

345-2021

МЕТРОЛОГИЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическим занятиям
для студентов направления 13.03.01
«Теплоэнергетика и теплотехника»
(профиль «Промышленная теплоэнергетика»)
всех форм обучения

Воронеж 2021

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра теоретической и промышленной теплоэнергетики

МЕТРОЛОГИЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическим занятиям
для студентов направления 13.03.01
«Теплоэнергетика и теплотехника»
(профиль «Промышленная теплоэнергетика»)
всех форм обучения

Воронеж 2021

УДК
ББК

Составитель А. А. Надеев

Метрология: методические указания к практическим занятиям для студентов направления 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника» (профиль «Промышленная теплоэнергетика») всех форм обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост. А. А. Надеев. – Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2021. – 24 с.

В методических указаниях приведены практические задания по дисциплине «Метрология». Указания содержат краткие теоретические сведения по изучаемым темам: погрешности измерений, обработка результатов измерений, характеристики средств измерений.

Предназначены для студентов направления подготовки 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника» (профиль «Промышленная теплоэнергетика») всех форм обучения. Будут полезны для студентов, обучающихся по другим направлениям или профилям подготовки.

Ил. 11. Табл. 16. Библиогр.: 7 назв.

УДК
ББК

Рецензент – зав. кафедрой ТПТЭ, канд. техн. наук, доцент В.В. Портнов

*Печатается по решению редакционно-издательского совета
Воронежского государственного технического университета*

ВВЕДЕНИЕ

Практические задания по дисциплине «Метрология» предназначены для закрепления обучающимися теоретического материала и получения ими практических навыков по обработке результатов измерений, оценки погрешностей измерений (средств измерений), овладения основными методами измерений электрических и неэлектрических величин на объектах теплоэнергетики и теплотехники.

В начале каждого раздела методических указаний приведены краткие теоретические сведения по изучаемому вопросу.

Практические задания предназначены для студентов, обучающихся по направлению 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника», профиль «Промышленная теплоэнергетика». Умения и навыки, полученные при выполнении данных заданий, необходимы при освоении дисциплины «Теплотехнические измерения и автоматизация».

1 ПОГРЕШНОСТИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

Краткие теоретические сведения

Качество всех средств и результатов измерений принято характеризовать, указывая их погрешности. Введение понятия «погрешность» требует определения и чёткого разграничения трёх понятий: истинного и действительного значений измеряемой физической величины и результата измерения.

Истинное значение физической величины x_u – это значение, идеальным образом отражающее свойство данного объекта как в количественном, так и в качественном отношении.

Истинное значение априори считается неизвестным и применяется только в теоретических исследованиях. В редких случаях за истинное значение принимается значение, определённое с применением первичных или вторичных эталонов. По этой причине оно заменяется понятием «действительное значение».

Действительное значение физической величины x_o – это значение, найденное экспериментально и настолько приближающееся к истинному, что для данной цели оно может быть использовано вместо него. Действительное значение может быть определено при помощи рабочих эталонов.

Результат измерения (измеренное значение) физической величины x – это приближённая оценка истинного значения величины, найденная путём измерения (результат, полученный с помощью рабочего средства измерения).

Различают понятия «погрешность результата измерения» и «погрешность средства измерения».

Погрешность результата измерения – это отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины.

Погрешность средства измерения – это отклонение показания средства измерения от истинного (действительного) значения измеряемой величины. Оно характеризует точность результатов измерений, проводимых данным средством.

Эти два понятия во многом близки друг к другу и классифицируются по одинаковым признакам.

По способу выражения различают абсолютные, относительные и приведённые погрешности.

Абсолютная погрешность Δx – это разность между измеренным и истинным (действительным) значениями измеряемой величины, выраженная в тех же единицах, что и измеряемая величина:

$$\Delta x = x - x_u \approx x - x_o. \quad (1.1)$$

Абсолютная погрешность не может в полной мере служить показателем точности измерений, поэтому введено понятие «относительная погрешность».

Относительная погрешность δx – это отношение абсолютной погрешности измерения к истинному (действительному, измеренному) значению величины, выраженное в процентах:

$$\delta x = \frac{\Delta x}{x_u} \cdot 100\% \approx \frac{\Delta x}{x_\partial} \cdot 100\% \approx \frac{\Delta x}{x} \cdot 100\% . \quad (1.2)$$

Формулы (1.2) справедливы при условии, что $x_u, x_\partial, x \ll 0$. Если они равны нулю, то $\delta x \rightarrow \infty$.

Для нормирования погрешностей средств измерений используется приведённая погрешность.

Приведённая погрешность γx – это отношение абсолютной погрешности средства измерения к нормирующему значению X_N , обычно выражаемое в процентах:

$$\gamma x = \frac{\Delta x}{X_N} \cdot 100\% . \quad (1.3)$$

Нормирующее значение постоянно во всём диапазоне измерений или его части. Оно определяется по формуле:

$$x_N = |x_{\max} - x_{\min}| . \quad (1.4)$$

где x_{\max}, x_{\min} – максимальное и минимальное значение диапазона измерения прибора.

Таким образом, нормирующее значение представляет собой ширину диапазона измерения прибора.

Приведённая погрешность считается основной метрологической характеристикой измерительного прибора.

Одним из параметров, характеризующих точность средства измерений (измерительного прибора) является класс точности, характеризующий величину погрешности при измерении физической величины.

Класс точности – это обобщённая характеристика средства измерений, выражаемая пределами допускаемых значений его основной и дополнительной погрешностей, а также другими характеристиками, влияющими на точность.

Класс точности не является непосредственной оценкой точности измерений, выполняемых этим средством измерений, поскольку погрешность зависит ещё от ряда факторов: метода измерений, условий измерений и т.д. Класс точ-

ности лишь позволяет судить о том, в каких пределах находится погрешность средства измерений данного типа. Он обычно указывается на шкале или корпусе прибора.

Наиболее часто применяются следующие три способа задания классов точности измерительного прибора:

- 1-й способ – класс точности задаётся в виде числа K . При этом нормируется основная приведённая погрешность γx прибора, выраженная в процентах, которая во всех точках шкалы не должна превышать по модулю числа K , т.е. $|\gamma x| \leq K, \%$;

- 2-й способ – класс точности задаётся в виде числа K в кружочке \textcircled{K} . При этом нормируется основная относительная погрешность, выраженная в процентах, т.е. $|\delta x| \leq K, \%$;

- 3-й способ – класс точности задаётся двумя числами, разделёнными косой чертой a/b , причём $a > b$. При этом нормируется основная относительная погрешность, вычисляемая по формуле:

$$|\delta x| \leq \left[a + b \cdot \left(\frac{x_k}{x} - 1 \right) \right], \%, \quad (1.5)$$

где x_k – максимальное конечное значение пределов измерений.

Число a отвечает за мультипликативную составляющую погрешности, а число b – за аддитивную составляющую погрешности.

Практические задания

1.1. Вольтметр имеет шкалу от 0 до 100 В и абсолютную погрешность $\Delta U = 1$ В. Им измерены следующие значения напряжения: 0; 10; 20; 40; 50; 60; 80; 100 В. Определить зависимости абсолютной, относительной и приведённой погрешностей от результата измерений. Результаты представить в виде таблицы (см. табл. 1.1) и графиков $\Delta U = f_1(U)$, $\delta U = f_2(U)$, $\gamma U = f_3(U)$.

Таблица 1.1

Результаты вычислений

$U, \text{В}$	$\Delta U, \text{В}$	$\delta U, \%$	$\gamma U, \%$
0			
10			
20			
40			
50			

$U, В$	$\Delta U, В$	$\delta U, \%$	$\gamma U, \%$
60			
80			
100			

1.2. Амперметр имеет шкалу от 0 до 50 А и относительную погрешность $\delta I = 2 \%$. Им измерены значения следующие значения силы тока 0; 5; 10; 20; 25; 30; 40; 50 А. Определить зависимости абсолютной, относительной и приведённой погрешностей от результата измерений. Результаты представить в виде таблицы и графиков.

1.3. Омметр имеет шкалу от 0 до 20 кОм. Им измерены значения сопротивления 0; 1; 4; 5; 10; 12; 17; 20 кОм. Определить значения абсолютной и относительной погрешностей, если приведённая погрешность γR равна 1%. Результаты представить в виде таблицы и графиков.

1.4. Термометр имеет шкалу от -50 до 70 °С и абсолютную погрешность $\Delta T = 1 \text{ °С}$. Им измерены следующие значения температуры: -50; -40; -20; -10; 0; 10; 20; 50; 70 °С. Рассчитать зависимости абсолютной, относительной и приведённой погрешностей от результата измерений. Результаты представить в виде таблицы и графиков.

1.5. Газоанализатор имеет шкалу от 0 до 10 %. Им измерены следующие значения концентрации диоксида углерода: 0; 1; 3; 5; 7; 9; 10 %. Определить значения абсолютной и приведённой погрешностей, если относительная погрешность δC_{CO_2} равна 5 %. Результаты представить в виде таблицы и графиков.

1.6. Кислородомер имеет шкалу от 2 до 21 %. Им измерены следующие значения концентрации кислорода: 2; 5; 10; 13; 17; 20; 21 %. Определить значения абсолютной и относительной погрешностей, если приведённая погрешность равна 2 %. Результаты представить в виде таблицы и графиков.

1.7. Уровнемером со шкалой от 1 до 20 м, имеющим приведённую погрешность $\gamma H = 1 \%$, измерены значения уровня 1; 6; 8; 10; 14; 16; 18; 20 м. Рассчитать зависимости абсолютной, относительной и приведённой погрешностей от результата измерений. Результаты представить в виде таблицы и графиков.

1.8. Расходомером со шкалой от 0 до 50 м³/ч, имеющим абсолютную погрешность $\Delta V = 1 \text{ м}^3/\text{ч}$, измерены значения расхода 0; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 40; 50 м³/ч. Рассчитать зависимости абсолютной, относительной и приведённой погрешностей от результата измерений. Результаты представить в виде таблицы и графиков.

1.9. Манометром со шкалой от 0 до 0,25 МПа измерены значения избыточного давления 0; 0,02; 0,06; 0,08; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25 МПа. Определить значе-

ния абсолютной и относительной погрешностей, если приведённая погрешность манометра равна 1,5 %. Результаты представить в виде таблицы и графиков.

1.10. Амперметром со шкалой от 0 до 50 А, имеющим класс точности 2.0, измерены следующие значения силы тока: 0; 5; 10; 20; 25; 30; 40; 50 А. Определить зависимости абсолютной, относительной и приведённой основных погрешностей от результата измерений. Результаты представить в виде таблицы и графиков.

1.11. Вольтметром со шкалой от 0 до 100 В, имеющим класс точности 0.5 измерены следующие значения напряжения: 0; 10; 20; 40; 50; 60; 80; 100 В. Определить зависимости абсолютной и относительной основных погрешностей от результата измерений. Результаты представить в виде таблицы и графиков.

1.12. Цифровым омметром, имеющим класс точности 1.0/0.5 со шкалой от 0 до 1000 Ом измерены следующие значения сопротивления: 0; 100; 200; 400; 500; 600; 800; 1000 Ом. Определить зависимости абсолютной и относительной основных погрешностей от результата измерений. Результаты представить в виде таблицы и графиков.

2 ГРУБЫЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

Краткие теоретические сведения

По характеру проявления все погрешности измерений подразделяются на случайные, систематические и грубые (промахи).

Систематическая погрешность – это составляющая погрешности измерения, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же физической величины. Систематические погрешности могут быть предсказаны, обнаружены и, благодаря этому, почти полностью устранены введением соответствующей поправки или регулировкой средства измерения.

Случайная погрешность – это составляющая погрешности измерения, изменяющаяся случайным образом (по знаку и значению) в серии многократных равнозначных измерений одного и того же значения физической величины.

Появление случайных погрешностей не подчиняется какой-либо закономерности. Они обнаруживаются при повторных измерениях одной и той же величины в виде некоторого разброса получаемых результатов. Случайные погрешности неизбежны, неустранимы и всегда присутствуют в результате измерения.

Грубая погрешность (промах) – это случайная погрешность результата отдельного наблюдения, входящего в ряд измерений, которая для данных условий резко отличается от остальных результатов этого ряда.

Грубые погрешности, как правило, возникают из-за ошибок или неправильных действий оператора (его психофизиологического состояния, неверного отсчёта, считывания, ошибок в записях или вычислениях и др.) и кратковременных резких изменений условий проведения эксперимента. Если промахи обнаруживаются в процессе измерений, то результаты, их содержащие, отбрасывают. Однако чаще всего промахи выявляют только при окончательной обработке результатов измерений с помощью специальных статистических критериев.

Одним из критериев для оценки наличия или отсутствия грубой погрешности является критерий Романовского, применяемый, как правило, при объёмах выборки не более 20.

В данном случае используется уровень значимости β , вычисляемый по формулам

$$\beta_{\min} = \frac{|M_x - x_{\min}|}{S_x}; \quad (2.1)$$

$$\beta_{\max} = \frac{|M_x - x_{\max}|}{S_x}, \quad (2.2)$$

где M_x – математическое ожидание (среднее арифметическое);

$x_{\min/\max}$ – результат измерения, подозрительный на содержание грубой погрешности (x_{\min} – наименьший результат измерения в ряду измеренных значений; x_{\max} – наибольший результат измерения в ряду измеренных значений);

S_x – статистическое среднеквадратическое отклонение (СКО).

Математическое ожидание оценивается как среднее арифметическое ряда результатов измерения величины x :

$$M_x = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (2.3)$$

где x_i – результат измерения в ряду измеренных значений.

n – количество результатов измерения.

Статистическое среднеквадратическое отклонение вычисляется по формуле

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - M_x)^2}{(n-1)}}. \quad (2.4)$$

В зависимости от выбранной доверительной вероятности P , т.е. от желания экспериментатора получить уверенный результат проверки гипотезы, и количества измерений n из табл. 2.1 определяется теоретический уровень значимости β_T .

Таблица 2.1

Значения теоретического уровня значимости β_T

n	P		
	0,90	0,95	0,99
3	1,412	1,414	1,414
5	1,869	1,917	1,972
7	2,093	2,182	2,310
9	2,238	2,349	2,532
11	2,343	2,470	2,689
13	2,426	2,563	2,809
15	2,523	2,670	2,946
17	2,551	2,701	2,983
19	2,601	2,754	3,049

Затем производится сравнение β_T и рассчитанного значения β . Если $\beta > \beta_T$, то результат $x_{\min/\max}$ следует отбросить как содержащий грубую погрешность, если $\beta < \beta_T$, то выборку следует сохранить в полном объёме.

После исключения результата, содержащего грубую погрешность, из ряда измеренных значений производится проверка полученной выборки на наличие грубой погрешности.

Практические задания

2.1. При многократном измерении избыточного давления среды получен следующий ряд значений: 1503; 1508; 1505; 1503; 1510; 1505; 1507; 1478; 1503; 1503; 1508; 1505; 1499; 1510; 1505; 1507; 1598 Па. Используя критерий Романовского, проверить полученные результаты измерений на наличие грубой погрешности с вероятностью $P = 0,99$.

2.2. При многократном измерении температуры окружающей среды получен следующий ряд значений: 15, 6; 15, 7; 15, 9; 15, 6; 15, 7; 15, 8; 14, 1; 15, 6; 15, 9; 15, 9; 15,7; 17,8; 15,7; 15,8; 15,9; 15,6 °С. Используя критерий Романовского, проверить полученные результаты измерений на наличие грубой погрешности с вероятностью $P = 0,90$.

2.3. При многократном измерении объёмного расхода воды в трубопроводе получен следующий ряд значений: 744; 764; 766; 765; 763; 765; 763; 765; 764; 764; 766; 751; 763; 765; 763; 765 м³/с. Используя критерий Романовского, проверить полученные результаты измерений на наличие грубой погрешности с вероятностью $P = 0,95$.

2.4. При многократном измерении относительной влажности в производственном помещении получен следующий ряд значений: 58; 57; 59; 58; 57; 58; 64; 56; 59; 59; 58; 58; 57; 58; 59; 58 %. Используя критерий Романовского, проверить полученные результаты измерений на наличие грубой погрешности с вероятностью $P = 0,90$.

2.5. При многократном измерении времени протекания теплотехнологического процесса получен следующий ряд значений: 116; 117; 116; 115; 117; 101; 116; 115; 117; 115; 112; 117; 116; 115; 117; 116; 116; 114; 117 с. Используя критерий Романовского, проверить полученные результаты измерений на наличие грубой погрешности с вероятностью $P = 0,95$.

2.6. При многократном измерении плотности среды получен следующий ряд значений: 93,08; 93,65; 93,26; 93,01; 92,35; 92,65; 92,43; 92,89; 93,87; 93,15; 93,44; 97,63; 92,99; 93,24 кг/м³. Используя критерий Романовского, проверить полученные результаты измерений на наличие грубой погрешности с вероятностью $P = 0,99$.

3 ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ МНОГОКРАТНЫХ РАВНОТОЧНЫХ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Краткие теоретические сведения

Результаты многократных наблюдений, получаемые при прямых измерениях физической величины X , называются равноточными (равнорассеянными), если они являются независимыми, одинаково распределёнными случайными величинами. Эти измерения проводятся одним наблюдателем в одинаковых условиях внешней среды и с помощью одного и того же средства измерения.

Доверительными границами погрешности результата измерений называются наибольшее и наименьшее значения погрешности измерений, ограничивающие интервал, внутри которого с заданной вероятностью находится искомое (истинное) значение погрешности результата измерений [1].

Статистическая обработка группы результатов наблюдений при многократных равноточных измерениях, нормальном распределении, выполняется в соответствии с [2] в следующей последовательности:

1. Производятся многократные равноточные измерения физической величины X . После отбрасывания сомнительных результатов (грубых погрешностей измерений) по методике, указанной в [7], получают результаты n измерений: x_1, x_2, \dots, x_n .

2. Математическое ожидание, т.е. среднее основного нормального распределения оценивается как среднее арифметическое n результатов измерений:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}. \quad (3.1)$$

3. Определяется оценка среднеквадратического отклонения среднего арифметического:

$$S_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n \cdot (n-1)}}. \quad (3.2)$$

4. Доверительный интервал рассчитывается с учётом заданной доверительной вероятности P :

$$\bar{X} - S_{\bar{X}} \cdot t_{n,P} < X < \bar{X} + S_{\bar{X}} \cdot t_{n,P}, \quad (3.3)$$

где $t_{n,P}$ – квантиль распределения Стьюдента.

Значения $t_{n,P}$ в зависимости от заданной доверительной вероятности P и количества измерений n даны в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Значения квантиля распределения Стьюдента

$n-1$	$P=0,95$	$P=0,99$	$n-1$	$P=0,95$	$P=0,99$
3	3,182	5,841	16	2,120	2,921
4	2,776	4,604	18	2,101	2,878
5	2,571	4,032	20	2,086	2,845
6	2,447	3,707	22	2,074	2,819
7	2,365	3,499	24	2,064	2,797
8	2,306	3,355	26	2,056	2,779
10	2,228	3,165	28	2,048	2,763
12	2,179	3,055	30	2,043	2,750
14	2,145	2,977	∞	1,960	2,576

Практические задания

3.1. При многократном изменении температуры в производственном помещении получены следующие значения: 20,4; 20,2; 20,0; 20,5; 19,7; 20,3; 20,4; 20,1. Укажите доверительные границы истинного значения температуры в помещении с вероятностью $P = 0,95$.

3.2. При многократном измерении силы электрического тока получены следующие значения: 0,8; 0,85; 0,8; 0,79; 0,82; 0,78; 0,79; 0,8; 0,84 А. Укажите доверительные границы истинного значения силы тока с вероятностью $P = 0,99$.

3.3. При многократном измерении напряжения электрического тока получены следующие значения: 113; 118; 113; 115; 117; 111; 116; 114; 117; 115; 112 В. Укажите доверительные границы истинного значения напряжения с вероятностью $P = 0,95$.

3.4. При многократном измерении сопротивления в электрической цепи получены следующие значения: 1503; 1508; 1505; 1499; 1510; 1505; 1507; 1498; 1503 Ом. Укажите доверительные границы истинного значения сопротивления с вероятностью $P = 0,99$.

3.5. При многократном измерении объёма жидкости в резервуаре получены следующие значения: 83,4; 83,0; 83,2; 83,2; 82,5; 82,7; 83,3; 82,4; 83,1 л. Укажите доверительные границы истинного значения объёма с вероятностью $P = 0,99$.

4 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ПРИ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Краткие теоретические сведения

Все измерения по общим приёмам получения их результатов подразделяются на прямые, косвенные совместные и совокупные. Целью такого деления является удобство выделения методических погрешностей измерений, возникающих при определении результатов измерений.

Прямыми называются измерения, при которых искомое значение величины находят непосредственно по показаниям средств измерений. Например, масса, измеряемая при помощи весов, температура – термометром.

Косвенные измерения – это измерения, при которых значение измеряемой величины находят на основании известной зависимости между ней и величинами, подвергаемыми прямым измерениям, которые проводились в одинаковых условиях. Например, определение сопротивления по напряжению и току, измеренным вольтметром и амперметром.

Совокупными называются проводимые одновременно измерения нескольких одноименных величин, при которых их искомые значения находят решением системы уравнений, получаемых при прямых измерениях различных сочетаний этих величин. Например, массы отдельных гирь набора находят по известной массе одной из них и по результатам прямых сравнений масс различных сочетаний гирь.

Совместными называют проводимые одновременно измерения двух или нескольких не одноименных величин для установления зависимости между ними. Например, измерение тока при различных значениях напряжения для проверки закона Ома.

Методы определения абсолютной, относительной и приведённой погрешностей прямых измерений были рассмотрены в разделе 1 данных методических указаний. Рассмотрим методы определения погрешностей при косвенном методе измерений.

Для вычисления погрешностей косвенных измерений по известным погрешностям прямых измерений существуют следующие методики.

1. Получение формул для вычисления погрешностей косвенных измерений для зависимости вида $Y = a + b - c$ (сумма, разность).

Исходными данными для вычисления погрешности являются значения измеряемых величин, полученные прямым методом, и абсолютные погрешности измерения каждой величины: $a, b, c; \Delta a, \Delta b, \Delta c$.

Для данного случая вывод формулы для вычисления погрешностей косвенных измерений включает следующие пункты:

1) определение дифференциала правой и левой частей заданной зависимости:

$$dY = d(a + b - c) = da + db - dc; \quad (4.1)$$

2) производится широко используемая в теории погрешностей замена дифференциалов абсолютными погрешностями (при условии, что абсолютные погрешности достаточно малы): $\Delta Y \approx dY$; $\Delta a \approx da$; $\Delta b \approx db$; $\Delta c \approx dc$. В результате получаем уравнение

$$\Delta Y = \Delta a + \Delta b - \Delta c; \quad (4.2)$$

3) учитывая, что знаки погрешностей Δa , Δb , Δc обычно бывают заранее неизвестны, для получения гарантированной (т.е. предельной или максимальной) оценки абсолютной погрешности косвенного измерения в последней формуле все знаки «минус» заменяются на знаки «плюс». Получаем уравнение

$$\Delta Y_{\text{пр}} = \Delta a + \Delta b + \Delta c; \quad (4.3)$$

4) определяется предельная оценка относительной погрешности косвенного измерения, учитывая, что относительная погрешность есть отношение абсолютной погрешности к результату измерений (формула (1.2)):

$$\delta Y_{\text{пр}} = \frac{\Delta Y_{\text{пр}}}{Y} = \frac{\Delta a + \Delta b + \Delta c}{a + b + c}; \quad (4.4)$$

5) величина предельной погрешности во многих случаях бывает завышенной, поэтому часто применяются среднеквадратические оценки погрешности. Для получения среднеквадратической оценки погрешности в формуле для предельной оценки погрешности сумма заменяется корнем квадратным из суммы квадратов. Таким образом, среднеквадратические оценки абсолютной и относительной погрешностей косвенного измерения определяются следующим образом:

$$\Delta Y_{\text{ск}} = \sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2 + (\Delta c)^2}; \quad (4.5)$$

$$\delta Y_{\text{ск}} = \frac{\Delta Y_{\text{ск}}}{Y} = \frac{\sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2 + (\Delta c)^2}}{a + b + c}. \quad (4.6)$$

2. Получение формул для вычисления погрешностей косвенных измерений в случае зависимости вида $Y = (a \cdot b)/c$ (произведение, деление).

Исходными данными для вычисления погрешности являются значения измеряемых величин, полученные прямым методом, и абсолютные погрешности измерения каждой величины: a , b , c ; Δa , Δb , Δc .

Для данного случая вывод формулы для вычисления погрешностей косвенных измерений включает следующие пункты:

1) логарифмирование левой и правой части заданной зависимости:

$$\ln Y = \ln\left(\frac{a \cdot b}{c}\right) = \ln a + \ln b - \ln c; \quad (4.7)$$

2) определение дифференциала правой и левой частей заданной зависимости:

$$d \ln Y = d \ln\left(\frac{a \cdot b}{c}\right) = d \ln a + d \ln b - d \ln c; \quad (4.8)$$

3) дифференциал от логарифма переменной величины определяется по формуле

$$d(\ln x) = \frac{d \ln x}{dx} dx = \frac{dx}{x}. \quad (4.9)$$

С учётом (4.9) из формулы (4.8) получаем

$$\frac{dY}{Y} = \frac{da}{a} + \frac{db}{b} - \frac{dc}{c}; \quad (4.10)$$

4) производится широко используемая в теории погрешностей замена дифференциалов абсолютными погрешностями (при условии, что абсолютные погрешности достаточно малы): $\Delta Y \approx dY$; $\Delta a \approx da$; $\Delta b \approx db$; $\Delta c \approx dc$. В результате получаем уравнение

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} - \frac{\Delta c}{c}; \quad (4.11)$$

5) учитывая, что знаки погрешностей Δa , Δb , Δc заранее неизвестны, для получения гарантированной (т.е. предельной или максимальной) оценки относительной погрешности косвенного измерения в последней формуле все знаки «минус» заменяются на знаки «плюс». Получаем уравнения

$$\left(\frac{\Delta Y}{Y}\right)_{\text{пр}} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta c}{c}; \quad (4.12)$$

$$\delta Y_{\text{пр}} = \delta a + \delta b + \delta c; \quad (4.13)$$

б) предельная оценка абсолютной погрешности косвенного измерения вычисляется по формуле

$$\Delta Y_{\text{пр}} = \delta Y_{\text{пр}} \cdot Y; \quad (4.14)$$

5) величина предельной погрешности во многих случаях бывает завышенной, поэтому часто применяются среднеквадратические оценки погрешности. Для получения среднеквадратической оценки погрешности в формуле для предельной оценки погрешности сумма заменяется корнем квадратным из суммы квадратов. Таким образом, среднеквадратические оценки абсолютной и относительной погрешностей косвенного измерения определяются следующим образом:

$$\delta Y_{\text{ск}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2} = \sqrt{(\delta a)^2 + (\delta b)^2 + (\delta c)^2}; \quad (4.15)$$

$$\Delta Y_{\text{ск}} = Y \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2} = Y \cdot \sqrt{(\delta a)^2 + (\delta b)^2 + (\delta c)^2}. \quad (4.16)$$

Практические задания

4.1. Расчётная зависимость косвенного метода измерений имеет вид $P = U \cdot I$. Найти предельные и среднеквадратические оценки абсолютной и относительной погрешности косвенного измерения величины P , если известны результаты прямых измерений $U = 220$ В, $I = 10$ А и величины абсолютных погрешностей измерения $\Delta U = 2$ В, $\Delta I = 1$ А.

4.2. Расчётная зависимость косвенного метода измерений имеет вид $P = U^2/R$. Найти предельные и среднеквадратические оценки абсолютной и относительной погрешности косвенного измерения величины P , если известны результаты прямых измерений $U = 100$ В, $R = 150$ Ом и величины абсолютных погрешностей измерения $\Delta U = 1$ В, $\Delta R = 4$ Ом.

4.3. Расчётная зависимость косвенного метода измерений имеет вид $Y = [2 \cdot (a + b) \cdot c^2] / (d - e)$. Найти предельные и среднеквадратические оценки абсолютной и относительной погрешности косвенного измерения величины Y , если известны результаты прямых измерений $a = 50$, $b = 90$, $c = 60$, $d = 70$, $e = 40$ и величины абсолютных погрешностей измерения $\Delta a = 1$, $\Delta b = 3$, $\Delta c = 2$, $\Delta d = 2$, $\Delta e = 1$.

4.4. Расчётная зависимость косвенного метода измерений имеет вид $Y = a \cdot b^2 / [2 \cdot (c - d + e)]$. Найти предельные и среднеквадратические оценки абсолютной и относительной погрешности косвенного измерения величины Y , если

известны результаты прямых измерений $a = 100$, $b = 70$, $c = 80$, $d = 60$, $e = 90$ и величины абсолютных погрешностей измерения $\Delta a = 3$, $\Delta b = 1$, $\Delta c = 2$, $\Delta d = 1$, $\Delta e = 2$.

4.5. Расчётная зависимость косвенного метода измерений имеет вид $Y = 1/[a \cdot (b - c) \cdot d^2 \cdot e]$. Найти предельные и среднеквадратические оценки абсолютной и относительной погрешности косвенного измерения величины Y , если известны результаты прямых измерений $a = 100$, $b = 80$, $c = 60$, $d = 40$, $e = 20$ и величины абсолютных погрешностей измерения $\Delta a = 1$, $\Delta b = 2$, $\Delta c = 1$, $\Delta d = 2$, $\Delta e = 1$.

4.6. Расчётная зависимость косвенного метода измерений имеет вид $Y = [(a + b) \cdot c^2 \cdot (d - e)]/3$. Найти предельные и среднеквадратические оценки абсолютной и относительной погрешности косвенного измерения величины Y , если известны результаты прямых измерений $a = 200$, $b = 90$, $c = 70$, $d = 60$, $e = 30$ и величины абсолютных погрешностей измерения $\Delta a = 5$, $\Delta b = 3$, $\Delta c = 2$, $\Delta d = 2$, $\Delta e = 1$.

4.7. Расчётная зависимость косвенного метода измерений имеет вид $Y = [0,1 \cdot (a - b + c)]/[d^3 \cdot e]$. Найти предельные и среднеквадратические оценки абсолютной и относительной погрешности косвенного измерения величины Y , если известны результаты прямых измерений $a = 40$, $b = 30$, $c = 50$, $d = 70$, $e = 60$ и величины абсолютных погрешностей измерения $\Delta a = 0,5$, $\Delta b = 1$, $\Delta c = 0,5$, $\Delta d = 1,4$, $\Delta e = 2$.

5 ХАРАКТЕРИСТИКИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

Краткие теоретические сведения

Статической характеристикой средства измерений (прибора) называется зависимость выходной величины Y от входной величины X в установившемся режиме работы, т.е. при условии неизменности во времени величин Y и X (рис. 5.1). Зависимость $Y = f(X)$ может выражаться таблично, графически или аналитически.

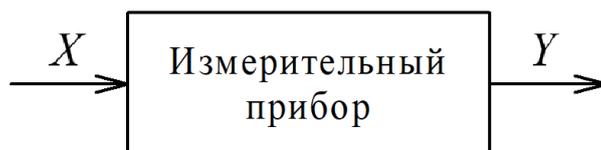


Рис. 5.1. Схема средства измерения

Для средств измерений наилучшей является линейная статическая характеристика, т.е.

$$Y = k \cdot X + a \quad (5.1)$$

где a – постоянная;

k – передаточный коэффициент.

При этом среди линейных статических характеристик более предпочтительны характеристики, для которых $a = 0$. Самой желательной статической характеристикой прибора является $Y = X$, получаемая при коэффициенте передачи $k = 1$. В этом случае искомое значение физической величины отсчитывают непосредственно по шкале прибора.

Чувствительность прибора представляет собой предел отношения приращения выходного сигнала к приращению входного сигнала, т.е.

$$S = \lim_{\Delta X \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta Y}{\Delta X} \right| = \frac{dY}{dX} \approx \frac{\Delta Y}{\Delta X}. \quad (5.2)$$

Чувствительность прибора численно равна тангенсу угла наклона касательной к графику, представляющему статическую характеристику. В случае линейной статической характеристики чувствительность прибора постоянна и численно равна передаточному коэффициенту k . В случае нелинейной статической характеристики чувствительность определяется в каждой точке шкалы.

Порог чувствительности прибора ΔX – это минимальное изменение входного сигнала, которое может быть зарегистрировано (обнаружено, заме-

чено) с помощью прибора без применения дополнительных технических средств.

Цена деления прибора C – разность значений величин, соответствующих двум соседним отметкам шкалы.

Быстродействие прибора B – время, затрачиваемое средством измерений на одно измерение.

Для аналоговых приборов быстродействие определяется как время установления показания. Для цифровых приборов быстродействие – это отношение числа измерений n к промежутку времени Δt , за которое эти измерения произведены, т.е.

$$B = \frac{n}{\Delta t}. \quad (5.3)$$

Все средства измерений имеют класс точности, способы задания которого рассмотрены в разделе 1. В случае обнаружения при измерениях систематической погрешности к показаниям прибора вводится поправка.

Поправка – значение величины, одноимённой с измеряемой, прибавляемое к полученному при измерении значению величины с целью исключения систематической погрешности.

Практические задания

5.1. Температура в термостате измерялась техническим термометром со шкалой от 0 до 500 °С, имеющим пределы допускаемой основной погрешности ± 4 °С. Показания термометра составили 346 °С. Одновременно с техническим термометром в термостат был погружен лабораторный термометр, имеющий свидетельство о поверке. Показания лабораторного термометра составили 352 °С, поправка по свидетельству о поверке составляет минус 1 °С, поправка на выступающий столбик равна плюс 0,5 °С.

Определить, выходит ли за пределы допускаемой основной погрешности действительное значение погрешности показаний технического термометра.

5.2. Милливольтметр имеет равномерную шкалу, разделённую на 50 интервалов. Нижний предел измерения составляет минус 10 мВ, верхний – плюс 10 мВ.

Определить цену деления шкалы и чувствительность милливольтметра.

5.3. Зависят ли коэффициенты преобразования медного и платинового термометров сопротивления от температуры, если известно, что сопротивления связаны с температурой выражениями $R_t = R_0(1 + \alpha t)$ для медного термометра, $R_t = R_0(1 + At + Bt^2)$ для платинового термометра.

5.4. При проверке автоматического потенциометра со шкалой от 0 до 500 °С для градуировки типа К (хромель-алюмель) выяснилось, что стрелка и перо прибора смещены относительно нулевой отметки на 10 °С в сторону завышения.

Как должна быть учтена эта систематическая погрешность измерения температуры при обработке диаграммной бумаги, например, на отметке 430 °С?

5.5. При испытании измерительной системы дифференциальный манометр-вторичный прибор в нормальных условиях эксплуатации прибор устанавливался в конечной точке шкалы при следующих значениях перепада давления Δp на входе в дифманометр: 84,15; 84,06; 83,80; 83,90; 83,94; 84,10; 84,02; 84,03 кПа. Затем было изменено напряжение питания измерительной системы на +10 % от $U_{ном}$. При этом прибор устанавливался в конечной точке шкалы при следующих значениях перепада давления Δp^* на входе: 83,85; 83,75; 83,82; 83,76; 83,84; 83,82; 83,83; 83,75 кПа.

Оценить погрешность показаний измерительной системы, вызванную отклонением напряжения питания. Как называется эта погрешность?

5.6. Определить абсолютное и относительное изменение показаний газового манометрического термометра, вызванное изменением барометрического давления от 100,45 до 96,45 кПа. Шкала прибора по температуре составляет от 0 до 100 °С, что соответствует изменению давления от 0,67 до 0,92 МПа. Прибор показывает температуру 80 °С. Шкала прибора равномерная.

5.7. Автоматическим потенциометром класса 0,5 градуировки ХК со шкалой от 200 до 600 °С произведено однократное измерение термо-ЭДС. Указатель стоит на отметке 550 °С.

Оценить максимальную относительную погрешность измерения термо-ЭДС потенциометром на отметке 550 °С. Зависит ли относительная погрешность от показаний прибора? Условия работы нормальные.

5.8. При градуировке расходомера в конечной точке шкалы объёмным методом были получены следующие значения времени наполнения бака τ : 97,5; 94,8; 94,7; 95,2; 94,9; 95,3; 91,1; 95,2; 95,3 с. Предполагается, что эти значения времени распределены по закону Стьюдента. Объём бака $V = 507 \pm 0,1$ л.

Каким образом оценить значение расхода в конечной точке шкалы расходомера и как определить погрешность этой оценки, если систематическая погрешность измерения времени отсутствует?

5.9. Сопротивление термометра градуировки 10 П измеряется потенциометрическим методом. Оценить погрешность измерения температуры термопреобразователя сопротивления, если известно, что допустимое отклонение от градуировочных значений не должно превышать 0,3 °С. Термопреобразователь П класса, измеряемая температура $t = 100$ °С.

Сопротивление образцовой катушки составляет $R_k = 10 \pm 0,01$ Ом. Измерение падения напряжения осуществляется лабораторным потенциометром ти-

па ПП-63 класса 0,05. Допустимое значение его основной погрешности не превышает значения:

$$\Delta e \leq \pm (5 \cdot 10^{-4} \cdot U + 0,5 \cdot U_p), \text{ мВ}, \quad (5.4)$$

где U – показание потенциометра, мВ;

U_p – цена деления шкалы реохорда, мВ.

Значение тока, протекающего через сопротивление, равно 3 мА.

5.10. При измерении расхода калориметрическим расходомером измерение мощности нагревателя производилось по показаниям амперметра и вольтметра. Оба эти прибора имели класс точности 0,5, работали в нормальных условиях и имели соответственно шкалы от 0 до 5 А и от 0 до 30 В. Номинальные значения силы тока 3,5 А и напряжения 24 В.

Оценить погрешность, с которой производится измерение мощности.

5.11. Сопротивление медного термометра связано с температурой зависимостью

$$R_t = R_0(1 + \alpha t), \text{ Ом}. \quad (5.5)$$

Оценить возможные погрешности измерения температуры термопреобразователем сопротивления III класса градуировки 50 М за счёт отклонения ΔR_0 и $\Delta \alpha$ при 100 и 150 °С.

5.12. При исследовании теплоотдачи от трубы к воздуху коэффициент теплоотдачи подсчитывался из выражения

$$\alpha_k = \frac{Q}{F \cdot (t_c - t_g)}, \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Количество теплоты Q , передаваемой трубкой путём конвекции, определялось по мощности, потребляемой электронагревателем, как произведение сопротивления трубки R на квадрат силы тока I . Сила тока измерялась амперметром со шкалой от 0 до 50 А класса 0,1, номинальное значение тока 42 А. Зависимость сопротивления трубки от температуры была найдена в специальных опытах и описывается выражением $R_t = R_0(1 + \alpha t)$. При $t = 0$ °С значение сопротивления $R_0 = 0,5$ Ом, $\alpha = 4 \cdot 10^{-3}$ К⁻¹. Погрешность измерения сопротивления не превышает $\pm 0,2$ %. Поверхность трубки F определялась по длине l рабочего участка и его диаметру d . Значение длины $l = 100 \pm 0,5$ мм, диаметра $d = 10 \pm 0,01$ мм. Температура стенки t_c измерялась стандартным термоэлектрическим термометром градуировки ХК. Термометр через свободных концов подсоединяется к лабораторному потенциометру ПП-63 класса

0,05. Номинальное значение температуры стенки 200 °С. Предел допускаемой погрешности потенциометра ПП-63 определяется по формуле (5.4), причём $U_p = 0,05$ мВ.

Температура воздуха t_g измерялась вдали от трубки ртутным термометром повышенной точности со шкалой от 100 до 150 °С и ценой деления 0,2 °С. Номинальное значение температуры воздуха составляет 120 °С.

Оценить погрешность измерения коэффициента теплоотдачи на лабораторной установке и наметьте возможные пути её уменьшения. Погрешностями, связанными с методами измерения, пренебречь.

5.13. Погрешность измерения давления пара распределена по нормальному закону и состоит из систематической и случайной составляющих. Систематическая погрешность вызвана давлением столба жидкости в импульсной линии и завышает показания на 0,12 МПа. Среднее квадратическое отклонение случайной составляющей равно $\pm 0,08$ МПа.

Найти вероятность того, что отклонение измеренного значения от действительного не превышает по абсолютному значению 0,15 МПа.

5.14. Определить для задачи 5.13 вероятность того, что погрешность не превышает по абсолютному значению 0,15 МПа, полагая, что систематическая составляющая погрешности отсутствует.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. РМГ 29-2013 ГСИ. Метрология. Основные термины и определения. – Введ. 2015–01–01. – М.: Стандартиформ, 2014. – 60 с.
2. ГОСТ Р 8.736-2011 Государственная система обеспечения единства измерений (ГСИ). Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения. – Введ. 2013–01–01. – М.: Стандартиформ, 2013. – 24 с.
3. ГОСТ Р 50779.22-2005 (ИСО 2602:1980) Статистические методы. Статистическое представление данных. Точечная оценка и доверительный интервал для среднего. – Введ. 2005–07–01. – М.: Стандартиформ, 2005. – 12 с.
4. Пономарев, С. В. Метрология, стандартизация, сертификация: учебник для вузов / С. В. Пономарев, Г. В. Шишкина, Г. В. Мозгова. – Тамбов: Издательство ТГТУ, 2010. – 96 с.
5. Метрология, стандартизация и сертификация в энергетике: учеб. пособие для студ. сред. проф. образования / С. А. Зайцев, А. Н. Толстов, Д. Д. Грибанов, Р. В. Меркулов. – М.: Издательский центр «Академия», 2009. – 224 с.
6. Метрология и сертификация: методические указания к практическим занятиям / С. В. Пономарев, Г. В. Шишкина, М. Ю. Серегин, Г. В. Мозгова, А. П. Савенков. – Тамбов: Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2011. – 56 с.
7. Кузнецов, Н. Д. Сборник задач и вопросов по теплотехническим измерениям и приборам / Кузнецов Н. Д., Чистяков В. С. – М.: Энергоатомиздат, 1985 г. – 328 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
1 Погрешности средств измерений	4
Краткие теоретические сведения.....	4
Практические задания.....	6
2 Грубые погрешности измерений	9
Краткие теоретические сведения.....	9
Практические задания.....	11
3 Обработка результатов многократных равноточных прямых измерений	12
Краткие теоретические сведения.....	12
Практические задания.....	13
4 Определение погрешности при косвенных измерениях.....	14
Краткие теоретические сведения.....	14
Практические задания.....	17
5 Характеристики средств измерений	19
Краткие теоретические сведения.....	19
Практические задания.....	20
Библиографический список	24

МЕТРОЛОГИЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическим занятиям
для студентов направления 13.03.01
«Теплоэнергетика и теплотехника»
(профиль «Промышленная теплоэнергетика»)
всех форм обучения

Составитель:

Надеев Александр Александрович

Редактор

Подписано в печать 25.01.2021.

Формат 60×84 1/16. Бумага для множительных аппаратов.

Уч.-изд. л. 1,6. Усл. печ. л. 1,6. Тираж 60 экз. Зак. №

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»
394026 Воронеж, Московский просп., 14

Участок оперативной полиграфии издательства ВГТУ
394026 Воронеж, Московский просп., 14