

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования

«Воронежский государственный технический
университет»

Кафедра радиотехники

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ДИСКРЕТНЫХ ФИЛЬТРОВ
И ПЕРЕДИСКРЕТИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторным работам №5 - 7
для студентов направления 11.04.01 «Радиотехника»,
магистерская программа «Радиотехнические средства
обработки и защиты информации в каналах связи»

Воронеж 2025

УДК 621.39(075.8)
ББК 32.811я7

Составитель
д-р техн. наук А. Б. Токарев

Проектирование дискретных фильтров и передискретизация сигналов: методические указания к лабораторным работам №5-7 для студентов направления 11.04.01 «Радиотехника», магистерская программа «Радиотехнические средства обработки и защиты информации в каналах связи» / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост. А. Б. Токарев. Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2025. 50 с.

Содержат краткие сведения и рекомендации по подготовке к лабораторным занятиям, индивидуальные варианты заданий и указания по проведению исследований в рамках лабораторных работ №5-7 дисциплины «Цифровые алгоритмы обработки и демодуляции сигналов».

Предназначены магистрантов направления 11.04.01 «Радиотехника», магистерская программа «Радиотехнические средства обработки и защиты информации в каналах связи».

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле «mPT_LP_5_7_Передискретизация сигналов.pdf»

Ил. 18. Табл. 7. Библиогр.: 6 назв.

УДК 621.39(075.8)
ББК 32.811я7

Рецензент – А.В. Башкиров, д-р техн. наук, зав. кафедрой конструирования и производства радиоаппаратуры ВГТУ

*Издается по решению редакционно-издательского совета
Воронежского государственного технического университета*

ВВЕДЕНИЕ

Освоение дисциплины «Цифровые алгоритмы обработки и демодуляции сигналов» предполагает изучение студентами теоретических основ ЦОС, особенностей процессов дискретизации и квадратурной обработки сигналов, вопросов изменения частоты дискретизации, способов частотно-избирательной и адаптивной фильтрации сигналов. В соответствии с этим, методические указания содержат краткое теоретическое введение, определяющее круг вопросов, подлежащих изучению, домашнее задание к лабораторным исследованиям и методические рекомендации по проведению экспериментов. Работы выполняются побригадно (в малых исследовательских группах), что позволяет не только освоить навыки командной работы, но и способствует более глубокой проработке материалов за счет обсуждения получаемых результатов в малых исследовательских группах. Состав малых исследовательских групп (бригад) студенты согласуют с преподавателем на начальном этапе освоения учебного курса. При этом каждой бригаде присваивается номер **НБ**. Выполнение работ завершается защитой полученных результатов перед преподавателем.

Следует иметь в виду, что предусматриваемый данным пособием объем теории и лабораторных исследований является лишь необходимым минимумом. Студентам, заинтересованным в получении высококачественной подготовки необходимо расширять этот минимум чтением рекомендованной учебной литературы и проработкой дополнительных вопросов по индивидуальному согласованию с преподавателем.

1. Краткое знакомство с системой компьютерной математики MATLAB

Одним из наиболее удачных средств анализа и синтеза дискретных фильтров, а также моделирования процессов в цифровых и дискретных системах является система компьютерной математики MATLAB, поэтому до проведения исследований дискретных фильтров следует ознакомиться с основами работы в этой системе, например, с использованием учебных пособий [1, с. 34-41, 60-88] или [2, с. 11-44, 75-90].

2. Основные характеристики аналоговых линейных систем и их анализ в MATLAB

Линейные фильтры (как аналоговые, так и дискретные) обладают похожими свойствами и характеристиками, а потому до исследования особенностей цифровых и дискретных фильтров следует восстановить в памяти информацию о линейных устройствах в целом. Для этого полезны книга А.Б. Сергиенко [3, с. 87-91] и учебные пособия [4, 6].

3. Теорема Котельникова. Особенности дискретизации радиосигналов

Как дискретизация, так и передискретизация сигналов базируется на теореме Котельникова, информацию о которой можно найти в учебных пособиях [3, с. 127-142; 4, с. 39-45].

4. Характеристики дискретных систем. Нерекурсивные и рекурсивные фильтры

Для осуществления передискретизации сигналов требуются знания о свойствах нерекурсивных и рекурсивных дискретных систем, поэтому до выполнения заключительных работ лабораторного цикла требуется изучить свойства и характеристики подобных устройств. Для этого полезны учебные пособия [3, с. 189-210; 4, с. 59-62].

5. Проектирование нерекурсивных дискретных фильтров

При подготовке к работе ознакомиться с теоретическими основами синтеза фильтров по учебным пособиям [1, с. 187-197, 219-226, 281-287; 3, с. 317-327, 340-348, 355-372].

5.1. Теоретические основы

5.1.1. Проектирование произвольных дискретных фильтров подразумевает поиск наборов коэффициентов a_n (рекурсивной) и b_n (нерекурсивной) частей фильтра, при которых характеристики фильтра удовлетворяют предъявляемым к нему требованиям. Методы синтеза фильтров различаются:

по типу получаемого фильтра:

- методы синтеза нерекурсивных фильтров;
- методы синтеза рекурсивных фильтров;

по наличию аналогового прототипа:

- методы синтеза *с использованием* аналогового прототипа;
- *прямые* (без использования аналогового прототипа) методы синтеза.

Название «прямые методы» означает, что исходными данными для синтеза служат какие-либо параметры фильтра (чаще всего амплитудно-частотная характеристика (АЧХ)), которые могут задаваться произвольно.

В текущей лабораторной работе будут рассматриваться лишь нерекурсивные дискретные фильтры, синтезируемые прямыми методами.

5.1.2. В системе MATLAB для прямого синтеза нерекурсивных фильтров могут быть использованы, в частности, функции «fir1» (возможно с функцией «kaiserord») и «fir2».

Важной особенностью функции «fir1» является возможность синтеза многополосных фильтров. Их АЧХ в заданных частотных точках может многократно скачкообразно меняться из пропускающего состояния в заграждающее и обратно; при этом АЧХ может принимать лишь значения 0 или 1. Это позволяет получать фильтры с весьма своеобразными характеристиками, но требует относительно специфического набора аргументов при вызове функции.

Функция «fir2» предназначена для синтеза нерекурсивных фильтров с произвольной кусочно-линейной АЧХ и линейной ФЧХ методом обратного преобразования Фурье с использованием окон. Синтаксис вызова функций следующий:

```
b = fir2( n, f, m, Npt, lap, win )
```

Здесь n – порядок фильтра, а вектора f и m должны иметь одинаковую длину и совместно определять желаемую АЧХ синтезируемого фильтра. Частоты в векторе f должны быть нормированными к частоте Найквиста и образовывать возрастающую последовательность. Параметр Npt задает число точек, используемое при интерполяции заданной АЧХ (по умолчанию – 512), а параметр lap задает ширину переходных зон вокруг скачков. При интерполяции АЧХ в этих зонах вместо скачка будет сформирован линейный переход (ширина по умолчанию равна 25 точкам интерполяции). Наконец, окно сглаживания win – это вектор, длиной $n+1$ отсчет, функции для формирования которого можно найти в документации на «fir2».

5.1.3. В пакете Signal Processing имеются также функции, реализующие синтез нерекурсивных фильтров с минимальным отклонением АЧХ от заданной.

Функция `firls()` предназначена для синтеза нерекурсивных фильтров с линейной ФЧХ по критерию минимальной среднеквадратической ошибки воспроизведения заданной АЧХ в заданном наборе частотных полос. При этом ошибка в разных частотных полосах может

учитываться с разными весовыми коэффициентами. Синтаксис вызова функции следующий:

```
b = fircls( n, f, a, w, 'ftype' )
```

Здесь n – порядок рассчитываемого фильтра, параметры f и a (вектора одинаковой четной длины) совместно определяют желаемую АЧХ синтезируемого фильтра: f содержит значения частот, нормированные к частоте Найквиста, a вектор a – соответствующие этим частотам значения АЧХ. Синтезируемая АЧХ определяется с помощью векторов f и a следующим образом:

- в полосах частот от $f(2k-1)$ до $f(2k)$ АЧХ линейно меняется от $a(2k-1)$ до $a(2k)$. Здесь k – целые числа от единицы до половины длины векторов f и a ;
- в полосах частот от $f(2k)$ до $f(2k+1)$ АЧХ считается не заданной и в процессе синтеза может оказаться произвольной.

Параметр w задает весовые коэффициенты для оптимизируемых частотных полос. Этот параметр должен быть вектором, длина которого вдвое меньше, чем длина векторов f и a , и содержать неотрицательные вещественные числа. В тех частотных полосах, которым приписаны большие весовые коэффициенты, будет обеспечена меньшая ошибка воспроизведения заданной АЧХ. По умолчанию все весовые коэффициенты считаются одинаковыми.

Назначение параметра 'ftype':

- по умолчанию синтезируется фильтр с симметричной импульсной характеристикой, для которой $b(k) = b(n + 2 - k)$.
- 'hilbert' – синтезируется фильтр с антисимметричной импульсной характеристикой, когда $b(k) = -b(n + 2 - k)$;
- 'differentiator' – синтезируется фильтр, у которого ошибка воспроизведения АЧХ на низких частотах намного меньше, чем на высоких.

Результатом работы функции является вектор b коэффициентов нерекурсивного фильтра. Рассчитанный фильтр имеет линейную ФЧХ и вносит групповую задержку, независимо от частоты равную $n/2$ отсчетов.

Функция `ficrls()` предназначена для синтеза нерекурсивных фильтров с линейной ФЧХ путем минимизации среднеквадратической ошибки воспроизведения заданной кусочно-постоянной АЧХ с ограничением предельно допустим отклонений от нее (constrained least square). Синтаксис вызова функции следующий:

```
b = ficrls( n, f, amp, up, lo, 'design_flag' )
```

Здесь n – порядок рассчитываемого фильтра, вектор f содержит значения частот, нормированные к частоте Найквиста (причем должно выполняться $f(1) = 0$, $f(\text{end}) = 1$), вектор amp (должен иметь длину на 1 меньше, чем вектор f) определяют желаемую АЧХ синтезируемого фильтра: в полосах частот от $f(k)$ до $f(k+2)$ АЧХ постоянна и равна $\text{amp}(k)$.

Векторы up и lo задают верхнюю и нижнюю допустимые границы для значений АЧХ синтезируемого фильтра. Эти векторы должны иметь такой же размер, что и вектор amp .

Строковый параметр 'design_flag' является необязательным, он позволяет управлять выводом информации о ходе поиска решения (по умолчанию эта информация не выводится).

Результатом работы функции является вектор b коэффициентов нерекурсивного фильтра. Рассчитанный фильтр имеет линейную ФЧХ и вносит групповую задержку, независимо от частоты равную $n/2$ отсчетов. Следует иметь в виду, что чем меньшую амплитуду пульсаций допускают параметры up и lo , тем более значительное расширение переходной полосы будет проявляться в АЧХ фильтра. Пример синтеза ФНЧ с указанием предельно допустимых отклонений АЧХ от желаемой будет представлен в п. 5.1.5.

Особенности и дополнительные возможности ещё одной функции – `fircls1()` – можно найти в документации по системе MATLAB.

5.1.4. К методам прямого синтеза фильтров относится также метод, реализуемый функцией «`remez`» (и ей родственными). Он обеспечивает минимаксную аппроксимацию заданной АЧХ. Функция `remez` предназначена для синтеза нерекурсивных фильтров с линейной ФЧХ и кусочно-линейной АЧХ с возможными зонами неопределенности. Синтаксис вызова функции следующий:

```
[b, delta, opt] = remez( n, f, a, w, 'ftype', {lgrid} )
```

Большинство параметров вызова аналогичны параметрам вызова для функции «`firls`» (см. п. 5.1.5). Параметр `{lgrid}` (целое положительное число, но задаваемое как массив ячеек, т.е. в фигурных скобках) регулирует плотность сетки частот, которая используется при расчете АЧХ фильтра. Увеличение параметра `lgrid` (по умолчанию равно 16) может сделать пульсации более равномерными, но приводит к увеличению времени расчета.

Рассчитанный фильтр имеет линейную ФЧХ и вносит групповую задержку, независимо от частоты равную $n/2$ отсчетов, а его структура определяется получаемым на выходе функции `remez()` вектором b . Выходной параметр `delta` содержит величину пульсаций АЧХ полученного фильтра (то есть значение максимального отклонения АЧХ от задан-

ной), а параметр `opt` содержит специфическую дополнительную информацию с результатами аппроксимации.

5.1.5. Для краткого сопоставления особенностей работы представленных выше функций синтеза рассмотрим (немного упрощенный и сокращенный) М-код, демонстрирующий синтез полосно-пропускающего КИХ-фильтра 40-го порядка с границами полосы пропускания, составляющими 0,2...0,4 от частоты Найквиста (*реально же получилось ~0,22...0,38*):

```
clear variables; close all;
n = 40; % порядок фильтра
aa = 10.0 .^ ( -0.05 .* ( 1:60 )); % массив ослаблений в дБ
f = [ 0 0.15 0.18 0.19 0.2 0.21 0.22 0.38 0.39 0.4 0.41 0.42 0.45 1.0 ];
m = [ 0 0 0 aa(30) 1 1 1 1 1 1 aa(30) 0 0 0 ];
% расширенный набор контрольных частот и значений АЧХ

win1 = hamming(n+1); b1 = fir2( n, f, m, 512, 25, win1 );
[ h1, w1 ] = freqz( b1 ); dh1 = 20. * log( abs(h1) );
% выше и ниже – примеры использования «fir2»
win2 = kaiser(n+1, 2.0); b2 = fir2( n, f, m, 512, 25, win2 );
[ h2, w2 ] = freqz( b2 ); dh2 = 20. * log( abs(h2) );

wt = [ 4 10 10 5 10 10 4 ]; % весовые коэффициенты
b3 = firls( n, f, m, wt ); % для функции «firls»
[ h3, w3 ] = freqz( b3 ); dh3 = 20. * log( abs(h3) );

amp = m( 2 : end ); % уменьшаем на 1 размер массива m
% задаем того же размера массивы огранич. для «fircls»
lo = [ -0.01 -0.01 aa(30) aa(2) aa(2) aa(2) aa(2) aa(2) ...
aa(2) aa(30) -0.01 -0.01 -0.01 ];
up = [ aa(30) aa(10) 1.1 1.1 1.1 1.1 1.1 1.1 ...
1.1 1.1 aa(6) aa(10) aa(50) ];
b4 = fircls( n, f, amp, up, lo );
[ h4, w4 ] = freqz( b4 ); dh4 = 20. * log( abs(h4) );

wtr = [ 40 5 10 40 10 5 40 ]; % весовые коэффициенты
b5 = remez( n, f, m, wtr ); % для функции «remez»
[ h5, w5 ] = freqz( b5 ); dh5 = 20. * log( abs(h5) );

% ... пропущен очевидный фрагмент кода по выводу
% ... рассчитанных выше АЧХ фильтров на экран
ylim( [ -60 3 ] ); % ограничение отображ.диапазона по «у»
```

Результат исполнения приведенного кода показан на рис. 5.1. Следует отметить, что преимущества и/или недостатки тех или иных отображаемых решений не являются постоянными и при изменении условий решаемой задачи нельзя исключать возникновения ситуаций, когда ранее слабо проявлявший себя метод синтеза даст решение, более удачное, чем иной метод, хорошо показавший себя в анализируемом примере.

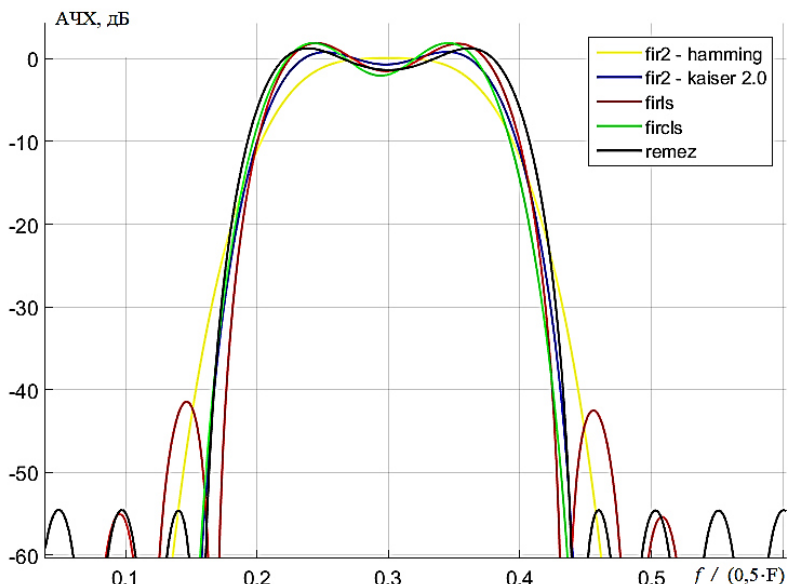


Рис. 5.1. Сравнительный анализ АЧХ фильтров, синтезированных с использованием подходов из п. 5.1.2-5.1.4

Тем не менее полученные результаты позволяют отметить следующее:

- 1) фильтр, полученный методом обратного преобразования Фурье с использованием окна Хемминга (жёлтая линия), обладает сравнительно «скромными» показателями и демонстрирует как плохую избирательность за пределами полосы пропускания, так и заметную «просадку» АЧХ при приближении к границам полосы пропускания (диапазоны частот 0,20...0,24 и 0,36...0,40);
- 2) аналогичный фильтр, синтезированный той же функцией «fir2», но с использованием окна Кайзера с параметром 2 (синяя линия) обладает заметно лучшей АЧХ: «просадку» АЧХ лишь вблизи частот 0,2 и 0,4 и резкое снижение АЧХ за пределами полосы пропускания фильтра;
- 3) использование для синтеза функции «fircls» (красная линия) позволило улучшить АЧХ в пределах полосы пропускания, однако за пределами

полосы пропускания имеются всплески АЧХ, свидетельствующие о не самом лучшем подавлении близких к полосе пропускания помех. К тому же, достигнутые успехи – в заметной степени «продукт» аккуратного подбора весовых коэффициентов, заданных вектором w_t ;

- 4) использование функции «fircls» (зеленая линия) потребовало длительной подстройки весов и ограничений (вектора l_0 и u_p), однако позволило получить лишь чуть лучшую частотную избирательность в полосе задержания сигнала, поэтому не следует здесь воспринимать зелёный цвет в качестве признака наилучшего по свойствам фильтра;
- 5) использование функции «getez» (черная линия) позволило получить, пожалуй, наилучшие результаты для анализируемого примера. Полученный фильтр лишь немного уступает по избирательности полученному на основе критерия минимальной среднеквадратической ошибки (функция «firls»), но обеспечивает минимальное отклонение от требований к АЧХ в пределах полосы пропускания. Следует лишь отметить, что для достижения подобного эффекта потребовалось достаточно аккуратно подбирать веса в векторе w_{tr} (см. код двумя страницами ранее).

5.2. Рекомендации по подготовке к лабораторным исследованиям

5.2.1. Расчет цифрового фильтра в среде FDATool

В пакете MATLAB Signal Processing имеется специализированная графическая среда FDATool (Filter Design & Analysis Tool), позволяющая рассчитывать и анализировать дискретные и цифровые фильтры.

Примечание. Хотя FDATool и предоставляет удобный графический интерфейс, сбрасывать со счетов ранее рассмотренные функции для расчета фильтров не стоит, поскольку ими удобно пользоваться, например, для автоматизации процедуры проектирования.

Для запуска программы расчета фильтров FDATool следует набрать ее имя в командной строке MATLAB: `>> fdatool`

Окно имеет следующие важные области: (1) – панель кнопок для переключения между закладками, (2) – область визуализации допустимых отклонений формы АЧХ фильтра, (3) – панель ввода исходных данных для проектирования.

Для апробации возможностей программы расчета фильтров FDATool повторим произведенные ранее расчеты с её помощью. Для этого выполните следующие действия:

Туре» (Тип АЧХ) выберите свой тип фильтра - «Lowpass» (ФНЧ) или «Highpass» (ФВЧ).

- В панели «Design Method» (Метод расчета) выберите «FIR» (Нерекурсивный), а в выпадающем списке, к примеру, метод «Least-square» (наименьших квадратов).

- В панели «Response Type» выберите пункт «Bandpass», соответствующий полосно-пропускающему фильтру.
- В панели «Filter Order» (Порядок фильтра) выберите «Specify order» (Указать конкретный порядок) и введите значение «40», заданное в требованиях к проектируемому фильтру.
- В панели «Frequency Specification» (Границы полос пропускания и задерживания) укажите Units->Normalized (нормализация к частоте Найквиста), а в качестве параметров Fpass и Fstop укажите свои исходные данные.
- В панели «Magnitude Specification» (Пульсации в полосе пропускания и минимально необходимый уровень затухания в полосе задерживания) укажите стартовый набор весов, регулирующий значимость отклонений реальной АЧХ от идеальных требований на разных участках частотной оси.
- Нажмите кнопку «Design Filter» (Расчет фильтра). После этого откроется вкладка с характеристиками синтезированного фильтра. Убедитесь по ней, что полученная АЧХ близка к требованиям к проектируемому фильтру.

Скриншоты попыток использования FDATATool для поиска альтернативы к ранее полученным решениям представлены на рис. 5.3, 5.4 и свидетельствуют об успешности проектирования.

Более того, при оптимизации М-кода, представленного в п. 5.1.5, внимание уделялось прежде всего совмещению характеристик фильтров и обеспечению их высокой избирательности за пределами полосы пропускания. Как следствие, АЧХ фильтров, показанные на рис. 5.1, формально не соответствуют требованиям «технического задания», т.к. на границах полосы пропускания все АЧХ демонстрируют затухание, превышающее 3 дБ. В то же время фильтры, синтезированные с помощью системы FDATATool, судя по АЧХ на рис. 5.3 и 5.4, обеспечивают корректные значения полосы пропускания (от 0,2 до 0,4 частоты Найквиста), хотя и границы областей подавления сигналов при этом, естественно, немного расширяются.

Следует понимать, что возникшее рассогласование является следствием лишь выбравшихся при синтезе настроек (параметров); его не следует воспринимать как недостаток или преимущество используемых методов синтеза, т.к. среда FDATATool служит лишь удобной оболочкой для тех же самых подходов, которые в п. 5.1.2-5.1.4 использовались «вручную».

Отметим, наконец, что в среде FDATATool можно контролировать не только амплитудно-частотную, но и фазо-частотную (ФЧХ) и другие характеристики фильтра. На рис. 5.5 показан способ переключения среды

для отображения ФЧХ, а на рис. 5.6 отображены коэффициенты импульсной характеристики (ИХ) фильтра.

Коэффициенты ИХ фильтра не случайно представлены с очень большим количеством разрядов; при попытках их округления характеристики фильтров начнут «уплывать», а качество обработки сигналов – снизится. Более подробно об этом будет говориться в лабораторной работе №7.

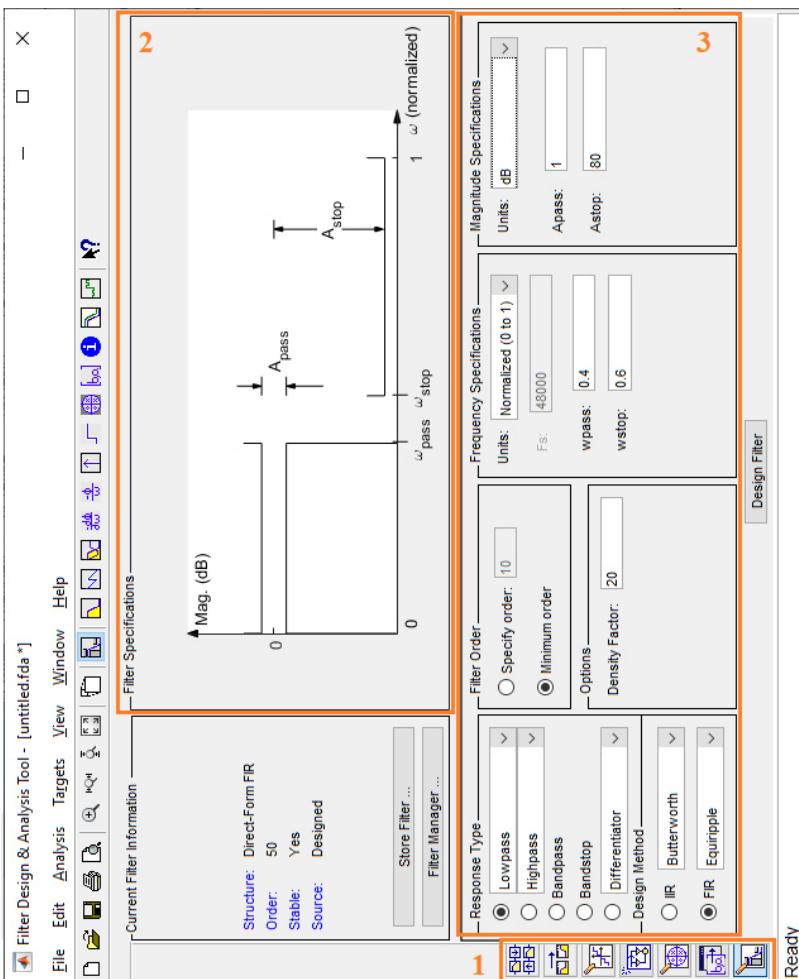


Рис. 5.2. Окно системы проектирования фильтров Fdatool

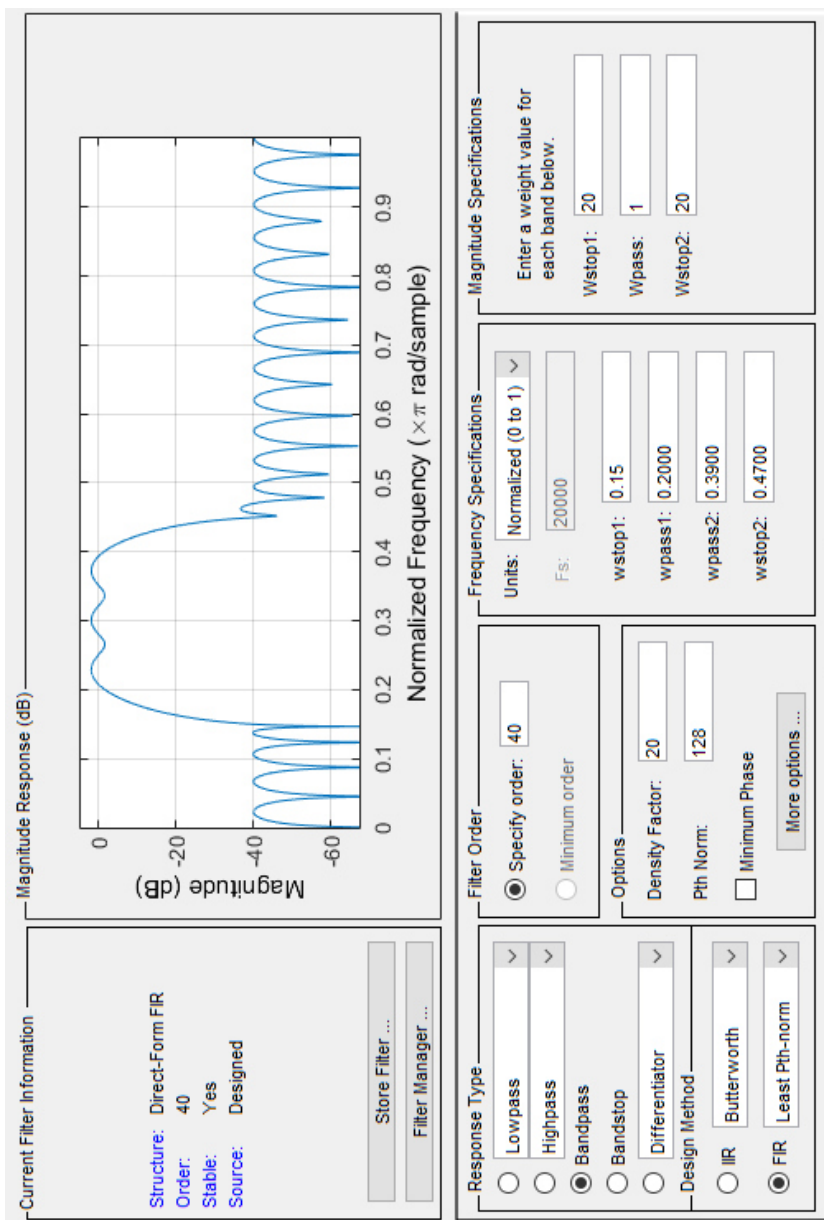


Рис. 5.3. Окно системы проектирования фильтров Fdatool

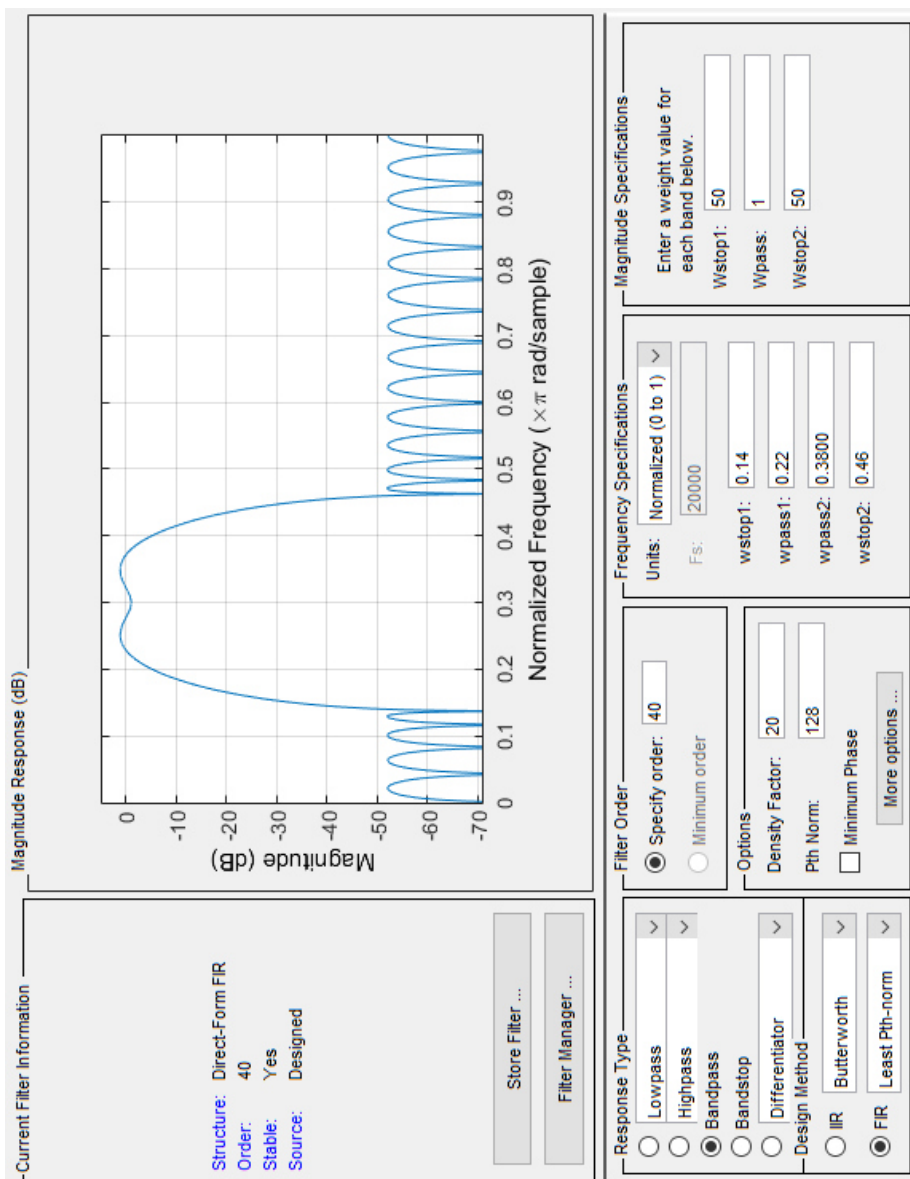


Рис. 5.4. Окно системы проектирования фильтров FDATool

5.3. Выполнение лабораторных исследований

Этап 1. Синтез нерекурсивного фильтра методом обратного преобразования Фурье с использованием окон

5.3.1. Сформируйте, протестируйте и внесите в отчет М-код для синтеза с помощью функции «fir2» КИХ-фильтра с параметрами, представленными в табл. 5.1, для оконных функций `barthannwin()`, `blackmanharris()`, `kaiser()` с параметром $\beta=3$ и `hamming()`. Внесите в отчёт и сопоставьте импульсные характеристики синтезированных фильтров, их АЧХ и ФЧХ; графики АЧХ отображайте и в логарифмическом (в децибелах), и в линейном масштабе.

Таблица 5.1

Номер в группе $N_{ст}$	Частота среза F_c , кГц	Частота дискретизации F , кГц	Форма АЧХ (рис. 5.7)	Порядок фильтра N
1, 11	10	$23 + N_{ст}$	1	64
2, 12	8	$38 + N_{ст}$	2	60
3, 13	6	$27 + N_{ст}$	3	56
4, 14	4	$16 + N_{ст}$	4	48
5, 15	10	$23 + N_{ст}$	5	40
6, 16	8	$22 + N_{ст}$	6	64
7, 17	6	$23 + N_{ст}$	1	60
8, 18	4	$12 + N_{ст}$	2	56
9, 19	10	$21 + N_{ст}$	3	48
10, 20	4	$4 + N_{ст}$	6	60

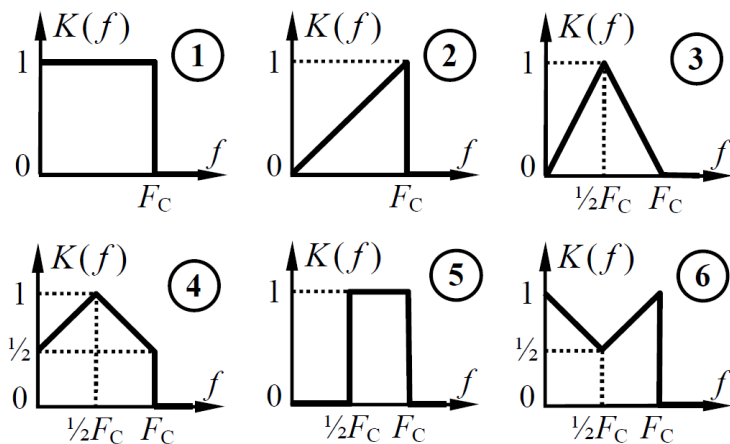


Рис. 5.7. Форма АЧХ подлежащих синтезу фильтров

5.3.2. Схематично отобразите в отчёте структурную схему фильтра. Дайте рекомендации по выбору фильтра для практического применения.

Этап 2. Синтез нерекурсивного фильтра методом минимизации средне-квадратической ошибки воспроизведения АЧХ

5.3.3. Сформируйте, протестируйте и внесите в отчет М-код, позволяющий синтезировать с помощью функции «firls» или «fircls» КИХ-фильтр с параметрами, представленными в табл. 5.2. Зафиксируйте в отчете АЧХ, ФЧХ и импульсные характеристики синтезированных фильтров; АЧХ фиксируйте как в логарифмическом (в децибелах), так и в линейном масштабе.

5.3.4. Схематично отобразите в отчёте структурную схему фильтра. Дайте рекомендации по выбору фильтра для практического применения.

Таблица 5.2

Номер в группе $N_{ст}$	Частота среза F_c , кГц	Частота дискретизации F , кГц	Форма АЧХ (рис. 5.7)	Порядок фильтра N
1, 11	8	$23 + N_{ст}$	6	40
2, 12	7	$38 + N_{ст}$	5	48
3, 13	6	$27 + N_{ст}$	4	56
4, 14	5	$6 + N_{ст}$	1	64
5, 15	8	$23 + N_{ст}$	2	72
6, 16	7	$22 + N_{ст}$	3	80
7, 17	6	$23 + N_{ст}$	6	32
8, 18	5	$12 + N_{ст}$	5	40
9, 19	8	$21 + N_{ст}$	4	48
10, 20	5	$4 + N_{ст}$	3	72

Этап 3. Синтез нерекурсивного фильтра методом минимизации средне-квадратической ошибки воспроизведения АЧХ

5.3.5. С помощью функции «remez» синтезируйте два равновольтных КИХ-фильтра для параметров, представленных в табл. 5.2 и 5.3. Для фильтра с параметрами из табл. 5.3 также произведите синтез с помощью среды FDATool (см. образец на рис. 5.8). В каждом из случаев определите порядок фильтра, минимально необходимый для обеспечения требований «технического задания». Сравните результативность использования для синтеза фильтра функции «remez» и среды FDATool. Зафиксируйте в отчете АЧХ и ФЧХ синтезированных фильтров, на основе сопоставления характеристик дайте рекомендации по практическому применению этих фильтров.

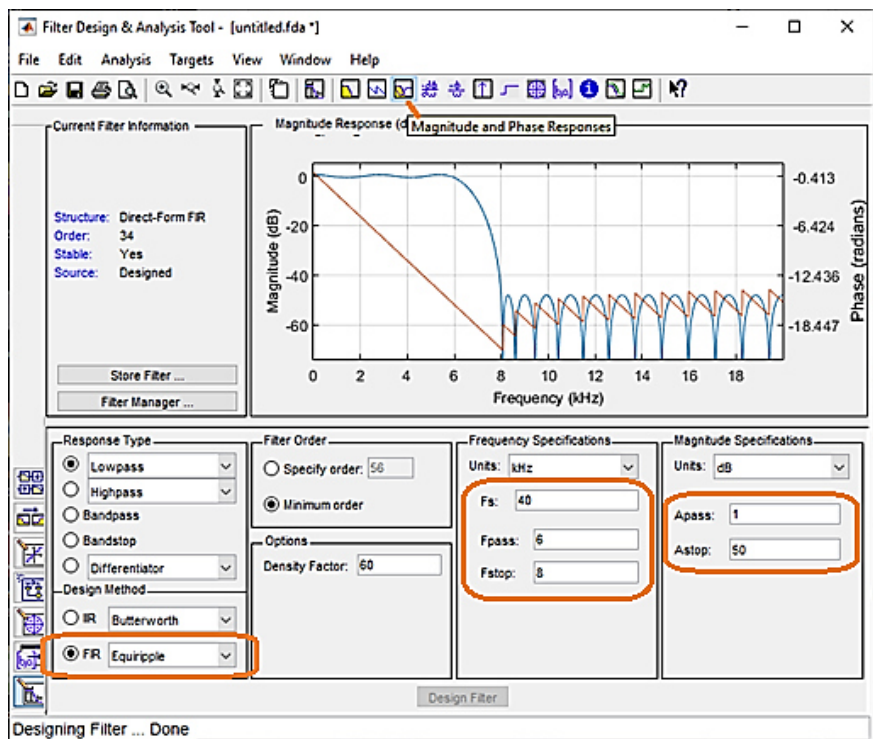


Рис. 5.8. Пример использования FDATool для синтеза равноволновых фильтров

Таблица 5.3

Номер в группе $N_{ст}$	Частота дискретизации F , кГц	Частота среза ФНЧ, кГц	Граница полосы подавл., кГц	Затухание в полосе проп. A_{pass} , дБ	Затухание в полосе подавл. A_{stop} , дБ
1, 11	$27 + N_{ст}$	5	5,8	3	65
2, 12	$36 + N_{ст}$	5,6	7	1	65
3, 13	$25 + N_{ст}$	7	8	2	70
4, 14	$24 + N_{ст}$	8,6	10	1	80
5, 15	$23 + N_{ст}$	9	10	2	60

6, 16	$32 + N_{\text{ст}}$	10	12	0,5	60
7, 17	$23 + N_{\text{ст}}$	9	10	1	60
8, 18	$12 + N_{\text{ст}}$	8	9	0,5	60
9, 19	$21 + N_{\text{ст}}$	7	7,8	2	50
10, 20	$4 + N_{\text{ст}}$	4	5	0,5	70

5.4. Контрольные вопросы для защиты работы

1. Что является целью и результатом синтеза нерекурсивного цифрового фильтра? рекурсивного цифрового фильтра?

2. Изложите методику синтеза нерекурсивного цифрового фильтра методом временного окна? На основании каких исходных данных выполняется расчёт импульсной характеристики нерекурсивного фильтра при синтезе методом временного окна? От чего зависит порядок (длина импульсной характеристики) синтезируемого фильтра?

3. Изложите методику синтеза нерекурсивного цифрового фильтра методом частотной выборки? Какие исходные данные необходимы для синтеза нерекурсивного цифрового фильтра методом частотной выборки и как они используются в процессе синтеза? Как зависит порядок фильтра от требований, предъявляемых к его АЧХ?

4. В чём заключается процедура сглаживания частотной характеристики нерекурсивного цифрового фильтра при его синтезе методом частотной выборки? Какова её технология?

5. Для чего и как осуществляется дискретизация комплексной частотной характеристики фильтра-прототипа при синтезе цифрового фильтра методом частотной выборки? Что представляет собой обратное ДПФ дискретной частотной характеристики? Что есть ДПФ импульсной характеристики нерекурсивного цифрового фильтра?

6. Чем определяется число точек и шаг дискретизации комплексной частотной характеристики при синтезе нерекурсивного цифрового фильтра методом частотной выборки?

7. В чём проявляется, на Ваш взгляд, сходство процедур синтеза нерекурсивного цифрового фильтра методами временного окна и частотной выборки? Какой вид характерен для ФЧХ нерекурсивного цифрового фильтра, синтезированного методом временного окна? частотной выборки?

8. Какие прямые методы синтеза КИХ-фильтров Вам известны? Каковы различия в критериях оптимизации, обеспечиваемых этими функциями?

6. Проектирование рекурсивных дискретных фильтров

При подготовке к работе ознакомиться с теоретическими основами синтеза фильтров по учебным пособиям [1, с. 249-255, 281-287; 3, с. 313-316, 328-339, 362-372].

6.1. Теоретические основы

6.1.1. Классификация методов проектирования дискретных фильтров уже обсуждалась ранее в п. 5.1.1, 5.1.2. В настоящей работе будут анализироваться лишь методы синтеза, предполагающие получения рекурсивных фильтров (т.е. фильтров с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ) или $PIR = \text{infinite impulse response}$).

6.1.2. К функциям прямого синтеза рекурсивных фильтров относятся, в частности, функции «yulewalk» и «invfreqz».

Функция «invfreqz» является обратной по отношению к функции «freqz» и позволяет получить коэффициенты полиномов числителя и знаменателя функции передачи рекурсивного дискретного фильтра по значениям его комплексного коэффициента передачи (т.е. в отличие от многих других эта функция позволяет использовать в качестве «эталона» не АЧХ, а комплексную частотную характеристику (АЧХ+ФЧХ). Особенности функции «invfreqz» можно изучить, например, по пособию [3, с. 337]. Учтем, однако, что определение входных требований в виде массивов данных, задающих коэффициент передачи фильтра на подробной сетке частот, заполняющей весь диапазон, не слишком удобно: при «густой» сетке частот требуется длительная настройка весовых параметров вызова «invfreqz», а при разреженной сетке АЧХ фильтра в промежутках между контрольными точками может принимать значения далекие от практически пригодных.

6.1.3. Функция yulewalk предназначена для синтеза рекурсивных фильтров по заданной кусочно-линейной АЧХ. Синтаксис вызова функции следующий:

```
[b, a] = yulewalk(n, f, m)
```

Здесь n – порядок рассчитываемого фильтра (возвращаемые векторы b и a будут иметь длину $(n + 1)$). Вектора f и m должны иметь одинаковую длину и совместно определять желаемую АЧХ синтезируемого фильтра. Частоты в векторе f должны быть нормированными к частоте Найквиста и образовывать неубывающую последовательность (дублирование частотных значений формально позволяет задавать скачкообразное изменение АЧХ, однако задавать такие скачки не рекомендуется). Кроме того, должны выполняться равенства $f(1) = 0$ и $f(\text{end}) = 1$.

6.1.4. Метод инвариантной импульсной характеристики предполагает дискретизацию импульсной характеристики аналогового прототипа. Частотная характеристика получающегося дискретного фильтра, соответственно, представляет собой периодически повторяющуюся частотную характеристику аналогового прототипа. По этой причине данный метод непригоден для синтеза фильтров верхних частот (ФВЧ) и вообще фильтров, коэффициент передачи которых не стремится к нулю с ростом частоты.

Метод инвариантной импульсной характеристики реализован в пакете Signal Processing с помощью функции «`impinvar`». Синтаксис вызова функции следующий:

```
[bz, az] =impinvar( b, a, Fs, tol );
```

Входные параметры b и a – коэффициенты числителя и знаменателя функции передачи аналогового прототипа, F_s – частота дискретизации (по умолчанию ее значение равно 1 Гц).

Параметр tol задает относительный порог обнаружения кратных полюсов. Два близко расположенных полюса считаются совпадающими, если расстояние между ними, деленное на больший из их модулей, меньше tol .

Выходные параметры bz и az – коэффициенты числителя и знаменателя функции передачи для синтезированного дискретного фильтра.

6.1.5. Метод билинейного z -преобразования подразумевает использование аналогового фильтра-прототипа, амплитудно-частотная характеристика которого подвергается сжатию вдоль оси частот. При этом частотный диапазон аналогового фильтра (от нуля до бесконечности) преобразуется к рабочему диапазону частот дискретного фильтра (от нуля до половины частоты дискретизации). Данный метод реализуется с помощью функции `bilinear` для произвольного аналогового прототипа. Кроме того, для расчета фильтров нижних частот (ФНЧ), ФВЧ, полосовых и режекторных фильтров методом билинейного z -преобразования имеются следующие (уже использовавшиеся ранее в л/р №6, но при специализированном наборе входных параметров) готовые функции:

`butter(n, w0, type)` – расчет фильтров Баттерворта;

`cheby1(n, Rp, w0, type)` – расчет фильтров Чебышева первого рода;

`cheby2(n, Rs, w0, type)` – расчет фильтров Чебышева второго рода;

`ellip(n, Rp, Rs, w0, type)` – расчет эллиптических фильтров (фильтров Золотарева -Кауэра).

Здесь n – порядок рассчитываемого фильтра, w_0 – частота среза (нормированная относительно $F_s \cdot 2$), R_p – уровень пульсаций АЧХ в полосе пропускания (дБ), R_s – уровень пульсаций АЧХ в полосе задерживания (дБ), $type$ – параметр, определяющий тип фильтра. Для ФНЧ параметр

type отсутствует, для ФВЧ type = 'high'. В случаях полосового и режекторного фильтров - w0 – двухэлементный вектор частот среза. Для полосового фильтра параметр type отсутствует, для режекторного type = 'stop'.

Имеются также функции определения требуемого порядка этих фильтров по заданным параметрам АЧХ (граничным частотам полос пропускания и задерживания, а также допустимым пульсациям в этих полосах). Это соответственно функции buttord, cheb1ord, cheb2ord, ellipord.

6.2. Рекомендации по подготовке к лабораторным исследованиям

6.2.1. Для иллюстрации представленных выше методов осуществим синтез полосно-пропускающего БИХ-фильтра, с границами полосы пропускания 0,2...0,4 от частоты Найквиста, обеспечивающего в полосе пропускания неравномерность частотной характеристики не более 2 дБ, а в полосе подавления (с границами 0,17 и 0,43 от частоты Найквиста) затухание не менее 28 дБ.

При формировании задания на синтез фильтра следует учесть следующий ряд нюансов:

1) Допустимые отклонения АЧХ от 1,0 в полосе пропускания фильтра задаются обычно как $(1-\delta_1) \dots (1+\delta_1)$, с последующим представлением величины δ_1 в логарифмическом масштабе (в децибелах). Это означает, однако, что задаваемые выше параметры R_p задают примерно половину реальной неравномерности итоговой АЧХ фильтра. А это, в свою очередь означает, что для обеспечения итоговой неравномерности АЧХ в 2 дБ при синтезе целесообразно использовать $R_p \leq 0,5 \cdot 2 = 1$ дБ. Далее условимся использовать $R_p \approx 0,9$ дБ.

2) При анализе дискретных фильтров, как правило, используется нормировка реальных частот к частоте Найквиста, которая составляет половину частоты дискретизации. Тогда, для минимизации корректировок разумно «по умолчанию» полагать частоту дискретизации равной $F = 2$ Гц, а интервал дискретизации $T = 0,5$ с.

3) При синтезе аналоговых фильтров-прототипов границы полос пропускания и задержания выражаются круговыми частотами в радианах в секунду (см., в частности, примеры в п. 6.2.3). При использовании билинейного Z -преобразования переход к подобным частотам происходит «автоматически» при использовании формулы (6.3) из [3, с. 315]

$$\omega_{0a} = \frac{2}{T} \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\omega_{0d} \cdot T}{2} \right) = \frac{2}{0,5} \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{2\pi f_{0_норм} \cdot 0,5}{2} \right) = 4 \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi f_{0_норм}}{2} \right) \quad (6.1)$$

В то же время при синтезе аналогового фильтра-прототипа необходимо в явной форме преобразовывать нормированные частоты (по сути выражаемые в долях 1 Гц) в круговые частоты в радианах в секунду (см. примечание далее в М-коде).

6.2.2. В качестве основы для сопоставления различных подходов к синтезу фильтров можно использовать приведенный ниже немного упрощенный и сокращенный М-код:

```

Rp = 0.9;           % половина неравномерности АЧХ
Rs = 28;           % порядок фильтра
% рассчитаем деформацию частот согласно (6.1):
Wp = 4 .* tan( pi .* [0.2 0.4] ./ 2 );
Ws = 4 .* tan( pi .* [0.17 0.43] ./ 2 );
[n1, Wod] = cheb1ord( Wp, Ws, Rp, Rs, 's' );
% для полосового фильтра n1 – это 1/2 порядка фильтра
[b1, a1] = cheby1( n1, Rp, Wod, 's' );
% сформировали аналоговый фильтр-прототип Чебышева 1
[bz1,az1] = bilinear( b1,a1,2 );
% формирование полиномов числителя и знаменателя`
% системной функции дискретного фильтра при F = 2 Гц.

[n2, Wod] = cheb1ord( [0.2 0.4], [0.17 0.43], Rp, Rs );
% определили 1/2 порядка фильтра Чебышева 1 типа
[bz2, az2] = cheby1(n2, Rp, Wod, 'bandpass');
% сформировали полиномы числителя и знаменателя H(z)
[h2, w2] = freqz(bz2, az2);
dh2 = 20*log( abs(h2) );  ph2 = grpdelay(bz2, az2);
% определили АЧХ и групповую задержку для фильтра
[n3, Wod] = cheb2ord( [0.2 0.4], [0.17 0.43], Rp, Rs );
% определили 1/2 порядка фильтра Чебышева 2 типа
[bz3, az3] = cheby2(n3,Rs, Wod, 'bandpass');
% сформировали полиномы числителя и знаменателя H(z)

[n4, Wod] = buttord( [0.2 0.4], [0.17 0.43], Rp, Rs );
% определили 1/2 порядка фильтра Чебышева 1 типа
[bz4, az4] = butter(n4, Wod, 'bandpass');

n5 = 16;   % задали фиксированный порядок фильтра для`
aa = 10.0 .^ ( -0.05 .* ( 1:60 ) );           % функции «yulewalk»
f = [ 0 0.15 0.175 0.2 0.21 0.22 0.38 0.39 0.4 0.44 0.47 1 ];
m = [ 0 0 aa(30) 1 0.98 1 1 0.96 1 aa(30) 0 0 ];

```

```

% определили требования к АЧХ синтезируемого фильтра
[b5, a5] = yulewalk( n5, f, m );
% сформировали полиномы числителя и знаменателя H(z)
[h5, w5] = freqz( b5, a5 );
dh5 = 20*log( abs(h5) ); ph5 = grpdelay(b5, a5);
% определили АЧХ и групповую задержку для фильтра

[n6, Wod] = cheb1ord( [0.2 0.4], [0.17 0.43], Rp, Rs, 's' );
[b6, a6] = cheby1( 4, Rp, (2*pi) .* Wod, 's' );
% сформировали аналоговый фильтр-прототип Чебышева 1
% по контр.частотам пересчитанным к радианам в секунду
[bz6, az6] =impinvar(b6, a6, 2);
% сформировали полиномы числителя и знаменателя H(z)
% применительно к частоте дискретизации F = 2 Гц

```

Примечания:

1) часть операций по расчету и отображению характеристик синтезированного фильтра следует добавить к приведенному коду самостоятельно;

2) функции «...ord» для фильтров ФНЧ формируют реальный порядок, а для полосовых и режекторных – вдвое меньшее значение, но оно согласовано с функциями «cheby1», «cheby2»... и какого-либо пересчета не требует.

6.2.3. Результаты выполнения М-кода из п. 6.2.2 представлены на рис. 6.1, 6.2.

Полученные результаты свидетельствуют:

1) хотя это и не отражено на самих рис. 6.1, 6.2 попытка получить относительно высокоизбирательный фильтр Баттерворта требует заметно более высокого порядка фильтра, чем для фильтров Чебышева. Прямой синтез фильтров высокого порядка через полиномы «b, a» числителя и знаменателя системной функции может демонстрировать нестабильность характеристик (см. линии черного цвета). Для преодоления указанных проблем можно использовать иные формы функций синтеза, ориентированные на определение полюсов и нулей фильтра на комплексной плоскости с последующим преобразованием структуры фильтра к последовательности звеньев

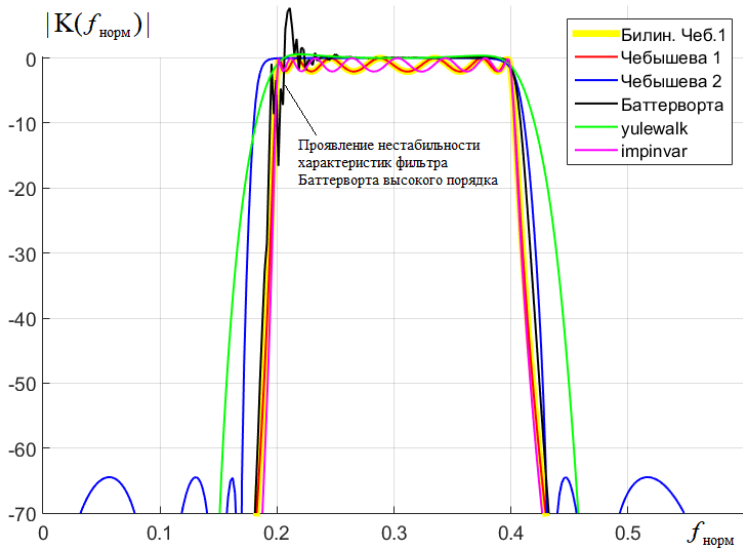


Рис. 6.1. АЧХ синтезированных фильтров

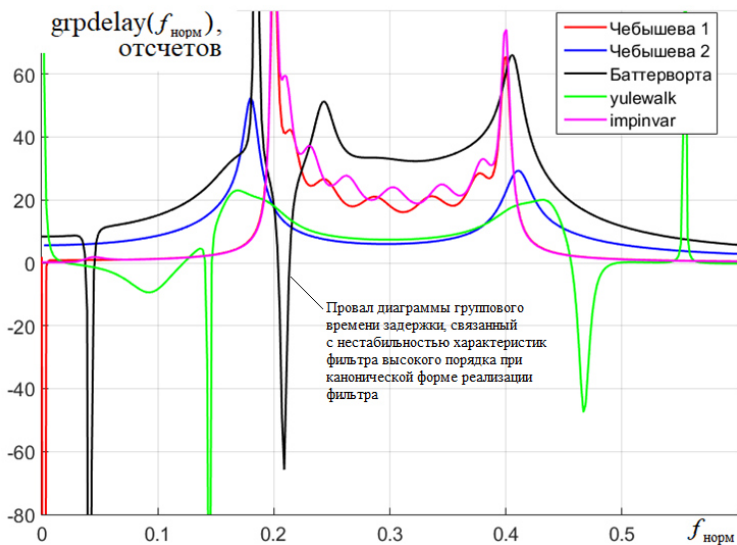


Рис. 6.2. Групповая задержка для синтезированных фильтров

низкого порядка (типа «zp2sos()»). Для исследования свойств фильтров, представленных подобными структурами можно использовать средство «fvtool». Более подробные сведения на этот счет можно найти в документации MATLAB.

2) все фильтры имеют нелинейную фазо-частотную характеристику, из-за которой групповое время задержки составляющих сигналов на разных частотах оказывается различным.

3) фильтр, синтезированный с помощью «yulewalk» при достаточно высоком порядке обладает низкой избирательностью (см. линии зелёного цвета), что означает опасность проникновения в полосу пропускания близко расположенных по частоте помех. При этом, однако, групповое время задержки оказывается относительно стабильным, что позволяет рассчитывать на низкие линейные искажения полезных сигналов.

4) характеристики дискретного фильтра Чебышева типа 1 (линии красного цвета) совпадают с характеристиками фильтра, полученного методом билинейного преобразования из аналогового фильтра-прототипа того же типа (линии желтого цвета), что подтверждает тот (упоминаемый в документации) факт, что функции «cheby1», «cheby2» и им аналогичные для цифровых и дискретных фильтров базируются на билинейном Z-преобразовании.

5) фильтр Чебышева второго типа (линии синего цвета) определяющий близкую к линейной АЧХ в полосе пропускания одновременно обеспечивает наиболее стабильное групповое время задержки, а значит наименьшие фазовые искажения полезных сигналов. В полосе подавления избирательные свойства этого фильтра уступают «конкурентам», однако для многих практических ситуаций являются вполне достаточными.

6) фильтры Чебышева первого типа и иные, родственные ему и потому имеющие равноволновой характер АЧХ в полосе пропускания, гарантируют наилучшую частотную избирательность, однако пульсации АЧХ сопровождаются и пульсациями группового времени задержки, а потому полезные сигналы, обладающие относительно широким, «богатым» спектром на выходе подобных фильтров будут сильнее поражаться фазовыми искажениями.

6.3. Выполнение лабораторных исследований

Этап 1. Синтез дискретных фильтров методом инвариантной импульсной характеристики

6.3.1. Сформируйте, протестируйте и внесите в отчет М-код для синтеза методом инвариантной импульсной характеристики низкоча-

стотного БИХ-фильтра с параметрами, представленными в табл. 6.1, при использовании в качестве прототипа фильтра Чебышева первого типа.

6.3.2. Схематично отобразите в отчёте структурную схему фильтра. Зафиксируйте в отчёт требуемый порядок фильтра и обеспечиваемые фильтром АЧХ, ФЧХ и групповое время задержки.

Таблица 6.1

Номер в группе $N_{ст}$	Частота дискретизации F , кГц	Частота среза ФНЧ, кГц	Граница полосы подавл., кГц	Затухание в полосе проп. A_{pass} , дБ	Затухание в полосе подавл. A_{stop} , дБ
1, 11	$27 + N_{ст}$	4,8	6	3	50
2, 12	$36 + N_{ст}$	5	7	1	60
3, 13	$25 + N_{ст}$	6	8	2	60
4, 14	$24 + N_{ст}$	8	10	1	60
5, 15	$23 + N_{ст}$	9	11	3	50
6, 16	$32 + N_{ст}$	10	12	0,5	40
7, 17	$23 + N_{ст}$	9	12	1	60
8, 18	$12 + N_{ст}$	7	9	0,5	50
9, 19	$21 + N_{ст}$	4	6,4	0,5	50
10, 20	$4 + N_{ст}$	3,6	4	0,5	40

Этап 2. Синтез дискретных фильтров методом билинейного z-преобразования

6.3.3. Оцените, для какого фильтра-прототипа можно рассчитывать на получение методом билинейного z-преобразования дискретного фильтра наименьшего порядка, если этот фильтр должен удовлетворять параметрам, представленным в табл. 6.2. Для всех вариантов затухание в полосе подавления должно составлять не менее 50 дБ.

6.3.4. Зафиксируйте в отчёте требуемый порядок фильтра, а также обеспечиваемые фильтром АЧХ, ФЧХ и групповое время задержки.

Таблица 6.2

Номер в группе $N_{ст}$	Частота дискр. F, кГц	Тип фильтра	Частота(ы) среза, кГц	Граница(ы) подавл., кГц	Затухание A_{pass} , дБ
1, 11	$27 + N_{ст}$	полос.	[4 12]	[2,5 14]	3
2, 12	$36 + N_{ст}$	режект.	[2,5 14,4]	[4 12]	2
3, 13	$25 + N_{ст}$	ФВЧ	10	11,2	1
4, 14	$24 + N_{ст}$	ФНЧ	9,6	10	3
5, 15	$23 + N_{ст}$	полос.	[4 11]	[2,5 13,6]	2
6, 16	$32 + N_{ст}$	режект.	[2 16]	[4 12]	1
7, 17	$23 + N_{ст}$	ФВЧ	5	4	3
8, 18	$12 + N_{ст}$	ФНЧ	3,6	4	2
9, 19	$21 + N_{ст}$	полос.	[5 11]	[3 13,5]	1
10, 20	$4 + N_{ст}$	ФНЧ	4,4	5	1

Этап 3. Синтез рекурсивного фильтра методом минимизации среднеквадратической ошибки воспроизведения АЧХ

6.3.5. С помощью функций определения необходимого порядка фильтра «*buttord*», «*cheb1ord*», «*cheb2ord*» оцените какой тип фильтра (Баттерворта или Чебышева) позволит синтезировать устройство минимального порядка, удовлетворяющее параметрам, представленным в табл. 6.3. Определите порядок фильтра n_2 при условии, что затухание в полосе подавления должно составлять не менее 60 дБ.

6.3.6. Создайте М-код для синтеза фильтра того же порядка (n_2) с помощью функции «*yulewalk*».

6.3.7. Зафиксируйте АЧХ, ФЧХ и групповое время задержки как для фильтра, выбранного при выполнении п. 6.3.5, так и для фильтра, полученного с помощью функции «*yulewalk*». Сравните эти фильтры с позиций качества фильтрации смежных по частоте сигналов и искажающего влияния АЧХ и ФЧХ фильтра на полезные сигналы, подлежащие передаче на выход фильтра. Зафиксируйте Ваши выводы в отчете.

6.3.8. Проверьте работу одного из фильтров с помощью моделирования процесса прохождения через фильтр гармонического сигнала по аналогии с п. 2.2.5. Занесите в отчет М-код процедуры проверки и выводы о её результатах.

Таблица 6.3

Номер в группе $N_{ст}$	Частота дискр. F, кГц	Тип фильтра	Частота(ы) среза, кГц	Граница(ы) подавл., кГц	Затухание A_{pass} , дБ
1, 11	$29 + N_{ст}$	ФВЧ	10	11	1
2, 12	$28 + N_{ст}$	ФНЧ	9	10	3
3, 13	$27 + N_{ст}$	полос.	[2,5 11]	[2 12,5]	2
4, 14	$36 + N_{ст}$	режект.	[1 13]	[3 9]	1
5, 15	$35 + N_{ст}$	ФВЧ	4,8	4,4	3
6, 16	$34 + N_{ст}$	ФНЧ	12,3	13	2
7, 17	$23 + N_{ст}$	полос.	[4 8]	[3 11]	1
8, 18	$22 + N_{ст}$	режект.	[1,4 12,4]	[2,2 10,4]	3
9, 19	$31 + N_{ст}$	ФВЧ	14	13,2	2
10, 20	$28 + N_{ст}$	режект.	[1 13]	[2,2 9,8]	2

6.4. Контрольные вопросы для защиты работы

1. Что является целью и результатом синтеза нерекурсивного дискретного фильтра? рекурсивного дискретного фильтра? В какую форму облечены результаты синтеза нерекурсивного и рекурсивного дискретных фильтров?

2. Может ли рекурсивный дискретный фильтр оказаться неустойчивым? Как определить (предсказать, проверить) устойчивость рекурсивного дискретного фильтра?

3. Можно ли синтезировать рекурсивный дискретный фильтр (БИХ-фильтр) с линейной ФЧХ? Если «да», то какими методами? Если «нет», то почему?

4. Как выглядит системная функция и разностное уравнение БИХ-фильтра?

5. Изложите методику синтеза рекурсивного цифрового фильтра методом инвариантной импульсной характеристики (стандартного z-преобразования). Каковы ограничения этого метода синтеза на практике?

6. Изложите методику синтеза рекурсивного цифрового фильтра методом инвариантной частотной характеристики (билинейного z-преобразования). Каковы преимущества и недостатки этого метода синтеза по сравнению с другими?

7. Синтез цифрового ФНЧ выполняется по аналоговому прототипу методом билинейного z-преобразования. На каких частотах АЧХ цифрового фильтра и аналогового прототипа будут в наибольшей степени совпадать? отличаться? С чем связано подобное явление?

8. Сохраняется ли форма импульсной и фазочастотной характеристик аналогового фильтра-прототипа при синтезе цифрового методом билинейного z-преобразования?

9. В чем состоят достоинства и недостатки прямых методов синтеза рекурсивных фильтров, определяемых в MATLAB функциями «yulewalk» и «invfreqz»?

7. Децимация сигналов

При подготовке к работе ознакомьтесь с теоретическими основами передискретизации по учебным пособиям [1, с. 406-409; 3, с. 313-316, 328-339, 362-372].

7.1. Теоретические основы

7.1.1. Многие современные цифровые системы и устройства в качестве первичных данных используют выборки широкополосных случайных процессов (СП), содержащие либо целые наборы представляющих интерес узкополосных радиоизлучений, либо содержащие целевой сигнал с исходно неизвестным размещением на оси частот (совместно с многочисленными мешающими радиоизлучениями). Обработка отдельных узкополосных сигналов подразумевает при этом, как минимум, их частотную фильтрацию. Но если занимаемая целевым сигналом полоса частот составляет лишь малую долю от исходного широкополосного СП, то представление и обработка целевого сигнала на исходной высокой частоте дискретизации будет связана с явной избыточностью, а эффективность ЦОС можно существенно повысить за счет снижения частоты дискретизации. Соответствующую процедуру называют децимацией.

Иногда требования к конечной (пониженной) частоте дискретизации определяются какими-то внешними факторами и тогда соотношение между старой $F_{s \text{ old}}$ и новой $F_{s \text{ new}}$ частотами дискретизации может быть произвольным (в том числе дробным). Реализовать такой, отличающийся от целочисленного коэффициент децимации

$$D = \frac{F_{s \text{ old}}}{F_{s \text{ new}}} \quad (7.1)$$

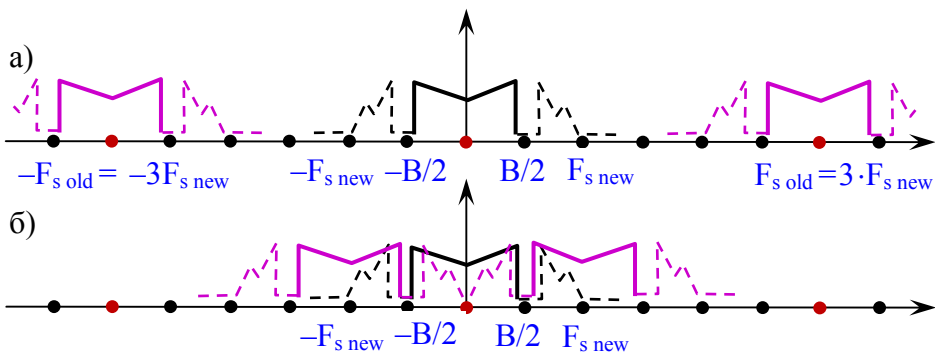


Рис. 7.2. Опасность процедуры прореживания с позиций анализа спектров сигналов: (а) до прореживания, (б) после прореживания

которые располагаются на смежных частотах и показаны пунктирными линиями. Малая ширина спектра целевого сигнала позволяет в анализируемом случае использовать для его представления частоту $F_{s\ new} = F_{s\ old} / 3$. Однако, если применить процедуру прореживания отсчетов непосредственно к выборке исходного широкополосного СП, то понижение в 3 раза частоты дискретизации приведет к «уплотнению» копий спектра на оси частот, в результате чего спектры копий соседствующих с целевым радиозлучением сместятся по частоте и проникнут внутрь полосы частот $[-B/2; B/2]$, искажая целевой радиосигнал. Избежать этого можно лишь за счет предварительной частотной фильтрации исходной широкополосной выборки, так чтобы на момент прореживания в её спектре уже не оказалось опасных (с позиции будущего уплотнения) спектральных составляющих.

Корректный вариант спектрального преобразования СП показан на рис. 7.3. Производимая по прореживанию отсчетов низкочастотная фильтрация (АЧХ фильтра показана на рис. 7.3 оранжевой линией) удаляет из спектра составляющие на частотах выше $B/2$, поэтому при выполнении условия $F_{s\ new} > B$, после перехода к использованию частоты дискретизации $F_{s\ new}$ искажений спектра целевого сигнала не возникает.

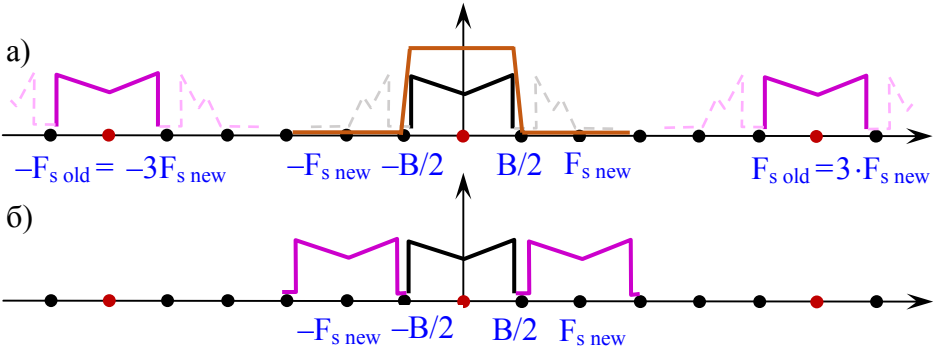


Рис. 7.3. Результат децимации, предполагающей частотную фильтрацию исходной выборки с последующим прореживанием отсчетов:
 (а) до прореживания, (б) после прореживания

7.1.3. Отметим, что в ситуациях, когда ширина спектра целевого сигнала $B \ll F_{s_new}$ есть шанс осуществить децимацию с не слишком значительным расходом аппаратных ресурсов. Если же (подобно показанному на рис. 7.3) спектр целевого сигнала заполняет полосу $[-F_{s_new}/2; F_{s_new}/2]$ практически полностью, то для предварительной низкочастотной фильтрации потребуется фильтр очень высокого порядка; в подобных случаях целесообразно вместо одноэтапной процедуры использовать двухэтапную или многоэтапную децимацию.

Действительно, предваряющая прореживание фильтрация осуществляется на «старой» (исходной) частоте дискретизации F_{s_old} , а в монографии Р. Лайонса [6, формула (10-3)] указывается, что порядок фильтра L , требуемый для более-менее качественной фильтрации, определяется соотношением между F_{s_old} и шириной полосы расфильтровки Δf (рис. 7.4)

$$L \approx \frac{k \cdot F_{s_old}}{\Delta f}, \quad (7.2)$$

где $k = 2 \dots 3$ – поправочный коэффициент, определяемый требуемым качеством фильтрации.

Предположим, что необходимый коэффициент децимации равен $D = 32$, а полоса расфильтровки Δf составляет (рис. 7.4) $\Delta f = 0,1 \cdot F_{s_new}$. Сопоставим требования к порядку фильтра при непосредственной (одноэтапной) децимации, с требованиями, соответствующими разным вариантам двухэтапной процедуры.

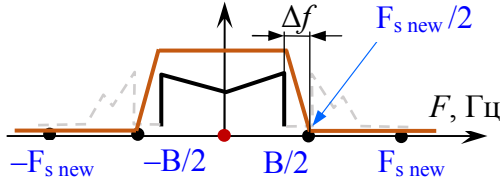


Рис. 7.4. Определение полосы расфилтровки

Поскольку в анализируемой ситуации исходная частота дискретизации в 32 раза больше целевой, то для полосы расфилтровки получаем $\Delta f = 0,1 \cdot F_{s \text{ old}}/32$, а значит требуемый при одноэтапной децимации порядок фильтра составит

$$L \approx \frac{k \cdot F_{s \text{ old}}}{\Delta f} = \frac{k \cdot 320 \Delta f}{\Delta f} = k \cdot 320,$$

т.е. не менее 640, что весьма затратно.

Рассмотрим альтернативную двухэтапную процедуру, при которой сначала формируется сигнал с частотой дискретизации $F_{s \text{ mid}} = F_{s \text{ old}}/16$, а затем с $F_{s \text{ new}} = F_{s \text{ mid}}/2$. Принципиально важно, что на первом этапе допустимо пропускать на выход фильтра частоты вплоть до частоты $F_{s \text{ new}} = F_{s \text{ mid}}/2$, причем полоса частот от $B/2$ до $F_{s \text{ new}}$ может обрабатываться с произвольным коэффициентом передачи (т.е. является полосой расфилтровки первого этапа!), т.к. на втором этапе составляющие из этой полосы будут «дофилтровываться». Требования к фильтрам на каждом из этапов показаны на рис. 7.5.

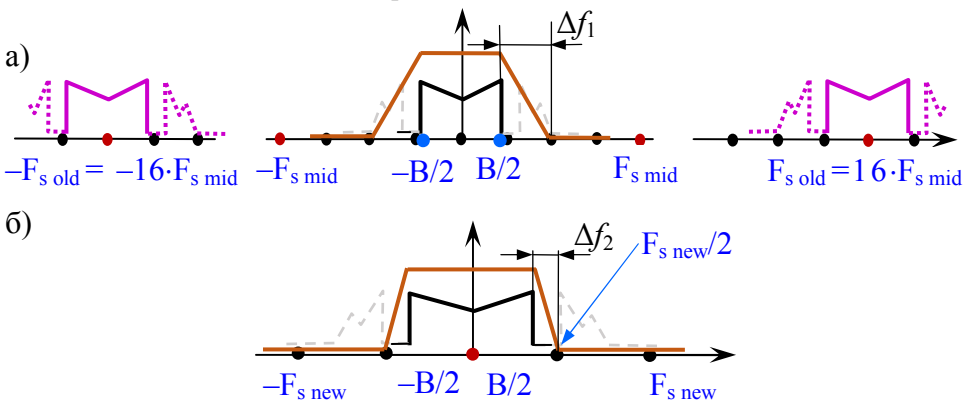


Рис. 7.5. Разница в полосах расфилтровки для разных этапов обработки при двухэтапной децимации ($D_1 = 16, D_2 = 2$)

Итак, $\Delta f_1 = (0,1+0,5) \cdot F_{s_new} = 0,6 \cdot F_{s_old}/32$, а потому порядок фильтра, требующегося на первом этапе, составит

$$L_1 \approx \frac{k \cdot 32 \Delta f}{0,6 \cdot \Delta f} \approx k \cdot 53,$$

т.е. ориентировочно от 106 до 160, а на втором этапе $\Delta f_2 = 0,1 \cdot F_{s_new}$, однако фильтрация будет производиться на частоте $F_{s_mid} = 2 \cdot F_{s_new}$, а потому для порядка фильтра имеем

$$L_2 \approx \frac{k \cdot F_{s_old}}{\Delta f} = \frac{k \cdot 2 \cdot F_{s_new}}{0,1 \cdot F_{s_new}} = k \cdot 20, \quad \text{т.е. от 40 до 60.}$$

Суммарный порядок составляет лишь от 146 до 220!

Наконец, при выборе $F_{s_mid} = 4 \cdot F_{s_new} = F_{s_old}/8$ получим

$$\Delta f_1 = (0,1+1) \cdot F_{s_new} = 1,1 \cdot F_{s_new},$$

$$L_1 \approx \frac{k \cdot F_{s_old}}{\Delta f} = \frac{k \cdot 32 \cdot F_{s_new}}{1,1 \cdot F_{s_new}} \approx k \cdot 29, \quad \text{т.е. от 58 до 87.}$$

$$L_2 \approx \frac{k \cdot F_{s_old}}{\Delta f} = \frac{k \cdot 4 \cdot F_{s_new}}{0,1 \cdot F_{s_new}} = k \cdot 40, \quad \text{т.е. от 80 до 120.}$$

Последний вариант позволяет дополнительно упростить фильтр первого этапа децимации, однако предъявляет несколько **большие** требования к фильтру на втором этапе, из-за чего суммарный порядок фильтра при $D_1 = 8$, $D_2 = 4$ оказывается практически таким же, как и в случае $D_1 = 16$, $D_2 = 2$.

Итак, переход от одноэтапной децимации к двухэтапной позволяет примерно в 4 раза сократить требуемые аппаратные ресурсы за счёт того, что на первом этапе допустимо использовать широкую полосу расфильтрации, а на втором малая Δf сочетается с заметно сниженной промежуточной частотой F_{s_mid} .

7.2. Рекомендации по подготовке к лабораторным исследованиям

7.2.1. Неосуждавшимся выше нюансом являются линейные искажения первичного сигнала при фильтрации. Избежать полностью амплитудных искажений спектральных составляющих полезного сигнала вряд ли возможно, поэтому при проектировании фильтров, предваряющих прореживание отсчетов сигналов, приходится задаваться реальной

неравномерностью АЧХ фильтра (скажем, из диапазона 0,5...3 дБ) и подавлением сигналов в полосе задержания не менее 40 дБ.

Что же касается фаз сигналов, то полезно отметить, что для БИХ-фильтров характерно наличие фазовых искажений, а вот КИХ-фильтры с симметричными импульсными характеристиками обладают строго линейными ФЧХ, а потому лишь задерживают сигналы при фильтрации без привнесения фазовых искажений. Таким образом, для реализации фильтрации, предваряющей прореживание отсчетов, рекомендуется использовать КИХ-фильтры, методы синтеза которых прорабатывались в работе №5.

7.2.2. Разберём подробнее способ задания требований к фильтрам, предваряющим прореживание отсчетов. Удобной утилитой для синтеза фильтров является «fdatool», обсуждавшаяся в п. 5.2.1. Требования к фильтру в этой утилите можно задавать как в герцах, так и в виде безразмерных величин, нормированных к частоте Найквиста (т.е. к половине частоты дискретизации). Пусть для реализации выбрана «схема» $D_1 = 8$, $D_2 = 4$. Тогда на этапе 1 при исходной частоте дискретизации $F_{s_old} = 8 \cdot F_{s_mid}$ границей полосы пропускания (см. рис. 7.5) является частота $B/2 \approx F_{s_new}/2 = F_{s_old}/64$, а полосы задержания – частота $F_{s_mid}/2$. Переходя к нормированным значениям, получаем

$$w_{pass\ 1} = \frac{B}{2} : \frac{F_{s_old}}{2} = \frac{F_{s_old} / 64}{F_{s_old} / 2} = \frac{1}{32} = 0,031$$

$$w_{stop\ 1} = \frac{F_{s_mid}}{2} : \frac{F_{s_old}}{2} = \frac{1}{8} = 0,125.$$

Аналогично

$$w_{pass\ 2} = \frac{B}{2} : \frac{F_{s_mid}}{2} = \frac{B}{F_{s_mid}} \leq \frac{1}{4}.$$

$$w_{stop\ 2} = \frac{F_{s_new}}{2} : \frac{F_{s_mid}}{2} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Коэффициенты фильтров будут приведены в М-коде ниже, а АЧХ фильтров показаны на рис. 7.6.

При выборе порядка фильтров выяснилось, что рекомендуемые в (7.2) значения коэффициента k обладают определенной избыточностью и использовано значение $k = 1,5$.

7.2.3. Для проверки успешности разработки дециматора можно рекомендовать тестовую процедуру, в ходе которой на вход дециматора будет подаваться многочастотный сигнал, с частотами составляющих как входящими в состав спектра сигнала, так и лежащими за его преде-

лами. После децимации допускаются незначительные искажения составляющих, входивших в спектр сигнала (причем внутри спектра не должно появляться каких-то новых составляющих), а вот для прочих частот допустимо лишь ослабление, либо их полное исчезновение из состава обработанного сигнала.

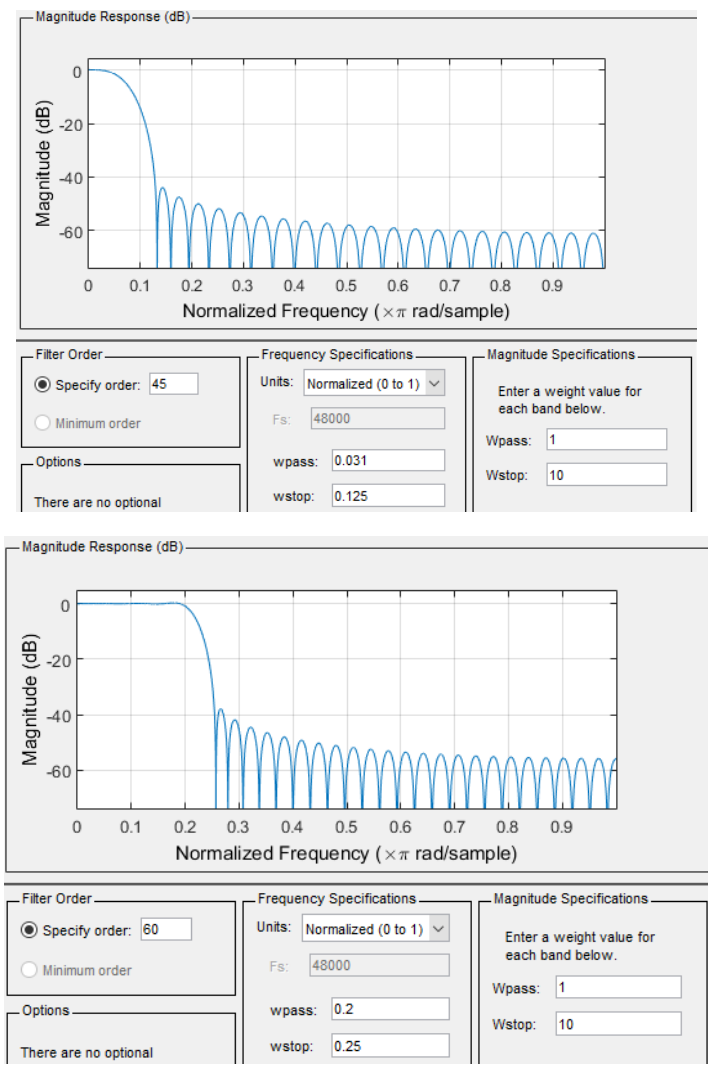


Рис. 7.6. АЧХ фильтров из образцового примера ($D_1 = 8, D_2 = 4$)

Отметим, что проанализированные выше случаи предполагают работу с IQ-выборками сигналов, когда составляющие полезных сигналов занимают диапазон частот от минус $B/2$ до плюс $B/2$, где B – полоса сигнала, а потому имеет смысл в контрольный набор включать частоты $0,4 \cdot B \dots 0,6 \cdot B$, из которых первые две должны сохраняться и после децимации, а последняя сохраняться не обязана. Возможный M-код проверки представлен ниже...

```

clc; clear variables; close all;
B_nrm = 0.8; % = B(Гц) / Fs_end(Гц)
N = 256; % Объем конечной выборки
D = 32; % Требуемый коэффициент децимации
D_arr = [ 8 4 ]; % Деление D по этапам
F_arr = B_nrm .* [ 0.4, 0.45, 0.5, 0.56, 0.62 ];
% Набор контрольных частот, нормированных к Fs_end

x = zeros(3, N*D ); % Первичный буфер
for i = 1:length(F_arr)
    x(1,:) = x(1,:)+exp( 2j*pi*F_arr(i)/D*(1:N*D));
end

start_sp = 20*log10( abs( fft( x(1,:)./(N*D) ) ) );
start_f_axis = (0 : N*D - 1) ./ (N*D);
plot( start_f_axis, start_sp, 'k', 'linewidth', 2
);
xlim( [ 0 0.2 ] ); grid on;

n_mid = N * D / D_arr(1);
a = 1; % универсальный массив для всех КИХ-
фильтров
b1 = [ -0.0013 -0.0021 -0.0031 -0.0041 -0.0050
...
-0.0056 -0.0057 -0.0051 -0.0037 -0.0014
...
0.0021 0.0068 0.0125 0.0193 0.0268
...
0.0349 0.0432 0.0513 0.0589 0.0654
...
0.0707 0.0744 0.0763 0.0763 0.0744
...
0.0707 0.0654 0.0589 0.0513 0.0432
...
0.0349 0.0268 0.0193 0.0125 0.0068
...
...

```

```

0.0021 -0.0014 -0.0037 -0.0051 -0.0057
...
-0.0056 -0.0050 -0.0041 -0.0031 -0.0021
...
-0.0013 ];
b2 = [ 0.0020 0.0022 0.0011 -0.0013 -0.0040
...
-0.0056 -0.0049 -0.0015 0.0036 0.0080
...
0.0095 0.0063 -0.0008 -0.0091 -0.0146
...
-0.0138 -0.0056 0.0075 0.0198 0.0247
...
0.0178 -0.0006 -0.0242 -0.0425 -0.0438
...
-0.0206 0.0273 0.0912 0.1559 0.2040
...
0.2217 0.2040 0.1559 0.0912 0.0273
...
-0.0206 -0.0438 -0.0425 -0.0242 -0.0006
...
0.0178 0.0247 0.0198 0.0075 -0.0056
...
-0.0138 -0.0146 -0.0091 -0.0008 0.0063
...
0.0095 0.0080 0.0036 -0.0015 -0.0049
...
-0.0056 -0.0040 -0.0013 0.0011 0.0022
...
0.0020 ];

x_flt = filter( b1, a, x(1,1:N*D) );
x_cnv = reshape( x_flt, D_arr(1), n_mid );
x(2,1:n_mid) = x_cnv( 1, : );
% выбрали прореженные в D_arr(1) раз отсчеты
x_flt = filter( b2, a, x(2,1:n_mid) );
x_cnv = reshape( x_flt, D_arr(2), N );
x(3,1:N) = x_cnv( 1, : );
% выбрали прореженные в D_arr(2) раз отсчеты

figure; grid on;
end_sp = 20*log10( abs( fft( x(3,1:N) ./ N ) ) );
end_f_axis = ( 0 : N - 1 ) ./ N;
plot( end_f_axis, end_sp, 'k', 'linewidth', 2 );

```

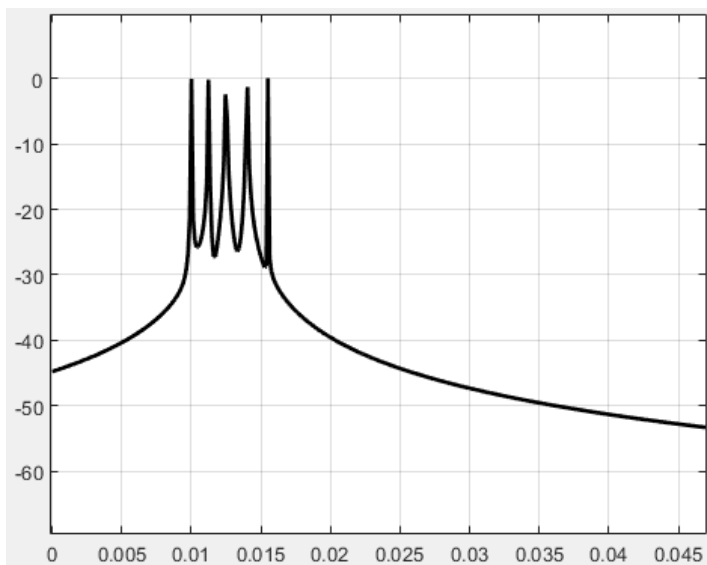


Рис. 7.7. Спектр тестового сигнала до децимации

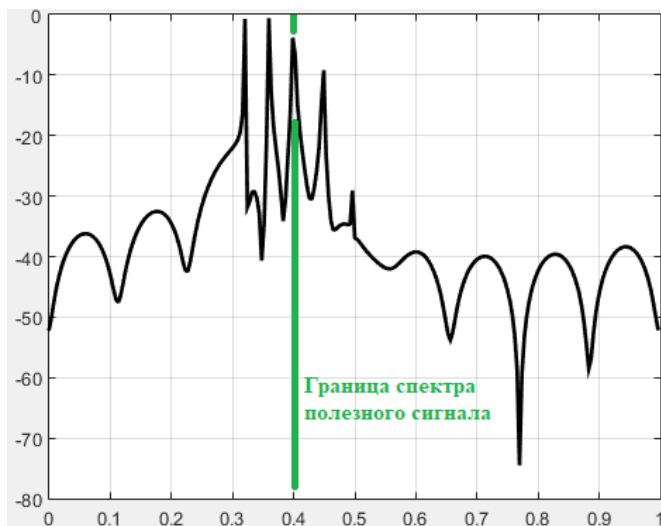


Рис. 7.8. Спектр тестового сигнала после децимации

Как следует из рис. 7.7 и 7.8 вместо исходного равномерного спектра после децимации первые две составляющие сигнала остаются оди-

наковыми и большими, составляющая на границе В/2 уменьшается примерно на 3 дБ, а амплитуды составляющих более высоких частот заметно снижены.

7.3. Выполнение лабораторных исследований

7.3.1. Проанализируйте индивидуальный вариант задания на децимацию сигналов, представленный в табл. 7.1. Сопоставьте трудоёмкость децимации при использовании одноэтапной и многоэтапной обработки. Определите коэффициент(ы) децимации для каждого из этапов наиболее экономной "схемы".

7.3.2. Определите требования к фильтру (или фильтрам), предваряющим процедуру прореживания отсчетов, синтезируйте эти фильтры в «fdatool» и перенесите импульсную характеристику в Workspace операцией экспорта (рис. 7.9).

Таблица 7.1

Номер в группе $N_{ст}$	Исходная частота дискретизации F , кГц	Конечная частота дискретизации F , кГц	Ширина спектра полезного сигнала, кГц	Допустимое затухание на границе спектра сигнала, дБ
1, 11	1280	20	16	3
2, 12	1000	25	20	3
3, 13	1440	60	48	3
4, 14	2560	80	64	2
5, 15	1600	32	24	2
6, 16	1280	64	48	2
7, 17	3200	100	64	1
8, 18	8000	200	120	1
9, 19	1920	48	24	1
10, 20	2880	96	50	1

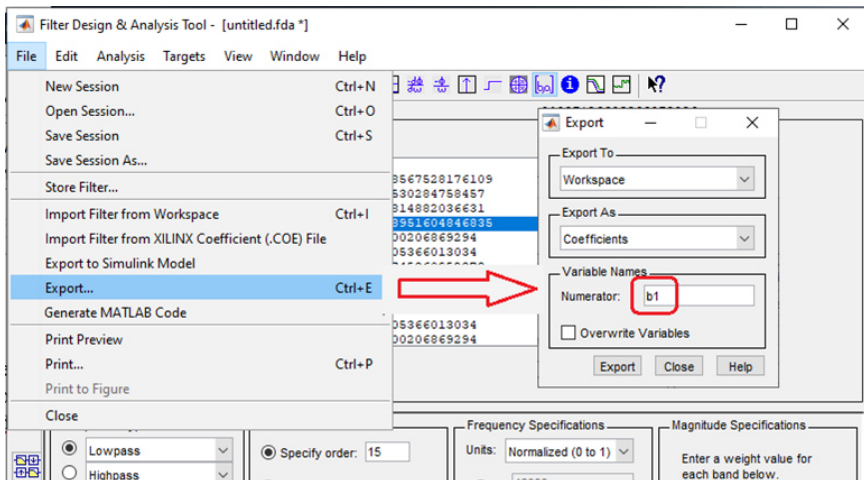


Рис. 7.9. Экспорт коэффициентов фильтра в Workspace

7.3.3. По аналогии с М-кодом из п. 7.2.3 (либо самостоятельно) сформируйте скрипт, реализующий процедуру децимации сигнала, а также проверку спектрального состава обрабатываемого случайного процесса до децимации и после неё. Проверьте качество децимации, сопоставьте его с требованиями из табл. 7.1, при необходимости скорректируйте характеристики используемых при децимации фильтров.

7.3.4. Перепроверьте реакцию дециматора на составляющие исходного случайного процесса, лежащие далеко за пределами спектра полезного (целевого) сигнала.

7.4. Контрольные вопросы для защиты работы

1. Какие операции над потоками отсчетов подразумевает децимация? Каково назначение каждой из операций?

2. Какие требования к фильтрам, входящим в состав дециматора, обеспечивают минимальные (незначительные) амплитудные искажения полезного сигнала?

3. Какие требования к фильтрам, входящим в состав дециматора, обеспечивают минимальные (незначительные) фазовые искажения полезного сигнала?

4. В чем смысл (преимущества) многоэтапной децимации сигналов? Всегда ли выгодна многоэтапная децимация?

5. Как определить требования к границе полосы пропускания, полосы задержания фильтра, входящего в состав дециматора?

6. Как выделить из широкополосного случайного процесса узкополосный сигнал с произвольным его размещением на оси частот?

7. Для известных исходной частоты дискретизации случайного процесса и полосы частот, занимаемой полезным сигналом, дайте рекомендации по выбору коэффициента децимации.

8. Какие параметры, помимо исходной частоты дискретизации и коэффициента децимации целесообразно принимать во внимание, чтобы определить максимально возможную ширину спектра полезного (целевого) сигнала?

9. Чем определяются порядки фильтров, входящих в состав дециматора? Какие параметры дециматора могут улучшаться или ухудшаться при изменении порядка этих фильтров?

10. Можно ли осуществлять передискретизацию при дробном значении коэффициента децимации? В чем особенность подобной передискретизации?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Солонина, А.И. Цифровая обработка сигналов и МАТЛАВ: учеб. пособие / А.И. Солонина, Д.М. Клионский, Т.В. Меркучева, С.Н. Перов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2013. – 512 с.
2. Лазарев Ю.Ф. Начала программирования в среде МАТЛАВ. – К.: НТУУ "КПИ", 2003. - 424 с.
3. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко – СПб.: Питер, 2003. – 604 с.
4. Матвеев Ю.Н. Цифровая обработка сигналов. Учебное пособие / Ю.Н. Матвеев, К.К. Симончик, А.Ю. Тропченко, М.В. Хитров – СПб: СПб-НИУ ИТМО, 2013. – 166 с.
5. Побережский Е.С. Цифровые радиоприёмные устройства. – М.: Радио и связь, 1987. – 184 с.
6. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов: Второе издание. Пер. с англ. – М.: ООО «Бином-пресс», 2006. – 656 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

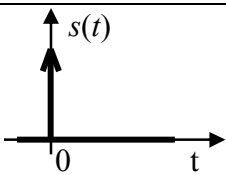
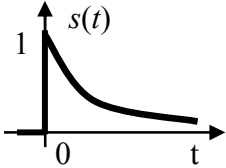
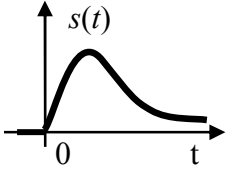
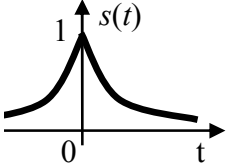
Спектры сигналов и основные спектральные теоремы

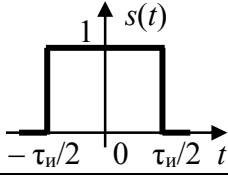
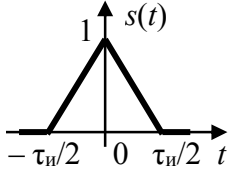
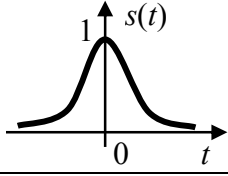
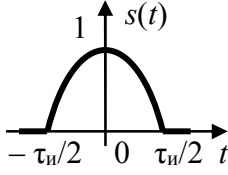
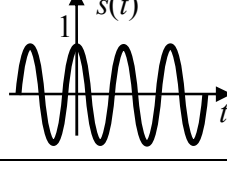
Комплексная спектральная плотность сигнала, характеризует спектральные свойства непериодических сигналов и может быть рассчитана с помощью прямого интегрального преобразования Фурье

$$G_s(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (\text{П.1.1})$$

Комплексные спектральные плотности для набора типовых сигналов приведены в представленной ниже таблице.

Таблица П.1.1

Сигнал $s(t)$	График сигнала	Комплексная спектр. плотность $\dot{G}_s(\omega)$
$\delta(t)$		1
$e^{-\alpha t} \cdot \mathbf{1}(t)$		$\frac{1}{\alpha + j\omega}$
$t \cdot e^{-\alpha t} \cdot \mathbf{1}(t)$		$\frac{1}{(\alpha + j\omega)^2}$
$e^{-\alpha t }$		$\frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}$

$\text{rect}(t/\tau_n) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \leq \tau_n/2 \\ 0 & \text{при } t > \tau_n/2 \end{cases}$		$\tau_n \cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega\tau_n}{2}\right)$
$\begin{cases} 1 - \frac{2 t }{\tau_n}, & t \leq \frac{\tau_n}{2} \\ 0 & \text{при } t > \frac{\tau_n}{2} \end{cases}$		$\frac{\tau_n}{2} \cdot \text{sinc}^2\left(\frac{\omega\tau_n}{4}\right)$
$s(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)$		$\frac{\sigma\sqrt{2\pi}}{\exp\left(\frac{\sigma^2\omega^2}{2}\right)}$
$\begin{cases} \cos\left(\frac{\pi t}{\tau_n}\right), & t \leq \frac{\tau_n}{2} \\ 0 & \text{при } t > \frac{\tau_n}{2} \end{cases}$		$\frac{2\pi}{\tau_n} \cdot \frac{\cos(\omega\tau_n/2)}{(\pi/\tau_n)^2 - \omega^2}$
$\cos(\omega_0 t)$		$\pi \cdot \delta(\omega + \omega_0) + \pi \cdot \delta(\omega - \omega_0)$

Для расчета спектральных характеристик сигналов, отсутствующих в представленной выше таблице, следует использовать свойства комплексной спектральной плотности, представленные в табл. П.1.2.

Таблица П.1.2

Характер, свойство преобразования	Колебание во временной области $s(t)$	Комплексная спектральная плотность колебания $\dot{G}(\omega)$
1. Свойство симметрии	$\dot{G}(t)$	$2\pi \cdot s(-\omega)$
2. Инверсия аргумента функции	$s(-t)$	$\dot{G}_s^*(\omega)$, где * - знак комплексного сопряжения
3. Изменение масштаба времени	$a \cdot s(at)$	$\dot{G}_s\left(\frac{\omega}{a}\right)$
4. Дифференцирование по времени	$s'(t)$	$j\omega \cdot \dot{G}_s(\omega)$
5. Теорема о запаздывании	$s(t-t_3)$	$\dot{G}_s(\omega) \cdot e^{-j\omega t_3}$
6. Свойство частотного сдвига	$s(t) \cdot \exp(j\Omega t)$	$\dot{G}_s(\omega - \Omega)$
7. Умножение на гармоническую функцию	$s(t) \cdot \cos(\Omega t + \psi)$	$0,5 \cdot \dot{G}_s(\omega + \Omega) \cdot e^{-j\psi} +$ $+ 0,5 \cdot \dot{G}_s(\omega - \Omega) \cdot e^{j\psi}$
8. Произведение двух функций	$s_1(t) \cdot s_2(t)$	$\dot{G}_1(\omega) \otimes \dot{G}_2(\omega)$
9. Теорема о свёртке	$s_1(t) \otimes s_2(t)$	$\dot{G}_1(\omega) \cdot \dot{G}_2(\omega)$

Здесь в пунктах 8 и 9 значком \otimes обозначена операция интегральной свертки, определяемая выражением

$$s_1(t) \otimes s_2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_1(x) \cdot s_2(t-x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} s_2(y) \cdot s_1(t-y) dy \quad (\text{П.1.2})$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. КРАТКОЕ ЗНАКОМСТВО С СИСТЕМОЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MATLAB	3
2. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АНАЛОГОВЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ И ИХ АНАЛИЗ В MATLAB	4
3. ТЕОРЕМА КОТЕЛЬНИКОВА. ОСОБЕННОСТИ ДИСКРЕТИЗАЦИИ РАДИОСИГНАЛОВ	4
4. ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ. НЕРЕКУРСИВНЫЕ И РЕКУРСИВНЫЕ ФИЛЬТРЫ	4
5. ПРОЕКТИРОВАНИЕ НЕРЕКУРСИВНЫХ ДИСКРЕТНЫХ ФИЛЬТРОВ	4
5.1. Теоретические основы.....	4
5.2. Рекомендации по подготовке к лабораторным исследованиям	10
5.3. Выполнение лабораторных исследований	16
5.4. Контрольные вопросы для защиты работы.....	20
6. ПРОЕКТИРОВАНИЕ РЕКУРСИВНЫХ ДИСКРЕТНЫХ ФИЛЬТРОВ	21
6.1. Теоретические основы.....	21
6.2. Рекомендации по подготовке к лабораторным исследованиям	23
6.3. Выполнение лабораторных исследований	27
6.4. Контрольные вопросы для защиты работы.....	30
7. ДЕЦИМАЦИЯ СИГНАЛОВ	31
7.1. Теоретические основы.....	31
7.2. Рекомендации по подготовке к лабораторным исследованиям	36
7.3. Выполнение лабораторных исследований	42
7.4. Контрольные вопросы для защиты работы.....	43
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	45
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. СПЕКТРЫ СИГНАЛОВ И ОСНОВНЫЕ СПЕКТРАЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ	46

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ДИСКРЕТНЫХ ФИЛЬТРОВ
И ПЕРЕДИСКРЕТИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторным работам №5-7
для студентов направления 11.04.01 «Радиотехника»,
магистерская программа «Радиотехнические средства
обработки и защиты информации в каналах связи»

Составитель
Токарев Антон Борисович

В авторской редакции

Компьютерный набор А. Б. Токарева

Подписано к изданию 27.01.2025.
Уч.-изд. л. 2,0.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический
университет»
394006 Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84