

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета информационных технологий
и компьютерной безопасности

 /А.В.Бредихин/

29.08. 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Дискретная математика»

Специальность 10.05.01 Компьютерная безопасность

Специализация специализация № 4 "Безопасность компьютерных систем и сетей (связь, информационные и коммуникационные технологии)"

Квалификация выпускника специалист по защите информации

Нормативный период обучения 5 лет и 6 м.

Форма обучения очная

Год начала подготовки 2025

Автор программы



А.Н.Шелковой

Заведующий кафедрой

Высшей математики и

физико-математического
моделирования



И.Л.Батаронов

Руководитель ОПОП



С.С.Куликов

Воронеж 2025

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цели дисциплины

- воспитание достаточно высокой математической культуры в области дискретной математики;
- привитие навыков современных видов математического мышления в области дискретной математики;
- использование методов дискретной математики в практической деятельности.

1.2. Задачи освоения дисциплины

- дать ясное понимание необходимости изучения дискретной математики как части математического образования в общей подготовке инженера, в том числе выработать представление о роли и месте дискретной математики в современной цивилизации и мировой культуре;
- ознакомить студентов с основами теории множеств, комбинаторики, теории автоматов и их приложениями к задачам информационной безопасности;
- привить навыки свободного обращения с основными дискретными объектами и корректного употребления понятий и символов дискретной математики для выражения количественных и качественных отношений реального мира;
- показать примеры эффективного использования основных понятий и методов дискретной математики на практике.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Дискретная математика» относится к дисциплинам обязательной части блока Б1.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины «Дискретная математика» направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-3 - Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности;

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции
ОПК-3	знать основные понятия и методы теории множеств, комбинаторного анализа, теории графов и теории конечных автоматов
	уметь решать типовые теоретико-множественные и комбинаторные задачи, оптимизационные задачи на графах, задачи периодичности и эквивалентности для конечных автоматов
	владеть методами дискретной математики для решения задач профессиональной деятельности

4. ОБЪЁМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоёмкость дисциплины «Дискретная математика» составляет 4 з.е.

Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий
очная форма обучения

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры
		4
Аудиторные занятия (всего)	72	72
В том числе:		
Лекции	36	36
Практические занятия (ПЗ)	36	36
Самостоятельная работа	72	72
Курсовая работа	+	+
Виды промежуточной аттестации - зачёт с оценкой	+	+
Общая трудоёмкость:		
академические часы	144	144
зач.ед.	4	4

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий

очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	СРС	Всего час
1	Теория множеств и отношений	Множества и действия над ними. Подмножества. Булеан. Законы алгебры множеств. Алгебраические свойства операций над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна. Отношения и функции. Бинарные отношения и их свойства. Композиция бинарных отношений. Функции и их свойства. Матрица бинарного отношения и её свойства. Отношения порядка. Представление бинарных отношений порядка с помощью диаграмм Хассе.	6	6	12	24
2	Комбинаторика	Понятие комбинаторной конфигурации. Основные правила комбинаторики – правило суммы и правило произведения. Определение перестановок, размещений и сочетаний и формулы для расчёта их числа. Определение перестановок, размещений и сочетаний с повторениями и формулы для расчёта их числа. Объединение конфигураций. Число комбинаций в объединении двух и трёх комбинаторных конфигураций. Бином Ньютона и полиномиальная теорема. Принцип включения и исключения.	6	6	12	24
3	Производящие функции и рекуррентные соотношения	Производящая функция последовательности. Операции в классе производящих функций: сумма, произведение (свёртка) производящих	6	6	12	24

		функций, произведение производящей функции на действительное число. Нуль, единица, противоположный и обратный элементы в классе производящих функций. Производящая функция для сочетаний с ограниченным числом повторений. Экспоненциальные производящие функции. Возвратная последовательность. Характеристический многочлен. Однородное линейное рекуррентное соотношение, нахождение формулы её общего члена. Теорема о возвратной последовательности. Теорема о корне характеристического многочлена. Теоремы об общем решении однородного линейного рекуррентного соотношения в случаях простых и кратных корней характеристического многочлена.				
4	Теория графов	Основные определения. Степень вершин графа, теорема Эйлера о сумме степеней вершин графа. Матрицы смежности и инцидентности. Определение подграфа. Объединение и пересечение графов. Расстояния в графах. Периферийные и центральные вершины графа. Взвешенные графы. Алгоритм Дейкстры для нахождения кратчайших маршрутов в графе. Понятия дерева, остовного и свободного деревьев. Свойства деревьев (различные определения деревьев). Ориентированные, упорядоченные и бинарные деревья. Задача о кёнигсбергских мостах. Эйлеровы цепи, циклы и графы. Теорема Эйлера. Алгоритм построения эйлерова цикла в эйлеровом графе. Гамильтоновы цепи, циклы и графы. Достаточные условия существования гамильтоновых циклов в графе. Изоморфизм графов. Потоки в сетях. Источник и сток орграфа, поток в сети, величина потока, разрез сети, пропускная способность разреза, минимальный разрез сети. Теорема Форда и Фалкersona о пропускной способности минимального разреза. Алгоритм построения максимального потока в сети.	6	6	12	24
5	Кодирование	Кодирование как способ представления информации. Кодирование и декодирование. Алфавитное кодирование. Двоичный алфавит. Коды Хемминга.	6	6	12	24
6	Теория автоматов	Определение конечного автомата, способы его задания, процедура минимизации и канонические уравнения. Автоматные языки и функции. Схема из функциональных элементов и задержки.	6	6	12	24
Итого			36	36	72	144

5.2 Перечень лабораторных работ

Не предусмотрено учебным планом

6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В соответствии с учебным планом освоение дисциплины предусматривает выполнение курсовой работы в 4 семестре для очной формы обучения.

Примерная тематика курсовой работы: «Методы дискретной математики и их приложения к задачам компьютерной безопасности».

Задачи, решаемые при выполнении курсовой работы:

- изучить учебную и научную литературу по теме;
- рассмотреть основные понятия, касающиеся проблемы исследования;
- привести примеры использования методов дискретной математики в решении задач компьютерной безопасности.

Курсовая работа включает в себя графическую часть и расчётно-пояснительную записку.

Контрольные работы и типовые расчёты.

Контрольная работа по теме «Теория множеств» на 8 неделе, типовой расчёт по теме «Теория графов» выдаётся на 12 неделе, приём на 13 неделе, тест по теме «Математическое программирование» на 11 неделе 5 семестра, контрольная работа по теме «Теория автоматов» на 17 неделе.

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

7.1.1 Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Аттестован	Не аттестован
ОПК-3	знать основные понятия и методы теории множеств, комбинаторного анализа, теории графов и теории конечных автоматов	Тест	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	уметь решать типовые теоретико-множественные и комбинаторные задачи, оптимизационные задачи на графах, задачи периодичности и эквивалентности для конечных автоматов	Решение стандартных практических задач	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	владеть методами дискретной математики для решения задач профессиональной деятельности	Решение стандартных практических задач	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах

7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 4 семестре для очной формы обучения по четырёхбалльной системе:

«отлично»;

«хорошо»;

«удовлетворительно»;
«неудовлетворительно».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неудовл.
ОПК-3	знать основные понятия и методы теории множеств, комбинаторного анализа, теории графов и теории конечных автоматов	Тест	Выполнение теста на 90-100%	Выполнение теста на 80-90%	Выполнение теста на 70-80%	В тесте менее 70% правильных ответов
	уметь решать типовые теоретико-множественные и комбинаторные задачи, оптимизационные задачи на графах, задачи периодичности и эквивалентности для конечных автоматов	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	владеть методами дискретной математики для решения задач профессиональной деятельности	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

7.2 Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию

1. Множества A и B называются *равными* при условии, что:

- а) у них число элементов одно и то же;
- б) они содержат одни и те же элементы;
- в) они содержат конечное число элементов;
- г) они содержат элементы одной и той же природы.

2. Любое подмножество A данного множества B , отличное от B и $\emptyset$, называется

- а) несобственным подмножеством B ;
- б) собственным подмножеством A ;
- в) собственным подмножеством ;
- г) несобственным подмножеством A .

3. Пустое множество $\emptyset$ и само множество A называются

- а) собственными подмножествами A ;
- б) собственными подмножествами $\emptyset$;
- в) несобственными подмножествами $\emptyset$;
- г) несобственными подмножествами A .

4. Для обозначения набора всех подмножеств множества A применяются записи:

- а) $P(A)$ или 2^A ;
- б) $N(A)$ или 2^n ;
- в) $|A|$ или $2^{|n|}$;
- г) (A) или $2^{(A)}$.

5. Универсальное множество (универсум) U – множество, в которое входят в качестве подмножеств

- а) числовые множества;
- б) все другие множества, которые можно рассматривать, решая конкретную задачу;
- в) собственные подмножества;
- г) несобственные подмножества.

6. Имеются 5 видов конвертов без марок и 4 вида марок. Конверт и марку можно выбрать количеством способов, равным:

- а) 120;
- б) 24;
- в) 20;
- г) 5;
- д) 4.

7. Среди натуральных чисел от 20 до 1000 включительно имеются такие, которые не делятся ни на одно из чисел 7, 11 и 13. Всего таких чисел;

- а) 28;
- б) 304;
- в) 635;
- г) 705;
- д) 953.

8. Решением рекуррентного соотношения $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 3^n$ с начальными условиями

$$a_0 = 5, \quad a_1 = 7$$

является последовательность:

- а) $\frac{4 \cdot 2^n}{2n \cdot 3^n}$;
- б) $\frac{2^n}{(4-2n) \cdot 3^n}$;
- в) $(4+2n) \cdot 2^n + 3^n$;
- г) $(4-2n) \cdot 2^n + 3^n$;
- д) $2^n + (4+2n) \cdot 3^n$.

9. Если в графе $G=(S, U)$ все элементы множества U изображаются дугами, то граф называется

- а) ориентированным;

- б) неориентированным;
- в) полным;
- г) мультиграфом.

10. Если в графе $G=(S,U)$ все элементы множества U изображаются рёбрами, то граф называется

- а) ориентированным;
- б) неориентированным;
- в) полным;
- г) мультиграфом.

11. Если граф не содержит петель и параллельных дуг, то он называется

- а) ориентированным;
- б) полным;
- в) простым;
- г) псевдографом.

12. Простой граф, в котором каждая пара вершин смежна, называется

- а) мультиграфом;
- б) ориентированным;
- в) псевдографом;
- г) полным.

13. Граф, содержащий хотя бы две параллельные дуги (ребра), называется

- а) мультиграфом;
- б) простым;
- в) полным;
- г) неориентированным.

14. Внутреннее состояние конечного автомата в любой момент времени полностью определяется:

- а) состоянием автомата в предыдущий момент времени;
- б) символом, поданным на его вход;
- в) конечной последовательностью символов, поступающих на его вход;
- г) символом на выходе и внутренним состоянием автомата в предыдущий момент времени;
- д) правильного ответа нет.

15. Имеется конечный автомат, заданный таблицей состояний

Текущее состояние	Следующее состояние		Выход	
	0	1	0	1
s_0	s_1	s_2	1	0
s_1	s_4	s_2	0	0
s_2	s_3	s_0	1	0
s_3	s_4	s_0	0	0
s_4	s_4	s_4	0	0

Число состояний минимального конечного автомата, покрывающего заданный автомат, равно:

- а) 5;
- б) 4;
- в) 3;
- г) 2;
- д) 1.

7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач

1. Докажите тождество, используя только определения операций над множествами: $A \cap (B \cup C) \equiv (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

2. Заданы множества

$$A = \{a, b, c\}, B = \{1, 2, 3, 4\}$$

и отношения $P_1 \subseteq A \times B, P_2 \subseteq B^2$.

$$P_1 = \{(a, 1), (a, 2), (b, 3), (c, 2), (c, 3), (c, 4)\},$$

$$P_2 = \{(1, 1), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (4, 4)\}.$$

Изобразите P_1, P_2 графически, найдите $[(P_1 \circ P_2)^{-1}]$.

3. Задано множество

$$B = \{1, 2, 3, 4\}$$

и отношение $P_2 \subseteq B^2$.

$$P_2 = \{(1, 1), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (4, 4)\}.$$

Проверьте с помощью матрицы $[P_2]$, является ли отношение P_2 рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным.

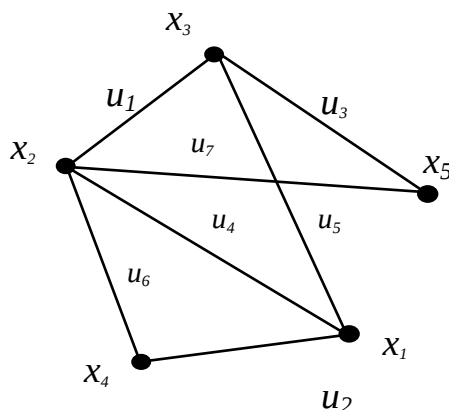
4. Найдите область определения и область значений отношения $P \subseteq \mathbb{R}^2, (x, y) \in P \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$.

5. Является ли отношение

$$P \subseteq \mathbb{R}^2, (x, y) \in P \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$$

рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным?

6. Для графа, изображённого на рисунке, составить матрицу смежности вершин.



$$\begin{aligned}
 &\text{а) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \\
 &\text{г) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

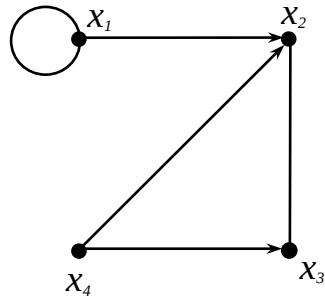
7. Для графа, изображённого на рисунке к заданию 6, составить матрицу смежности дуг.

$$\begin{aligned}
 &\text{а) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \\
 &\text{в) } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{г) } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

8. Для графа, изображённого на рисунке к заданию 6, составить матрицу инциденций.

$$\begin{aligned}
 &\text{а) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \\
 &\text{в) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{г) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

9. Найти матрицу сильных компонент для графа, изображённого на рисунке.



а) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

10. С помощью матрицы смежности вершин найти маршруты длины три дуги, исходящие из вершины x_1 , для графа, изображённого на рисунке к заданию 9.

- а) $x_1 - x_1 - x_1 - x_1$, $x_1 - x_1 - x_1 - x_2$, $x_1 - x_2 - x_3 - x_2$, $x_1 - x_1 - x_2 - x_3$;
 б) $x_1 - x_1 - x_1 - x_2$, $x_1 - x_2 - x_3 - x_2$, $x_1 - x_1 - x_2 - x_3$;
 в) $x_1 - x_2 - x_3 - x_2$, $x_1 - x_1 - x_2 - x_3$;
 г) $x_1 - x_2 - x_3 - x_2$.

7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

1. Оперативная память одного из первых компьютеров - ЭВМ «Стрела» состояла из 2048 ячеек, в каждой из которых 43 двоичных разряда (бита). Каждый такой разряд может содержать или 0, или 1. В скольких различных состояниях могла находиться ЭВМ «Стрела»?

2. В современных компьютерах информация хранится в виде байтов - слов, содержащих 8 битов, каждый бит - один из знаков (0 или 1). Сколько знаков содержит кодовая таблица для каждого шрифта, показывающая как будет изображаться на дисплее каждый возможный байт?

3. Информация на дисплей компьютера поступает через видеокарту. На мониторе отображается сетка из 800 точек по горизонтали и 600 точек по вертикали, причём информация о цвете каждой точки содержит 32 бита. Сколько байт может вместить видеокарта?

4. Многие мониторы позволяют отображать сетку из 1600 точек по горизонтали и 1200 точек по вертикали. Сколько байт должна хранить видеокарта, чтобы отобразить сетку при тех же 32 битах на точку?

5. Имеется n абонентов телефонной сети. Сколькими способами можно одновременно соединить три пары абонентов?

6. Докажите, что 77 телефонов нельзя соединить друг с другом так, чтобы каждый был соединён ровно с 15 другими.

7. Имеется радиолампа с 7 штырьками, расположенными по кругу на одинаковых расстояниях друг от друга, которая вставляется в ламповую панельку с 7 гнездами, также расположенными на равном расстоянии друг

от друга. Занумеруйте штырьки и гнезда цифрами от 1 до 7 так, чтобы при любом втыкании лампы в розетку хотя бы один штырёк попал в гнездо с тем же номером.

8. Система состоит из N молекул, в каждую из которых входит один A -атом и два B -атома, занимающих два из четырёх возможных положений. Сколько конфигураций имеет эта система?

9. Система состоит из N молекул, в каждую из которых входит один A -атом и два B -атома, занимающих два из четырёх возможных положений. Молекулы могут захватывать у других один или два B -атома. Сколько конфигураций имеет эта система?

10. Система состоит из N молекул, в каждую из которых входит один A -атом и B -атом и C -атом, занимающих два из четырёх возможных положений. Сколько конфигураций имеет эта система?

11. По заданной матрице весов Ω графа G найти величину кратчайшего пути от пункта $s = x_1$ до пункта $t = x_6$, определяемого бортовым компьютером современного автомобиля, используя алгоритм Дейкстры.

$$\Omega = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{matrix} & \begin{pmatrix} - & 11 & \infty & 14 & 15 & \infty \\ \infty & - & 13 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & \infty & \infty & 13 \\ \infty & 7 & 11 & - & 9 & \infty \\ \infty & 11 & 10 & \infty & - & 14 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

а) 29; б) 30; в) 27; г) 28.

12. В вычислительной сети в очереди на выполнение находятся пять различных программ с номерами от 1 до 5. Программа с номером 2 идёт впереди программы с номером 4, программа с номером 5 – впереди программы с номером 1, но позади программы с номером 4, программа с номером 3 впереди программы с номером 2. Какая программа идёт первой, какая последней?

- а) первая – с номером 3, последняя – с номером 1;
- б) первая – с номером 5, последняя – с номером 2;
- в) первая – с номером 3, последняя – с номером 4;
- г) первая – с номером 4, последняя – с номером 3.

13. По заданной матрице весов Ω графа G найти величину кратчайшего маршрута доставки сообщения с сервера $s = x_1$ на сервер $t = x_6$, определяемого маршрутизатором, являющимся важнейшим элементом глобальной компьютерной сети Интернет, используя алгоритм Дейкстры.

$$\Omega = \begin{matrix} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{matrix} & \begin{pmatrix} - & 5 & 8 & 7 & 18 & \infty \\ \infty & - & 11 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & \infty & \infty & 17 \\ \infty & 10 & 12 & - & 6 & \infty \\ \infty & 7 & 8 & \infty & - & 11 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

а) 25; б) 24; в) 23; г) 22.

14. Известны места размещения компьютеров локальной сети и известны каналы связи, которые можно проложить между ними, а также их пропускные способности. В матрице весов Ω графа G указаны места расположения компьютеров и пропускные способности каналов связи. Требуется определить, используя алгоритм Прима, наименьшую пропускную способность системы каналов связи из всех возможных схем расположения каналов связи, которая позволяет производить сообщения между любыми компьютерами сети.

$$\Omega = \begin{matrix} & A & B & C & D & E & F \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{matrix} & \begin{pmatrix} - & 1 & \infty & \infty & 16 & 3 \\ 1 & - & 6 & \infty & \infty & 5 \\ \infty & 6 & - & 1 & 3 & 3 \\ \infty & \infty & 1 & - & 2 & \infty \\ 16 & \infty & 3 & 2 & - & 4 \\ 3 & 5 & 3 & \infty & 4 & - \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

15. По матрице Ω пропускных способностей каналов связи в локальной компьютерной сети графа G найти максимальный поток программ в вычислительной сети от компьютера $s = x_1$ до компьютера $t = x_7$.

$$\Omega = \begin{matrix} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{matrix} & \begin{pmatrix} - & 18 & 16 & - & - & 9 & - \\ - & - & 8 & 11 & 7 & - & 13 \\ - & - & - & - & 13 & - & 19 \\ - & - & 10 & - & - & 15 & - \\ - & - & - & 17 & - & 28 & - \\ - & - & - & - & - & - & 14 \\ - & - & - & - & - & - & - \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

а) $\varphi_{\max} = 43$; б) $\varphi_{\max} = 44$; в) $\varphi_{\max} = 42$; г) $\varphi_{\max} = 41$.

7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачёту

Не предусмотрено учебным планом

7.2.5 Примерный перечень заданий для подготовки к зачёту с оценкой

1. Множество, его элементы. Конечное и бесконечное множества. Примеры множеств. Пустое множество.

2. Подмножества и их свойства. Равенство множеств. Собственные и несобственные подмножества. Булеан (множество-степень).
3. Универсальное множество (универсум). Упорядоченное множество. Упорядоченная пара.
4. Операции над множествами и их свойства (законы алгебры множеств). Диаграммы Эйлера-Венна.
5. n -местное отношение (n -местный предикат). Унарное и бинарные отношения. Координаты (компоненты) отношения. Тожественное отношение (диагональ). Полное отношение (полный квадрат).
6. Область определения, область значений бинарного отношения. Обратное отношение. Композиция бинарных отношений. Свойства бинарных отношений.
7. Функция (отображение). Частичная функция. Инъекция, сюръекция, биекция. Подстановка множества. Свойства функций. Характеристическая функция множества.
8. Матрица бинарного отношения. Свойства матриц бинарных отношений. Рефлексивное, иррефлексивное, симметричное, антисимметричное, транзитивное отношения. Отношение эквивалентности. Класс эквивалентности. Разбиение множества.
9. Предпорядок. Частичный порядок. Строгий порядок. Несравнимые элементы. Линейный порядок. Частично (линейно) упорядоченное множество. Максимальный (минимальный) элемент. Наибольший (наименьший) элемент. Верхняя (нижняя) грань. Точная верхняя (нижняя) грань. Полный порядок. Вполне упорядоченное множество. Покрывание элементов. Диаграммы Хассе.
10. Эквивалентные множества. Мощность (кардинальное число) множества. Мощности конечного и пустого множеств. Сравнение мощностей двух бесконечных множеств. Теорема о мощности множества всех подмножеств произвольного непустого множества. Теорема Кантора-Бернштейна. Счётное множество и его мощность. Несчётное множество. Свойства счётных и несчётных множеств. Мощности континуума и гиперконтинуума. Понятие о континуум-гипотезе.
11. Система аксиом Цермело-Френкеля теории множеств. Аксиома Цермело выбора. Детерминированное множество. Аксиома Мычельского и Штейнгауза детерминированности. Бэровское пространство.
12. Комбинаторика. Правила суммы и произведения.
13. Перестановки, размещения, сочетания.
14. Перестановки с повторениями. Сочетания с повторениями.
15. Выборка. Выборка с возвращением. Размещение с повторениями. Теорема о числе размещений с повторениями.
16. Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля. Свойства биномиальных коэффициентов. Теорема о числе подмножеств конечного множества и следствие из неё. Формула бинома Ньютона для произвольного действительного показателя. Полиномиальная формула. Полиномиальные коэффициенты.
17. Подходы для изучения комбинаторных объектов и чисел. Метод рекуррентных соотношений.
18. Производящие функции. Производящая функция для сочетаний с ограниченным числом повторений.
19. Однородные и неоднородные линейные рекуррентные соотношения.
20. Экспоненциальные производящие функции.
21. Метод включений и исключений.
22. Граф. Рёбра. Вершины. Концевые вершины. Ориентированный граф (орграф). Неориентированный граф. Смежные вершины и рёбра. Инцидентность вершины и ребра. Порядок графа. Степень вершины. Изолированные и висячие вершины. Параллельные (кратные) дуги (рёбра). Мультиграф. Петля. Псевдограф.
23. Двудольный граф. Полный двудольный граф. Изоморфные графы. Плоский (планарный) граф. Дополнительный граф (дополнение) к произвольному графу.

Самодополнительный граф. Подграф.

24. Операции над графами: объединение (наложение), дизъюнктное объединение, произведение графов. Слияние (отождествление) вершин, стягиваемость рёбер и графов. Расщепление вершин.

25. Маршрут. Цепь, простая цепь. Гамильтонова цепь. Циклический маршрут. Цикл, простой цикл. Длина маршрута. Гамильтонов цикл. Обхват графа.

26. Связный граф. Путь. Сильно связный граф. Теорема о связности. Компоненты связности. Прямое разложение графа. Теорема о связных (сильно связных) компонентах. Теорема о числе рёбер неориентированного связного графа. Граф со взвешенными дугами (сеть). Узлы сети. Вес дуги. Вес пути.

27. Латинская матрица. Матрица смежности вершин. Необходимое и достаточное условие изоморфности графов и следствие из неё. Ранг графа. Матрица смежности дуг.

28. Матрица инцидентий. Векторы инцидентий графа. Необходимое и достаточное условие изоморфности графов. Матрица весов. Матрица Кирхгофа и её свойства. Матрицы связности и достижимости. Матрица контрдостижимости. Теорема о связи между матрицами достижимости и контрдостижимости. Использование матриц достижимости и контрдостижимости для нахождения сильных компонент графа.

29. Расстояние между вершинами графа и его свойства. Эксцентриситет вершины. Диаметр графа. Радиус графа. Периферийные и центральные вершины. Центр графа. Диаметральная цепь. Теорема о диаметре связного графа.

30. Упорядочивание вершин связного орграфа без контуров. Алгоритм Фалкersonа упорядочивания вершин и дуг графа. Полустепени захода и выхода вершин. Матричный способ упорядочивания вершин орграфа.

31. Теорема о количестве маршрутов с заданным количеством рёбер и следствия из неё. Модифицированная матрица смежности. Выявление маршрутов с заданным количеством рёбер.

32. Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайшего пути в орграфе с положительными взвешенными дугами.

33. Алгоритм нахождения максимального пути в ациклическом графе (сети).

34. Дерево. Лес. Теорема о дереве. Ориентированное дерево (ордереве). Остовный подграф. Остовное поддерево (остовный каркас). Теорема Кэли. Теорема Кирхгофа. Теорема о числе рёбер произвольного неориентированного графа, которые необходимо удалить для получения остова, и следствия из неё. Цикломатическое число (циклический ранг) графа. Коциклический ранг (коранг). Теорема о сумме циклического ранга и коранга графа.

35. Алгоритм Прима (алгоритм ближайшего соседа) построения экстремального остовного дерева.

36. Эйлеров граф. Гамильтонов граф. Необходимое и достаточное условие эйлеровости связного графа. Алгоритм Флери построения эйлерова цикла. Покрытие графа набором его рёберно - непересекающихся цепей. Теорема о минимальном числе рёберно - непересекающихся цепей. Достаточное условие гамильтоновости графа со степенной последовательностью (списком степеней его вершин). Теорема Оре и следствие из неё.

37. Теорема о связном ориентированном графе. Необходимое и достаточное условие существования в связном орграфе открытой эйлеровой цепи. Достаточное условие существования в сильно связном орграфе без петель и параллельных дуг гамильтонова контура. Ветви остова. Хорды остова. Фундаментальный цикл графа. Фундаментальное множество циклов.

38. Плоский граф. Планарный граф. Свойства планарных графов. Грань планарного графа. Граница грани. Внешняя и внутренняя грани. Теорема Эйлера. Подразбиение ребра в графе. Гомеоморфные графы. Теорема Понтрягина - Куратовского и эквивалентная ей форма критерия планарности. Число планарности (искаженность)

графа. Толщина непланарного графа и её свойства.

39. Сегмент графа. Контактная вершина сегмента. Допустимая грань для сегмента. α -цепи. Конфликтующие сегменты. Алгоритм укладки планарного графа на плоскость.

40. Требования к графу в задаче о максимальном потоке и минимальном разрезе. Источник, сток. Пропускная способность дуги. Поток в сети, условие его сохранения. Остаточная пропускная способность дуги. Насыщенная дуга. Разрез. Ориентированный разрез. Пропускная способность (величина) разреза. Теорема Форда - Фалкерсона. Алгоритм Форда - Фалкерсона построения максимального потока и минимального разреза. Полный поток. Потоки на обратных дугах.

41. Независимое (внутренне устойчивое) множество вершин графа. Максимальное и наибольшее независимые множества. Число вершинной независимости (неплотность) графа, теорема о нём. Алгоритм построения независимого множества. Доминирующее (внешне устойчивое) подмножество вершин графа. Минимальное и наименьшее доминирующие множества. Необходимое и достаточное условия независимости множества. Клика. Максимальная и наибольшая клики. Кликовое число (плотность) графа. Необходимое и достаточное условие клики. Алгоритм выделения клик в графе. Матрица клик графа.

42. Раскраска графа, его хроматическое число. Теоремы об оценках хроматического числа. Гипотеза Кэли четырёх красок. Теорема Хивуда. Алгоритм последовательной раскраски графа. Теорема Кёнига.

43. Понятие конечного автомата. Формальное (абстрактное) определение конечного автомата. Входной и выходной алфавиты, множество внутренних состояний, переходная и выходная функции.

44. Способы описания конечного автомата с помощью диаграммы и таблицы состояний.

45. Эквивалентность автоматов. Входная и выходная строки, строка состояния и функции, связывающие эти строки. Покрытие и минимальность автоматов.

46. Эквивалентные состояния автоматов. r – эквивалентность. Классы эквивалентности.

47. Схемы из функциональных элементов и задержки, её базис.

48. Эксперименты по отличимости состояний автоматов.

49. Недетерминированные и частичные автоматы.

50. Понятие формальной грамматики.

51. Автоматные грамматики.

52. Реализация конечного автомата с помощью схемы из функциональных элементов и задержки.

7.2.6. Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации

Четвёртый семестр – зачёт с оценкой

Зачёт проводится по билетам, каждый из которых содержит 3 вопроса и 2 задачи. Для проверки усвоения компетенции ОПК-3, в билет включается один из вопросов, выданных на самостоятельное изучение. Каждый правильный ответ на вопрос в билете оценивается 3 баллами, задача оценивается в 5 баллов. Максимальное количество набранных баллов – 19.

1. Оценка «Отлично» ставится в случае, если студент набрал 17-19 баллов.

2. Оценка «Хорошо» ставится в случае, если студент набрал от 11 до 16 баллов.

3. Оценка «Удовлетворительно» ставится в случае, если студент

набрал 8-10 баллов.

4. Оценка «Неудовлетворительно» ставится в случае, если правильные ответы только на теоретические вопросы или решены только практические задачи, или студент набрал менее 8 баллов.

7.2.7 Паспорт оценочных материалов

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Теория множеств и отношений	ОПК-3	Тест, устный опрос
2	Комбинаторика	ОПК-3	Тест, устный опрос
3	Производящие функции и рекуррентные соотношения	ОПК-3	Тест, устный опрос
4	Теория графов	ОПК-3	Тест, устный опрос
5	Кодирование	ОПК-3	Тест, устный опрос, зачёт
6	Теория автоматов	ОПК-3	Тест, устный опрос, зачёт

7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Защита курсовой работы, курсового проекта или отчёта по всем видам практик осуществляется согласно требованиям, предъявляемым к работе, описанным в методических материалах. Примерное время защиты на одного студента составляет 20 мин.

8 УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)

8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

1. Дискретная математика [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Н. В. Рогова. – Самара: Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017, Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/75372.html> ЭБС “IPRbooks”.

2. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов: учеб. пособие / Ф.А. Новиков. – СПб.: Питер, 2005. – 364 с. – (Учебник для вузов).

3. Пашуева И.М., Шелковой А.Н., Ююкин Н.А. Дискретная математика в информационных системах и технологиях [Электронный ресурс]: Учеб. пособие. – Электрон. текстовые, граф. дан. (3,36 Мб). – Воронеж: ФГБОУ ВО "Воронежский государственный технический университет", 2018.

8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Наименование программного обеспечения	Тип лицензии
OpenOffice	Свободное ПО
Microsoft Windows 7	Open License
Microsoft Office 2007	Open License
Adobe Reader	Свободное ПО

Профессиональные базы данных

Наименование ПБД	Электронный адрес ресурса
Научная электронная библиотека	http://elibrary.ru
Электронная библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbooksop.ru/

Информационные справочные системы

Наименование ИСС	Электронный адрес ресурса
Математический справочник	dict.sernam.ru
Информационная система	Math-Net.Ru

Для выполнения домашних работ возможно использование пакетов MAPLE, MATLAB, MATHCAD, MAXIMA или МАТЕМАТИКА для ОС Windows.

При этом перечень информационных технологий включает:

– сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;

– самостоятельный поиск дополнительного учебного и научного материала с использованием поисковых систем и сайтов сети Интернет, электронных энциклопедий и баз данных;

– использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Учебные аудитории, оснащённые техническими средствами, для проведения лекционных и практических занятий по дискретной математике.

10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

По дисциплине «Дискретная математика» читаются лекции, проводятся практические занятия, выполняется курсовая работа.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков расчёта обработки опытных данных. Занятия проводятся путём решения конкретных задач в аудитории.

Методика выполнения курсовой работы изложена в учебно-методическом пособии. Выполнять этапы курсовой работы должны своевременно и в установленные сроки.

Контроль усвоения материала дисциплины производится проверкой курсовой работы, защитой курсовой работы.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удаётся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Практическое занятие	Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчётно-графических заданий, решение задач по алгоритму.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоения учебного материала и развитию навыков

	самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие: - работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций; - выполнение домашних заданий и расчётов; - работа над темами для самостоятельного изучения; - участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад; - подготовка к промежуточной аттестации.
Подготовка к промежуточной аттестации	Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начинаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед зачётом с оценкой три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

№ п/п	Перечень вносимых изменений	Дата внесения изменений	Подпись заведующего кафедрой, ответственной за реализацию ОПОП
----------	-----------------------------	----------------------------	--