для заочной формы обучения по четырехбалльной системе:

«отлично»;

«хорошо»;

«удовлетворительно»;

«неудовлетворительно».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неудовл.
УК-1	Имеет практический опыт работы с информационными источниками	Решение стандартных и прикладных задач в конкретной предметной области, ИДЗ, защита	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
ОПК-1	Знает основы высшей математики	Тест	Выполнение теста на 90-	Выполнение теста на 80- 90%	Выполнение теста на 70- 80%	В тесте менее 70%

ки		100%			правильных ответов
Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением методов высшей математики	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
Владеет навыками теоретического исследования объектов профессиональной деятельности	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

## 7.2 Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

### 7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию

1	Какие две матрицы можно сложить? а) операция сложения для матриц не определена; б) матрицы одного размера; в) матрицы, определители которых равны; г) любые.
2	Какие из нижеприведенных определителей равны нулю? а) $\begin{vmatrix} 0 & -1 & -3 \\ 3 & 3 & -1 \\ -3 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ ; б) $\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ ; в) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 1 & 3 & 6 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ ; г) $\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$ .
3	Ранг матрицы изменится, если: а) поменять две строки местами; б) транспонировать матрицу; в) умножить строку на ненулевое число; г) прибавить к матрице единичную матрицу.
4	Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда ранг её основной матрицы равен а) 2; б) рангу её расширенной матрицы; в) числу неизвестных; г) числу уравнений.
5	Какие из нижеприведенных тождеств справедливы? а) $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = \vec{b}\vec{a}\vec{c}$ ;      б) $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = \vec{b}\vec{c}\vec{a}$ ;      в) $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = -\vec{b}\vec{a}\vec{c}$ ;      г) $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = \vec{a}\vec{c}\vec{b}$ .

6	<p>Какие плоскости проходят через начало координат?</p> <p>а) <math>x - 4y + 5z - 1 = 0</math>;      б) <math>2x + 5z - 1 = 0</math>;      в) <math>4y + 4z - 4 = 0</math>;      г) <math>4x - 4y + 5z = 0</math>.</p>
7	<p>Чтобы функция возрастала на отрезке, необходимо и достаточно, чтобы на этом отрезке она:</p> <p>а) была дифференцируема;  б) принимала положительные значения;  в) была непрерывна;  г) нет верного ответа.</p>
8	<p>Если в некоторой точке касательная к графику функции параллельна оси <math>Ox</math>, то производная функции в этой точке</p> <p>а) не существует;  б) положительна;  в) отрицательна;  г) равна нулю.</p>
9	<p>Функция <math>F(x)</math> является первообразной функции <math>f(x)</math>, если:</p> <p>а) <math>F(x) = f'(x)</math>;  б) <math>F'(x) = f'(x)</math>;  в) <math>F'(x) = f(x)</math>;  г) нет верного ответа.</p>
10	<p>Формула Ньютона-Лейбница имеет вид:</p> <p>а) <math>\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)</math>;  б) <math>\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)</math>;  в) <math>\int_a^b f(x) dx = F(x) + C</math>;  г) нет верного ответа.</p>
11	<p>Для того, чтобы функция <math>f(x, y)</math> имела экстремум в точке <math>M_0(x_0, y_0)</math> необходимо и достаточно, чтобы:</p> <p>а) <math>f'_x(x_0, y_0) = 0</math>;  б) <math>f''_{xy}(x_0, y_0) = 0</math>;  в) <math>f'_y(x_0, y_0) = 0</math>;  г) нет верного ответа.</p>

12	<p>Общим решением дифференциального уравнения n-го порядка называется:</p> <p>а) решение, в котором произвольным постоянным придаются конкретные числовые значения;</p> <p>б) решение, содержащее n независимых произвольных постоянных;</p> <p>в) решение, выраженное относительно независимой переменной;</p> <p>г) решение, полученное без интегрирования.</p>
13	<p>Решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами содержит тригонометрические функции, если</p> <p>а) определитель Вронского равен нулю;</p> <p>б) корни характеристического уравнения – комплексные;</p> <p>в) корни характеристического уравнения - действительные и различные;</p> <p>г) корни характеристического уравнения - вещественные и равные.</p>
14	<p>Если <math>\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0</math>, то ряд <math>\sum_{n=0}^{\infty} a_n</math></p> <p>а) сходится;</p> <p>б) расходится;</p> <p>в) не может сходиться;</p> <p>г) нет верного ответа.</p>
15	<p>От чего зависит выбор порядка интегрирования в повторном интеграле?</p> <p>а) от вида области интегрирования;</p> <p>б) от вида подынтегральной функции;</p> <p>в) от вида области интегрирования и подынтегральной функции;</p> <p>г) порядок интегрирования всегда одинаков.</p>
16	<p>Когда удобно перейти к цилиндрическим координатам в тройном интеграле?</p> <p>а) когда область интегрирования имеет форму конуса;</p> <p>б) когда подынтегральная функция содержит иррациональные выражения;</p> <p>в) когда область интегрирования – сфера или ее часть;</p> <p>г) тройной интеграл в цилиндрических координатах вычислять нельзя.</p>
17	<p>Для соленоидального поля справедливо:</p> <p>а) ротор поля равен нулю;</p> <p>б) дивергенция поля равная нулю;</p> <p>в) ротор и дивергенция поля равны нулю;</p> <p>г) градиент поля равен нулю.</p>

### 7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных за-

дач

1	Выполнить действия с матрицами:
---	---------------------------------

	$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \\ 6 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 6 \\ 7 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 & -1 & 4 \\ 1 & 6 & -7 \end{pmatrix}$
2	<p>Вычислить определитель</p> $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 7 & -1 & 2 \end{vmatrix}.$
3	<p>Проверить совместность системы линейных уравнений и в случае совместности решить ее тремя способами: методом Крамера, методом Гаусса и матричным методом. Сделать проверку.</p> $\begin{cases} 2x + 3y - 4z = 3, \\ 3x - 4y + 2z = -5, \\ 2x + 7y - 5z = 13. \end{cases}$
4	<p>Найти общее решение и фундаментальную систему решений для однородной системы линейных уравнений.</p> $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$
5	<p>Найти координаты, модуль и направляющие косинусы вектора <math>\overline{AB}</math>. Записать разложение вектора <math>\overline{AB}</math> по ортам декартовой системы координат. <math>A(1, 3, 6)</math>, <math>B(2, 2, 1)</math>.</p>
6	<p>Даны три точки – <math>A, B</math> и <math>C</math>. Найти площадь треугольника <math>ABC</math> и косинус угла между векторами <math>\overline{AB}</math> и <math>\overline{AC}</math>.  <math>A(1, -2, 3)</math>, <math>B(0, -1, 2)</math>, <math>C(3, -4, 5)</math>.</p>
7	<p>Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках <math>A_1, A_2, A_3, A_4</math> и его высоту, опущенную из вершины <math>A_4</math> на грань <math>A_1A_2A_3</math>.  <math>A_1(1, 3, 6)</math>, <math>A_2(2, 2, 1)</math>, <math>A_3(-1, 0, 1)</math>, <math>A_4(-4, 6, -3)</math>.</p>
8	<p>Даны точки <math>A, B, C, D</math>. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку <math>D</math> параллельно плоскости <math>\beta</math>  <math>A(1, 3, 6)</math>, <math>B(2, 2, 1)</math>, <math>C(-1, 0, 1)</math>, <math>D(-4, 6, -3)</math>.</p>
9	<p>Даны точки <math>A, B, C</math>. Найти каноническое и параметрическое уравнение прямой <math>l_1</math>, проходящей через точку <math>A</math> параллельно вектору <math>\overline{BC}</math>;  <math>A(1, -2, 3)</math>, <math>B(0, -1, 2)</math>, <math>C(3, -4, 5)</math>.</p>
10	<p>Найти точку пересечения прямой с плоскостью и угол между ними.</p>

	$\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}, \quad x+2y+3z-14=0.$
11	Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $3x-2y-7=0$ и $x+3y-6=0$ и отсекающей от оси абсцисс отрезок, равный 3.
12	Записать уравнение окружности, проходящей через вершины гиперболы $12x^2-13y^2=156$ , $A(0;-2)$ и имеющей центр в точке $A$ .
13	Найти предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x+4}-3}{\sqrt{2x-1}-1}$ .
14	Сравнить бесконечно малые $f(x) = \operatorname{tg} 2x$ , $g(x) = \arcsin x$ . Найти точки разрыва функции $y$ и определить их тип $y = e^{\frac{1}{x-7}}$ .
15	Найти модуль и аргумент чисел $z_1$ и $z_2$ . Изобразить числа на комплексной плоскости. Представить числа в тригонометрической и показательной форме. Выполнить с данными комплексными числами указанные действия. $z_1 = 5+6i$ , $z_2 = 1-3i$ ; $z_1 \cdot \bar{z}_2$ , $\frac{z_1}{z_2}$ , $\sqrt[3]{z_2 - \bar{z}_1}$ .
16	Найти производную функции $y(x)$ . $y = \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{4x}}{\sqrt{x-1}}$
17	Найти $y'$ и $y''$ для функции, заданной параметрически. $\begin{cases} x = (2t+3)\cos t \\ y = 3t^3 \end{cases}$
18	Найти дифференциал функции $y(x)$ . $y = e^{1-x} \cdot \sqrt[3]{\cos^2(x+2)}$ .
19	Вычислить значение функции $y(x)$ в данной точке приближенно с помощью дифференциала с точностью 0,01. $y = \sqrt[3]{x}$ , $x = 7,76$ .
20	Провести полное исследование функции и построить ее график. $y = \ln(x^2 - 2x + 6)$ .
21	Найти частные производные и частные дифференциалы функции. $z = \ln(y^2 - e^{-x})$ .
22	Найти полный дифференциал функции. $z = 2x^3y - 4xy^5$ .
23	Исследовать на экстремумы функцию. $z = xy + x^2 + y^2 - 6x - 2y + 1$ .
24	Найти неопределенный интеграл. $\int x^2 \cos 2x dx$ .
25	Вычислить определенный интеграл. $\int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{5-4x}} dx$ .
26	Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками данных функ-

	ций. $y = 4 - x^2$ , $y = x + 2$ .
27	Вычислить длину дуги кривой, заданной данным уравнением. $y = \ln x$ , $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}$ .
28	Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 1}$ .
29	Найти общий интеграл дифференциального уравнения $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0$
30	Найти решение задачи Коши $4y^3 y'' = y^4 - 1$ , $y(0) = \sqrt{2}$ , $y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$
31	Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = 3x + 4y \end{cases}$
32	Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n^3 + 2}$ .
33	Найти область и радиус сходимости степенного ряда. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^3}{2n+3} (x+3)^{2n}$ .
34	Разложить функцию $f(x)$ в ряд Маклорена $f(x) = \frac{1}{x+3}$ .
35	Вычислить указанную величину приближенно с точностью $\varepsilon$ , воспользовавшись разложением в ряд соответствующим образом подобранной функции. $\sin 1$ , $\varepsilon = 0,00001$ .
36	Вычислить интеграл с точностью до 0,001. $\int_0^{0,1} e^{-6x^2} dx$ .
37	Разложить в ряд Фурье периодическую (с периодом $T = 2\pi$ ) функцию $f(x)$ , заданную на отрезке $[-\pi; \pi]$ . $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0; \\ x-1, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$
38	Разложить функцию $f(x)$ , заданную на интервале $[0; l]$ , в тригонометрический ряд Фурье по косинусам и по синусам. Построить график функции. $f(x) = x - \pi$ , $l = 4$ .
39	Вычислить двойной интеграл по прямоугольной области $D$ , заданной указанными неравенствами.

	$\iint_D (xy^2 + \sqrt{xy}) dx dy, D: 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3.$
40	Найти площадь плоской фигуры, ограниченной указанными линиями. $y = 3/x, y = 4e^x, y = 3, y = 4.$
41	Вычислить массу неоднородной пластины, ограниченной заданными линиями, если поверхностная плотность в каждой ее точке. $D: y^2 = x, x = 3, \mu = x.$
42	Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями. $z = x^2 + y^2, x + y = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$
43	Найти производную скалярного поля $u(x, y, z)$ в точке $M$ по направлению вектора $\mathbf{l}$ . $u = 4 \ln(3 + x^2) - 8xyz, \mathbf{l} = 2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}, M(1; 1; 1).$
44	Найти угол между градиентами скалярных полей $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке $M$ . $v = \frac{x^3}{2} + 6y^3 + 3\sqrt{6}z^3, u = \frac{yz^2}{x^2}, M\left(\sqrt{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right).$
45	Найти поток векторного поля $a$ через часть плоскости $P$ , расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью $Oz$ ). $a = xi + yj + zk, P: x + y + z = 1.$
46	Найти поток векторного поля $a$ через замкнутую поверхность $S$ (нормаль внешняя). $a = (e^x + 2x)i + e^x j + e^y k, S: x + y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0.$
47	Найти работу силы $F$ при перемещении вдоль линии $L$ от точки $M$ к точке $N$ . $F = (x^2 - 2y)i + (y^2 - 2x)j, L: \text{отрезок } MN, M(-4,0), N(0,2).$
48	Найти циркуляцию векторного поля $a$ вдоль контура $\Gamma$ (в направлении, соответствующем возрастанию параметра $t$ ). $a = yi - xj + z^2 k,$ $\Gamma: \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos t, y = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos t, \\ z = \sin t. \end{cases}$
49	Указать область дифференцируемости функции $f(z) =$ и вычислить производную. Выделить действительную и мнимую часть полученной производной. $f(z) = \frac{i}{z + 2i} - \bar{z}$
50	Вычислить интеграл от функции комплексного переменного. $\int_{AB} z \operatorname{Im} z^2 dz$ $AB$ – отрезок прямой $z_A = 0, z_B = 1 + i.$

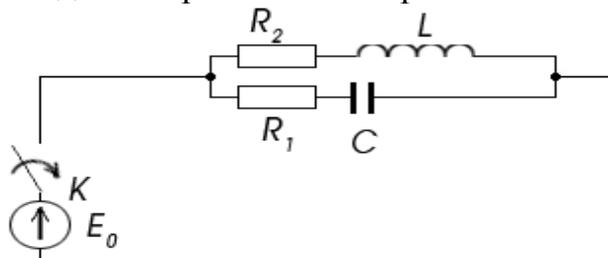
51	Вычислить интеграл, используя теорему Коши о вычетах: $\oint_{ z+i =3} \frac{\sin z dz}{(z+1)^3}$
52	Для функции $f(z)$ найти изолированные особые точки, провести их классификацию, вычислить вычеты относительно найденных точек. $f(z) = \frac{z^2 - 1}{z^6 + 2z^5 + z^4}$ .
53	Найти изображение данного оригинала. $f(t) = e^{3t} \cos 2t + \operatorname{sh} \frac{t}{4} + t^2 e^{3t}$ .
54	Найти оригинал по заданному изображению с помощью свойств преобразования Лапласа. $F(p) = \frac{2e^{-3p}}{(p-4)^2}$ .
55	Найти оригинал по заданному изображению с помощью вычетов. $F(p) = \frac{p^2 + 2}{(p+1)(p+2)^2}$ .
56	Найти решение задачи Коши. $x'' + 2x' + x = t^2 + 5t + 4;$ $x(0) = -1, x'(0) = 0.$
57	Решить систему дифференциальных уравнений операционным методом: $\begin{cases} x' = x + 3y + 2, \\ y' = x - y + 1; \end{cases}$ $x(0) = -1, y(0) = 2.$

### 7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 + 4x$ ,  $y = 4 + x$ .
2. Вычислить длину дуги кривой  $\begin{cases} x = 3(2\cos t - \cos 2t) \\ y = 3(2\sin t - \sin 2t) \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi$ .
3. Окно имеет форму прямоугольника, завершенного полукругом. Периметр окна равен 300 см. При каких размерах сторон прямоугольника окно будет пропускать наибольшее количество света?
4. Требуется изготовить ящик с крышкой, объем которого был бы равен 72 см, причем, стороны основания относились бы как 1:2. Каковы должны быть размеры всех сторон, чтобы полная поверхность была наименьшей?
5. Луч от источника света поглощается окружающей средой. Считается, что поглощение света между шарами с радиусами  $r$  и  $r + \Delta r$  и с центрами в источнике света, с точностью до малых высшего порядка, равно

$kf4\pi r^2 \Delta r$ . Определить зависимость яркости  $f$  от расстояния  $r$ , если  $k$  – коэффициент пропорциональности.

6. Скорость охлаждения, какого – либо тела в воздухе пропорциональна разности между температурой тела  $T$  и температурой  $T_0$ . Если температура воздуха равна  $20^0$  С и тело в течение 20 минут охлаждается от  $100^0$  С до  $60^0$  С, то через сколько времени его температура понизится до  $30^0$  С?
7. Вычислить  $\frac{1}{\sqrt{e}}$  с точностью до  $10^{-3}$ .
8. Вычислить координаты центра масс и моменты инерции пирамиды, ограниченной плоскостями  $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ .
9. Вычислить массу эллипса  $L$ , определенного параметрическими уравнениями  $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$ .
10. Вычислить статический момент относительно координатных осей прямоугольного отрезка  $CD$  соединяющего точки  $(1, 2)$  и  $(2, 3)$ . Плотность в каждой точке отрезка равно произведению координат этой точки.
11. Найти работу силы  $\vec{F} = (x^2 + 2y) \cdot \vec{i} + (y^2 + 2x) \cdot \vec{j}$ , при перемещении материальной точки вдоль линии  $L: y = 2 - \frac{x^2}{8}$  от точки  $M(-4, 0)$  до точки  $N(0, 2)$ .
12. В схеме (см. рис.) при включенном рубильнике напряжение на конденсаторе равно  $E_0$ , а ток через катушку индуктивности равен  $E_0 / R_2$ . При выключенном рубильнике начинается разряд конденсатора. В конденсаторе предполагается наличие апериодических разрядов. Найти напряжение на конденсаторе в момент времени  $t$ .



#### 7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету

Не предусмотрено учебным планом

#### 7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется, либо при помощи компь-

ютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Защита курсовой работы, курсового проекта или отчета по всем видам практик осуществляется согласно требованиям, предъявляемым к работе, описанным в методических материалах. Примерное время защиты на одного студента составляет 20 мин.

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Линейная алгебра	УК-1, ОПК-1	Тест
2	Элементы векторной алгебры	УК-1, ОПК-1	Тест
3	Элементы теории линейных пространств	УК-1, ОПК-1	Тест
4	Аналитическая геометрия	УК-1, ОПК-1	Тест
5	Введение в математический анализ	УК-1, ОПК-1	Тест
6	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	УК-1, ОПК-1	Тест
7	Неопределенный интеграл	УК-1, ОПК-1	Тест
8	Определенный интеграл	УК-1, ОПК-1	Тест
9	Функции нескольких переменных	УК-1, ОПК-1	Тест
10	Ряды	УК-1, ОПК-1	Тест
11	Дифференциальные уравнения	УК-1, ОПК-1	Тест
12	Кратные и криволинейные интегралы	УК-1, ОПК-1	Тест
13	Теория поля	УК-1, ОПК-1	Тест

### **7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется либо при помощи компь-

ютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

## **8 УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)**

### **8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

1. Пискунов. Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Ч. 1–2006.
2. Пискунов. Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Ч. 2. – 2006.
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. – М.: Айрис-Пресс, 2006. – 608 с.
4. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. – 2006.
5. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. – 2007.
6. Клетеник Д.В, Сборник задач по аналитической геометрии. – 2010.
7. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. – 2006.
8. Старков С.Н. Справочник по математическим формулам и графикам функций для студентов. – 2009.
9. Магазинников, Л.И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.И. Магазинников, А.Л. Магазинникова. – Электрон. текстовые данные. – Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Эль Контент, 2012. – 180 с. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13861.html>
10. Позднякова, Т.А. Математика. Интегральное исчисление функций нескольких переменных. Элементы векторного анализа [Электронный ресурс]: учебное пособие / Т.А. Позднякова, А.Н. Ботвич. — Электрон. текстовые данные. – Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2018. –113 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/84228.html>
11. Математический анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие / сост. Е. П. Ярцева. – Электрон. текстовые данные. – Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2017. – 265 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/83227.html>

### **8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая пе-**

**речень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:**

Электронная образовательная среда ВГТУ <http://eios.vorstu.ru/>

Национальная электронная библиотека <http://нэб.рф>

Электронная научная библиотека <http://elibrary.ru>

Электронно-библиотечная система <http://www.iprbookshop.ru>

Наименование программного обеспечения	Тип лицензии
OpenOffice	Свободное ПО
Microsoft Windows 7	Open License
Microsoft Office 2007	Open License
Adobe Reader	Свободное ПО

## **9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

Для проведения учебных занятий необходимы лекционная аудитория и аудитории, предназначенные для проведения практических занятий.

## **10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

По дисциплине «Математика».

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков расчета моделей, возникающих в инженерной практике. Занятия проводятся путем решения конкретных задач в аудитории.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Практическое занятие	Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоению учебного материала и развитию навыков самообразования.

	<p>Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций;</li> <li>- выполнение домашних заданий и расчетов;</li> <li>- работа над темами для самостоятельного изучения;</li> <li>- участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад;</li> <li>- подготовка к промежуточной аттестации.</li> </ul>
<p>Подготовка к промежуточной аттестации</p>	<p>Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед экзаменом, экзаменом, зачетом с оценкой, экзаменом, зачетом с оценкой, экзаменом три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.</p>