# МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный технический университет»

Кафедра графики, конструирования и информационных технологий в промышленном дизайне

# МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЕ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДИЗАЙН-ПРОЕКТИРОВАНИЕ»

для обучающихся по направлению 54.03.01 «Дизайн», профиль «Промышленный дизайн» всех форм обучения

Воронеж 2021

# Составители: А.В. Кузовкин, А.П. Суворов, Ю.С. Золототрубова

Методические рекомендации по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Интеллектуальное и математическое дизайн-проектирование» для обучающихся по направлению 54.03.01 «Дизайн», профиль «Промышленный дизайн» всех форм обучения / ФГБО ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: А.В. Кузовкин, А.П. Суворов, Ю.С. Золототрубова. – Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2021. – 35 с.

Приводится описание выполнения лабораторных работ по курсу «Интеллектуальное и математическое дизайн-проектирование» для студентов обучающихся по направлению 54.03.01 «Дизайн», профиль «Промышленный дизайн» всех форм обучения

УДК 681.3(07) ББК 30.18я7

Рецензент - д.т.н., профессор Чижов М.И.

Рекомендовано методическим семинаром кафедры ГКПД и методической комиссией ФИТКБ Воронежского государственного технического университета в качестве методических материалов

# Введение

Цель дисциплины «Интеллектуальное и математическое дизайнпроектирование» дать представление о современных методах построения моделей. Углубить теоретические знания студентов в области моделирования; познакомить на практике с методологией компьютерного моделирования. Практически освоить технологии моделирования в среде современных программных комплексов. Научить студентов применять методы моделирования для решения конкретных задач. Сформировать навыки в области моделирования процессов, объектов и систем различного назначения.

Задачи лабораторного практикума:

• Познакомить студентов с современными методами и технологиями построения компьютерных моделей и проведения модельных экспериментов.

• Подготовить студентов к самостоятельной практической работе в области компьютерного моделирования.

• Ознакомить студентов с возможностями современных программных комплексов компьютерного моделирования.

Практикум охватывает следующие направления: математическое моделирование и вычислительный эксперимент; компьютерное моделирование систем; оптимизационное моделирование; графическое 3D моделирование в среде пакета «Inventor»; имитационное и стохастическое моделирование; моделирование процессов с распределенными параметрами; моделирование социальных и экономических процессов; моделирование экологических систем.

Основная концепция практикума – моделирование без программирования на основе универсальных инструментальных программных комплексов моделирования (или электронных таблиц). Содержание практикума соответствует Государственным образовательным стандартам высшего профессионального образования.

Лабораторный практикум подготовлен по материалам учебного курса, который читается авторами для студентов направления 54.03.01 «Дизайн», профиль «Промышленный дизайн» по дисциплине «Интеллектуальное и математическое дизайн-проектирование» в Воронежском государственном техническом университете.

#### I. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент

#### 1.1. Модель физиологического состояния человека

**Теоретическое введение.** В данной работе мы познакомимся с моделью, которая построена исключительно на основе обработки данных наблюдений. Теории биоритмов около ста лет. Ее авторами являются Герман Свобода, Вильгельм Флисс, Фридрих Тельчер. Герман Свобода, анализируя поведение своих пациентов, заметил, что их мысли, идеи, импульсы к действию повторяются с определенной периодичностью. Герман Свобода начал анализировать развитие болезней, особенно цикличность сердечных и астматических приступов. Результатом этих исследований стало открытие ритмичности физических (22 дня) и психических (27 дней) процессов.

Доктор Вильгельм Флисс, который работал в Берлине, заинтересовался сопротивляемостью организма человека болезням. Он заметил, что дети с одинаковыми диагнозами в одно время выздоравливают, а в другое умирают. Собрав данные о начале болезни и смерти, он связал их с датой рождения. Расчеты показали, что изменения иммунитета можно прогнозировать с помощью 22-дневного физического и 27-дневного эмоционального биоритмов.

Преподаватель из Инсбрука Фридрих Тельчер заметил, что способность студентов воспринимать, систематизировать и использовать информацию, генерировать идеи время от времени изменяется, т.е. имеет ритмический характер. Сопоставив даты рождений студентов, даты экзаменов и их результаты экзаменов, он открыл интеллектуальный ритм с периодом 32 дня. В результате изучения жизни творческих людей он нашел «ритм» нашей интуиции - 37 дней.

От рождения до смерти мы подвержены влиянию интеллектуального, эмоционального, физического и интуитивного биоритмов. Физический цикл равен 22 дням. Он определяет энергию человека, его силу, выносливость, координацию движения. Эмоциональный цикл равен 27 дням и обусловливает состояние нервной системы и настроение. Интеллектуальный цикл (32 дня) определяет творческую способность личности. Интуитивный ритм имеет период 37 дней и отвечает за творческое вдохновение, восприятие неосознанных импульсов, т.е. собственно интуицию.

Интеллектуальный минимум характеризуется снижением умственной активности, мышления, ухудшением памяти. Эмоциональный минимум приносит упадок душевных сил, желаний, заторможенность, апатию, раздражительность. Наихудший день для людей творческих, когда не хватает чувств и эмоций для работы. Физический минимум дает снижение физической активности, повышается утомляемость и вероятность заболеваний. В этот период следует снизить или исключить физические нагрузки. В период интуитивного минимума решения, принятые интуитивно могут оказаться ошибочными. Отсутствует вдохновение, особенно для творческой работы. Максимумы дают возможность осознать и реализовать свои способности и таланты. Это период напряженной работы.

Интеллектуальный максимум позволяет решить самые сложные вопросы и даже создать нечто новое. Это время удачно для принятия решений, ведения переговоров, подписания контрактов. Эмоциональный максимум дает чувство полноты жизни, душевный подъем, желание действовать, созидать, любить. Обостренные чувства резко реагируют на дисгармонию и отчуждение. В период физического максимума организм полон энергии, работа не утомляет, можно заняться спортом и т.п. Интуитивный максимум: интуиция работает на грани ясновидения, что позволяет принимать правильные решения. Периоды всех биоритмов разные, поэтому могут совпадать три-четыре минимума и наступают

«черные дни» или бывают «светлые» полосы, когда все удается.

	A	В	С	D	E	F			
1	Дата рождения	10.07.1984	Таблица изменения биоритмов						
2		3	начения б	биоритмов	3				
3	Дата	Rф	Ra	Rи	Rt	Х-число прожитых дней			
4	01.07.2005	0,990	-0,998	0,556	0,333	7661			
5	02.07.2005	0,990	-0,985	0,383	0,488	7662			
6	03.07.2005	0,910	-0,918	0,195	0,628	7663			
7	04.07.2005	0,756	-0,802	0,000	0,751	7664			
8	05.07.2005	0,541	-0,643	-0,195	0,852	7665			
9	06.07.2005	0,282	-0,449	-0,383	0,928	7666			
10	07.07.2005	0,000	-0,231	-0,556	0,978	7667			
11	08.07.2005	-0,282	0,000	-0,707	0,999	7668			
12	09.07.2005	-0,541	0,231	-0,831	0,992	7669			
13	10.07.2005	-0,756	0,449	-0,924	0,956	7670			
14	11.07.2005	-0,910	0,643	-0,981	0,893	7671			
15	12.07.2005	-0,990	0,802	-1,000	0,804	7672			
16	13.07.2005	-0,990	0,918	-0,981	0,692	7673			
17	14.07.2005	-0,910	0,985	-0,924	0,560	7674			
18	15.07.2005	-0,756	0,998	-0,831	0,412	7675			
19	16.07.2005	-0,541	0,958	-0,707	0,252	7676			
20	17.07.2005	-0,282	0,866	-0,556	0,085	7677			
21	18.07.2005	0,000	0,727	-0,383	-0,085	7678			
22	19.07.2005	0,282	0,550	-0,195	-0,252	7679			
23	20.07.2005	0,541	0,342	0,000	-0,412	7680			
24	21.07.2005	0,756	0,116	0,195	-0,560	7681			
25	22.07.2005	0,910	-0,116	0,383	-0,692	7682			
26	23.07.2005	0,990	-0,342	0,556	-0,804	7683			
27	24.07.2005	0,990	-0,550	0,707	-0,893	7684			
28	25.07.2005	0,910	-0,727	0,831	-0,956	7685			

Рис. 1.1. Фрагмент таблицы расчета биоритмов

**Постановка задачи моделирования.** Модель, которую предстоит построить, относится к классу математических моделей, построенных путем идентификации. Ее адекватность можно проверить, сопоставив свое собственное состояние в прошлом или будущем с результатами моделирования.

В среде электронных таблиц составить прогноз изменения собственных биоритмов. Период прогноза от текущего дня до конца учебного года. По результатам моделирования установить

«критические» и «черные» дни. Прогноз удобнее выполнить поэтапно на 100 дней вперед.

**Порядок выполнения работы.** Для выполнения задания потребуется составить таблицу, в которой необходимо рассчитать изменение собственных биоритмов по зависимостям:

R	$=\sin(\frac{2\pi x}{x}),$		$R = \sin(\frac{2\pi x}{2})$	),	$R_{u} = \sin(\frac{2\pi x}{x})$	), 1	$R_r = \sin(\frac{2\pi x}{r})$	).
T		22	-	27		32		37

Здесь *R* - значение биоритма, *x* – количество прожитых дней на текущий момент времени. Таблица должна содержать информацию о вашем дне рожденья и 6 колонок: «Дата», «Физическое состояние»,

«Эмоциональное состояние», «Интеллектуальное состояние», «Творческие возможности», «Количество прожитых дней». В колонке «Дата» вычисляются даты прогнозируемого периода, в остальных колонках соответствующие биоритмы и количество прожитых дней – разность текущей даты и даты дня рождения. В отдельную ячейку внесите информацию о дате своего рождения.

Составить таблицу изменения биоритмов (рис. 1.1). Построить график изменения биоритмов (рис. 1.2). Результат прогноза состояния представить в виде графика на отдельном листе электронной таблицы, при этом использовать тип диаграммы «точечная».

Анализ результатов моделирования. Проанализировать заданный период, определить «черные» дни. Проверить адекватность прогноза на основе прожитого периода. Проанализировать предыдущий период, сопоставить результаты моделирования и собственных ощущений.



Рис. 1.2. График биоритмов

#### 1.2.

#### Моделирование осциллятора

Теоретическое введение. Моделируемая система представляет собой тело, прикрепленное к невесомой пружине, другой конец которой жестко закреплен (рис. 1.3). На тело действует сила упругости пружины и сила трения. Примером подобной системы может служить амортизатор автомобиля. Первоначально система выведена из состояния равновесия (рис. 1.3). Далее система будет совершать затухающие колебания.



Рис. 1.3. Схема объекта моделирования. Начальное состояние – пружина растянута

Исходная размерная модель динамики колебаний, записанная в виде системыдифференциальных уравнений, имеет следующий вид:

$$m \frac{dV = -c \cdot x - k \cdot V; \ dx}{dt} = V - dt \qquad dt$$
$$x(t = 0) = x_0, V(t = 0) = 0,$$

где *m* – масса тела, *x* - координата тела, *V* – скорость движения тела, *с* – жесткость пружины, к - коэффициент трения. Значение координаты x = 0 соответствует положению равновесия.

В безразмерной форме система уравнений будет иметь следующий вид:

$$\frac{-dV}{-dt} = -\bar{x} - \bar{k} \cdot V, -\frac{dx}{-dt} = V.$$

Здесь  $-k = \frac{k}{hc}$  - безразмерный параметр (безразмерный коэффициент трения). Начальные условия: -k = 0 = 0, -k = 0 = 0. Безразмерная форма математической

модели получена методом неопределенных масштабов.

Постановка задачи моделирования. Средствами MVS построить модель системы и исследовать влияние значения параметра k на ее свойства.

#### Порядок выполнения лабораторной работы.

**Создание проекта.** После запуска MVS нажмите кнопку <sup>()</sup> или выполните команду главного меню **Проект**\**Новый**... (рис. 1.4). В окне «**Новый проект**» выберите путь к папке проекта. Введите имя проекта и нажмите кнопку «**Создать**». В данной папке будет создан файл базы данных проекта

«Осциллятор.mvb» (рис. 1.5). На рис. 1.5 для создания проекта выбрана папка WORK на диске D:, имя проекта – «Осциллятор». При создании модели выберите доступный вам на запись диск.



Рис. 1.4. Система MVS при первоначальном запуске



После создания «заготовки» проекта в среде MVS появятся окна (рис. 1.6):

• Окно проекта, которое содержит составляющие проекта.

• Окно виртуального стенда, которое содержит структурную схему моделируемой системы, блоки и связи между ними. По умолчанию в виртуальный стенд помещен экземпляр класса

«Осциллятор» с именем «Осциллятор\_1».

• Окно класса содержит дерево составляющих класса. Данный блок предполагаетсянепрерывным, по умолчанию в него добавлена пустая система уравнений с именем

«Система\_уравнений\_1».



Рис. 1.6. «Заготовка» проекта

Модель «Осциллятор» - это модель непрерывной системы. Для ее построения подходит класс, создаваемый по умолчанию при открытии нового проекта. В этот класс необходимо добавить соответствующие переменные, параметры, константы и уравнения.

Класс - [Осциллятор]		
<mark>Id</mark> Осциллятор		
🗝 🚹 Суперкласс: CDevice		
— Иконка класса		
— 🤣 Параметры		
⊏> Входы		
🤝 Выходы		
Внутренние пер     Лобавить	Переменная	
С Константы	Идентификатор ОК	
Процедуры и Ф	х Отменить	
Поведение		
	Значение 0 Новое значение	
🖻 🚜 Системы уравнений	Комментарий Статическое выражение	
🕌 🚜 Система_уравнений_1		
	Phillipping	_
🔤 Комментарий		

Рис. 1.7. Добавление параметра

Рис. 1.8. Задание имени и значения переменной

**Ввод переменных и параметров.** В окне класса «Осциллятор», выделяем в дереве объектов узел «**Внутренние переменные**», вызовем контекстное меню и выполним команду «Добавить» (рис. 1.7). В появившемся окне вводим имя переменной *x*, оставляем заданный по умолчанию тип double, задаем начальное значение: 1 (рис. 1.8). Напоминаем, что MVS различает строчные и прописные буквы и не признает пробелов. Любые имена должны начинаться с буквы.

Аналогичным образом добавляем другие переменные и параметры (рис. 1.9). Можно изменить или удалить введенные определения с помощью команд контекстного меню.



Рис. 1.9. Заполненное окно класса «Осциллятор»

**Ввод уравнений модели.** В окне класса с помощью двойного щелчка мыши на узле «Уравнения» или команды «Изменить» контекстного меню вызываем редактор формул, который позволяет вводить математические выражения в виде, который близок к математической форме записи. С помощью редактора вводим необходимые

уравнения (рис. 1.10). Специальный знак производной

*d* \_\_вводится с помощью кнопок *dt* 

на панели инструментов (рис. 1.10). После редактирования система уравнений приметследующий вид (рис. 1.10-1.11).



👬 Система уравнений - [Осциллятор.Система_уравнений_2
<ul> <li>Переменные</li> <li>Процедуры и функции</li> <li>↓</li> <li>↓</li></ul>

Рис. 1.10. Редактирование уравнений

Рис. 1.11. Окончательный вид системы уравнений

Создание выполняемой модели. Запуск модели производится с помощью кнопки 🕨 (рис. 1.6).

Эксперименты с визуальной моделью. На рис. 1.12 показано главное окно визуальной модели после первого запуска. В левой части инструментальной панели отображается текущее значение модельного времени (начальное значение равно нулю). В левом верхнем углу расположено окно виртуального стенда, которое отражает структуру модели. Для блока «Осциллятор\_1», автоматически открывается окно переменных. Обратите внимание на то, что после создания экземпляра этого устройства его параметры приняли указанные значения и фазовые переменные инициализированы заданными выражениями.

Запуск и рестарт модели. Запустим выполнение модели с помощью кнопки (рис. 1.12). При этом начнет изменяться модельное время и значения переменных. Останов выполнения модели производится с помощью кнопки (П). Возврат модели в начальное состояние производится с помощью кнопки «Рестарт» . В результате этих действий данный экземпляр испытуемой системы будет уничтожен и создан новый, снова с начальными значениями переменных. Модельное время снова будет равно 0.



Рис. 1.12. Главное окно визуальной модели

Построение временной и фазовой диаграмм. С помощью кнопки Новая диаграмма - 🤷 создадим окно диаграммы (по умолчанию это будет временная диаграмма, т.е. по оси абсцисс будут откладываться значения модельного времени).

Методом «drag-and-drop» «перетащим» в окно «Временная диаграмма» из окна переменных «Осциллятор 1» переменные *x* и *V*. Запустим модель и получим следующий график (рис. 1.13).

Несложные уравнения решаются достаточно быстро. С помощью кнопки редактирования установок. Переключите параметр «Соотношение модельного и реального времени» из положения «так быстро как можно» в положение «число» (по умолчанию это 1, то есть моделирование в реальном времени). Изменяя это число, вы можете ускорять или замедлять прогон модели (рис. 1.14). Здесь же можно задать время останова прогона модели и другие установки.

Теперь построим фазовую диаграмму, т.е. график зависимости V(x). Для этого создадим новую диаграмму, перетацим в нее те же самые переменные, а затем правой клавишей мыши откроем на ней контекстное меню и выполним команду «Настройка». В появившемся диалоге настроек укажем с помощью двойного щелчка мышью в поле X, что по оси абсцисс откладываются значения переменной x

(рис. 1.15). В этом же окне можно задать и другие параметры диаграммы. Запустив модель, получим следующий график (рис. 1.16) – фазовую диаграмму.

**3D-анимация.** Для моделей механических систем, можно получить больше информации из непосредственного наблюдения поведения трехмерного изображения моделируемой системы. В визуальной модели для этого предназначено окно 3D- анимации. Создать его можно с помощью команды главного меню «Окна» - «Новая 3D-анимация».

Окно 3D-анимации позволяет строить динамические трехмерные модели, используя совокупность трехмерных примитивов (линия, шар, цилиндр, конус и т.д.), параметры, которых связываются созначениями соответствующих переменных модели.



Рис. 1.13. Модель и временная диаграмма процесса

Установки модели	×
Выполнение Цвета Вид Файлы	
✓ Останов через 1.500E+01	
Соотношение модельного и реального времени	
🔿 так быстро как возможно	
Применить Закрыть Помощь	

Рис. 1.14. Окно «Установки модели»

Настройка параметров диаграммы	👱 Фазовая диаграмма
Настройка параметров диаграммы       ×         Переменная       Тип       Min       Max       Цвет       ×         Осциллятор_1.x       double       0       1       +         Осциллятор_1.V       double       0       1       +         Осциллятор_1.V       double       0       1       +         Осциллятор_1.V       double       0       1       -         ✓ легенда       ✓       Фикс.границы Y       шаг       0.5       0.25         ✓ верт.       дакрование       min       -1       -1       -1         масш.       1       1       -       -       -         Ссетка       Осцинии       толщина       3акрыть       -       -         Линия "скачков"       Текст по Х	Occummerop_1x     Occummerop_1v       0.75     0.5       0.25     0       0.25     0       0.75     0       0.75     0       0.75     0       0.75     0       0.75     0       0.75     0       0.75     0       0.75     0

Рис. 1.15. Настройка параметров диаграммы

Рис. 1.16. Фазовая диаграмма

С помощью команды «Свойства» контекстного меню, вызовем диалог редактирования свойств 3D-анимации. В данной модели нам понадобится только два стандартных объекта – пружина (spring) и сфера (sphere, puc. 1.17).

Один конец пружины должен всегда находиться в фиксированной точке (параметры x1=-3, y1=0, z1=0), а координаты второго конца (параметр x2) должны изменяться в соответствии со значением переменной X. Для задания этого соответствия «перетащим» необходимые переменные из окна переменных и «бросим» их в колонке «Переменная» соответствующих параметров пружины (рис. 1.17). Аналогичным образом свяжем координаты центра сферы (параметр x1) с переменной X.

После чего достаточно запустить модель и вы увидите осциллятор (рис. 1.18). В любой момент выможете изменить точку наблюдения, нажав левую клавишу мыши и перемещая ее с прижатой клавишей. Таким образом, вы можете рассматривать колебания осциллятора сверху, снизу и т.д.

Свойства 3D анимации				×	Свойства 3D аним	ации			
Общие установки Объекты					Общие установки	Объекты			
🦯 spring1	Параметр	Значение	Переменная		spring1		Параметр	Значение	Переменная
Spherez	Тип	Пружина			Sphere2		Тип	Сфера	
	Имя	spring1					Имя	sphere2	
24	Видимость	true					Видимость	true	
	Цвет	\$00000000					Цвет	\$00000000	
0	x1	-3			0		×1	-0.42435145	Осциллятор_1.х
30	y1	0			3		y1	0	
1	z1	0					z1	0	
77	x2	-0.42435145	Осциллятор_1.	.х	8-8 9-7		Радиус	0.3	
	y2	0			6-6		Дискретн.	16	
	z2	0			2			_	
<u>~</u>	Радиус	0.15			1 A				
Т	Толщина витка	0.05			T				
	Число витков	12							
×	Дискретн.	32			×				
Рис. 1.17. Параметр	ы 3D-объе	ектов					7		

x



Рис. 1.18. Представление результатов моделирования средствами 3D-анимации

Анализ результатов моделирования. Установить влияние параметра k. Первоначальное значение параметра k задать равным нулю. Установите время затухания колебаний до уровня 5% от начальной амплитуды. Значение параметра k можно изменять в среде визуальной модели (рис. 1.19) через контекстное меню. Новое значение параметра будет действовать в одном эксперименте с моделью.



Рис. 1.19. Изменение значения параметра

Дополнительное задание. Постройте модель на основе исходных размерных уравнений: *m*=1,*x*0=1, *V*0=0, *c*=1, *k*=0.1. Переработайте модель для начальных условий по рис. 1.20.



#### Моделирование связанных осцилляторов

**Теоретическое введение.** Моделируемый объект представляет собой систему связанных осцилляторов (рис. 1.21). Первоначально система выведена из состояния равновесия (рис. 1.21). Далее система будет совершать затухающие колебания.



Рис. 1.21. Схема системы двух осцилляторов. Начальное состояние – пружины растянуты

Исходная размерная модель динамики колебаний, записанная в виде системыдифференциальных уравнений, имеет следующий вид:

$$\frac{m}{dV_{1}} = -c \cdot (x - x) - k \cdot V; \frac{dx_{1}}{dt} = V - 1$$

$$\frac{m}{dV_{2}} = c \cdot (x - x) - c \cdot x - k \cdot V; \frac{dx_{2}}{dt} = V - 1$$

$$x_1(t=0) = x_{10}, x_2(t=0) = x_{20}, V_{1,2}(t=0) = 0,$$

где m – масса тела, x - координата тела (отклонение от положения равновесия), V –скорость движения тела, c – жесткость пружины, k - коэффициент трения. Значение координаты x=0 соответствует положению равновесия. Модель строится в размерной форме.

**Постановка задачи моделирования.** Средствами MVS построить модель системы из двух осцилляторов. Построить временную и фазовую диаграммы для координат. Построить 3D анимацию модели. Значения параметров системы осцилляторов можно взять из табл. 1.1.

		Табл	ица 1.1	
Ν	<b>x</b> 0	С	k	т
1	5.25	2.75	0.02	1.5
2	1	1.25	0.05	2.5



Рис. 1.22. Независимые осцилляторы

Анализ результатов моделирования. Установить влияние параметров на свойства системы путем варьирования их значений. Построить модели для каждого осциллятора (рис. 1.22).

#### 1.4. Моделирование движения тела в среде с сопротивлением

Теоретическое введение. В данной работе предстоит построить модель движения тела в среде с сопротивлением. В силу принятых допущений тело рассматривается как материальная точка.

Модель движения тела построена на основе второго закона механики. Система безразмерных дифференциальных уравнений, описывающая движение тела и начальные условия имеют вид:

$$\frac{dV}{dt} = 1 - \overline{k}\overline{V}; \quad dx = V - \frac{1}{dt}$$
$$\frac{dV}{dt} = V - \frac{1}{dt}$$
$$\frac{dV}{dt} = 0, \quad V(t = 0) = 1$$

Модель движения тела представляет собой систему линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Подобная задача может быть решена аналитически, но в данной работе применяются численные методы. Выбираем самый простой метод решения - неявный метод Эйлера.

Применив необходимые расчетные формулы, получим следующие вычислительные аналоги уравнений:

$$\frac{V_{n+1} - V_n}{\tau} = 1 - kV \quad \frac{x_{n+1} - x_n}{\tau} = \frac{1}{\tau} (V + V_{n+1}) \cdot \frac{x_{n+1} - x_n}{\tau} = \frac{1}{\tau} (V +$$

Все переменные величины с индексом n, (т.е. для момента времени  $t=t_n$ ) считаются известными. Требуется определить значения переменных с индексом n+1, (т.е. для момента времени  $t=t_n+\tau$ ). Простейшие преобразования разностных эквивалентов уравнения движения и кинематического уравнения дают расчетные зависимости:

$$V_{n+1} = \frac{\tau + V_n}{1 + k\tau}; \qquad \qquad x_{n+1} = x_n + \frac{1}{2}\tau (V_n + V_n)$$

Постановка задачи моделирования. Построить модель, на основании которой определить характер изменения скорости движения тела V(t) и координаты X(t) как функций времени. Объяснить влияние сопротивления на закономерности движения.

**Порядок выполнения работы**. Построить электронную таблицу для расчета изменения скорости и координаты во времени. Пример таблицы представлен на рис. 1.23.

В ячейке A2 вводится значение шага интегрирования т. Ячейка A4 содержит значение коэффициента сопротивления **k**. В ячейку B3 вводится формула расчета текущего времени, которая затем копируется по колонке до тех пор, пока не будет получено конечное значение времени движения

тела. В ячейки СЗ и DЗ вводятся формулы расчета скорости и координаты, которые представлены выше. Эти формулы затем копируются по столбцам для получения итоговой таблицы.

	A	В	С	D
1	τ	t	V(t)	x(t)
2	0,05	0	1	0
3	k	=B2+\$A\$2		
4	2			

Рис. 1.23. Таблица для решения задачи моделирования

Пример расчета показан на рис. 1.24. По результатам расчета на отдельных листах электроннойтаблицы построить графики V(t) и x(t) (рис. 1.25).



расчета

Анализ результатов моделирования. Установить качественный характер влияния сопротивления на движение тела. Представить сравнительный расчетный анализ влияния значения коэффициента сопротивления k на закономерность изменения скорости во времени. На одном и том же листе диаграммы в одной системе координат построить три графика изменения скорости во времени V(t) для k=2; 4; 8. Интегрирование уравнений провести на интервале t=[0, 2] с шагом т =0,1.

Аналогично выполнить анализ изменения координаты во времени x(t) в зависимости от значения коэффициента сопротивления k.

Пример моделирования движения для различных коэффициентов сопротивления представлен на рис. 1.26.

Дополнительное задание 1. Следуя рис. 1.27-1.28, построить модель движения тела средствами MVS. Результаты моделирования отобразить в виде временной диаграммы и 3D анимации (рис. 1.28).



Рис. 1.26. Результаты моделирования

**Дополнительное задание 2.** Переработайте модель для квадратичного закона сопротивления. Вэтом случае система уравнений движения тела будет иметь вид:

$$m^{dv} = mg - k |V| \cdot V; \qquad \qquad - \frac{dx}{dt} = V - \frac{dt}{dt} \qquad \qquad dt$$
$$x(t = 0) = 0, V(t = 0) = V_0.$$

Самостоятельно проведите преобразования модели к безразмерному виду.



Рис. 1.27. MVS-модель движения тела в среде с сопротивлением



#### 1.5. Идентификация параметров математической модели

**Теоретическое введение.** При построении математических моделей обычно выбирается класс математических объектов, которые в принципе могут отражать количественные характеристики свойств моделируемого объекта. Один из способов построения математических моделей основан на использовании законов, в математической форме (в виде уравнений) описывающих процессы в объекте.

При этом значения лишь некоторых параметров математической модели могут быть определены путем прямых измерений свойств объекта моделирования. Таким способом можно, например, определить массу или размеры объекта. Однако далеко не все параметры процессов допускают прямые измерения, некоторые из них могут быть определены только косвенно по данным экспериментов. Если не заданы значения параметров, то математическая модель остается неопределенной и не пригодной для исследования свойств объекта моделирования. Вопрос об определении значений параметров модели является одним из важнейших в математическом моделировании.

В настоящей работе определяются параметры модели движения тела в среде с сопротивлением на основе данных измерений. Модель движения тела под действием силы тяжести и силы сопротивления имеет вид:

$$m^{dV} = mg - kV, \qquad dx = V,$$
  
$$dt - dt = 0,$$
  
$$x(t = 0) = 0.$$

начальные условия: V(t = 0) = 0;

Здесь: m - масса тела, V - скорость движения тела, x - координата тела, g - ускорение свободного падения, k - коэффициент сопротивления движению, t - время. Тело считается материальной точкой. При построении модели принят линейный закон зависимости силы сопротивления от скорости.

**Постановка задачи моделирования.** Для данной модели необходимо определить значениепараметра *k* по данным измерений параметров движения тела. Пусть результаты измерений

представлены в виде массива значений координаты  $\tilde{x} t(_n, \text{ полученных в определенные моменты времени } t_n$ . Причем  $t_n = t_{n-1} + \tau$ , где  $\tau$  - шаг по времени (табл. 1.2).

Задача идентификации решается в среде электронных таблиц (рис. 1.29). Численная реализацияматематической модели проводится неявным методом Эйлера по следующим расчетным формулам:

Здесь  $V_n = V(t_n), x_n = x(t_n), V_{n+1} = V(t_{n+1}), x_{n+1} = x(t_{n+1}), t_{n+1} = t_n + \tau$ . При расчетах по данным формулам в момент времени  $t_n$  значения переменных считаются

известными. Значение параметра *k* определяется методом наименьших квадратов с помощью надстройки электронных таблиц «Поиск решения» (рис. 1.30). При этом целевой функцией, минимум которой необходимо определить, (**B9 - целевая ячейка**)

является сумма квадратов разностей расчетных значений координаты  $x_n$  и данных измерений  $\tilde{x}_n$ :  $\sum (x_n - x)^2$ .

	A	В	С	D	E	F	G
1	τ	0,5	t	V(t)	X(t)	Хэксп	(Х-Хэксп)^2
2			0,00	0,00	0,00	0,0	0,0000
3	k	2,50	0,50	2,18	0,55	0,3	0,0601
4			1,00	3,15	1,88	2,0	0,0150
5	g	9,81	1,50	3,58	3,56	3,9	0,1155
6			2,00	3,77	5,40	5,5	0,0103
7	m	1	2,50	3,86	7,31	7,1	0,0423
8			3,00	3,90	9,24	9,5	0,0656
9	Σ(Х-Хэксп)^2	0,9061	3,50	3,91	11,20	11,0	0,0382
10			4,00	3,92	13,15	12,5	0,4269
11			4,50	3,92	15,11	15,4	0,0819
12			5,00	3,92	17,08	17,3	0,0503

Рис. 1.29. Электронная таблица решения задачи идентификации

Требуется найти такое значение параметра k (**ячейка В3**), при котором сумма квадратов разностей экспериментальных (табл. 1.2) и расчетных значений координаты x имеет минимальное значение. В задаче имеется одно естественное ограничение:  $k \ge 0$ . Ограничение задается в специальном окне (кнопка «Добавить», рис. 1.31). Задача поиска оптимального значения k решается методом итераций, поэтому следует задать некоторое начальное значение этого параметра. Решение задачи будет найдено автоматически (кнопка «Выполнить», рис. 1.30). Результат решения задачи представлен на рис. 1.32.







Рис. 1.31. Окно «Добавление ограничения»



Рис. 1.32. Результат решения задачи

### 1.6. Моделирование движения тела по баллистической траектории

**Теоретическое введение.** В начальный момент времени тело находится в точке скоординатами: x(t=0)=0, y(t=0)=0. Тело начинает движение под углом  $\alpha$  (рис. 1.33) со скоростью  $V_0$ . Модель построена на основе второго закона механики и кинематических уравнений.



Рис.1.33. Схема начала движения В безразмерном виде уравнения модели суть следующее:

$$\frac{dV_y}{dt} = -1 - kV; \quad \frac{dV_x}{y} = -k \cdot V - -V \quad (t=0) = \cos(\alpha); \quad V^-(\bar{t}=0) = \sin(\alpha)$$

Вычислительный аналог для системы дифференциальных уравнений имеетследующий вид (далее все величины безразмерные):

Постановка задачи моделирования. Целью моделирования является построение траектории движения в прямоугольной системе координат и выявление влияния сопротивления на траекторию движения. Полученным результатам необходимо дать качественное объяснение.

**Порядок выполнения работы.** Работа выполняется в среде электронных таблиц. По аналогии с задачей о линейном движении необходимо подготовить таблицу, на основе которой построить в координатах *x*-*y* траекторию движения тела. Пример таблицы представлен на рис. 1.34.

Провести вычислительный эксперимент для ряда значений коэффициента сопротивления, в первую очередь для k=0. В этом случае (k=0) траекторией будет парабола. Этот результат можно использовать для проверки численной модели.

Анализ результатов моделирования. По результатам моделирования установить и объяснить на качественном уровне влияние сопротивления на вид траектории движения тела.



Рис. 1.34. Таблица для расчета баллистической траектории



Рис. 1.35. MVS-модель движения тела по баллистической траектории



Рис. 1.36. Траектория движения тела

Дополнительное задание. Следуя рис. 1.35-1.36, построить MVS-модель.

1.7.

#### Тепловое взаимодействие тела с окружающей средой

**Теоретическое введение.** Пусть в начальный момент времени температура тела равна заданной величине:  $T(t=0)=T_1$ ,  $T_1>T_0$ , где  $T_0$  – температура окружающей среды:  $T_0=const$ . При взаимодействии нагретого тела с более холодной окружающей средой происходит его остывание. Модель процесса строится на основе закона сохранения энергии в форме уравнения теплового баланса. В безразмерном виде модель процесса охлаждения имеет вид:

$$\frac{dT}{dt} = -T;$$
 $- \overline{T(t=0)} = 1;$ 
 $\frac{T = T - T_0}{T_1 - T_0}$ 

Данная безразмерная модель не содержит параметров. Таким образом, все процессы охлаждения тел, которые удовлетворяют принятым допущениям, подобны друг другу и для их анализа достаточно одного решения для безразмерной модели.

Если выполнить численную реализацию модели охлаждения на основе неявного метода Эйлера, тогда вычислительный аналог уравнения примет вид:

Решение задачи методом Эйлера-Коши на каждом шаге по времени состоит издвух этапов: 1.  $\tau \cdot T_n$   $\tau$ 

2. 
$$\mathcal{T}_{n+1} = \mathcal{T}_{n-1}^{\underline{\tau}} (T + T_{n+1})$$

Постановка задачи моделирования. Построить компьютерную модель процесса охлаждения нагретого тела (рис. 1.37). Установить характер изменения температуры тела во времени T(t) в процессе охлаждения.

Порядок выполнения работы. В среде ЭТ создать таблицу для расчета процесса охлаждения тела на основе представленных соотношений. Пример таблицы представлен на рис. 1.37. Расчет выполняется

на интервале времени t=[0;5] с шагом повремени  $\tau = 0, 1$ . По результатам расчета построить график T(t).

Анализ результатов моделирования. Оценить величину времени охлаждения тела до температуры окружающей среды. Оценить влияние численного метода на точность решения задачи. Провести сравнение результатов решения задачи понеявному методу Эйлера, по методу Эйлера-Коши и точного аналитического решения задачи:  $T(t) = \exp(-t)$ .



Рис. 1.37. Пример расчета 1.8. Моделирование полета КЛА по околоземной орбите

**Теоретическое введение.** Модель построена на основе закона всемирноготяготения и второго закона механики. Расчетная схема представлена на рис. 1.38. Будем

считать, что в начальный момент времени космический летательный аппарат (КЛА) находится на высоте H от поверхности Земли. Именно так и выводятся спутники на орбиту. Сначала ракетаноситель доставляет спутник на заданную высоту, затем он разгоняется по орбите до требуемой скорости. Примем следующие начальные условия: t = 0,  $V_{0y}=0$ ,  $V_{0x}=V_0$ , X=0, Y=R+H, где R – радиус Земли.



Рис. 1.38. Расчетная схема движения КЛА

Модель движения в прямоугольной системе координат имеет вид:

$$\frac{dV_x}{dt} = -(g \cdot R^2) \cdot \underbrace{\frac{x}{(x^2 + y^2)\sqrt{x^2 + y^2}}}_{dt}, \quad \frac{dV_y}{dt} = -(g \cdot R^2) \cdot \frac{y}{(x^2 + y^2)\sqrt{x^2 + y^2}}$$
$$\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{dt} = V, \\ \frac{dy}{dt} = V, \\ \frac{dy}{dt} = V, \\ \frac{dt}{dt} = V, \\ \frac{dt}{$$

t = 0,  $V_y=0$ ,  $V_x=V_0$ , X=0, Y=R+H, R=6378000 M.

**Постановка задачи моделирования.** Путем интегрирования уравнений движения построить траекторию движения КЛА по околоземной орбите, исследовать влияние начальных условий на вид и форму траектории.

**Порядок выполнения лабораторной работы.** Работа выполняется в среде MVS. Создадим новый проект с именем «КЛА». В окне редактирования класса создадим необходимые переменные, параметрыи константы (рис. 1.39): *x*, *y*, *V<sub>x</sub>*, *V<sub>y</sub>*; *k*; *g*, *R*.

Начальные значения задайте в соответствии с рис. 1.39. Все физические величины представлены в системе СИ. После создания всех необходимых параметров и переменных в окне класса создадим систему уравнений движения КЛА (рис. 1.30).



Запустим модель . В окне визуальной модели создайте фазовую диаграмму для отображения траектории полета в координатах *х-у* (рис. 1.41).



Рис. 1.41. Траектория полета

Для правильного отображения траектории настройте свойства диаграммы в соответствии с рис. 1.41. Включите режим «Автомасштабирование». Проведите эксперимент с различными начальными значениями параметров.

Анализ результатов моделирования. С помощью построенной модели выполните старт с высоты 1000 км. С начальными скоростями 8000-10000м/сек. Установите время полного витка по орбите. Установите характер изменения формы траектории при изменении начальных условий старта.

1.9. Создание модели с виртуальным экспериментальным стендом Теоретическое введение. В данной работе построим модель «Орудие». Модель артиллерийского орудия будет содержать элементы управления экспериментом, которые позволят изменять значения параметров в компьютерном эксперименте и проводить их многократно. Каждый выстрел характеризуется начальной скоростью снаряда и углом наведения орудия. Выстрел выполняется по команде «Огонь». По команде «Отбой» орудие заканчивает участие в сражении. Таким образом, модель является гибридной, т.к. поведение объекта в процессе экспериментов существенно различается.

Создадим компьютерную модель, которая позволяла бы задать конкретные параметры стрельбы, подавать команды, менять угол стрельбы и наблюдать траекторию полета снаряда.

С точки зрения динамики полета, снаряд, в первом приближении, будем считать материальной точкой, брошенной под углом α к горизонту с заданной начальной скоростью. Действием

сопротивления пренебрегаем. Последнее допущение позволяет использовать простые зависимости, которые хорошо известны из школьного курса физики:

$$x(t) = x_0 + V_x \cdot t; V_x = V_0 \cdot \cos(\alpha); y(t) = y_0 + V_y \cdot t$$

 $V_{v} = V_{0} \cdot \sin(\alpha) - g \cdot t$ 

Угол стрельбы выбирается наводчиком, то есть при каждом залпе может быть задано новое конкретное значение.

Постановка задачи моделирования. Построить MVS - модель орудийного выстрела, в которой предусмотрены средства управления огнем и отображается траектория полета снаряда.

**Порядок выполнения работы.** Для описания полета снаряда понадобятся переменные – угол стрельбы (alpha), координата **x**, координата **y**, горизонтальная скорость (V**x**), вертикальная скорость (V**y**), начальная скорость (V**0**). Полный набор констант, параметров и переменных проекта представлен в табл. 1.3 (размерность всех величин в системе СИ).

Переменные **К\_огонь** и **К\_отбой** (типа boolean) необходимы для организации управления экспериментом. Для этой же цели необходима переменная «команда» перечислимого типа со значениямикоманда={нет\_команды, Огонь, Отбой}.

Константы в экспериментах не меняют своего значения, а параметры будут оставаться неизменными только на протяжении одного эксперимента и далее в исполняемой модели могут быть изменены. Естественно, что значение переменной **alpha** должно быть задано в радианах, поэтому используется вспомогательная переменная **alpha0**, значение которой задается в градусах.

Запустите MVS и создайте новый проект с помощью команд основного меню - Проект/ Новый. Напоминаем, что для проекта необходимо выбрать папку, доступную для записи. Имя проекта -

«Орудие». После чего откроется основное окно проекта с четырьмя стандартными окнами: «Проект»,

«Класс», «Уравнения», «Виртуальный стенд», в котором автоматически размещен один экземпляр класса. Задано имя класса - «Орудие». После заполнения всех полей окна класса «Орудие», должно быть получено следующее описание (рис. 1.42).

Уравнения задаются с помощью редактора формул, который инициализируется в окне «Система уравнений» (пометить пункт «Уравнения» и выполнить команду «Изменить»). Напоминаем, что система MVS различает строчные и прописные буквы и не признает пробелы в именах.

Используя редактор, введем уравнения модели (рис. 1.43). Переменной alpha задано начальное значение rad(alpha0). Так как alpha0 в экспериментах с моделью будет меняться, следовательно, должны пересчитываются все переменные, зависящие от **alpha**.

Константы	Значение
g	9.81
Параметры	Значение
x0	0
y0	0
V0	100
Переменные	Начальное значение
команда	Нет_команды
X	x0
Y	y0
Vx	V0 cos(Alpha)
Vy	V0 sin(Alpha)
Alpha	Rad(Alpha0)
Alpha0	45
К_огонь	false
К_отбой	false

Таблица 1.3

В уравнениях используется переменная LocalTime, ранее не описанная. В пакете MVS для глобального модельного времени используется предопределенная переменная Time, которая и отображается в специальном окне при исполнении модели. Как только вы запустите модель (начнете эксперимент), переменная Time начнет непрерывно изменяться.

Для моделирования полета отдельного снаряда не играет роли абсолютное время подачи очередной команды «Огонь», уравнения полета написаны для локального (относительного) времени. Начало отсчета LocalTime совпадает со временем подачи команды «Огонь».

Рассмотрим поведение объекта. Модель, которую предстоит построить, будет отображать сложное (гибридное) поведение. Полет снаряда начинается по команде

«Огонь», заканчивается приземлением снаряда, после чего орудие произвольно долго ожидает либо новой команды «Огонь» и повторяет залп, либо команды

«Отбой», и заканчивает сражение.

Таким образом, поведение орудия состоит из **ожидания команды**, выстрела и окончания сражения. **Полет** снаряда продолжается до момента приземления (условие приземления: y <=0 и Vy <0). При полете снаряда переменные **x**, **y**, V**x**, V**y** меняютсвои значения, подчиняясь указанным выше законам движения.



Рис. 1.42. Класс «Орудие»



Рис. 1.43. Система уравнений класса «Орудие»

Гибридное поведение орудия можно отобразить с помощью карты поведения. Карта поведения – это схема (граф), на которой длительные действия изображается в виде узлов. Стрелки указывают последовательность изменения поведения (рис. 1.44).

Длительные действия (узлы) поименованы: «Полет», «Ожидание», «Конец», рядом со стрелками переходов записаны условия срабатывания перехода, т.е. окончания длительных действий и действия, выполняемые в переходах.

Условия окончания длительных действий и все подготовительные операции, необходимые для начала новых действий представлены на рис. 1.44.



Рис. 1.44. Карта поведения

Используя рис. 1.44, создайте главную карту поведения объекта моделирования. Создание карты поведения выполняется в окне класса (рис. 1.42). Карта поведения состоит из узлов: начальный узел Init (создается автоматически), узел Ожидание, узел Полет и узел Конец. Узлы соединены переходами, которые имеют соответствующие условия срабатывания и действия, выполняемые в переходе. С узлом Полет необходимо связать (перетаскиванием) Систему\_уравнений\_1. Начальному узлу Init следует задать «Пустое поведение».

Структура карты поведения создается с помощью кнопок окна редактирования карты поведения (табл. 1.4) или контекстного меню. Задание условий срабатывания переходов и мгновенных действий в переходе показано на рис. 1.45-1.46.

Теперь нужно компилировать модель. При этом откроется окно исполняемой модели (рис. 1.47), которое содержит окно виртуального стенда, окно параметров и переменных класса «Орудие\_1» и окно карты поведения.

Условие срабатывания перехода					
Запуск	ающее событие	Логическое выражение			
	⊙ (y<=0) and (Vy<0)				
when		Идентификатор сигнала			
	lo	<b>v</b>			
		Вещественное выражение			
after	0				
нет	0				
🗆 Oxp	аняющее условие	Логическое выражение			
	🗸 ОК 🕺 Отмена	? Помощь			

📴 Мгнове	нные действи	ія в пере	ходе	<u>- D ×</u>
Файл Пои	ск Редактиров	ать Пом	ющь	
🍋 🕒	۶ 🖉 کړ	9	<b>/ X</b>	
x:=x0; y:=y0;				
1:1	Вставить			

Рис. 1.45. Задание условия срабатывания перехода

Рис. 1.46. Редактор действий в переходе





Кнопка	Назначение
	Переход в диалог редактирования имени объекта.
	Переход в диалог редактирования пояснительного текста для карты поведения.
	Редактирование локальных переменных, функций и процедур карты поведения.
•	Переход в диалог редактирования условия срабатывания выделенного перехода.
	Переход в диалог редактирования последовательности мгновенных действий в выделенном переходе.
Ð	Переход в диалог редактирования последовательности входных действий выделенного узла.
	Переход в диалог редактирования последовательности выходных действий выделенного узла.
1994 -	Перехода в окно редактирования поведения, приписанного выделенному узлу.
¥.	Приписывание выделенному узлу пустого поведения.
	Режим выделения
0	Создание нового узла
チ	Создание нового перехода
+>	Добавить опорную точку
$\rightarrow$	Удалить опарную точку
	Показать имя узла

В данном состоянии орудие находится в состоянии **Ожидание**. Изменим переменную команда изададим ей значение **Огонь** (рис. 1.48).

Теперь при нажатии кнопки «Пуск» орудие совершит только один выстрел. Закончить работу модели можно с помощью кнопок «Стоп» и «Рестарт» и па панели управления Испытательным стендом (рис. 1.47), после чего переменная «команда» примет первоначальное значение Нет команды.



Рис. 1.48. Изменение начального значения переменной

В данной модели подавать команды орудию пока невозможно. Управление стрельбой можно создать средствами 2D анимации – кнопками (рис. 1.49). Нажатие кнопки будет имитировать подачу соответствующей команды. Изменение угла наведения орудия можно осуществлять с помощью компонента Ползунок. Для отображения траектории полета снаряда создадим фазовую диаграмму (рис. 1.50).



Создадим окно для 2D-анимации. В пункте меню Окна выберем подпункт Новая 2D-анимация. В меню Сервис выберем Стандартные 2D-компоненты. Появится окно (рис. 1.51):



Рис. 1.51. Окно 2D-компонентов

Стенд управления проектом (рис. 1.49) собирается в окне «Новая 2D анимация» с использованием стандартных 2D-компонент MVS: «Кнопка» и «Ползунок» (рис. 1.51). Компоненты «перетаскиваются» на поле 2D-анимации (рис. 1.49).

Щелчок правой кнопкой над любым 2D-компонентом, выбор пункта меню **Надпись**, позволяет подписать элементы в окне 2D-анимации. Аналогичным образом изменяется цвет кнопок, и настраиваются параметры ползунка (рис. 1.52-1.53).

Путем перетаскивания из окна переменных свяжем переменные **К\_огонь** и **К\_отбой** с соответствующими кнопками. Переменную **alpha0** перетащим на ползунок в окне 2D-анимации (рис. 1.49). Запустим модель. Теперь нажатие кнопки **Огонь** вызывает выстрел, ползунок позволяет изменить угол стрельбы, кнопка **Отбой** вызывает окончание эксперимента. При закрытии окна исполняемой модели на вопрос: «**Сохранить** текущие установки?» ответить Да.



Анализ результатов моделирования. Проведите эксперименты с моделью, изменяя с помощью ползунка изменять начальный угол стрельбы alpha0.

# Список литературы

1. -271c.	Базыкин А.Д. Математическая биофизика взаимодействующих популяций М.: Наука, 1985.			
2.	Бенькович Е.С., Колесов Ю.Б., Сенюченков Ю.Б. Практическое молелирование			
 линамически	$_{\rm IXCИСТЕМ} = CПб : БХВ-Петербург 2002 - 464c$			
3.	Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические метолы молелирования экономических			
систем				
– М · Финано	сы и статистика 2003 - 368с			
4	Варфоломеев В.И. Назаров С.В. Алгоритмическое молелирование элементов			
экономическ	зардоножее Бин, насеров од типорним тенет модетпрование ополениев ихсистем – М.: Финансы и статистика 2004 264с			
5.	Ввеление в математическое молелирование. Под ред. П.В. Трусова М.: Логос. 2007 440с.			
6.	Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование М.: Мир. 1976286с.			
7.	Горчаков А.А., Орлова И.В. Компьютерные экономико-математические молели М.:			
ЮНИТИ.199	95 136c.			
8.	Гулд Х., Тобочник Я. Компьютерное моделирование в физике: в 2-х частях М.: Мир. 1990.			
9.	Дьяконов В.П. Simulink - 4. Специальный справочник. – СПб: Питер, 2002 528с.			
10.	Колесов Ю.Б., Сениченков Ю.Б. Моделирование систем. Динамические и гибридные системы.			
-СПб.: БХВ-	Петербург, 2006. – 224с.			
11.	Колесов Ю.Б., Сениченков Ю.Б. Моделирование систем: Практикум по компьютерному			
моделирован	ию. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 352с.			
12.	Королев А.Л. Компьютерное моделирование. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010 230с.			
13.	Курицкий Б.Я. Поиск оптимальных решений средствами ExcelСПб.: BHV-Санкт-			
Петербург,19	997 384c.			
14.	Лебедев В.В., Лебедев К.В. Математическое и компьютерное моделирование экономики. –			
М.:НТВ-Диз	айн, 2002 256с.			
15.	Леоненков А.В. Решение задач оптимизации в среде MS Excel СПб.: БХВ-Петербург, 2005.			
-704c.				
16.	Макарова Н.В., Трофимец В.Я. Статистика в Excel. – М.: Финансы и статистика, 2002 368с.			
17.	Налимов В.В. Теория эксперимента М.: Наука, 1971 208с.			
18.	Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло - и			
массообмена	аМ.: Наука, 1984 286с.			
19.	Плотинский Ю.М. Теоретические и эмпирические модели социальных процессов. – М.:			
Логос,1998.	- 280c.			
20.	Потемкин А.М. Трехмерное твердотельное моделирование в системе КОМПАС-3D. – СПб.:			
БХВ-Петербург, 2004. – 512с.				
21.	Плохотников Э.К. Математическое моделирование и вычислительныи			
22	эксперимент. Методология и практика. – М.: Едиториал УРСС, 2003280с.			
22. M · <b>D</b>	Самарский А.А., Михаилов А.П. Математическое моделирование: идеи. Методы. примеры.			
-м.: Физмат	Mat, 2007 520c.			
23. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем. Лаоораторный практикум М.:				
	на, 2007 1270. Парадарии Ю.Ю. Матаматичаская и комплиоториов молодирования. Вродиний кирс. М.:			
2-т. тарассвич 10.10. глатематическое и компьютерное моделирование. оводный курс. – 10.: Едиториод VDCC 2004 440a				
25	Писаль И Ф. Нейман В.Г. Компьютельное молеципование экономики - М. Лианов МИФИ			
2008 - 384c	цисарь п.ч., пониман Б.г. Компьютерное моделирование экономики м Диалог-ШИФИ,			
2000 50 <del>4</del> 0.	Фарлоу С. Уравнения с частными произволными для научных работников и инженеров -			
Мир. 1985 384с.				

# СОДЕРЖАНИЕ

Введение			5		
1.	Математическое	моделирование	И	вычислительный	
эксперим	иент			6	
1.1.	Модель физио.	логического состоян	ия чел	овека	
1.2.	Моделировани	е осциллятора			
1.3.	Моделировани	е связанных осцилля	торов		
1.4.	Моделировани	е движения в среде с	сопро	отивлением	
1.5.	Идентификаци	я параметров матема	атичес	кой модели	
1.6.	Моделировани	е движения по балли	астиче	ской траектории	
1.7.	Тепловое взаи	модействие тела с ок	ружан	ощей средой	
1.8.	Моделировани	е полета ИСЗ по око	лозем	ной орбите	
1.9.	Создание моде	ели с виртуальным эн	сспери	ментальным стендом	
Задачи дл	ия самостоятельного ј	решения	-		

# Список литературы

# МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЕ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДИЗАЙН-ПРОЕКТИРОВАНИЕ»

# для обучающихся по направлению 54.03.01 «Дизайн», профиль «Промышленный дизайн» всех форм обучения

# Составители: Кузовкин Алексей Викторович Суворов Александр Петрович Золототрубова Юлия Сергеевна

Подписано в печать 04.06.2021 Формат 60х84 1/8 Бумага для множительных аппаратов

Уч.-изд. л. 3,3 Усл. печ. л. 3,0.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет» 396026 Воронеж, Московский просп., 14

Участок оперативной полиграфии издательства ВГТУ 396026 Воронеж, Московский просп., 14