

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ФИТКБ

/Гусев П.Ю./

28.02.2023 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
дисциплины**

«Исследование операций и теория игр»

Специальность 10.05.03 Информационная безопасность
автоматизированных систем

Специализация специализация N 7 "Анализ безопасности информационных
систем"

Квалификация выпускника специалист по защите информации

Нормативный период обучения 5 лет и 6 м.

Форма обучения очная

Год начала подготовки 2023

Автор программы

/Шелковой Л.Н./

Заведующий кафедрой
высшей математики и
физико-математического
моделирования

/Батаронов И.И./

Руководитель ОПОП

/Остапенко А.Г./

Воронеж 2023

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цели дисциплины

– теоретическая и практическая подготовка специалистов по основам исследования операций и теории игр, методам нахождения оптимальных гарантирующих стратегий;

– обеспечение фундаментальной подготовки в одной из важнейших областей современной математики.

1.2. Задачи освоения дисциплины

– формирование научного мировоззрения, понимания широты и универсальности методов исследования операций и теории игр;

– изучение основных методов и алгоритмов теории игр, сетевого планирования и имитационного моделирования, связанных с моделированием и оптимизацией информационных систем.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Исследование операций и теория игр» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений блока Б1.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины «Исследование операций и теория игр» направлен на формирование следующих компетенций:

ПК-7.2 Способен участвовать в работах по моделированию защищенных автоматизированных систем с целью анализа их уязвимостей и эффективности средств и способов защиты информации

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции
ПК-7.2	знать общую постановку задач имитационного моделирования, сетевого планирования, теории игр;
	уметь сформулировать ограничения на управляемые переменные, связанные со спецификой моделируемой системы;
	владеть навыками построения и анализа моделей типичных игровых задач.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Исследование операций и теория игр» составляет 4 з. е.

**Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий
очная форма обучения**

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры
		6
Аудиторные занятия (всего)	72	72
В том числе:		
Лекции	36	36
Практические занятия (ПЗ)	36	36
Самостоятельная работа	72	72
Курсовая работа	+	+
Виды промежуточной аттестации - зачет с оценкой	+	+
Общая трудоемкость: академические часы	144	144
зач. ед.	4	4

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий
очная форма обучения**

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	СРС	Всего, час
1	Математическое программирование	Математическая модель операции, её компоненты. Задачи математического программирования. Линейная оптимизационная модель. Графический метод решения задачи линейного программирования. Симплекс-метод. Модифицированный симплекс-метод. Метод искусственного базиса. Двухфазный симплекс-метод. Двойственность задачи линейного программирования. Правила составления двойственной задачи. Геометрическая интерпретация двойственных задач. Нахождение решения двойственной задачи симплекс-методом. Двойственный симплекс-метод. Анализ устойчивости двойственных оценок. Целочисленное (дискретное) линейное программирование. Метод Гомори. Геометрическая интерпретация метода Гомори (метод отсечения). Метод ветвей и границ. Нелинейное программирование. Метод множителей Лагранжа. Целочисленное нелинейное программирование. Многокритериальные задачи выбора и принятия решений. Свёртка критериев. Оптимальность по Парето. Методы построения множеств Парето. Методы построения множеств Слейтера.	16	16	32	64
2	Теория игр	Постановка задачи принятия решений. Математические модели принятия решений. Условия принятия решений. Информационная гипотеза и информационная функция. Основные понятия теории игр. Игра. Игра с нулевой суммой. Стратегии игроков. Платёжная матрица (матрица игры). Цена игры. Оптимальные стратегии. Седловые точки и их свойства. Графическое решение игр. Алгоритмы решения игр размерностей 2×2 , $2 \times n$, $n \times 2$, геометрическая интерпретация этих решений. Методы решения выпуклых и вогнутых игр. Принцип доминирования. Выпуклая	14	14	28	56

		комбинация векторов. Доминирование строк и столбцов. Ситуация равновесия. Принцип Нэша. Сведение задач теории игр к задаче линейного программирования. Определение цены игры и оптимальных стратегий игроков через решение пары двойственных задач. Сведение задачи линейного программирования к матричной игре. Игры с “природой”. Критерии выбора оптимальной стратегии. Критерий Вальде. Критерий максимума. Критерий Гурвица. Критерий Сэвиджа. Критерий максимума математического ожидания выигрыша. Применение матричных игр в прикладных задачах. Примеры задач, сводимых к матричным играм. Задача о локальном конфликте. Защищённость в многоальтернативных ситуациях информационного противоборства. Игровые модели принятия решений при информационном противоборстве. Чистые стратегии. Формализация информированности на основе формул Хартли и Шеннона. Стоимостные критерии выбора вариантов защиты. Принятие решений в условиях нестатической неопределённости. Принятие решений на основе лингвистических лотерей. Принятие решений на основе нечёткого количества информации. Оценка эффективности информационного противоборства.				
3	Имитационное моделирование	Этапы имитационного эксперимента. Задача имитационного моделирования. Типы имитационных моделей. Принципы построения дискретных имитационных моделей. Метод Монте-Карло (метод статистических испытаний). Метод мультипликативных конгруэнций. Применение имитационных моделей в системах массового обслуживания.	4	4	8	16
4	Сетевое планирование	Сетевые задачи. Методы сетевого планирования. Сетевой график (граф). Критический путь на сети. Алгоритм пошаговой оптимизации для отыскания критического пути на сети и его продолжительности. Отыскание кратчайшего пути на сети.	2	2	4	8
Итого			36	36	72	144

5.2 Перечень лабораторных работ

Не предусмотрено учебным планом

6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В соответствии с учебным планом освоение дисциплины предусматривает выполнение курсовой работы в 6 семестре для очной формы обучения.

Примерная тематика курсовой работы: «Математические методы исследования операций и их приложения к задачам информационной безопасности».

Задачи, решаемые при выполнении курсовой работы:

- изучить учебную и научную литературу по теме;
- рассмотреть основные понятия, касающиеся проблемы исследования;
- привести примеры использования математических методов исследования операций в решении задач информационной безопасности.

Курсовая работа включает в себя графическую часть и расчетно-пояснительную записку.

Контрольные работы и типовые расчёты.

Контрольная работа по теме «Решение задач линейного программирования» на 8 неделе, типовой расчёт по теме «Линейное программирование» выдаётся на 9 неделе, приём на 10 неделе, тест по теме «Математическое программирование» на 11 неделе, контрольная работа по теме «Решение матричных игр» на 12 неделе, типовой расчёт по теме «Линейное программирование» выдаётся на 12 неделе, приём на 13 неделе.

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

7.1.1 Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Аттестован	Не аттестован
ПК-7.4	Знать общую постановку задач имитационного моделирования, сетевого планирования, теории игр;	Тест	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	уметь сформулировать ограничения на управляемые переменные, связанные со спецификой моделируемой системы;	Решение стандартных задач, контрольная работа	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	владеть навыками построения и анализа моделей типичных игровых задач.	Решение стандартных и прикладных задач в конкретной предметной области, выполнение типового расчёта, защита	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах

7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 6 семестре для очной формы обучения по четырехбалльной системе:

«отлично»;

«хорошо»;

«удовлетворительно»;

«неудовлетворительно».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неудовл.
ПК-7.4	Знать общую постановку задач имитационного моделирования, сетевого планирования, теории игр;	Тест	Выполнение теста на 90-100%	Выполнение теста на 80-90%	Выполнение теста на 70-80%	В тесте менее 70% правильных ответов
	уметь сформулировать ограничения на управляемые переменные, связанные со спецификой моделируемой системы;	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	владеть навыками построения и анализа моделей типичных игровых задач.	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

7.2 Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию

1. Основной (канонической) задачей линейного программирования называется задача, состоящая в определении

- а) максимума целевой функции при ограничениях, заданных равенствами и условием неотрицательности переменных;
- б) минимума целевой функции при ограничениях, заданных равенствами и условием неотрицательности переменных;
- в) максимума целевой функции при ограничениях, заданных равенствами и условием отрицательности переменных;
- г) минимума целевой функции при ограничениях, заданных равенствами и условием отрицательности переменных.

2. Задачу линейного программирования можно решать графическим методом, если

- а) число переменных равно трём, а ограничениями является система равенств;
- б) число переменных равно двум, а ограничениями является система неравенств;
- в) число переменных равно трём, а ограничениями является система неравенств;
- г) число переменных равно двум, а ограничениями является система равенств.

3. Опорный план векторной формы задачи линейного программирования является оптимальным, если все величины Δ_j в строке оценок целевой

функции последней симплекс-таблицы

а) $\Delta_j = 0$; б) $\Delta_j < 0$; в) $\Delta_j \geq 0$; г) $\Delta_j > 0$.

4. Метод искусственного базиса для задачи линейного программирования

$$F = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, i = \overline{1, m},$$
$$x_j \geq 0, j = \overline{1, n},$$

где $b_i \neq 0, i = \overline{1, m}, m < n$, применяется, если среди векторов $p_j = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \dots \\ a_{mj} \end{pmatrix}, j = \overline{1, n}$,

- а) есть m единичных;
- б) есть m нулевых;
- в) нет n единичных;
- г) нет m единичных.

5. Матрица, составленная из коэффициентов при неизвестных в системе ограничений исходной общей задачи линейного программирования, и аналогичная матрица в двойственной задаче получаются друг из друга

- а) транспонированием;
- б) сложением с обратной;
- в) вычитанием из обратной;
- г) умножением на обратную.

6. Двойственный симплекс-метод можно применять при решении задачи линейного программирования, свободные члены системы уравнений которой могут быть

- а) нулевыми числами;
- б) любыми числами;
- в) положительными числами;
- г) неотрицательными числами.

7. Метод Гомори применяется для решения задач

- а) параметрического программирования;
- б) нелинейного программирования;
- в) целочисленного линейного программирования;
- г) сетевого планирования.

8. Границей Парето данного множества называется множество его точек

- а) при сдвиге которых одновременно увеличиваются обе их координаты и при этом точки остаются в данном множестве;
- б) при сдвиге которых одновременно уменьшаются обе их координаты и при этом точки остаются в данном множестве;
- в) перемещением которых по данному множеству можно увеличить только одну из координат при сохранении значения второй;

г) перемещение которых по данному множеству способно лишь уменьшить хотя бы одну из координат.

9. Игрой с седловой точкой называется игра, для которой

- а) нижняя цена игры равна верхней цене игры;
- б) нижняя цена игры меньше верхней цене игры;
- в) нижняя цена игры не меньше верхней цене игры;
- г) нижняя цена игры не больше верхней цене игры.

10. Намеченный комплекс работ, необходимый для достижения некоторой цели, называется

- а) сетью;
- б) проектом;
- в) сетевым графиком;
- г) критическим путём.

7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач

1. Найти графическим методом максимум и минимум функции $F = x_1 + x_2$ при условиях

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ -4x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ x_1 + 3x_2 \geq 9, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

- а) $F_{\min} = 3$; целевая функция не ограничена сверху в области допустимых решений;
- б) $F_{\max} = 7$; целевая функция не ограничена снизу в области допустимых решений;
- в) $F_{\max} = 7$; $F_{\min} = 3$;
- г) множество решений задачи пусто, так как система ограничений несовместна.

2. Решить графическим методом задачу линейного программирования

$$F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

при условиях

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ -2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 8, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

- а) целевая функция не ограничена сверху в области допустимых решений;
- б) множество решений задачи пусто, так как система ограничений несовместна;
- в) $X^* = (4; 3)$; $F_{\max} = 17$.
- г) $X^* = (3; 4)$; $F_{\max} = 18$.

3. Решить графическим методом задачу линейного программирования

$$F = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

при условиях

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 14, \\ -5x_1 + 3x_2 \leq 15, \\ 4x_1 + 6x_2 \geq 24, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

а) $X^* = (14; 0)$; $F_{\max} = 14$;

б) множество решений задачи пусто, так как система ограничений несовместна;

в) целевая функция не ограничена сверху в области допустимых решений;

г) $X^* = (0; 14)$; $F_{\max} = 14$.

4. Решить графическим методом задачу линейного программирования

$$F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

при условиях

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 \leq 12, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 16, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

а) множество решений задачи пусто, так как система ограничений несовместна;

б) $X^* = (4, 8; 3, 6)$; $F_{\max} = 12$;

в) целевая функция не ограничена сверху в области допустимых решений;

г) $X^* = (3, 6; 4, 8)$; $F_{\max} = 13, 2$.

5. Решить графическим методом задачу линейного программирования

$$F = -2x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

при условиях

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \leq 12, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

а) $X^* = (9; 10)$; $F_{\min} = -8$;

б) множество решений задачи пусто, так как система ограничений несовместна;

в) $X^* = (10; 9)$; $F_{\min} = -11$;

г) целевая функция не ограничена снизу в области допустимых решений.

6. Найти симплекс-методом максимум функции

$$F = 2x_1 - 6x_2 + 5x_3$$

при условиях

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = 20, \\ -x_1 - 2x_2 + x_4 + 3x_5 = 24, \\ 3x_1 - x_2 - 12x_3 + x_6 = 18, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1, 6}.$$

а) $X^* = (9; 10; 0; 0; 0; 0); F_{\max} = -42;$

б) множество решений задачи пусто, так как система ограничений несовместна;

в) $X^* = (10; 9; 0; 0; 0; 0); F_{\max} = -34;$

г) целевая функция не ограничена сверху в области допустимых решений.

7. Найти симплекс-методом максимум функции

$$F = 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - x_5$$

при условиях

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 9, \\ x_1 + 2x_2 + x_5 = 7, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1, 5}. \end{cases}$$

а) $X^* = (3; 2; 0; 1; 0); F_{\max} = 9;$

б) множество решений задачи пусто, так как система ограничений несовместна;

в) $X^* = (1; 2; 3; 0; 0; 0); F_{\max} = 1;$

г) целевая функция не ограничена сверху в области допустимых решений.

8. Найти методом искусственного базиса минимум функции

$$F = -2x_1 + 3x_2 - 6x_3 - x_4$$

при условиях

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 24, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 22, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 10, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1, 4}. \end{cases}$$

а) множество решений задачи пусто, так как система ограничений несовместна;

б) $X^* = (0; 0; 5,5; 35); F_{\min} = -68;$

в) $X^* = (5,5; 35; 0; 0); F_{\min} = 94;$

г) целевая функция не ограничена снизу в области допустимых решений.

9. Найти методом искусственного базиса минимум функции

$$F = 2x_1 - x_2 - x_4$$

при условиях

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 10, \\ -2x_1 - x_2 - 2x_4 \geq 18, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_4 \geq 36, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1, 4}. \end{cases}$$

а) $X^* = (5,5; 35; 0; 0); F_{\min} = -24;$

б) $X^* = (0; 0; 5,5; 35); F_{\min} = -35;$

- в) множество решений задачи пусто;
 г) целевая функция не ограничена снизу в области допустимых решений.

10. Найти методом искусственного базиса максимум функции

$$F = 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 + x_4$$

при условиях

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 \leq 20, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 10, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 \geq 24, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1, 4}. \end{cases}$$

а) $X^* = (5, 5; 35; 0; 0)$; $F_{\max} = -94$;

б) $X^* = (0; 0; 5, 5; 35)$; $F_{\max} = 68$;

- в) целевая функция не ограничена сверху в области допустимых решений;
 г) множество решений задачи пусто.

7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

1. Для изготовления изделий двух видов имеется 100 кг металла. На изготовление одного изделия I вида расходуется 2 кг металла, а изделия II вида – 4 кг. Составить план производства, обеспечивающий получение наибольшей прибыли от продажи изделий, если отпускная стоимость одного изделия I вида составляет 3 ден. ед., а изделия II вида – 2 ден. ед., причём изделий первого вида требуется изготовить не более 40, а изделий II вида – не более 20. Решить задачу графическим способом.

а) 40 изделий I вида, 5 изделий II вида, наибольшая прибыль 130 ден. ед.;

б) 5 изделий I вида, 40 изделий II вида, наибольшая прибыль 95 ден. ед.;

в) множество решений задачи пусто, так как система ограничений несовместна;

г) целевая функция не ограничена сверху в области допустимых решений.

2. Производственная мощность цеха сборки составляет 120 изделий типа А и 360 изделий типа В в сутки. Технический контроль пропускает в сутки 200 изделий того или другого типа (безразлично). Изделия типа А вчетверо дороже изделий типа В. Требуется спланировать выпуск готовой продукции так, чтобы предприятию была обеспечена наибольшая прибыль. Решить задачу симплекс-методом.

а) 120 изделий типа А, 80 изделий типа В, наибольшая прибыль 560;

б) 80 изделий типа А, 120 изделий II вида, наибольшая прибыль 440;

в) множество решений задачи пусто, так как система ограничений несовместна;

г) целевая функция не ограничена сверху в области допустимых решений.

3. Для изготовления изделий двух видов склад может отпустить металла не более 80 кг, причём на изделие I вида расходуется 2 кг, а на изделие II вида – 4 кг металла. Требуется спланировать производство так, чтобы была обеспечена наибольшая прибыль, если изделий I вида требуется изготовить не более 30 штук, а изделий II вида не более 40 штук. ед., причём изделие I вида стоит 5 ден. ед., а II вида – 3 ден. ед. Решить задачу симплекс-методом.

- а) 40 изделий I вида, 20 изделий II вида, наибольшая прибыль 260 ден. ед.;
- б) множество решений задачи пусто, так как система ограничений несовместна;
- в) 20 изделий I вида, 40 изделий II вида, наибольшая прибыль 220 ден. ед.;
- г) целевая функция не ограничена сверху в области допустимых решений.

4. Предприятие рекламирует свою продукцию с использованием четырёх источников массовой информации: телевидения, радио, газет и расклейки объявлений. Анализ рекламной деятельности в прошлом показал, что эти средства приводят к увеличению прибыли соответственно на 10, 5, 7 и 4 у. е. в расчёте на 1 у. е., затраченную на рекламу. На рекламу выделено 50000 у. е. Администрация предприятия не намерена тратить на телевидение более 40 %, на радио и газеты – более 50 % от общей суммы выделенных средств. Как следует предприятию организовать рекламу, чтобы получить максимальную прибыль? Решить задачу симплекс-методом.

- а) 20000 у. е. – телевидение, 25000 у. е. – газеты, 5000 у. е. – расклейка объявлений, наибольшая прибыль 395000;
- б) 25000 у. е. – телевидение, 20000 у. е. – газеты, 5000 у. е. – расклейка объявлений, наибольшая прибыль 410000;
- в) множество решений задачи пусто, так как система ограничений несовместна;
- г) целевая функция не ограничена сверху в области допустимых решений.

5. Пусть для приобретения оборудования, размещаемого на производственной площади 38 м^2 , фирма выделяет 20 млн. руб. Имеются единицы оборудования двух типов: А стоимостью 5 млн. руб., требующее производственную площадь 8 м^2 и имеющее производительность 7 тыс. ед. продукции в смену, и типа В стоимостью 2 млн. руб., занимающее площадь 4 м^2 и дающее за смену 3 тыс. ед. продукции. Найти методом Гомори план приобретения оборудования, обеспечивающий максимум производительности участка.

- а) 5 единиц оборудования типа А; 2 единицы оборудования типа В; наибольшая производительность 41 тыс. ед. продукции в смену;
- б) 1 единица оборудования типа А; 7,5 единиц оборудования типа В; наибольшая производительность 29,5 тыс. ед. продукции в смену;
- в) 7,5 единиц оборудования типа А; 1 единица оборудования типа В; наибольшая производительность 55,5 тыс. ед. продукции в смену;
- г) 2 единицы оборудования типа А; 5 единиц оборудования типа В; наибольшая производительность 29 тыс. ед. продукции в смену.

6. Для улучшения финансового положения фирма приняла решение об увеличении выпуска конкурентоспособной продукции, для чего принято решение об установке в одном из цехов дополнительного оборудования, занимающего $\frac{19}{3} \text{ м}^2$ площади. На приобретение дополнительного оборудования фирма выделила 10 у. е., при этом она может купить оборудование двух видов. Приобретение оборудования первого вида стоит 1 у. е., второго вида – 3 у. е. Приобретение одного комплекта оборудования

первого вида позволяет увеличить выпуск продукции в смену на 2 шт., а одного комплекта оборудования второго вида – на 4 шт. Зная, что для установки одного комплекта оборудования первого вида потребуется 2 м² площади, а для оборудования второго вида – 1 м² площади, определить методом Гомори такой набор дополнительного оборудования, который даёт возможность максимально увеличить выпуск продукции.

а) $\frac{9}{5}$ комплектов оборудования первого вида; $\frac{41}{15}$ комплектов оборудования второго вида; наибольшее увеличение выпуска продукции в смену на $\frac{218}{15}$

шт.;

б) 1 комплект оборудования первого вида; 3 комплекта оборудования второго вида; наибольшее увеличение выпуска продукции в смену на 14 шт.;

в) $\frac{41}{15}$ комплектов оборудования первого вида; $\frac{9}{5}$ комплектов оборудования второго вида; наибольшее увеличение выпуска продукции в смену на $\frac{38}{5}$

шт.;

г) 3 комплекта оборудования первого вида; 1 комплект оборудования второго вида; наибольшее увеличение выпуска продукции в смену на 10 шт.

7. В игре участвуют первый и второй игроки, каждый из них может записать независимо от другого цифры 1, 2 и 3. Если разность между цифрами, записанными игроками, положительна, то первый игрок выигрывает количество очков, равное разности между цифрами, и, наоборот, если разность отрицательна, то выигрывает второй игрок. Если разность равна 0, то игра заканчивается вничью. Определить наилучшие стратегии A_j и B_j , $j = \overline{1, 3}$, игроков, при этом предполагается, что противники одинаково разумны и каждый из них делает всё, чтобы получить наибольший доход.

а) A_3 (записать 3), B_3 (записать 3);

б) A_2 (записать 2), B_2 (записать 2);

в) A_1 (записать 1), B_1 (записать 1);

г) A_3 (записать 3), B_1 (записать 1).

8. Администрация фирмы ведёт переговоры с профсоюзом рабочих и служащих о заключении контракта. Платёжная матрица, отражающая интересы договаривающихся сторон, имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 75 & 105 & 65 & 45 \\ 50 & 45 & 55 & 40 \\ 80 & 90 & 35 & 50 \\ 95 & 100 & 50 & 55 \end{pmatrix}.$$

Выплаты указаны в центах в час и представляют собой зарплату служащего фирмы со всеми добавками. Тем самым заданная матрица описывает прибыль профсоюза (игрок A) и затраты администрации (игрок B). Профсоюз стремится максимизировать доходы рабочих и служащих, в то время как администрации хотелось бы минимизировать собственные потери.

Определить оптимальные стратегии U^* и Z^* соответственно профсоюза и фирмы, а также цену v игры.

$$\text{а) } U^* = \left(\frac{2}{5}; 0; 0; \frac{3}{5} \right), \quad Z^* = \left(0; 0; \frac{1}{5}; \frac{4}{5} \right), \quad v = 56;$$

$$\text{б) } U^* = \left(\frac{1}{5}; 0; 0; \frac{4}{5} \right), \quad Z^* = \left(0; 0; \frac{2}{5}; \frac{3}{5} \right), \quad v = 53;$$

$$\text{в) } U^* = \left(\frac{3}{5}; 0; 0; \frac{2}{5} \right), \quad Z^* = \left(0; 0; \frac{3}{5}; \frac{2}{5} \right), \quad v = 59;$$

$$\text{г) } U^* = \left(\frac{4}{5}; 0; 0; \frac{1}{5} \right), \quad Z^* = \left(0; 0; \frac{3}{5}; \frac{2}{5} \right), \quad v = 62.$$

9. Рассмотрим войну между двумя небольшими государствами А и В, которая ведётся в течение 30 дней. Для бомбардировки небольшого моста – важного военного объекта страны В – страна А использует оба имеющихся у неё самолёта. Разрушенный мост восстанавливается в течение суток, а каждый самолёт совершает один полёт в день по одному из воздушных маршрутов, соединяющих эти страны. У страны В есть два зенитных орудия, при помощи которых можно сбивать самолёты страны А. Если самолёт сбит, то некая третья страна в течение суток поставит стране А новый самолёт. Страна А может послать самолёты либо по одному маршруту, либо по разным. Страна В может поместить либо обе зенитки на одном маршруте, либо по одной зенитке на каждый маршрут. Если один самолёт летит по маршруту, на котором расположена одна зенитка, то этот самолёт будет сбит. Если два самолёта летят по маршруту, на котором расположены две зенитки, то оба самолёта будут сбиты. Если два самолёта летят по маршруту, на котором расположена одна зенитка, то будет сбит только один самолёт. Если самолёт доберётся до цели, то мост будет уничтожен. У страны А есть две стратегии: «послать самолёты по разным маршрутам» – A_1 ; «послать самолёты по одному маршруту» – A_2 . У страны В – также две стратегии: «поместить зенитки на разных маршрутах» – B_1 ; «поместить зенитки на одном маршруте» – B_2 . Определить оптимальные варианты U^* и Z^* их использования, а также цену v игры.

$$\text{а) } U^* = \left(\frac{2}{5}; \frac{3}{5} \right), \quad Z^* = \left(\frac{3}{5}; \frac{2}{5} \right), \quad v = \frac{1}{2};$$

$$\text{б) } U^* = \left(\frac{3}{5}; \frac{2}{5} \right), \quad Z^* = \left(\frac{3}{5}; \frac{2}{5} \right), \quad v = \frac{4}{5};$$

$$\text{в) } U^* = \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3} \right), \quad Z^* = \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3} \right), \quad v = \frac{2}{3};$$

$$\text{г) } U^* = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3} \right), \quad Z^* = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3} \right), \quad v = \frac{5}{6}.$$

10. Штаб военно-воздушной дивизии использует большое количество графопостроителей. Графопостроитель наносит на лист бумаги линии в различных направлениях до тех пор, пока не будет сделан весь рисунок. В графопостроителе используется четыре пера различных цветов. Каждое перо может выйти из строя. В этом случае выходит из строя весь графопостроитель

и требуется замена соответствующего пера. В штабе замена проводится каждый раз, когда перо выходит из строя. Инженер, обслуживающий графопостроители, предложил при выходе из строя одного пера проводить замену сразу всех четырёх перьев. Это должно уменьшить число выходов из строя графопостроителей. На замену одного пера требуется один час, на замену всех четырёх перьев – два часа. Стоимость простоя графопостроителя в течение часа 50 тыс. руб. Каждое перо стоит 8 тыс. руб. Время, проходящее между выходами графопостроителя из строя распределяется следующим образом:

а) при замене одного пера

Время между поломками, ч	Вероятность
10	0,05
20	0,15
30	0,15
40	0,20
50	0,20
60	0,15
70	0,10

б) при замене четырёх перьев

Время между поломками, ч	Вероятность
100	0,15
110	0,25
120	0,35
130	0,20
140	0,05

Сымитируйте две различные стратегии и определите лучшую. Используйте для генерирования поломок случайные числа из четвертой строки таблицы случайных чисел. Проведите десять испытаний.

Вопросы:

1. Следует ли заменять сразу все четыре пера?
2. Какую экономию обеспечивает лучшая стратегия в течение месяца работы графопостроителя?
 - а) 1. Да, следует; 2. 141,4 тыс. руб.;
 - б) 1. Да, следует; 2. 41,4 тыс. руб.;
 - в) 1. Да, следует; 2. 341,4 тыс. руб.;
 - г) 1. Да, следует; 2. 241,4 тыс. руб.

7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету

Не предусмотрено учебным планом

7.2.5 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету с оценкой

- 1) Линейное программирование. Целевая функция. Система ограничений. Математическая модель задачи. Общая задача линейного программирования. Управляющие переменные. Параметры. Решение задачи линейного программирования. Основная (каноническая) задача линейного программирования. Допустимое решение задачи линейного программирования. Область допустимых решений. Оптимальное решение задачи линейного программирования.
- 2) Графический метод решения задачи линейного программирования. Алгоритм решения задачи линейного программирования графическим методом. Многоугольник решений. Варианты области допустимых решений.
- 3) Симплекс-метод решения задачи линейного программирования. Симплекс. Геометрический смысл симплекс-метода. Правила перехода к канонической форме задачи линейного программирования. Стандартная форма задачи линейного программирования. Векторная форма задачи линейного программирования. Опорный план задачи линейного программирования. Невырожденный и вырожденный опорный план. Признак оптимальности опорного плана. Теорема о неограниченности на множестве планов целевой функции задачи линейного программирования. Теорема о возможности перехода к новому опорному плану задачи линейного программирования.
- 4) Устройство симплекс-таблицы. Разрешающий элемент. Разрешающие строка и столбец. Правила перехода к новой симплекс-таблице. Правило треугольника.
- 5) Метод искусственного базиса. Расширенная задача линейного программирования. Искусственный базис. Искусственные переменные. Алгоритм метода искусственного базиса.

- 6) Двойственные задачи линейного программирования. Определение двойственной задачи линейного программирования. Двойственная пара. Правила составления двойственной задачи по отношению к исходной. Симметричные и несимметричные двойственные пары задач. Леммы о связи между решениями прямой и двойственной задач.
- 7) Теоремы двойственности. Геометрическая интерпретация двойственных задач. Соответствие между первоначальными переменными одной из двойственных задач и дополнительными переменными другой задачи. Нахождение оптимума целевой функции и оптимального решения двойственной задачи через решение симплекс-методом исходной задачи.
- 8) Двойственный симплекс-метод. Псевдоплан. Теоремы о псевдоплане. Алгоритм двойственного симплекс-метода.
- 9) Целочисленное (дискретное) линейное программирование. Математическая модель задачи целочисленного линейного программирования. Алгоритм метода Гомори. Дробная часть числа. Геометрическая интерпретация метода Гомори (метод отсечения).
- 10) Алгоритм метода ветвей и границ решения задачи целочисленного линейного программирования.
- 11) Многокритериальные задачи выбора и принятия решений. Свёртка критериев. Оптимальность по Парето. Методы построения множеств Парето.
- 12) Постановка задачи принятия решений. Математические модели принятия решений. Условия принятия решений.
- 13) Конфликтная ситуация. Игра. Правила игры. Платёж. Парная игра. Игра с нулевой суммой. Стратегия игрока. Оптимальная стратегия. Чистые стратегии. Платёжная матрица (матрица игры). Конечная игра.
- 14) Нижняя цена игры (максимин). Верхняя цена игры (минимакс). Максиминная и минимаксная стратегии. Теорема о нижней и верхней цене игры. Цена игры. Игра с седловой точкой.
- 15) Смешанная стратегия игрока. Теорема о смешанных стратегиях. Необходимое и достаточное условие существования цены игры и оптимальных стратегий. Теорема об оптимальной смешанной стратегии.
- 16) Графическое решение игр размерностей 2×2 , $2 \times n$, $n \times 2$, алгоритмы и геометрическая интерпретация этих решений.

17) Принцип доминирования. Доминирование вектор-строк. Строгое доминирование. Выпуклая комбинация векторов. Теорема о доминировании строк. Доминирование вектор-столбцов. Теорема о доминировании столбцов.

18) Сведение задач теории игр к задаче линейного программирования. Определение цены игры и оптимальных стратегий игроков через решение пары двойственных задач. Сведение задачи линейного программирования к матричной игре.

19) Игры с "природой". Критерий Вальде. Критерий максимума. Критерий Гурвица, степень оптимизма. Критерий Сэвиджа, матрица рисков, определение оптимальной стратегии. Максимум математического ожидания как критерий принятия решения.

20) Применение матричных игр в прикладных задачах. Примеры задач, сводимых к матричным играм. Задача о локальном конфликте.

21) Игровые модели принятия решений при информационном противоборстве. Чистые стратегии. Формализация информированности на основе формул Хартли и Шеннона.

22) Принятие решений в условиях нестатической неопределённости. Принятие решений на основе лингвистических лотерей. Принятие решений на основе нечёткого количества информации.

23) Имитационное моделирование. Задача имитационного моделирования. Типы имитационных моделей. Принципы построения дискретных имитационных моделей. Прогоны имитационной модели.

24) Метод Монте-Карло (метод статистических испытаний). Метод мультипликативных конгруэнций получения реализации равномерно распределённых на отрезке $[0;1]$ случайных величин. Натуральные числа, конгруэнтные (равные) по модулю натурального числа. Псевдослучайные числа. Полный прогон имитационной модели. Нахождение псевдослучайных чисел, равномерно распределённых в произвольном отрезке $[a; b]$.

25) Этапы имитационного моделирования с помощью метода Монте-Карло. Определение минимального числа испытаний, необходимого для достижения заданной точности оценки параметров реальной системы с заданной вероятностью.

26) Применение имитационных моделей в системах массового обслуживания.

27) Проект. Сеть. Сетевой график (граф). Требования к построению сетевых графиков. Путь в сети. Продолжительность пути. Критический путь. Критические работы. Алгоритм пошаговой оптимизации для отыскания критического пути на сети и его продолжительности. Принцип оптимальности Р. Беллмана. Определение кратчайшего пути на сети.

7.2.6. Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации

Зачет проводится по билетам, каждый из которых содержит 3 вопроса и 2 задачи. Для проверки усвоения компетенции ОПК-2, в билет включается один из вопросов, выданных на самостоятельное изучение. Каждый правильный ответ на вопрос в билете оценивается 3 баллами, задача оценивается в 5 баллов. Максимальное количество набранных баллов – 19.

1. Оценка «Отлично» ставится в случае, если студент набрал 17-19 баллов.

2. Оценка «Хорошо» ставится в случае, если студент набрал от 11 до 16 баллов.

3. Оценка «Удовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал 8-10 баллов.

4. Оценка «Неудовлетворительно» ставится в случае, если правильные ответы только на теоретические вопросы или решены только практические задачи, или студент набрал менее 8 баллов.

7.2.7 Паспорт оценочных материалов

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Математическое программирование	ПК-7.2	Тест, контрольная работа, типовой расчёт, защита, зачёт с оценкой
2	Теория игр	ПК-7.2	Тест, контрольная работа, типовой расчёт, защита, зачёт с оценкой
3	Имитационное моделирование	ПК-7.2	Устный опрос, тест, зачёт с оценкой
4	Сетевое планирование	ПК-7.2	Устный опрос, тест, зачёт с оценкой

7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно

методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Защита курсовой работы, курсового проекта или отчета по всем видам практик осуществляется согласно требованиям, предъявляемым к работе, описанным в методических материалах. Примерное время защиты на одного студента составляет 20 мин.

8. УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)

8.1. Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

1. Волков, И.К. Исследование операций: учеб. пособие / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 436 с. – (Математика в техническом университете; Вып. XX).

2. Таха, Х.Э. Введение в исследование операций: Пер. с англ. / Х.Э. Таха. – 6-е изд. – М.: Вильямс, 2001. – 912 с.

3. Протасов, И.Д. Теория игр и исследование операций: учеб. пособие / И.Д. Протасов. – М.: Гелиос АРВ, 2003. – 368 с.

4. Ряжских А.В., Шелковой А.Н. Математические методы исследования операций и теории игр [Электронный ресурс]: Учеб. пособие. – Электрон. текстовые, граф. дан. (3,2 Мб). – Воронеж: ФГБОУ ВПО "Воронежский государственный технический университет", 2015.

8.2. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Наименование программного обеспечения	Тип лицензии
OpenOffice	Свободное ПО
Microsoft Windows 7	Open License
Microsoft Office 2007	Open License
Adobe Reader	Свободное ПО

Профессиональные базы данных

Наименование ПБД	Электронный адрес ресурса
Научная электронная библиотека	http://elibrary.ru
Электронная библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbooksop.ru/

Информационные справочные системы

Наименование ИСС	Электронный адрес ресурса
Математический справочник	dict.sernam.ru
Информационная система	Math-Net.Ru

Для выполнения домашних работ возможно использование пакетов MAPLE, MATLAB, MATHCAD, MAXIMA или МАТЕМАТИКА для ОС Windows.

При этом перечень информационных технологий включает:

- сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;
- самостоятельный поиск дополнительного учебного и научного материала с использованием поисковых систем и сайтов сети Интернет, электронных энциклопедий и баз данных;
- использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Учебные аудитории, оснащенные техническими средствами, для проведения лекционных и практических занятий по исследованию операций и теории игр.

10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

По дисциплине «Исследование операций и теория игр» читаются лекции, проводятся практические занятия, выполняется курсовая работа.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков расчета обработки опытных данных. Занятия проводятся путем решения конкретных задач в аудитории.

Методика выполнения курсовой работы изложена в учебно-методическом пособии. Выполнять этапы курсовой работы должны своевременно и в установленные сроки.

Контроль усвоения материала дисциплины производится проверкой курсовой работы, защитой курсовой работы.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся

	разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Практическое занятие	Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоению учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие: <ul style="list-style-type: none"> - работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций; - выполнение домашних заданий и расчетов; - работа над темами для самостоятельного изучения; - участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад; - подготовка к промежуточной аттестации.
Подготовка к промежуточной аттестации	Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед зачетом с оценкой три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.